



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

**El proceso de evaluación dentro de las investigaciones matemáticas en el
aula**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación
Básica Matemáticas**

**YEIDY MILENA CARDONA CARDONA
DANIELA MONTOYA OSORIO
ÁNGELA MARÍA QUICENO RESTREPO**

Asesor

DIEGO ALEJANDRO PÉREZ GALEANO

Magister en Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2015



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Dedicatoria

A mi esposo Marco Antonio por tanta paciencia, apoyo y amor, a mis hijas Adriana Sofía y Laura Susana por ser mi mejor escuela, a mis padres por el don de la vida y en especial a mi madre por el deseo de superación y el carácter de incansable.

Yeidy Cardona

Dedico este trabajo a mi familia por su comprensión y apoyo en toda mi formación, a mi novio por su paciencia y compañía en este proceso y a mis maestros que han sido partícipes en mi formación.

Daniela Montoya

A mi madre por su esfuerzo, apoyo y paciencia en mi formación porque he aprendido de ella la fuerza y valentía de quien no se rinde; a mi abuela por ser quien me animó siempre a estudiar, a ser mejor y no conformarme con simplezas; a mis maestros que han sido una pieza fundamental para querer ser como ellos y especialmente a Dios por cruzar en mi camino tan hermosas personas y tan bellas oportunidades.

Ángela Quiceno



AGRADECIMIENTOS

A nuestros estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, en especial a Juan Manuel Valencia, Isabella Aguirre, Juan Esteban Giraldo, Estefanía Salas, Sebastián Agudelo, Adriana Prasca, Doris Florany Gutiérrez, y Paola Granada por su motivación y colaboración en las Investigaciones realizadas.

A Astrid Elena Cano Zapata por su colaboración en estos dos años de práctica, por su apoyo emocional y pedagógico dentro de este proceso.

A Diego Alejandro Pérez Galeano, nuestro orientador en la práctica por su apoyo incondicional y motivación constante. También a los compañeros del seminario de práctica por sus pertinentes correcciones y aportes dentro del proceso investigativo.

A nuestras familias por el apoyo incondicional, por el tiempo sacrificado, por su comprensión y por nuestra formación.

A la Universidad de Antioquia por dibujar el camino que nos condujo a la cosecha de los conocimientos.

A nuestros maestros por hacer parte de nuestra formación integral, en especial a María Libia Quintero, Gladys Barrera, Julia Emilsy López, Aracely Agudelo, Jesús María Gutiérrez, Héctor Emilio Correa, Guillermo Silva, Yuber Hernani Tapias, Walter Fernando Castro, Marina Quintero y Jhony Villa.

A los integrantes del grupo MES por su compañía y apoyo durante nuestra permanencia en la Universidad.

Y por último, a Dios por el don de la vida y por haber permitido que nuestros caminos se cruzaran para compartir tan gratos e interesantes momentos juntas.



RESUMEN

Nuestra formación como maestras, nos ha posibilitado reflexionar sobre la evaluación en la educación matemática, así que esta investigación se caracterizó por mostrar una evaluación formativa dentro de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, en el marco del trabajo colaborativo.

En ese sentido la pregunta que orientó esta investigación fue *¿Cómo una evaluación formativa posibilita la apropiación de conceptos matemáticos de los estudiantes al interior de la metodología de las Investigaciones Matemáticas en el Aula?* Y nuestro objeto de estudio fue la *evaluación formativa*.

Nuestra investigación estuvo guiada por un paradigma cualitativo, bajo un enfoque crítico dialectico, puesto que nuestra intención era transformar las prácticas evaluativas de los estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera de Medellín, en el área de matemáticas por medio de la metodología de clase de las Investigaciones Matemáticas en el Aula.

Desde esta metodología de clase, planteamos una evaluación formativa que diera cuenta de los conocimientos apropiados durante las diferentes fases de las investigaciones enmarcadas en un trabajo colaborativo, que posibilitara a los estudiantes y a la maestra una participación conjunta en la evaluación.

Analizamos los registros y datos de la investigación por medio de una triangulación y categorías emergentes, donde las actividades evaluativas de las investigaciones realizadas en el aula posibilitaron una serie de reflexiones desde el punto de vista teórico, práctico y crítico.

El proceso evaluativo que llevamos a cabo con los estudiantes, fue un proceso constante, largo y lleno de emociones que nos posibilitaron concluir que la metodología de clase y la evaluación formativa abrieron oportunidades otras, para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

PALABRAS-CLAVE: 1.Formación 2.Proceso evaluativo 3.Aprendizajes 4.Metodología de Enseñanza 5.Papel del maestro



ABSTRACT

Our training as teachers, has allowed us to reflect on the assessment in mathematics education, so this investigation was characterized by showing a formative evaluation in Mathematics Research in the Classroom, as part of the collaborative work.

In that sense the question that guided this research was *How a formative evaluation mobilizes the appropriation of math concepts students into the methodology of Mathematics Research in the Classroom?* And our object of study was the formative evaluation.

Our research was guided by a qualitative paradigm under critical-dialectical approach, since the intention was to transform the evaluation practices of students in fifth grade of School Ramón Múnera Lopera of Medellin, in the area of mathematics through of class methodology of Mathematics Research in the Classroom.

Since this methodology class, a formative evaluation realize appropriate knowledge during the different phases of research framed in a collaborative work that would enable students and teachers participating in a joint assessment was raised.

The research analysis was made by means of a triangulation and emerging categories where the evaluation activities of research conducted in the classroom enabled a series of reflections from the theoretical, practical and critical view.

The evaluation process conducted with students was constant, long and full of emotions that enabled us to conclude that the methodology of formative evaluation class and opened other possibilities for teaching and learning mathematics process.

KEY - WORDS: 1. Formation 2. Evaluative Process 3. Learning 4. Learning Methodologies 5. Teacher's role.



TABLA DE CONTENIDO

1. PRESENTACIÓN	1
2. BUSCANDO EL OBJETIVO DE NUESTRO ESTUDIO	4
3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	7
3.1 Marco legal.....	7
3.2. Nuestra postura epistemológica	10
4. EL CAMINO RECORRIDO.....	20
4.1 Fundamentos metodológicos.....	20
4.2 Fases de la investigación	22
4.2.1 Observación y revisión bibliográfica	22
4.2.2 Planteamiento del proyecto de investigación	23
4.2.3 Trabajo de campo	29
4.2.4 Análisis de los datos	34
4.3 Nuestros investigadores.....	35
4.4 Instrumentos para la producción de registros y datos	39
4.5 Análisis de los datos	43
4.5.1 Método del estudio de caso	43
4.5.2 La triangulación.....	44
4.5.3 Las categorías emergentes.....	45
5. EVALUACIÓN FORMATIVA Y TRABAJO COLABORATIVO EN UN CONTEXTO DE INTRODUCCIÓN DE LAS TAREAS	47
6. DE CONJETURAS A CONCLUSIONES, EVALUACIÓN FORMATIVA DENTRO DEL TRABAJO COLABORATIVO	64
7. LAS REFLEXIONES FINALES Y EL TRABAJO COLABORATIVO, EL PROCESO DE EVALUACIÓN.....	91
8. CONSIDERACIONES FINALES	108
9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	111



LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Actividades realizadas durante el segundo semestre de práctica 23
Tabla 2. Actividades realizadas durante el tercer semestre de práctica..... 30

LISTA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Esquema: evaluación formativa enmarcada en un trabajo colaborativo al interior de las Investigaciones Matemáticas en el Aula. Elaboración Propia 3

Ilustración 2. Ciclo de la evaluación formativa al interior de las Investigaciones Matemáticas en el Aula. Elaboración Propia 19

Ilustración 3. Carta de autorización para la producción de registros y datos de los protagonistas de la investigación 38

Ilustración 4. Cartelera Investigaciones Matemáticas en el Aula. Actividad de Introducción a las tareas, primera investigación..... 49

Ilustración 5. Actividad KPSI, Introducción a las tareas, primera investigación: Probabilidad. 50

Ilustración 6. Actividad “El faraón y los camellos”, Introducción a las tareas, segunda investigación: Las fracciones..... 54

Ilustración 7. Actividad “El faraón y los camellos”, Introducción a las tareas, segunda investigación: Las fracciones..... 60

Ilustración 8. Actividad “Avanzando en las motos”, Desarrollo de las tareas, primera investigación: La probabilidad. 72

Ilustración 9. Taller evaluativo, Desarrollo de las tareas, primera investigación: La probabilidad. . 75

Ilustración 10. Taller evaluativo, Desarrollo de las tareas, primera investigación: La probabilidad. 76

Ilustración 11. Día de la Antioqueñidad, Desarrollo de las tareas, segunda investigación: Las fracciones 78

Ilustración 12. Día de la Antioqueñidad, Desarrollo de las tareas, segunda investigación: Las fracciones 80

Ilustración 13. Día de la Antioqueñidad, Desarrollo de las tareas, segunda investigación: Las fracciones. Asociación de imágenes y números 83



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Ilustración 14. Relacionando, Desarrollo de las tareas, segunda investigación: Las fracciones	84
Ilustración 15. Sube y baja, Discusiones y reflexiones finales, primera investigación: La probabilidad.....	95
Ilustración 16. Avanzando en las motos, Discusiones y reflexiones finales, primera investigación: La probabilidad	95
Ilustración 17. Actos protocolarios del Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula.	100
Ilustración 18. Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula.	100
Ilustración 19. Exponentes y participantes del Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula	107



1. PRESENTACIÓN

Como respuesta a las exigencias académicas actuales, se han introducido nuevas metodologías de enseñanza que rompiendo los esquemas tradicionales de la educación y con enfoques epistemológicos socioculturales, buscan fortalecer los procesos tanto de enseñanza como de aprendizaje en la escuela, posibilitando a los sujetos comprender y transformar el contexto por medio de los conocimientos apropiados.

La introducción de estas nuevas metodologías de enseñanza en la escuela, lleva al maestro a pensar en las adaptaciones que se deben hacer, tanto para que estas metodologías posibiliten a los estudiantes la apropiación del conocimiento, como para que cumplan con la labor social para la que fue creada la educación. De este modo se hace necesario articular coherentemente los aspectos relevantes que influyen en estas metodologías emergentes. Uno de esos aspectos es la evaluación. Como parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje, la evaluación debe estar pensada, estructurada y ejecutada en consecuencia con el ideario pedagógico del maestro, y así mismo con la metodología de enseñanza.

En Colombia, la normatividad vigente en materia educativa, establece unos parámetros específicos que caracterizan y rigen el proceso evaluativo, tomando la evaluación como un instrumento que brinda información sobre los aprendizajes, dificultades, avances y retrocesos de los estudiantes.

En consecuencia de lo anterior, el presente trabajo muestra cómo al interior de la metodología emergente de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, se estructuró y llevó

a cabo una evaluación formativa que posibilitó evidenciar cómo los estudiantes aprendieron matemáticas mientras trabajaban colaborativamente en grupos desarrollando las investigaciones.

Esta descripción se lleva a cabo a lo largo de este trabajo, así: en el primer capítulo presentamos a grandes rasgos este trabajo, en el segundo capítulo mostramos cómo surgió el problema, a continuación planteamos los fundamentos teóricos a partir de dos focos: el marco legal de la evaluación y nuestra postura epistemológica que abarca las concepciones teóricas de algunos aspectos de la enseñanza – sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, la evaluación, el conocimiento y el conocimiento matemático, el trabajo colaborativo, entre otros.

En el capítulo cuarto mostramos el camino recorrido, desde los fundamentos metodológicos, las fases de la investigación (observación y revisión bibliográfica, proyecto de investigación, trabajo de campo y análisis de los datos), caracterizamos nuestros a los protagonistas de nuestra investigación, describimos los instrumentos para la producción de registros y datos y planteamos a partir de qué criterios se hará el análisis e los datos.

Los capítulos quinto, sexto y séptimo corresponden a cada una de las categorías emergidas del análisis. En el capítulo ocho estructuramos las conclusiones a modo de consideraciones finales abordando cada aspecto resaltado en el objetivo de este trabajo de grado, la metodología de las investigaciones matemáticas en el aula, la evaluación formativa, el trabajo colaborativo y la apropiación de conceptos matemáticos. Finalmente, el capítulo nueve contiene nuestras referencias bibliográficas.

A raíz de este trabajo de grado surge el siguiente esquema,



Ilustración 1. Esquema: evaluación formativa enmarcada en un trabajo colaborativo al interior de las Investigaciones Matemáticas en el Aula. Elaboración Propia



2. BUSCANDO EL OBJETIVO DE NUESTRO ESTUDIO

Las exigencias actuales por una educación que responda a las necesidades de los estudiantes en coherencia con las situaciones y problemáticas de la sociedad y de su vida cotidiana, han hecho pensar en nuevas metodologías de clase que posibiliten al estudiante construir el conocimiento matemático. Como maestras en formación hemos pensado en una relación del contexto sociocultural en el que se desarrollan los estudiantes, con los conocimientos matemáticos que se llevan al aula de clase, teniendo en cuenta que las matemáticas son fundamentales para la apropiación de las herramientas que se requieren para enfrentar las situaciones que se presentan en la cotidianidad y en la solución de los problemas.

Así, vimos la necesidad de estudiar las Investigaciones Matemáticas en el Aula (Ponte, Brocardo & Oliveira, 2009), como metodología de clase que posibilita la movilización de ese conocimiento y ver las realidades locales en las que están inmersos los estudiantes. En ese sentido, tomamos las Investigaciones Matemáticas en el Aula – trabajadas por nuestra maestra colaboradora hace algunos años- como un proceso caracterizado entre otras cosas, por el trabajo en grupo, en el que los estudiantes construyen los conceptos matemáticos y se apropian de ellos, a partir de las actividades desarrolladas al interior del aula, bajo una investigación planteada. Esta metodología se desarrolla a partir de tres fases: el planteamiento de tareas, el desarrollo de las tareas y las discusiones finales acerca de lo encontrado en la investigación.

Nuestros primeros acercamientos iniciaron en el año 2013 en el grado cuarto de la Sección Ramón Múnera Lopera de la Institución Educativa Ramón Múnera Lopera, donde



observamos cómo se llevaba a cabo esta metodología, qué actividades se plantearon a los estudiantes y cómo hacían las discusiones respecto de sus hallazgos y aprendizajes. La observación y análisis del contexto institucional que hicimos en ese primer momento la ejecutamos por medio de la elaboración de diarios de campo, lectura de documentos institucionales (PEI, Manual de Convivencia) y reflexiones personales, permeadas por la formación de maestros que hemos recibido a lo largo de estos semestres en la Universidad de Antioquia. En un segundo momento realizamos algunas actividades en el marco de esta metodología de clase, las cuales nos permitieron profundizar en el trabajo desarrollado dentro del aula, especialmente en lo relacionado con el trabajo en equipo y la apropiación de conceptos matemáticos.

A partir de estos dos momentos como observadoras y maestras, acompañando a los estudiantes en las investigaciones que están desarrollando, encontramos una preocupación que no solo inquietaba a nuestra maestra cooperadora, sino también a nosotras, como maestras en formación; y estaba relacionada con el proceso evaluativo dentro de la metodología de clase, debido a que las Investigaciones Matemáticas en el Aula, como ya lo habíamos mencionado, se realizan en grupo y al momento de evaluar, la evaluación se hace de forma individual, y en algunas ocasiones con parámetros diferentes a los establecidos en cada fase de la investigación, por lo que a veces los estudiantes no respondían a lo pedido y se veían en dificultades para dar cuenta del proceso de apropiación del conocimiento que habían desarrollado durante dicha investigación.

Por tanto, en nuestras conversaciones con la maestra cooperadora y con el asesor, encontramos que era importante enfocarnos en la evaluación de los aprendizajes matemáticos, por medio de actividades evaluativas que estuviesen en coherencia, tanto con



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

el contexto sociocultural de los estudiantes y con las actividades que realizan al interior de la clase de matemáticas, como con la metodología de las Investigaciones

Matemáticas en el Aula.

Así, surgió la pregunta de investigación del trabajo de grado **¿Cómo una evaluación formativa posibilita la apropiación de conceptos matemáticos de los estudiantes al interior de la metodología de las Investigaciones Matemáticas en el Aula?** En coherencia con esta, surgió el objetivo de **Analizar una evaluación formativa que posibilite la apropiación de conceptos matemáticos de los estudiantes al interior de la metodología de las Investigaciones Matemáticas en el Aula.** Y por ende el objeto de estudio fue la **evaluación formativa.**



3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 Marco legal

En nuestro país, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha establecido algunas normativas con respecto a la evaluación de los aprendizajes, entre ellas el Decreto 1860 de 1994, la Resolución 2343 de 1996, el Decreto 0230 de 2002 y el Decreto 1290 de 2009. A continuación hacemos una breve síntesis de sus aportes en materia de la evaluación de los aprendizajes.

Decreto 1860 de 1994

Por medio de este se reglamentó parcialmente la Ley General de Educación. En el capítulo sexto (que fue derogado por el artículo 15 del Decreto 0230 de 2002), este decreto, estableció lo que es la evaluación, los fines de la evaluación, los medios por los que se hace una comparación del desarrollo formativo y cognoscitivo del alumno con relación a los indicadores de logro propuestos en el currículo, las actividades individuales o grupales para superar las fallas, las comisiones de evaluación, el registro escolar de valoración, la promoción de los alumnos, la reprobación y los indicadores de logro para educación básica y media. En este decreto la evaluación “Será continua, integral, cualitativa y se expresará en informes descriptivos que respondan a estas características” (Art. 47).

Resolución 2343 de 1996

Esta resolución se expidió para la adopción de un diseño de los lineamientos generales de los procesos curriculares de la educación pública y el establecimiento de los indicadores de logros para la educación formal. En su capítulo IV, artículo 19 afirmó que el



planteamiento de nuevas políticas educativas implicaba asumir nuevas pedagogías de avance hacia un proceso evaluativo dinámico que se centraba en el impacto del maestro sobre las dimensiones humanas del estudiante. Así estableció los roles que debía asumir cada actor del proceso educativo, en específico dentro de la evaluación: el educador, los estudiantes y padres de familia, la institución educativa, las autoridades educativas. Veamos los papeles de cada uno.

Por parte del educador, un dominio de los aspectos esenciales del desarrollo humano y una efectiva intervención en el proceso curricular, pues no basta el conocimiento especializado en un área del saber. Por parte de los estudiantes y padres de familia, su participación efectiva en el proceso curricular y su compromiso con el proyecto formativo de la institución que los compromete a crear y aprovechar oportunidades para el ejercicio de la autoevaluación, la coevaluación y heteroevaluación. Por parte de la institución educativa, la definición de criterios, pautas, instrumentos y estrategias de evaluación. (Art.19)

Decreto 0230 de 2002

Por medio de este se reglamentaron el currículo, la evaluación y la promoción de los estudiantes y evaluación académica de las instituciones. En cuanto al currículo, se definió como un conjunto que contiene los planes de área, las diferentes metodologías y procesos que se llevan a cabo dentro del aula, con el fin de cumplir con los proyectos institucionales. En la evaluación de los estudiantes, se especificó que “será continua e integral, y se hará con referencia a cuatro períodos de igual duración en los que se dividirá el año escolar” (Art.4) la cual debe ser recopilada al final en un informe que se da a los padres de familia. Para culminar, la evaluación académica de las instituciones hace referencia a la evaluación y autoevaluación que constantemente deben hacer las instituciones a sus planes de estudio y a los proyectos de mejoramiento.



Decreto 1290 de 2009

En este decreto la evaluación estaba enmarcada en los aprendizajes de los estudiantes, donde se mencionaban los diferentes ámbitos en los que se debía evaluar. Además se interesaba por las situaciones personales del estudiante, es decir, por sus ritmos de aprendizaje, sus saberes, su cultura entre otras cosas las cuales le permitían identificar sus aprendizajes. En cuanto a los propósitos, se establecen

Identificar las características personales, intereses, ritmos de desarrollo y estilos de aprendizaje del estudiante para valorar sus avances.

Proporcionar información básica para consolidar o reorientar los procesos educativos relacionados con el desarrollo integral del estudiante.

Suministrar información que permita implementar estrategias pedagógicas para apoyar a los estudiantes que presenten debilidades y desempeños superiores en su proceso formativo.

Determinar la promoción de estudiantes.

Aportar información para el ajuste e implementación del plan de mejoramiento institucional.
(Art. 3)

Este decreto recoge brevemente lo que la evaluación le debe proporcionar al maestro, siempre y cuando se haga en coherencia con los objetivos de la clase.

Con respecto a lo anteriormente hallado conforme a la normatividad vigente, consideramos pertinente pensar en una evaluación formativa que observe, valore y reestructure los procesos de enseñanza y aprendizaje, tanto del maestro como del estudiante, al interior del aula. Esta evaluación debía estar enmarcada en un trabajo consecuente con las metodologías de clase llevadas al aula, y responder en todo momento a los fines establecidos en su concepción, a la vinculación de los involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje, y a los objetivos que se plantea, es decir, debía servir para valorar y además para aprender.



3.2. Nuestra postura epistemológica

Para comenzar con los fundamentos teóricos que referenciaron nuestro trabajo de grado, sentamos nuestra postura epistemológica en la perspectiva sociocultural que tiene sus orígenes en las teorías psicológicas de Vygotsky, especialmente en las representaciones que hacen los sujetos del mundo real y cómo las proyectan al exterior por medio de sistemas semióticos como la escritura, el lenguaje, los símbolos, los gestos, entre otros que no son posibles sin la comunicación.

Dentro de esta perspectiva rescatamos que el conocimiento es un constructo social, determinado por el tiempo y las culturas en las que se desarrolla; al respecto Jaramillo (2011, p.19), plantea que “el conocimiento es producido por el sujeto en sus interrelaciones con el mundo” lo que implica que dicho sujeto necesariamente está inmerso en un mundo social del cual aprende y con el que se comunica todo el tiempo dando lugar a una producción y reflexión de forma individual que ha sido apropiada para intentar modificar la realidad.

Así mismo, consideramos que el conocimiento matemático es un pilar fundamental al momento de plantear relaciones entre la sociedad, el individuo y ese conocimiento en general. Por tanto, la sociedad tiene un papel protagonista en la constitución del conocimiento, puesto que los sujetos al interactuar con otros están en cambio constante, en palabras de Jaramillo (2011)

El conocimiento matemático se asume como una actividad social cuya producción y legitimación es el resultado de la explicación de diferentes prácticas sociales en las que están involucrados los sujetos, a partir de los sentidos y los significados compartidos, respetando, así, los distintos saberes constituidos por los diversos grupos socioculturales al interior de los mismos. (p.19)



En esta perspectiva, el estudiante es reconocido como sujeto político con deberes y derechos, que hacen que sus aportes sean tan valiosos como los de cualquier otro sujeto inmerso en una sociedad. Del mismo modo, en esta misma línea es indispensable que los problemas surjan de esa realidad próxima de los estudiantes y que realicen procesos de investigación para la solución de los problemas, siendo el maestro quien guía y orienta dicho trabajo. En coherencia con lo anterior, el maestro es un sujeto activo dentro del aula de clase, que orienta la actividad del estudiante guiándolo en la constitución y apropiación de su conocimiento matemático, además el maestro es quien provoca el aprendizaje incentivando la curiosidad del estudiante.

También en esta perspectiva, las enseñanzas y los aprendizajes de las matemáticas se dan por medio de objetos semióticos, que mediante la interacción social van transformando esas ideas que el sujeto tiene del mundo real, donde se trabaja a partir de las potencialidades del estudiante para poco a poco ir viendo su constitución. De este modo se han establecido nuevas metodologías de clase que posibilitan que el estudiante apropie conocimientos matemáticos vinculando aspectos del mundo real y de su propio contexto.

Así, autores como Ponte, Brocardo y Oliveira han venido trabajando en Portugal desde los años ochenta la metodología de clase llamada Investigaciones Matemáticas en el Aula, que surgen de las investigaciones científicas realizadas por los matemáticos, pero con rasgos y analogías determinados por la actividad de clase. Al interior de esta metodología, las matemáticas se conciben como un “organismo vivo, impregnado de condición humana, con sus ventajas y debilidades y subordinado a las grandes necesidades del hombre en su lucha por el entendimiento y por la liberación”; (Caraça citado por Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p. 16), de aquí que las matemáticas no son un conjunto de herramientas

terminadas, únicas y universales, dado que hacen parte de una construcción histórica del hombre que se transforma con el pasar del tiempo para responder a las necesidades de ese mismo hombre.

Por su parte, la metodología de clase de las Investigaciones Matemáticas en el Aula posibilita un proceso de trabajo en grupo en el que los estudiantes construyen los conceptos matemáticos y se apropian de ellos a partir de las actividades desarrolladas al interior del aula, bajo una investigación planteada, como lo menciona Monsalve (2006)

Los niños van aprendiendo a descubrir relaciones entre los conceptos, a tener más seguridad en sus ideas matemáticas. Las investigaciones en el aula posibilitan establecer conexiones entre varias ideas matemáticas con cosas fuera de la matemática, y pueden constituir puntos de partida para otras investigaciones. (p.64)

Es así como dentro de esta metodología de clase los estudiantes interactúan y participan en cuanto a la construcción de los conceptos matemáticos propuestos en cada una de las fases que se plantean en la investigación; dichas fases son: la introducción de las tareas, el desarrollo de las tareas y las discusiones finales en las que los estudiantes cuentan lo encontrado en la investigación.

En la primera fase, **la introducción de las tareas**, se propone que el maestro dé las explicaciones necesarias para iniciar el trabajo, ya sea de forma oral o escrita. Así, parafraseando a Ponte, Brocardo y Oliveira (2009) esta fase es fundamental, porque en ella los estudiantes deben comprender lo que significa investigar, además deben interpretar, dar sus ideas y explicarlas al maestro y sus compañeros. El maestro es un guía durante el proceso inicial, de tal forma que ayude a los estudiantes a crear sus propias conjeturas. Es de aclarar que el ambiente debe ser favorable para el inicio de las actividades, en donde se

respeten las ideas de los estudiantes y se valore el esfuerzo del grupo por tener inquietudes sobre temas que puedan ser investigados.

La segunda fase hace referencia al **desarrollo de las tareas**, el cual puede ser individual o en grupo; con respecto a esta última afirmación, Ponte, Brocardo y Oliveira (2009) consideran que:

En el caso en que los estudiantes trabajen en grupo, las interacciones que se generan entre ellos son determinantes en el rumbo que la investigación tomará. Sin embargo, hay que tener en cuenta, que si los estudiantes no están acostumbrados ni a trabajar en grupo ni a realizar investigaciones, introducir en el aula, simultáneamente, estos dos elementos nuevos puede traer algunos problemas de gestión al profesor. (p. 29)

También, en esta segunda fase se dan procesos de exploración y formulación de preguntas, formulación de conjeturas, prueba y reformulación de conjeturas, justificación de conjeturas y evaluación del trabajo (por parte de los estudiantes). En estos procesos los estudiantes toman la mayor parte del tiempo de la investigación, ya que es donde se fortalecen las capacidades de todos los participantes y las cualidades del trabajo.

Y por último, la tercera fase de las Investigaciones Matemáticas en el Aula es la de las **discusiones finales**. En esta los estudiantes enfrentan todas las ideas, conjeturas y justificaciones que obtuvieron dentro de la investigación, sistematizando las principales ideas que son expuestas a los demás compañeros del curso, lo que facilita comunicar matemáticamente los resultados del trabajo. En este caso, el papel del maestro es de moderador, garantizando que sean comunicados los procesos más significativos de la investigación, además de motivar a la reflexión propia de cada grupo.

A partir de lo anterior y continuando con esta perspectiva, vemos el aprendizaje como la apropiación del conocimiento matemático, es decir como la posibilidad que tiene

el estudiante de observar, comprender y transformar el mundo a través de los objetos matemáticos. Este aprendizaje se constituye mediante las relaciones que se establecen entre los estudiantes, los conocimientos matemáticos y el contexto, y está determinado por cada cultura y por el tiempo histórico en el que se desarrolla.

Así, desde el punto de vista evaluativo “La evaluación entendida como actividad crítica de aprendizaje, es parte integral y dinámica de la educación. Mira tanto a la adquisición como a la producción y reproducción del conocimiento” (Álvarez, 2001, p. 47), en consecuencia, es necesario pensar otras formas de evaluar que sean coherentes con el conocimiento, la enseñanza y el aprendizaje dentro de esta perspectiva. De ahí que consideramos una evaluación fundamentada en la interacción entre los estudiantes, y entre ellos y el maestro.

De este modo, etimológicamente, la palabra evaluación, según el *Diccionario de la Lengua Española* (DRAE) (2014) alude a la acción de evaluar, es decir al hecho de “señalar, estimar, apreciar, calcular el valor de algo, en este caso de estimar los conocimientos, aptitudes y rendimiento de los estudiantes” (párr. 1)

Además, de la definición anterior, nuestra idea de evaluación tiene que ver con los planteamientos que parafraseando a Álvarez (2001), está relacionada con calificar, medir, corregir, clasificar, certificar, examinar, pasar test, pero va más allá, las trasciende, o sea que no se limita sólo a estas acciones, sino que sirve además para aprender.

En el ámbito de la evaluación educativa denominada *evaluación del alumnado o evaluación de los aprendizajes* (Lukas & Santiago, 2004) se comprende la búsqueda y obtención de información posibilitando el análisis, valoración y toma de decisiones, tanto

de los maestros como de los estudiantes en cuanto a los procesos de enseñanza y aprendizaje. Como parte del proceso de enseñanza, la evaluación cumple su función

de aprendizaje cuando, según Álvarez (2001):

El profesor aprende para conocer y para mejorar la práctica docente en su complejidad, y para colaborar en el aprendizaje del alumno conociendo las dificultades que tiene que superar, el modo de resolverlas y las estrategias que pone en funcionamiento [para aprender]. (p. 12)

Cuando el maestro ejerce como evaluador, debe estar dispuesto a aprender de los alumnos, y no solo limitarse a enseñarles. Como señala Elliott citado por Álvarez, (2001, p. 113)

La diferencia existe en el enfoque: mientras la evaluación de los alumnos debe centrarse en la calidad de su aprendizaje de la materia de que se trate, la evaluación de los profesores debe centrarse en la calidad de su aprendizaje *sobre la enseñanza* de esa materia.

Por ello, el rol de cada participante del proceso educativo está diferenciado dado que, aunque ambos aprenden a través de la evaluación, cada uno aprende sobre aspectos diferentes de este proceso. En nuestro caso, el estudiante aprende sobre los conocimientos matemáticos y cómo transforma el mundo por medio de ellos. El maestro por su parte, aprende sobre cómo aprende el estudiante y sobre cómo mejorar sus estrategias de enseñanza. Debido a lo anterior, Álvarez (2001) menciona que,

Necesitamos “inventar” formas distintas [de evaluar] que vayan más allá de las tradicionales, sean exámenes, sean pruebas tipo test o de puntuación [porque] estos instrumentos tan al uso tradicional no pueden reflejar ni representar las nuevas formas que adquiere el aprendizaje, ni las relaciones que se establecen entre los contenidos de conocimiento, las actividades de enseñanza y los procesos de aprendizaje (p. 36)

En consecuencia, caracterizamos el proceso evaluativo, como un asunto democrático “porque implica la participación necesaria de todos los sujetos que se ven afectados por este” (Álvarez, 2011, p. 13). La evaluación también es continua, ya que al no ser un apéndice de los procesos de enseñanza y aprendizaje, sino formar parte fundamental de estos, su aplicación se hace constante y continuamente, brindando la información oportuna y completa sobre estos procesos.

Dentro de esta metodología de clase -Investigaciones Matemáticas en el Aula- partimos de una evaluación cualitativa que desde el MEN (1998) se define como algo que

Más que pensar en una nota, siempre difícil de sustentar como indicadora de la calidad de un aprendizaje, debe pensarse en la coherencia entre las concepciones de los estudiantes y los conceptos de los saberes formales, y entre los propósitos diseñados para la formación y los logros alcanzados.(p. 108)

Por lo que consideramos mencionar que la evaluación debe entenderse “como actividad crítica de aprendizaje, porque se asume que la evaluación es aprendizaje en el sentido que por ella adquirimos conocimiento” (Álvarez, 2001, p. 12). Es decir, la evaluación no sólo mide el aprendizaje, sino que ella misma es susceptible de aprendizaje y también es un instrumento que posibilita analizar y extenderse en y hacia el conocimiento.

Además, la evaluación se constituye en “una reflexión crítica sobre todos los momentos y factores que intervienen en el proceso didáctico a fin de determinar cuáles pueden ser, están siendo o han sido, los resultados del mismo”. (Rosales, 2003, p. 15). Este proceso didáctico incluye a los maestros, a los estudiantes y los deseos de estos mismos, por lo que la evaluación no debe ser simplemente un examen, sino que ésta también debe caracterizarse por darle prioridad a asuntos del conocimiento y la dimensión de lo humano.

Bajo esta mirada, la evaluación también es social, porque no da cuenta solo de un proceso de verificación, sino que es transversal a las relaciones que se establecen entre los estudiantes y el maestro, además porque posibilita la construcción conjunta del conocimiento, donde se encuentran fortalezas y debilidades en el desarrollo del mismo.

En ese orden de ideas, hemos comprendido una evaluación en la que los idearios del maestro y del estudiante con respecto a sus actuaciones en el aula de clase sean de gran importancia, ya que en sus manos se encuentran no sólo el buen desarrollo y ejecución de las actividades académicas, sino también el conocimiento y reconocimiento de las dificultades de ambos en estas actividades. Los juicios planteados al interior del aula de clase, como consecuencia de las actividades que allí se ejecutan, y dependiendo de la persona que los plantee, orientan las acciones que se deben realizar y quién está en la mejor posición para llevarlas a cabo.

Al interior de la evaluación cualitativa ubicamos la evaluación formativa, que es fundamental puesto que da cuenta de todo el proceso de apropiación (aprendizaje) de los conocimientos que hace el estudiante. Esta evaluación pretende según Santos (2007)

[...] contribuir a mejorar, tanto la enseñanza como el aprendizaje. Se interpreta y se aprecia el trabajo o el rendimiento de los alumnos y se utiliza dicha información para mejorar sus competencias (Gipps, 1999). Se inscribe en una relación de ayuda, en un contrato de confianza y en un trabajo cooperativo. (p. 161)

Además posibilita hacer reflexiones continuas, dando la oportunidad al maestro y al estudiante de mejorar su desempeño de forma individual, con respecto a sus necesidades por aprender como sujetos diferentes, y fortalecer la relación entre todos los aspectos que

convergen en el aula de clase que están permeados por este proceso. Por tanto uno de los fines de la evaluación formativa es *propiciar la formación integral* del estudiante, la cual se puede emprender mediante “una valoración cualitativa, permanente, integral, sistemática y una construcción apreciativa y formativa, subjetiva e intersubjetiva; analizando la práctica educativa del estudiante en su totalidad y en la dinámica misma de su proceso” (García, 2005, p. 45).

Así mismo, concebimos la evaluación formativa “como la retroalimentación que se le da al estudiante para que tome acciones correctivas sobre su desempeño, encaminadas hacia el mejoramiento. Esta retroalimentación puede incentivar la motivación y aprendizaje de los estudiantes ya que esta se da según sus necesidades” (McMillan citado por López, 2010, p. 113). De esta forma entendemos que el objeto de la evaluación formativa no se centra solamente en aplicar exámenes o test, sino que implica el proceso en el que se amplía esta evaluación llevándola hasta la reflexión que posibilita la retroalimentación.

En esta mirada, la evaluación formativa favorece el proceso que llevan tanto los maestros como los estudiantes en el aula de clase durante un determinado tiempo, al respecto Jorba & Sanmartí (1993) explican que la “[Evaluación formativa] responde a una concepción de la enseñanza que considera que aprender es un largo proceso a través del cual el alumno va reestructurando su conocimiento a partir de las actividades que lleva a cabo” (p.6). De esta manera, pensar en los procesos en lugar de los resultados se hace parte fundamental para un trabajo reflexivo dentro del aula de clase.

A partir de los fundamentos teóricos que planteamos en esta postura epistemológica, construimos el siguiente esquema, en el que consideramos que la evaluación formativa

transversaliza cada una de las fases de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, donde el maestro y el estudiante tienen diferentes roles pero de igual forma todos apuntan a un mismo fin. En la primera fase el estudiante expresa por medio de la evaluación sus conocimientos previos, mientras el maestro lo está motivando y cuestionando. En la segunda fase el estudiante conjetura, prueba y reflexiona y el maestro guía a través de la evaluación y revisión que hace de la investigación, y en la fase final el estudiante argumenta sus hallazgos y el maestro valora el trabajo realizado.

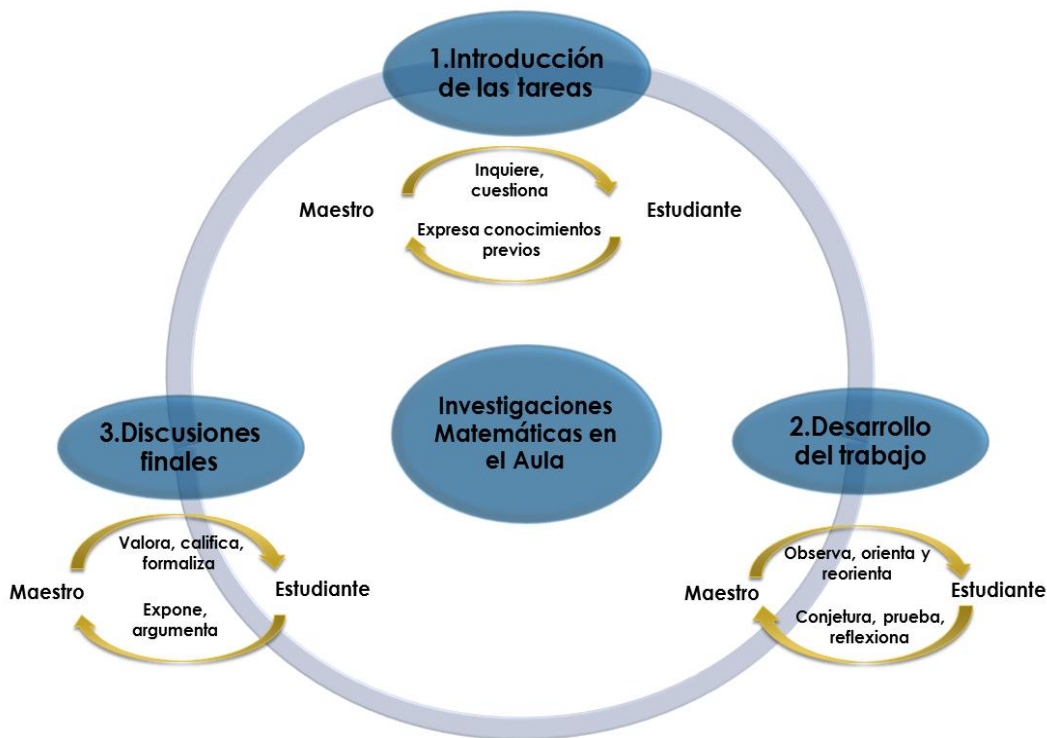


Ilustración 2. Ciclo de la evaluación formativa al interior de las Investigaciones Matemáticas en el Aula. Elaboración Propia



4. EL CAMINO RECORRIDO

4.1 Fundamentos metodológicos

De forma general, nuestra investigación estuvo enmarcada en un paradigma cualitativo, puesto que interactuamos con los estudiantes y el contexto sociocultural en el que vivían. En este sentido, analizamos las acciones de los sujetos participantes durante el proceso de investigación y dimos respuesta a las inquietudes planteadas en el ámbito social, como lo afirma Denzin (1994) citado por Rossman & Rallis (1998, p.7) “La investigación cualitativa es un enfoque amplio para el estudio de los fenómenos sociales; el enfoque es naturalista, interpretativo, y se basa en múltiples métodos de investigación”. Así, pretendimos que los estudiantes en su entorno natural, fueran los protagonistas de la investigación.

Por lo anterior, la investigación cualitativa nos permitió trabajar de forma más personal y reflexiva en torno a situaciones que se observaron y describieron, además de analizar la percepción de los sujetos en los momentos de creación y búsqueda de nuevos conocimientos en el mundo real; en este sentido, según Rossman & Rallis (1998, p.25) “El foco de la investigación cualitativa es la descripción, el análisis y la interpretación”.

Por otro lado, dentro de nuestro trabajo de investigación destacamos el enfoque crítico-dialéctico, puesto que el propósito fue transformar las prácticas del sujeto dentro de sus relaciones con el otro, en su devenir como sujeto y en su práctica diaria. En coherencia con lo anterior, Sánchez (1998) afirma que

El hombre conoce para transformar. El conocimiento tiene sentido cuando revela las alienaciones, las opresiones y las miserias de la actual fase de

desarrollo de la humanidad, cuestiona críticamente los determinantes económicos, sociales e históricos y da potencialidad a la acción transformadora. (p. 121)

Así, el sujeto dentro del enfoque crítico-dialéctico se asume como un sujeto social con capacidades y potencialidades para transformar la realidad, actuar sobre ella y constituir de este modo su propia historia, pero una historia que reconoce antecedentes, que parte de lo que es el sujeto y que no lo excluye de las acciones del momento (políticas, sociales, económicas, culturales), sino que le posibilita liberarse a través de la práctica, es decir, se concibe como un sujeto activo, que asume retos transformadores en pro de su constitución como sujeto reflexivo.

Del mismo modo, resaltamos que bajo este enfoque crítico-dialéctico el conocimiento es visto como “un producto social histórico, un fenómeno en continua evolución, insertado en el movimiento de las formaciones sociales y determinado por los intereses y conflictos de la sociedad”, (Sánchez, 1998, p. 124), por lo cual, es pertinente en la medida que posibilita una mirada desde lo sociocultural, puesto que reconoce el conocimiento sujeto a un tiempo y determinado por una cultura, en constante transformación.

Llevamos a cabo la investigación mediante la *observación directa participante*, (Tamayo y Tamayo, 1999) citado por Sánchez (2006, p. 91) que “hace referencia explícitamente a la percepción visual y se emplea para indicar todas las formas de percepción utilizadas para el registro de respuestas tal como se presentan a nuestros sentidos” ofreciendo para efectos de nuestro trabajo de investigación, no sólo una interpretación de lo observado, sino también como investigadores “[...] un papel determinado dentro de la comunidad en la cual se realiza la investigación” (ibídem, p. 91).



4.2 Fases de la investigación

4.2.1 Observación y revisión bibliográfica

Nuestra práctica pedagógica llegó al aula de clase con la idea de transformar la realidad más cercana de los estudiantes en la clase de matemáticas. Comenzamos en el semestre 2013-2 con el grado 4° y continuamos con los mismos estudiantes del grupo 5°1, durante los semestres 2014-1 y 2014-2. En estos tres semestres, la directora de grupo fue Astrid Elena Cano Zapata, nuestra maestra cooperadora.

Durante el primer semestre de práctica, realizamos una observación del contexto de los estudiantes, y, desde este espacio, hicimos una lectura institucional basada en principios socioculturales, físicos, pedagógicos y éticos, registrando en nuestros diarios de campo los aspectos tanto académicos como actitudinales de los estudiantes en la institución. Compartimos con ellos otros espacios de interacción donde no solo nos demostraban su interés por el conocimiento matemático, sino también su afecto y un poco de lo que era cada uno.

Además, en este primer semestre empezamos a construir un estado del arte a partir de una revisión bibliográfica de los textos que le aportaban a la investigación, los cuales fueron cruciales durante los siguientes semestres. Esta revisión bibliográfica partió de las lecturas institucionales, el libro *Investigações Matemáticas na Sala de Aula* de Ponte, Brocardo & Oliveira (2009), algunos trabajos de pregrado sobre las Investigaciones Matemáticas en el Aula, sobre la Evaluación y otros textos como “Pedagogía de la Autonomía” de Paulo Freire (2004). Es de aclarar que a lo largo de las demás fases, continuamos realizando rastreos bibliográficos, ya que estos se transformaron en insumos

para el planteamiento del proyecto al término del primer año, para la consolidación del trabajo de campo y para el posterior análisis de registros y datos.

4.2.2 Planteamiento del proyecto de investigación

Durante esta etapa, que corresponde al segundo semestre de nuestra práctica pedagógica, es decir al semestre 2014-1, consolidamos el proyecto de grado. Esa consolidación fue el resultado del desarrollo de una Investigación Matemática en el Aula que constó de actividades como un KPSI, dos juegos relacionados con la probabilidad, un taller evaluativo y algunas exposiciones en las que los estudiantes mostraban sus aprendizajes sobre la probabilidad.

A continuación describimos las actividades con su respectiva evaluación, llevadas a cabo durante esta etapa.

Tabla 1. Actividades realizadas durante el segundo semestre

FASE 1: INTRODUCCIÓN DE LAS TAREAS	
ACTIVIDAD 1: KPSI (28 de abril de 2014)	EVALUACIÓN (21 de abril de 2014)



OBJETIVOS	Introducir a los estudiantes a la fase inicial de las Investigaciones Matemáticas en el Aula y plantear las preguntas de investigación, teniendo en cuenta la probabilidad como tema principal.	Posibilitar que los estudiantes identifiquen sus saberes previos, certidumbres y dudas en cuanto a la probabilidad.
DESCRIPCIÓN	Teniendo en cuenta la probabilidad como tema del período, aplicamos un KPSI en el que los estudiantes exploraban sus conocimientos acerca de los conceptos de probabilidad, experimentos determinista y aleatorio y las frecuencias absoluta y relativa.	Al finalizar el KPSI, cuestionamos a los estudiantes acerca de sus respuestas, las inquietudes y certezas que tenían sobre este tema y de esta discusión surgieron preguntas de las que se tomaron algunas como orientadoras de la investigación.

FASE 2: DESARROLLO DE LAS TAREAS	
AVANZANDO EN LAS MOTOS y SUBE Y BAJA EN LAS ESCALERAS	TALLER EVALUATIVO (26 de mayo de 2014)



(5, 12 y 19 de mayo de 2014)		
OBJETIVOS	Explorar los conceptos de probabilidad que se pueden presentar al interior de los juegos “Avanzando en las motos” y “Sube y baja en las escaleras” dando respuesta a las preguntas de investigación.	Consolidar los hallazgos en cuanto a los conceptos de probabilidad abordados en los juegos. Resolver situaciones cotidianas con fundamento en los hallazgos obtenidos hasta el momento.



DESCRIPCIÓN	<p>Estas dos actividades fueron dos juegos que realizamos, en el primero “Avanzando en las motos” los estudiantes competían entre ellos al interior de los equipos de investigación. La idea era que cada estudiante avanzara en la competencia según la diferencia entre los dados que lanzaba en su turno. En el otro juego “Sube y baja en las escaleras” los estudiantes avanzaban o retrocedían según les saliera cara o sello respectivamente, en el lanzamiento de la moneda que hacían en cada turno.</p> <p>Como parte final de esta actividad los estudiantes analizaron los aportes de la actividad en coherencia con las preguntas de investigación.</p>	<p>Se realizó un taller relacionado con “el tipo de transporte que utilizaban los habitantes de Medellín para desplazarse a su lugar de trabajo o estudio”, en el que los estudiantes identificaban la frecuencia con la que se usaba cierto tipo de transporte. Así mismo, los estudiantes debían representar por medio de una gráfica de barras los datos dados.</p>
-------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

FASE 3: DISCUSIONES FINALES	
ACTIVIDAD: GRAFICANDO LOS	EVALUACIÓN:



DATOS (9 de junio de 2014)		EXPOSICIÓN (16 de junio de 2014)
OBJETIVOS	Recopilar la información obtenida a lo largo de la Investigación y durante el desarrollo de los juegos. Construir las gráficas de los datos producidos en los juegos.	Interpretar los datos que resultaron de los juegos. Mostrar los hallazgos obtenidos en el curso de la Investigación.



DESCRIPCIÓN	<p>Los estudiantes se reunieron en los grupos de Investigación para hacer el compendio tanto de los datos que se generaron en los juegos con el fin de graficarlos, como de los hallazgos de la Investigación con el fin de exponerlos.</p>	<p>Los estudiantes realizaron una exposición en la que mostraron dos aspectos: por un lado expusieron sus interpretaciones acerca de los datos que arrojaron los juegos, ya que la probabilidad de que ganara cualquiera de los estudiantes era diferente para cada juego. Por el otro lado, expusieron los hallazgos generados en la Investigación. Estos hallazgos estuvieron permeados de forma continua por las actividades desarrolladas en los juegos al interior de clase.</p>
--------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

En nuestro segundo semestre de práctica realizamos la primera Investigación con los estudiantes, la cual enfocamos en el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, y se realizaron una serie de actividades sobre la probabilidad y las medidas de tendencia central, que explicamos en el capítulo correspondiente al análisis. Dichas actividades estuvieron enmarcadas en la evaluación formativa, donde en un primer momento planteamos una evaluación del estado inicial, relacionada con la probabilidad y de allí surgieron las

preguntas para la primera fase (Introducción de las tareas) de las Investigaciones Matemáticas en el Aula.

En un segundo momento realizamos con los estudiantes una actividad relacionada con las gráficas de los datos obtenidos, que hacía parte de la fase dos (Desarrollo de las tareas) en la que los estudiantes se tomaron la mayor parte del tiempo de la investigación y donde, al mismo tiempo, llevamos a cabo una evaluación parcial que cerrara esa segunda fase.

Por último, para el cierre de la investigación –es decir, en la fase tres de las Discusiones finales-, los estudiantes retomaron los datos generados en la segunda fase y los graficaron por medio de barras en unas carteleras con el fin de mostrar los resultados finales de todo el proceso investigativo. En este caso, estas exposiciones fueron tomadas como evaluación final de la investigación puesto que los estudiantes manifestaron de forma oral y en lenguaje coloquial lo aprendido.

4.2.3 Trabajo de campo

Durante el tercer semestre de práctica, correspondiente al semestre 2014-2, realizamos una Investigación Matemática en el Aula, que constó de estas actividades, una evaluación del estado inicial, un cuestionario, algunas entrevistas semi-estructuradas, una evaluación parcial y el Primer Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula con el cual dimos por terminada esta investigación y que hizo parte de la evaluación final, constituyendo así las fases de la evaluación formativa.

A continuación describimos las actividades llevadas a cabo con su respectiva evaluación.

Tabla 2. Actividades realizadas durante el segundo semestre de práctica

FASE 1: INTRODUCCIÓN DE LAS TAREAS	
<p style="text-align: center;">ACTIVIDAD 1: EL FARAÓN Y LOS CAMELLOS</p> <p style="text-align: center;">(11 y 14 de agosto de 2014)</p>	
OBJETIVOS	<p style="text-align: center;">Introducir a los estudiantes a la fase inicial de las Investigaciones Matemáticas en el Aula y plantear las preguntas de investigación, teniendo en cuenta las fracciones como tema principal.</p>
	<p style="text-align: center;">EVALUACIÓN DE LA FASE INTRODUCTORIA</p> <p style="text-align: center;">Identificar los saberes previos de los estudiantes en cuanto a las fracciones.</p> <p style="text-align: center;">Resolver situaciones realísticas en las que se involucren fracciones.</p>



DESCRIPCIÓN	En esta actividad planteamos un cuento, del libro <i>El hombre que calculaba</i> , que adaptamos, para el uso de las fracciones, en el que los estudiantes debían responder a unos interrogantes sobre la repartición de unos camellos en diferentes proporciones.	Luego de realizar la actividad los estudiantes respondían por el cómo ejecutaron la actividad, relatando las acciones que los llevaron a la solución de la actividad.
-------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

FASE 2: DESARROLLO DE LAS TAREAS	
ACTIVIDAD 2: DÍA DE LA ANTIOQUEÑIDAD (25 de agosto, 1º, 8, 15, 22 Y 29 de septiembre de 2014)	EVALUACIÓN PARCIAL: RELACIONANDO



OBJETIVOS	<p>Resolver la situación propuesta utilizando representaciones y operaciones con fracciones.</p> <p>Representar gráficamente algunas fracciones.</p> <p>Mostrar lo consultado hasta ahora en materia de la investigación propuesta.</p>	<p>Relacionar los números fraccionarios con los números decimales y con los porcentajes.</p>
DESCRIPCIÓN	<p>Diseñamos esta actividad planteando a los estudiantes que, como organizadores de la celebración del Día de la Antioqueñidad, debían distribuir (fraccionar) los recursos económicos dependiendo de unas necesidades planteadas. Así mismo les pedimos que representaran gráficamente estas fracciones.</p>	<p>En esta evaluación planteamos tres actividades, la primera tendiente a relacionar fraccionarios, decimales y porcentajes. La segunda actividad era una competencia entre equipos para armar un rompecabezas hexagonal. Y la tercera actividad era de falso y verdadero con argumentos.</p>

FASE 3: DISCUSIONES FINALES



<p>ACTIVIDAD 3: ENTREGA DE AVANCES Y PREPARACIÓN DEL ENCUENTRO</p> <p>(20 y 27 de octubre y 10 de noviembre de 2014)</p>		<p>EVALUACIÓN FINAL:</p> <p>PRIMER ENCUENTRO DE INVESTIGADORES MATEMÁTICOS EN EL AULA</p>
<p>OBJETIVOS</p>	<p>Consolidar los hallazgos en cuanto a la Investigación.</p> <p>Revisar y estructurar las ponencias del Encuentro de Investigadores.</p>	<p>Examinar la pertinencia y correspondencia entre las actividades desarrolladas, la investigación planteada y los conocimientos apropiados.</p> <p>Exponer los hallazgos de las Investigaciones Matemáticas en el Aula</p>



DESCRIPCIÓN	En esta actividad los estudiantes hicieron la recopilación de la información obtenida en la investigación y nosotras hicimos una revisión y estructuración de las ponencias, clasificando la información relevante, con respecto a las preguntas de investigación planteadas en la primera fase.	Este evento posibilitó a los estudiantes mostrar los hallazgos, el camino recorrido y los conocimientos apropiados en la Investigación Matemática en el Aula.
-------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

4.2.4 Análisis de los datos

Paralelo al tercer semestre de trabajo de campo, y durante el cuarto semestre, llevamos a cabo el análisis de los datos. De este análisis surgieron las tres principales categorías que describimos más adelante sobre la Evaluación Formativa y las Investigaciones Matemáticas en el Aula. En general hicimos una triangulación entre nuestras voces como investigadoras, las voces de los teóricos como fundamentos de la investigación y las voces de los estudiantes como protagonistas de la misma, teniendo en cuenta la Evaluación Formativa como unidad de análisis, en las tres fases de la metodología de clase de las Investigaciones Matemáticas en el Aula.



4.3 Nuestros investigadores

Los estudiantes que fueron protagonistas de la investigación emprendían, cada día, una jornada de aprendizaje. Llegaban a las aulas de clase llenos de energía, y no sólo compartían con la maestra sino también con nosotras -como maestras en formación-, sus conocimientos, sus inquietudes y sus cosas; ellos nos mostraron su cariño y su aceptación.

Las edades de los estudiantes que participaron del proceso investigativo oscilaban entre los 9 y 15 años. Estos estudiantes se ubicaban en el salón, algunas veces organizados en filas y otras en mesa redonda dependiendo de las actividades que se desarrollaban en la clase de matemáticas, para posibilitar otras miradas y encuentros entre los participantes.

Así, queremos mostrar una pequeña descripción de los estudiantes protagonistas que hicieron parte de este proceso investigativo, rescatando las voces de ellos dentro del aula de clase:



Juan Esteban Giraldo. Tenía 10 años, era uno de los estudiantes más participativos dentro del grupo de investigación, se caracterizaba por su tono de voz e ideas creativas para resolver los problemas.

Yesmith Adriana Prasca. Tenía 11 años, era una niña tímida pero siempre atenta y con muchas ganas de aprender, sus ojos mostraban lo mucho que le gustaban las clases de matemáticas. No le temía al error, ella mostraba esa necesidad de aprender.



Sebastián Agudelo. Tenía 10 años y se caracterizaba por su forma de hablar y argumentar frente a cualquier problema, ya que no temía decir sus ideas, se destacaba en el grupo por guiar el trabajo hacia los fines planteados.

Estefanía Salas. Tenía 10 años. Dentro del grupo era la más participativa, su paciencia para mediar y crear ideas de solución ayudaba al grupo, nunca se mostró tímida, le encantaban las grabaciones y las actividades que llevamos al aula de clase.



Juan Manuel Valencia. Tenía 10 años. Era un niño muy participativo, con amplias perspectivas hacia los conocimientos matemáticos, no se conformaba con cualquier respuesta pues siempre estaba en constante interacción y comprobación de sus teorías.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Doris Gutiérrez. Tenía 12 años. Era una de las niñas mayores, un poco tímida ante el salón, pero la líder de su equipo de investigación. Su preocupación era la de comprender el mundo a través de las matemáticas.



Paola Granada. Tenía 11 años, Era una niña participativa y activa de las actividades de clase, le gustaba conversar y cuestionarse acerca de los problemas propuestos.

Isabella Aguirre. Tenía 10 años. Se mostraba interesada por las matemáticas, pues era su materia favorita. Con su voz delicada, expresaba todas las ideas y se destacaba por ser una líder en el grupo.



Cada uno de los acudientes de los estudiantes descritos anteriormente firmó la autorización para que los registros y datos que se fueran dando en el proceso (fotos, grabaciones, escritos, entre otros), fueran utilizados por nosotras en la investigación. A continuación mostramos la autorización donde se pueden ver las firmas de la maestra Astrid, nuestro asesor, los acudientes, los mismos protagonistas y nosotras en calidad de investigadoras, también resaltamos que los nombres de los estudiantes son los reales y para cada uno de ellos fue realizada una carta de autorización.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
RAMÓN MÚNERA LOPERA.

LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA
CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.

PRÁCTICA PEDAGÓGICA III

Medellín, 11 de agosto de 2014

Señores
ACUDIENTES DEL ESTUDIANTE

DORIS FLORANY GUTIERREZ

Reciban un cordial saludo.

En la clase de matemáticas de quinto grado, orientada por la profesora Astrid Elena Cano Zapata, estamos desarrollando un proyecto de investigación llamado "El proceso de evaluación dentro de las Investigaciones Matemáticas en el Aula ". Dicho proyecto fue socializado con los estudiantes y con ustedes en una reunión previa con la maestra del curso en el área de matemáticas.

Queremos solicitarle, formalmente, su autorización para que DORIS FLORANY GUTIERREZ forme parte de nuestro equipo de investigación como sujeto de la misma, e igualmente presentar a su hija en la publicación de resultados. Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hija en forma de videos, grabaciones, fotos, informes, entre otros que se han propuesto en la clase de matemáticas.

Agradecemos su atención y colaboración.

ASTRID ELENA CANO
Profesora del área de matemáticas
Institución Educativa Ramón Múnera Lopera

DIEGO ALEJANDRO PÉREZ GALEANO
Asesor del proyecto de investigación
Profesor de la Universidad de Antioquia

YEIDY CARDONA
Estudiante Investigadora
Universidad de Antioquia

ANGELA QUICENO
Estudiante Investigadora
Universidad de Antioquia

DANIELA MONTOYA
Estudiante Investigadora
Universidad de Antioquia

Maria p. de la Cruz Mansabre
C. 97812732

Ilustración 3. Carta de autorización para la producción de registros y datos de los protagonistas de la investigación



Nuestra Maestra cooperadora

Esta experiencia que emprendimos la compartimos con la maestra Astrid Cano, quien nos brindó su apoyo y nos permitió entrar en su vida cotidiana como maestra. A pesar de no ser formada en matemáticas (entiéndase con título de licenciada en matemáticas), tenía un espíritu de motivación y aprendizaje por esta área. Además, era una persona que con su metodología de clase contribuyó a la formación de estudiantes, posibilitando que ellos sintieran agrado por las matemáticas.

El trabajo que ella desarrolló en el aula, mostraba aspectos diferenciadores con respecto a otros maestros, porque su metodología y forma de interactuar con los alumnos marcaba la diferencia, pues se veía un ambiente de confianza, donde ella motivaba a los estudiantes para que investigaran a partir de sus propios intereses y así constituían el conocimiento.

Es importante resaltar, que la maestra Astrid hacía énfasis en la convivencia, en los valores y las relaciones sociales. Para ella, esto debía ser transversal a todas las áreas del conocimiento, porque la formación de seres humanos no implicaba sólo el conocimiento científico sino también una formación en la ética y en la autonomía del sujeto. Ella iniciaba sus clases con un trato amable y de confianza para los estudiantes, lo que les permitió establecer relaciones llenas de comprensión y buen trato.

4.4 Instrumentos para la producción de registros y datos

Para efectos de nuestro trabajo de investigación utilizamos los instrumentos y técnicas de evaluación como instrumentos de producción de registros y datos. Así mismo

consideramos tomar los instrumentos “como un medio para alcanzar un fin o quizás una ayuda que se utiliza para la recolección de datos a b fin de facilitar la medición o evaluación de los mismos” (Escobar, 2007, p.27)

Tomando las fuentes de producción de los datos, como los “hechos y documentos a los que acudimos y que nos permiten tener información [...] necesaria para establecer plenamente los sucesos de interés”, (Tamayo, 1999) citado por Sánchez (2006, p. 91), usamos las entrevistas semi-estructuradas, los cuestionarios y los procedimientos escritos, portafolios, procesos no escritos, exposiciones, que para efectos de las Investigaciones Matemáticas en el Aula planteamos dentro de estas.

Los instrumentos de evaluación que tomamos para nuestro proceso en el aula fueron los siguientes:

Las *entrevistas semi-estructuradas* como instrumento, nos permitió obtener una descripción del mundo vivido por los estudiantes, con el fin de que ellos mostraran otras miradas que la escritura no dejaba entrever. Así Martínez (2006) plantea que,

El contexto verbal permite, asimismo, motivar al interlocutor, elevar su nivel de interés y colaboración, reconocer sus logros, prevenir una falsificación, reducir los formalismos, las exageraciones y las distorsiones, estimular su memoria, aminorar la confusión o ayudarlo a explorar, reconocer y aceptar sus propias vivencias inconscientes. (p. 139)

Estas entrevistas nos sirvieron para establecer un diálogo de manera informal en palabras coloquiales con el fin de indagar sobre sus pensamientos acerca de las investigaciones y la evaluación formativa.

Otro instrumento que utilizamos fueron los *procedimientos escritos*, con ellos pretendimos encontrar desde el inicio lo que el estudiante conocía, lo que aprendía durante el proceso de las Investigaciones Matemáticas en el Aula y lo que apropiaba finalmente de todo el proceso. Así, Escobar (2007) plantea que este instrumento es utilizado “[...] en el registro y valoración de los resultados, particularmente de aprendizaje; [de esta manera] si bien poseen algunas ventajas, necesariamente deben complementarse con las técnicas orales y de observación para que las respuestas tengan más significación” (p. 29). Así mismo como lo expresó Escobar (2007), apoyamos la labor de los procedimientos escritos con las entrevistas y las exposiciones grupales.

Por ello, fue importante que estos escritos fueran socializados, para que los estudiantes no se quedaran con dudas y con ideas erróneas acerca de lo que se estaba trabajando y para que las maestras investigadoras observáramos las apropiaciones conceptuales en el discurso de estos estudiantes. Como parte de los procedimientos escritos, utilizamos los cuestionarios *KPSI* (Knowledge and Prior Study Inventory, creados por Young & Tamir), los cuales son un tipo de cuestionario de autoevaluación que hicimos con los estudiantes al inicio del proceso investigativo para conocer qué percepciones tenían sobre sus conocimientos en un tema específico.

Los portafolios como herramienta de producción de datos, recientemente se destacaron en la educación teniendo una gran acogida debido a toda la información que estos brindaban a los interesados. Lo importante de los portafolios es que fueron “[...] una selección deliberada de los trabajos de un alumno que en cierta forma nos cuenta la historia de sus esfuerzos, su progreso y sus logros” (Escobar, 2007, p. 28). Por tanto nos permitió a nosotras como maestras observar sus avances, retrocesos o dificultades, su sentir frente a

todas las situaciones que vivieron en el aula de clase y especialmente en el área de matemáticas.

Fundamentalmente los portafolios “se utilizan para recoger, de manera intencionada, el trabajo de los estudiantes en carpetas durante un intervalo de tiempo definido y con unas características y condiciones concertadas de manera grupal” (Ibídem, p. 28). Este instrumento fue un mediador para nosotras, de tal forma que el estudiante pudo recopilar en él las actividades desarrolladas durante las investigaciones matemáticas y dar cuenta del proceso realizado, los análisis y las inquietudes que se generaron durante el desarrollo del trabajo.

El instrumento más utilizado en nuestro proceso investigativo, tuvo lugar con los *procedimientos no escritos*, puesto que estos, presentaron las voces de los estudiantes protagonistas que hicieron parte de la investigación. En este procedimiento “[...] se incluyen observaciones, pruebas orales, entrevistas, construcciones gráficas o plásticas, escenificaciones, exposiciones en clase, simulaciones o modelaciones [...]” (Escobar, 2007, p. 30). Algunos de los procesos anteriormente mencionados surgieron en el aula durante todo el camino de las Investigaciones Matemáticas en el Aula y no solo al final, debido a que escuchar frecuentemente a los estudiantes, nos permitió que se generara un diálogo entre lo que planteábamos, los estudiantes desarrollaban y aprendían.

La observación se hizo indispensable en todo el proceso, puesto que a partir de ella detectamos todas las situaciones que ocurrían al interior del aula y de los grupos de trabajo. La observación por su parte “ha sido una de las técnicas más utilizadas por los investigadores sociales y por las personas que les corresponde evaluar actividades o

procesos activos, que sólo mediante la observación es posible percibirlos en toda su extensión o amplitud” (Cerdea (2000) citado por Escobar, 2007, p.30).

La ventaja de la observación reside en que esta posibilitó al estudiante “rectificar, fundamentar o aclarar cualquier tipo de respuestas realizadas por el maestro” (Escobar, 2007, p. 31). Además fue un proceso flexible, dinámico que amplió las relaciones fundamentales entre los estudiantes y el maestro. Durante el proceso investigativo, utilizamos las grabaciones de audio y video ya que fueron relevantes para llevar a cabo el análisis de los datos, puesto que nos posibilitaron otras formas de ver lo que pasaba en el aula de clase de forma directa.

4.5 Análisis de los datos

4.5.1 Método del estudio de caso

Tomamos el estudio de caso, que desde Stake (1999) nos posibilitó estudiar la evaluación al interior de una metodología de clase definida como fue las Investigaciones Matemáticas en el Aula, con el fin de aportar nuevos insumos al proceso evaluativo que posibilitó a los estudiantes mostrar la apropiación de los conceptos matemáticos dentro de esta metodología.

Partiendo de la idea de estudiar la teorías de la evaluación y de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, para nuestra comprensión y para mejorar algunos aspectos de ellas, fue pertinente tomar el estudio de casos instrumental, puesto que la intención general era estudiar un fenómeno o una teoría, más que un caso (sujeto) específico, aunque es importante aclarar que los sujetos participantes de la investigación fueron fundamentales

para los análisis que aquí se plantearon. Así Stake (1999) caracterizó el estudio de caso como “[...] una cuestión que se debe investigar, una situación paradójica, una necesidad de comprensión general [...]” (p. 16), es decir, los fenómenos que ocurrieron en el aula y las situaciones que pudieron llegar a generar una teoría en un contexto particular o general.

El estudio de casos instrumental fue de tipo cualitativo, ya que los instrumentos que utilizamos para realizar la observación y el análisis de la investigación tuvieron el propósito de producir y analizar una evaluación formativa que diera cuenta de los procesos de apropiación de los estudiantes dentro de la metodología de las Investigaciones Matemáticas en el Aula.

4.5.2 La triangulación

Por otra parte, para el análisis de datos utilizamos la triangulación, ya que pretendimos poner en conversación la teoría que se explicita en el trabajo, nuestras posturas como maestras investigadoras y los datos que produjeron los participantes de la investigación. Elegimos este método de análisis porque posibilitó una mirada desde diferentes ángulos, además con ello se eliminaron los sesgos que hubiéramos podido tener con una sola postura. De igual modo consideramos hacer la triangulación desde un inicio porque brindaba una mirada amplia de los hallazgos que se daban en la investigación, como lo afirma Denzin citado por Benavides & Gómez (2005, p. 120) “La triangulación no sólo sirve para validar la información, sino que se utiliza para ampliar y profundizar su comprensión”. En este sentido la triangulación fue una herramienta enriquecedora que le atribuyó a la investigación rigor, complejidad y profundidad en los análisis.



4.5.3 Las categorías emergentes

Como maestras en formación fuimos conscientes de la complejidad que implicaba trabajar, observar, influir, interpretar, analizar, cada uno de los comportamientos, actitudes y aptitudes de los estudiantes con los que a diario nos encontramos en el aula de clase. En ese sentido, concordamos con Holsti, 1968, citado por Porta & Silva, (2003) quien afirmaba que

El Análisis [...] nos ofrece la posibilidad de investigar sobre la naturaleza del discurso. Es un procedimiento que permite analizar y cuantificar los materiales de la comunicación humana. En general, puede analizarse con detalle y profundidad el contenido de cualquier comunicación: en código lingüístico oral, icónico, gestual, gestual signado, etc., y sea cual fuere el número de personas implicadas en la comunicación (una persona, diálogo, grupo restringido, comunicación de masas...), pudiendo emplear cualquier instrumento de compendio de datos como, por ejemplo, agendas, diarios, cartas, cuestionarios, encuestas, test proyectivos, libros, anuncios, entrevistas, radio, televisión. (p. 8)

En coherencia con lo anterior, pudimos especificar que los datos observados no sólo correspondían a las actitudes y comportamientos de los estudiantes con respecto a las actividades evaluativas e investigativas que llevábamos al interior del aula, sino que nos interesaba observarlos además, como sujetos que se veían influidos por su entorno ya que esto determinaba su comportamiento en la vida escolar.

Así, durante el análisis fueron surgiendo unas categorías emergentes que ponían en diálogo la evaluación formativa dentro de las fases de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, con la idea de clasificar y organizar para un mayor entendimiento, de ahí que asumimos la categorización como

La operación de clasificar los elementos de un conjunto a partir de ciertos criterios previamente definidos [...] no es una tarea mecánica, ya que los términos pueden no hacer



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

referencia a los significados que a primera vista expresan o manifiestan, sino estar fuertemente matizados por el contexto. (Porta & Silva, 2003, p. 12)

Es decir, nuestra idea principal fue organizar la información de acuerdo a lo que sucedía. A continuación contamos a grandes rasgos lo trabajado en cada categoría donde analizamos el conjunto de datos que hemos recopilado a lo largo de este proceso con el fin de dar respuesta a la necesidad de establecer coherencia entre una metodología de clase y la evaluación con la que se evidenciaron los aprendizajes de los estudiantes, dados al interior de esta metodología.



5. EVALUACIÓN FORMATIVA Y TRABAJO COLABORATIVO EN UN CONTEXTO DE INTRODUCCIÓN DE LAS TAREAS

Aprender es algo que los alumnos hacen, y no algo que se les hace a ellos. El aprendizaje no es un encuentro deportivo al que uno puede asistir como espectador. Requiere la participación directa y activa de los estudiantes. Al igual que los alpinistas, los alumnos escalan más fácilmente las cimas del aprendizaje cuando lo hacen formando parte de un equipo cooperativo

(Johnson, Johnson, & Holubec, 1995, p.3)

Como mencionamos en *Nuestra postura epistemológica*, la metodología de las Investigaciones Matemáticas en el Aula se lleva a cabo en tres fases; esta categoría corresponde a la primera de esas fases, la de la Introducción a las tareas. Aquí mostramos como se dio el proceso de evaluación formativa es esta primera fase –en la cual desarrollamos dos investigaciones, la primera investigación trató sobre la probabilidad y la segunda investigación estaba relacionada con las fracciones. En una primera instancia dejaremos claro qué es la *introducción de las tareas* al interior de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, en segunda instancia explicamos cómo se llevó a cabo el *proceso de evaluación formativa* al interior de esta fase y por último mostramos como fue el proceso de integración del *trabajo colaborativo* en la evaluación realizada.

Teniendo en cuenta que se llevaron a cabo dos investigaciones, a continuación describimos cómo se hizo la introducción de las tareas y el proceso de evaluación formativa al interior de cada una de estas, y por último analizamos los aspectos relevantes del trabajo colaborativo, en conjunto.



Inicialmente describimos la introducción de la tareas, que es la fase en la cual

“El profesor tiene que garantizar que los estudiantes entiendan el sentido de la tarea propuesta y aquello que de ellos se espera en el transcurso de la actividad” (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p. 26), de aquí que en esta fase el maestro no sólo haya dejado claro lo que se buscaba como desempeño del estudiante, además el estudiante se debía comprometer a responder lo que se buscaba con la investigación. Esto implicaba que lo que debía quedar claro en esta primera fase era el rol del estudiante como investigador al interior de esta metodología de clase.

La introducción a esta fase fue de alguna forma sencilla ya que los estudiantes estaban familiarizados con la metodología de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, puesto que venían trabajando con esta desde el 2012, cuando estaban en tercer grado; por tanto, nuestro foco de atención se centró en explicar las actividades que los estudiantes debían desarrollar al interior de las investigaciones. Así, para iniciar todo el proceso investigativo, realizamos una cartelera en la que los estudiantes describían las actitudes y características de un investigador, lo que nos permitió despertar el interés de ellos hacia la investigación. Al respecto Ponte, Brocardo y Oliveira (2009) plantean que la idea de

Incentivar a los estudiantes a ser “pequeños exploradores” o a “partir al descubrimiento” son metáforas que transmiten el sentido de investigación y que ayudan a marcar la diferencia en relación a las tareas a las que los estudiantes están más habituados (p. 27)

Como consecuencia de lo anterior, resaltamos el hecho de que cada uno haya escrito y pegado en la cartelera una característica que ellos como investigadores creían tener, como se muestra en la ilustración.

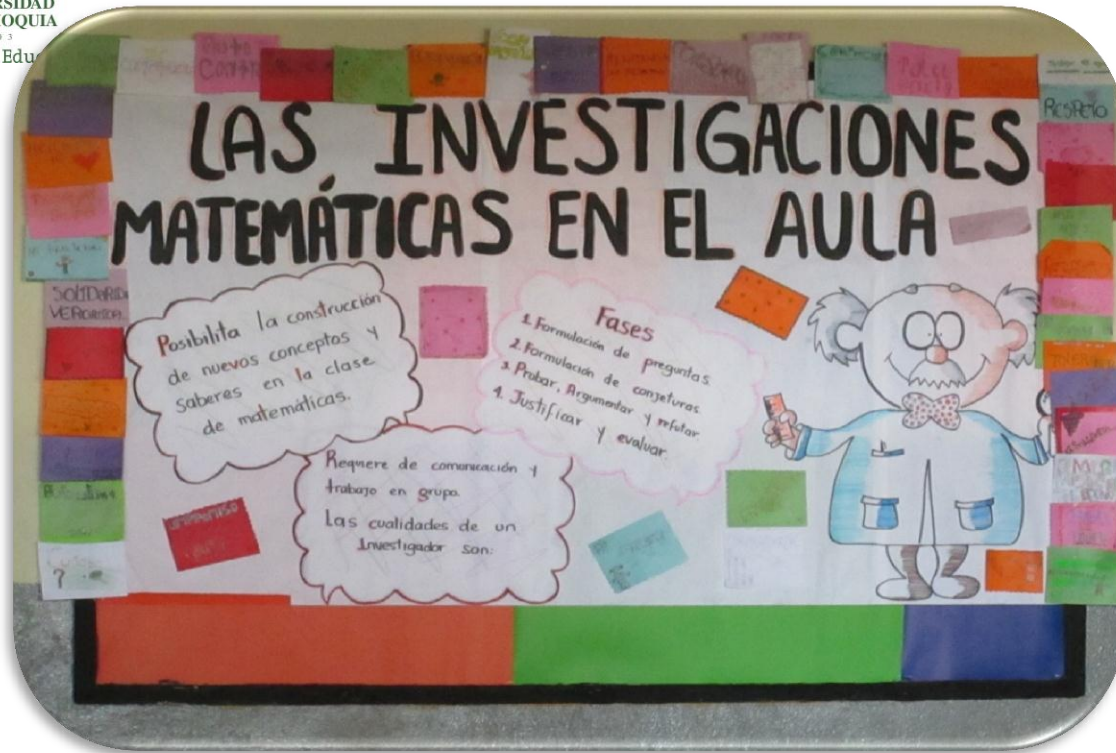


Ilustración 4. Cartelera Investigaciones Matemáticas en el Aula. Actividad de Introducción de las tareas, primera investigación.

Para hacer la introducción de las tareas de la primera investigación relacionada con la probabilidad, realizamos un cuestionario KPSI con la idea de cotejar las ideas que los estudiantes tenían acerca de los conceptos de probabilidad, experimento aleatorio, experimento determinista, frecuencia absoluta y frecuencia relativa. Este KPSI llamado “Aprendamos Jugando con Probabilidad” buscaba que los estudiantes reconocieran sus conocimientos alrededor del tema, en sus diferentes niveles.

Juan

Manuel

Valencia

Mateo

INSTITUCIÓN EDUCATIVA RAMÓN MÚNERA LOPERA
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA
GRADO QUINTO
PRÁCTICA PEDAGÓGICA II
EVALUACIÓN DIAGNÓSTICA

APRENDAMOS JUGANDO SOBRE PROBABILIDAD

CUESTIONARIO KPSI

Lee las siguientes categorías:

1. Se lo podría explicar a mis compañeros //
2. Lo entiendo, pero no sería capaz de explicarlo]
3. Me quedaron dudas /
4. No lo entiendo t

Según lo anterior, marque con una X en el recuadro que corresponda a su nivel de conocimiento, de acuerdo a las afirmaciones:

Afirmaciones	1	2	3	4
La probabilidad de que un evento suceda se entiende como las posibilidades que hay de que pase.				X
Un experimento aleatorio es un procedimiento en el cual no se sabe con seguridad cuál será el resultado final.	X			
Un experimento determinista es un procedimiento en el cual se sabe con seguridad cuál será el resultado final.			X	
La frecuencia absoluta es la cantidad de veces que se repite un dato o valor dentro del experimento.	X			
La frecuencia relativa es la relación cociente entre la frecuencia absoluta y el total de respuestas del experimento.		X		

Ilustración 5. Actividad KPSI, Introducción de las tareas, primera investigación: Probabilidad.

En el primer nivel, el estudiante estaría en la capacidad de explicarlo a un compañero, en el segundo nivel el estudiante lo entiende pero no es capaz de explicarlo, en

el tercer nivel el estudiante tiene duda con respecto a estos conceptos y en el cuarto nivel en el estudiante no lo entiende.

Luego de analizar con los estudiantes los datos registrados y descubrir que poseían pocos conocimientos al respecto, puesto que la mayoría de las respuestas a las afirmaciones se encontraban entre el tercer y cuarto nivel, ellos plantearon preguntas acerca de esos conceptos que no recordaban; sumado a esto, Ponte, Brocardo y Oliveira (2009) plantean que “Esas primeras constataciones nos llevan a otro nivel que es el de la formulación de las preguntas” (p, 28); en ese momento, surgieron interrogantes tales como

¿Es lo mismo hablar de frecuencia relativa y frecuencia absoluta?

(Isabella Aguirre, socialización KPSI, 28 de abril de 2014)

Generando esto que otros compañeros se unieran a realizar preguntas relacionadas con el tema de la probabilidad.

El proceso de la formulación de las preguntas de investigación, se llevó a cabo durante dos clases de matemáticas, en el primer bloque se realizó la preparación de la cartelera y el KPSI, el cuál parafraseando a Arellano, Jara, Merino, Quintanilla & Cuellar (2008) posibilita conocer lo que los estudiantes creen que saben o piensan sobre determinados conocimientos matemáticos, bajo ambientes que tienen la intención de aprendizaje. Y en el segundo bloque se llevó a cabo con los estudiantes, un proceso de socialización de las preguntas e inquietudes.

Consideramos importante resaltar la voz de los estudiantes cuando expresan sus preguntas, ya que allí es donde observamos las dudas que tienen, sus ideas, el interés por el saber; al respecto Ponte, Brocardo & Oliveira (2009) consideran que

Es fundamental que el estudiante sienta la voluntad y se le dé el tiempo para hacer sus preguntas, pensar, explorar sus ideas y expresar tanto al profesor como a sus colegas. El estudiante debe sentir que sus ideas son valoradas y que se espera que las discutan con los colegas, no siendo necesaria la evaluación constante por parte del profesor (p, 28)

En relación con lo anterior, sintetizamos todas las preguntas que surgieron durante la socialización de los estudiantes con respecto a los conceptos de probabilidad, donde Juan Manuel en medio de su interés preguntó

¿Posibilidad y probabilidad son lo mismo? (Juan Manuel Valencia, Socialización KPSI, 28 de abril de 2014)

Evidenciamos por tanto que la pregunta de Juan Manuel se refería a las inseguridades que tenían varios estudiantes de los conceptos cuestionados, en este sentido y desde el punto de vista evaluativo “La evaluación debe ser el momento en el que, además de las adquisiciones, también afloran las dudas, las inseguridades, las ignorancias, si realmente hay intención de superarlas” (Álvarez, 2001, p.13), por ende, nos dimos cuenta de que la intención de ellos era aprender acerca de estos conceptos y aclarar todas las dudas que tenían al respecto.

Durante esta socialización, planteamos a los estudiantes que la investigación se realizaría en grupos y del mismo modo las evaluaciones; de acuerdo con esto, Álvarez (2001) aclara que “Si los alumnos participan en clase trabajando habitualmente en grupo, es consecuente que participen en grupo en el momento para ellos más decisivo de la

evaluación, en la que conviene incluir el de la calificación” (p.16), puesto que nuestra intención, fue integrar una evaluación coherente con la metodología que se llevaba a cabo, en este caso, con la primera fase de las investigaciones.

En consecuencia de la actividad anterior, y por interés de los estudiantes, la pregunta de investigación que planteó Juan Manuel Valencia: “¿*posibilidad y probabilidad es lo mismo?*”, se tornó en la pregunta de investigación, debido a que algunos estudiantes se adhirieron a esta cuando él la dijo. Dado que fue sólo una pregunta de investigación, todos los grupos investigaron en torno a esta. En cuanto a la segunda investigación, surgió de la forma como narramos a continuación.

El objetivo de la primera actividad de la segunda investigación relacionada con las fracciones era introducir a los estudiantes a la fase inicial de las Investigaciones Matemáticas en el Aula. De allí que las actividades que se plantearon tenían como objetivo mostrar a los estudiantes algunas formas de ver las fracciones en diferentes contextos de su vida cotidiana.

En la Introducción de la tareas de esta segunda investigación, efectuamos la lectura en voz alta, del cuento “El faraón y los camellos” (cuento adaptado del capítulo III del libro “El hombre que calculaba” de Malba Tahan, 2012) sin que los estudiantes estuvieran reunidos en los grupos de investigación, luego de ello les solicitamos que se reunieran en los grupos y que realizaran nuevamente la lectura para que así respondieran las preguntas que allí planteamos.



OBJETIVO: Introducir a los estudiantes a la fase inicial de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, teniendo en cuenta las fracciones como tema principal.

1. Se le pide a los estudiantes que se reúnan en los grupos de investigación ya conformados desde principio de año, de tal forma que respondan las preguntas que están durante la lectura del cuento.

El faraón y los camellos

Hace mucho tiempo, en uno de los lugares más hermosos de Egipto estaba el faraón Berek construyendo la pirámide donde sería enterrado junto con los tesoros obtenidos durante toda su vida. Era un faraón egoísta, todos lo sabían, pero nadie se atrevía a decir nada. Berek tenía tres hijos y había escrito en su testamento que al momento de morir debía ser enterrado con sus pertenencias materiales y que los 35 camellos debían ser repartidos de la siguiente manera; al hijo mayor le correspondía la mitad de los camellos por ser el más fuerte y el consentido, al hijo del medio, le correspondía la tercera parte por ser perezoso y un don Juan, y al tercer hijo le dejó la novena parte por ser un hijo ilegítimo.

Como llevaba años sin llover y se veía en el horizonte una nube oscura, Berek ^{la} esa noche en vísperas de su muerte decidió ir a alabar a el dios mayor de Egipto llamado Rha. Cuando estaba en el desierto de regreso a su casa, vino sobre él y sus esclavos una fuerte tormenta seguida de una plaga de langostas que lo dejaron como una momia fresca.

Los esclavos sobrevivientes del ataque fueron quienes llevaron a cabo el entierro en la pirámide que el mismo Berek había construido. Sus hijos al enterarse del deceso de su padre, visitaron al visir para realizar la lectura del testamento en el que se encontraron con la gran sorpresa de que no serían premiados con las riquezas de su padre sino por el contrario se llevarían unos viejos, pulgosos y cansados camellos.

Los hijos preocupados por esta situación (¿Por qué se preocuparon los hijos del faraón?) estaban hablando en el oasis sobre esto, cuando de repente llegó un contador montado en un camello. Él hombre escuchó la conversación y la preocupación de los muchachos y les preguntó los motivos de las caras tristes. El mayor de los hijos, Obama, dijo que su padre había muerto hace poco y que debían repartir los 35 camellos que les había dejado su padre como herencia, pero que veían la dificultad de que 35 no era un número par, ni múltiplo de tres lo que implicaba dar al primer hijo 17 camellos y medio, al segundo 11 camellos y pedazo y al tercero 3 camellos y el pedazo restante. El contador muerto de risa no vio ningún problema al resolver esta situación, poniendo el camello de él dentro de la herencia quedaban con 36 camellos e inmediatamente se inició con la repartición de los camellos como su padre lo había indicado. ¿Cómo repartió el contador los camellos?

Ilustración 6. Actividad “El faraón y los camellos”, Introducción a las tareas, segunda investigación: Las fracciones



A partir de esta actividad, se les planteó a los estudiantes unas preguntas que se remitían de manera general a aspectos cotidianos de las fracciones, de modo que ellos se cuestionaran sobre la forma de verlas en otros espacios diferentes al académico y más de sus vidas cotidianas. Por ende, parafraseando a Ponte, Brocardo y Oliveira (2009), no se le planteó al estudiante una sola pregunta de investigación para que él la respondiera resolviendo cálculos, sino que las preguntas que se hicieron los llevaban a cuestionarse sobre la existencia de las fracciones fuera de la escuela.

A partir de esto, los estudiantes presentaron dificultad para comprender la primer pregunta (ver ilustración 5), por ello, fue necesario que nos distribuyéramos en los diferentes grupos de investigación para aclarar el contexto del cuento y la importancia que cumplía la repartición de los camellos. En este sentido, “[...] la lectura conjunta del enunciado puede ser indispensable para su buena comprensión, incluso si sólo es para esclarecer ciertos términos con los que no están familiarizados” (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p, 26). En consecuencia con ello, los estudiantes comprendieron que la preocupación de los hijos del faraón radicaba en que 35 no era un número par o divisible por tres y que existía el riesgo de partir un camello por la mitad para poder repartirlo entre ellos.

Al respecto, el grupo de Isabella expresó que,

Si al primer hijo se le da la mitad de los camellos, toca dividir 35 entre 2, [...] si al segundo se le da la tercera parte entonces es una de tres [...] y si al tercer hijo le dan la novena parte, le corresponden una de nueve (Isabella Aguirre, Actividad “El faraón y los camellos”, 11 de agosto de 2014)

Observamos entonces que los estudiantes reconocían la mitad, la tercera parte y la novena parte en sus representaciones numéricas y que estaban en capacidad de representarlas gráficamente.

Luego de este reconocimiento, la preocupación de los estudiantes se centró en ver cuántos camellos le correspondían numéricamente a cada hijo. De aquí resaltamos que se generaron discusiones al interior de los equipos, en las que los estudiantes participaban para lograr responder a las preguntas. Al respecto Ponte, Brocardo y Oliveira (2009) afirman que

No debemos olvidar, sin embargo, que la interpretación de la tarea debe ser, ella misma, uno de los objetivos de las clases, por lo que, gradualmente, debe esperarse que el estudiante la realice de forma autónoma o con sus colegas (p, 28)

Del mismo modo “Los estudiantes deben saber que pueden contar con el apoyo del profesor, pero que la actividad depende esencialmente de su propia iniciativa” (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p, 28) puesto que cuando se presentaron estas discusiones fue necesario que la maestra Astrid asumiera un papel de orientadora y mediadora al interior de los grupos.

Un ejemplo de lo dicho anteriormente se dio en uno de los grupos de investigación, cuando empezaron a discutir acerca de la repartición de los camellos, como lo vemos aquí,

¿Por qué les preocupaba repartir los camellos?” Yeidy.

Porque tenían que repartir los camellos y no era en partes iguales. Juan Esteban.

Y entonces alguien que iba caminando por el desierto y se los encontró, puso un camello dentro de la herencia Sebastián Agudelo.

Pero ese no era el problema, es que para repartirlos por igual, 35 tenía que ser de la tabla del (múltiplo de) 3. Juan Manuel Valencia.

Pero el que se encontraron era un contador, y él los escuchó y es que si dividían los 35 camellos a la mitad había tocado cortar un camello en dos. Sebastián Agudelo.

¿Y por qué a la mitad? Yeidy

Porque diecisiete camellos y medio es la mitad de 35 que le corresponden al (hijo) mayor Sebastián Agudelo.

(Discusión Actividad “El faraón y los camellos” 14 de agosto de 2014)

En esta discusión observamos que era necesaria la presencia del maestro y su papel como orientador, de forma que no solucionara las inquietudes de los estudiantes, sino que orientara la discusión cuestionándolos para que reflexionaran sobre las actividades que se les plantearon. Por lo que Álvarez (2001, p. 16) afirma que “La presencia de los miembros del equipo con los que el sujeto de evaluación ha trabajado, más la presencia del profesor, pueden garantizar formas de participación democrática que refuerzan papeles de responsabilidad asumida y compartida”. Con esto estamos diciendo que la participación de los estudiantes en las discusiones del grupo hacía que todos se vincularan y comprometieran con la solución de las actividades propuestas, es decir que parafraseando a

Álvarez, (2001), mientras el estudiante participa de la evaluación propia y de la de sus compañeros, surge la responsabilidad.

Resaltamos aquí, que durante el transcurso de esta actividad descubrimos que era fundamental llevar a cabo en simultánea el proceso de evaluación y por esto acordamos con Álvarez (2001, p. 68) que fue necesario “[...] multiplicar las fuentes de información, sea cual sea el recurso que se emplee: examen, entrevistas, observación, trabajos y tareas, exposiciones, diálogos, diarios, carpetas de trabajo, ejercicios en clase” que brindaron una información más detallada de los aprendizajes y apropiaciones que constituyeron los estudiantes como resultado de la investigación.

Durante la aplicación de las preguntas y orientaciones nuestras pudimos descubrir la pluralidad de respuestas y argumentos que ofrecían los estudiantes a las preguntas planteadas. En algunos de los casos las respuestas que obtuvimos no eran coherentes con las respuestas que esperábamos, ello nos llevó a pensar como Álvarez (2001), que

En los niveles básicos de educación, evaluamos porque queremos conocer. Con esa intencionalidad esencial la evaluación educativa puede desempeñar las funciones formativas que está llamada a desempeñar, lejos de otras intenciones menos explícitas, que acaban convirtiendo a la evaluación en instrumento de selección y de exclusión (p. 75)

En este caso descubrimos la existencia de otros argumentos que evidenciaban otros conocimientos y que aunque no cumplían con las respuestas que esperábamos, eran conocimientos legítimos que tenían validez y debían poseer valor en el momento de una calificación. Al respecto Álvarez (2001, p. 108) plantea que “La evaluación y la información en que se basa deben llevar al profesor a comprender el punto de vista del alumno y tenerlo en cuenta en el momento de tomar decisiones”. En consecuencia con lo

anterior fuimos conscientes de que cerrarnos a las posibles respuestas de los estudiantes, era coartar tanto su imaginación como la validez y aplicabilidad de sus *otros* conocimientos en las actividades que planteamos.

Por ello, al surgir respuestas (respecto de la repartición de los camellos) como la siguiente,

Pero los podían cortar con un machete y los vendían como carne y se repartían la plata, porque la plata si se puede repartir (Sebastián Agudelo, Actividad “El faraón y los camellos”, 25 de agosto de 2014)

Concluimos que era necesario que los estudiantes investigaran las fracciones en diversos contextos, porque cuestiones como las fracciones en el dinero, en los deportes o en la misma casa les permitirían a los estudiantes apropiarse de estos conocimientos, teniendo más claridades al respecto. Entonces, teniendo en cuenta los gustos e intereses de los estudiantes y con estos, los temas que podrían motivar su curiosidad, puesto que ella “es el trampolín que impulsa el aprendizaje significativo”, (Álvarez, 2001, p. 119); planteamos y distribuimos las siguientes preguntas de investigación:

- ¿Cómo veían las fracciones en la casa?
- ¿Cómo veían las fracciones en los deportes?

Preguntas éstas que reunían otras miradas de ver las fracciones, diferentes a las académicas, pero que son necesarias en la preparación y formación social de los estudiantes.

De lo anterior resaltamos que, parafraseando a Ponte, Brocardo & Oliveira (2009) la motivación del estudiante puede surgir de que sus ideas sean valoradas sin que estén constantemente bajo la mira examinadora del maestro; así como el hecho que Álvarez (2001) plantea que,

Si aseguramos a través del examen que los alumnos adquirieran actitudes y comportamientos autónomos de aprendizaje y desarrollen sus propias capacidades y actitudes hacia el aprender y las cualidades que alimentan la curiosidad y el interés, estaremos en el buen camino de las preguntas que merecen ser respondidas. (p.118)

Como mencionamos anteriormente, las investigaciones realizadas durante nuestra práctica pedagógica se llevaron a cabo en grupo, lo que posibilitó el aprendizaje y la oportunidad de abrir caminos nuevos e interesantes en cuanto a la apropiación del conocimiento, además se fortalecieron las relaciones entre los estudiantes, hecho que de algún modo facilitó que el esfuerzo fuera colectivo, y el aprendizaje se hiciera colaborativamente, cada uno desde su rol al interior del grupo de investigación. Al respecto Johnson, Johnson, & Holubec (1999) nos dicen que, “Aprender requiere la participación directa y activa de los estudiantes. Al igual que los alpinistas, los alumnos escalan más fácilmente las cimas del aprendizaje cuando lo hacen formando parte de un grupo [colaborativo]” (p. 14).



**Ilustración 7. Actividad “El faraón y los camellos”,
Introducción a las tareas,
segunda investigación: Las
fracciones.**

Precisamos que al hacer la evaluación grupal no sólo estábamos mirando el proceder de un grupo, sino también el de cada individuo dentro de este mismo, con el propósito de ver los aportes de cada uno a las investigaciones que se estaban iniciando. Esta forma de evaluar nos muestra que cada uno de los integrantes del grupo debió asumir un papel de organización que buscaba estructurar las labores logísticas de la investigación, (en este caso, el encargado de leer, el encargado del tiempo, el encargado de escribir) sin dividir las tareas propias de la investigación.

Como lo mencionamos anteriormente, los grupos de investigación ya estaban conformados cuando se inició nuestra práctica pedagógica; y esto ayudó a que se fortalecieran las dinámicas del trabajo colaborativo, lo que posibilitó, como lo menciona Lucero (2003) citada por Sacristán, Parada, & Olivera (2013), que los estudiantes desarrollaran habilidades personales y sociales, logrando que cada uno se sintiera responsable por el aprendizaje de sus compañeros.

Observamos también que el trabajo colaborativo llevado a cabo por los estudiantes al interior de las Investigaciones Matemáticas en el Aula se integró a la evaluación formativa, porque asumimos la evaluación como una actividad inherente a la actividad educativa y puesto que los grupos de investigación cumplían con las características que nombramos, parafraseamos a Prendes (2003) para quien, en el trabajo colaborativo

- Se persigue el logro de objetivos a través de la realización (individual y conjunta) de tareas.
- Existe una interdependencia positiva entre los sujetos, que estimula los aprendizajes.



- El trabajo colaborativo exige a los participantes: habilidades comunicativas, técnicas interpersonales; relaciones simétricas y recíprocas; y deseos de compartir la resolución de la tarea (responsabilidad individual en el logro del éxito del grupo).
- Situación social de interacción entre grupos heterogéneos de sujetos.

De lo anterior, caracterizamos el trabajo colaborativo como aquel que posibilitó la consecución de objetivos comunes, destacamos el fortalecimiento de todos los estudiantes en sus capacidades comunicativas, en sus relaciones sociales y por último el respeto por la individualidad de los sujetos.

Como aspecto importante, resaltamos la individualidad de cada estudiante posibilitando que cada uno orientara sus esfuerzos, dependiendo de sus intereses a la hora de apropiarse el conocimiento al interior de cada una de las investigaciones. Por ende, para que se diera el aprendizaje dentro del trabajo colaborativo fue primordial tener presente los principios que plantean Sacristán, Parada, & Olivera (2013), los cuales son:

[...] una correcta articulación consistente en que los miembros del grupo puedan comprender y apropiarse de las diversas ideas individuales; una mecánica de conflicto consistente en que el proceso de resolver desacuerdos estimule un proceso de justificación y negociación; y finalmente un principio de construcción basado en tener objetivos cognitivos comunes, que lleva a resultados a través de un proceso de elaboración, reformulación y construcción conjunta. (p. 152)

En consecuencia, evidenciamos que los estudiantes en el momento de las socializaciones (momento evaluativo), respondieron a algunos de los principios anteriormente mencionados, ya que buscaron, a partir de las actividades las preguntas de investigación que les interesaban a cada uno de los grupos y que fueron establecidas en común acuerdo.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

De todo lo descrito en esta primera categoría, concluimos que el trabajo colaborativo -tanto en la introducción de las tareas como en los procesos evaluativos- posibilitó que los estudiantes se pensarán preguntas acerca de la probabilidad y las fracciones, mediante sus discusiones, reflexiones, diálogos, evaluaciones, tanto individuales como grupales, que respondieran a los intereses y dificultades comunes que tenían con respecto a estos conceptos matemáticos.

A continuación describimos, cómo se llevó a cabo la segunda categoría con respecto al desarrollo de las tareas dentro de las Investigaciones Matemáticas en el Aula y en la evaluación formativa, mediadas por el trabajo colaborativo.



6. DE CONJETURAS A CONCLUSIONES, EVALUACIÓN FORMATIVA DENTRO DEL TRABAJO COLABORATIVO

La matemática es el trabajo del espíritu humano que ésta destinado tanto a estudiar como a conocer, tanto a buscar la verdad como a encontrarla

Evaniste Galois

En esta segunda categoría, correspondiente al Desarrollo de las tareas de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, describiremos cómo se dio el proceso de evaluación formativa al interior de esta fase. Para el desarrollo de ésta, continuamos con las investigaciones que se iniciaron en la primera categoría (probabilidad, fracciones). En primer lugar describiremos el significado del desarrollo de las tareas al interior de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, luego explicaremos cómo se llevó a cabo el proceso de la evaluación formativa en esta fase y por último mostraremos como fue el proceso de integración del trabajo colaborativo en la evaluación realizada. Primero describimos el desarrollo de las tareas y el proceso evaluativo en cada investigación y por último narramos los aspectos relevantes del trabajo colaborativo en conjunto.

Inicialmente, la fase del Desarrollo de las Tareas tiene que ver con el momento en el que los estudiantes reunidos en sus grupos empiezan a reflexionar cómo van a resolver las preguntas de investigación; es decir, siguiendo a Ponte, Brocardo & Oliveira (2009, p. 29) “Cuando se propone una tarea de investigación, se espera que los estudiantes puedan, de una manera más o menos consciente, utilizar los diferentes procesos que caracterizan a la actividad investigativa en matemáticas”. Es así, como al interior de los grupos se generan



discusiones que originan el desarrollo de procesos mediante los cuales se fundamenta la investigación, como la exploración y formulación de preguntas, la formulación de conjeturas, la prueba y la reformulación de conjeturas y además, la justificación de conjeturas y la evaluación del trabajo; todos estos procesos presentes en esta segunda fase según Ponte, Brocardo & Oliveira (2009).

Analizando los procesos anteriormente mencionados, la exploración y formulación de preguntas se refiere al momento inicial de la fase anterior en el que se plantearon las preguntas de investigación. Las conjeturas, que tomamos como las ideas que les surgen a los estudiantes como respuestas a las preguntas de investigación, que pueden ser o no ciertas y dar o no respuesta a estas investigaciones, surgen de diversas formas como consecuencia de la actividad del estudiante en interacción con el otro. De allí que Ponte, Brocardo y Oliveira (2009, p. 33), plantean que “[La formulación de] las conjeturas pueden surgir de diversas formas, por ejemplo, por observación directa de los datos, por manipulación de los datos o por analogías con otras conjeturas”. Por lo tanto “[...] Algunas conjeturas son apenas parcialmente verbalizadas, existiendo un lenguaje gestual que complementa aquello que el estudiante no dice” (Ibídem, p. 33) entonces es labor del maestro estar en capacidad de traducir estas conjeturas.

Por otra parte, el proceso de prueba y reformulación de conjeturas se refiere al momento en el que los estudiantes buscan datos, exploran, consultan, de modo que prueben la veracidad de los planteamientos, y la validez de las conjeturas como respuestas a las preguntas de investigación. Acciones como la confrontación, las discusiones y los consensos son determinantes para hallar puntos en común que respondan a las necesidades de la clase en materia de investigación. En este momento de las investigaciones, la prueba



de las conjeturas se presenta de manera práctica puesto que los estudiantes tienen experiencia investigando, de este modo interiorizan con facilidad las acciones que deben seguir para apuntar a los hallazgos investigativos que están buscando. Como lo explican Ponte, Brocardo y Oliveira, (2009, p, 33), “Esto es, la manipulación de los datos comienza a apuntar en el sentido de cierta conjetura para luego ser refutada en el caso de que no sea cierta”, de este modo todo el interés del grupo se enfoca en la reformulación de estas conjeturas.

En cuanto al proceso de justificación de las conjeturas, esta se refiere al momento culmen de esta fase, en el que el estudiante prepara los argumentos para sustentar la validez de sus conjeturas y darle el carácter de conclusión, puesto que como plantean Ponte, Brocardo y Oliveira (2009),

[...] es necesario insistir en la realización de las pruebas de las conjeturas, de hecho, una conjetura parece tornarse más creíble a medida a que se resiste a pruebas sucesivas, por otro lado, los estudiantes deben comprender que la prueba, por si sola, no confiere el estatuto de conclusión a sus resultados. (p, 38)

Por lo que se hace necesario que en esta fase los estudiantes se llenen de argumentos para justificar sus conjeturas y demostrar si sus hallazgos son pertinentes para continuar con el proceso investigativo, sin pensar que por eso ya concluyeron la investigación, y no necesitan buscar más.

En lo correspondiente al último proceso, la evaluación del trabajo de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, nosotras lo realizamos y la incluimos durante todas las fases de la investigación.

Luego de esta descripción, continuamos con el desarrollo de las tareas de estas investigaciones. La primera de ellas fue acerca de la investigación en probabilidad. Durante el desarrollo de esta, los estudiantes realizaron dos juegos: *Avanzando en las motos*, y *Sube y baja en las escalas*, cuyo objetivo era explorar los conceptos de probabilidad que se presentaban al interior de dichos juegos como aportes a esta investigación. Para el desarrollo de estos juegos, la mitad de los grupos del salón jugaron *Avanzando en las motos* y la otra mitad, *Sube y baja en las escalas*.

El juego *Avanzando en las motos*, consistía en que cada estudiante del grupo de investigación escogía un número entre 0 y 5 (que eran las posibilidades de la diferencia entre los dos dados al lanzarlos) y apostaban a ese número, creyendo que con él ganarían. Luego registraban los datos obtenidos en el juego y tomaban decisiones para posteriores apuestas. El juego se realizaba en tres carreras, al final de las cuales debían responder unas preguntas que formaban parte de la evaluación.

El otro juego, *Sube y baja en las escalas*, consistía en que cada integrante del grupo debía ubicarse en la posición central del tablero y lanzar la moneda diez veces. Avanzaba hacia adelante si obtenía cara o avanzaba hacia atrás si obtenía sello.

Nuestra intención con estos juegos fue mostrar las diversas formas en las que los estudiantes podían ver la probabilidad de la ocurrencia de un evento, para que orientaran sus esfuerzos en conjeturar sus ideas sobre esta investigación. Pudimos ver que en el desarrollo del juego *Avanzando en las motos*, surgieron varias inquietudes a lo largo del juego, ya que, la probabilidad de que ganara cualquier número era diferente. Al respecto, los estudiantes empezaron a conjeturar cómo era más posible que salieran las diferencias 0,

1, 2 e incluso 3, y eso hacía que quisieran modificar sus apuestas. Así, una de las estudiantes expresa

No es la misma posibilidad apostar por el cero que por otro número, porque salen más veces los del 0, 1, 2, 3 (Doris Gutiérrez, Juego Avanzando en las motos, 5 de mayo de 2014).

Al empezar el juego, los estudiantes pensaban que todos tenían iguales posibilidades de ganar y hacían conjeturas sobre los resultados esperados. Sin embargo, en el transcurso de la primera ronda del juego comprobaron que sólo algunos números tenían mayor frecuencia de salida, y así su probabilidad de éxito era restringida por la escogencia de estos números. Al respecto, Ponte, Brocardo y Oliveira (2009, p. 38), afirman que “A medida que los estudiantes van interiorizando la necesidad de justificar sus afirmaciones y que sus herramientas matemáticas van siendo más sofisticadas, se va tornando más fácil realizar pequeñas pruebas matemáticas” por lo que los estudiantes notaron los sesgos en los resultados en el momento de la experimentación.

Del mismo modo, observamos que la comprobación matemática hecha por los estudiantes surgió por los resultados que obtuvieron y su deseo de explicar el comportamiento de estos, de allí que,

Solamente el trabajo continuado con este tipo de tareas [prueba de las conjeturas] puede llevar a los estudiantes a comprender la necesidad de justificar matemáticamente sus afirmaciones- en lugar de solicitar este pedido como una extraña imposición por parte del maestro. (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p. 40).

Lo que significó para nosotras la posibilidad de orientar sus inquietudes, sin darles las respuestas que ellos encontraron por sus propios medios, y que determinaron la prueba

de estas conjeturas. En consecuencia, Ponte, Brocardo y Oliveira (2009), explicitan la labor del maestro en cuanto que este

Necesita estar atento a todo este proceso de formulación y prueba de conjeturas, para garantizar que los estudiantes van evolucionando en la realización de las investigaciones. De este modo depende de él colocar a los estudiantes preguntas que los estimulen a mirar otras direcciones y los hagan reflexionar sobre aquello que están haciendo (p, 36)

En este caso, el papel del maestro no es el de investigador central, sino el de orientador, pues es quien posibilita al estudiante corregir el rumbo cuando sus planteamientos no apuntan a lo que persiguen, brindando la oportunidad de reflexionar sobre sus objetivos. En palabras de nuestra maestra cooperadora

Mi papel como maestra dentro de las Investigaciones Matemáticas en el Aula está orientado a estimular la curiosidad de los estudiantes, a través de preguntas, de situaciones y experiencias que cuestionen la hipótesis inicial de conceptos con el fin de estimular la reflexión y autonomía de los estudiantes (Astrid Cano, entrevista, 20 de mayo de 2014).

Por tanto, nos hicimos conscientes de la influencia que tenía nuestro papel como formadoras en los procesos de apropiación del conocimiento de los estudiantes.

Fue así como en el transcurso de este juego los estudiantes se hicieron conscientes de que era necesario reformular las conjeturas y fundamentar las nuevas matemáticamente pues surgieron preguntas como:

¿Podemos apostar por otro número? Porque me di cuenta que otros números caen más que el que elegí primero. (Paola Granada, Juego Avanzando en las motos, 5 de mayo de 2014).

En ese momento, la estudiante evidenció una noción de probabilidad como la oportunidad que tenía de ganar, y comprendió que era posible mejorar esa probabilidad si apostaba por otro número. De aquí fue fundamental que “[...] el profesor procure llevar a los estudiantes a comprender el carácter provisional de las conjeturas” (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p, 38), de modo que el estudiantes fuera consciente de que las matemáticas no poseen verdades absolutas, y que el rumbo de una investigación puede cambiar, sin que ello signifique que se ha fracasado en lo que se ha hecho.

Por otra parte, en el juego *Sube y baja en las escalas*, surgieron preguntas acerca de la probabilidad que a diferencia del anterior, en este era igual de probable obtener cara o sello en un lanzamiento; eso implicaba que era igual de probable avanzar hacia adelante o hacia atrás. Entonces, mientras los estudiantes conjeturaban que

Es igual de posible que le salga a uno cara o sello, porque son dos caras de una misma moneda, pero nos han caído más caras que sellos. (Stefania Salas, Juegos Sube y baja en las escalas, 12 de mayo de 2014)

Encontramos que, “[...] Los estudiantes procuran integrar sus conocimientos matemáticos en la investigación, algo que el profesor debe estimular en el discurso de la clase”, (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p, 32). De este modo, mientras los estudiantes vinculaban las matemáticas a las actividades que se les planteaban, nosotras -como maestras investigadoras- tuvimos presente continuamente que toda labor del estudiante nos brindaba información que podíamos tomar como evaluación, en cualquier momento del proceso de aprendizaje. Por esto, consideramos como Álvarez (2001) que,

Si de la evaluación hacemos un ejercicio continuo, no hay razón para el fracaso, pues siempre llegaremos a tiempo para actuar e intervenir inteligentemente en el momento oportuno, cuando el sujeto necesita nuestra orientación y nuestra ayuda para evitar que cualquier fallo detectado se convierta en definitivo (p.15).

Retomando lo anterior, y teniendo en cuenta el carácter continuo de la evaluación, durante el desarrollo de los juegos, cuestionamos a los estudiantes tanto sobre la práctica del juego, como sobre los conceptos de probabilidad que abordaron en su ejecución, posibilitándoles las diferentes formas de razonamiento en sus respuestas; obteniendo las siguientes afirmaciones:

¿Consideras que tanto los que avanzan hacia arriba como los que avanzan hacia abajo, ganan el juego? ¿Por qué? (Pregunta formulada en el juego “Sube y baja en las escalas”, 12 de mayo de 2014)

Sí, porque no hay una meta de llegada. Isabella Aguirre, juego (Sube y baja en las escalas, 12 de mayo de 2014)

Sí, porque sacar cara no es sólo para ganar, y el que saca sello también está jugando, además ganar no es siempre subir y perder no es siempre bajar. (Yesmith Prasca, juego “Sube y baja en las escalas”, 12 de mayo de 2014)

Rescatamos la voz de los estudiantes para subrayar que la labor del maestro en el aula de clase, no sólo se debe centrar en posibilitar la apropiación de conocimientos sino en fortalecer la constitución del razonamiento, mediante los conocimientos matemáticos; como lo expresa Álvarez (2001),

Enseñar no es tanto ni tan sólo una cuestión de *conocimientos* sino de modos de razonar. Aprender no es tanto ni tan sólo acumular contenidos de conocimiento sino modos de razonar con ellos hasta aprehenderlos, interiorizarlos e integrarlos en la estructura mental de quien aprende. (p. 37)

A partir de lo anterior, evidenciamos por medio de los procesos realizados cómo fue la apropiación del concepto de probabilidad, es decir, “Para asegurar el aprendizaje reflexivo de contenidos concretos, quienes aprenden necesitan explicar, argumentar, preguntar, deliberar, discriminar, defender sus propias ideas y creencias. Simultáneamente aprenden a evaluar” (Álvarez, 2001, p. 30). Así, vimos cómo a través de las discusiones que se presentaban al interior de los grupos los estudiantes argumentaban, defendían sus ideas, explicaban y reconocían sus apropiaciones y las de sus compañeros.



Ilustración 8. Actividad “Avanzando en las motos”, Desarrollo de las tareas, primera investigación: La probabilidad.

Como parte del desarrollo de esta investigación, en esta fase integramos un taller evaluativo que tenía como objetivos resolver situaciones cotidianas con fundamento en los hallazgos obtenidos hasta el momento y consolidar estos hallazgos en cuanto a los

conceptos de probabilidad abordados en los juegos; así, Álvarez (2001) plantea que

“En el ámbito educativo debe entenderse la evaluación como actividad crítica de aprendizaje en el sentido que por ella adquirimos conocimiento” (p.12). Al respecto, encontramos algunas respuestas de los estudiantes a la pregunta *¿qué crees que es probabilidad?*, como éstas,

Probabilidad es que algo paso o no, por ejemplo, cuando tiro un dado es probable que me salga el 1,2, 3, 4, 5 ó 6, así (Adriana Prasca, Taller evaluativo, 26 de mayo de 2014).

Entiendo muchas cosas, puede ser probable que tire los dados y me salga par (Doris Gutiérrez, Taller evaluativo, 26 de mayo de 2014).

Lanzar una moneda tiene dos probabilidades una que caiga cara y otra sello (Juan Esteban Giraldo, Taller evaluativo, 26 de mayo de 2014)

A partir de estas respuestas, encontramos que los estudiantes no se referían estrictamente a la definición, sino que explicaban con sus propias palabras y por medio de ejemplos cotidianos lo que para ellos era la probabilidad. El hecho de que los estudiantes se refirieran a la probabilidad relacionada con la incertidumbre, era una respuesta en la que daban cuenta de lo trabajado en clase y de sus aprendizajes. De aquí podemos decir que ellos apropiaron ese concepto.

En coherencia con el trabajo de investigación, vimos la necesidad de plantear preguntas que no llevaran a los estudiantes a responder fórmulas ya establecidas o palabras complejas que ellos mismos no entendieran, sino que se remitieran a sus experiencias y



aspectos ya vividos. Así, como lo expresa Álvarez (2001), “Elabore preguntas que realmente hagan pensar, que estimulen la curiosidad, que espoleen el pensamiento, que activen la imaginación, que provoquen el riesgo reflexivo de buscar respuestas no previstas” (p.118). Pues de este modo podemos garantizar que las respuestas dadas por ellos no sólo serían originales por ser sacadas de sus formas de razonar, sino además serían discutidas al interior de los grupos, antes de ser plasmadas en sus escritos.

Cabe aclarar que los estudiantes resolvieron el taller evaluativo cada uno en su pliego, sin embargo, a la hora de resolverlo se encontraban reunidos en los grupos de investigación. En este momento, descubrimos que se constituían pequeñas discusiones al interior de estos grupos, con el fin de dar respuestas claras y acertadas a las preguntas del mismo. Como Álvarez (2001), afirma

Es precisamente ahí donde se instala el diálogo, entendido como forma de conocimiento por el cual crece y se expresa el pensamiento crítico, proceso dinámico y social que exige juicio y deliberación entre los sujetos, entre quien enseña y entre quienes aprenden (p.57).

Del mismo modo, observamos que las respuestas no eran aceptadas por simple capricho de algún estudiante, por el contrario, entre todos analizaban que fueran coherentes con lo que les preguntamos y en conjunto elaboraban respuestas que recopilaban lo que pensaban. En este momento como plantea Álvarez (2001), “Ambos se encuentran ahora *construyendo* saber que será *significativo* en cuanto se asienta en la comprensión intersubjetiva que media entre el sujeto dispuesto a conocer y el objeto de conocimiento” (p.57), en este sentido, esta es una de las concepciones que tenemos del aprendizaje descrita en nuestra postura epistemológica y vimos cómo en este espacio y esta fase los estudiantes apropiaron el concepto de la probabilidad.

Dentro de este taller evaluativo, planteamos a los estudiantes un pregunta relacionada con el uso del transporte público de los habitantes de un barrio de Medellín; la idea principal era que los estudiantes realizaran un diagrama de barras con los datos que les dimos junto con el ejercicio y la solución de algunas preguntas que estaban relacionadas con la frecuencia de este uso, como se muestra en la imagen.

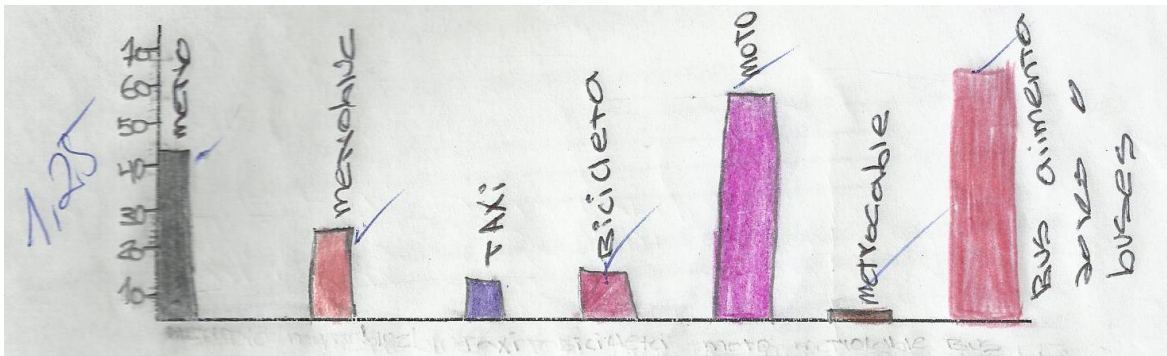


Ilustración 9. Taller evaluativo, Desarrollo de las tareas, primera investigación: La probabilidad.

De allí podemos inferir según Álvarez (2001) que

La evaluación viene a ser importante cuando da información práctica a los profesores sobre la calidad de los aprendizajes que están realizando los alumnos. Ofrece al mismo tiempo una buena oportunidad para mejorar tanto el proceso de aprendizaje – en cuanto que mira a la recuperación y dificultades que deben vencer quienes aprenden– como a las acciones futuras de enseñanza, mediante la reflexión, autocrítica y autocorrección desde la práctica escolar (p. 69).

Con esta pregunta el objetivo principal era romper con los esquemas de evaluación tradicionales donde el maestro no interactúa con sus estudiantes, por el contrario nosotras intervinimos en el desarrollo de la solución de esta actividad, posibilitando a los estudiantes dar una respuesta coherente y que se enfocaran en dar una solución sin perder el foco.

Análogamente, en la última pregunta del taller evaluativo presentamos a los estudiantes un diagrama de barras, con la intención de que ellos infirieran los datos e interpretaran la información dada en el gráfico por medio de unas preguntas, de allí que, parafraseando a Álvarez (2001) los contenidos deben ser verdaderamente relevantes y significativos para que los estudiantes puedan dar respuestas que desafíen su pensamiento.

En la siguiente imagen, podemos ver cómo Estefanía interpreta y da respuesta a las preguntas, evidenciando comprensión de la investigación planteada.

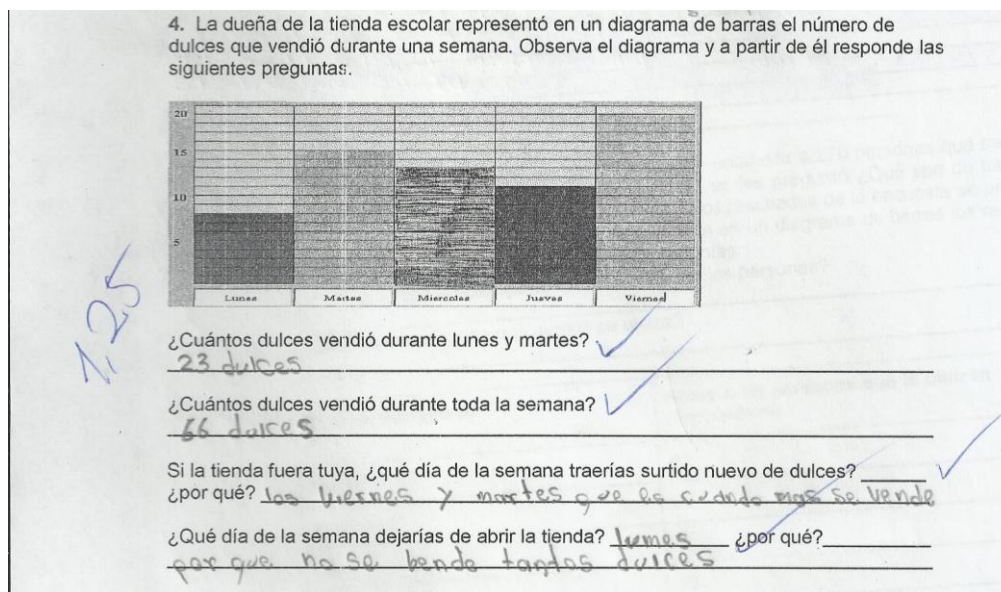


Ilustración 10. Taller evaluativo, Desarrollo de las tareas, primera investigación: La probabilidad.

De la imagen anterior, inferimos que la estudiante mostró sus habilidades para identificar las soluciones a las preguntas planteadas, ya que comparaba la situación ficticia que allí se planteaba con su vida cotidiana. Por lo tanto, existía una motivación por el conocimiento, que no solo se manifestó en esta pregunta, sino en todas las actividades evaluativas anteriores, lo que daba cuenta como lo plantea Álvarez, (2001) que,

Las prácticas de aula, no sólo reducidas a la manipulación o al manejo artesano de lo inmediato, sino en un sentido más amplio de interrelación – sea de trabajo, sea de debate, sea de aclaración o de explicación conceptual, sea de tareas propiamente de aprendizaje, sea de encuentro entre sujetos que se dedican a aprender – posibilitan y potencian la aproximación al objeto de conocimiento” (p. 55)

Por lo que el aprendizaje no se constituyó en un momento en específico, sino que fue el resultado de un proceso formativo, donde la evaluación fue continua, con el objetivo de ayudar en el proceso de apropiación de los estudiantes. De allí que consideramos que la evaluación también era aprendizaje, ya que como lo plantea Álvarez, “La evaluación se convierte en actividad de aprendizaje estrechamente ligada a la práctica reflexiva y crítica, actividad de la que todos salen beneficiados precisamente porque la evaluación es, debe ser, fuente de conocimiento e impulso para conocer” (p. 77). Por consiguiente, el aprendizaje surgió de las reflexiones que los estudiantes llevaron a cabo durante el desarrollo del taller evaluativo.

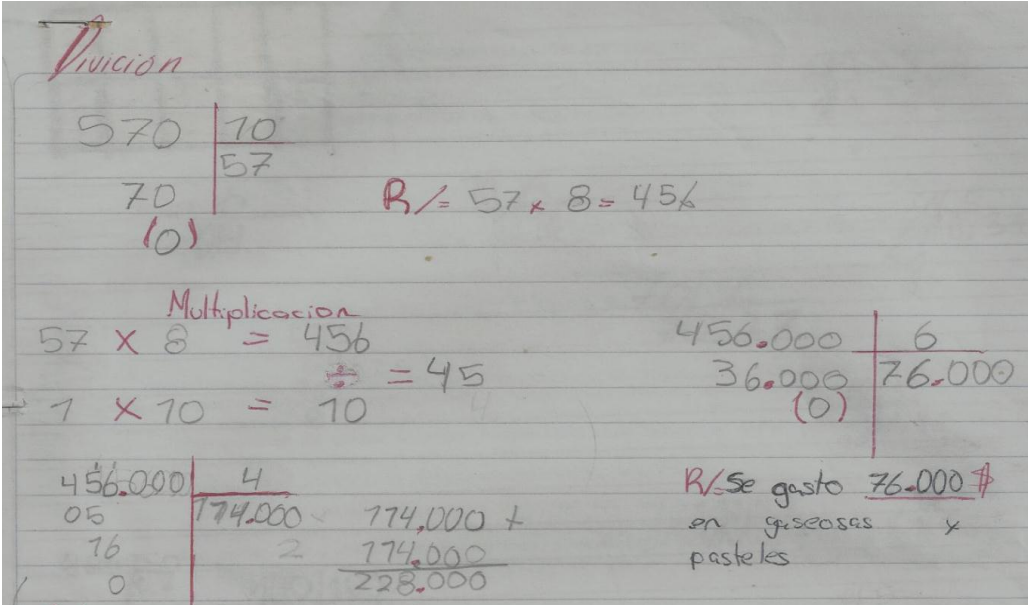
Consideramos finalmente que,

Evaluamos para conocer, con el fin fundamental de asegurar el progreso formativo de cuantos participan en el proceso educativo: principal e inmediatamente de quienes aprenden y con ellos, de quienes enseñan. En este proceder dialéctico, la evaluación se convierte en actividad continua de conocimiento” (Álvarez, 2001, p. 76).

De lo anterior comprendemos, que la evaluación como proceso que aporta al aprendizaje de conceptos matemáticos es una actividad constante cuyo éxito se garantiza a través de la interacción entre los estudiantes y maestros, mediada por las significaciones que se atribuyen a los conocimientos.

En la segunda investigación sobre las fracciones, realizamos una actividad denominada *El Día de la Antioqueñidad*, en la cual la intención era que los estudiantes observaran ejemplos del uso de las fracciones en la vida cotidiana, ya que en ese momento

ellos estaban investigando cómo se veían las fracciones en diferentes situaciones y lugares, especialmente en la casa y en los deportes, al mismo tiempo pretendimos que los estudiantes representaran gráfica y numéricamente y operaran con fracciones. La actividad consistió principalmente en que los estudiantes suponían llevar un dinero para los gastos de la festividad y este mismo era repartido para varias compras y gastos. Luego de tener discusiones internas en los pequeños grupos nos dimos cuenta que trabajaron las fracciones como operador. Así como observamos en la siguiente imagen.



División

$$\begin{array}{r|l} 570 & 10 \\ 70 & 57 \\ \hline & (0) \end{array}$$

$R/= 57 \times 8 = 456$

Multiplicación

$$\begin{array}{r} 57 \times 8 = 456 \\ 7 \times 10 = 70 \\ \hline \end{array}$$

$456.000 \quad 4$

$$\begin{array}{r} 456.000 \\ 05 \\ 76 \\ 0 \\ \hline 174.000 \quad 2 \\ 174.000 \\ \hline 228.000 \end{array}$$

$456.000 \quad 6$

$$\begin{array}{r} 456.000 \\ 36.000 \\ \hline 76.000 \\ (0) \end{array}$$

$R/= \text{Se gastó } 76.000 \text{ \$ en gaseosas y pasteles}$

Ilustración 11. Día de la Antioqueñidad, Desarrollo de las tareas, segunda investigación: Las fracciones

Vimos que los estudiantes dentro de sus representaciones se enfrentaban en ocasiones a temas o conceptos que no habían tratado, así para nosotras “El registro escrito, que se pide en una investigación como esta, constituye un desafío adicional para estudiantes de ese nivel de escolaridad, porque exige un tipo de representación que no han utilizado” (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p, 35), por tanto, dentro del proceso que tuvimos en la

investigación se tornaba indispensable que los estudiantes escribieran matemáticamente lo que verbalizaban y formalizaran las conjeturas que iban teniendo para llegar a consensos entre los miembros del grupo.

Las formas de trabajo de los grupos de investigación fueron diversificadas y expresaban inquietudes en cuanto a las formas de solución que presentaban ellos e incluso los miembros de otros equipos. Al respecto, Ponte, Brocardo & Oliveira (2009) plantean que “En caso de que los estudiantes trabajen en grupo, las interacciones que se generan entre ellos son determinantes en el rumbo que la investigación va a tomar” (p.29), por ende, el trabajo de investigación no era solo de los pequeños grupos de estudiantes sino también de todos los actores que entraban en juego dentro del aula de clase (conocimientos, relaciones estudiantes- maestro, actividades entre otros).

Así, la relación que íbamos tejiendo en el aula de clase con los estudiantes se tornaba cada vez más en un acto de diálogo abierto que posibilitó otras miradas acerca de lo que planteábamos en la investigación; en este sentido, “[...] sólo hablando con las personas se pueden plantear los temas en términos inteligibles y en un lenguaje común, coloquial y directo, que no tiene por qué estar reñido con las exigencias intelectuales más formales” (Álvarez, 2001, p.56). A partir de estos diálogos, nos dimos cuenta que los estudiantes tenían muy buenos argumentos en el momento de justificar sus conclusiones, sus conjeturas, sus respuestas y darlas a conocer a sus compañeros.

En la siguiente imagen se muestra el primer punto de esta actividad



“EL DÍA DE LA ANTIOQUEÑIDAD”

1. Lee la siguiente situación y resuelve

Cuando hay una celebración en una institución educativa, se hacen recolectas de dinero para repartir premios, refrigerios, realizar concursos, hacer actos culturales para compartir un rato agradable entre la comunidad educativa. Para la celebración del día de la antioqueñidad se pidió a cada estudiante que llevaran 1000 pesos. Del total de estudiantes de la institución (570) sólo $\frac{8}{10}$ llevaron el dinero. ¿Cuántos estudiantes llevaron el dinero? y ¿Cuánto dinero recogieron en total?

Luego de la recolecta del dinero la coordinación del colegio gastó $\frac{1}{6}$ del dinero en compra de gaseosas y pasteles. Se gastó $\frac{2}{4}$ del dinero para la compra de los premios que se darían en los concursos, y en decoración y vestuarios se gastó $\frac{2}{12}$. ¿Cuánto dinero se gastó en cada una de las compras? ¿Cuánto quedó en pesos? Representalo en una fracción.

Ilustración 12. Día de la Antioqueñidad, Desarrollo de las tareas, segunda investigación: Las fracciones

A continuación algunas de las respuestas que dieron los estudiantes

Solamente llevaron ocho y faltaron dos personas por llevar la plata, entonces ¿cuánto dinero recogieron? ocho mil pesos en total y si se hubieran reunido todos hubieran ajustado diez mil pesos (Stefanía Salas, Actividad “Día de la Antioqueñidad” 25 de agosto de 2014)

¿Estás segura? (Yeidy, Actividad “Día de la Antioqueñidad” 25 de agosto de 2014)

Sería diferente pues es ocho partes de quinientos setenta, para una fiesta de esas tendrían que recoger miles de pesos, cada niño (estudiante) tenía que llevar mil y sólo ocho de cada 10 los llevaron (Isabella Aguirre, Actividad “Día de la Antioqueñidad” 25 de agosto de 2014)

Qué habría que hacer para saber cuánto es ese ocho de diez de los quinientos setenta estudiantes. (Yeidy, Actividad “Día de la Antioqueñidad” 25 de agosto de 2014)

Yo creo que tengo que multiplicar los mil por los quinientos setenta, y eso me diría cuánto llevaron todos, el problema es que sólo ocho decimos los llevaron no sé qué hacer, porque ya tengo quinientos setenta mil pesos, pero no fue eso lo que trajeron porque no todos los trajeron (Isabella Aguirre, Actividad “Día de la Antioqueñidad” 25 de agosto de 2014)

Como se muestra en el diálogo anterior, algunos grupos tuvieron dificultad con la interpretación de la fracción $\frac{8}{10}$ (ocho décimos) de los quinientos setenta estudiantes que llevaron el dinero, y conjeturaron que sólo se refería a que de diez estudiantes, ocho llevaron el dinero. En este caso se hizo necesaria nuestra intervención para cuestionar el proceder de los estudiantes y posibilitar que ellos mismos reflexionaran y se dieran cuenta del verdadero significado de los ocho décimos. Así, parafraseando a Ponte, Brocardo y Oliveira, (2009) cuando en el desarrollo de las actividades los estudiantes procuran dar respuesta a una cuestión que no es fructífera, puede conducirse a que ellos tengan dificultad en encontrar lo que buscan. La intervención del maestro puede ser muy necesaria en esos casos.

En cuanto a la repartición del dinero en las diferentes compras, los estudiantes comprendieron de una manera más sencilla lo que debían hacer, pues nos comunicaban de manera argumentada sus procedimientos, conjeturaban y justificaban los procesos de repartición, donde las fracciones eran vistas como operadores. Como mencionan Ponte, Brocardo y Oliveira, en esta fase los estudiantes van apropiando más plenamente el sentido de la tarea (2009) puesto que el objetivo de investigar cómo se ven las fracciones, se va cumpliendo y los estudiantes van observando las formas de ver las fracciones en situaciones como estas.

El segundo punto de la actividad estaba relacionado directamente con el primero, pues la idea principal era que los estudiantes vincularan las gráficas con cada una de las fracciones anteriormente expuestas y las unieran entre sí, en caso tal de que tuvieran relación.

Cundo preguntamos a los estudiantes, si se podía reducir la fracción $8/10$ (ocho décimos), ellos de forma espontánea decían que era posible reducirla, tanto si al numerador como al denominador lo podían dividir por el mismo número. En uno de los diálogos encontramos la conjetura

Es algo que tiene que ver con el múltiplo común pero no recuerdo si es el mayor o el menor (Stefanía Salas, Actividad “Día de la Antioqueñidad”, 1 de septiembre de 2014)

Querrás decir, que tiene que ver con el máximo común divisor o el mínimo común múltiplo (Ángela, Actividad “Día de la Antioqueñidad”, 1 de septiembre de 2014)

No, eso es el máximo común divisor porque si va a dividir a los dos números de la fracción tiene que ser el que divide a ambos (Isabella Aguirre, Actividad “Día de la Antioqueñidad”, 1 de septiembre de 2014)

En las anteriores intervenciones podemos ver cómo se da la interacción del maestro dentro del aula de clase, específicamente en la investigación desarrollada por los estudiantes; de modo que el maestro, más que resolver la dificultad que están teniendo, los cuestiona para que construyan un consenso y establezcan unas conjeturas válidas. Así, Ponte, Brocardo y Oliveira (2009) mencionan que

El acompañamiento que el profesor hace del trabajo de los estudiantes, debe procurar llegar a un equilibrio entre los dos polos. Por un lado, les da la autonomía que es necesaria para no comprometer la autoría de su investigación y, por otro lado, garantiza que el trabajo de los estudiantes vaya fluyendo y sea significativo desde el punto de vista de la disciplina matemática (p. 47)

Parte de esta labor del maestro se centra en el cultivo de la autonomía del estudiante y en el sentido crítico que en él posibilitamos que se constituya. Como parte de ese sentido crítico, el estudiante debe estar en la capacidad de aprender de estas situaciones y aceptarlo como algo normal del proceso de aprendizaje, tal como lo dice Álvarez (2001),

Es necesario entender que, al deber de aprender que tiene el alumno, le asiste (le sigue) el derecho a equivocarse en el mismo proceso cuando honestamente intenta desarrollar su propio pensamiento. En parte *es*, en parte *se-está-haciendo*. [Es la cuestión] de conformar la autonomía intelectual que necesita para convivir en sociedad de un modo digno (p. 109).

De los registros de los estudiantes, en este segundo punto también observamos y tomamos la respuesta de uno de los grupos donde los estudiantes relacionaron las fracciones del punto 1 con las gráficas que propusimos en la punto 2.

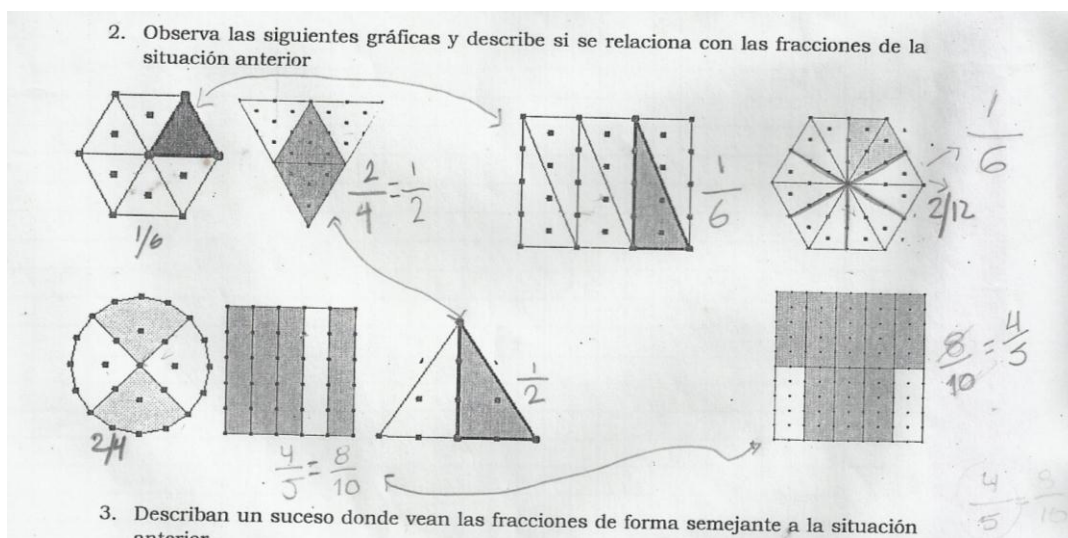


Ilustración 13. Día de la Antioqueñidad, Desarrollo de las tareas, segunda investigación: Las fracciones. Asociación de imágenes y números

Tuvimos en cuenta que las fracciones no estuvieran graficadas sino que fueron ampliadas o reducidas con la intención de que los estudiantes identificaran las relaciones de equivalencia que se veían en estas fracciones. Así, ellos descubrieron que la fracción $\frac{2}{4}$ (dos cuartos) era igual a la fracción $\frac{1}{2}$ (un medio); que la fracción $\frac{2}{12}$ (dos doceavos) era igual a la fracción $\frac{1}{6}$ (un sexto) y que la fracción $\frac{8}{10}$ (ocho décimos) era igual a la fracción $\frac{4}{5}$ (cuatro quintos).

Dentro del proceso evaluativo que se dio en esta etapa, hablaremos sobre el punto central de la evaluación que titulamos “Relacionando”, este punto constaba de tres columnas en las que ubicamos indistintamente fracciones, números decimales y porcentajes con el objetivo de que los estudiantes relacionaran los números equivalentes entre sí.



Ilustración 14. Relacionando, Desarrollo de las tareas, segunda investigación: Las fracciones

La actividad evaluativa se realizó en los grupos de Investigación, de modo que a cada grupo se les entregó la evaluación y ellos iniciaron con el desarrollo; lo que les causó dificultad al principio de esta actividad fue buscar la relación entre los porcentajes, las fracciones y los decimales y las operaciones que debían hacer con unos y otros para transformarlos. Con respecto a esto encontramos el siguiente diálogo con uno de los grupos,

Entonces, ¿cómo hacemos para transformar el fraccionario a decimal? (Daniela, actividad evaluativa “Relacionando”, 29 de septiembre de 2014)

Tenemos que dividir siete entre nueve, para encontrar el decimal. (Isabella Aguirre, actividad evaluativa “Relacionando”, 29 de septiembre de 2014)

Y, ¿qué hacen con ese decimal? (Daniela, actividad evaluativa “Relacionando”, 29 de septiembre de 2014)

Lo multiplicamos por cien para hallar el porcentaje y es por cien porque de allí viene la palabra “PORCIENTO” (Isabella Aguirre, actividad evaluativa “Relacionando”, 29 de septiembre de 2014)

De lo anterior, rescatamos que los estudiantes por medio de sus gestos dan a conocer muchos de sus saberes ya apropiados, por ejemplo, cuando Isabella se refería a que la palabra cien y ciento estaban relacionadas, hacía unos gestos con sus manos que evidenciaban esta relación. De aquí que, “Una vez más, se verifica que los estudiantes tienden a presentar conjeturas no completamente explícitas, existiendo, por ello, un lenguaje no verbal, que se apoya en los gestos y observación de los datos, la cual facilita la comprensión mutua” (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p, 35), de donde dedujimos que los estudiantes en medio de sus discusiones internas como grupo, no utilizaban necesariamente un lenguaje verbal para expresar sus ideas, lo cual no indicaba que los estudiantes no sabían acerca de lo que se les estaba preguntando y que es un aspecto que en una evaluación tradicional no se toma en cuenta.

También en esta fase los estudiantes escribían en las hojas las operaciones que hacían para no olvidar las relaciones que existían con cada uno de estos números, así resaltamos como Ponte, Brocardo y Oliveira (2009)

[...] la importancia de la realización de un registro escrito del trabajo de investigación. Es solamente cuando se disponen a registrar sus conjeturas que los estudiantes se

confrontan con la necesidad de explicitar sus ideas y establecer consensos en un entendimiento común en cuanto a sus realizaciones (p, 33).

Lo que nos llevó a comprender las apropiaciones que iban desarrollando los estudiantes cada vez que se les planteaban las ideas acerca de los fraccionarios en otros contextos diferentes del escolar. Al mismo tiempo, ya no veían el fraccionario solo como un número particular, sino que también lo identificaban en forma de decimal o de porcentaje, dando cabida a otras miradas del número, puesto que ya lo relacionaban con las situaciones cuando iban a hacer el mercado y encontraban productos con descuento en porcentajes, y también cuando aumentaban unas décimas a la cantidad del contenido de ciertos productos.

Esta actividad evaluativa posibilitó que los estudiantes consolidaran otras visiones e ideas acerca de las fracciones en otros contextos diferentes al académico, puesto que fue la detonante para que ellos analizaran la pregunta inicial de la investigación relacionada con cómo ver las fracciones en el deporte y en la casa.

Caracterizamos la evaluación de ésta fase como un proceso central que además de ser formativo, es objetivo porque recopila la calidad y la relevancia de la información acerca de las comprensiones que hasta el momento habían desarrollado los estudiantes en los grupos de investigación. En coherencia con esto, comenta Álvarez (2001) que

De ahí que la evaluación se identifique con una *valoración críticamente contrastada y argumentada que da información valiosa* sobre aquel objeto [de conocimiento]. Información significativa y *educativamente útil* para los sujetos implicados de tal forma que la misma información recogida sirva de base para asegurar el continuo progreso en la adquisición y desarrollo de conocimiento (p. 68)

En consecuencia, pudimos reconocer por medio de esta información cómo se llevaban a cabo los procesos de aprendizaje por los estudiantes, de modo que

continuamente tuvimos la posibilidad de ver el progreso en la apropiación del conocimiento.

Así, caracterizamos la evaluación como un proceso que forma parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje que desarrollan el maestro y el estudiante y se dan dentro del aula de clase, brindando información acerca de esos métodos para tomar decisiones con respeto a una formación que se pretende centrada en los aspectos socioculturales del conocimiento. De este modo, Álvarez (2001) menciona que

De la evaluación se dice que ha de ser continua, integradora, individualizada, personalizada, participativa, cumpliendo fundamentalmente una función formativa en un currículum que tendrá presente la dimensión sociocultural y axiológica, inherente a todo proyecto educativo y conectándose a la realidad social (p. 72)

A partir de lo anterior, evidenciamos que es necesario que la evaluación sea un proceso continuo y de aprendizaje, que desde el inicio tenga una estructura definida y unos objetivos claros, para que se encamine a esa función formativa de actividad de aprendizaje.

El trabajo colaborativo siempre fue un elemento clave en el desarrollo de las investigaciones y de la evaluación, puesto que fue necesario realizar una evaluación formativa, coherente con las características de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, que evidenciaba las apropiaciones conceptuales de los estudiantes; en la que según Sacristán, Parada, & Olivera (2013) “El aprendizaje colaborativo se desarrolla a través de un proceso gradual en el que hay un compromiso mutuo de cada miembro, con el aprendizaje de los demás” (p.151). Así, las interacciones de los estudiantes al interior de los grupos nos mostraron que el aprendizaje fue progresivo y continuo, y se dio como consecuencia del compromiso que existía entre ellos, para resolver las preguntas de la investigación al interior de cada grupo.

Este vínculo al interior de los grupos “genera una interdependencia positiva que no implica competencia” (Sacristán, Parada, & Olivera, 2013, p.151). De aquí que este era uno de los objetivos que teníamos al vincular el trabajo colaborativo y la evaluación formativa, dado que posibilitó un aprendizaje colaborativo. Cuando los estudiantes se preocupaban no sólo por su propio aprendizaje, sino que también se enfocaban en lograr los objetivos propuestos por el grupo.

Puesto que, nuestra intención era no sólo observar los resultados de los estudiantes en el proceso evaluativo, sino además analizar cómo se dio el aprendizaje colaborativo al interior del trabajo en grupo, los estudiantes protagonistas de este trabajo de investigación no eran solamente aquellos que tenían las mejores calificaciones, sino que además hicieron parte de esta los estudiantes que tuvieron dificultades tanto en la apropiación de los conceptos matemáticos y en la interacción al interior de los grupos.

En este sentido, los estudiantes mostraron sus habilidades comunicativas frente a las discusiones y diálogos al interior de los grupos, aunque en ocasiones se presentaban diferencias y oposiciones entre las ideas que surgían. En consecuencia, los estudiantes mostraron diferentes facetas, en las cuales se veían como sujetos críticos en sus grupos, participativos e inquietos por empezar a investigar, lo que en

[...] una clase con Investigaciones Matemáticas en el Aula ayuda a que los estudiantes le aporten con sus opiniones y su saber al aprendizaje de los demás compañeros; en este sentido, el papel activo que asumen es apoyado por el maestro quien, aparte de validar el proceso, aporta con sus reflexiones y saberes (Pérez & Gómez, 2009, p. 69).

De allí que nuestro papel como mediadoras en la apropiación de estos conocimientos nos llevó a ser partícipes de los grupos de investigación, pues aprovechamos las relaciones que se entablaron en estos equipos para llevar a cabo la gestión del



aprendizaje y del trabajo en grupo. Por tanto, el trabajo colaborativo fue fundamental, puesto que se constituyó aprendizaje en el sentido en que se generaron discusiones enriquecedoras por el hecho de existir una pluralidad de pensamientos dentro de un mismo grupo, y surgieron ideas importantes para el momento del desarrollo de las tareas en ambas investigaciones.

Fue así como cada grupo comentaba entre sí qué debían hacer y quiénes debían integrarse más, para que hubiese un verdadero trabajo en grupo. Entonces, los estudiantes resaltaban el trabajo que todos hacían llamando al orden a quien no correspondiera con este compromiso, y asumiendo su responsabilidad cuando se dispersaban.

De aquí que al trabajar colaborativamente “Los estudiantes deben aprender a resolver juntos los problemas, desarrollando las habilidades de liderazgo, comunicación, confianza, toma de decisiones y solución de conflictos” (Sacristán, Parada, & Olivera, 2013, p.152, citando a Johnson & Johnson, 1997). Por lo cual evidenciamos que los estudiantes establecían buenas relaciones sociales, con el fin de desarrollar lo anteriormente mencionado y además poder hacer un proceso de aprendizaje de lo grupal a lo individual, es decir, tomar de lo aprendido conjuntamente aspectos para su propia vida.

Para comprender lo anterior, vimos el aprendizaje colaborativo como lo mencionan Sacristán, Parada, & Olivera (2013), un proceso que requiere un cambio de paradigma en cuanto a la transformación de las concepciones de aprendizaje y enseñanza, siendo ahora un foro abierto al diálogo entre maestros, entre estudiantes y maestros, y entre estudiantes y estudiantes, dándole un papel de participación activa a los miembros de esta comunidad de investigación.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

En esta categoría encontramos, cómo los estudiantes al interior de cada investigación establecieron, probaron y reformularon sus conjeturas, sobre las investigaciones mostradas en la anterior categoría, como consecuencia de la incorporación del trabajo colaborativo en el proceso de la evaluación formativa. Del mismo modo pudimos ver cómo los estudiantes constituyeron y apropiaron los conocimientos matemáticos abordados en las investigaciones, como producto de la realización de la evaluación formativa mediada por el trabajo colaborativo.

En la siguiente categoría, mostraremos cómo se llevó a cabo la tercera y última fase de las Investigaciones Matemáticas en el Aula y el proceso de evaluación formativa, articulados por el trabajo colaborativo.

7. LAS REFLEXIONES FINALES Y EL TRABAJO COLABORATIVO, EL PROCESO DE EVALUACIÓN

La evaluación que aspira a ser formativa tiene que estar continuamente al servicio de la práctica para mejorarla y al servicio de quienes participan en la misma y se benefician de ella

Álvarez (2001, p.25)

En esta tercera categoría, correspondiente a la tercera fase (Discusiones finales) de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, describimos cómo se dio el proceso de evaluación formativa al interior de esta. Para el desarrollo de la misma, continuamos con las investigaciones que se iniciaron en la primera categoría (probabilidad, fracciones). En primer lugar describiremos el significado de las discusiones finales al interior de las IMA, luego explicaremos cómo se llevó a cabo el proceso de la evaluación formativa en esta fase y por último mostraremos como fue el proceso de integración del trabajo colaborativo en la evaluación realizada.

Inicialmente, describimos la tercera fase de las Investigaciones Matemáticas en el aula, que de forma general fue donde los estudiantes mostraron sus reflexiones y discusiones en torno a toda la investigación desarrollada, también dieron a conocer los conocimientos que fueron adquiridos durante el tiempo dedicado a las dos fases anteriores. En este sentido, Ponte, Brocardo y Oliveira (2009) plantean que, “Al final de la investigación, el balance del trabajo realizado constituye un momento importante para compartir de conocimientos. Los estudiantes ponen en confrontación sus estrategias, conjeturas y justificaciones, mientras que el maestro desempeña el papel de moderador”. (p,



41), por tanto, las exposiciones llevadas a cabo en esta fase se tornaron claves porque nos posibilitaron ver sus apropiaciones y hallazgos con respecto a las investigaciones.

En las dos investigaciones desarrolladas (probabilidad- fracciones) nuestro papel como maestras estuvo enmarcado en guiar los procesos que los estudiantes tuvieron, y brindarles herramientas necesarias para la solución de las preguntas de investigación; se resalta, por ende que, “El maestro debe garantizar que sean comunicados los resultados de los procesos más significativos de la investigación realizada y estimular a los estudiantes a preguntarse mutuamente” (p, 41). En consecuencia, la labor del maestro no sólo se centró en la orientación a los grupos, sino que también debía recopilar la información hallada y ayudarlos a concretar las conclusiones de las investigaciones.

Fue así como los estudiantes dentro de cada uno de los grupos de investigación comprendieron el significado de investigar y por otro lado tomaron postura reflexiva en cuanto a la experiencia vivida. El hecho de contar y de exponer frente al otro posibilitó que los estudiantes sintieran que sus opiniones fueron tomadas y valoradas, por tanto, “Darse cuenta de que lo que harán será mostrado a sus colegas, le da a su trabajo un carácter público, lo que constituye para él, simultáneamente, un estímulo y una valorización personal” (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2009, p, 29). Por lo que era importante que expresaran claramente sus ideas, teniendo en cuenta que lo que dijeron era escuchado y comprendido por otros.

Luego de la descripción anterior, relatamos como fue este último proceso en la investigación de la probabilidad. Durante el desarrollo de ésta, la idea principal era que los

estudiantes representaran gráficamente las frecuencias obtenidas en los juegos *Sube y baja en las escalas* y *Avanzando en las motos*, y explicaran a los demás compañeros de clase la interpretación de esos datos y sus conclusiones finales.

Luego de esto, los estudiantes expusieron frente a los demás compañeros de la clase los hallazgos que encontraron especialmente en la segunda fase. Cuando los integrantes de un grupo exponían, los demás participantes de la clase realizábamos intervenciones que alimentaron la discusión, puesto que las sugerencias los ayudaban a comparar las investigaciones realizadas y al mismo tiempo evaluamos en conjunto (maestras y estudiantes no expositores) el trabajo de los compañeros; al respecto Álvarez (2001) dice que “Al introducir la participación de quienes aprenden, los alumnos podrán observar cómo razonan y responden los demás, y podrán aprender también de las respuestas de sus compañeros” (p. 113), por tanto, se hizo necesario cambiar la idea de que los maestros somos los únicos evaluadores dentro del aula de clase.

En cuanto al proceso evaluativo de esta investigación (probabilidad), los estudiantes realizaron la exposición de la interpretación y análisis de los datos obtenidos en la realización de los juegos, llevados a cabo en la segunda fase de las Investigaciones Matemáticas en el Aula. Del mismo modo, mostraron los hallazgos hechos, en materia de la investigación propuesta, teniendo en cuenta las conjeturas establecidas y reformuladas que fueron matemáticamente verificadas convirtiéndose así en conclusiones. A continuación, describimos este proceso evaluativo.

Los estudiantes en los grupos de investigación, a los que les había correspondido el juego de *Avanzando en las motos*, les planteamos algunas preguntas, relacionadas con la

frecuencia con la que les salían los números del cero al cinco, teniendo en cuenta que ésta era la diferencia entre ambos dados, y era este número el que determinaba la cantidad de casillas que avanzaban los jugadores después de cada lanzamiento. Las respuestas a estas preguntas se establecieron como conclusiones a partir de las discusiones y comprobaciones al interior de los grupos.

A continuación podemos ver cómo se llevó a cabo una de esas discusiones,

En la hoja dice que si nosotros apostamos por el mismo número en todas las carreras. La verdad, no. Cuando nos dimos cuenta de que 0, 1, 2 y 3 tenían más probabilidades de salir en los dados, todos seleccionamos uno de esos números. Y como las “profes” nos dijeron que no había problema en que más de uno apostara por un mismo número, entonces todos escogimos esos primeros números. Porque es que todos queríamos ganar. (Sebastián Agudelo. Exposición del juego “Avanzando en las motos”, 16 de junio de 2014)

Pero eso se dio, porque el número que tomábamos era la diferencia entre los dos dados, entonces, nos tocó sacar como una lista con todas las posibilidades que teníamos cuando lanzábamos los dados. (Juan Manuel Valencia. Exposición del juego “Avanzando en las motos”, 16 de junio de 2014)

Profe, no ve que por eso es fácil ganar jugando pares porque [cero] es la resta que tiene mayor probabilidad de que a uno le salga. (Juan Esteban Giraldo. Exposición juego “Avanzando en las motos”, 16 de junio de 2014)

En la discusión anterior podemos ver cómo los estudiantes comprendieron el concepto de probabilidad ligado al éxito que tenían en obtener el número por el cual habían apostado. De aquí que vieran la probabilidad como las posibles opciones que tenían de obtener cualquier diferencia en el lanzamiento de los dados; por ende Álvarez (2001) afirma que,

[...] quien aprende tiene mucho que decir de lo que aprende y de la forma en que lo hace, sin que sobre su palabra gravite constantemente el peso del ojo evaluador que todo lo ve y que todo lo juzga. Por este camino podremos llegar a descubrir la calidad de lo

aprendido y la calidad del modo en que aprende el alumno, las dificultades que encuentra y la naturaleza de las mismas, la profundidad y consistencia de lo aprendido y la capacidad generadora para nuevos aprendizajes de aquello que hoy damos por aprendido con sólo haberlo oído y haberlo volcado en un escrito. (p. 35)

Así, vimos que no era necesario que la participación nuestra como maestras se centrara sólo en valorar el proceso de aprendizaje o lo que aprendieron en sí, sino que además pudimos descubrir los modos como aprendieron los estudiantes, las dificultades que enfrentaron durante los procesos de enseñanza y aprendizaje y los cuestionamientos que surgieron como generadores de nuevos aprendizajes y conocimientos.



Ilustración 15. Sube y baja, Discusiones y reflexiones finales, primera investigación: La probabilidad

Ilustración 16. Avanzando en las motos, Discusiones y reflexiones finales, primera investigación: La probabilidad





Del mismo modo, durante las exposiciones sobre el juego de *Sube y baja en las escalas* se intercambiaron diálogos como el siguiente,

Cuando les preguntamos si era igual de ventajoso apostar por la cara o apostar por el sello, respondieron dependiendo lo que les salió en cada grupo. En conclusión, ¿qué pueden decir con respecto a apostar por cara o sello cuando se lanza una moneda? (Ángela, Exposición del juego “Sube y baja en las escalas”, 16 de junio de 2014)

Pues nosotras pensamos que, aunque es igual de probable sacar cara o sello cuando se lanza una moneda, hay que tener en cuenta la suerte del que está lanzando que es lo que entendimos por probabilidad. Que pueden pasar muchas cosas, pero sólo pasa lo que tiene que pasar, sea cara o sello, no ambas, no ninguna. (Isabella Aguirre y Stefanía Salas. Exposición del juego “Sube y baja en las escalas”, 16 de junio de 2014)

Del anterior diálogo, observamos cómo surgió la apropiación del concepto de probabilidad, el cual se dio a través de una construcción grupal y además modificó sus razonamientos y su forma de pensar, como sugiere Álvarez (2001), “La tarea de la educación es ayudar a quien aprende, a desarrollar reflexivamente un conjunto de *modos de pensamiento* o *modos de aprendizaje de contenidos*, que son considerados valiosos en la sociedad” (p. 30). Esta forma de ver el conocimiento como algo socialmente valioso, nos llevó a dirigir al estudiante preguntas que despertaran su curiosidad y les permitieran razonar las formas como esos conocimientos podían servir de herramientas para conocer y comprender el contexto.

En consecuencia, tomamos el proceso evaluativo como algo que

[...] en los niveles no universitarios sólo nos sirve, sólo debería servir, si nos informa sobre el “estado de aprendizaje” de los alumnos, si por ella conocemos el modo en que

están aprendiendo y además de lo que están aprendiendo, **el grado de comprensión de aquello que estudian** (Álvarez, 2001, p. 73, énfasis nuestro).

Resaltamos el “grado de comprensión de aquello que estudian” puesto que consideramos que de este modo los estudiantes estaban en la capacidad de valorar críticamente tanto lo que aprendían como las formas en que lo aprendieron. Así, concebimos que la apropiación de este concepto de probabilidad se diera cuando los estudiantes lo tomaron para sí, modificando sus creencias al respecto, y por ende sus formas de pensar y de actuar en correspondencia con lo apropiado.

En la segunda investigación, relacionada con las fracciones, propusimos realizar un Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula, en el cual la idea principal era identificar la correspondencia entre las actividades desarrolladas al interior de las clases, la investigación planteada y exponer los hallazgos de dicha investigación. Vale la pena aclarar que los estudiantes que participaron del evento, presentaron de forma escrita los hallazgos de la investigación.

Previo al encuentro se realizó un examen, en el cuál preguntamos sobre las diferentes formas que trabajamos las fracciones dentro del aula de clase, sobre las operaciones con las fracciones, sobre representaciones gráficas de las fracciones, sobre un reporte acerca de la investigación que estaban desarrollando (las fracciones en la casa, fracciones en el deporte) y por último una autoevaluación.

De esta evaluación, hicimos una retroalimentación en la que los estudiantes nos contaron sobre las dificultades que tuvieron al responder este examen y también nos mostraron los avances para el Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula. Esta

retroalimentación la hicimos en forma de entrevista donde ellos nos contaron experiencias como la siguiente

Lo que más nos dio dificultad fue elegir de las opciones la que era una fracción impropia, porque confundimos a $3/2$ con $2/3$. No teníamos claro a quien teníamos que partir (Isabella Aguirre, Evaluación parcial, 20 de octubre de 2014)

Cuando Isabella comentó esto, nosotras no le dimos la respuesta de inmediato sino que le mostramos caminos para llegar a comprender la diferencia entre las fracciones propias e impropias, de tal forma que esta entrevista nos sirviera también como una evaluación, donde la intención era según Álvarez (2001)

[...] convertir la evaluación en un instrumento para llevar a todos a adquirir el saber y apropiarse de él de un modo reflexivo, y no eliminar a los que, después de la salida, no consiguen adquirirlo debido a factores presentes en la propia escuela principalmente (p. 75)

A partir de ello, la evaluación se constituyó en un proceso continuo y reflexivo donde los estudiantes expresaban sus inquietudes en los diferentes espacios que tenían para mostrar los avances que iban teniendo de la investigación y no sólo las dificultades, sino también las habilidades para resolver algunos puntos del examen.

De este examen evidenciamos que los estudiantes recurrieron a argumentos que se habían discutido en clases anteriores con la intención de justificar sus respuestas, lo que para nosotras fue importante, puesto que mostraba que habían tomado esas experiencias para resolver nuevos problemas. Sin embargo algunos conceptos no quedaron totalmente interiorizados, hecho que fue crucial para que comprendiéramos que cuando evaluábamos como lo plantea Álvarez (2001) “[...] corregimos constructiva y solidariamente con quien aprende, no para confirmar ignorancias, descalificar olvidos, penalizar aprendizajes no

adquiridos” (p. 77), sino para posibilitar que las respuestas de los estudiantes evidenciaran la libertad de mostrar sus fortalezas y dificultades sin temor a ser penalizados, hecho que en ningún momento fue nuestro objetivo.

El objetivo del examen, más que mostrar resultados, fue ver el proceso que los estudiantes llevaron a cabo durante toda la investigación, de modo que,

Cuando evaluamos un trabajo o un examen con el fin de apreciar la calidad de la respuesta y el saber en la materia de quien lo realiza, lo que debemos buscar es conocer el proceso de elaboración que el alumno ha seguido, comprender la utilización de las estrategias de resolución que pone en juego, la capacidad de argumentación que muestra, las causas y motivos que provocan los errores. Debemos considerar de igual modo los aciertos, para discriminar entre respuestas elaboradas y aquellas que obedecen a aciertos casuales, cuestión de azar (Álvarez, 2001, p. 78)

De modo que el proceso de evaluación fue crucial para comprender que la información que buscábamos se refería tanto a las formas de aprender como a los conceptos apropiados. A continuación describiremos el Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula como finalización de la investigación sobre fracciones.

Este encuentro se realizó durante toda la jornada de clase con los estudiantes de los dos quintos de la Institución, para compartir los resultados de las investigaciones que fueron realizadas simultáneamente. Las ponencias estuvieron a cargo de los estudiantes que presentaron su propuesta con anterioridad.



Ilustración 17. Actos protocolarios del Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula.



Ilustración 18. Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula.

Este momento fue el cierre de un ciclo donde los estudiantes mostraban a los demás compañeros los aprendizajes obtenidos y dieron a conocer como fue el proceso que llevaron a cabo durante las investigaciones. Así, “la evaluación debe constituir una oportunidad real de demostrar lo que los alumnos aprenden, lo que saben y lo que pueden hacer aplicando el conocimiento adquirido y el suyo propio” (Álvarez, 2001, p. 106). De donde surgió la posibilidad que los estudiantes expresaran las dificultades que habían tenido trabajando al interior de los grupos y los inconvenientes que habían enfrentado en el camino de la investigación.

En este espacio de participación, los estudiantes compartieron ideas valiosas que dieron cuenta del trabajo que realizaron en conjunto, de los momentos de conceptualización y de aprendizaje. Además dieron cuenta de la autonomía que tomaron con la realización de esta investigación, pues los hallazgos que allí mostraron fueron la evidencia de un trabajo

en grupo, autónomo y crítico frente a sus propias tareas. Nuestro papel fue más de orientadoras con el fin de posibilitarles a los estudiantes a través de la evaluación la libertad y la autonomía que necesitaban en la investigación. Por lo que

Allí surge la necesidad de la valoración crítica que el profesor puede brindar a quienes con él aprenden, invitándolos a participar en el discurso crítico, de modo que ellos mismos puedan elaborar y utilizar criterios personales para valorar sus producciones y el progreso en su propio aprendizaje, contrastando argumentos y criterios de valoración. (Álvarez, 2001, p. 114)

De esta autonomía y de las formas cómo los estudiantes expresaban sus conocimientos durante este encuentro, comprendimos que cada uno había entendido la dinámica de investigar de una forma distinta, además habían apropiado el concepto de fracción de varias formas, lo que en ningún momento nos preocupó, sino por el contrario fue un momento emotivo en el que entendimos que no había una única forma de enseñar, ni de aprender un conocimiento, puesto que como lo plantea Álvarez “Si para acceder al conocimiento reconocemos que no hay un único camino válido, también debemos reconocer que no hay una única respuesta válida expresada o redactada en los mismos términos”. (Álvarez, 2001, p. 112). Al respecto de las diversas voces y respuestas de los estudiantes, resaltamos algunas de ellas

Nos dimos cuenta que las fracciones tienen varios significados (Isabella, Encuentro de Investigadores Matemáticas en el Aula, 10 de noviembre de 2014)

En la casa tenemos muchos ejemplos de fracciones, por ejemplo cuando los padres parten el quesito, a veces lo cortan a la mitad y luego vuelven y lo cortan, y lo que queda es un cuarto, así también ocurre con las arepas y otros alimentos del hogar (Isabella, Encuentro de Investigadores Matemáticas en el Aula, 10 de noviembre de 2014)

Nosotras pensábamos que las fracciones solo las veíamos en el colegio, pero nos dimos cuenta que también en la casa, como cuando la mamá compra el arroz, y

preparan una libra y media, lo que es uno (1) y un medio(1/2)(Doris, Encuentro de Investigadores Matemáticas en el Aula, 10 de noviembre de 2014)

Como consecuencia de las investigaciones los estudiantes abrieron sus perspectivas acerca de las fracciones e iniciaron a apropiarse el concepto a partir de otros contextos, también dejaron reflexiones y puertas abiertas para trabajar en otros momentos. De allí es importante reconocer que

[...] quien es evaluado aplica y utiliza los conocimientos de modo argumentado, participativo, creativo, compartido sea con el profesor y/o con los compañeros de grupo, para resolver las cuestiones que se le plantean en el ejercicio de evaluación, en el cual por supuesto debe abarcar más allá de lo que se entiende por lo general como examen (Álvarez, 2001, p. 95)

Teniendo en cuenta lo anterior, al finalizar estas exposiciones se generaron unos cuestionamientos entre los estudiantes relacionados con el proceso que vivieron los otros compañeros al interior de las investigaciones, sobre si habían aprendido cuestiones semejantes, si habían enfrentado las mismas dificultades, lo que les había gustado y lo que les había parecido más relevante en el proceso de investigación. Al respecto, se generaron diálogos como los siguientes

¿Cómo se representa $\frac{1}{2}$ en decimal?, Y ¿En porcentaje? (Stefanía, Encuentro de Investigadores Matemáticas en el Aula, 10 de noviembre de 2014)

$\frac{1}{2}$ representa cero coma cincuenta (0.50) en decimal. Y en porcentaje es un 50 % (Juan Manuel, Encuentro de Investigadores Matemáticas en el Aula, 10 de noviembre de 2014)

De estos diálogos, resaltamos la voz de los estudiantes y las formas cómo concibieron el conocimiento teniendo en cuenta que “La validez de la respuesta está en la consistencia de los argumentos en los que se sostiene el razonamiento, no tanto en dar una respuesta de valor universal” (Álvarez, 2001, p.111), de aquí, observamos como Juan

Manuel comprendió que los números fraccionarios, los números decimales y los porcentajes, estaban relacionados entre sí y una fracción podía referirse a una misma cantidad decimal y a un porcentaje, estando ubicado en diferentes contextos.

Al mismo tiempo, pudimos ver que fue necesaria la intervención de los estudiantes para darle legitimidad y validez a las voces de los expositores, actuando entre ellos mismos como coevaluadores y autoevaluadores de los conocimientos que habían constituido. De este modo Álvarez (2001) afirma que,

[...] ni la *autoevaluación*, ni la *coevaluación* entran en el ámbito de las decisiones en las que el sujeto debería hacerse responsable de su propio aprendizaje en nombre de la proclamada *autonomía intelectual* de quien aprende, a la que alude no sólo en los aspectos cognitivos o intelectuales, sino también en su desarrollo social y moral (p. 72)

Puesto que el objetivo de la coevaluación además de la verificación del conocimiento, es permitir que entre los pares se valide y legitime éste, de modo que se posibilite esta construcción social y cada estudiante esté en la capacidad de defender sus conceptos y argumentar y justificar el porqué de ellos. En coherencia con lo anterior, surgió una pregunta que hizo Isabella relacionada con algunos aspectos actitudinales vistos a través de la investigación.

¿Qué es lo que más les gusta de la investigación? (Isabella, Encuentro de Investigadores Matemáticas en el Aula, 10 de noviembre de 2014)

A mí, lo que más me gusta de las actividades fue cuando trabajamos la de la Antioqueñidad y también que aunque tuvimos dificultades y no nos poníamos de acuerdo, logramos hacer las investigaciones y nos fue muy bien y aprendimos mucho (Sebastián, Encuentro de Investigadores Matemáticas en el Aula, 10 de noviembre de 2014).

Las palabras de Isabella y Sebastián mostraron frente a sus compañeros que el proceso de las investigaciones no sólo era un espacio académico en el que se constituyeron

aprendizajes y se reforzaron conocimientos; además fue un lugar en el que “Todos y cada uno tenían oportunidad de escuchar, contrastar, debatir, criticar, contra-argumentar, exponer dudas, afirmar seguridades, disentir razonadamente y valorar (evaluar) las propias respuestas y las que dan los demás componentes del grupo de trabajo” (Álvarez, 2001, p. 112)

En consecuencia, el Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula nos permitió conocer, discernir, clasificar, distinguir, comprender, que los procesos de enseñanza, aprendizaje y evaluación van más allá de lo exclusivamente académico, que la escuela no es sólo un espacio de apropiación de conocimientos y que tanto el maestro como el estudiante no se limitan exclusivamente a ser actores de los procesos anteriormente mencionados. La escuela, los actores y las situaciones permiten que se dé ese encuentro pedagógico de constitución de sujetos y saberes en el que,

La evaluación de los aprendizajes presenta básicamente dos funciones: Una de carácter social de selección y de clasificación, pero también de orientación del alumnado. Una de carácter pedagógico, de regulación del proceso de enseñanza-aprendizaje, es decir, de reconocimiento de los cambios que se han de introducir progresivamente en este proceso para que todos los alumnos aprendan de forma significativa (Jorba & Sanmartí, 1993, p. 3)

A continuación, narramos como medió el trabajo colaborativo en la evaluación y las Investigaciones Matemáticas en el Aula.

Al interior de la evaluación vimos el trabajo colaborativo como la posibilidad de participación conjunta entre maestros y estudiantes sin la existencia de la jerarquización, sino como actores que tenían mucho que compartir y aprender unos de otros. Es importante aclarar que

En este contexto de entendimiento, la necesidad de colaboración del trabajo en equipo no es suficiente garantía si no media el diálogo, en el cual profesores y alumnos se encuentran como personas, sin más rangos ni rasgos discriminatorios, y en el que el respeto profundo mutuamente compartido constituye la razón del entendimiento (Álvarez, 2001, p.57).

Es decir, el diálogo se constituyó en un elemento fundamental para que los estudiantes pudieran comprender las ideas de los demás sin hacer juicios y discriminar a sus compañeros por sus ideas. Así, aclaramos que este trabajo estuvo enfocado en una perspectiva sociocultural del conocimiento, y en ese sentido para nosotras el hecho de que los estudiantes fueran respetuosos con los pensamientos de los demás nos daba la idea que de alguna forma esas diferentes formas de constituir el saber se dieron en el salón.

Como parte de ese diálogo, fue fundamental la comunicación, puesto que no era sólo un estudiante el que hablaba y los demás escuchaban, sino que la comunicación fue como lo plantean Sacristán, Parada, & Olivera (2013), un flujo adecuado de información entre los miembros de un grupo los cuales debían ayudarse mutuamente en forma eficiente y efectiva, además de retroalimentarse ellos mismos.

Por otra parte, cuando los estudiantes construyeron las carteleras para exponer los hallazgos de la investigación en probabilidad y buscaban cómo expresar sus conclusiones para el encuentro sobre la investigación en fracciones; dialogaron, pensaron y tomaron decisiones en grupo, lo que posibilitó como lo mencionan Ponte, Brocardo y Oliveira, (2009) que del trabajo en grupo surgieran varias alternativas para la exploración y conclusión de las tareas. Y eso lo evidenciamos cuando los estudiantes se reunían en horarios no escolares para hacer la investigación y buscaban en sus hogares y en otros lugares y momentos las formas cómo podrían solucionar la pregunta que se habían planteado al inicio de las investigaciones.

En otros momentos, cuando los estudiantes nos comunicaban sus avances por medio de las preguntas que les realizamos y las evaluaciones, nos dimos cuenta que las investigaciones habían significado mucho más que un trabajo para ellos, pues fue una oportunidad para compartir lo mucho o lo poco que habían aprendido, puesto que todos querían salir a mostrar las carteleras que habían realizado y cuando se planeó el encuentro todos inmediatamente mostraron sus deseos de participar y representar a su grupo.

En las discusiones finales los estudiantes en compañía nuestra lograron hacer un trabajo conjuntamente en el que buscaron información, colaboración de sus padres, asesoría con nosotras, con el fin de que cada miembro del grupo observara los beneficios que recibían al hacer todo colectivamente, ya que como lo mencionan Johnson, Johnson & Holubec (1999, p. 14) “Los miembros de un grupo deben tener en claro que los esfuerzos de cada integrante no sólo lo benefician a él mismo sino también a los demás miembros”.

En este sentido, concluimos que al estar todos los estudiantes participando de las investigaciones, la intención de las actividades que se plantearon en esta fase fue responder a todo el proceso ya elaborado en las fases anteriores y que todos se vieran beneficiados y participaran en las discusiones finales evidenciado los aprendizajes constituidos hasta ahora, lo que permitió que se diera aprendizaje colaborativo, puesto que como lo mencionan Sacristán, Parada, & Olivera (2013) este es “[...] un sistema de interacciones cuidadosamente diseñadas que organizan e inducen la influencia recíproca de los integrantes de un equipo” (p. 151), lo que implicó que las interacciones de los estudiantes se dieran de forma colaborativa buscando como se ha dicho en varias ocasiones, un mismo objetivo. El trabajo colaborativo se desarrolló en todas las fases de la investigación, de modo que pudimos observar que en algunos momentos los estudiantes presentaron

dificultades para trabajar con los compañeros por las diferencias existentes, sin embargo ello también posibilitó el fortalecimiento de elementos comunes asociados al aprendizaje colaborativo, como lo destacan los autores Sacristán, Parada, & Olivera (2013, p.152) citando a Johnson & Johnson (1997)

Cooperación. Los estudiantes deben apoyarse mutuamente para cumplir los objetivos propuestos, en un proceso en el que comparten metas, recursos, logros y entendimientos.

Responsabilidad. Los estudiantes deben ser responsables de manera individual de la parte de la actividad que les corresponde y, al mismo tiempo, todos en el equipo deben comprender todas las tareas que les corresponden a los compañeros.

Autoevaluación. Los equipos deben evaluar cuáles acciones han sido útiles y cuáles no, además de valorar si se han alcanzado las metas y evaluar periódicamente sus actividades de modo que puedan identificar los cambios que deben realizarse para mejorar su trabajo futuro.

Para finalizar esta categoría, observamos que durante las Discusiones de las tareas de las dos investigaciones que se realizaron, los estudiantes comprendieron de una forma significativa la importancia de investigar; de igual forma el trabajo colaborativo posibilitó aprender tanto del conocimiento matemático como de las relaciones sociales y este proceso se integró tanto en la evaluación formativa como en las Investigaciones Matemáticas en el Aula de forma significativa en la evaluación formativa que se hacía constantemente y de la misma forma, en esta fase.



Ilustración 19. Exponentes y participantes del Encuentro de Investigadores Matemáticos en el Aula



8. CONSIDERACIONES FINALES

Teniendo como fundamento el objetivo de investigación el cual buscaba *Analizar una evaluación formativa que posibilite la apropiación de conceptos matemáticos de los estudiantes al interior de la metodología de las Investigaciones Matemáticas en el Aula*, nuestra postura epistemológica basada en la perspectiva sociocultural de la educación y el análisis de las categorías correspondientes a las fases de la investigación, podemos clasificar las siguientes conclusiones en cuatro aspectos, así: el primero relacionado con la evaluación formativa, el segundo con la metodología de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, el tercer aspecto que se refiere a la apropiación de conceptos matemáticos y el cuarto que tiene que ver con el trabajo colaborativo.

En primer lugar, propusimos y llevamos a cabo el proceso de evaluación formativa con instrumentos diferentes a los tradicionales (el test, el examen), en cada fase de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, de forma colaborativa, es decir al interior de los grupos de investigación, con características propias del trabajo colaborativo y con miras al fortalecimiento de los argumentos en los estudiantes.

Además, la evaluación formativa llevada a cabo durante el desarrollo de las Investigaciones Matemáticas en el Aula, permitió que los participantes transformaran su visión acerca de la evaluación, ahora vista como un proceso continuo, reflexivo, crítico que se debe dar con la participación de todos (democrático), teniendo en cuenta que valora todo trabajo académico y toda actitud de aprendizaje.

Esta evaluación formativa además de posibilitar la constitución de relaciones académicas entre los estudiantes, maestros y conocimiento matemático, al interior del aula de clase, también da cuenta del proceso de calificación de los aprendizajes y de

construcción conjunta del conocimiento, cumpliendo así con la función social que se le atribuye.

Por otro lado, el proceso de la evaluación formativa posibilitó, por medio de diversos instrumentos, que los estudiantes mostraran sus apropiaciones conceptuales, empleándolas en la resolución de situaciones de sus contextos cotidianos y en el avance de los temas investigados.

Esta experiencia con una metodología de clase diferente a las tradicionales, aportó a nuestras formas de ver los procesos de enseñanza y aprendizaje, como “otras” posibilidades de educar que surgen en respuesta a las dificultades actuales y que posibilitan nuevos enfoques y miradas centradas en el trabajo de los estudiantes más que en los resultados de las evaluaciones.

Las Investigaciones Matemáticas en el Aula fue la metodología desarrollada durante nuestra Práctica Pedagógica, que tenía características análogas a las de las investigaciones realizadas por los matemáticos, pero contextualizadas dentro del aula de clase, la cual posibilitó que los estudiantes asumieran actitudes de investigadores que favorecieron la apropiación de los conocimientos matemáticos, a partir de las preguntas que les surgían mientras iban desarrollando las investigaciones.

Uno de los indicadores de aprendizaje durante las diferentes fases de las investigaciones, fue la transformación de los argumentos, observada durante la formulación, prueba y reformulación de conjeturas. Así, los estudiantes argumentaban de forma verbal sus apropiaciones sobre los conceptos matemáticos que se abordaron en las investigaciones.

El trabajo colaborativo llevado a cabo tanto en las actividades de las investigaciones como en las actividades evaluativas, se constituyó en generador de responsabilidad compartida, posibilitando que los estudiantes se sintieran comprometidos con su proceso de aprendizaje y el de sus compañeros, dejando de lado actitudes de competencia y fortaleciendo entre los estudiantes valores como la colaboración y la solidaridad.

Resaltamos la diversidad de las formas de aprender vista durante el trabajo colaborativo que se desarrolló tanto en las Investigaciones Matemáticas en el Aula como durante las actividades evaluativas, posibilitando darle protagonismo a las subjetividades de los estudiantes sin restarle por ello legitimidad a sus concepciones.

Ubicadas en la perspectiva sociocultural de la educación matemáticas, destacamos los conocimientos apropiados por los estudiantes durante las investigaciones y sus conocimientos previos, los cuales al formar parte de su subjetividad, influyen en sus actividades y sus modos de proceder y orientan [determinan] sus próximos aprendizajes.

Y dado lo anterior dejamos como sugerencia y recomendación para futuras investigaciones, la posibilidad de plantear, estructurar, ejecutar y valorar evaluaciones formativas fundamentadas en perspectivas diversas, que respondan a las características de otras metodologías de clase y posibiliten a los estudiantes expresar sus apropiaciones conceptuales, así como sus desempeños actitudinales ya que como resaltamos en este trabajo de grado, el proceso evaluativo pierde sus caracteres sociales y formativos cuando su planteamiento, estructura, ejecución y valoración no es coherente con la metodología de clase en la que se aplica.



9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Álvarez, J. (2001). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. Madrid: Ediciones Morata S.L.
- Arellano, M., Jara, R., Merino, C., Quintanilla, M. & Cuellar, L. (2008). Estudio comparativo de dos instrumentos de evaluación diagnóstica aplicados a profesores de Química en formación: un estudio piloto. En: *Revista Electrónica de enseñanza de las ciencias*, 7 (1). Recuperado el 08 de abril de 2015, en: http://reec.uvigo.es/volumenes/volumen7/ART1_Vol7_N1.pdf
- Benavides, M, & Gómez, C. (2005). Métodos en investigación cualitativa: triangulación. *Revista colombiana de psiquiatría*, Bogotá, 34(1), 118 - 124. Recuperado el día 30 Marzo de 2015. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/806/80628403009.pdf>
- Decreto 1860 (1994). Por el cual se reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales. Ministerio de Educación Nacional.
- Decreto 0230 (2002). Por el cual se dictan normas en materia de currículo, evaluación y promoción de los educandos y evaluación institucional. Ministerio de Educación Nacional.
- Decreto 1290 (2009). Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media. Ministerio de Educación Nacional.
- Escobar, J. (2007). *Evaluación de los aprendizajes en el área de matemáticas: un acercamiento desde la función formativa de la evaluación*. Universidad de Antioquia.
- Freire, P. (2004). *Pedagogia da Autonomia: Saberes necesarios para la práctica educativa*. Buenos Aires: Editorial Siglo XXI.
- García, G. (2005). *Prácticas de evaluación en las clases de matemáticas en la Educación Básica*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá-Colombia.
- Jaramillo, D. (2011, Enero - Abril). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías y futuros posibles. En: *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59), pp. 13-35.
- Johnson, D., Johnson, R. & Holubec, E. (1999). *El aprendizaje cooperativo en el aula*. Buenos Aires: Paidós.

Jorba, J., Sanmartí, N. (1993). La Función pedagógica de la evaluación. [Versión electrónica]. En: *Revista Aula de Innovación Educativa*, 20, pp. 20-30.

López, A. (2010). La evaluación formativa en la enseñanza y el aprendizaje del inglés. En: *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 1(2), pp.111-124.

Lukas, J. F. & Santiago, K. (2004). *Evaluación educativa*. Madrid: Alianza Editorial.

Martínez, M. (2006). La Investigación Cualitativa: Síntesis conceptual. En *Revista Ipsi*, 9, (1), pp. 123 -146.

Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas: Lineamientos Curriculares*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Monsalve, V. (2006). *Proceso de apropiación conceptual a través de las investigaciones matemáticas en el aula*. (Trabajo de grado no publicado) Universidad Industrial de Santander.

Pérez, D. & Gómez, W. (2009). *Investigaciones matemáticas en el aula: Actividad mediadora en el proceso de apropiación del concepto de polígono*. (Trabajo de grado no publicado). Universidad de Antioquia.

Prendes, M. (2003). Aprendemos... ¿Cooperando o colaborando? Las claves del método. En: *Redes de comunicación en la enseñanza. Las nuevas perspectivas del trabajo corporativo*, Madrid, Paidós, pp. 95-127

Ponte, J., Brocardo, J. & Oliveira, H. (2009). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica.

Porta, L., & Silva, M. (2003). *La investigación cualitativa: el análisis de contenido en la investigación educativa*. Mar del Plata. Recuperado el 25 de mayo de 2014, de <http://www.uccor.edu.ar/paginas/REDUC/porta.pdf>

Real Academia Española (2015). *Evaluar*. Recuperado de <http://lema.rae.es/drae/?val=evaluaci%C3%B3n>

Resolución 2343 (1996). Por la cual se adopta un diseño de lineamientos generales de los procesos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal. Ministerio de Educación Nacional.

Rosales, C. (2003). *Criterios para una evaluación formativa. Objetivos. Contenidos. Profesor. Aprendizaje. Recursos*. Madrid: Narcea, S. A. de ediciones.



Rossmann, G. & Rallis, S. (1998). *Learning in the field: An introduction to qualitative research*. New York: Sage.

Sacristán, A., Parada, S., & Olivera, M. (2013) Un espacio de colaboración, intercambio y experimentación en línea: conformación de comunidades de práctica y de exploraciones matemáticas a distancia. En: *Las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas*. Editorial Trillas.

Santos, L. (2007). La evaluación del aprendizaje en matemáticas: orientaciones y retos. En Giménez, J., Santos, L. & Ponte, J. P. *La actividad matemática en el aula*. (p.157-167). Barcelona: Graó

Sánchez, C. (2006). Tras las huellas de la investigación educativa. En *Acción Pedagógica* N° 32. Tunja: Impresión Publicaciones, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Sánchez, S. (1998). *Fundamentos para la investigación educativa*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Segunda edición. Madrid: Morata

Tahan, M. (2012). *El Hombre que calculaba*. México: Noriega Editores.