

Reflexiones docentes a partir de actividades de modelación matemática



Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

SUGEY ANDREA GONZÁLEZ SÁNCHEZ
CRISTIAN CAMILO LÓPEZ ZAPATA

Asesor(a)

LINA MARÍA MUÑOZ MESA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS
MEDELLÍN
2014

Dedicatoria

A nuestras familias

Especialmente a David

Y a todos los docentes que piensan que:

"...quien se atreva a enseñar nunca debe dejar de aprender." (John Cotton Dana)

Agradecimientos

A Dios fuente de sabiduría y fortaleza, que nos permitió emprender y terminar estos dos años de trabajo de grado.

A nuestras familias por su acompañamiento y preocupación durante esta indagación.

A nuestra asesora Lina María Muñoz Mesa por ser guía y apoyo en este proceso.

A la Institución Educativa Finca La Mesa, en especial, a la coordinadora Griselda Álvarez y el rector César Augusto Rodríguez por brindarnos los espacios y el apoyo en el desarrollo de la investigación y nuestra práctica pedagógica.

A las participantes de esta investigación por su disposición y aportes.

A los profesores Walter Fernando Castro Gordillo, Jhon Henry Durango Urrego, Yadira Marcela Mesa y Jhony Alexander Villa por su disposición y ayuda en nuestro proceso investigativo.

Resumen

En este trabajo se comparte el proceso de investigación, los resultados y conclusiones, derivados del estudio centrado en las reflexiones emergentes de dos docentes de primaria, de un contexto educativo de la ciudad de Medellín, al participar en actividades de modelación matemática. Estas fueron direccionadas por presupuestos teóricos frente a los procesos de formación de docentes cuyo eje articulador de la teoría y la práctica es la reflexión, por un lado, y por el otro, por una perspectiva sociocrítica de la modelación matemática. Por tanto, se encuentra que las participantes son invitadas desde las actividades de modelación a reflexionar, no solo sobre las matemáticas, sino sobre ámbitos más amplios como lo personal, lo social o lo pedagógico.

Palabras Clave: Modelación Matemática, Formación Docente, Reflexión, Perspectiva Sociocrítica de la Modelación, Discusiones Reflexivas, Discusiones Paralelas.

Tabla de Contenido

Resumen	4
Introducción	10
Problema de Investigación	18
El Contexto de la Investigación.....	19
Una mirada amplia al contexto educativo de nuestra investigación	20
Aproximación a la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva del aula: Una experiencia dialógica.	24
Antecedentes del Problema: Una Mirada a Otras Investigaciones	28
Importancia de la reflexión de los docentes de matemáticas.....	28
Sobre la aproximación reflexiva de los docentes a la modelación matemática: Ventajas y desafíos para la enseñanza de las matemáticas.	43
Justificación	62
Formulación del Problema	65
Pregunta de investigación.	66
Objetivo.....	66
Objeto de investigación.....	66
La Modelación Matemática en la Formación del Docente de Matemáticas: Una Oportunidad para la Reflexión Docente	68
La Formación del docente de matemáticas: Un proceso que involucra la reflexión.....	70

La reflexión en la modelación matemática: Un asunto de perspectiva	77
Marco Metodológico	89
Enfoque de investigación.....	89
Método de Investigación.....	91
Tipo de estudio de caso: Instrumental.....	93
Diseño del estudio	94
Participantes de la investigación.....	94
Técnicas e Instrumentos de Recolección de la Información.	96
Desarrollo de la Investigación.....	107
Momentos de la intervención.	109
Análisis de los Datos	117
Validación de la Investigación	118
Discusiones Paralelas y Reflexivas en Actividades de Modelación: Fuentes de Reflexiones Docentes	121
La Modelación Matemática en el Ámbito Personal: Una Alternativa para Reflexionar sobre las Decisiones de la Vida Cotidiana	123
Discusiones paralelas: Factores que inciden en las decisiones como consumidoras.	128
La Modelación Matemática en el Ámbito Profesional: Una Oportunidad para la Práctica Reflexiva de las Docentes	143
Las discusiones reflexivas: El devenir en la configuración del modelo.....	144
Las discusiones paralelas: Reflexiones sobre lo pedagógico.	162

Conclusiones	196
Bibliografía	202
Anexos	209
Anexo 1: Consentimiento de Participación.....	209
Anexo 2: Formato de observación empleado en el proceso de práctica docente	211
Anexo 3: Cuestionario	213
Anexo 4: Formato de diario de Campo empleado en la práctica docente.....	214
Anexo 5: Situación de Modelación 1. Con el Paro, Comer Piña, Papa y Cebolla es un Lujo	215
Anexo 6: De Compras en el Supermercado	218
Anexo 7: ¿Cómo Puedo Comprar el Mejor Arroz para mi Familia?.....	219
Anexo 8: Situación de Modelación 4. Etiquetas Jugosas.....	221
Anexo 9: Entrevista 1. Evaluación del Proceso Investigativo por Melissa.....	222
Anexo 10: Entrevista 2. Evaluación del Proceso Investigativo por Lorena.....	223
Anexo 11: Certificados de participación en el IV Congreso Internacional de Modelación de las Ciencias Básicas	225
Anexo 12: Certificados de participación en el 15 Encuentro Colombiano de Matemática Educativa .	227

Índice de Ilustraciones

Figura 1. Fachada de la Institución	20
Figura 2. Articulación de los Referentes Teóricos.	68
Figura 3. Fases del Proceso de Formación del Docente de Matemáticas de acuerdo al MEN (1998)	71
Figura 4. Representación diagramática del conocimiento del profesor frente a la modelación matemática escolar. Fuente: (Villa-Ochoa et al., 2010, p. 1448).....	76
Figura 5. Perspectivas de la Modelación de Acuerdo a la Finalidad Educativa. Esquema de los investigadores.....	79
Figura 6. Interrelación Conceptual en el Marco Teórico.....	88
Figura 7. Configuración del Modelo para la Situación 1	157
Figura 8. Representación Matemática en la Situación de Arroz	161

Índice de Tablas

Tabla 1. Temáticas Abordadas en Investigaciones sobre los Conocimientos de los Docentes de Matemáticas (1977-2005)	36
Tabla 2. Perspectivas en la Recolección de Información	98
Tabla 3. Interrelaciones Temáticas en el Análisis de los Datos.....	122
Tabla 2. Criterios de Selección de la Mejor Marca de Arroz	138
Tabla 3. Papel de las Matemáticas en las Decisiones de los Consumidores.....	139
Tabla 4. Actividades de Modelación: Aplicación a la Vida Diaria como Compradoras	142
Tabla 5. Organización de Datos para la Situación 1	147
Tabla 6. Importancia que se le Atribuye a las Matemáticas	168
Tabla 7. Apreciaciones de las Docentes sobre la Enseñanza de las Matemáticas	171
Tabla 8. Discusiones Acerca de la Modelación	192

Introducción

Con este trabajo pretendemos dar cuenta del proceso y los hallazgos significativos encontrados en la investigación que realizamos para abordar el problema que enfocamos desde la pregunta: ¿Cuáles son las reflexiones que surgen en docentes cuando participan en actividades de modelación matemática? Esta cuestión fue fruto de constantes retroalimentaciones en los diferentes momentos de la investigación cualitativa que realizamos, y nos llevó a emprender el rumbo investigativo hacia la descripción de las reflexiones que surgen en dos docentes de primaria al involucrarse en actividades de modelación matemática.

El problema de nuestra investigación surge tras un acercamiento desde nuestra práctica pedagógica como estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas a un contexto educativo específico de Medellín, la Institución Educativa Finca La Mesa en su sede Escuela Juan Bautista Montini; conjugado con una revisión de algunos antecedentes investigativos. Por un lado, porque en dicha práctica encontramos docentes de primaria dispuestas a una aproximación reflexiva, conjuntamente con nosotros como estudiantes universitarios, a la modelación matemática, al reconocerse este acercamiento como una oportunidad aportante al proceso formativo de ellas como docentes activas y al nuestro como docentes en formación. Por otro lado, porque abordamos autores a nivel internacional y nacional que desde dos campos de investigación en educación matemática como: Formación Docente y

Modelación Matemática; presentan consenso en cuanto al desfase entre los aportes de las investigaciones educativas y la práctica docente.

Con respecto a lo anterior desde algunos reportes de investigación logramos encontrar puntos de vista que orientaron la búsqueda de una cuestión que diera sentido a nuestro trabajo investigativo. Por una parte, se ha considerado que la formación docente debe contribuir a mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por otra parte, la modelación matemática se proyecta como aportante a la formación integral de los sujetos para enfrentar los retos de la sociedad actual, pero le implica a los docentes tanto ventajas como desafíos para tomarla como estrategia que contribuye a la educación matemática. Sin embargo, en las aulas en concreto estas consideraciones no se ven reflejadas en la práctica educativa en cuanto a las matemáticas. Pero desde ambos campos investigativos, en los aportes de los investigadores se pueden encontrar correspondencias en los puntos de vista, ya que en general resaltan el rol asignado al docente en la transición hacia la transformación de la panorámica de la mencionada brecha teórico-práctica. Además, coinciden en plantear que esta ruptura entre lo teórico y lo práctico puede trascenderse al propiciar oportunidades para que los docentes participen en actividades formativas centradas en propiciar la reflexión docente, así abrir el camino hacia la superación de las inconsistencias entre los aportes investigativos y su aplicación en los contextos educativos concretos (Barbosa & Pereira de Oliveira, 2008; Bassanezi & Salett, 1997; Blum &

Borromeo , 2009; Copello & Sanmartí, 2001; Hein & Salett, 2004; Ponte, 1992; Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio , & Osorio C, 2010).

Nuestra investigación tiene entonces su origen en la Institución Educativa Finca la Mesa, institución en que realizamos nuestra práctica pedagógica. En ella invitamos a algunas docentes de primaria a aproximarse reflexivamente a las actividades de la modelación, y partimos como investigadores de las siguientes preguntas: ¿Cómo se refleja la incidencia de esta experiencia en las participantes? ¿Cómo nos aproximarnos en el rol de investigadores a las reflexiones docentes? ¿Cuál es la influencia que puede tener la reflexión de los procesos de modelación en las prácticas de aula de las participantes?

Para documentar y analizar las reflexiones emergentes en las docentes a partir de nuestro estudio, configuramos una lente teórica en la cual hilamos elementos de la formación de los docentes de matemáticas, como proceso de permanente búsqueda guiado por la idea de aprender para enseñar, desde la conceptualización de la reflexión como crítica, dialógica y distanciada, en coherencia con una perspectiva sociocrítica de la modelación matemática, la cual se enfoca en las reflexiones que emergen en los sujetos cuando son invitados a abordar matemáticamente situaciones referidas a la cotidianidad u otras áreas de conocimiento.

Fue así como en el devenir de este proceso investigativo nos aproximamos a las reflexiones de las docentes desde el análisis de sus discursos de acuerdo a una perspectiva sociocrítica de la modelación (Barbosa, 2008a). En concordancia con esto, las reflexiones se

encontraron inmersas en las discusiones reflexivas y paralelas que abordan aspectos más allá de las matemáticas en las actividades de modelación y que son motivadas desde ámbitos sociales, económicos, pedagógicos, entre otros. Los escenarios desde los que recolectamos la información pertinente para dar respuesta a nuestra pregunta de investigación fueron los espacios de interacción, en los cuales se abordan reflexivamente las actividades de modelación matemática. Estos espacios de interacción se caracterizaron por el encuentro entre las participantes y nosotros a partir del diálogo y la confrontación crítica de puntos de vista, para potencializar el abordaje de algunas temáticas a partir del distanciamiento que permita enfocar los asuntos desde ángulos más amplios y diversidad de miradas.

Los hallazgos significativos en este sentido fueron recolectados, analizados y reelaborados a partir de un enfoque cualitativo de la investigación, donde buscamos “(...) comprender e interpretar la realidad tal y como es entendida por los sujetos participantes en los contextos estudiados” (García, Gil, & Rodríguez, 1999, p. 257) Sin embargo, en la multiplicidad de posibilidades que ofrece la investigación cualitativa para que nuestro proceso no quedara al desgaire, concretamos las acciones que le dieron rumbo a nuestra indagación a través del estudio de casos, que teniendo como base nuestro horizonte conceptual nos permitió considerar en detalle, sistemáticamente y ampliamente nuestro objeto de estudio: las reflexiones docentes en actividades de modelación matemática.

Es por esto que presentamos en este trabajo nuestro discurrir por la investigación, en la que nos propusimos describir las reflexiones, que se pueden constituir en un aporte teórico y práctico desde el ámbito de la educación matemática. Por un lado, aportante a los campos investigativos que se interrelacionan a través de la reflexión en nuestra pesquisa, como son la formación docente y la modelación matemática. Por el otro, como una invitación preliminar a ahondar en la modelación matemática en pro del desarrollo profesional de las docentes participantes en un contexto educativo específico y de nuestro proceso formativo como estudiantes de licenciatura. Por lo tanto, abordaremos los siguientes capítulos: problema de investigación, marco teórico, diseño metodológico, resultados y conclusiones.

En el primer capítulo entonces nos referiremos al problema de investigación. En este apartado se presenta una mirada amplia al contexto educativo donde se origina la problemática estudiada, a la vez, enfocada en las experiencias que nos permiten delimitar dicha problemática al ingresar a un aula en el desarrollo de la práctica pedagógica durante las clases de matemáticas con una docente cooperadora. También se describe el recorrido que realizamos por algunos antecedentes investigativos abordados desde la formación docente y la modelación matemática, que fueron guía y que permitieron sustentar la cuestión y objeto de nuestra investigación. Para pasar entonces a establecer la justificación de nuestra indagación y desencadenar la formulación del problema a partir de hacerlo explícito sucintamente con la pregunta, el objetivo y objeto de investigación.

En el segundo capítulo desarrollamos nuestro marco teórico, dejando entrever las interrelaciones conceptuales que orientaron nuestro estudio desde dos vertientes: la formación docente y la modelación matemática. Se muestra coherentemente con una postura crítica y con un enfoque sociocultural, enmarcados en la concepción de formación del docente de matemáticas del MEN (1998) e hilvanada conceptualmente desde Copello & Sanmartí (2001) quienes proponen un modelo para formación de docentes, lo cual va en la vía de una perspectiva sociocrítica de la modelación jalonada por Barbosa (Barbosa, 2006; 2008a; 2008b). Es así como establecemos una red conceptual que direcciona la concreción de nuestra apuesta investigativa.

En el tercer capítulo pasamos a mostrar cómo desarrollamos nuestra investigación a partir de la configuración de nuestro marco metodológico. En este se sustentan las decisiones que se toman en cuanto a la elección de un paradigma cualitativo y del método de estudio de caso instrumental. Adicionalmente, describimos los instrumentos de recolección de la información y establecemos algunos criterios de análisis de los datos y validación de la investigación. Además, se presentan los momentos en que se desarrolla la investigación que brindan una panorámica general del proceso investigativo.

En el cuarto y último capítulo, se presentan entonces los resultados y conclusiones de la investigación. Esta sección permite el desarrollo del sistema categorial que, permeado por nuestros referentes teóricos, nos condujo a estructurar los análisis que desembocan en la aproximación a nuestra pregunta de investigación. Es así, como describimos las reflexiones

docentes que emergen en las discusiones reflexivas y las discusiones paralelas, que son el medio para establecer las ideas que surgen de las actividades de modelación por parte de las docentes, pero que se refieren respectivamente a la naturaleza y los criterios para configurar los modelos matemáticos y a otros ámbitos extra matemáticos. Estas discusiones las organizamos y clasificamos de acuerdo a dos ámbitos desde los que reflexionan las docentes en ellas: el ámbito personal y el ámbito profesional, establecidos por nosotros acorde a elementos comunes y discordancias identificadas en las reflexiones emergentes en las docentes a partir de las actividades de modelación. El primero muestra cómo las actividades de modelación repercuten en la formación de los sujetos no solo sobre el aprendizaje de las matemáticas o resolución de problemas, sino con una proyección a tener aplicabilidad a la vida personal. El segundo evidencia como desde las actividades de modelación las docentes abordan reflexivamente asuntos referidos a su práctica como docentes de matemáticas con incidencia tanto desde su contexto sociocultural, como institucional. Desde este abordaje de los datos en el análisis y las reelaboraciones para dar respuesta a nuestro problema de investigación, pasamos a presentar algunas conclusiones e implicaciones de nuestra investigación.

Todo lo anterior configura la panorámica de nuestro proceso investigativo. El cual nos permitió tener una mirada más amplia de las reflexiones que dos docentes de primaria reflejaron a partir de las discusiones que se presentaron al abordar las actividades de modelación, abriéndose una incentivación de las docentes participantes y de nosotros mismos a seguir

profundizando en la modelación matemática como una herramienta que potencializa la formación integral de los sujetos incluyendo a los docentes activos y a estudiantes de licenciatura.

Problema de Investigación

La Modelación Matemática es uno de los procesos generales que se proponen en Colombia oficialmente desde 1998 para que permee los procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, sin embargo, una mirada cercana a los contextos educativos permite evidenciar el alejamiento de los docentes a dicho proceso. A pesar que variadas investigaciones educativas han realizado aportes sobre la implementación de la modelación matemática en el aula y su impacto en el aprendizaje de las matemáticas tanto a nivel internacional como nacional, se encuentra que en las instituciones los docentes no presentan una apropiación que les permita desarrollarla como una estrategia de enseñanza (Blomhøj, 2009; Blum & Borromeo, 2009; Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, & Osorio C, 2010). Es por esto que algunos autores plantean que se requiere que los docentes tengan la oportunidad de acercarse a la modelación matemática desde procesos de formación (Bassanezi & Salett, 1997). Entonces desde nuestra investigación nos propusimos invitar a docentes de la Institución Educativa Finca La Mesa, en la cual realizamos nuestra práctica pedagógica de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas; a una aproximación reflexiva a actividades de modelación matemática, que posibilite un primer paso en este contexto educativo en el cierre de la brecha teórico - práctica entre la enseñanza de las matemáticas y la modelación.

Sin embargo, a partir de la pregunta: ¿sobre qué reflexionan los docentes cuando participan en actividades de modelación matemática?, direccionamos nuestro proceso

investigativo. A continuación presentamos los aspectos que constituyen nuestro problema de investigación centrado en las reflexiones emergentes en los docentes cuando participan en actividades de modelación matemática, abordados en aspectos como el contexto del problema, los antecedentes investigativos y la justificación del problema; los cuales desencadenan en la formulación del problema de investigación.

El Contexto de la Investigación

El desarrollo del proceso investigativo sobre las reflexiones de los docentes emergentes en actividades de modelación matemática, está enmarcado por nuestra participación en la práctica pedagógica como estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia. Se nos brinda la oportunidad de realizar dicha práctica pedagógica en la sección Escuela Juan Bautista Montini de la Institución Educativa Finca La Mesa, la cual es de carácter público y se encarga de brindar educación en el nivel de primaria para los grados de transición a cuarto. En el acercamiento a la realidad educativa de esta institución, en particular a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, tanto desde la observación no participante, revisión de documentos institucionales como en las intervenciones didácticas en el aula; logramos conjugar y confrontar elementos teóricos y prácticos desde nuestro proceso formativo en la universidad con las vivencias institucionales, lo cual fue dando rumbo a nuestro proceso investigativo.

Desde estas vivencias, consideramos oportuno describir algunos aspectos históricos, socioeconómicos, locativos y pedagógicos de esta institución que brinde un panorama general del contexto de nuestra investigación. Es de aclarar que en adelante nos referiremos a la institución como ‘La Motini’.

Una mirada amplia al contexto educativo de nuestra investigación



Figura 1. Fachada de la Institución

En nuestras visitas iniciales a la Montini, tuvimos acceso a su Proyecto Educativo Institucional (PEI) en el que se referencia a sus orígenes como Escuela Popular Eucarística a finales de la década de los sesenta, para atender las necesidades educativas de una población que se instaura en el sector en calidad de invasión, conocido en la época como La Isla. La institución estaba ubicada en aquel entonces en la calle 117 con la 50A. Para 1972 el departamento se encarga de administrarla con el nombre Casitas de la Providencia y se nombran 6 maestros. Más tarde se construye una sede más amplia en la actual dirección, carrera 50 A N° 114-10, la cual empieza a funcionar en 1979 con doce grupos. Después en 1980 recibe la denominación Juan

Bautista Montini, en homenaje al nombre del barrio que era en ese entonces y hasta la actualidad: Pablo VI. En el 2002 ya cuenta con 8 aulas para desarrollar su labor educativa con 16 grupos en dos jornadas. Además, a partir del año 2003 la escuela empieza a hacer parte de la Institución Educativa Finca la Mesa como una de sus sedes de primaria, según resolución 16187 de noviembre 27 de 2002.

En la actualidad La Montini para el desarrollo de las actividades educativas, cuenta con algunos espacios amplios como ocho salones en los que se llevan a cabo las clases y un patio salón; también cuenta con espacios menos amplios como una sala de profesores, una oficina para la coordinación y tres patios adicionales. Estos espacios están distribuidos en dos bloques cada uno de dos plantas. En general el espacio físico de la escuela no cuenta con zonas verdes y al no contar con amplitud adecuada se presta para que las actividades curriculares y extracurriculares se desarrollen con intervención de contaminación auditiva y con limitantes al movimiento de los estudiantes.

Al continuar con nuestra práctica pedagógica nos fuimos relacionando con las condiciones históricas y socioeconómicas de estos estudiantes, que nos permitieron dimensionar los retos educativos de la Institución Educativa Finca La Mesa en general, y en particular de la Montini, estableciendo algunos aspectos que describimos a continuación.

Como se ha mencionado, la institución se encuentra ubicada en el barrio Pablo VI, en la comuna dos conocida como Santa Cruz, al nororiente de Medellín. Al recorrer sus calles se

verifica desde la observación de sus edificaciones que este sector se encuentra dentro de las franjas de pobreza de la ciudad, según el PEI de la institución, La Montini se ubica en el sector y por ende, desde los índices de la encuesta de calidad de vida de la ciudad de Medellín efectuada en el 2009, predomina en esta zona el estrato socioeconómico 2 (bajo). Aunado a esto desde los estudios de percepción sobre las condiciones socioculturales de esta comunidad realizados por la Institución Educativa Finca La Mesa con los estudiantes, padres de familia y docentes en todas sus sedes; se da cuenta que la población sobre la que tiene incidencia esta institución se debate día a día con problemáticas de pobreza, desempleo, inseguridad, desplazamiento y bajo nivel de escolaridad que limitan las oportunidades de transformación de las condiciones de vida y ponen en estado de vulnerabilidad especialmente a las nuevas generaciones.

Con la comunidad inmersa en las condiciones socioculturales descritas, la institución se propone desarrollar su Proyecto Educativo Institucional identificándose con las finalidades educativas de formación de sujetos íntegros, que desde su proyecto vital estén en capacidad de vincularse laboralmente y de aportar en la solución de los conflictos y problemáticas del contexto social en el que se desenvuelven. Para esto se realiza una estructuración curricular que abarque las competencias sociales y cognitivas necesarias para formar sujetos con capacidad analítica y crítica; autónomos frente a la apropiación del conocimiento científico y cultural; con responsabilidad social y conciencia ciudadana de tal manera que sean propositivos y asertivos en su participación dentro de la sociedad.

En concordancia con estas finalidades educativas, los perfiles ideales de los actores educativos están dados desde definir al docente como un mediador cultural y al estudiante como sujeto activo frente a la construcción del conocimiento y como un ser social. En coherencia con estos fines educativos, el PEI establece que el docente debe ser un agente fundamental en la institución para materializar los principios, presupuestos teóricos, objetivos y demás especificaciones de dicho proyecto como su carta de navegación educativa.

Cabe entonces señalar que la institución educativa en su sede La Montini cuenta con dieciséis docentes licenciados en diferentes áreas, con una experiencia laboral que oscila entre los 4 y 27 años. Sin embargo, algo que nos llama la atención desde el inicio de nuestra práctica pedagógica es que ninguno de estos docentes es licenciado en el área de matemáticas. Esto genera cuestionamientos y reflexiones iniciales sobre la manera cómo los docentes se están encargando específicamente de organizar y orientar las experiencias de aprendizaje en el área de matemáticas. Esta reflexión se une a las planteadas desde el inicio de este capítulo y que abordaremos más adelante.

Después de configurar esta mirada general a los procesos educativos de la institución, pasaremos a detallar la experiencia y reflexión que surge en nosotros al ingresar como practicantes a una de las aulas de La Montini en algunos momentos de las clases de matemáticas. Mostraremos cómo esta oportunidad aporta a nuestro proceso formativo e investigativo, la cual vivenciamos desde dos facetas: la primera de observación no participante y la segunda de

intervención por parte nuestra en el aula. Esta experiencia nos motiva primordialmente a interactuar con la docente cooperadora que permite el ingreso a su clase; quien está dispuesta en forma permanente durante el proceso de nuestra práctica pedagógica a compartir con nosotros desde el diálogo y su práctica, tanto los sentidos y cuestionamientos como las reflexiones que emergen sobre la labor del docente, y especialmente cuando enseña matemáticas.

Aproximación a la enseñanza de las matemáticas desde una perspectiva del aula:

Una experiencia dialógica.

Desde la práctica pedagógica se nos propone como estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas entrar en contacto con la realidad del aula, para confrontar la teoría y la práctica en cuanto a la enseñanza de las matemáticas en un contexto educativo específico. Una de las formas como logramos este propósito de nuestra práctica fue proponiéndole a una de las docentes de La Montini acompañarla en los procesos del aula, en primera instancia como observadores, para luego intervenir de manera particular orientando la clase desde las herramientas propuestas en la planeación y diálogo con la maestra cooperadora.

Es importante destacar que los encuentros en el aula durante las clases de matemáticas estuvieron marcados por el diálogo entre nosotros como practicantes y la docente cooperadora. Este diálogo se constituye en el espacio propicio desde el cual generamos preguntas sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en este contexto específico institucional, jalonadas por las inquietudes y cuestiones que no planteaba ésta docente, quien manifestó continuamente

una actitud orientada hacia el querer aprender para enseñar. Continuamente nos daba a conocer sus puntos de vista, inquietudes y preocupaciones frente a su labor como docente de matemáticas. En este sentido resaltamos el reconocimiento que hace la maestra frente a que su formación profesional no es específica en el área de matemáticas. Sin embargo, esta actitud constante de pregunta y reflexión sobre su práctica como docente encargada del área de matemáticas, se conjuga con la expresión de un compromiso con el mejoramiento académico de sus estudiantes en esta área.

Correspondiendo a lo anterior, evidenciamos en las clases observadas un estilo de enseñanza basada desde un rol explicativo (docente) y un rol de receptores que repiten rutinas desde las estrategias educativas (estudiante). En algunas ocasiones la docente plantea preguntas a los estudiantes para verificar que estos repitan las definiciones que ella les transmite oralmente o que describan los procedimientos que se les ha ejemplificado para que los realicen. Sin embargo, la docente no permanece en una actitud cómoda con su práctica, sino que frecuentemente se muestra inquieta frente a su quehacer: ¿Lo que hago es lo apropiado para enseñar matemáticas? ¿Deberíamos tener docentes específicamente formados en el área de matemáticas para encargarse de esta asignatura en la institución?, son preguntas sustanciales en nuestras conversaciones con ella. Incluso en uno de los diálogos establecidos con nosotros nos plantea que a veces se siente insegura al desarrollar la asignatura de matemáticas, ya que considera que:

(...) siempre me han gustado las matemáticas y no se mucho de ellas, me gustaría ahondar en ellas, porque pienso que esa sería una de las causas por las cuales se da el déficit que tenemos en este momento a nivel académico.

Se constituye entonces en una constante de nuestros encuentros con la docente cooperadora que nos exprese el deseo de profundizar puntualmente en algunos conceptos matemáticos que debe enseñar en primaria como: áreas, perímetros, sistemas métricos, transformaciones geométricas y porcentajes.

Pero no son solo aspectos de las matemáticas escolares los que suscitan las preguntas de la docente, sino cuestionamientos que se direccionan con preguntas sobre la modelación matemática, ya que la encuentra en un libro de texto en el que aparece como subtítulo de algunas actividades, y se pregunta cómo puede desarrollarlas con los estudiantes cuando considera que en realidad no comprende en qué consiste este proceso y cómo se implementa en el aula.

En consecuencia, todos estos diálogos con la docente en este recorrido inicial por nuestra práctica pedagógica desencadenaron que nuestro proceso de investigación estuviera enfocado a las necesidades expresadas por la docente de ampliar su visión sobre las matemáticas escolares y su enseñanza. Sin embargo, por la relevancia del proceso de modelación dentro de la educación matemática como lo contemplan los Lineamientos Curriculares de 1998, dentro las múltiples posibilidades de temáticas que se promovieron en la interacción dialógica con la docente, decidimos enfocarnos en la aproximación conjunta de nosotros y la docente a este proceso. Esto

implicaba para nosotros una postura de respeto a la trayectoria profesional de la docente, por tanto no nos posicionamos como expertos que transmiten conocimientos desde la universidad, sino que emprendimos una experiencia reflexiva compartida a través de la participación en actividades de modelación matemática. Al considerar esta propuesta como relevante a su propio proceso formativo, la docente invita a una de sus compañeras docentes de la institución, la cual también se siente motivada a participar en el proceso de investigación.

Al contar con la aceptación de las dos docentes para participar en este proceso investigativo nos abocamos entonces a realizar una exploración por la literatura que nos permitió dar sustento a la propuesta desde la necesidad que en educación se presenta, donde el énfasis es la reflexión e investigación que surge de nuestra propia práctica. En esta revisión de antecedentes investigativos retomamos dos ejes que se constituirían en articuladores de nuestro problema de investigación: el papel de la reflexión en procesos de formación docente y la modelación matemática como proceso a implementar en el aula.

A continuación expondremos los aspectos encontrados en algunas investigaciones que abonan a nuestra argumentación sobre la importancia de involucrar a los docentes en procesos reflexivos a través de la modelación matemática.

Antecedentes del Problema: Una Mirada a Otras Investigaciones

Desde hace varias décadas se viene proponiendo a los docentes de matemáticas que tomen en la enseñanza de ésta área a la modelación matemática, desde diferentes argumentaciones referidas a aspectos pedagógicos, didácticos y sociales (Blomhøj, 2004; Blum, 1993). Pero algunos investigadores plantean que los docentes requieren adquirir elementos teórico y prácticos sobre la implementación de la modelación matemática en el aula (Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, & Osorio C, 2010; Bassanezi & Salett, 1997). Por lo tanto, las comunidades académicas que proponen a la modelación matemática como estrategia de enseñanza, se han pronunciado frente a la necesidad de promover procesos de formación docente. Es por esto importante identificar puntos de encuentro entre la modelación matemática y la formación de los docentes en matemáticas. Como veremos la intersección entre estos dos campos de investigación en educación matemática se puede evidenciar al considerar el componente reflexivo en la práctica docente.

Importancia de la reflexión de los docentes de matemáticas.

No existe un solo enfoque o propuesta sobre cómo deben llevarse a cabo los procesos de formación de los docentes de matemáticas, no solo específicamente sobre la modelación matemática sino en general sobre la educación matemática. Sin embargo, entre los investigadores existe algún consenso, desde variados estudios que se han venido abordando especialmente desde la década de los ochenta, en que la formación de los docentes de matemáticas a partir de la

reflexión es una de las aristas fundamentales para el mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Esto pudimos confirmarlo a partir de nuestra aproximación a algunos trabajos investigativos, los cuáles se enfocaron en la docencia en el área de las matemáticas en diferentes niveles de escolaridad, como veremos en lo que sigue.

El papel relevante de los docentes en la promoción de las condiciones para el aprendizaje de los estudiantes es una de las principales causas por las que Ponte (1992) resalta la importancia y necesidad de tomar en cuenta sus formas de pensar tanto sobre las matemáticas escolares y su enseñanza y aprendizaje. Este investigador indica que desde la década de los ochenta se vienen realizando diferentes investigaciones que buscan establecer: qué saben, qué creen y qué hacen los docentes con respecto a las matemáticas y su enseñanza; desde las cuáles se ha procurado clarificar la relación entre estas ideas o concepciones de los docentes y su práctica. Es por esto que realiza un rastreo por diferentes investigaciones de las cuales resaltaremos algunos elementos discutidos por este autor.

Ponte (1992) indaga sobre elementos reportados desde las investigaciones abordadas en su trabajo desde dos ejes: uno de ellos es el de concepciones sobre las matemáticas y conocimientos matemáticos de los docentes, como también aborda otro relacionado con las ideas sobre la enseñanza de las matemáticas; ambos tópicos desde las miradas y puntos de vista de los docentes.

Al respecto de las concepciones de los docentes sobre las matemáticas y sus conocimientos matemáticos, Ponte (1992) muestra como a partir de la investigación de Guimarães (1988) ya hace aproximadamente 25 años algunos docentes se encontraban enseñando matemáticas sin haber elegido para su formación en la licenciatura el énfasis en esta área. Aunado a esto resalta que en general en los docentes aún con formación en matemáticas se evidencian desfases a nivel conceptual, como en la investigación de Graeber & Tirosh (1990) en la que los investigadores concluyen que a menudo los docentes se ven afectados por su falta de experiencia y seguridad necesaria en relación con ciertos contenidos matemáticos que enseñan. Al tener la oportunidad de consultar este estudio pudimos corroborar que los investigadores encuentran inconsistencias en cuanto a las ideas sobre la operación división de algunos estudiantes de pregrado para docentes de matemáticas, al considerar que en esta operación el cociente debe ser siempre mayor que el dividendo, lo que genera conflicto cuando se les proponen operaciones con divisores no enteros (Graeber & Tirosh, 1990).

Aunado a esto, Ponte (1992) también refiere que los estudios evidenciaban que los conocimientos de los docentes sobre las temáticas que se imparten en la clase de matemáticas eran limitados y poco profundos especialmente en los niveles educativos iniciales. Además, la mirada de los docentes sobre aspectos de cultura matemática de índole filosófica, histórica o de su aplicación a otros campos es reducida como lo informan los investigadores Fennema y Leof (1992), citados en su trabajo. Conjuntamente con estudios sobre los límites en los conocimientos

matemáticos de los docentes, Ponte (1992) también trae a colación pesquisas como las de Thompson (1992), Benavente (1990), Silva (1991), Veloso (1991) y Loureiro (1991) que indican que los docentes ofrecen resistencia a los procesos de cambio en las concepciones y prácticas.

En cuanto a lo que piensan los docentes sobre las matemáticas, en general en las investigaciones abarcadas en el trabajo de Ponte (1992) se encuentra una mirada formalista sobre las matemáticas tomándola como un conjunto de conocimientos estáticos, ahistóricos, de carácter lógico, exactos, rigurosos y deductivos. En algunos estudios los docentes pueden reconocer la aplicabilidad de las matemáticas a otras áreas de conocimiento, pero esto no se ve reflejado en su enseñanza. Otra postura sobre las matemáticas es la que se encuentra registrada desde el currículo, tomándola como una asignatura o disciplina escolar que se subdivide en ramas como la geometría y el cálculo. Además, en algunos estudios como los de Ponte y Carreira (1992) se hacen notar las dificultades de los docentes para expresar sus concepciones y la carencia de actitudes reflexivas frente a ellas.

En lo referido a las concepciones sobre la enseñanza de las matemáticas Ponte (1992) encuentra diferentes puntos de vista como los que reporta a continuación:

Por ejemplo, Ponte (1992) resalta que en una investigación con 107 docentes de diferentes grados Midgley (1988) encuentra que aquellos de los niveles iniciales tienen un tendencia a valorar el control y la disciplina más que la eficacia en la enseñanza de los conocimientos. También informa que Guimarães (1988) encuentra que los docentes piensan que

su papel en la enseñanza es explicar como transmisores de información, mientras que consideran que los estudiantes son practicantes de los procedimientos que se les explican, por tanto, estos últimos son receptores de información. Además, muestra otros estudios como el de Veloso (1991) donde se encuentran actitudes positivas de los docentes de secundaria frente a la resolución de problemas, pero estos encuentran obstáculos en la inflexibilidad de los currículos para darles un lugar en la enseñanza. En general, en las investigaciones que aborda Ponte (1992) se encuentra que los docentes enfatizan en un enfoque de la enseñanza basada en el cálculo y resolución de ejercicios más que de problemas; además, consideran que en la interacción docente-alumno predomina la autoridad del docente frente al saber; como también reflejan la idea que aprender es comprender, aunque se refleja en la práctica sobre todo como mecanizar; pero no toman en cuenta el componente pragmático del conocimiento matemático, es decir, su utilidad por esto no consideran que aprender es también usar el conocimiento.

Frente a este panorama establecido desde las investigaciones Ponte (1992) plantea que es difícil determinar la relación entre las concepciones y las prácticas, ya que estarían involucrados factores como lo social o lo afectivo. Sin embargo, para él los conflictos que emergen entre las concepciones y las prácticas se pueden afrontar por parte de los docentes desde procesos formativos de acuerdo a dos perspectivas.

La primera la concibe Ponte (1992) como de acomodación, que consiste en incorporar los elementos novedosos a estructuras conceptuales y procedimentales preexistentes, pero sin

requerirse una transformación de la práctica. Por esto, en la actuación de los docentes no se vería reflejado un cambio auténtico, sino que se adjuntan algunos elementos superficialmente a sus comportamientos habituales para dar cuenta del seguimiento inocuo de directrices curriculares, cursos o materiales educativos.

La segunda perspectiva persigue la implicación de los docentes en la disposición hacia el cambio a partir de la reflexión. Según Ponte, desde este enfoque los procesos de formación no pueden desarrollarse desde la imposición a los docentes. Deben tomarse como procesos de intercambio y creación colectiva en el respeto por las reflexiones de los docentes.

No obstante, en este sentido éste autor plantea que desde diversas investigaciones, en las que se indaga sobre los marcos conceptuales de las matemáticas y la enseñanza en los docentes, se reporta que inducir la práctica de la reflexión de estos es una tarea compleja; algunos ejemplos de investigaciones con estos planteamientos que son citadas por Ponte (1992) son: Ponte, Matos, Guimarães, Leal y Canavarro (1991); Loureiro (1991) y Veloso (1991). Lo anterior conlleva a Ponte (1992) a plantear que el papel fundamental del docente en el proceso de formación matemática de los estudiantes, conduce a que sea importante continuar con la indagación sobre propuestas de formación que puedan inducir a los docentes a una práctica reflexiva, de tal manera que las posturas rígidas de los docentes en cuanto a sus concepciones y prácticas sobre las matemáticas y su enseñanza se transfiguren en el hábito de la duda, en actitudes de cuestionamiento y la apertura a nuevos enfoques.

La importancia de abordar el pensamiento de los docentes es resaltado también por Ponte (1999) al plantear que aunque la actividad del maestro se lleva a cabo dentro de un sistema educativo que tiene metas y objetivos para el aprendizaje de los estudiantes, el acercamiento a la práctica docente requiere considerar la forma de pensar de los mismos sobre lo curricular, ya que estos esquemas son los que tienen más peso sobre la práctica que las prescripciones curriculares. Para otros autores también es relevante abordar en la investigación las ideas de los docentes sobre variados aspectos de las matemáticas escolares y su enseñanza, por ejemplo Flores (1998) establece que:

En la actualidad se extiende la idea de que interesa más lo que piensa el profesor que el transmitirle destrezas estandarizadas. Esto lleva a dirigir la investigación sobre la formación de profesores de matemáticas hacia paradigmas interpretativos, en los que interesa el pensamiento del profesor, como variable que controla su acción. (p.16)

Sin embargo, a pesar que la investigación ha realizado aportes desde el campo de la formación docente, el panorama en la enseñanza de las matemáticas en las últimas cuatro décadas continua mostrando inconsistencia entre concepciones y prácticas, además, resistencia al cambio, como se evidencia en 2006 con la investigación de Chapman & Ponte quienes aportan un análisis de numerosos artículos de investigación (aproximadamente 215), desde cuatro tópicos: conocimientos de matemáticas de los docentes, los conocimientos sobre la enseñanza de las matemáticas, las creencias y concepciones, y la práctica docente. Estos investigadores

abarcaron en este estudio tres periodos 1977-1985, 1986-1994 y 1995-2005, en los cuáles identifican los aspectos comunes y las diferencias en los énfasis de las investigaciones sobre los tópicos tratados, comparando los estudios tanto a nivel cuantitativos (número de artículos en cada período) y cualitativos (objetos de estudio, marcos teóricos, metodología implementada, entre otras cuestiones) (Chapman & Ponte, 2006).

Retomaremos algunos elementos fundamentales recopilados y analizados por estos investigadores.

En cuanto a los conocimientos de los docentes Chapman & Ponte (2006) establecen que el enfoque predominante en los tres periodos estudiados fue las deficiencias y dificultades en el conocimiento de los profesores de matemáticas de conceptos y procedimientos matemáticos. Algunos de estos estudios trataron de encontrar la relación entre la forma como las concepciones de los docentes sobre algunos conceptos, afectan las ideas que se van configurando por parte de sus estudiantes. En la tabla 1 esquematizamos algunas temáticas abordadas, especialmente, en los estudios que los autores referencian desde la primaria, aunque ellos abordan diferentes niveles educativos.

Otra sección presentada por Chapman & Ponte (2006) tiene que ver con los conocimientos sobre la enseñanza, desentrañando sus elementos, su naturaleza y cómo se promueve su desarrollo. Algunos estudios sobre conocimiento didáctico resaltados fueron los de Shulman (1986) y Markovits (1991). También estos autores muestran como Klein y Tirosh

(1997) abordan en su investigación conocimiento y manejo de dificultades en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes, por parte de los docentes.

En cuanto a las creencias y concepciones se presenta por parte de Chapman & Ponte (2006) que Gates (2001) se refirió a cómo las concepciones de los docentes deben analizarse en una perspectiva sociológica, ya que los sistemas de creencias no son neutrales y se construyen sobre bases ideológicas de los docentes, ubicándolos como sujetos sociales y políticos.

Tabla 1. Temáticas Abordadas en Investigaciones sobre los Conocimientos de los Docentes de Matemáticas (1977-2005)

Comprensión y al manejo de las fracciones, números racionales	Linchevsky y Vinner (1989)
	Llinares y Sánchez (1991)
	Tall (1996)
Aritmética, operaciones matemáticas, resolución de problemas verbales,	Tirosh, Graeber y Glover (1986)
	Greer y Mangan (1986)
	Simon (1990)
	Philippou y Christou (1994)
	,Zazkis y Campbell (1994)

Van Dooren, Verschaffel y Onghena (2001)

Geometría

Hershkowitz y Vinner (1984)

Hershkowitz y Vinner (1984)

Braconne y Dionne (1987)

Desde las prácticas docentes Chapman & Ponte (2006) traen a colación como los estudios muestran que el conocimiento del profesorado de matemáticas suele ser problemático en términos de lo que los profesores saben y lo que hacen. Muchas veces las programaciones curriculares abordan temáticas sobre las que no tienen una comprensión adecuada. Algunos estudios referenciados por estos autores fueron el de Madera (1996) y Wood (1998).

Nosotros consideramos significativo subrayar algunos resultados de estas investigaciones, aunque no son necesariamente generalizables. Ya que esta recopilación brindada por Chapman & Ponte (2006) indican problemas en cuanto al conocimiento matemático de los docentes y sobre la enseñanza, que de alguna manera se ven reflejados en sus prácticas. Además, los estudios sobre las creencias y concepciones de los docentes presentados por estos investigadores proporcionan una herramienta conceptual para comprender los motivos implícitos de algunas decisiones de los docentes y sus comportamientos en el aula, sin embargo, cómo se desarrollan y operan es todavía una cuestión abierta. Además, brindan diferentes miradas teóricas sobre las prácticas docentes

que van desde la psicología cognitiva hasta una perspectiva sociocultural. En cuanto a este último punto, se enfatizan la relación entre la práctica y los conocimientos matemáticos, como también, se analizan las prácticas docentes desde un punto de vista crítico que conlleva a justificar la necesidad de la formación permanente del profesorado de matemáticas.

Sin embargo, lo que más nos llama la atención en estos numerosos estudios abordados por Chapman & Ponte en 2006, es que el número de investigaciones que abordan la práctica reflexiva de los docentes es limitado. Aún a pesar que Ponte en 1992 resalta el papel de la reflexión en los procesos de formación, aunque para él la incentivación de procesos reflexivos era una cuestión abierta en la investigación. Incluso planteó una pregunta: ¿Qué prácticas generan la novedad en las ideas de los docentes sobre las matemáticas y su enseñanza? Sin embargo, según el recorrido de estos autores por las diferentes investigaciones muestra que aún queda mucho camino investigativo por recorrer para abordar la reflexión en toda su potencialidad hacia la formación docente.

Sin embargo, otros autores han realizado propuestas de modelos de formación de los docentes de Matemáticas, y en general de las ciencias, basados en prácticas reflexivas (Alsina, 2007; Flores & Peñas, 2005; Copello & Sanmartí, 2001). Esto lo realizan teniendo como cimiento los hallazgos de investigaciones sobre las dificultades o sesgos conceptuales y metodológicos con que los docentes de matemáticas enfrentan su quehacer en los contextos educativos. Por lo que se ha vislumbrado la necesidad de generar procesos formativos que

conlleven una implicación activa de los docentes a través de la reflexión, ya que la mera transmisión de conocimientos no es garante de incidencia en las prácticas. Estas investigaciones se han referido a los docentes en formación inicial o de pregrado y docentes en formación permanente que ya están vinculados a las instituciones educativas. A continuación abordaremos algunas investigaciones que amplían estos planteamientos.

Alsina (2007), Flores & Peñas (2005), Copello & Sanmartí (2001), entre otros, reconocen que habitualmente los modelos de formación de docentes de matemáticas y de las ciencias, han tomado un carácter transmisionista, lo que quiere decir que al desarrollarse bajo el esquema del experto que transfiere conocimiento tanto desde lo disciplinar como de lo didáctico buscando generar la actualización de los docentes, estos últimos asumen una postura pasiva frente a los aportes desde los que se pretende movilizarlos hacia el nuevo conocimiento y su aplicación.

Lo anterior genera una disyuntiva entre los propósitos de las propuestas de formación de docentes y su impacto en la labor docente. Por un lado, la formación tomada como proceso permanente, está vinculada al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje (MEN, 1998, Copello & Sanmartí, 2001, Flores & Peñas, 2005, Alsina, 2007). Por otro lado, algunos investigadores como los mencionados se plantean interrogantes sobre la concordancia entre los aportes investigativos y su aplicación en las aulas por parte de los docentes. Uno de los factores que se presentan como elemento clave en esta disociación teórico-práctica es que desde las propuestas formativas no se involucra activamente a los docentes en los procesos que buscan

promover su formación permanente. Una alternativa planteada a esta situación es dar preponderancia en el proceso de formación de los docentes a la reflexión.

Es así como Alsina (2007) en un estudio sobre la incidencia del aprendizaje reflexivo de los docentes en sus concepciones sobre el papel de la resolución de problemas en las clases de matemáticas, informa que la reflexión es eficaz para generar cambios en los puntos de vista de los participantes en el estudio. En este estudio, la incidencia de las actividades que buscan aportarle al docente elementos teóricos y prácticos a su desempeño profesional se genera a partir de promover un aprendizaje reflexivo, concepto basado en la conceptualización de Shon (1983) de reflexión sobre la acción para superar el carácter técnico del quehacer del docente y contribuir a su desarrollo profesional. La metodología implementada en la investigación permite conformar comunidades de aprendizaje en las cuales se involucra a los docentes en procesos reflexivos a partir de preguntas y actividades que conllevan a que estos se generen cuestionamientos y motivaciones hacia cambios en su práctica. Los resultados evidenciados en la investigación llevan a Alsina (2007) a afirmar:

(...) a medida que se iban superando fases del ciclo reflexivo, los maestros en formación valoraban cada vez más la importancia de la interacción con los demás y el contraste como herramientas para reconstruir y co-construir conocimiento en relación con la resolución de problemas (...) la práctica reflexiva parece ser un modelo de formación permanente útil. (pp. 115-116)

En este sentido Flores & Peñas (2005) también argumentan sobre cómo la práctica reflexiva puede constituirse en una propuesta válida en la formación de los docentes aún desde la etapa de su profesionalización como estudiantes de pregrado. Estos investigadores se cuestionaron sobre cómo enfrentan estudiantes universitarios, aspirantes a docentes de matemáticas de último año, los interrogantes que les surgen acerca de cómo aplicar los elementos teóricos que sobre la enseñanza les aporta el proceso formativo de la universidad. Es así como en una investigación Flores & Peñas (2005) con docentes en formación de pregrado que enfrentan su práctica pedagógica desde dos cursos de carácter didáctico, implementan estrategias en los cuales los participantes desarrollan un proceso reflexivo de confrontación teórico-práctica sobre la enseñanza de las matemáticas. En este proceso se resalta por los autores el papel de la reflexión de la siguiente manera:

La reflexión sobre cuestiones profesionales resulta útil para afrontar estas cuestiones, ya que los procesos de reflexión suponen la manifestación y toma de conciencia por parte de los estudiantes [docentes en formación] de sus posiciones sobre la enseñanza y el aprendizaje, lo cual es un punto de partida para que los estudiantes profundicen en su práctica docente, tomando conciencia de sus ideas acerca de la enseñanza. (Flores & Peñas, 2005, p.6)

Por otra parte, Copello & Sanmartí (2001) realizan un trabajo investigativo ya con docentes en servicio donde aplican un modelo de formación centrado en la reflexión, teniendo

como punto de partida las concepciones y las prácticas, con el fin que se oriente la toma de conciencia y de decisiones que propendan por la cualificación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula. Es de aclarar que estos autores plantean que esta propuesta esta orientada a atender asuntos sobre la didáctica de las ciencias en general, no específicamente de matemáticas y la aplican inicialmente con docentes de ciencias naturales. Sin embargo, consideramos que se puede extrapolar a docentes de matemáticas. Bajo esta propuesta el docente es considerado un sujeto reflexivo y crítico, y en el proceso investigativo recibe el apoyo de una persona orientadora, con quien puede intercambiar puntos de vista teórico-prácticos acerca de su quehacer docente y las condiciones institucionales y socioculturales en las que dicho quehacer se realiza. Las experiencias analizadas en este estudio conllevan a los autores a concluir sobre la validez de involucrar a los docentes en forma reflexiva en los procesos de formación como lo expresan a continuación:

Una de las críticas que seguramente podrían hacerse a este proceso de formación es su alto costo, sobre todo en tiempo y en la necesidad de la dedicación personalizada de la orientadora. Aun siendo cierto, los resultados nos llevan a afirmar que la estrategia resulta eficaz y rentable a largo plazo. Es una estrategia que permite adecuarse a la individualidad de cada profesor/a, y llevarlo o llevarla a un proceso crítico de toma de conciencia y a participar en la elaboración de la toma de decisiones. Como resultado se van produciendo cambios lentos, pero significativos y, pensamos, persistentes en su

mayoría, tal como se confirma en la experiencia realizada. Frente a grandes inversiones económicas asociadas a otros modelos de formación permanente que a la larga resultan poco eficaces, creemos que esta propuesta es una alternativa válida y que no puede dejar de ser considerada, sobre todo para comunidades no muy grandes. (Copello & Sanmartí, 2001, p. 272)

Con esta panorámica aportada por las investigaciones abordadas en esta sección, que nos deja entrever la importancia de la reflexión de los docentes cuando abordan diferentes aspectos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas nos proponemos que la aproximación por parte de las docentes participantes a la modelación matemática sea de carácter reflexivo en nuestra investigación. En este sentido extendemos la mirada hacia la modelación matemática para presentar diversos aportes desde las indagaciones académicas que nos permiten sustentar su importancia para potencializar la formación de los maestros y propiciar procesos de reflexión.

Sobre la aproximación reflexiva de los docentes a la modelación matemática:

Ventajas y desafíos para la enseñanza de las matemáticas.

La modelación matemática se ha constituido en un campo de investigación que viene generando debate desde hace algunas décadas entre algunos investigadores que se han enfocado en la educación matemática. Desde estos debates se han enfatizado las potencialidades y retos que están implicados en la implementación de la modelación matemática por parte de los

docentes en su enseñanza, de acuerdo a los propósitos que en diferentes contextos se le asigna a la formación matemática. A lo largo de esta sección presentaremos algunos elementos reportados en las investigaciones que ilustran estas afirmaciones, de tal manera que resaltamos el papel de la reflexión en la aproximación de los docentes a la modelación matemática y establecemos un sustento a la realización de nuestra investigación.

Las ventajas de implementar la modelación matemática en la enseñanza.

Los docentes de matemáticas están supeditados a desarrollar su práctica docente inscrita a las finalidades educativas de sus contextos específicos, lo que en la actualidad en forma generalizada debe concordar a los requerimientos de la formación integral de los sujetos. En Colombia esto de acuerdo al MEN (2006) debe tener en cuenta “los fines de tipo personal, cultural, social y político de la educación matemática” (p. 48). Como veremos a través de las investigaciones, a la modelación matemática se le ha atribuido el potencial de desarrollar en los sujetos aspectos relacionados a estas intencionalidades educativas. Por lo tanto, se ha establecido por el MEN (1998, 2006) como uno de los procesos que se deben tener en cuenta para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es por esto que los docentes deben aproximarse reflexivamente a la modelación matemática. Desglosaremos algunos aspectos que sustentan este argumento.

Blum (1993) muestra que los docentes deben considerar la modelación matemática en su quehacer por lo menos por cinco razones: promueve la consolidación y comprensión de los

conceptos y procedimientos matemáticos; desarrolla habilidades para manejar problemas del mundo real; permite presentar una visión de las matemáticas desde una perspectiva social y cultural; posibilita el abordaje reflexivo sobre los contenidos matemáticos que se enseñan en la escuela; y motiva la curiosidad intelectual al aterrizar los conceptos y procedimientos matemáticos dotándolos de sentido. Es importante anotar que estos elementos están en coherencia con los propósitos educativos planteados por el MEN en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas en 2006. Pero además otros investigadores a nivel nacional e internacional también han resaltado como la modelación matemática permite concretar estos objetivos que van en pro de la formación integral de los sujetos.

Entre ellos se encuentran Bassanezi & Salett (1997), quienes conciben a la modelación como una propuesta para la escuela que potencializa la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas, a través de abordar problemas determinados desde la vida real, tanto a nivel de la cotidianidad o disciplinas diferentes a las matemáticas. Para estos autores este método de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas posibilita motivar el aprendizaje activo de los conceptos matemáticos. También consideran que para aplicar este método no es una condición inicial tener aprendidos los conceptos matemáticos, porque permite la apropiación de conceptos nuevos. Estos investigadores entonces resaltan que el carácter activo del estudiante en la modelación contribuye a generar en los sujetos actitudes de responsabilidad e interés en su propio aprendizaje.

Por su parte, otras investigadoras que reconocen el papel de la modelación en el aprendizaje de conceptos y procedimientos matemáticos son Doerr & English (2003). Ellas reportan que esto es posible a través de la modelación al presentar en el aula situaciones que elicitán modelos (configuración de modelos). Esta actividad provoca la toma de decisiones frente a los procesos de matematización, ya que los sujetos que participan en tareas de modelación deben seleccionar los elementos relevantes que serán estudiados matemáticamente en la situación, elegir las operaciones adecuadas y crear representaciones significativas. En este sentido estas investigadoras sustentan que presentar a los sujetos situaciones del mundo real, provoca la generación de sistemas o modelos que posibilitan no solo la solución particular de alguna situación sino que estos sean generalizables a otras situaciones homólogas, por tanto, se consolida el aprendizaje conceptual aun sin haber recibido instrucción previa. De esta manera las tareas de modelación proporcionan una plataforma para que los sujetos se apropien autónomamente de las matemáticas escolares.

Complementando lo anterior English (2004) plantea que participar en actividades de modelación matemática desde situaciones del mundo real prepara a los sujetos para afrontar los problemas que van a encontrar más allá de la escuela. Esta autora lo plantea específicamente en el plano de las capacidades requeridas por un contexto cambiante del mercado laboral global, donde las personas deben estar preparadas para desempeñarse en forma flexible, creativa y estar suficientemente preparados en habilidades matemáticas y tecnológicas. Es por esto que esta

investigadora considera que es preponderante para los docentes cuestionarse sobre la esencia de las experiencias de resolución de problemas matemáticos que se proponen desde las clases. Sustenta entonces como la modelación es una alternativa que posibilita la estructuración de los aprendizajes que desarrollan habilidades y procesos matemáticos, que se potencializan importantes en el futuro de los sujetos. Un aspecto considerado también por English (2004) es que el desarrollo de estas habilidades y procesos es lento y requiere de tiempo, por lo que realiza un llamado a que la modelación sea introducida por los docentes desde la primaria en sus clases.

English & Watters (2004) también sustentan sobre la importancia que los docentes empiecen a trabajar con la modelación matemática en sus clases desde la primaria. Estos autores argumentan sobre cómo las tareas de modelación son vehículos provechosos para el desarrollo de importantes ideas matemáticas, en los procesos de resolución de problemas también durante los primeros años escolares. Una de las razones que exponen es que el mundo actual está dirigido y organizado a través de sistemas complejos que operan en todas las esferas de la vida social como la tecnológica o la económica. Es por esto que en la escuela si los docentes enfrentan a los sujetos a problemas en los cuales se tienen estereotipos de solución, aunque estas sean actividades aportantes al proceso formativo, se quedan cortas en cuanto a las exigencias de formación de la sociedad actual. Estos investigadores establecen entonces que la modelación aporta a proyectar a los sujetos a enfrentar con éxitos los retos del futuro, porque las situaciones tomadas de la realidad llevan a la necesidad de interpretar, analizar, predecir y describir

matemáticamente, desde un haz de posibilidades en la solución y multifacéticos caminos para llegar a ella. A la vez, establecen que los sujetos desde las modelación se involucran en experiencias sociales, donde se propicia el debate y el razonamiento crítico.

En la misma línea argumentativa se encuentra lo planteado por Hein & Salett (1997), en sus exploraciones sobre la modelación como metodología de enseñanza de las matemáticas, indican que esto conlleva un proceso que involucra el despliegue de la creatividad de los sujetos que modelan a partir de situaciones enmarcadas en medios familiares a ellos. Por lo que tanto el desarrollo de las actividades como los resultados en las clases de matemáticas son más efectivos. También Hein y Salett (1997) citando a Bassanezi (1990) resaltan que “(...) trabajar con modelaje matemático en la enseñanza no es sólo una cuestión de ampliar el conocimiento matemático, sino sobre todo, de estructurar la manera de pensar y actuar”. En este sentido plantean estos autores que el introducir la modelación en los procesos de enseñanza-aprendizaje aporta a desarrollar no solo actitudes positivas frente a las matemáticas sino también a asumirlas desde un sentido crítico.

Por su parte, Blomhøj (2004) contribuye a ampliar este punto de vista acerca de la reflexión crítica que se propicia en los sujetos desde las actividades al plantear que los docentes deben darle un lugar a la modelación en el aula por lo menos en tres sentidos: como motivación hacia la actividad matemática conectando las matemáticas con el mundo real, como terreno fértil para enraizar la formación de los conceptos matemáticos y como reconfiguración de la visión de

las matemáticas como herramienta para “describir, analizar y ampliar la comprensión de situaciones de la vida diaria” (p. 26). Estos fines de la implementación de la modelación en el aula se promueven a partir de las reflexiones que son incentivadas desde las experiencias con la modelación. Como lo resalta este autor a propósito de una experiencia concreta de una persona con la modelación: “El potencial para el aprendizaje de este episodio yace en la reflexión del alumno conectada a los procesos (...) en el proceso de modelización, y el conocimiento del profesor sobre modelización guió el diálogo con su alumno” (Blomhøj, 2004, p. 28) Por tanto, un componente importante de las actividades de la modelación matemática es la reflexión de aquellos que tienen la oportunidad de vivenciarla. Sin embargo, el desarrollo del proceso de modelación y la reflexión que genera esta supeditado al conocimiento del docente sobre la modelación. Esto da sustento a los argumentos de que la modelación matemática debe ser considerada por los docentes porque potencializa la formación de sujetos reflexivos y críticos.

Ahora con respecto a este último aspecto, un autor que investiga cómo puede ser la modelación aportante a la formación de sujetos reflexivos es Andresen (2009). En este trabajo desde una perspectiva epistemológica el autor cuestiona el desarrollo en la enseñanza de actividades de modelación con un enfoque meramente técnico, es decir, limitado a la escueta configuración de los modelos. Esta mirada tecnicista de la modelación es ampliada por el autor al determinar la importancia de la reflexión. Para esto presenta un esquema para la enseñanza de la modelación matemática que se basa en la conjugación de cuatro niveles de actividades

matemáticas como: a) situacional, b) referencial, c) general y d) formal (retomados desde la Enseñanza Realista de las Matemáticas) y cuatro niveles de reflexiones matemáticas (abordados desde la filosofía de las matemáticas) que se relacionan respectivamente con los anteriores niveles, los cuáles son: 1) El nivel del matemático, 2) El nivel del matemático trabajando deliberadamente, 3) El nivel del filósofo de la matemática, 4) El nivel del epistemólogo. La idea es que los sujetos que modelan transiten por los niveles de la actividad matemática reflexivamente de acuerdo a los niveles de reflexión mencionados. El papel de la reflexión en las actividades de modelación se determina como cimiento de la matematización (de las situaciones referidas tanto a asuntos intra matemáticos como extra matemáticos) y como potencializador de la autonomía intelectual de los sujetos. Sin embargo, Andresen (2009) considera que el desarrollo de esta combinación de niveles en las actividades de modelación no es espontáneo, sino que la orientación del docente es determinante. Por esto plantea que la aplicación del esquema combinado de actividades matemáticas con los niveles de reflexión depende una guía de preguntas que el docente debe diseñar previamente acorde a las intencionalidades del proceso de modelación. La estimulación de reflexiones pertinentes a cada nivel de reflexión y los esfuerzos de hacerlas explícitas, no sólo apoyará la formación de conceptos y el aprendizaje, sino también el objetivo de mejorar el conocimiento y la conciencia de los sujetos que modelan acerca de la actividad matemática como tal (Andresen, 2009).

Por su parte, Barbosa (2008a) va más allá de plantear a la modelación matemática como estrategia para enseñar conceptos matemáticos o habilidades para resolver problemas del mundo real. Este autor establece que como propuesta para indagar sobre situaciones referidas a la cotidianidad u otras ciencias en las clases de matemáticas, la modelación matemática contribuye a formar sujetos críticos ante la utilización de los modelos en la sociedad. Esto a partir de la reflexión que conduce a establecer las condiciones e intereses que desencadenan la configuración de los modelos. Además, que propicia reflexiones desde diversos ámbitos extramatemáticos como desde lo social, político, ambiental, entre otros.

Entonces si desde diversas investigaciones se ha sustentado sobre los beneficios para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, al darle un lugar en el aula a la modelación matemática ¿por qué los investigadores se preocupan por el hecho que esto no se ve reflejado en la práctica en la educación matemática? Existen diferentes puntos de vista al respecto desde algunos trabajos investigativos, que han aportado al debate sobre el papel de los docentes en la concretización de la alternativa de implementar la modelación matemática en la escuela. Los aportes en este sentido se presentarán en la sección siguiente explicitando los retos que enfrentan los docentes desde la modelación matemática como alternativa para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Desafíos para los docentes en la implementación de la modelación matemática.

Villa-Ochoa (2007) considera que la modelación matemática se constituye en una herramienta didáctica para que los docentes aborden conceptos matemáticos. Además que es beneficioso para los docentes el poner en funcionamiento los procesos de modelación en el aula al fomentar su creatividad, porque les permitir acercarse a los contextos de los estudiantes y utilizarlos para el planteamiento de situaciones de modelación. Este autor, también resalta que en la aplicación de esta estrategia se ha promovido en los docentes el desarrollo de instrumentos evaluativos propicios para la interpretación, descripción, explicación y documentación de los niveles de aprendizaje de los estudiantes; esto último permite al docente ampliar las ideas y perspectivas de las experiencias, destrezas y demás características de los sujetos con los que intervienen pedagógicamente. Es por esto que la modelación matemática como estrategia de enseñanza es un medio que fortalece también el crecimiento profesional del docente.

Sin embargo, en medio de la multiplicidad de beneficios que involucra la modelación en la escuela, los diferentes investigadores reconocen que los docentes afrontan desafíos también multifacéticos mirada desde su enseñanza. En concordancia con esto como lo plantea Trigueros (2009) la implementación de la modelación impone ventajas y retos a la docencia por las dificultades que se pueden enfrentar con esta metodología, por lo que comenta lo siguiente:

Las intenciones que se asocian con la introducción de la modelación al salón de clase son loables, sin embargo, las dificultades que se pueden presentar al hacerlo son muchas y

esto, a su vez, puede interferir de manera negativa si los profesores que la utilizan no tienen la formación adecuada para hacerlo. (Trigueros, 2009, p. 76)

Veamos otras investigaciones que ilustran estos planteamientos.

A nivel metodológico Villa-Ochoa (2007) plantea que uno de los retos es el establecimiento de la situación de modelación desde el mundo real. Para esto considera que los docentes deben tener en cuenta las condiciones contextuales, los saberes previos de los estudiantes, los conceptos y procedimientos matemáticos, la intencionalidad de modelación, entre otros. Por otra parte está la organización de secuencias de instrucción y la gestión de aula, que requieren de la pericia del docente para impulsar el desarrollo de las actividades de modelación.

A parte de los impedimentos que se han encontrado que de algún modo, detienen al docente para ingresar al aula una metodología como la modelación matemática, las investigaciones muestran los aspectos que deben poseer los docentes que desean implementar la modelación matemática. Un profesor que desea llevar a cabo esta metodología de enseñanza en sus clases debe propender según Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, & Osorio C (2010) citando a Villa-Ochoa, (2009) por: [...] “el conocimiento matemático, el conocimiento pedagógico y las creencias y concepciones frente a las matemáticas escolares” (p. 6). Frente a éstos elementos constituyentes del saber docente sobre la modelación matemática se plantea como algo clave que: [...] “se establece mediante la conjunción de los elementos reflexión y sentido de realidad” (Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, & Osorio C, 2010, p. 6). Sin embargo, desde las

investigaciones también se reconocen potencialidades para la práctica docente desde la implementación en el aula de la modelación.

De acuerdo a los planteamientos de Doerr y English (2003) los docentes transforman su rol como orientadores de formas específicas de pensar; a partir de las situaciones que elicitán modelos, posibilitan el desarrollo autónomo de los estudiantes de sus propias maneras de pensar al tener que revisar, refinar y generalizar las ideas matemáticas suscitadas en la conformación de los modelos. De esta manera los docentes pueden potencializar, que en el aula se generen diversidad de enfoques sobre las soluciones a los problemas y diferentes puntos de vista que enriquecen las discusiones. Además, los docentes pueden desarrollar esquemas que les permiten reconocer las posibles maneras en que los estudiantes enfrentan las tareas que se les proponen, los cuales les permiten manejar una categorización de las formas de pensamiento de los estudiantes. Estos esquemas cumplen una función simplificadora cuando el docente debe interpretar el desempeño de los estudiantes al abordar las tareas de modelaje.

Por su parte Hein & Salett (1997, 2004) también hacen énfasis en que la integración de la modelación matemática en la enseñanza, amplía el panorama del docente con respecto a sus estudiantes y del trabajo que realizan en el aula o por fuera de ella. Aunado a lo anterior, esta metodología permite detectar las principales dificultades que posiblemente pueden afrontar los alumnos en sus aprendizajes; de igual forma detectar potencialidades y tomar decisiones de cómo desarrollar la enseñanza para ayudar a superar problemas y vacíos que puedan poseer los

estudiantes. Sin embargo, reconocen que es una metodología de enseñanza desafiante para los docentes de matemáticas a quienes se les ha encargado formar sujetos que tengan los conocimientos requeridos para hacer frente a las transformaciones que la sociedad está viviendo.

Hein & Salett (2004) han considerado también que la modelación como método de enseñanza, es una de las formas de lograr que los sujetos sean capaces de transformar el entorno. Sin embargo, para que los docentes tomen la modelación matemática como una de sus prácticas de enseñanza, deben enfrentar con algunos retos que son expuestos por estos autores como: exigencia en los conocimientos requeridos desde otras áreas extra matemáticas; contradicciones con la inflexibilidad curricular en los planes de estudio, ya que se requiere de más tiempo y superar el seguimiento riguroso de contenidos programáticos; requiere de mayor dedicación para atender la diversidad en que afrontan las actividades los estudiantes con base a sus ritmos y estilos de aprendizaje; sumado esto a que el trabajo de modelación se organiza comúnmente por equipos entonces cuando los estudiantes trabajan en diferentes temas se requiere pericia por parte del profesor, ya que implica un sobreesfuerzo para asesorar, revisar y enfocar la multiplicidad de trabajos hacia los estándares requeridos en cada grado escolar; carencia de la confianza necesaria en los docentes en cuanto a las orientaciones metodológicas que requieren las actividades; entre otras.

Otros investigadores como Barbosa & Pereira de Oliveira (2009) realizaron un estudio donde se estableció el tipo de tensiones que experimentan los docentes cuando implementan la

modelación matemática. Reportan que la práctica docente se ve influenciada por tensiones como: el compromiso de los estudiantes coherente con las exigencias de las actividades de modelación, la comprensión de los estudiantes del contenido matemático, la comprensión de los estudiantes de las tareas modelación y por último, la realización de las tareas de modelación. Estas tensiones obstaculizan la participación de la modelación en la enseñanza. En este sentido, estos investigadores plantean que los docentes deben tener la oportunidad en pro de su desarrollo profesional de experimentar con actividades de modelación aun desde su formación inicial en la universidad o en otras experiencias de formación permanente.

En 2009 Blum y Borromeo también informan que la modelación matemática aún tiene poca participación en las aulas, aunque es una temática que viene cobrando auge desde hace algunas décadas en la investigación educativa. Estos autores sugieren a partir de su investigación que la modelación matemática puede ser efectivamente enseñada y aprendida. Sin embargo, es de notar que en este reporte, para la implementación de la modelación con los estudiantes, los docentes participantes recibieron capacitación previa.

A partir de las experiencias de la investigación, estos autores plantean algunos principios educativos que pueden ser tomados en cuenta por los docentes, con respecto a la implementación de la modelación en sus clases, adaptándolos a su contexto educativo, los cuales sucintamente consisten en: mantener balanceada la relación entre el trabajo autónomo de los estudiantes y la orientación del docente, prestar atención a las prácticas (rutas de modelado en la perspectiva de

estos investigadores), de los estudiantes en las actividades para alentar la búsqueda de diferentes caminos, y devenir entre el trabajo independiente en equipos pequeños (asesorado por el docente) y propiciar actividades de grupo con el fin de retroalimentar las diversas soluciones intergrupales y propiciar reflexiones retrospectivas. Pero para que estos se puedan aplicar efectivamente en las clases de matemáticas los investigadores consideran que se deben desarrollar procesos de formación permanente con los docentes, es decir, tanto desde la formación en la universidad como cuando estos ya se encuentran en servicio.

Es de notar que Blum y Borromeo (2009) aducen a otros aspectos cognitivos y meta cognitivos de los docentes, además de los pedagógicos, que también están involucrados en los elementos que pueden obstaculizar o impulsar la participación de estos en la implementación de la modelación matemática. Resaltan entonces que la aproximación de los docentes a la modelación en forma reflexiva contribuye también a concientizarlos en cuanto a cómo sus propios estilos de resolución de problemas de modelación inciden en las tareas de los estudiantes, además cómo pueden desarrollar un haz de posibilidades en su intervención pedagógica al apoyar a los estudiantes en estas tareas.

En relación con esto último, Blum & Borromeo (2010) realizan un estudio desde la perspectiva cognitiva sobre las características de las actuaciones de los docentes cuando estos orientan tareas de modelación. A través de este estudio se encuentra que los docentes no reflexionan sobre cómo inconscientemente imponen a sus estudiantes su estilo de pensamiento

matemático para la resolución de problemas de modelación. Observan que en las actividades de modelación las acciones y reacciones son con frecuencia a un nivel inconsciente. Se cuestionan sobre en qué forma las incongruencias entre las actividades de los estudiantes en la modelación y la orientación y valoración de los docentes sobre ellas, tienen que ver con la inconsistencia entre los estilos de pensamiento matemático de los docentes con los de sus estudiantes, más que con deficiencias académicas de los segundos. Es por esto que estos autores plantean sobre la importancia de que los docentes reflexionen sobre sus estilos de pensamiento matemático, a la vez, sobre como equilibrar su intervención pedagógica para que tengan una mejor comunicación en el aula y propicien el desarrollo autónomo de diversas estrategias por parte de sus estudiantes en el abordaje de las situaciones de modelación.

Entonces, uno de los aspectos identificados en las dificultades para que la modelación matemática tenga una participación en las aulas tiene que ver con la escasa preparación docente para implementarla. Bassanezi y Salett (1997) llaman la atención sobre la importancia que los docentes experimenten procesos de modelación matemática antes de proponerla a sus estudiantes. De ahí la relevancia que se propicien oportunidades para que los docentes tengan elementos teóricos y prácticos sobre la modelación matemática a partir de su experiencia y reflexionen sobre la multiplicidad de aspectos que están involucrados en ella. La modelación implica el desarrollo de competencias que no se adquieren de un día para otro y no son consecuencia de tener un bagaje matemático. Es por esto que su implementación en el aula

requiere una adecuada preparación por parte de los docentes, después de haber estudiado tanto algunos modelos clásicos como algunas experiencias de modelación en el aula y de haber vivenciado personalmente el proceso.

Algunas investigaciones con docentes en formación ejemplifican esto. Por ejemplo, Caldeira (2009) reporta como la modelación puede ser una herramienta eficaz para la formación de futuros docentes de primaria. Desde una perspectiva socio-crítica la investigación corroboró como las actividades basadas en problemáticas ambientales del contexto social de los docentes provoca su reflexión crítica con respecto al papel de las matemáticas y sus usos en los debates ambientales. De esta manera se muestra como los docentes se ubican como participantes propositivos a las problemáticas sociales y ambientales de sus contextos. Además, el investigador informa que a partir de las actividades se obtuvo una perspectiva de la enseñanza separada de los marcos de metodologías basadas en la exposición de temas, elaboración de trabajos repetitivos, donde la escuela está aislada del contexto social.

También a partir de una investigación con docentes de matemáticas con experiencia pero sin título profesional, que participaban en un programa de formación para obtener certificación en Brasil, Barbosa (2008a) encuentra cómo estos reflexionan sobre diferentes tópicos además de los conceptos matemáticos. Este autor, logra establecer que cuando se les invita a participar en actividades de modelación matemática, planteándoles una situación relacionada con el alza en las tarifas del transporte público, los docentes no solo reflexionan sobre las matemática involucradas

o sobre las formas de construir los modelos matemáticos suscitados en la situación, sino que intervienen reflexiones sobre lo social y sobre otros conceptos matemáticos que no están involucrados en la constitución del modelo.

Entonces desde la investigación se reconoce que es importante aproximar a los docentes a la modelación matemática, como una forma de superar las dificultades para su implementación en el aula. Sin embargo esto requiere una implicación activa de los docentes a partir de reflexiones que se pueden suscitar desde las actividades de modelación. En este sentido, cuando se han realizado investigaciones direccionadas hacia sus estudiantes, se ha confirmado que los docentes han sido estimulados a reflexionar.

English & Watters (2004) establece que la investigación realizada con estudiantes de primaria tuvo algunas implicaciones para los docentes. En primer lugar, la modelación como experiencia de aprendizaje social motivó que los estudiantes expusieran oralmente sus pensamientos, lo que conllevó a los docentes a reflexionar sobre los conocimientos y procedimientos matemáticos desarrollados por sus estudiantes. En segundo lugar, reflexionan cómo al tener la integración de áreas de conocimiento en la modelación las actividades les permiten abordar diversos contenidos con los estudiantes no solo de carácter matemático.

Por su parte, English (2004) informa que en un estudio longitudinal durante tres años del que hizo parte, se propusieron a estudiantes de primaria actividades que propendían por la construcción, refinamiento y presentación de modelos. Aunque el foco de la investigación eran

las habilidades y procesos que desarrollaban los estudiantes, esta investigadora resalta que la participación colaborativa de los docentes en el diseño y la implementación de actividades de modelación, les sirvió a estos docentes como experiencia desafiante y provocadora de reflexión sobre la naturaleza de las ideas matemáticas implicadas en las actividades, la apropiada implementación de estrategias de enseñanza y la promoción de comunidades de aprendizaje en sus clases.

Sin embargo, aunque la investigación sobre la modelación matemática sigue planteando beneficios y aportando salidas a los abismos entre la teoría y la práctica, los investigadores se cuestionan sobre la incidencia que la producción de conocimiento en cuanto a la modelación tiene en los contextos educativos concretos (Blum, 1993; Bassanezi & Salett, 1997; Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, & Osorio C, 2010) Las investigaciones sobre la implementación de la modelación matemática en el aula han reportado que ésta es una propuesta compleja para que los docentes la lleven a la práctica. Desde hace más de una década se viene advirtiendo que aunque la investigación en educación matemática ha ampliado su espectro hacia la modelación matemática, ésta desempeña un papel reducido en la práctica docente cotidiana en los diferentes niveles de escolaridad. Por lo que se concluye que se requiere seguir insistiendo en los procesos de formación de los docentes que los aproximen a la modelación matemática.

Esta revisión de la literatura nos permitió dimensionar nuestro problema de investigación como una arista fundamental en diversas investigaciones en la educación matemática, tanto a

nivel internacional como nacional, de tal forma que nos impulsa a la búsqueda del establecimiento de su pertinencia y viabilidad para el contexto específico en el que se enmarca.

Justificación

De acuerdo a los Lineamientos Curriculares en Matemáticas los docentes tienen un papel preponderante en la concreción de las orientaciones que se establecen en este documento sobre la formación de los sujetos desde la educación matemática (Colombia. Ministerio de Educación Nacional, 1998). Además, este rol implica para los docentes de matemáticas desarrollar su práctica orientada desde las finalidades sociales que se le encargan a la educación matemática para el siglo XXI en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas desde el siguiente planteamiento:

En este sentido, la educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democráticos. (Colombia. Ministerio de Educación Nacional, 2006, p. 46)

Esto implica para los docentes de matemáticas el comprometerse en la práctica a considerar la modelación matemática como estrategia de enseñanza. Resaltando, aún el compromiso en la primaria al reconocerse que se requiere desarrollar competencias que son a

largo plazo en los sujetos para afrontar las actividades de modelación y para contribuir a su formación integral. Es por esto que es importante la aproximación reflexiva de las docentes participantes, que realizan su trabajo en los primeros grados de escolaridad en el área de matemáticas, a actividades de modelación matemática como un primer paso en este sentido que abone a la actualización de los conocimientos sobre la modelación matemática.

De esta manera nuestra investigación es relevante porque propicia un primer acercamiento de docentes de primaria a la modelación matemática en un contexto educativo donde la mayoría de sus docentes obtuvieron su título profesional en otras áreas. Esto permite que desde la práctica pedagógica no solo se obtengan beneficios para nosotros como estudiantes universitarios, sino que se proyecte un impacto preliminar en la institución educativa que abre sus puertas para esta práctica; al ampliar la mirada sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, desde su participación reflexiva en actividades de la modelación matemática de algunos de sus docentes.

En los Lineamientos Curriculares se plantea que las universidades deben brindar apoyo a los docentes en su proceso formativo, contribuyendo a la actualización de los conocimientos que aportan a su práctica (Colombia. Ministerio de Educación Nacional, 1998). Documentar las reflexiones que surgen desde nuestra aproximación conjunta como practicantes de la Universidad de Antioquia con docentes de la institución la Montini a actividades de modelación matemática, se constituye en una muestra de cómo se realiza un aporte a esta actualización de los docentes en

una realidad educativa concreta. Esto contribuye no solo a nuestro proceso formativo como estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, sino que permite una relación con la institución educativa de reciprocidad a los aportes que obtenemos como practicantes en ella como las reflexiones y confrontaciones de aspectos teóricos con la realidad educativa que esta experiencia nos propició.

En otro sentido, este estudio abonará al campo de investigación de la modelación matemática al explicitar las reflexiones que surgen en docentes cuando se aproximan a actividades de modelación matemática. Este acercamiento de los docentes a experiencias de modelación matemática, ha sido resaltado como una condición necesaria para motivarlos y prepararlos para implementarla en el aula. Entonces las reflexiones que emerjan permitirán conocer y caracterizar los sentidos que las docentes, en un contexto educativo específico, le imprimen a la modelación matemática, confrontando y ampliando los aportes investigativos en educación matemática sobre el papel de la reflexión en los procesos de formación docente a partir de actividades de modelación matemática.

Sin embargo la aproximación conjunta a la modelación matemática desde actividades de modelación la enmarcamos desde el respeto por la trayectoria profesional de las docentes, constituyéndose en una oportunidad para una apertura a nuevas ideas que se visualizan desde nuevos ángulos. Teniendo presente las ventajas que a la formación de los sujetos se le han atribuido a la modelación, consideramos que este acercamiento a uno de los procesos generales

establecidos por el MEN (1998) para el desarrollo del pensamiento matemático es un primer eslabón en la cerradura de la brecha teórico – práctica persistente entre los aportes investigativos y la práctica de las docentes participantes en nuestro estudio y nosotros como estudiantes de Licenciatura. Por esto, esta investigación se configura como una oportunidad para ampliar la perspectiva desde la modelación matemática en pro de un aporte reflexivo a la formación de los docentes de primaria, desde una base teórica y práctica.

Formulación del Problema

Nuestra investigación se propone entonces una aproximación a actividades de modelación matemática en forma reflexiva por parte de las dos docentes de primaria que aceptaron participar en nuestra investigación. Se proyecta hacia un primer nivel de incidencia a las prácticas educativas, desde la práctica pedagógica como estudiantes de la Universidad de Antioquia, en la institución educativa que abre los espacios para su desarrollo. En este sentido se destaca en esta propuesta el carácter cooperativo y de apertura amplia de participación a los docentes de la institución, donde se espera compartir con las docentes los procesos de investigación y formativos que complementen el desarrollo profesional de todos los participantes, incluyéndonos a nosotros como docentes en formación.

De esta manera, se propende por la adquisición o refinamiento de un conocimiento teórico y práctico sobre las reflexiones que se generen por parte de las dos docentes participantes. De igual modo el desarrollo de la teoría de modelación dentro del campo de la

aplicabilidad en la formación docente nos abre las puertas a nosotros como investigadores hacia el campo de la conceptualización, con perspectiva a alcanzar una formación más integral que permita visualizar desde otros campos la aplicabilidad de la modelación matemática.

Es por esto que direccionamos nuestro estudio desde los siguientes elementos que dan sentido a nuestro trabajo investigativo:

Pregunta de investigación.

¿Cuáles son las reflexiones docentes que emergen cuando estos participan en actividades de modelación matemática?

Objetivo.

Describir las reflexiones de docentes que surgen cuando estos participan en actividades de modelación matemática, desde una mirada crítica que aporte a la formación inicial de docentes.

Objeto de investigación.

Las reflexiones emergentes en docentes cuando participan en actividades de modelación matemática.

Marco Teórico

En este apartado presentaremos las conceptualizaciones que direccionan nuestra investigación desde la cual abordamos la pregunta: ¿Cuáles son las reflexiones docentes que emergen cuando estos participan en actividades de modelación matemática? Los planteamientos se desarrollan con el propósito de puntualizar los presupuestos y conceptos que permean nuestro proceso investigativo. Por lo tanto, este abordaje teórico lo realizamos a partir del vínculo entre dos aspectos desde los cuales avizoramos nuestro problema de investigación: la modelación matemática y la formación del docente de matemáticas. Esta conexión conceptual la establecemos a partir de tomar la reflexión como elemento clave y eje articulador para nuestra investigación, lo cual ilustramos en la figura 2.

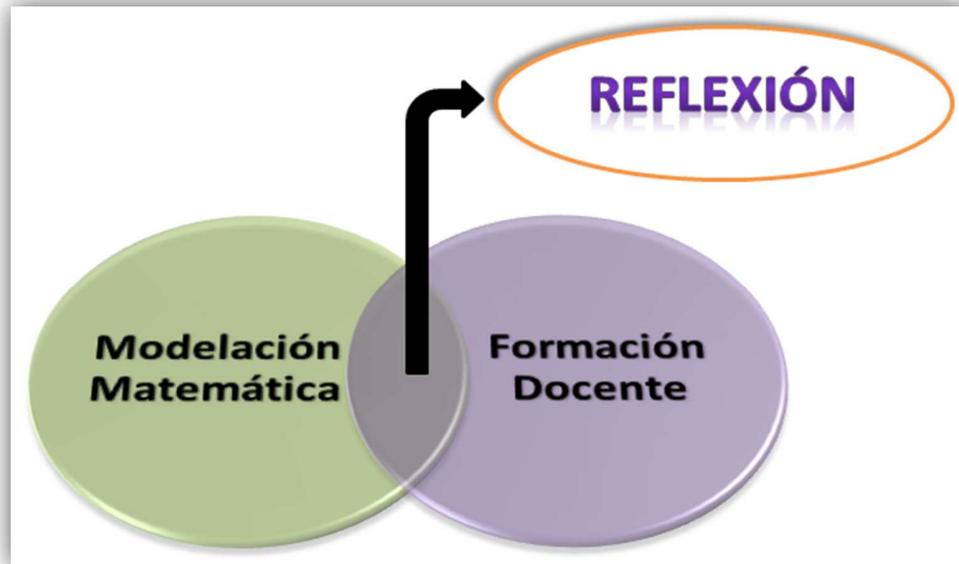


Figura 2. Articulación de los Referentes Teóricos.

La Modelación Matemática en la Formación del Docente de Matemáticas: Una Oportunidad para la Reflexión Docente

La modelación matemática se ha constituido en tema de interés de algunos investigadores a nivel nacional e internacional, como una propuesta que se potencializa en el aula para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas (Barbosa & Santos, 2007; Blomhøj, 2009; Blomhøj, 2004; Trigueros, 2009; Villa-Ochoa, 2007; Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio, & Osorio C, 2010). Por su parte, en los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas el MEN (1998) establece que la modelación matemática es uno de los procesos generales que

deben considerarse dentro de la organización del currículo, como nexo entre la realidad y las matemáticas, además, se le proyecta como una necesidad de la sociedad, ya que sustenta el desarrollo técnico y tecnológico. Es por esto que en la formación de los docentes la modelación matemática debe ocupar un lugar preponderante, ya que son ellos los que vehiculizan en las aulas las orientaciones y propuestas realizadas por los reguladores del currículo e investigadores sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, como se mostrará en las líneas siguientes, es la reflexión uno de los aspectos que posibilita hilvanar los procesos de formación docente con la modelación matemática. En adelante usaremos el término modelación para evitar redundancias.

En primera instancia consideramos conveniente precisar que nos referiremos a la formación del docente de matemáticas, abarcando desde esta conceptualización a los docentes que se encargan del área de matemáticas en los diferentes niveles educativos, aunque su formación profesional la hayan adquirido o no en este énfasis. Esto es conveniente en vista que nuestro proceso investigativo se desarrolla con dos docentes de primaria, las cuáles como se ha especificado y se ampliará en otros capítulos de este trabajo, se encargan en su institución de la asignatura de matemáticas aunque su título profesional está vinculado a otras áreas. Aclarado esto, abordaremos conceptualmente la formación del docente de matemáticas, en forma amplia y en el marco del respeto al recorrido profesional y experiencia en el ámbito educativo de las participantes de nuestra investigación. Además, sustentaremos el papel que en la formación del docente de matemáticas cumple la reflexión, haciendo énfasis cuando desde la primera se aborda

la modelación matemática.

La Formación del docente de matemáticas: Un proceso que involucra la reflexión.

La formación del docente de matemáticas la consideramos como un proceso de permanente búsqueda para ampliar, mejorar, actualizar, innovar e investigar sobre los conocimientos aportantes a la práctica. El concepto *permanente* nos remite a considerar que la formación docente no se detiene en la profesionalización, etapa en la que se prepara a los sujetos en una institución de educación superior para ejercer la docencia, sino que continua durante todo el tiempo que permanece vinculado a la enseñanza de las matemáticas. Esta manera de ver la formación del docente de matemáticas se encuentra en concordancia con los planteamientos del MEN (1998) en cuanto a tomarla como proceso, en el cual se constituye el sujeto profesional: educador matemático y que está compuesto por cuatro fases, las cuales se visualizan en la figura 3 que desarrollamos a continuación:

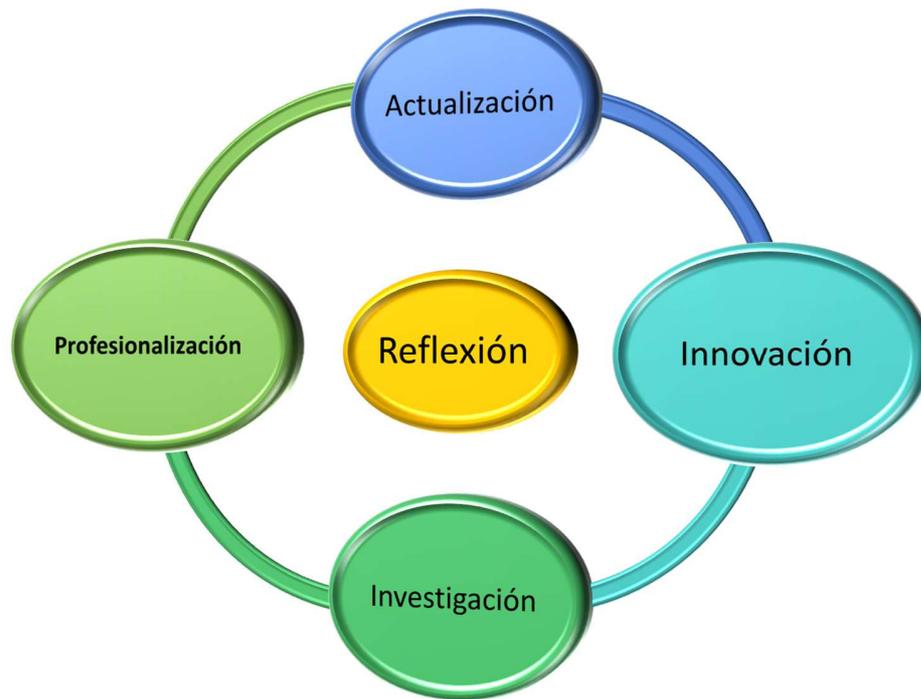


Figura 3. Fases del Proceso de Formación del Docente de Matemáticas de acuerdo al MEN (1998)

Estas fases por parte del MEN (1998) están caracterizadas de la siguiente manera: Es de anotar que la formación de maestros adquiere un doble carácter: uno como estrategia para asegurar, conceptualizar y dinamizar el proceso de implementación de los lineamientos curriculares en el área de las matemáticas; el otro es el aspecto académico que comporta la formación de los maestros. (p. 125)

En este sentido desde nuestra investigación la formación docente adopta los rasgos presentados en la anterior cita, particularmente desde la aproximación de las docentes participantes hacia la modelación matemática. Sin embargo, este acercamiento se da desde la invitación a desarrollar actividades de modelación, con el propósito de documentar las reflexiones que surgieron al estar ellas inmersas en un contexto específico desde su práctica docente. De esta manera se vincula en nuestra investigación a la reflexión como componente esencial de las fases de formación de los docentes de matemáticas, en particular desde la etapa de Actualización sobre la cual expresa el MEN (1998) que implica un profesional docente que “reflexiona y conceptualiza el nuevo conocimiento que ingresa al campo disciplinar” (p. 124).

Es por los planteamientos anteriores que consideramos que la formación de los docentes de matemáticas, además de ser permanente involucra como eje articulador teórico-práctico la reflexión. Por lo que es pertinente que precisemos conceptualmente este componente pues constituye el foco de nuestra investigación. Para esto retomaremos la propuesta de Copello y Sanmartí (2001) quienes caracterizan a la reflexión ubicándola en el centro de los procesos de formación de los docentes de ciencias en general. En nuestro caso extenderemos su aplicabilidad en lo referente a los docentes, particularmente del área de matemáticas.

Para estos autores la reflexión se caracteriza desde los procesos de formación de los docentes por tres aspectos: es crítica, es dialógica y es distanciada. Discurremos por las especificaciones que establecen Copello y Sanmartí (2001) sobre estos rasgos de la reflexión.

En primer lugar, la reflexión es crítica ya que se basa en la deliberación, es decir la consideración de las ventajas/desventajas o coherencias/contradicciones, sobre los asuntos que motivan la reflexión. Esta reflexión está abierta a problematizar tanto aspectos individuales (concepciones y prácticas) como del contexto en que desarrollan los sujetos sus prácticas. Al respecto, Copello y Sanmartí (2001) expresan en cuanto a la reflexión: “Que la atención se centre tanto en la propia práctica como en las condiciones sociales en que esa práctica se lleva a cabo y en la relevancia social de la misma” (p. 275).

En segundo lugar, la reflexión es dialógica en la medida que emerge en espacios de encuentro donde se posibilita la interacción verbal con otros. En el caso de nuestra investigación los diálogos se producen entre las participantes y nosotros como investigadores. Esto lo fundamentan Copello y Sanmartí (2001) al considerar la construcción del conocimiento de carácter social, apelando a un enfoque sociocultural. En consecuencia, para los autores los diálogos “(...) constituyen un encuentro de sujetos formadores de concepciones y experiencias diversas que se disponen a compartir” (p. 279)

En tercer lugar, la reflexión es distanciada, característica que Copello y Sanmartí (2001) consideran que contribuye a que la formación tenga alguna incidencia en la práctica docente, además, la abordan desde otros autores de la siguiente manera:

Astolfi y otros (1991, p. 175) usan la expresión reflexión distanciada y dice que es <<toda situación en que el sujeto es llevado a lanzar una mirada de otra naturaleza sobre lo que

hizo o aprendió. Este tipo de mirar induce a un distanciamiento que autoriza críticas y permite la descentralización, siendo de esta manera un facilitador para que ocurran reelaboraciones>>. (p. 276)

En nuestra investigación esta reflexión distanciada se constituye en la oportunidad para que las participantes analicen desde diversos puntos de vista y opiniones, tanto en los momentos en que realizan las actividades de modelación como posteriormente a estas actividades. Lo anterior bajo el presupuesto de la posibilidad del desarraigo de ideas previas y preconcepciones, además, de la no resistencia al cuestionamiento y al cambio; de tal manera que se posibilite la reconfiguración y se potencialice la toma de decisiones pertinentes a los asuntos reflexionados desde las actividades de modelación matemática.

Pero ¿cómo se relacionan los planteamientos anteriores con la modelación matemática desde nuestra investigación?

En primer lugar, con el fin de invitar a las docentes a participar en actividades de modelación sin que ésta experiencia se tornara en la simple transmisión de algunos conocimientos sobre la modelación desde una recepción pasiva, nos planteamos desde el proceso investigativo que ésta fuera una invitación especialmente desde una práctica reflexiva. Cabe señalar que esto concuerda con el punto de vista de Copello y Sanmartí (2001) quienes plantean que en los procesos que aportan a la formación del docente, “(...) la implicación activa,

consciente e interesada de los profesores/as es imprescindible; sin ella ningún tipo de cambio es posible” (p. 270), por esto enfatizan:

Desde nuestro punto de vista, las acciones formadoras deben llevar a que el profesorado alcance una fundamentación teórica de su actuación, congruente con los nuevos conocimientos que sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de las ciencias se van elaborando y a que, conjuntamente, sepa vincular estos conocimientos a su práctica. Como también es necesario que se den cambios en el sistema de valores y actitudes, a nuestro entender es imprescindible que todo el proceso de formación se vincule a una reflexión crítica tanto en relación con la forma actual de enseñar ciencias como a las posibles innovaciones planteadas. (p. 270)

En segundo lugar, es importante también considerar que el rol que desempeñe la modelación matemática en la enseñanza depende de la apropiación de algunos conocimientos por parte de los docentes. En este sentido, la inscripción de la modelación en los procesos generales para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, implica que estos conocimientos deben ser objeto de la reflexión y apropiación a partir de procesos de formación.

Enfocamos este planteamiento desde los aportes de Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio , & Osorio C (2010) para complementar nuestra postura de hilvanar los proceso de formación del docente de matemáticas con la modelación matemática a partir de la reflexión. Estos autores establecen que los conocimientos específicos sobre la modelación son movilizados desde

procesos de formación en los docentes a partir de componentes mediadores y dinámicos como se visualiza en la figura 4

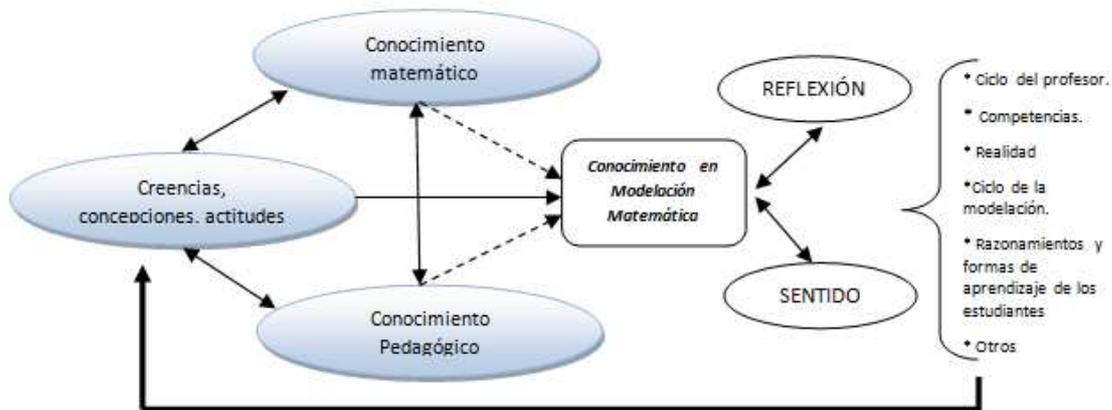


Figura 4. Representación diagramática del conocimiento del profesor frente a la modelación matemática escolar. Fuente: (Villa-Ochoa et al., 2010, p. 1448)

Como puede observarse la reflexión juega, desde lo que expresan Villa-Ochoa et al. (2010), un papel dinámico en el conocimiento requerido en el docente sobre la modelación. Este componente reflexivo del conocimiento del docente lo establecen de la siguiente manera: “(...) la reflexión es entendida como una forma que tiene el profesor para observar y evaluar su propia práctica, los comportamientos y las formas de aprendizaje de los estudiantes” (Villa-Ochoa, Bustamante, Berrio y Osorio C, 2010, págs. 1448-1449).

Es así como la reflexión es un componente destacado en la literatura tanto desde los procesos de formación del docente de matemáticas que estén trabajando desde la modelación matemática o sin ella. Lo cual nos permite caracterizar a la reflexión como el nexo que vincula

los procesos de formación de los docentes de matemáticas con la modelación en nuestro proceso investigativo.

De los planteamientos anteriores, en nuestra investigación como aporte a los procesos formativos de las docentes participantes se involucró la modelación matemática como medio y motivo para la emergencia de reflexiones. En primera instancia, fue un medio porque la reflexión se incentiva desde la aproximación a actividades de modelación matemática por parte de los docentes. A la vez, es un motivo porque se constituye en uno de los objetos de reflexión. Sin embargo, en una segunda instancia, se requiere precisar en el marco de nuestra investigación en qué consiste la modelación matemática y cuáles son sus componentes aportantes en el surgimiento de las reflexiones, aspectos que ampliaremos en el siguiente apartado.

La reflexión en la modelación matemática: Un asunto de perspectiva.

El MEN en 1998 con los Lineamientos Curriculares y posteriormente en 2006 con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas establece la modelación como uno de los cinco procesos generales a desarrollar en el área de matemáticas, propendiendo por formar ciudadanos competentes matemáticamente a partir del pensamiento matemático. Sin embargo, aunque desde estos documentos se establecen algunas conceptualizaciones y orientaciones al respecto, en la literatura se encuentran diversas miradas sobre la modelación, de acuerdo a los aportes de la investigación en este campo y su abordaje en el aula.

La teoría de la modelación matemática se ha categorizado en diversas perspectivas que dan cuenta de su interpretación y uso en la práctica escolar y la investigación (Blomhøj, 2009; Barbosa & Santos, 2007; Trigueros, 2009) Las perspectivas de la modelación representan una esquematización realizada por algunos investigadores, como Kaiser y Sriraman en 2006, desde líneas sutiles de diferenciación en cuanto a: los presupuestos didácticos, los objetivos, aplicación en el aula y la investigación (MarcadorDePosición2). Además, se enmarcan en estos enfoques diversas reflexiones y cuestiones sobre la inclusión de la modelación en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. También cada perspectiva conlleva a reconocer retos y desafíos involucrados en la implementación de la modelación matemática en el aula y la investigación.

Para Barbosa y Santos (2007) un aspecto que distingue esencialmente las perspectivas de la modelación es el énfasis que se realiza desde cada una de ellas en una determinada finalidad educativa. Para estos autores las perspectivas establecidas por Kaiser y Sriraman en 2006, pueden agruparse en tres grupos acorde a los propósitos que las jalonan. Una consecuencia fundamental del punto de vista de Barbosa y Santos (2007) es el reconocimiento de que la intencionalidad formativa de cada perspectiva, les imprime matices diferenciadores a nivel teórico-práctico tanto en el aula como en la investigación, esto porque esencialmente implica diversas posturas sobre las prácticas de los sujetos que participan y orientan tareas de modelación. Esta organización de las perspectivas de acuerdo al fin educativo se visualiza en la

figura 5.

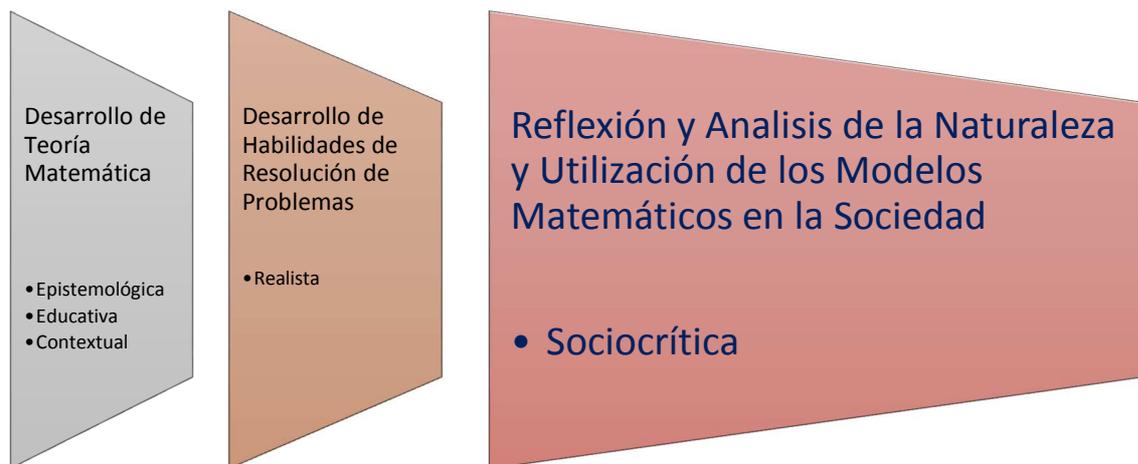


Figura 5. Perspectivas de la Modelación de Acuerdo a la Finalidad Educativa. Esquema de los investigadores.

Esto no significa que los abordajes tanto en el aula como en la investigación de la modelación matemática manejen exclusividad en cuanto una u otra perspectiva. Trigueros (2009) menciona que en realidad no se encuentran en los reportes investigativos o de experiencias de aula sobre modelación la presencia pura de las perspectivas.

Sin embargo, encontramos relevante tomar posición frente a las perspectivas que guían la organización y orientación de las actividades de modelación en la escuela y en la investigación. Como se ve en la figura 5 la perspectiva sociocrítica maneja como finalidad educativa la promoción de la reflexión en los sujetos que participan en actividades de modelación. Como nuestra investigación se enfoca en las reflexiones que emergen en los docentes cuando participan

en actividades de modelación, decidimos vincular nuestra investigación a dicha perspectiva. Pero aclaramos que no significa una adhesión excluyente de otras perspectivas. De hecho la misma perspectiva sociocrítica no hace a un lado los aportes de las otras. Por el contrario, enfoca la modelación como medio y motivo para la reflexión, recurriendo a elementos de otras perspectivas con un carácter auxiliar de esta intencionalidad.

Por consiguiente, teniendo presente estos referentes abordaremos algunos aspectos de la modelación desde un punto de vista sociocrítico aludiendo a su caracterización. Por tanto, en concordancia con la perspectiva sociocrítica de la modelación matemática, enfocamos algunas cuestiones, como: ¿Qué se entiende por modelación matemática? ¿Cómo se caracterizan las actividades de modelación? ¿Cómo se concibe el modelo matemático? ¿Cómo se caracterizan las prácticas de los sujetos que se involucran en actividades de modelación matemática? Desarrollaremos a continuación toda esta conceptualización que fundamenta nuestra investigación, a la vez, que establecemos su relación con los presupuestos convocados para la reflexión en este marco teórico como eje central de procesos de formación docente.

La perspectiva sociocrítica: Una ruta para la reflexión en actividades de modelación matemática.

En la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se enfatiza comunmente sobre la apropiación de elementos conceptuales y procedimentales. Sin embargo, desde la perspectiva sociocrítica de la modelación se establecen objetivos más amplios en cuanto a estos procesos como la formación de sujetos con capacidad crítica y reflexiva, a través de la utilización de herramientas matemáticas para solucionar problemas de la vida real (Blomhøj, 2009). Es por esto que la modelación puede constituirse en un vehículo para la promoción de las reflexiones de los sujetos; las cuales no solo están referidas a conceptos y procedimientos utilizados desde las matemáticas o sobre la construcción de los modelos; sino que pueden abarcar otros aspectos, por ejemplo de tipo social, entre otros.

La mirada sobre la modelación matemática desde la conjugación de los componentes *social y crítico* parte de los aportes de Barbosa (2006). Este autor plantea el primer componente desde una postura epistemológica en la que las matemáticas desempeñan un papel social de acuerdo al contexto en el que se produzcan. Además, el segundo componente es sustancial al proceso de construcción de conocimiento, al ser un requerimiento para el aprendizaje. Es por esto que considera que la modelación matemática debe contribuir a la formación de sujetos que reflexionan pero, en consonancia con nuestra postura, dicha reflexión es de carácter crítica. En

este sentido en la modelación matemática, el abordaje de conceptos matemáticos y competencias de modelación se constituyen en el medio para suscitar la reflexión.

Entonces son estas consideraciones anteriores las que nos motivan a plantear nuestro enfoque sobre la modelación desde lo sociocrítico. Pero ¿cómo ésta postura se relaciona con la reflexión dialógica?

Para Barbosa, (2006) la *modelación matemática* es un *entorno de aprendizaje* en el que se invita a los sujetos a indagar e investigar a través de las matemáticas sobre situaciones referidas a la realidad, por ejemplo, relacionadas con otras ciencias o la vida cotidiana. Pero esta invitación no es a nivel individual sino grupal, implicando a los sujetos en el abordaje de actividades de modelación en lo que el autor denomina *espacios de interacción*, los cuales son los momentos en que los sujetos dialogan o interactúan verbalmente para desarrollar dichas actividades. Es en estos diálogos donde se expresan las reflexiones de los sujetos promovidas desde las actividades de modelación.

Sin embargo, adoptaremos el término usado por Barbosa (2006) para estas reflexiones dialógicas: *discusiones*. Estas discusiones tienen un papel fundamental en el análisis de las *prácticas* de los sujetos en el entorno de modelación. De esta manera se constituyen en la fuente de información para el análisis en nuestra investigación.

Para convocar a los sujetos a participar en este entorno de modelación se les debe plantear *actividades* que según Barbosa (2006) deben cumplir con dos condiciones básicas: deben ser tomadas de la realidad (cotidianidad u otras ciencia) y deben constituirse en un problema para los sujetos, es decir, no son ejercicios de rutina que no representen ningún desafío porque las soluciones están a su alcance en la inmediatez o por la simple aplicación de algoritmos. Estas actividades desafían a los sujetos a darle un tratamiento matemático a las situaciones. Para Barbosa (2008a) el uso indiferenciado de cualquier representación matemática en el abordaje de las situaciones relacionadas con la realidad se constituye en un *modelo matemático*. De esta manera, en forma deliberada enmarca el modelo en una amplitud que posibilita que puedan ser considerados como tal: un manejo aritmético, una descripción verbal, una tabla, un gráfico, una ecuación, entre otros.

Sin embargo, desde la perspectiva sociocrítica se da énfasis al análisis de las prácticas de los sujetos cuando participan en actividades de modelación. En este enfoque el concepto de *práctica* es abordado por Barbosa (2008a) desde un punto de vista sociocultural, para ello lo caracteriza como acción mediada y dotada de sentido desde los contextos en que emerge. Es por esto que las prácticas de los sujetos que participan en actividades de modelación matemática no pueden comprenderse al margen de los instrumentos mediadores y de las condiciones contextuales de su realización. Desde el punto de vista de este autor la mediación de las prácticas en actividades de modelación se enfoca en el lenguaje verbal.

Lo anterior conduce a abordar interpretativamente, desde un punto de vista de la perspectiva sociocrítica, las prácticas en actividades de modelación de los sujetos a través del análisis de la trayectoria discursiva o discurso, donde se producen las ya mencionadas discusiones, y que tienen lugar en los espacios de interacción.

Pero, ¿qué discuten los sujetos en actividades de modelación matemática? Para comprender las prácticas de los sujetos que participan en actividades de modelación Barbosa (2008a) clasifica las discusiones según estén o no estén en relación directa con la configuración de los modelos. En el primer caso utiliza el concepto de *rutas de modelación* y en el segundo de *discusiones paralelas*. Es conveniente entonces que discurremos por esta tipología de las discusiones, porque se constituyen en el lente desde el cual enfocaremos las reflexiones de las participantes en nuestra investigación.

Por una parte, según Barbosa y Santos (2007) el concepto de rutas de modelación en una perspectiva sociocrítica de la modelación adquiere sentido desde las prácticas comunicativas, como la progresión del discurso producido por los sujetos inscritos en un determinado entorno social, en el caso de nuestra investigación por las docentes participantes en el estudio. Estas rutas de modelación comprenden las discusiones que desempeñan una función más directa en la construcción de los modelos, las cuales pueden estar orientadas desde tres direcciones, como se describe a continuación.

En un primer sentido están las discusiones matemáticas que son las que aluden a lo conceptual y procedimental desde el campo matemático. En un segundo sentido, se encuentran las discusiones tecnológicas que involucran aquellas que tratan sobre las tareas concernientes a la configuración del modelo. Es importante observar que ambos tipos de discusiones se refieren a aspectos que comúnmente son tenidos en cuenta en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Pero Barbosa (2006) amplía esta mirada desde lo que él denomina discusiones reflexivas.

En un tercer sentido enfatizamos desde estas rutas de modelación en las mencionadas *discusiones reflexivas* las cuales incluyen los procesos de validación y la legitimidad de la construcción de los modelos matemáticos y su papel en la sociedad. Para esto Barbosa (2008b) aclara que la modelación como ambiente de aprendizaje se constituye en una oportunidad para reflexionar sobre el papel de las matemáticas en la sociedad. Este argumento corresponde a la concepción de los modelos como herramientas matemáticas para abordar situaciones de la realidad, pero que no la describen en forma neutral. De lo anterior resulta que en las actividades de modelación se tenga en cuenta que la construcción, utilización e interpretación de los modelos dependen de los criterios de los sujetos que participan en actividades de modelación y del contexto en que esta actividad se realiza. Por consiguiente de estas consideraciones en este marco las *discusiones reflexivas* implican el análisis de la naturaleza de los modelos y de los criterios utilizados en las actividades de modelación y sus consecuencias.

Por otra parte, las *discusiones paralelas* están conformadas por enunciados cuyas temáticas no pueden ser ubicadas en ninguno de los tipos de discusión de las rutas de modelación. Estas enunciaciones aunque se producen en los espacios de interacción aducen a asuntos que no son tomados en cuenta en la configuración de modelos matemáticos, es decir, en el tratamiento matemático que se le da a las situaciones. Las discusiones paralelas están vinculadas a diferentes dominios como lo social, lo político, lo ambiental, entre otros, pero también se pueden dar sobre objetos matemáticos. Sin embargo, el criterio para identificar las discusiones paralelas es su bajo nivel de implicación en la constitución del modelo; es decir, son los enunciados producidos por los sujetos que no tienen relación directa con la constitución del modelo.

Desde una perspectiva sociocrítica de la modelación se hace énfasis en las discusiones reflexivas y discusiones paralelas. A estas se les debe prestar atención e incluso se les debe incentivar desde las actividades de modelación propuestas. Aunque esto no significa que las discusiones matemáticas o tecnológicas sean relegadas, sino que se consideran el medio para generar las discusiones reflexivas y paralelas.

En nuestra investigación nos enfocaremos en las reflexiones que surgen en las discusiones reflexivas y paralelas, que se produzcan en los espacios de interacción, en los cuales las docentes participan para abordar actividades de modelación matemática. Esto se desarrollará teniendo en cuenta nuestra postura de reflexión distanciada, desde la cual los sujetos son

incentivados a mirar desde ángulos amplios lo que hacen y aprenden. Lo anterior cobra sentido desde las concepciones de Barbosa y Santos (2007) sobre las discusiones reflexivas y paralelas cuando plantean sobre las primeras que la invitación a participar en actividades de modelación matemática no es solo a construir los modelos sino a reflexionar sobre su naturaleza y utilización en la sociedad. A la vez, que sobre las segundas Barbosa (2008a) plantea que estas discusiones paralelas pueden referirse a múltiples ámbitos, pero que son una oportunidad para que emerjan reflexiones amplias sobre las temáticas abordadas en ellas.

Hasta ahora hemos abordado en este marco teórico los conceptos que le imprimen rumbo a nuestra investigación. Por esto a continuación en la Figura 6 presentamos un mapa conceptual donde generamos las interrelaciones que desde un nivel teórico orientan nuestra práctica investigativa.

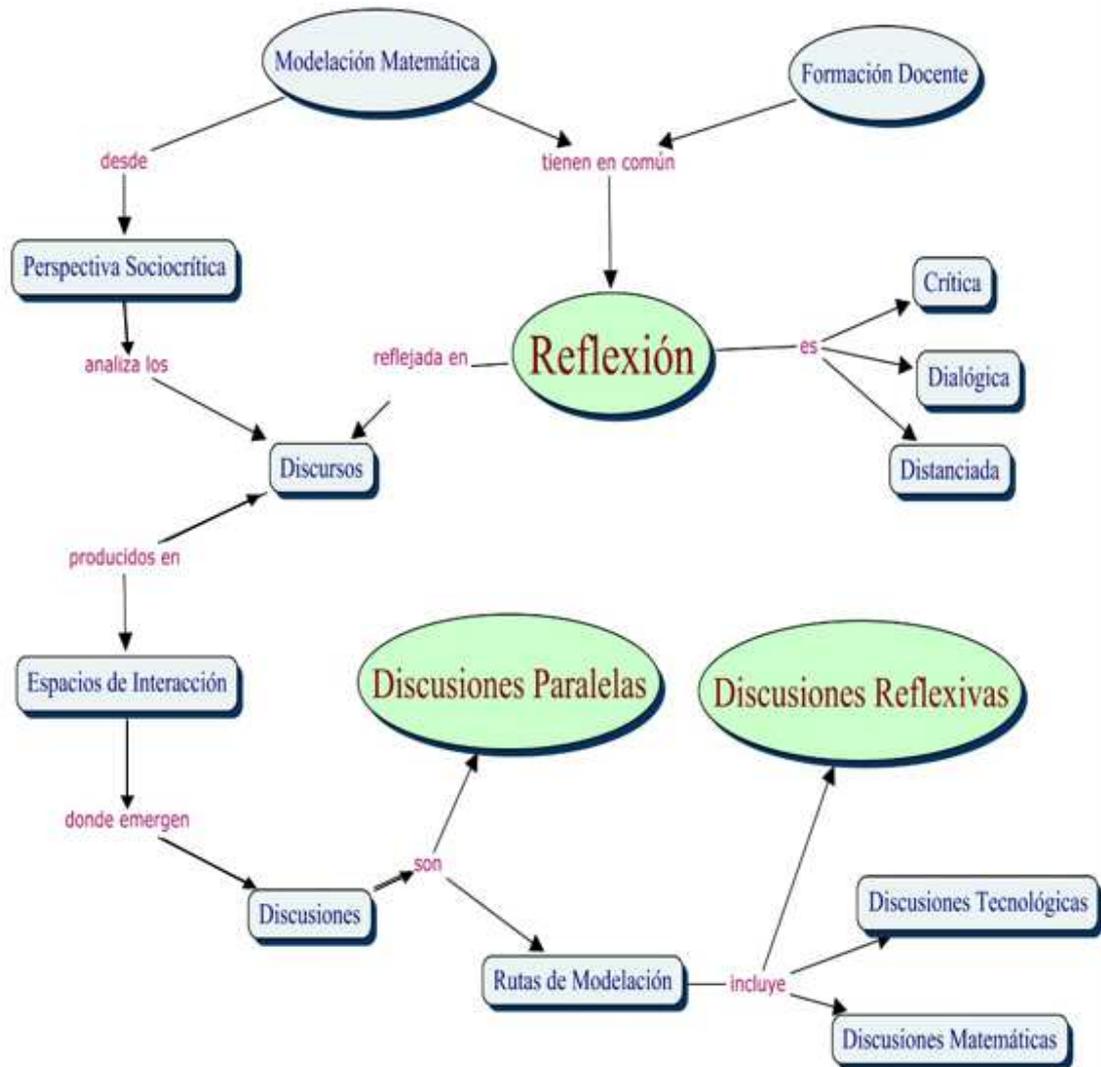


Figura 6. Interrelación Conceptual en el Marco Teórico

Marco Metodológico

En este capítulo abordamos los elementos cruciales que tuvimos en cuenta para la recolección de la información, las actividades de modelación, el tratamiento de la información: organización, análisis y la interpretación de los datos. Para esto se tuvo como norte constante los objetivos de la investigación y el problema de investigación que atraviesa todas las actividades llevadas a cabo. Los aspectos relacionados al trabajo de campo, el diseño y los instrumentos de recolección de la información serán ampliados a continuación con el fin de brindar una mirada desde todos los ángulos posibles sobre las formas como se desarrollaron los espacios de interacción vivenciados en la investigación. A partir de la determinación de estos elementos en el proceso de indagación, abordamos la pregunta central de nuestra investigación ¿Cuáles son las reflexiones docentes que emergen cuando estos participan en actividades de modelación matemática? De donde se desglosaran los elementos que darán sentido al presente capítulo.

Enfoque de investigación

Al querer explorar las relaciones que se establecen entre los seres humanos desde sus contextos reales, teniendo en cuenta que la voz la tienen los que interactúan en los contextos y experimentan mediante el contacto con lo que los rodea, adoptaremos en esta investigación el enfoque cualitativo, el cual favorece, a diferencia del cuantitativo, el por qué y el cómo de las realidades humanas, por eso se detiene con los sujetos propios en el acto de la investigación, para

tomar información por medio de algunos métodos como: la observación, la entrevista, el dialogo, las conversaciones, los talleres, entre otros.

Por parte del presente estudio, al querer describir las reflexiones emergentes de docentes en la participación de diferentes actividades de modelación matemática era necesario tener de base el enfoque cualitativo pues los contextos son cambiantes y las diversas formas de acercarse a los sujetos de la investigación requerían un enfoque abierto, con diversas posibilidades de acción. Con el presente enfoque también se pretendió afrontar el quehacer científico como estudiantes de la Licenciatura en básica con énfasis en Matemáticas, interpretando y develando el sentido de los mensajes y las situaciones de las realidades sociales, para finalmente establecer una postura crítica manteniendo continuamente actitudes de asombro, de observación constante, de descubrimiento, de duda y reflexión ante las nuevas realidades descubiertas con la investigación.

La postura metodológica que adoptamos atiende a los planteamientos de García, Gil y Rodríguez (1999) a propósito de la naturaleza de la investigación cualitativa, cuando afirma que, “Los investigadores cualitativos estudian la realidad en su contexto natural, tal y como sucede, intentando sacar sentido, de interpretar, los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas”.

De esta manera partiremos de una realidad concreta donde las docentes participan en actividades de modelación. Esta nos permitirá recoger datos que serán sometidos a los análisis

pertinentes para dar respuesta a nuestro problema de investigación. Así entonces, nuestra indagación se tornará por la vía inductiva, ya que nos permite el reconocimiento del carácter dinámico de los acontecimientos que se desenvuelven en los momentos en los que se recogen las reflexiones de las docentes.

EL problema de investigación que presentamos con anterioridad y que está sujeto a las características presentes en el marco teórico, nos lleva a que en la investigación nos apropiemos de método en específico. Por ello en el siguiente apartado trataremos los elementos que conforman el diseño de la investigación y direccionaron el quehacer en pro de dar respuesta a nuestra pregunta de investigación y alcanzar los objetivos trazados.

Método de Investigación

Teniendo presente que la modalidad de la investigación es de tipo cualitativa, debemos tener en cuenta la particularidad de nuestro objeto de estudio y en esta investigación asumimos la modalidad de estudio de casos. Desde este método de investigación se abarca un caso con especificidades que lo instalan al margen de otros casos. En este sentido, el estudio de caso como un modo de investigación cualitativa en las ciencias humanas y sociales, favorece la investigación contextualizada de un tema en específico, para la obtención de conocimiento de un fenómeno o teoría en la actualidad.

El estudio de caso, permite acercarse a las dinámicas existentes en los contextos de la investigación y perfilar la recolección de la información a un grupo o colectivo más reducido con

el fin de describir, verificar o producir conocimiento. Por medio de diferentes respuestas, se puede llegar a la identificación de elementos esenciales para comprenderlas en la actualidad. Dentro de esta forma de investigar se entiende por caso “(...) una cultura, una sociedad, una comunidad, una subcultura, una organización, un grupo o fenómenos tales como creencias, prácticas o interacciones, así como cualquier aspecto de la existencia humana” (Sandoval, 2002, p. 91)

Por parte de García, Gil, & Rodríguez (1999) citando a Denny (1978) se entiende como estudio de casos el “(...) exámen completo o intenso de una faceta, una cuestión o quizás los acontecimientos que tienen lugar en un marco geográfico a lo largo del tiempo” (p. 91). En consonancia con esta acepción estos autores caracterizan el estudio de casos como “exámen detallado, comprensivo, sistemático y en profundidad del caso objeto de interés” (García, Gil, & Rodríguez, 1999, p. 92). Desde esta perspectiva, indagamos por un fenómeno en su entorno real, utilizando fuentes de datos recogidas en el campo con diversas posibilidades de intervención e interacción entre los participantes. Así mismo, permite estudiar un tema específico, como lo es la modelación matemática ofreciendo calidad y objetividad en la información recolectada.

Es por esto que el estudio de casos nos permite identificar particularidades y significados de las actividades desarrolladas por los docentes participantes en el entorno de la modelación matemática, permitiéndonos obtener ideas cada vez más amplias de la problemática que se

investiga, generar diagnósticos y respuestas a nuestro interrogante central. Siendo así mismo, un proceso de indagación que nos acerca al conocimiento de un entorno real, mediante diferentes posibilidades, variables y fuentes, ya que nos permite analizar un problema y estudiarlo desde todos los ángulos posibles. En este sentido, sobre el caso en el que nos abocamos como objeto de investigación podemos decir en palabras de Stake (1999) que “Nos interesan tanto por lo que tienen de único como por lo que tienen de común. Pretendemos comprenderlos. Nos gustaría escuchar sus historias” (p. 15).

Una vez elegido el estudio de caso como método de investigación, Stake (1999) nos presenta la opción de elegir en concreto una tipología de estudio de caso que esté acorde al sentido y las posibilidades que se presentan y pretenden en la investigación.

Tipo de estudio de caso: Instrumental

Teniendo en cuenta las razones por las cuales elegimos el estudio de caso como método de investigación, enmarcaremos nuestro estudio dentro de la clasificación que realiza Stake (1999) para delimitar el estudio de caso que se llevo a cabo.

Se tomó el estudio de casos de tipo instrumental, ya que nuestro interés radica en describir las reflexiones de las docentes al participar en actividades de modelación matemática. Al respecto Stake (1999) señala que “La finalidad de este estudio de casos es comprender otra cosa. Aquí el estudio de casos es un instrumento para conseguir algo diferente a la comprensión

de esa profesora concreta.” (p. 17). De igual forma, se pretenden esclarecer los efectos que las actividades de modelación podrían llegar a generar a nivel de las reflexiones sobre las matemáticas escolares.

Así entonces una vez elegido el tipo de estudio de caso llevado a cabo, es pertinente, delimitar y mostrar la población con la cual se desarrolló el proceso investigativo.

Diseño del estudio

Para el diseño de nuestro estudio tuvimos presente las sugerencias hechas por Sandoval (2002) y García, Gil, & Rodríguez (1999) en cuanto a los elementos que se deben tener en cuenta en la realización del trabajo de campo y una vez este termina.

Participantes de la investigación.

Un aspecto planteado por Sandoval (2002) hace referencia a la discriminación de la población involucrada en la investigación, en nuestro caso vinculada al campo educativo de la institución que formó parte activa de los procesos llevados a cabo. Es así como inicialmente se decide que los estudiantes, padres de familia, directivas y funcionarios del plantel, no harán parte de la investigación pues no están estrechamente relacionados con nuestro problema de investigación, quedando como participantes de la investigación los docentes de la Institución Educativa Finca la Mesa.

Por tanto, se realizó un análisis particular dentro del plantel en los docentes, pues estos aun sin ser muy numerosos, estudiándolos en su totalidad requerirían mayor tiempo del que contamos para la investigación. Así pues que no tuvimos en cuenta criterios de formación profesional, ni títulos académicos de mayor rango, tampoco se solicitó ser docentes exclusivos en el área de matemáticas, ya que la modelación no es de uso exclusivo en esta área, y puede trabajarse en cualquier campo del conocimiento escolar. Bajo estos criterios iniciales en nuestra investigación las razones que se tuvieron presentes para la selección de los participantes fueron los siguientes:

- Deben ser docentes de la Institución Educativa Finca la Mesa sede Juan Bautista Montini.
- Deben tener disposición y tiempo para realizar trabajo extra a la jornada laboral.
- La participación de cada docente debe ser voluntaria y debe partir del interés y la motivación.
- Los participantes deben estar de acuerdo y confirmar un consentimiento¹ informado de la investigación. Para que todas las producciones, palabras, grabaciones, escritos, entrevistas y demás, pueden ser utilizados, estudiados y publicados con fines meramente académicos y si es necesario bajo seudónimos protegiendo siempre la identidad y privacidad de los participantes.

¹ Ver anexo 1: Consentimiento de participación en la investigación

Una vez invitados los docentes de la institución y teniendo presentes los criterios de selección, contamos con la participación de las docentes Lorena y Melissa². Es preciso afirmar que son dos mujeres, docentes que desearon participar decidida y libremente en la investigación.

La docente Lorena, es Licenciada en Educación Básica Primaria, con Especialización en Pedagogía de la Lúdica. Se encargó en la institución educativa en el año 2013 de las áreas de Matemáticas, Artística, Emprendimiento y Ética en el grado 4°. Lleva en el establecimiento educativo nueve años y es docente hace 36 años. Por su parte la docente Melissa obtuvo su título en Licenciatura en Educación Especial y en el año 2013 es encargada de las áreas de Lengua Castellana, Inglés y Religión, en el grado 4°. En el establecimiento lleva un año y como docente siete años.

Así pues se tienen las participantes que harán parte de la investigación y que estarán inmersas en actividades de modelación, queda entonces por mostrar los elementos que nos permitieron como investigadores acercarnos a las producciones y reflexiones de las docentes una vez se acerque a las actividades.

Técnicas e Instrumentos de Recolección de la Información.

El estudio de casos precisa de unas herramientas o instrumentos con los cuales se recoge y organiza la información del caso con la cual se logra dar respuesta a la pregunta planteada y

² Seudónimos utilizados para nombrar los participantes de la investigación.

alcanzar los objetivos propuestos en la investigación. Como formas de recolección usualmente en investigación cualitativa se precisan la observación, la entrevista en profundidad y la lectura de textos (Ruiz, 1996). Estas favorecen el proceso de obtención de información y permiten la interacción con los sujetos propios de la investigación y sus contextos reales de intervención.

En la selección de procedimientos y técnicas tendremos en cuenta que la información se recogió abarcando tanto la perspectiva de las participantes (puntos de vista, opiniones), como nuestra perspectiva de interpretación de la realidad, a la vez, conjugando los sistemas perceptuales e interpretativos de nosotros como investigadores, con los esquemas de significados aportados por las participantes.

A continuación se detallaran cada una de las técnicas implementadas, mostrando los elementos relevantes de cada uno y la forma en la cual se efectuaron en la investigación.

La observación.

La observación es una técnica que nos permite recoger, organizar y sistematizar información sobre acontecimientos relacionados con un problema de investigación determinado o un tema de interés común. La observación facilita la obtención de datos lo más próximos a como éstos ocurren en la realidad, referentes al comportamiento de un fenómeno en un tiempo real. El investigador por tanto posee gran responsabilidad en el momento de la recolección, para narrar con objetividad los acontecimientos que observa sin plasmar sus puntos de vista. En

palabras de Ruiz (1996) “(...) la observación permite que los datos sucedan con total espontaneidad permaneciendo en su calidad de datos <<naturales>> y no provocados por la investigación” (p. 126) Así entonces la observación nos obliga a detenernos y ponernos delante, para establecer una mirada de las relaciones en los momentos que observamos. En las voces de García, Gil y Rodríguez (1999) se entiende la observación como “(...)un proceso sistemático por el que un especialista recoge por sí mismo información relacionada con cierto problema. Como tal proceso, en él intervienen las percepciones del sujeto que observa y sus interpretaciones de lo observado” (p. 150).

En la tabla 2 y basándonos en los planteamientos de García, Gil y Rodríguez (1999) al respecto, se relacionan las diferentes perspectivas desde las que se recoge la información relacionadas con los instrumentos a utilizar.

Tabla 2. Perspectivas en la Recolección de Información

Perspectiva de Recolección de la Información	Procedimientos y Técnicas
Perspectiva de los Participantes	<ul style="list-style-type: none"> • Entrevistas no estructuradas

<p>Sistema perceptivo e interpretativo de los investigadores</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Observación Participante • Diario de campo
<p>Respuesta de los participantes a la perspectiva del investigador</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Entrevistas estructuradas • Cuestionarios

En las observaciones desarrolladas se tuvieron en cuenta dos elementos estructurantes: el contexto de observación y el sistema descriptivo de observación. Esto debido a que consideramos que contribuyen a alcanzar el objetivo de nuestra investigación: describir las reflexiones emergentes de las docentes inmersas en tareas de modelación matemática. Por tanto la institución educativa jugará un papel fundamental, así como la interacción en el momento de la modelación.

Nuestro contexto de observación se constituyó al inicio de la investigación en una jornada en la cual se nos permitió ingresar al aula a observar³ las sesiones de clase y todo lo que en el

³ Ver Anexo 2 Formato de observación

aula ocurría, luego esta observación se instauró en las sesiones semanales que se realizaron con las participantes de la investigación con el fin de propiciar su participación en diferentes actividades de modelación matemática. En estas sesiones nosotros como investigadores no solo enfocábamos nuestra atención e interpretación sobre los acontecimientos, sino que participábamos como promotores y orientadores en la invitación a involucrarse en las actividades de modelación. La interacción constante en los encuentros y las formas de relacionarnos con las participantes, contribuyeron al logro de los objetivos, descubriendo, desde los contextos cotidianos y sociales, nuevas soluciones para la transformación o resolución de una situación que a la vez se constituía en un problema. Que finalmente nos conduciría a la comprensión del fenómeno en especial.

La observación se tomó en nuestra investigación como una técnica intencionada y sistemática desarrollada en el marco de un sistema descriptivo, el cual es diferenciado por García, Gil y Rodríguez (1999) como: categorial, narrativo y tecnológico. Este sistema de observación abierto garantizó un movimiento de una observación no estructurada hacia una observación estructurada de acuerdo a la intencionalidad en nuestra investigación, por tanto se llevaron a cabo observaciones participantes con objetivos precisos. Estos objetivos perfilaban la observación y permitían establecer mejores resultados en cada una de las sesiones, así entonces diferenciamos nuestra observación como narrativa, la cual expresa la necesidad de considerar las

relaciones e interacciones humanas en un ir y venir constante de experiencias, sucesos y transformaciones, por tanto debe también ser narrados así.

La observación participante.

Este tipo de observación persigue los mismos objetivos mencionados anteriormente con la variante que este es un método interactivo en el cual la recolección de la información requiere que el observador esté inmerso e implicado en los acontecimientos que se pretenden observar. García, Gil y Rodríguez (1999) afirman que este método “(...) supone participar en la vida social y compartir actividades fundamentales que realizan las personas que forman parte de una comunidad o de una institución” (p. 165) Así entonces como investigadores, no nos convertimos en un ente aparte de la situación, sino que interactuamos constantemente con los objetivos, las personas y los contextos a los que asistimos.

Este modelo de observación es elegido ya que en las actividades de modelación realizadas por las docentes se requerían de momentos, espacios de discusión y análisis que debían ser guiados por nosotros como investigadores. La construcción conjunta al enfrentar las situaciones reales y cotidianas, permitió explicar, predecir y solucionar diversos aspectos de una situación común.

La Entrevista.

La entrevista es una técnica en la cual se obtiene información mediante una conversación, en la que se formulan preguntas y se escuchan respuestas. En palabras de García, Gil, & Rodríguez (1999) la entrevista es considerada una técnica donde “(...) una persona (entrevistador) solicita información de otra o de un grupo (entrevistados, informantes), para obtener datos sobre un problema determinado.” (p. 167). En la entrevista se destaca una continua interacción entre el entrevistador y el entrevistado, ya que se pretende fortalecer las formas de comunicación para que sea más efectiva la información que se logre extraer en las preguntas y respuestas continuas. Estos autores discriminan la entrevista en varios tipos: entrevista estructurada, entrevista no estructurada o en profundidad y entrevista de grupo.

De los tipos de entrevistas nos acogemos a las no estructuradas o en profundidad, ya que este método nos da libertad de hablar de varios tópicos y da la posibilidad de que surjan ideas que se desarrollen y aprueben durante el trascurso de la entrevista. Sin embargo por los conocimientos de la investigación se tuvieron perfiladas algunas preguntas que permitían guiar la el dialogo sin limitar las respuestas ni las conversaciones. Por eso se destacan diferentes procesos de intervención libre en la aplicación de las entrevistas. Igualmente la intervención de ambos agentes en la investigación preguntando y respondiendo. Cada uno de estos momentos enriqueció la información recogida y facilitó la aproximación a diferentes formas de comprensión del objeto investigado.

Este método de entrevista nos permitió conocer la opinión, el juicio, los reconocimientos, los rituales, y en su parte de la vida de las docentes mediante “(...) una serie de conversaciones libres en las que el investigador poco a poco va introduciendo nuevos elementos que ayudan al informante a comportarse como tal” (Spradley, 1979:58) citado por (García, Gil, & Rodríguez, 1999, p. 169). Estas formas de comunicación corresponden con la participación de cada uno de las personas inmersas en la entrevista y garantiza, por tanto el fluir libre de las emociones, los pensamientos, las percepciones y las representaciones que las docentes tienen sobre el tema objeto de estudio. Todo este entramado de significados es el que favorece la comprensión global de la intervención y transformación de la población.

Otra razón para elegir ese tipo de entrevista es que en nuestra investigación no pretendemos contrastar ideas o supuestos, sino más bien acercarnos a “(...) las ideas, creencias y supuestos mantenidos por otros. No es el propio conocimiento o explicación lo importante, lo realmente interesante son las explicaciones de los otros.” (García, Gil, & Rodríguez, 1999, p. 168). En nuestro caso lo importante son las reflexiones e ideas expresadas por las docentes en el contexto particular en el que ellas se encuentran inmersas, y desde los mecanismos, actividades y formas de comunicación que nosotros llevamos a través de la investigación. Igualmente se privilegian las voces propias de las docentes como referentes de sentido para la construcción de la investigación.

El Cuestionario.

El cuestionario es otra herramienta de recolección de información en la investigación cualitativa. Consiste en una serie de preguntas o indicaciones puntuales con el fin de obtener algunas informaciones específicas. Para nuestra investigación, se entregaron unas preguntas⁴ a las docentes participantes del proceso de investigación y se les pidió que escribieran sus respuestas. Según Monroy F (2006) “Esta modalidad permite abordar los problemas desde una óptica exploratoria, no en profundidad” (p. 16) Es así como con el cuestionario buscamos indagar ciertos criterios de las docentes sin exigir reflexiones demasiado elaboradas.

Diagnósticos y diversas exploraciones formaron parte del cuestionario realizado a las docentes. Cabe destacar que en el cuestionario se emplearon preguntas de los tres tipos: abiertas, cerradas y semi-abiertas. Cada una de ellas con intencionalidades diferentes para cada caso.

Los Diarios de campo.

El diario de campo es un instrumento de registro de la información de las actividades o acciones que se lleven a cabo en un contexto determinado. Para la investigación se convierte en un instrumento de apoyo cotidiano donde se registran las principales actividades, sucesos y formas de relación de los participantes. El diario de campo posibilita la construcción y reconstrucción continua de la experiencia en el trabajo de campo. Este permite igualmente ser

⁴ Ver anexo 3: Cuestionario que se aplicó a los participantes de la investigación.

vehículo de próximas reflexiones en la investigación. Aquí, el diario de campo⁵ nos permitió “(...) reflexionar sobre los sujetos y las interacciones, los saberes y los conocimientos que se producen en la escuela, la solución de problemas en relación con los saberes o con la vida cotidiana, el abordaje de las distintas situaciones.” (Sanabria S, 2008) Así mismo, nos permitió sistematizar las sesiones de clases que presenciamos al inicio de nuestra investigación como observadores no participantes y nos permitió posteriormente ordenar las sesiones de nuestra práctica docente para luego analizar los resultados, esto fue de gran ayuda para delimitar nuestro problema de investigación.

Hasta aquí señalamos los aspectos relevantes de los métodos que implementamos en la recolección de la información necesaria para nuestra investigación; queremos también mencionar que estos métodos de recolección pueden estar acompañados de unas herramientas especiales para hacer que la información sea lo más verídico y que contenga los menores cambios posibles, así entonces haremos alusión a las herramientas utilizadas en nuestra investigación y especificaremos su importancia dentro del estudio.

Herramientas implementadas.

Los expertos recomiendan que en la recolección de los datos se dé la implementación de herramientas tecnológicas tales como las grabadoras, las cámaras de video, los computadores,

⁵ Ver anexo 4: Formato de diario de campo, empleado en la práctica docente

entre otros. Estas herramientas implementadas, sirven para facilitar las diferentes actividades planteadas en el trabajo de campo.

Por parte de las grabadoras, estas nos permitieron tener un registro de todo lo ocurrido y dicho en las sesiones, al respecto García, Gil, & Rodríguez (1999) nos dice que “(...) las grabadoras permiten registrar con fidelidad todas las interacciones verbales que se producen entre entrevistador y entrevistado.” (p.182). Otras de las ventajas del uso de las grabadoras en nuestras sesiones de la investigación es que ellas permitieron “(...) prestar más atención a lo que dice el informante, favoreciendo así la interacciones entrevistador-entrevistado”. (García, Gil, & Rodríguez, 1999, p. 192). Ocasionalmente en las sesiones no había mucho tiempo para tomar nota o registrar los sucesos así entonces las grabadoras nos permitieron llevar un registro continuo que favoreció la realización con naturalidad y secuencia de la sesión.

Por parte de la observación creemos recomendable tener una cámara de video pues esta nos puede proporcionar información y puntos de vista diferentes a los que tuvimos como investigadores inicialmente, ya que es imposible que mediante una observación estemos atentos a todos los detalles presentes en los encuentros. Con la cámara de video además, se puede captar las impresiones momentáneas, los gestos, las tomas de decisiones, las formas de comunicarse con el problema que se pone en juego, entre otros.

Esos instrumentos de recolección son empleados en el desarrollo de unas situaciones de modelación, las cuales son previamente diseñadas por nosotros como investigadores para

estimular intencionalmente las actividades de modelación como medio incentivador de reflexión y así poder obtener los datos necesarios para dar respuesta a la pregunta de investigación.

Hemos abordado aspectos metodológicos de la exploración como el método de investigación, unidades de estudio, definición y explicación de instrumentos que se utilizaron en la investigación. Ahora queremos mostrar cómo se lleva a cabo la investigación en el campo. Destacando por tanto cada uno de los aspectos organizativos en momentos de la investigación. Los cuales incluyen diagnóstico, acercamiento, reflexión y análisis de la información recolectada.

Desarrollo de la Investigación

El acceso al campo se produce a través de la participación de los investigadores como estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas en la práctica pedagógica. Este es requisito para acceder al título profesional desde el currículo de dicha licenciatura, la intervención es realizada en la institución educativa a la que pertenecen las docentes participantes de la investigación: Institución Educativa Finca La Mesa sede Juan Bautista Montini. Como se mencionó anteriormente los escenarios que se comparten con las docentes (clases y descansos) en la jornada académica, propiciados desde la práctica pedagógica, permitieron que se generara una relación de diálogo a partir de las cuales se fue perfilando nuestro problema de investigación y la posibilidad de invitar a las participantes a nuestro proceso

de indagación. Por medio de este proceso, se pretendía fortalecer una comunicación recíproca de ir y venir de aprendizajes constantes con las participantes.

Durante aproximadamente año y medio de permanencia en la institución como practicantes e investigadores, asistiendo cuatro horas semanales, se crearon procedimientos informales para recoger información que dio luces en la determinación del problema de investigación. Sin embargo, con el fin de implementar procedimientos formales para acceder a los datos que abonen una respuesta a la cuestión central de nuestra investigación, se dispuso de común acuerdo con las docentes realizar encuentros semanales de una hora y media aproximadamente. Dichos encuentros se organizaron a través de las dinámicas necesarias para que las docentes se aproximen a actividades de modelación matemática, sin embargo, se destinan tiempos para actividades como comentarios iniciales y finales.

La organización de los tiempos en los encuentros semanales se disponen de la siguiente manera: 10 minutos para introducir las actividades de la sesión y retomar los avances de las sesiones anteriores; 50 minutos para trabajo de las docentes en las actividades; 20 minutos para socializar las actividades realizadas, realizar preguntas, comentarios, ampliar los temas y finalmente se plantean propuestas y tareas de trabajo de la siguiente sesión.

No obstante, reiteramos que la recolección de datos está presente desde el instante mismo en el que se empieza a interactuar con las docentes en el contexto educativo que las rodea. Pero el proceso de investigación como tal tiene un espacio reservado para llevar a cabo una

intervención, en el cual se recogieron los datos analizados. Este trabajo de campo es el que afianza todos los supuestos tenidos en cuenta, además del logro de los objetivos propuestos y la resolución de la problemática. A continuación exponemos los momentos que dieron seguimiento al desarrollo de la investigación como uno de los ejes de nuestra práctica docente.

Momentos de la intervención.

Se tiene en cuenta un esquema de actuación que fue desarrollado en nuestra investigación, el cual permitió la recolección de los datos a partir de cinco momentos comprendidos en el diagnóstico, desarrollo de actividades, momentos evaluativos y desarrollo de una propuesta hecha por una de las participantes.

Momento 1: Diagnóstico.

Este momento es dedicado al reconocimiento de las instancias institucionales donde se desarrollaría además de la práctica pedagógica, la investigación requerida en nuestro programa académico. Adicional al reconocimiento institucional que desarrollamos a mediados del año 2012 donde tuvimos acceso al PEI, se nos permite ingresar a un aula de clase como observadores no participantes en el grado 3-B del mismo año, aquí pudimos presenciar jornadas académicas completas y percibir cómo se desarrollaban las clases en una dinámica institucional. Mediante diarios de campo pudimos sistematizar la información relevante en cada sesión, con lo que pudimos identificar preguntas iniciales, actividades y actuaciones dentro del aula. También en

diferentes espacios dentro de la institución y fuera de las sesiones de observación se producen acercamientos con la docente cooperadora en donde a partir de diálogos nos comparte dudas y preguntas acerca de algunas cuestiones matemáticas.

Las herramientas y sucesos anteriores nos dieron las bases suficientes para limitar nuestra pregunta, objeto y objetivo de investigación, una vez determinados dichos elementos se realizaron las invitaciones a las personas que se pretendía fueran parte de la indagación y como mencionamos anteriormente luego de la invitación hecha a los docentes, pudimos contar con la presencia de dos maestras interesadas en hacer parte de la investigación y el interés por sus reflexiones desde el ámbito educativo.

Momento 2: Acercamiento a actividades de modelación matemática.

Luego que el primer momento de la investigación permitiera identificar los elementos directrices de nuestra investigación y al tener claro que nuestra indagación estaría encaminada hacia la exploración de las reflexiones suscitadas en docentes inmersas en actividades de modelación matemática, nos dimos a la tarea de planear actividades que posibilitaran la reflexión de las participantes.

Así entonces en el segundo momento de la investigación, se les presentan a las docentes situaciones contextualizadas susceptibles a desarrollar actividades de modelación matemática con el fin de iniciar una reflexión dialógica donde se promoviera la explicitación de dificultades,

potencialidades, incoherencias, explicaciones y posibles necesidades de cambio de las problemáticas cotidianas y que además estuvieran de acuerdo al deseo de la docente Lorena en querer profundizar en el tema del porcentaje, ya que esto lo expresó en una de las conversaciones que se mantuvo con ella.. Teniendo presente estas condiciones diseñamos cuatro situaciones que se desarrollaron a lo largo de la investigación.

La primera situación estuvo basada en una noticia de prensa⁶ en la cual se mencionaban algunos efectos que había traído al mercado el paro agrario Colombiano del año 2013, cabe resaltar que esta situación se realizó en dos sesiones; en la primera, una vez las participantes leyeron la situación se les realizó algunas preguntas que permitieron familiarizar a las participantes con la problemática que se presentaba en la noticia, uno de estos interrogantes precisaba de la realización de una serie de procedimientos y razonamientos matemáticos para conseguir la respuesta, esto llevo a que más de la mitad de la sesión se centrara en esta discusión, quedando así parte de la situación sin abordar. Así entonces en la segunda sesión se decide continuar con la situación pero esta vez abordando la pregunta abierta que había quedado pendiente.

Por parte de la segunda situación y siguiendo la idea de realizar actividades que tuvieran incidencia en la vida de las docentes, propusimos la situación ¿Cómo puedo comprar el mejor

⁶ Ver anexo 5

arroz para mi familia?⁷ En esta situación se presentan una lista de precios de diferentes marcas de arroz de donde las docentes deben basarse y analizar los datos para dar respuesta a las preguntas que hacen parte de la situación y posteriormente escribir una carta a alguno de sus familiares dando las razones por las que debería escoger alguna de las marcas del arroz.

Siguiendo con la tercera situación, De Compras en el Supermercado⁸ se le presentan a los docentes diferentes casos de algunas promociones que se exhiben en supermercados de la ciudad y se les pide que realicen algunos racionamientos acerca de las promociones. Esta sesión es llevada a cabo en la sede central del centro educativo donde se desarrolló la investigación, también en esta reunión se les presenta a las docentes aspectos generales de la modelación matemática en Colombia mediante un conversatorio, donde se cuenta un poco como la modelación matemática aparece en los Lineamientos Curriculares Colombianos, como se plantean los pensamientos matemáticos, se habla de las raíces de la modelación y de ésta como uno de los procesos generales en matemática, entre otros elementos que tiene en cuenta la modelación matemática.

La cuarta situación es desarrollada en la Institución Educativa Finca la Mesa (sede central), esto debido a que la docente Lorena expresa su deseo de querer compartir con sus demás compañeros una situación de modelación con el propósito de dar a conocer el proceso de

⁷ Ver anexo 7

⁸ Ver anexo 6

investigación que se había desarrollado hasta ese momento y se motivara a los demás a conocer más sobre la modelación. Así entonces presentamos la situación Etiquetas jugosas⁹ en ella se muestran etiquetas de unos jugos que están de venta en el mercado y se les pide analizar qué tan naturales son los productos para luego comunicar sus resultados en una carta dirigida a la prensa.

Así entonces finalizan las situaciones que se desarrollaron dentro de la investigación pero es necesario resaltar que las situaciones que se desarrollaron en estos momentos presentaban dos características fundamentales: una de ellas es que la solución a lo que constituía un problema no se conseguía instantáneamente, por tanto era necesario recurrir a diversos procesos para llegar a la solución y por tanto óptima realización de las actividades de modelación. La segunda característica se remite a que las actividades están referidas a situaciones de la vida cotidiana por tanto, el constante desarrollo en la escuela y la relación con los contextos a los cuales las docentes asisten forma parte crucial de la ejecución de las actividades.

Momento 3: Reflexión evaluativa del proceso.

En este momento se realiza por parte de las docentes y por iniciativa de los investigadores una mirada retrospectiva al proceso investigativo y lo vivenciado en cada una de la situaciones, analizando aspectos como la importancia y desventajas de las situaciones de modelación,

⁹ Ver anexo 8

también se evalúa la influencia que pudo generar las actividades tanto en el campo profesional como en el diario vivir. Este momento se realizó principalmente en dos instantes.

En el primer instante y con el objetivo de conocer las creencias, opiniones, y algunas actitudes de las docentes acerca de las matemáticas su enseñanza y aprendizajes realizamos un cuestionario¹⁰. El cuestionario es entregado a las docentes los cuales lo responden de forma escrita y luego de haber terminado se da una etapa de socialización en la cual se habla acerca de las respuestas escritas de las docentes para así ampliar un poco más las ideas plasmadas en el papel.

En el segundo instante del momento tres se realiza una entrevista y análisis de todo el proceso de investigación llevado a cabo. Esto es realizado mediante una entrevista¹¹ donde cada docente pone en común los logros de la investigación y principales conclusiones a las que pudieron llegar mediante el desarrollo de las situaciones de modelación, evaluamos las potencialidades de la modelación y la implicación que tienen la implantación de este proceso.

Aclaremos que este instante se realizó en fechas diferentes con cada participante, esto debido a que la docente Melissa tuvo que ausentarse de la investigación y de la institución por razones personales, por ello realizamos la conversación días antes de que tuviera que alejarse de

¹⁰ Ver anexo 3

¹¹ Ver anexo 9 y 10

la institución. La docente Melissa habla entonces basada en lo que pudo percibir y vivenciar en las situaciones uno, dos y tres.

Por parte de la docente Lorena se realiza una reflexión evaluativa en dos oportunidades; en la primera realiza una evaluación de las sesiones uno, dos y tres donde abre brechas para que el proyecto llegue a otras personas de la institución, así entonces en compañía de la docente Lorena construimos una situación¹² con el fin de llevarla a los demás compañeros. El desarrollo de la sesión donde se implementó ésta situación, es presentada en el siguiente momento.

Momento 4: Diseño y aplicación de una situación.

El cuarto momento de la investigación se define como el diseño de una situación en colaboración con la docente Lorena, este momento se da gracias a la iniciativa de la profesora Lorena al proponer que se comparta con los demás compañeros docentes las actividades de modelación y algunas experiencias que para ella fueron significativas. Así entonces, se emprende en unión con la docente en la elaboración de una situación de modelación matemática.

Para iniciar con el diseño de la situación se pensó que era pertinente continuar con la línea que se había venido trabajando, situaciones que tuvieran relación con el contexto cercano, así pues se pensó en elaborar una situación donde se tuviera involucrado las jugos que se ofrecen en el mercado y poder analizar los componentes que traen estos productos. Como investigadores

¹² Ver anexo 8

y líderes de la investigación concretizamos la situación¹³ involucrando los elementos que se tuvieron en cuenta en compañía de la docente Lorena y emprendimos el camino para buscar los permisos pertinentes para poder llevar a cabo la propuesta; así entonces se contó con el aval de las directivas institucionales.

La actividad de modelación, se desarrolla con la presencia de nueve docentes de primaria encargadas de diferentes áreas y con la compañía de nuestra asesora de investigación, la cual dentro de la jornada compartió aspectos como la visión general acerca de la importancia de la modelación matemática y de cómo esta se plantea en los Lineamientos Curriculares de Colombia, presento algunos ejemplos de cómo utilizar las situaciones de la vida cotidiana para presentar problemas a los estudiantes, ésta actividad se desarrolló en dos horas aproximadamente

Estos fueron los momentos que determinaron el desarrollo de nuestra investigación, los cuales una vez desarrollados nos permitieron reunir toda la información necesaria para poder dar respuesta a nuestra pregunta de investigación y así lograr el objetivo propuesto.

Estos datos requirieron de un proceso para poder cumplir con lo propuesto en la investigación, por esto a continuación mostraremos en que consistió dicho proceso.

¹³ Ver anexo 8

Análisis de los Datos

Las actividades desarrolladas nos posibilitaron estructurar el conjunto de los datos recolectados en forma coherente y flexible, atendiendo al carácter cualitativo de nuestro estudio. Los procedimientos utilizados en el análisis se abordaron siguiendo el esquema propuesto por García, Gil y Rodríguez (1999) el cual se retomaron de Miles y Huberman (1994) y lo presentan de la siguiente manera:

- Reducción de datos: conduce a volver acequible la información a través de procesos de simplificación, selección y síntesis.
- Disposición y transformación de los datos.
- Extracción y verificación de conclusiones.

Lo que hicimos entonces fue inicialmente transcribir toda la información que teníamos recopilada tanto en videograbaciones como en material físico, luego de estos organizamos la información de acuerdo a la sesión en la cual se desarrolló. Posterior a esta organización pasamos a identificar por párrafos las reflexiones que habían surgido en cada situación y en general en cada momento de la investigación; así entonces nuestro objeto de investigación unido a nuestro horizonte conceptual, nos daba luces acerca de los elementos que debíamos identificar en toda la información.

Desde esta organización, nos dimos a la tarea de identificar discusiones paralelas, reflexivas, tecnológicas y matemáticas que se pudieran encontrar en nuestro material transcrito.

Una vez identificamos tales elementos los categorizamos según la temática a la cual se refería; esto se muestra más adelante en la tabla 3, donde a partir de las temáticas allí mostradas desplegamos la interpretación de los datos donde mostramos las actitudes, reflexiones, opiniones y argumentaciones que surgieron mediante las actividades de modelación. En las interpretaciones y confirmaciones se debe dar cuenta de la validez de los datos y análisis presentados, pero ¿Cómo lograr tal validación?

Validación de la Investigación

La validación según Stake (1999) se refiere a la exactitud y lógica de las comprobaciones que puedan tener lugar en la recolección de datos pero al mismo tiempo se refiere a la articulación entre los datos con los elementos conceptuales y las nociones descritas en el marco teórico donde se formalizó cada temática concerniente con nuestro planteamiento del problema.

Así entonces para la validación de nuestra investigación se realizara una confrontación de los datos recogidos en el estudio con los referentes teóricos, esto con el objetivo de verificar las tendencias detectadas en los datos recogidos y denotar las conclusiones del estudio. En conclusión la validación la realizamos mediante una triangulación y según los tipos de triangulación expuestos por Bisquerra (2010) nosotros implementamos la triangulación de datos personal desde una confrontación con la teoría, posibilitándonos dentro del análisis una validez.

Por una parte la triangulación de los datos personal, la realizamos ya que al haber utilizado diferentes instrumentos para recolectar la información, tales como el desarrollo de las actividades

de modelación en los espacios de interacción con las docentes, surgieron reflexiones que luego fueron confrontadas y ampliadas en otros períodos mediante entrevistas en profundidad y cuestionarios, al realizar esta confrontación encontramos concordancias y diferencias en los planteamientos de las docentes que nos permitieron realizar una categorización.

En cuanto a la confrontación teórica, tener un marco teórico dirigido desde la perspectiva sociocrítica de la modelación en el cual se establece que los sujetos en los espacios de interacción a partir de actividades de modelación discuten y reflexionan sobre diversos asuntos, nos permitió la categorización en discusiones reflexivas, paralelas, tecnológicas y matemáticas; esta confrontación de la información se facilitó gracias a los instrumentos de recolección de datos encontrando que las discusiones presentadas en los momentos de la investigación se ajustaban a el tipo de discusiones y reflexiones que se proponen en la perspectiva sociocrítica de la modelación.

Aquí quedan sentadas entonces, las ideas con las cuales una vez obtenida la información necesaria en nuestra investigación, utilizamos para analizarla y así obtener la respuesta a nuestra pregunta de investigación, pero será en el siguiente capítulo donde se detallará a fondo el análisis hecho.

Discusiones Paralelas y Reflexivas en Actividades de Modelación: Fuentes de Reflexiones

Docentes

Nuestro proceso investigativo nos condujo a recopilar un cúmulo de datos que propiciaron tareas de organización e interpretación de los mismos. Los datos que circularon y se recopilaron en nuestro recorrido indagador como palabras fueron plasmadas en enunciados verbales y algunas producciones escritas, encapsuladas en reflexiones generadas en espacios de interacción, donde conjuntamente con las docentes participantes nos aproximamos a actividades de modelación matemática. A continuación presentamos la red de relaciones y significados, que en un examen sistemático de los datos logramos establecer, al rastrear nuestro objeto de estudio: las reflexiones emergentes en docentes al participar en actividades de modelación matemática.

En concordancia con esto, las reflexiones de las docentes participantes se agrupan de acuerdo a significaciones comunes en dos ámbitos: uno que abarca la esfera de lo personal y el otro la esfera profesional, desde los cuales se identifican e interpretan tanto las discusiones reflexivas como las discusiones paralelas abordadas en los espacios de interacción. Esto lo realizamos guiados por la tipología establecida en nuestro marco teórico desde una perspectiva sociocrítica de la modelación.

Cabe anotar que la estructura no se encuentra en una disyuntiva absoluta, sin embargo, nos permite establecer relaciones de contraste y semejanza que enriquecen la construcción de

significados cimentados en los datos. Además, en cada tipo de discusión referida desde alguno de los dos ámbitos establecidos, se desglosan algunos tópicos que fueron resaltados desde los argumentos discursivos y reflexivos por parte de las docentes, al ser invitadas a indagar situaciones referidas a su cotidianidad matemáticamente. Para ilustrar presentamos la organización que le dimos a la información recolectada a partir de un diagrama de caja, la cual se ilustra en la tabla 3.

Tabla 3. Interrelaciones Temáticas en el Análisis de los Datos

Reflexiones	
Ámbito Personal	Discusiones
	Paralelas
	<p style="text-align: center;">Las decisiones en la vida cotidiana</p> <ul style="list-style-type: none"> • Factores que inciden en las decisiones como consumidoras
Ámbito Profesional	Discusiones
	Reflexivas
	<ul style="list-style-type: none"> • Papel del contexto en la configuración del modelo
	Paralelas
	<ul style="list-style-type: none"> • Visión de las Matemáticas • Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas

		<ul style="list-style-type: none">• Formación Docente• Modelación Matemática
--	--	---

A continuación, expondremos los anteriores elementos desde una perspectiva de las reflexiones como eje de nuestro qué hacer docente.

La Modelación Matemática en el Ámbito Personal: Una Alternativa para Reflexionar sobre las Decisiones de la Vida Cotidiana

Cuando invitamos a las participantes a indagar acerca de situaciones de la vida cotidiana a través de las matemáticas, inicialmente nos propusimos que los temas surgieran de sus intereses particulares y por tanto que fueran ellas mismas las que los propusieran. Sin embargo, cuando les preguntábamos sobre qué temas podrían ser abordados nos encontramos con una constante en su curiosidad por el conocimiento, reiteradamente aludían a conceptos matemáticos, especialmente, que querían profundizar sobre el porcentaje. Las participantes en el estudio mostraban predilección por temas que estaban en los contenidos curriculares que debían abordar en sus clases de matemáticas. Por el poco tiempo que teníamos para desarrollar espacios de interacción no insistimos en esta indagación por las temáticas, respetando las condiciones y ocupaciones de las docentes.

Lo anterior conlleva a que convoquemos a las docentes a participar en actividades de modelación con temáticas propuestas por nosotros como investigadores, teniendo presente que tuvieran un componente de la realidad cotidiana de las docentes, pero que involucraran el concepto de porcentaje; a la vez, que desde ellas se les planteara problemas que se constituyeran en retos intelectuales, más que en ejercicios rutina. De esta manera, las actividades propuestas estuvieron en coherencia con lo planteado en nuestro marco teórico desde la perspectiva sociocrítica de la modelación según Barbosa y Santos (2007) sobre las características de las mismas.

Esto lo vimos reflejado en algunas de las reflexiones que emergieron desde las actividades como se mostrará en lo que sigue.

La primera situación como se informó en el marco metodológico se inspira en una noticia de la actualidad del país, en el momento en que iniciamos los encuentros con las docentes para convocarlas hacia actividades de modelación, ya que se vivía la coyuntura económica y social del Paro Agrario¹⁴. Uno de los periódicos de la ciudad de Medellín publicó un artículo sobre como los bloqueos en las carreteras estaban impidiendo que entraran a diario toneladas de

¹⁴ El Paro Nacional Agrario mencionado se desarrolló en Colombia en el 2013 en el mes de junio y se caracterizó por un cese de actividades a modo de protesta por parte de los campesinos y bloqueos en algunas carreteras. De acuerdo a los informes de diversos medios de comunicación sus causas se relacionan con los desacuerdos en el sector agrario por las condiciones en las que estaban desarrollando su actividad productiva como: altos costos de insumos agrícolas; baja competitividad a nivel de precios con productos exportados; prohibición por parte del gobierno nacional sobre el uso de semillas nacionales para los cultivos a cambio de la compra de semillas extranjeras especialmente las venidas de Estados Unidos, según lo contemplado en el Tratado de Libre Comercio (TLC); así como diferencias del sector cafetero con la Federación Nacional de Cafeteros.

alimentos a la Central Mayorista de Antioquia¹⁵, por lo que se genera preocupación por el desabastecimiento de alimentos básicos para la canasta familiar, lo cual conduce al alza en los precios, teniendo como una de sus consecuencias la afectación económica de los consumidores finales. En el informe de prensa aparecían algunos datos estadísticos dados en porcentajes, por lo que nos pareció interesante abordarlo en los espacios de interacción.

De esta manera utilizamos esta noticia en dos espacios de interacción a partir de una situación de modelación la cuál denominamos de acuerdo al título de la noticia: Con el paro, comer piña, papa y cebolla es un lujo. Nuestra intención era posibilitar que el abordaje de la problemática planteada en la noticia promoviera la organización, análisis, interpretación y cuestionamiento de los datos que allí se presentaban como argumento a la problemática, de los cuáles algunos estaban dados como porcentajes. De esta manera, se les plantearían a las participantes primero algunas preguntas de familiarización con la noticia, para luego se generar desde una pregunta más amplia el planteamiento de un problema del cual se esperaba que las docentes no tuvieran una solución inmediata o mecánica.

Considerábamos entonces que se desencadenarían procesos como el establecimiento de posibles conjeturas, operaciones, relaciones y representaciones matemáticas a partir de discusiones matemáticas y discusiones tecnológicas. Estas discusiones permitirían abordar no

¹⁵ Es el principal mercado mayorista de productos de consumo en el Área Metropolitana del Valle de Aburrá.

solo soluciones al problema planteado en la situación, sino también serían el vehículo para el surgimiento de discusiones reflexivas y paralelas.

Nuestro papel activo como investigadores estaría dado al intervenir como orientadores de las actividades, ya que un desarrollo más libre por parte de las docentes requeriría más tiempo del que estaba determinado en los espacios de interacción. Sin embargo, algunas condiciones de la realización de las actividades marcaron un cambio de rumbo en este derrotero, potencializando la generación de reflexiones desde variados aspectos como se describirá en esta sección.

Con los presupuestos descritos les presentamos a las docentes la situación de modelación basada en la noticia. Comenzamos con una lectura comentada de la misma y como parte de la realidad nacional captó la atención de las docentes desde el inicio, quienes se mostraron afectadas en lo personal, como lo comenta la docente Melissa después de leer la noticia:

Melissa: Sí, imagínense les cuento, miren tan real, el señor se enojó conmigo, la semana... hace dos semanas me compre un jugo de mandarina a 2000 pesos y esta semana fui a comprarme un jugo de mandarina a dos mil pesos y el señor me dijo: ¡ay! ya es a dos mil doscientos; y yo ¿Cómo así? ¿En dos semanas subió a dos mil doscientos? y el medio me explico ahí yo no sé qué y yo le dije ¡ah! y entonces se enojó conmigo.

Es por esto que empezamos a notar como desde esta actividad de modelación empiezan a suscitarse reflexiones más amplias, que más allá de involucrar asuntos de carácter matemático, imprimieron a este espacio de interacción un sentido crítico sobre una problemática que en ese momento nos afectaba a todos como consumidores, desde discusiones paralelas que se enfocan en asuntos de la vida diaria de las participantes. A la vez, como veremos seguidamente estas discusiones paralelas desde la cotidianidad, específicamente al promover reflexiones sobre algunos factores que afectan las decisiones de los consumidores, nos dan la ruta para plantear las siguientes tres actividades trabajadas en nuestra investigación: Eligiendo el Mejor Arroz, De Compras en el Supermercado y Etiquetas Jugosas.

Es por esto que en los párrafos subsiguientes presentaremos las discusiones que identificamos con asuntos que incidían desde la vida personal o cotidianidad de las docentes y que concuerdan con los planteamientos de Barbosa (2008a) acerca de las discusiones paralelas, las cuales tienen que ver con asuntos reflexionados en los espacios de interacción y que no tienen una relación directa con la configuración de los modelos. Sin embargo, para este autor tienen el potencial de traer a las clases de matemáticas reflexiones desde lo social, entre otros campos, contribuyendo a la formación integral de sujetos críticos. Además, otro aspecto resaltado por Barbosa (2008a) desde estas discusiones paralelas es que enriquecen las experiencias de aula al propiciar lo que él llama investigaciones matemáticas, desde otros conceptos matemáticos que tal vez no están involucrados en la situación originalmente. En nuestro caso entonces direccionaron el diseño de nuevas situaciones para invitar a las docentes a involucrarse en actividades de

modelación matemática. Es por esto que estas reflexiones aparecen de principio a fin en todo el proceso investigativo. Describiremos a continuación algunas de ellas y sustentaremos su importancia.

Discusiones paralelas: Factores que inciden en las decisiones como consumidoras.

De acuerdo con English y Watters (2004) las actividades de modelación referidas a la vida diaria u otras ciencias posibilitan que los sujetos involucrados en estas actividades se preparen para enfrentar los retos de la sociedad actual, cada vez más determinada por la utilización de modelos matemáticos, específicamente en el área de la economía y la tecnología. Esto porque les permite desarrollar significativamente procesos y habilidades como interpretación, construcción, explicación, justificación, predicción, conjeturación y representación en tareas de configuración de modelos. Según estos autores, de esta manera la modelación matemática potencializa competencias que serán aprovechadas en la vida de los sujetos más allá de la escuela, proyectándolos hacia un desenvolvimiento en diferentes esferas de la vida social en pro de beneficios a su vida personal.

Trascendiendo este punto de vista, desde la perspectiva sociocrítica de la modelación, Barbosa y Santos (2007) establecen que además de competencias laborales, o competencias que podría tomarse en referencia a otros roles sociales; la modelación es una oportunidad para formar sujetos críticos, frente a la utilización de los modelos en la sociedad para la toma de decisiones en diversos campos como a nivel económico, político, social y tecnológico.

De esta manera desde un punto de vista sociocrítico, la modelación posibilita el desarrollo de las competencias referidas desde otros enfoques para enfrentar problemas más allá de la escuela, pero en forma reflexiva y crítica. Esto se hizo evidente en los espacios de interacción generados en nuestro proceso investigativo, en los cuales las docentes se involucraron reflexiva y críticamente con las actividades de modelación que las ubicaron en la posición de consumidoras y que se referían a situaciones de comercialización y compra de productos de primera necesidad.

Por una parte, sobre todo desde la primera situación relacionada con la noticia mencionada anteriormente, empezamos a vislumbrar como se generan reflexiones de las docentes desde variados temas, que eran relevantes a nivel social y económico en el contexto nacional, regional y local. Proyectándose dichas reflexiones a involucrar a las participantes de una manera directa en la situación, ya que se verían afectadas como consumidoras finales por lo planteado desde la noticia. Pero estas reflexiones eran de carácter crítico al estar direccionadas a cuestionar las causas de la problemática que se presentaba desde el contexto específico en el que se basaba la noticia y sobre cómo esto las afectaba cotidianamente. Es así como empiezan a tomar distancia para cuestionarse y conjeturar sobre las razones del aumento de precios, sobre las posibilidades de especulación con los precios en productos de la canasta básica en medio de la coyuntura y sobre la necesidad de concientizarse como consumidoras de su comportamiento como compradoras.

De la identificación de estos aspectos anteriores contemplados en estas reflexiones paralelas, fuimos vislumbrando el potencial de estas discusiones para propiciar el planteamiento de otras situaciones de modelación por la variedad de aspectos que se tocaron alrededor del contexto de la noticia sobre el Paro Agrario y sus consecuencias para los vendedores de la Central Mayorista de Antioquia y los consumidores finales. Entre los asuntos que fueron abordados por las docentes estuvieron puntualmente: causas de alza en los precios, afectación económica de los protagonistas de la noticia, especulación y manipulación en los precios, la usura de vendedores mayoristas a causa del paro, pérdidas económicas de los vendedores mayoristas a causa del paro (aumento en fletes), productos perecederos que se dañan en los bloqueos de carreteras a consecuencia del paro, riesgos de robo para transportadores en la carretera por bloqueos, actitudes en la toma de decisiones al consumir bienes y servicios.

Para ejemplificar esto mostraremos a continuación la reflexión crítica en una discusión paralela, que amplía la mirada de las docentes sobre la información de la noticia acerca de la situación desventajosa de los productores agrícolas en la comercialización de sus productos.

Melissa: Lorena mira lo peor, esos señores que tuvieron que botar toda la leche en la carretera.

Lorena: que preferían... vea como sería eso que preferían botarla.

Melissa: que ya no era para consumir.

Lorena: en vez de darla.

Melissa: no Lorena, es que ya no se podía dar para consumir, ya no era apta, ya se había dañado.

Lorena: o sea ni para quesito.

Melissa: según eso no, por eso la botaron, que porque ya no se podía ni consumir.

Lorena: claro porque de todas maneras eso, todos tienen su... son ¿percederos es que se dice? Entonces todo eso son pérdidas para ellos [los productores], ¿Entonces que tienen que hacer ellos?, claro si ellos van a perder, ellos no pueden perder, entonces tienen que incrementar las cosas; pero también hablo de que no son ellos porque ellos no son los que se están beneficiando de eso, el que le sube es el segundo ¿Cómo se llama ese?

Investigadora: el distribuidor.

Lorena: el distribuidor lo da a esto pero el que realmente va a vender es el que se lleva todo.

Investigadora: el intermediario.

Lorena: exacto, no tanto el productor porque él lo da a una cosa, pero los otros son los que se llevan todo, mientras que ellos la sudan, ellos son haciendo marañas de cómo

hacer que el producto llegue bien, pero sí, el intermediario es el que se aprovecha de todo eso.

Por otra parte, también describiremos cómo las discusiones con argumentos matemáticos y tecnológicos fueron un medio para generar este tipo de reflexiones paralelas, de carácter crítico y que se van enfocando por parte de las docentes a un cuestionamiento de su rol social como consumidoras a partir de la reflexión crítica y distanciada sobre aspectos económicos y sociales del contexto sociocultural en el cual ellas estaban inmersas y que eran tratados en las situaciones de modelación.

Consideramos necesario, antes de pasar a mostrar cómo se da esta transición de discusiones matemáticas o tecnológicas a discusiones paralelas, especificar algunos aspectos del desarrollo de las actividades que marcaron el rumbo de las rutas de modelación (discusiones matemáticas, tecnológicas, reflexivas) y las discusiones paralelas.

Desde nuestra intencionalidad para desarrollar la situación basada en la noticia, habíamos planificado en los primeros momentos del espacio de interacción realizar preguntas que buscaban familiarizar a las docentes con el contexto de la noticia y los datos allí consignados, para al final poder introducir una cuestión más abierta que se constituyera para ellas en un problema y que las indujera a abordar la situación matemáticamente. Sin embargo, este derrotero se ve afectado por ciertas condiciones que tenían que ver con las características de las docentes en cuanto al manejo de herramientas matemáticas, que en este momento empezamos a evidenciar se orientaban a la

utilización de las que estaban inmersas en las temáticas que ellas enseñan en la primaria como operaciones de suma, resta, multiplicación y división; como se verá más adelante. Esto condujo a que la siguiente pregunta, la cual buscábamos en un inicio fuera de familiarización, se constituyera para ellas en un problema:

Investigadora: ¿Cuáles serían los principales productos que se dispararon en precios?

Esta pregunta desencadenó la formulación de un problema desde la noticia, principalmente porque algunos precios estaban dados para un kilo en algunos productos y otros estaban dados por bulto de 46 kilos. Inmediatamente se ve la necesidad por parte de Lorena de realizar lo que ella denomina un cuadro estadístico. Por esto, las docentes empiezan a organizar en el cuadro qué elementos deberían estar en las entradas para visualizar los productos que más aumentaron de precio. Los ítem que se tuvieron en cuenta en la tabla fueron: Tipo de Producto, Antes (precio antes del paro) y Ahora (precio después del paro). Entonces, en una discusión de tipo matemático en la que se buscaba organizar los datos que se extraían de la noticia, surge entonces una reflexión más sobre algunos factores económicos de actualidad nacional.

Lorena: ¡no! 1400

Melissa: 1400

Lorena: esta es la que me parece rara, la papa no se daña casi, ¿Por qué?, si la papa es la que más... raro.

Investigadora: yo conozco un señor que distribuye papa en Bello y me dijo que la papa no se había visto tan afectada por el paro.

Melissa: ah, vea lo que dice.

Investigadora: entonces es ahí donde uno no sabe porque ciertos productos aumentan de precio.

Melissa: vean pues dice, uno entiende el malestar de los productores de papa cuando un bulto de fertilizante les vale 75.000 y a su competencia de ecuador solo 22.000 eso hace que crezca el contrabando desde ese país.

Lorena: entonces esto no es porque sea perecedero, si no que están comprándolo por otro.

Melissa: lo están comparando con el de ecuador.

Lorena: o sea que aquí estamos hablando del TLC, o sea que los está afectando prácticamente eso, pero ahora yo pregunto porque halla es más favorable que acá.

Investigadora: ¿cierto? ¿Por qué?

Melissa: porque acá los fertilizantes son más caros, aquí les vale 75000 y en ecuador a 22000.

Lorena: pero yo vuelvo y pregunto ¿Por qué? ¿Por aquí cuestan eso, y halla cuesta lo otro?

Investigadora: esa pregunta la podríamos tener aquí pendiente y miraríamos más adelante como podríamos indagarla.

Melissa: porque lo que yo había escuchado era que los fertilizantes no son de acá sino que los traen de Estados Unidos, entonces por eso es que son tan costosos.

Investigadora: ¿Aquí? ¿Aquí en Colombia?

Melissa: Sí, yo no sé eso fue lo que yo escuche, no lo escuche en las noticias directamente: Que los fertilizantes los están trayendo directamente de Estados Unidos.

Lorena: O sea que ellos, estos, acá los de ecuador, lo fabrican ellos.

Melissa: Seguro ellos los fabrican, y aquí hay que comprarlos.

Lorena: Y pues obvio si yo voy a comprar algo de otra parte me sale más costoso...

Pero estas discusiones sobre un contexto amplio como el de la noticia, en el que se plantea que estos asuntos de producción y comercialización de los alimentos afectará principalmente a los consumidores finales, las lleva a considerar y tomar conciencia sobre sus actitudes a la hora de comprar. Surgen entonces al final del abordaje de la situación de

modelación inspirada en la noticia, cuando les preguntamos a las docentes sobre cómo les había parecido la actividad, las reflexiones que aparecen a continuación.

Melissa: Que yo no sé nada de comprar.

Lorena: No Melissa, lo que pasa es que vea, sencillo, sencillo, para alguien encarretado con esto, [señala la hoja donde se realizó el trabajo matemático sobre la situación], se ingenia la forma, pero como uno no lo maneja, yo llegar al supermercado a hacer estos cálculos ¡no! miro este miro este y el que esté más barato me lo llevo.

Melissa: La malicia indígena.

Resaltamos también como afrontar matemáticamente una situación referida a la realidad generan unas discusiones paralelas que promueven que las docentes reflexionen sobre los factores que las llevan a tomar decisiones como consumidoras. Como lo muestra los comentarios de la docente Lorena.

Lorena: Yo llegaba y decía primero, yo tengo una cuñada ella se pega hasta de las milésimas, entonces yo decía ¡ah! Que bobada yo no me voy a poner a ver en un peso que pierdo, resulta que de grano en grano la gallina llena el buche...

Investigador: ¿entonces, estas actividades que te aportan en lo personal?

Lorena: Esta actividad me está ayudando en que todo [la vida cotidiana] tiene que llevar una planificación, organización y administrar la plata, usted sabe porque el rezo: ¿por

qué el rico se vuelve más rico y el pobre se vuelve más pobre? por eso, porque no somos organizados...

Entonces, en los espacios de interacción donde se abordó la situación de la noticia nos llamó la atención el cuestionamiento por parte de las docentes sobre los criterios que utilizan ellas mismas a la hora de comprar, por tanto tomamos en cuenta esto para proponer las otras situaciones, desde las que también se dieron reflexiones al respecto. Es por esto, que entre la variedad de factores que se consideraron en estas reflexiones paralelas desde el contexto de la noticia que eran de carácter económico y social, elegimos desarrollar en los subsiguientes espacios de interacción actividades modelación que vincularan las decisiones de los sujetos cuando consumen bienes y servicios, enfocadas en artículos de primera necesidad.

Por consiguiente, en la situación ‘Elegiendo el Mejor Arroz’, por ejemplo, podemos evidenciar algunos aspectos que complementan las reflexiones producidas en los primeros espacios de interacción en los que abordamos la situación de la noticia. En ésta las docentes debían elegir la mejor marca de arroz entre las que ofrecía en ese momento un supermercado de renombre en la ciudad de Medellín, estableciendo un criterio de selección utilizando herramientas matemáticas. Una característica común a todas las situaciones de modelación que procuramos plantear era que se les proponía a las docentes como producto final una forma de comunicar los resultados de las actividades, bien fuera en forma oral o escrita. Para el caso de esta situación se les solicitó que escribieran una carta a algún familiar, donde expusieran los

argumentos para elegir entre los productos ofertados. Retomamos de dichas cartas algunos argumentos que sustentan cómo las docentes presentan una mirada más amplia frente a los criterios a tener en cuenta como consumidoras. Presentamos en forma comparativa algunos de estos criterios que aparecen en las cartas construidas por las docentes.

Tabla 4. Criterios de Selección de la Mejor Marca de Arroz

Criterios de la Docente Lorena	Criterios de la Docente Melissa
<ul style="list-style-type: none"> • Es la marca acostumbrada • Tiene muchos beneficios nutricionales • Variedad de presentaciones, por lo que se puede elegir la cantidad necesaria 	<ul style="list-style-type: none"> • Presentación del arroz según la cantidad en gramos • Precio • Ajuste del precio al presupuesto mensual

Vemos como las actividades de modelación suscitan reflexiones que van más allá de realizar cálculos matemáticos. Y las docentes como sujetos que demandan productos de acuerdo a sus necesidades, empiezan a vislumbrar otros factores que son importantes a la hora de comprar, además del precio.

Otro aspecto sobre el que encontramos reflexiones es que las actividades posibilitan que las docentes reconozcan la importancia de las matemáticas para la toma de decisiones de los

consumidores en general, como lo expresan las siguientes reflexiones paralelas, surgidas en el espacio de interacción donde se explora sobre la situación ‘De Compras en el Supermercado’.

Tabla 5. Papel de las Matemáticas en las Decisiones de los Consumidores

Lorena	Melissa
<p><i>Las matemáticas ayudan a las decisiones porque el consumidor primero debe indagar, comparar, verificar costos, hacer cálculos y finalmente analizar los pros y contra de cuál sería el producto que mejor se ajusten sus presupuestos.</i></p>	<p><i>Las matemáticas le permiten al consumidor comparar, calcular y establecer diferencias, beneficios y perjuicios al elegir entre un producto y el otro.</i></p>

En estas relaciones que se establecen entre las matemáticas y un aspecto de la vida diaria como es el comprar productos y servicios, las docentes explicitan los procesos que se potencializan desde la actividad matemática, incentivada desde las situaciones de modelación que les planteamos. Vemos como se alude a cómo las matemáticas son una herramienta para la toma de decisiones razonadas en la vida diaria.

Es importante anotar que la participación en estas actividades de modelación mencionadas llevó a la docente Lorena a proponer la realización un taller con sus compañeras docentes de la institución, donde abordáramos la modelación presentándoles una situación. Ella lo expresa de la siguiente manera:

Lorena: entonces sí, me gustaría que las compañeras, tuvieran como esa oportunidad de trabajar de conocer un poco la modelación y como se hace para uno intervenir en una clase, sé que eso requiere de esfuerzo, sé que requiere de material y requiere de tener ganas pero a mí me encanto.

Es por esto que en forma colaborativa con esta docente se diseñó la situación: ‘Etiquetas Jugosas’ para presentarla a sus compañeras, previamente se recibió la autorización de las directivas para desarrollar el taller¹⁶. A partir de esta actividad es interesante notar que también generó algunas discusiones paralelas relacionadas a las que hemos descrito que se dieron en los espacios de interacción, en cuanto a cómo contribuye este tipo de actividades a la formación, lo cual algunas docentes asistentes al taller lo expresan por escrito de la siguiente manera:

Las actividades de este tipo ofrecen un acercamiento a la realidad del estudiante (trabajo desde la cotidianidad) permitiendo que sea crítico y analítico frente a la toma de decisiones.

¹⁶ Para este taller contamos con la participación de nueve docentes de la institución, incluyendo a la docente Lorena, interesadas en conocer sobre las temáticas desarrolladas con las docentes participantes en nuestra investigación. Resaltamos que ellas no hacen parte directa de nuestro proceso investigativo, sino como invitadas al taller que surge como propuesta de una de las docentes vinculadas a nuestra investigación. Para este taller contamos con el apoyo de nuestra asesora de práctica, la docente Lina María Muñoz Mesa quien también pertenecía a la institución en este momento como docente de matemáticas, quien interviene exponiendo aspectos relevantes de la modelación matemática. También es importante resaltar la disposición, interés y apoyo de los directivos como el rector y la coordinadora académica, quienes estuvieron dispuestos a ceder el espacio de una jornada pedagógica para desarrollar esta actividad.

A partir de estas discusiones paralelas, pudimos notar como la actividad de modelación incentivó la reflexión sobre un aspecto que interesó a las participantes del taller por encontrarle utilidad al conocimiento matemático, no solo como un conjunto de contenidos a impartir desde la programación curricular, sino como una herramienta que posibilita dar criterios para tomar decisiones en la vida diaria. Esto las impulsa a pensar que la modelación como invitación a investigar en situaciones de la cotidianidad es una propuesta válida para su implementación en el aula.

En cuanto a las docentes que participan en nuestro estudio también es relevante resaltar que al reconocer que haber vivenciado estas experiencias con la modelación tiene una incidencia en su diario vivir, las lleva a proyectar estos beneficios hacia sus estudiantes al ver la necesidad de profundizar en la modelación para darle un lugar en sus clases, que más adelante retomaremos.

En el acercamiento de las docentes a las actividades de modelación logramos identificar entonces que se desarrollaron algunas discusiones paralelas motivadas desde el contexto de la primera situación, referido sobre una problemática que afectó en su momento al país a nivel económico y social, pero que impulsó que las reflexiones se reflejaran a un nivel personal de las docentes en cuanto a su posición como consumidoras. Estas reflexiones iniciales conllevaron a establecer una ruta en el planteamiento de otras situaciones en las que las docentes se ubicaron en el rol de consumidoras; además, les permitieron hacerse conscientes de actitudes frente a las

compras que podrían desarrollarse en beneficio de su vida cotidiana, al involucrar las matemáticas como una herramienta que permita establecer criterios de selección, comparación y cuestionamiento de las distintas ofertas que a diario se ofrecen en su entorno.

Sin embargo, estas reflexiones no se quedan estancadas en el nivel personal, sino que como se anuncia en las últimas declaraciones presentadas, contribuyen a desarrollar reflexiones en torno a su práctica docente. En el siguiente apartado se describirá cómo discusiones matemáticas y discusiones tecnológicas, desarrolladas en los espacios de interacción también son el medio para generar discusiones reflexivas y discusiones paralelas relacionadas con el ámbito profesional de las docentes.

Tabla 6. Actividades de Modelación: Aplicación a la Vida Diaria como Compradoras

Melissa	Lorena
<p><i>Primero dar las gracias porque me dieron la oportunidad de participar en el proceso, sabían que yo estaba muy resistente al trabajo porque las matemáticas han sido difíciles para mí, pero bueno, ¿cómo me ha parecido? súper bueno, súper practico, muy desde lo real, muy desde lo concreto, nos enseñaron cosas además que podemos poner</i></p>	<p><i>Y ya nos hacen como aterrizar, poner los piecitos como en la tierra, ahora mire la expectativa, ya voy a mirar una cosa, entonces ya comparo cuales son las ventajas y cuáles son las desventajas, que eso es lo que se tratará de hacer como con los chiquitos, no comprar a primera vista sino que las cosas hay que analizarlas.</i></p>

<p><i>en practica con los niños, no solamente que es de un conocimiento, pues solamente de nosotros o que una comprensión nuestra sino que también la pueden comprender los niños, entonces esos es fundamental que podamos aplicar las cosas a nuestro diario vivir y a nuestra práctica docente.</i></p>	<p><i>A mi este encarrete de la modelación me está gustando mucho, porque sí me parece mejor que en vez de mostrarles a los chicos tanta cosa [a nivel de contenidos], si me encanta que el niño sepa defenderse en un futuro, no tanto en un contenido, sino que ese contenido ellos lo puedan contextualizar.</i></p>
--	---

Como se refleja en esta tabla, los docentes no sólo reflexionan desde sus aportes a lo personal, también se motivan a incluirlas en su labor como docentes. En este sentido, abordaremos estas discusiones como una oportunidad desde de reflexionar desde lo profesional.

La Modelación Matemática en el Ámbito Profesional: Una Oportunidad para la Práctica Reflexiva de las Docentes

Las actividades de modelación con las docentes se desarrollaron como se mencionó a partir de cuatro situaciones relacionadas con la comercialización y compra de productos básicos de la canasta familiar. En ellas se les presentan diversos datos sobre variados productos, los cuales eran auténticos y fueron tomados de diversas fuentes, como artículos de prensa, páginas web, también fueron confrontados en algunas visitas especialmente por parte de los investigadores a algunos supermercados de Medellín. Esto debido a las condiciones de las

docentes participantes quienes no disponían del suficiente tiempo para desarrollar indagaciones más profundas o recolección de datos por fuera de los espacios de interacción.

La forma como las docentes afrontaron las situaciones involucraron sus peculiaridades frente a las conocimiento matemático, su experiencia como docentes y sus vivencias como consumidoras, además, el diálogo entre ellas y las intervenciones orientadoras de nosotros, los investigadores. Esta conjugación de elementos conllevó a que se dieran variadas reflexiones dialógicas, distanciadas y críticas, que caracterizamos como discusiones reflexivas y discusiones paralelas, las cuáles por sus sentidos y posibles consecuencias hemos inscrito dentro del ámbito profesional docente, ya que son portadoras de significados tanto desde la práctica docente como de las condiciones de realización de esa práctica. A continuación presentamos estas discusiones abordando los distintos tópicos desarrollados al inicio del presente capítulo.

Las discusiones reflexivas: El devenir en la configuración del modelo.

El tratamiento matemático de las situaciones conllevó a que las docentes desarrollaran algunos argumentos que se ajustaban a las posibles soluciones de las mismas y en ellos hilvanaban elementos matemáticos, operaciones y relaciones. Estos argumentos fueron representados por las docentes a partir de descripciones verbales y algunos tratamientos aritméticos que describían los procesos matemáticos, estructurados en algunas ocasiones con la intervención orientadora de nosotros los investigadores. Estos desarrollos argumentativos a partir de herramientas matemáticas son considerados desde una perspectiva sociocrítica como modelos,

según los planteamientos de Barbosa (2008a), que incluye en este concepto a cualquier representación matemática de la situación como una tabla, un gráfico, elaboraciones aritméticas, enunciaciones verbales, entre otras.

Barbosa (2006) considera que estos modelos matemáticos no son descripciones neutrales de la realidad, sin embargo, ciertos dispositivos que actúan en la configuración de los modelos que permanecen tras el telón cuando se documentan las actividades de modelación. Por esto el autor propone que desde una perspectiva sociocrítica, en las actividades de modelación se debe desentrañar la naturaleza y el papel de los modelos matemáticos, los cuales dependen de la implicación de las formas de pensar, las intencionalidades, intereses, el contexto sociocultural, entre otros factores, de quien construye el modelo. Es por esto que las acciones de los sujetos que son invitados a actividades en donde se vinculen las matemáticas con situaciones de la cotidianidad u otras ciencias, se propone que sean analizadas desde esta perspectiva con un punto de vista crítico a partir de la identificación e interpretación de las discusiones reflexivas.

Estas discusiones reflexivas son un tipo de reflexiones que inciden en la construcción del modelo, complementando las reflexiones y aplicaciones que desarrollan los sujetos para resolver las situaciones desde los conceptos y procedimientos matemáticos. Para los propósitos de nuestro trabajo, dichas discusiones nos condujeron a identificar dos características: en primer lugar, permiten comprender el papel relevante del contexto del que emergen las situaciones, cuando las docentes reflexionan sobre cómo indagar y abordarlas a través de las matemáticas; en segundo

lugar, estas discusiones reflexivas también dan pistas sobre peculiaridades de las docentes que incidieron en la forma como afrontaron los desafíos de las actividades que se les propusieron como algunas ideas y aspectos afectivos sobre las matemáticas escolares.

En el caso de las docentes pudimos resaltar en algunas discusiones reflexivas, ideas no matemáticas que incidieron en la configuración de los modelos. En la mayoría de las ocasiones la interpretación del contexto de las situaciones, del cual ellas mismas eran partícipes, determinaba en mayor grado la forma como se constituía el modelo, incluso más que la forma cómo ellas proyectaban sus conocimientos matemáticos en la solución del problema que se les planteaba. Ilustraremos este aspecto resaltando algunas discusiones en las diferentes situaciones que abordamos en el proceso investigativo.

Cuando las docentes afrontan la cuestión de la situación 1, basada en la noticia, sobre cómo determinar cuál es el producto que más aumentó de precio, se empiezan a desarrollar algunas discusiones matemáticas y tecnológicas. Inicialmente como ya se había comentado por iniciativa de la docente Lorena se construye una tabla con el fin de organizar la información, como aparece a continuación.

Tabla 7. Organización de Datos para la Situación 1.

PRODUCTO	ANTES	AHORA
Papaya 36,800	1k 900 41.400	1700 78200
Cebolla	1B 40,000	60,000
Piña 18,400	1k 800 36.800	1200 55,200
Papa 27,600	1k 800 36.800	1400 64,400

En esta tabla aparecen los productos referenciados en la noticia que sufrieron alzas en los precios en la Central Mayorista de Antioquia a consecuencia del Paro Agrario. Como ya se había mencionado aparece una categoría denominada “*Antes*”, que se refiere al precio antes del aumento; además, otra categoría denominada “*Ahora*”, que alude al precio con el que queda el producto después del alza. Como puede verse en el momento de visualizar las celdas aparecen diferentes símbolos, por ejemplo, 1k significa un kilo y 1B significa un bulto, justo al lado de éstos aparece el precio informado en la noticia según el producto, bien sea por kilo o por bulto. Además, en la noticia se informa que un bulto traía 46 kilos, aunque en esta cantidad solo aparecía el precio de la cebolla.

En un inicio esto fue lo que desencadenó el problema que conduce a un tratamiento matemático, ya que las docentes no determinaron con soltura cual era el producto que más había

aumentado de precio inicialmente. De hecho implicó un devenir en lo que desde la perspectiva sociocrítica se denomina rutas de modelación, conformadas por las discusiones matemáticas, tecnológicas y reflexivas; dándose continuamente transiciones de unas a otras. Incluso la pregunta de la situación se constituye en un reto para las docentes como lo muestra el hecho que se toma para su desarrollo todo el tiempo de un espacio de interacción. Presentaremos a continuación algunos elementos de estas rutas de modelación, evidenciándose como se constituyen en un medio para comprender las prácticas reflexivas de los sujetos cuando participan en actividades de modelación matemática.

Después de algunas discusiones matemáticas, la docente Lorena propuso que se multiplicara por 46 los precios que estaban por kilo como en el caso de la papaya, la piña y la papa; tanto en la columna del *Antes* como en la columna del *Ahora* (Ver Tabla 5). Luego se restaron estos resultados y como puede verse la diferencia se coloca al lado del nombre de cada producto, así se supo que la papaya fue la que más aumentó, ya que la diferencia entre el precio “*Después*” del bulto de 46 kilos y el precio “*Antes*” del bulto de 46 Kilos es 36800. Claro está que como se ha dicho, este proceso no fue tan inmediato, requirió algunas discusiones matemáticas y tecnológicas que propiciaron discusiones reflexivas. Además, este proceso no presenta características sofisticadas a nivel matemático como puede verse, pero responde a una interpretación de la situación.

Uno de los aspectos que genera entonces una discusión reflexiva fue cuando la docente Melissa se pregunta por qué se debe multiplicar por 46, si es solo el precio de la cebolla el que viene dado por bulto. Veamos cómo se desenvuelve la discusión.

Lorena: Acá es que en este [señala el dato sobre la cebolla] son 46 kilos el bulto.

Investigadora: Exacto, ¿entonces que tendríamos que hacer?

Lorena: Hay que hacer una multiplicación.

Investigador: ¿46 kilos cuestan 40.000?

Lorena: Si 40.000 antes y después 60. Entonces tendría que mirar, por ejemplo 46 kilos, multiplicar 46 kilos por 900.

Investigadora: Hágale profe, hágale.

Lorena: Vamos a ver [toma la calculadora y hace la multiplicación]

Investigadora: Pero escíbame todo ahí [en la hoja], como lo va hacer usted.

Melissa: Venga yo le escribo.

Lorena: 46

Melissa: Que va a multiplicar, ¿Cuál es la cosa que debes averiguar?

Lorena: El que más subió.

Investigadora: Necesitamos determinar con precisión cual fue la que más subió, porque usted puede decir a ojo a mí me parece que este, pero usted va a la mayorista, y usted necesita tener claro para poder ahorrar.

Lorena: Antes estaba, 46 kilos costaban 42 400 [resultado de una multiplicación hecha en calculadora] y entonces multiplico ahorita 46 kilos por 1700.

Melissa: ¿Qué? ¿Por qué 46?

Lorena: porque es que lo vamos a comparar con la cebolla, a ver cuál es el que nos da más.

Melissa: ah sí, 46 kilos la cebolla

*Melissa: Listo. Entonces, por 46 kilos por 1700, ¡ja! 78200 pesos. **Porque yo supongo que ellos nunca van a comprar por un kilo, sino que van a comprar así por cantidad.***

Vemos que inicialmente las explicaciones de la docente Lorena para justificar el por qué multiplicar por 46 tenían el carácter de una discusión tecnológica, como un asunto de comparación entre cantidades. Sin embargo, al final en la oración en negrita se evidencia cómo esta docente apela a otro tipo de argumento que podría incorporarse dentro de una discusión reflexiva, porque indica que la decisión de multiplicar por 46 se relaciona con el contexto de la noticia, ya que un comercializador de la mayorista no compra por kilos individuales, por definición ellos compran al por mayor. Esto tiene mucho peso para que la docente Lorena

plantee que se debe multiplicar por 46, incluso más adelante cuando se le cuestiona por qué no llevar todos los precios, al precio de un kilo; sigue insistiendo en que los de la mayorista no compran por kilo sino por bulto, también pone en duda que este proceso de igualar las cantidades de precios a comparar en un kilo, sea igual de eficiente que el que ella propone. Incluso cuando la docente Melissa cuestiona nuevamente el por qué multiplicar por 46 la docente Lorena le da nuevamente argumentos referidos al contexto de la noticia aunados a argumentos matemáticos. Veamos esto en otra discusión reflexiva cuando continúan en la búsqueda de una solución al problema planteado.

Lorena: Pero entonces trabajamos por 46 kilos.

Melissa: Pero no todo, solo la cebolla, ¿Por qué por 46 kilos?

Lorena: Podemos tener una base que sea 46 kilos.

Investigadora: Para poder comparar cual es el que más subió de precio ¿Cómo lo haría profe? [Le pregunta a Melissa]

Lorena: Yo trabajo los mismos pesos: 46 kilos.

Melissa: Entonces vamos haciendo profe [le habla a Melissa] el cálculo para este [señala en la hoja]

Lorena: Ya este estaría listo, faltaría este [señala en el cuadro que se ha realizado]

Melissa: ¿Cuál está listo Lorena? El de la papaya y el de la cebolla blanca.

Investigadora: ¿Por qué profe tenemos que multiplicar por 46? [Le pregunta a Melissa]

Melissa: ¿Por qué Lorena?

Lorena: A ver yo lo multiplico por 46 porque es obvio, porque se compra por bulto ¿no?

Yo no voy a comprar solo por kilo, pero es que solo la cebolla blanca es de 46 kilos por bulto, pero aquí solo hablan de 900 pesos por kilo de la papaya [señala con el lapicero el párrafo de la noticia]

Melissa: Yo no entiendo.

Lorena: Yo por ejemplo lo haría así: yo no voy a comprar, yo no voy a transportar un kilo, sino que yo más o menos tengo como que todo al bulto...

Melissa: Usted lo va a igualar.

Lorena: A igualar.

Melissa: Entonces usted lo va a igualar todo para después ver la diferencia

Vemos cómo nuevamente las discusiones tecnológicas conllevan a una discusión reflexiva, en la cual se reitera la explicación relativa a argumentos tomados desde el contexto de la situación. Cuando la docente va a explicar el por qué se debe multiplicar por 46 habla desde la necesidad del contexto de unos vendedores mayoristas de comprar por bulto y no solo un kilo. Esta relación entre la realidad de la situación con las operaciones matemáticas que se aplican es casi indisoluble en la forma como las docentes afrontan la configuración del modelo en la

situación basada en la noticia. Incluso cuando les pedimos a las docentes que justifiquen matemáticamente el proceso para encontrar el producto que más aumentó de precio por escrito, lo realizan con descripciones verbales pero reiterativamente aludiendo a un producto en particular de la tabla que habían construido.

Aunado a lo anterior en este espacio de interacción logramos constatar como las discusiones reflexivas también se incentivan desde los investigadores, cuando se les motiva a las docentes a confrontar los procedimientos utilizados con otros posibles caminos o con la posibilidad de generalizarlos, en el sentido de representarlo para cualquier producto. En este punto las docentes expresan incomodidad con la utilización de herramientas matemáticas, por sentir que poseen lo que ellas mismas llaman ‘lagunas’, pero también se vislumbra como el proceso de generalización inicialmente implica para ellas una actitud constante de apoyarse en el contexto de la situación.

Ilustramos lo anterior con algunas discusiones.

Investigadora: Profe tu como lo habrías hecho (le pregunta a Melissa)

Melissa: No yo no sé, yo ya no quiero.

Lorena: Yo lo hubiera hecho así como lo hicimos.

Melissa: Yo no sé.

Investigadora: Si tú fueras a comprar y tuvieras que elegir [le pregunta a Melissa]

Melissa: Es que yo no sé, porque yo no voy a la plaza a comprar y Lorena sí.

Lorena: Cuando uno va a elegir, uno lo primero que hace es comprar lo más barato, entonces para uno comprar lo más barato uno compara precios.

Acá la docente Melissa sugiere cómo la posibilidad de desarrollar un proceso matemático para tomar una decisión frente a la comparación de precios depende de si uno realiza la práctica o no en la vida diaria. Pero también se pueden interpretar de parte de esta docente el cuestionamiento a la forma como se aborda matemáticamente la solución, pero se niega incluso a confrontar el modelo establecido para la solución de la situación, evidenciándose un bloqueo desde lo afectivo para darle un tratamiento matemático a la situación. También se resalta cómo la docente Lorena sigue utilizando las condiciones contextuales de la noticia para darle validez a los procesos matemáticos desarrollados.

También veremos a continuación como otro aspecto que se constituye en incentivo para las discusiones reflexivas, es la discusión tecnológica que emerge sobre cómo representar el modelo. Para las docentes era más sencillo describir el procedimiento en palabras oralmente que por escrito, pero esta descripción estaba muy arraigada en aspectos del contexto de la situación, es decir, para describir el proceso seguido para determinar qué producto había aumentado más de precio, era más sencillo si se utilizaba un ejemplo concreto como el precio de las papas o pensando en una situación cotidiana semejante a la planteada. Veamos.

Melissa: ahí es donde a ver, porque uno muchas veces va a una tienda, entonces van a ofrecer un producto, entonces el señor dice vea le vendo esto a tanto pero le queda a tanto, ¿ellos que hacen ahí? Más o menos es esto.

Aquí la docente Lorena trata entonces de explicar el proceso seguido para la solución de la situación 1 con un ejemplo análogo de su cotidianidad. Pero la solución se complica cuando se les pide que generalicen los procesos que ellas hicieron desde algunos productos particulares, para comparar los precios para cualquier producto que llegue a la mayorista. Continuamente se aludía a precios de productos específicos. El procedimiento para comparar precios que ya se había aplicado con cierta soltura se vuelve más intangible para ellas cuando se aleja del contexto de la situación a un nivel un tanto más abstracto.

Investigadora: ¿Cómo podríamos escribir eso?

Investigador: Para cualquier producto.

Investigador: O sea para que le diga vea señor para usted saber cuánto le va a valer tal producto por cualquier cantidad de kilos haga esto.

Melissa: Si un kilo de papaya me vale, no, si, si, un kilo de papaya le vale 900...

Investigadora: pero no lo llamemos papaya, un kilo de cualquier producto, ¿Cómo escribiríamos eso?

Melissa: Porque esos 46 kilos son un bulto y ellos decían ahí que es un bulto.

Lorena: Si un bulto.

Melissa: Si más bien empecemos con el bulto.

Investigadora: Dale

Melissa: Si un bulto de este producto

Lorena: Si un bulto de equis producto cuesta... eeh.

Melissa: Le vale 42.400 un kilo...

Sin embargo, con la intervención orientadora de los investigadores las docentes logran expresar un procedimiento para determinar el aumento en los precios de los productos, en este contexto específico de la situación que era el alza de los precios en productos de primera necesidad en la mayorista que según la noticia afectaría la economía de los consumidores finales. Veamos cómo queda expresado el modelo por las docentes en la figura 7.

Si un bulto Determinado producto cuesta 41,400, cuánto cuesta un kilo		
1 kilo de x producto cuesta tanto, entonces 46 kilos cuesta tanto		
1 bulto = 46 kilos		
46 x el precio de antes del kilo		
46 x el precio de ahora del kilo		
Diferencia entre el precio de un bulto (46 kilos) de ahora con el de antes		
ANTES	AHORA	
46x	46x	59,800
800	1300	-36,800
36,800	59,800	23,000

Figura 7. Configuración del Modelo para la Situación 1

Vemos como el símbolo “x” puede representar cualquier producto o también el signo de multiplicación. Además el modelo continúa siendo una descripción verbal que se ejemplifica con algunos valores específicos. El modelo es como un conjunto de pasos que deben seguirse para dar solución a la pregunta que se constituye en un problema para las docentes sobre el que ellas indagan a partir de las matemáticas.

Las reflexiones presentadas en esta sección son relevantes porque nos dan luces sobre algunos elementos no matemáticos o no tecnológicos que están implicados en la construcción de los modelos por parte de las docentes. A partir de ellas empezamos a tener indicios sobre cómo

las condiciones del contexto de las situaciones de modelación, direccionan la configuración del modelo, como en el caso de la situación de la noticia que tenía que ver con la compra de productos al por mayor por parte de comerciantes mayoristas. Pero este tipo de reflexiones también conllevan el potencial de conducir a identificar y reflexionar sobre cómo incide en las actividades de la modelación otros aspectos relacionados con: asuntos afectivos y de apropiación de los conceptos y procedimientos matemáticos. Vamos a presentar algunas discusiones reflexivas en las que se ven reflejadas estos aspectos.

La situación 1 de la noticia fue abordada en dos espacios de interacción. Como ya lo vimos una de las preguntas iniciales de familiarización se había constituido en un problema, sin embargo, aunque logramos darle respuesta a esta, decidimos en el siguiente encuentro abordar la cuestión central que nos habíamos propuesto en esta situación. Para darle respuesta las docentes debían explorar a partir de los datos sobre la relación entre algunas cantidades presentadas en la noticia: número de camiones que dejaban de llegar a diario a la central de abastecimiento mencionada en el informe y cantidad de alimentos perecederos que estaban dejando de entrar en promedio a diario por toneladas.

Para el abordaje de esta cuestión notamos que las docentes tenían divergencia sobre los procedimientos matemáticos que debían abordar, es por esto que se genera una discusión reflexiva como la que sigue.

Investigadora: Entonces hablábamos que había dos cantidades de las que se estaban hablando en ese párrafo, una es toneladas de alimentos perecederos

Lorena: En el otro camiones

Investigadora: En el otro vehículos. Entonces nos detuvimos en que habían disminuido 12 por ciento; la pregunta que se hace entonces es bueno ¿Cuántas toneladas netas, entonces están entrando a la central de abastos durante el paro? ¿Cuántas toneladas netas?

Melisa: Hay que sacarle el 12 por ciento a 5000.

Investigadora: Hay que sacarle el 12 por ciento, entonces estábamos analizando qué significa el 12 por ciento. Profe como expresaste tu ese 12 por ciento.

Lorena: Entonces yo hablaba de cada 100 toneladas, me dejaron de entrar 12 toneladas.

Melissa: Y ¿usted porque hace eso así tan raro?

Lorena: Ah, porque es que yo no la se expresar así como ustedes.

Melissa: Lo multiplica y lo divide, la regla de tres esa.

Lorena: ¡ah!, yo no sé manejar regla de tres. Vea eso es lo que yo digo.

Melissa: Primero multiplico y después divido.

Lorena: A ver yo veo.

Melissa: Lo multiplico por 12 y lo divido por 100, y ya.

En este caso tomamos esta discusión como de carácter más reflexivo que tecnológico, porque en ellas se discuten los criterios para construir el modelo desde dos puntos de vista relativos a los aspectos de las matemáticas escolares que las docentes manejaban, entonces se evidencia como los modelos matemáticos no son descripciones neutrales de la realidad, sino que dependen de los intereses y los sentidos atribuidos a las herramientas matemáticas de que disponían las docentes. Como lo hemos visto las docentes no desarrollan modelos sofisticados, pero cuando afrontan las situaciones encontramos que diferían en que la docente Lorena se inclinaba por utilizar los porcentajes y la docente Melissa utilizaba el procedimiento denominado por ella como regla de tres. Sin embargo, diferían porque ellas no tenían en cuenta la relación entre ellos desde la proporcionalidad, sino que los tomaban como temas matemáticos aislados. De ahí que la docente Melissa considere que es extraña la forma como la docente Lorena aborda el porcentaje como una relación entre cantidades, mientras que para ella es un asunto de aplicar un procedimiento de multiplicar y dividir que ella denomina regla de tres. A la vez la docente Lorena considera que no sabe usar la regla de tres, siente que tiene una falencia aunque intuitivamente desarrolla algunos procedimientos matemáticos relacionados con la mencionada regla. Esto se ve reflejado también en las siguientes situaciones en las que como se verá a continuación Lorena utiliza el porcentaje o lo menciona como posibilidad para resolver la situación y Melissa utiliza lo que ella llama la regla de tres.

<p>1k de arroz marca 3 me cuesta \$2520 1k de arroz marca 4 me cuesta \$2430 Nos estaríamos ahorrando con la marca 4 \$90; es decir: $2520 - 2430 = 90$ $\frac{90}{2520} = 0.0357$ O sea que te estarías ahorrando el 3.6% porque: $\frac{90}{2520} = \frac{X}{100\%}$ $90 \cdot 100 = x \cdot 2520$ $\frac{9000}{2520} = \frac{x \cdot 2520}{2520}$ $3.6 = x$</p> <p>Y ese resultado significativamente no es dinero y a nivel nutricional no tiene los mismos beneficios.</p>	<p>Ah! , olvidaba explicar el por qué es más económico. Lo que sucede es que compare esta arroba con la marca uno de 10 kilos a \$27,550 y ahorramos por libra \$117 por qué: $27,550 / 20 = 1377$ y $1377 - 1260 = 117$ Entonces, al ilustrarte la diferencia puedes comprender la diferencia y evidenciar el ahorro, ya que si compro 25 libras con la marca uno me costaría \$34,437 porque: 20 libras marca uno cuestan 27,550</p> <p>Si deseara comprar 25 libras en la marca uno me costaría X</p> $X = 20 \longrightarrow 27550$ $25 \longrightarrow X$ $X = \frac{27.550 \times 25}{20} = 34.437$
--	--

Figura 8. Representación Matemática en la Situación de Arroz

Además, en el devenir de las reflexiones que circularon en las rutas de modelación para la configuración del modelo, las docentes extrapolan los desafíos que afrontaron ellas mismas hacia sus propios estudiantes. Es por esto que una vez se configuró el modelo para comparar los precios de los productos que se habían ido al alza, en la situación 1 sobre la noticia, las docentes plantean la siguiente reflexión:

Lorena: Pero plásmelo, plásmelo, yo hacer todo esto me enredo. [Refiriéndose a la representación del modelo]

Melissa: Es muy difícil, por esto es que a los niños les da dificultad entender cuando un problema es una suma, una resta o una multiplicación.

Porque para configurar los modelos ellas mismas tuvieron que discutir ampliamente desde lo matemático, lo tecnológico y lo reflexivo, presentado igualmente dudas sobre las operaciones que se ajustaban a las condiciones del contexto en el que se encuentran inmersas las situaciones. Sin embargo, el carácter crítico, (sobre todo autocrítico), de las discusiones reflexivas desde los elementos contextuales de la situación o sobre la utilización de diferentes procedimientos matemáticos o sobre las dificultades para representar las situaciones, contribuye a que las docentes tomen distancia en las actividades para reflexionar sobre su propia práctica. Discurremos en esto con mayor profundidad en los apartados siguientes.

Las discusiones paralelas: Reflexiones sobre lo pedagógico.

Para la línea de las reflexiones que apuntan por un componente pedagógico, tomaremos cuatro ejes articuladores: la visión de las matemáticas, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la formación docente y la modelación matemática. Esto debido a que en las discusiones presentes en las situaciones encontramos también puntos predominantes de reflexión que focalizamos en estos temas. A continuación presentaremos las reflexiones que encajan en cada una de las líneas mencionadas, las cuáles hacen parte de reflexiones paralelas, ya que no tienen incidencia directa en la configuración de los modelos ni de las soluciones dadas a las situaciones.

Visión sobre las matemáticas.

Las personas en su transcurso por la escuela, crean en su imaginario ideas concernientes a las matemáticas escolares y las docentes inmersas en esta investigación no pueden ser la excepción pues fueron estudiantes de primaria, secundaria y universidad, además, en su contexto institucional se han enfrentado a dar clases de matemáticas. De soslayo se ha presentado en este capítulo hasta ahora, en algunos momentos de los espacios de interacción, como las docentes han expresado diferentes puntos de vista sobre las matemáticas escolares que van desde el interés por profundizar en su conocimiento, la adjudicación de la importancia de las matemáticas para abordar situaciones cotidianas, el reconocimiento de vacíos a nivel conceptual y procedimental, incluso dificultades por bloqueo o rechazo frente a las matemáticas. Estas reflexiones las hemos enfocado como constituyentes de la visión de las docentes sobre las matemáticas escolares, que pudieron ser identificadas desde su inmersión en actividades de modelación matemática.

Así entonces la motivación de las docentes al querer profundizar en conocimientos se nota desde el inicio de la investigación, pues al mantener conversaciones con la docente Lorena se nos permitió conocer sus ideas por las matemáticas escolares y en una de las conversaciones iniciales ella expresaba:

Lorena: siempre me han gustado las matemáticas y no se mucho de ellas, me gustaría ahondar en ellas, porque pienso que esa sería una de las causas por las cuales se da el déficit que tenemos en este momento a nivel académico.

Dichas palabras se constituyen en una reflexión crítica pues se está problematizando aspectos institucionales correspondientes al nivel académico señalando una de las posibles causas del déficit. En lo expresado por la docente aunque se nota un gusto por las matemáticas y deseos de profundizar en ellas, se reconocen también algunas falencias en el trato de las mismas, este tipo de expresiones sobre sus temores se pueden apreciar en momentos del desarrollo de la investigación, no solo por parte de la docente Lorena sino también por parte de la docente Melissa, la cual mostro en ocasiones incomodidad para dar respuestas por algunos de los procesos matemáticos que realizaba.

Por ejemplo: en la primera situación nos llama la atención las diferentes formas cómo las docentes asumen la configuración de los modelos. Así la docente Melissa cuando se le pide que estructure una propuesta no tanto con descripciones verbales de lo que ella hace cuando va a comprar y compara precios, sino que establezca por escrito qué herramientas matemáticas se pueden utilizar para hacer dicha comparación, así entonces la docente plantea lo siguiente:

Melissa: pero ¿por qué si ustedes que saben más de matemáticas, por qué nos ponen a hacer eso a nosotras y no lo hacen ustedes?

También se evidencian discusiones en torno a ciertos procedimientos matemáticos en lo que es reconocido por las docentes como regla de tres. Lorena específicamente plantea que utilizando este procedimiento matemático sería más eficaz la búsqueda a la solución de la pregunta de la situación de la noticia del paro agrario, donde se indaga por el producto que subió

más de precio, pero no se siente segura de tener los suficientes conocimientos y habilidades para utilizarlos, aunque los investigadores tratan de hacerle ver que los utiliza intuitivamente cuando razona sobre las condiciones concretas del problema.

Lorena: Yo haría sumas y restas, pero yo supongo que lo que se debería hacer es una regla de tres, yo no sé hacer las reglas de tres, porque con una regla de tres, salen de una.

Mientras las docentes están en la búsqueda de la respuesta a la pregunta sobre el producto más costoso, realizan un procedimiento en el cual multiplican cada producto por 46 kilos, pues la docente Lorena justifica que se debe comparar el dato de la cebolla que está dado por dicha cantidad con el resto de los productos. Como investigadores quisimos indagar en las docentes a las razones que las llevaron a implementar la regla de tres y no otro método para comparar los precios dados en la noticia y lograr determinar el producto más costoso; al respecto Melissa se expresa diciendo:

Melissa: yo si pensé en la regla de tres, pero yo estaba aquí era pensando en cómo se hacía la regla de tres

Adicional a esto en las conversaciones que se tuvieron con la docente, expresaba que la regla de tres siempre la había manejado de una forma mecánica, pero que nunca se había puesto a pensar en el significado de sus elementos.

Con respecto al tema, en la situación de la noticia del paro agrario y al analizar el porcentaje de alimentos que han dejado de entrar a la central de abastos se le pregunta:

Investigadora: Cuantas toneladas netas entran a la central de abastos durante el paro

Investigador: Teniendo en cuenta que entraban 5000 y dejo de entrar el 12 por ciento.

Lorena: ¡Ay! Entonces uno como hace ahí, yo no sé sacar porcentajes, ¿divido eso?

No es que yo no sé, yo que hago si yo no sé.

Vemos entonces hasta aquí reflexiones críticas en cuanto a que las docentes evalúan y expresan sus dificultades con el manejo de ciertas herramientas matemáticas pero también en las discusiones surgidas en los encuentros se pudo ver como las docentes se expresan en cuanto al desarrollo de la investigación y lo que este ha posibilitado en su formación docente.

Cuando nos enteramos que la docente Melissa por cuestiones personales tenía que ausentarse de la institución decidimos indagarla para conocer sus opiniones y reflexiones acerca de la investigación, por esto en la entrevista final se le pregunta acerca de la influencia que ha tenido la investigación en su vida y la aplicabilidad que ha podido ver en su cotidianidad, a lo que ella expresa:

Melissa: Si claro, claro que uno lo aplica o por lo menos cambia la visión lo que les decía que yo tenía de la regla de tres, yo todo el tiempo con la regla de tres y ni siquiera

sabía hacerla bien, entonces es que pueda revisar ese tipo de procesos y que en qué son aplicables...

Aunque nuestros objetivos en la investigación no estaba basado y guiado a la capacitación docente, las actividades llevadas a cabo dentro de la investigación se constituyeron en un puente que permitió el trato conceptual y procedimental de algunos temas matemáticos lo que propició que en el caso de la docente Lorena se aclaran algunas de sus dudas.

En esta misma línea, por parte de la docente Lorena en la conversación final expresa sus pensamientos y experiencias acerca de la investigación.

Lorena: Siempre he dicho que muy rico que un matemático dé matemáticas, porque generalmente uno trata de dar lo que más o menos uno es capaz de manejar, pero por ejemplo en este momento ya si me siento capaz de razón y proporción, que ya puedo con esto... de los porcentajes, es mucha cosita que uno la deja más bien a un ladito porque no se está muy seguro y si uno la da es como tocando un poquitico, porque uno da lo que generalmente más sabe hacer.

La docente Lorena cuando se refiere a su experiencia en la investigación y lo que está generado en ella, expresa tener un grado mayor de confianza acerca del tema del porcentaje, pues se siente con la capacidad de abordar el tema con sus estudiantes, lo cual es un cambio en las

conversaciones que se había tenido con ella, nos expresaba disgusto con el tema del porcentaje pues ella no lo comprendía y no sabía cómo determinarlo.

Por parte de la importancia que les atribuyen las docentes a las matemáticas, en el cuestionario que se realizó se incursiona en este campo al preguntarles específicamente por su apreciación por las matemáticas. En la tabla 6 encontramos las respuestas de las dos docentes.

Tabla 8. Importancia que se le Atribuye a las Matemáticas

Lorena	Melissa
<p><i>Son las que me permiten habilidades y (destrezas que permiten alcanzar) para desenvolverme con coherencia y precisión en el entorno que me rodea.</i></p>	<p><i>En la actualidad son una posibilidad de interpretar, de medir, de comprobar hipótesis, teorías y aplicarlas a la realidad. Son complejas.</i></p>

En las respuestas de las docentes se pueden notar sus concepciones acerca de las matemáticas; por parte de la docente Lorena se destacan los beneficios y virtudes que pueden aportar las matemáticas en un ciudadano de acuerdo al entorno en el cual se desenvuelve. Por parte de la docente Melissa se vislumbra potencialidades en las matemáticas para el desenvolvimiento actual de una persona en la sociedad y aunque no niega las virtudes que tiene el conocimiento matemático pone de manifiesto que éstas tienen un grado de complejidad.

En las palabras de las docentes se puede apreciar como las matemáticas aun siendo complejas tienen un gran desempeño e importancia para un ciudadano, pues en ellas se encuentran herramientas que le permitirán desenvolverse en tareas, retos, y oportunidades presentes en el transcurrir de la vida. Esto denota que no por la complejidad de las matemáticas se deben hacer a un lado sino que debe partir de una motivación personal el acercamiento a las matemáticas con el fin de conocer las herramientas que permitan un desenvolvimiento en la sociedad.

Continuando con el desarrollo del campo de lo pedagógico, encontramos que las discusiones emergentes gracias a las actividades de modelación matemática se encarrilaban también hacia discusiones sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, expuestas en el siguiente apartado.

Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Otra de las líneas que fueron tocadas por las docentes en las actividades de modelación desarrolladas en la investigación, se concentran en la forma cómo deben ser enseñadas las matemáticas con el fin de obtener un buen aprendizaje.

En las situaciones que se llevaron a cabo en la investigación se presentaron momentos en los que las docentes analizaron las situaciones les brindaron herramientas para pensar cómo deben ser enseñadas las matemáticas y así obtener un aprendizaje significativo.

En la situación del paro agrario donde luego de realizar todo un análisis matemático para encontrar la respuesta a una de las preguntas planteadas en la situación, se llega al momento donde se pone en común los pensamientos que se motivaron gracias a la situación, así se expresan las docentes diciendo.

Lorena: Entonces por eso nos dice que todo lo que hagamos lo planteemos con base en lo cotidiano, no sacarles cosas por allá...que ellos nunca van a...

Melissa: Cosas aisladas.

Lorena: Esto es lo que yo quiero [señala las hojas en las que se desarrollaron proceso matemáticos] yo quiero que ellos sepan de donde vienen y para donde van.

Estas palabras parten de lo que hasta el momento se había constituido en una búsqueda a una respuesta de una pregunta suscitada en la noticia del paro agrario. Así entonces se desencadena en un análisis de su vida profesional como docentes y el papel que juegan en la enseñanza de las matemáticas, inician con una postura crítica acerca de los elementos que son enseñados y a su aplicabilidad en la vida real y continúan con apreciaciones por cómo debe ser enseñada las matemáticas, resaltando elementos como la implementación de actividades contextualizadas, el buen diseño de una situación, tareas y metodología.

En los posteriores acercamientos de las docentes con las actividades de modelación, continúan emergiendo apreciaciones por la enseñanza de las matemáticas y estas son recogidas

en las respuestas dadas a un cuestionario cuando se pregunta por cómo deben ser aprendidas las matemáticas. En las respuestas obtenidas se destaca en cuanto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas las siguientes discusiones mostradas en la tabla 7.

Tabla 9 Apreciaciones de las Docentes sobre la Enseñanza de las Matemáticas

Docente	Lorena	Melissa
Aprendizaje	<i>De una manera práctica y contextualizadas de acuerdo a las necesidades del entorno</i>	<i>En la cuarta yo lo que puse es que se deben aprender de acuerdo a las necesidades y del saber previo que tienen los estudiantes, deben ser contextualizadas, con ejemplos concretos, desde lo lúdico, si se puede desde la interacción entre lo real y lo simbólico.</i>
Enseñanza	<i>La quinta pregunta... las matemáticas se enseñan partiendo de una necesidad... o en lo que ellos más o menos por decir algo ¿Qué es lo que estos</i>	<i>En la quinta, partiendo de estrategias dinámicas, desde la interacción, yo puse que realizando mucho trabajo cooperativo y desde los saberes previos y con</i>

chicos hacen? Si usted llega y les pregunta ¿cuánto es tanto por tanto? Ellos no te saben decir, pero si tu llegas y les dices bueno vamos a vender esto, esto y esto ¿Cuánto, a cómo lo vendo? eh... ¿Qué ganancia me va a dejar? Ellos inmediatamente eso lo cogen, entonces como trabajar más fácil en esas cosas reales, en esos saberes que ellos tienen como previos y tratar como de mejorar eso pero a partir de la necesidad o por decir algo lo que a ellos les gusta.

actividades de talleres y coherentes con los temas que se dan o que se han desarrollado.

<p>Explicación de conceptos y procedimientos</p>	<p><i>Las definiciones deben ser claras y contextualizadas generalmente, para que el niño no se confunda y pienso que utilizar términos claros y sencillos que ellos puedan entender</i></p>	<p><i>Es de gran importancia, porque por medio de ésta se puede llevar al estudiante a comprender procesos abstractos de una forma más clara y sencilla.</i></p> <p><i>En la medida en que el docente se capacita y se interesa por tener una mayor comprensión sobre el mundo de las matemáticas con mayor claridad y facilidad podrá orientar procesos en sus estudiantes con mayor claridad y facilidad podrá orientar procesos en sus estudiantes</i></p>
<p>Diseño de estrategias</p>	<p><i>Por parte del diseño de estrategias, trabajar a la par los contenidos con la práctica, para que uno no este por un lado y el otro por otro lado, sino que</i></p>	<p><i>Para el diseño de estrategias es fundamental el trabajo con los niños, es desde ahí que uno evidencia qué es lo que ellos necesitan y cuáles son las</i></p>

	<p><i>siempre se vea esa relación entre los dos, que sean concretas y alcanzables. Me llama mucho la atención por ejemplo área y perímetro pero que van a entender eso así, pero si uno llega con actividades prácticas, como por ejemplo trabajar el área de la cancha de futbol que es donde ellos tienen como más contacto pienso que se ve con más calma y mejor.</i></p>	<p><i>estrategias que uno tiene que plantearles a ellos.</i></p>
Trabajo cooperativo	<p><i>Qué tanto docente y el estudiante tengan un acercamiento porque genera confianza y seguridad. Porque el conocimiento se construye en forma grupal, permitiendo la</i></p>	<p><i>Es fundamental la interacción entre pares y estudiante -docente, enriquecer el proceso. Permiten evidenciar diferentes puntos de vista, perspectivas diferentes que el cual puede llevar a un resultado</i></p>

	<p><i>ejecución de ensayo error, respeto por la opinión del otro y sobre todo la motivación. De esta manera el estudiante es más asertivo [seguro] y deja a un lado el temor por las matemáticas.</i></p>	<p><i>correcto en un ejercicio, operación, dato... Además, confronta, demuestra, descarta apreciaciones o ideas que pueden tener sobre un concepto o proceso.</i></p>
--	---	---

Se puede ver como las docentes en el cuestionario se refieren a cómo deben ser aprendidas las matemáticas, aquí sus planteamientos convergen en plantear que el aprendizaje debe ser de una manera práctica de tal modo que se pueda visualizar la aplicación y realidad y que estén acordes a las necesidades del momento y no estén alejadas de la realidad.

Por parte de la enseñanza la docente Lorena menciona que esta debe partir primordialmente de la experiencia del niño, de las actividades que ellos desarrollen, y en esta dirección apunta el aporte de la docente Melissa al expresar que la enseñanza debe involucrar los saberes previos de los estudiantes, también se mencionan aspectos como el trabajo colaborativo, estrategias de enseñanza y una buena organización y planeación en las actividades y las clases.

Dentro de la enseñanza y la forma en que se explican los conceptos, se menciona que las definiciones deben ser dadas de forma clara con el fin que los conceptos puedan ser comprendidos con claridad, en esta parte la docente Melissa afirma que el docente tiene ante sí un reto y que debe estar en constante capacitación, para así adquirir y perfeccionar habilidades y estrategias para ayudar a los estudiantes en la comprensión de las matemáticas y su relación con el mundo.

Por parte de las estrategias las docentes dicen que estas deben estar ligadas a actividades prácticas y relacionadas con el contexto que rodean a los estudiantes; las actividades deben estar orientadas por un trabajo cooperativo mediado por una buena interacción entre docente y alumno, pues en tal relación las docentes evidencian beneficios en el aprendizaje y el buen desarrollo de las actividades además que propicia ambientes sanos y confortables tanto para el docente como para el alumno.

Las reflexiones se constituyen en críticas y toman distancia sobre la propia práctica cuando la docente Melissa concluye:

Melissa: Entonces eso es lo que les hablo de la resistencia mía a enseñar matemáticas, porque yo les robo los saberes a los estudiantes, porque yo me tengo que formar un poco más en ellos, o digo que yo tengo que ahondar en las matemáticas, comprender muchos más procesos para poder llevar a los niños a que ellos también comprendan esos procesos.

Por una parte es reconocido por la docente el papel que juega su preparación en la enseñanza y en el aprendizaje de sus estudiantes; por otra parte el proceso investigativo y la participación de esta docente en las actividades de modelación, la llevan a entender aspectos sobre el aprendizaje, al respecto plantea que la investigación la ha llevado a:

Melissa: A entender que los niños son más desde lo... es un aprendizaje social, es un aprendizaje desde lo concreto, un aprendizaje más de la relación con el otro y del entorno todo lo que nos rodea que yo todo lo tengo que aplicar con la vida cotidiana y yo he aprendido mucho eso.

Pensamiento que va de la mano al de la docente Lorena cuando expresa algunas de las conclusiones a las que logró llegar gracias a lo vivido en la investigación, y expresa:

...que sería mi inquietud, y no sería tanto una inquietud sino que yo le decía a Cristian, Cristian a mí este en-carrete me está gustando y me está gustando mucho porque si se sabe y más con lo que nosotros terminamos que los chicos en vez de tanta cosa tanto blablabla que el niño se sepa defender en un futuro, que no sepa tanto un contenido sino que este contenido lo pueda transversalizar

Aquí entonces se ve una reflexión crítica y una conclusión sobre cómo debe ser la enseñanza en las matemáticas para que los estudiantes tengan un aprendizaje que puedan poner en práctica en su futuro y en el presente le encuentren sentido a los contenidos con la realidad que viven y puedan cuestionar las situaciones y los fenómenos sociales que viven cada instante.

En el campo de la enseñanza y el aprendizaje se ven discusiones de cómo deben ser enseñadas las matemáticas desde las apreciaciones suscitadas por las situaciones de la modelación y las experiencias docentes, pero también se aprecia discusiones críticas donde se evalúa la propia formación docente en componentes matemáticos y es precisamente este campo el que se desarrollara en las próximas líneas.

Formación docente.

En las sesiones que se tuvieron con las docentes para desarrollar las actividades de modelación se mencionan aspectos relacionados al compromiso que las participantes asumen como docentes de estar en permanente capacitación con el fin de brindar la mejor educación posible en cualquiera de las áreas que les corresponda desenvolverse, también en estas sesiones se presentaron discusiones donde se evalúan y analizan componentes institucionales concernientes a la organización de estamentos internos.

En las situaciones que se desarrollaron se presentaron discusiones alrededor de conceptos matemáticos como el porcentaje, de allí se consideró conveniente utilizar este concepto matemático como herramienta para dar respuesta a la cuestión sobre cómo determinar qué producto había aumentado más de precio; aunque este concepto no fue utilizado como finalidad para la configuración de un modelo, en la situación concerniente a la noticia del paro agrario la discusión es abordada en dicha temática, la cual no cumple un papel directo en el proceso de modelación. Sin embargo, para Barbosa (2008a) este tipo de discusiones propicia investigaciones

de carácter matemático. En un espacio de interacción complementario seguimos abordando la noticia pensando en establecer alguna relación entre las toneladas de alimentos perecederos que entran a diario en la minorista y el número de camiones, de las cuales algunos datos estaban expresados en porcentajes. Sin embargo, fue importante realizar inicialmente algunas aproximaciones a cálculos específicos desde las condiciones de la noticia para conocer y ampliar la mirada de las docentes, quienes en un espacio de interacción previo habían aseverado que no se sentían seguras de la utilización que podrían darle a la regla de tres en la solución de problemas. En este punto se expresan reflexiones acerca del significado de porcentaje.

Por ejemplo, para la docente Lorena el 12 por ciento quiere decir que de cada 100 se toman 12, mientras que para la profesora Melissa el doce por ciento implica operar con las cantidades de una manera aplicando la regla de tres con la multiplicación y división y considera que tal como lo expresa la profesora Lorena ella no lo entiende. A partir de algunas preguntas y reflexiones dialógicas que pueden estar enmarcadas en discusiones matemáticas, se recurre al contexto para comprender el 12 por ciento. Este porcentaje se refería a toneladas de alimentos perecederos que dejaban de entrar a la mayorista de un promedio diario de 5000 toneladas. Es por esto que se empieza a pensar desde la forma como la docente Lorena entiende el porcentaje en un procedimiento en el que de cada 100 toneladas se sacan doce. Al pensar en esta acción, empiezan a vislumbrar las docentes que la operación de sacar doce de cada 100 debía de hacerse 50 veces puesto que 100 cabe ese número de veces en 5000. Por tanto, se concluye que las 12

toneladas se sacarían 50 veces, lo que equivale a 50×12 igual a 600 toneladas. Confirman entonces que el resultado coincide con el obtenido por la docente Melissa quien multiplica 12×5000 y a este resultado lo divide por 100. Una vez realizado todo este proceso la docente Melissa se expresa diciendo:

Melissa: Tan bueno que esa gente ya se había reventado la cabeza haciendo eso, y nos dieron las formulas y pare de contar.

¡Ay! Lorena, en cambio a usted le gusta reventarse... yo no, a mí que me den la formula y ya; mientras usted se revienta la cabeza.

Lorena: Hija es que a mí esto no me lo enseñaron

Melissa: ¿La regla de tres no se la enseñaron? Si eso le pone a hacer un montón de ejercicios para poder hacer las operaciones

Melissa: En octavo, noveno, decimo y once

Lorena: Vea en octavo, noveno y décimo me acuerdo, ¡Didáctica! Didáctica de la pedagogía

Melissa: No, no, no, Lorena pero yo no te voy a decir que a mí me va muy bien en matemáticas, yo la gane por obra y gracia del espíritu santo y porque habían muchos talleres en grupo y me explicaban y me explicaban y me explicaban y me volvían a explicar.

Se evidencia entonces que la relación actual de las docentes con las matemáticas escolares tiene que ver con su propia formación a nivel escolar. Por un lado la docente Lorena aduce que como normalista dicha formación fue limitada ante algunos conceptos y procedimientos matemáticos. Por otro lado, la docente Melissa empieza a dejar entre ver un malestar con las matemáticas escolares que proviene de sus años de estudio en el bachillerato, en el cual la utilización de herramientas matemáticas se reduce a la aplicación mecánica de algoritmos sin profundizar en su comprensión. Se nota entonces que las actividades de modelación empiezan a desencadenar reflexiones que apuntan a la apertura de visiones sobre las matemáticas escolares, respecto a este tema la discusión anterior continua su rumbo:

Investigadora: la profe Melissa dice que es mejor que a uno le enseñen la fórmula, ¿tú qué opinas?

Lorena: no a mí me gusta más así [señala el proceso que ha desarrollado en su hoja]

Melissa: le gusta el proceso para poder entender.

Lorena: Eso [asiente con la cabeza]

Melissa: Pero como a mí ya me ahorran el proceso ¡gracias!

Lorena: es lo único que a mí... que me acuerde que por allá medio nos tocaron, la factorización. Mientras unos llegan y en un momentico resolvían eso, yo llegaba y me ponía a hacer todo el proceso.

Se nota por parte de Melissa agrado con que en los campos matemáticos se cuenten con “formulas” ya establecidas, pues le ahorra tiempo al no tener que encontrar un método para resolver una dificultad concerniente con la matemática, en cambio Lorena se encuentra al otro lado del panorama descrito por Melissa, pues a Lorena le gusta realizar procesos matemáticos con el fin de comprender las respuestas y tener un análisis más certero de la situación, nos cuenta que dicho gusto no es reciente y menciona sus épocas de escuela y el tema de la factorización donde realizaba todo un proceso con el fin de encontrar una respuesta y poder comprender el proceso.

A propósito de los recuerdos uno de los aspectos que nos llama la atención en los espacios de interacción fueron ciertas actitudes e ideas sobre las matemáticas escolares, que interpretamos como inseguridad y hasta rechazo, que habían emergido desde la época en que ellas mismas fueron estudiantes. Es por esto que una de nuestras preguntas elaboradas en un cuestionario consistió en pedirles a las docentes que se devolvieran a su época de estudiantes en las clases de matemáticas, luego en una socialización acerca del cuestionario notamos que las actitudes que se habían mostrado hasta el momento frente a las matemáticas se relacionan con las experiencias previas en las clases que tuvieron en su época escolar, como lo plantea la docente Melissa en la siguiente discusión.

Melissa: bueno en la primera yo la tome más como de lo mío, entonces por ejemplo yo recuerdo que para mí habían muy bajos niveles de motivación, porque había poca

comprensión, entonces con eso ya me desenfocaba, ah y sobre todo en el bachillerato.

Las explicaciones por parte de los docentes eran muy magistrales y uno le tenía miedo al profe, o sea, es que ni siquiera era respeto, era miedo y el profe de matemáticas mío, que me daba matemáticas y física, yo sí que lo recuerdo porque en el salón él entraba y yo empezaba a temblar, porque yo decía, que ni me valla a preguntar, porque si me saca, hay yo decía no sé nada.

Porque lo que yo les decía a ustedes, que yo ganaba por los talleres que hacíamos en compañía, yo me reunía con las amigas, hacíamos los talleres, ellas me explicaban, si me sacaban a hacer un ejercicio de esos yo lo hacía porque me lo sabía de memoria, pero no porque yo supiera el proceso.

En primaria la frustración más grande que yo les he contado a los niños es con las tablas y yo lloraba aprendiéndome las tablas, pero ya por ejemplo con la división y con las fracciones ya las comprendía.

Entonces en la universidad fue más chévere, pues nos brindaron como que muchas herramientas, sin embargo a mí las matemáticas como que... ¡ah! (levanta la mano haciendo ademán de alto)

La docente Lorena complementa con sus recuerdos:

Lorena: Por eso mismo, por ejemplo, aunque no sé, yo hablo de clases magistrales, esa monotonía, la rigidez del docente porque uno le tenía miedo al profesor de matemáticas, las actividades poco prácticas, eran como siempre ceñidos al libro, las tareas que no tenían ni son ni ton, los tachones rojo en el cuaderno pero también las felicitaciones.

Se resalta el carácter crítico y más hacia su propia práctica cuando en la reflexión se cuestionan lo siguiente:

Lorena: Por ejemplo esta primera pregunta, en esta primera pregunta lo primero que se me vino a la mente sobre mis clases de matemáticas, se hace como ese paralelo ¿será que estoy haciendo lo mismo que hicieron conmigo?

Melissa: Yo hago lo mismo, por eso no me gusta dar matemáticas.

Así pues vemos que las experiencias escolares de la docente Melissa han influido a tal punto que no desea enfrentarse a una clase de matemáticas, y por parte de la docente Lorena hay un gusto y una asimilación positiva por las matemáticas a pesar de tener también algunos recuerdos poco agradables por las clases de matemáticas que recibió. Así entonces estas reflexiones se constituyen en críticas, en las cuales se analizan y se habla de su propia labor docente y donde se analiza el grado de preparación que se tiene y las consecuencias que esto puede generar en los estudiantes.

Respecto a la influencia que tiene la preparación del docente en los estudiantes, que se notó en la reflexión anterior, la docente Lorena se expresa a cerca de la importancia que percibe en las actividades de modelación que se habían desarrollado hasta el momento (Situación de la noticia y el arroz) y contrasta con la influencia que tiene su propia preparación en los estudiantes.

Lorena: ¿Importancia? Mucha, a nivel laboral, en la vida cotidiana, y sé que es importante en la manera que yo aprendo porque eso se lo voy transmitir a los chicos.

Vemos entonces como las situaciones de modelación permitieron evaluar la propia formación desde una visión crítica pues se analizan los efectos que pueden tener la no constante actualización docente.

Aunque las discusiones presentadas hasta el momento en el campo de lo pedagógico se centran en la labor docente de cada una de las participantes de la investigación y en la influencia que ha tenido parte de la historia de vida en su labor, también en las reflexiones surgieron análisis y discusiones críticas concernientes a componentes institucionales.

Las discusiones matemáticas sobre el porcentaje utilizado para dar respuesta a la situación de la noticia también llevaron a las docentes a pensar cómo está organizado el currículo para matemáticas en la institución y que tan preparadas se encuentran ellas desde esta área para enseñarla, en esta discusión también se encuentra presente la idea de que se requiere que quien enseñe matemáticas haya recibido una formación inicial como licenciado en esta área.

Lorena: o sea que ese currículo que esta de hecho de esa carajada, eso está malo... vamos a ver si esta muchacha [refiriéndose a directivos] si empieza a cuadrar todo eso... ahí es donde yo digo que el que vaya a enseñar matemáticas que sea matemático. Porque es que no es lo mismo que nos digan Cristian va a dar matemáticas...no que digan ¡no! mandemos a Lorena.

Melissa: mandemos a Lorena ¿a qué? A dar matemáticas, si claro, pero a mi ¡no!

La reflexión crítica hecha hacia la organización curricular de la institución y el papel que podría desempeñar un no licenciado de matemáticas en una clase de matemáticas hace que también se propicien también discusiones en cuanto al papel de los docentes; así entonces la discusión de la docente Lorena en cuanto que los docentes de matemática sean matemáticos, incentiva una pregunta:

Investigador: Entonces ¿qué hacer con esos profesores que están dando matemáticas aun sin ser matemáticos?

Lorena: toca capacitarlos

Investigador: y ¿un profesor que se rehusé?

Melissa: le toca si va dar el área.

Lorena: eso quiere decir que esa es nuestra enseñanza... mediocre

Melissa: Lorena le toca si va a dar el área, el año pasado ¿no estábamos dando inglés? y nos tocó ir al curso de ingles

Lorena: princesa pero usted es entregada dedicada, otros no son así...lo más fácil

La discusión toma un tono crítico cuando la docente Melissa, analiza entonces el papel y la justificación del profesorado en el sistema educativo Colombiano.

Melissa: lo que pasa es que por eso es que Lorena, en cierta medida justifican el profesorado, este profesor tiene fortaleza en esto, entonces pongámoslo a dar estas áreas, este tiene fortalezas en esto, entonces pongámoslo a dar estas otras áreas, con eso es que justifican el profesorado, por nada más.

Así entonces se reconocen las potencialidades del profesorado, pues es difícil que un docente tenga completo dominio sobre todas las áreas impartidas en el sistema educativo colombiano. También en la reflexión hecha sobre el profesorado es latente el sentimiento de Melissa por afrontarse como docente del área de matemáticas, pero al finalizar su participación en la investigación se nota una mayor aceptación y gusto por las matemáticas pues ella expresa al preguntarle:

Investigador: Profesora Melissa, nos gustaría que nos contaras ¿cómo te han parecido las actividades que se desarrollaron?

Melissa : Primero dar las gracias porque me dieron la oportunidad de participar en el proceso, sabían que yo estaba muy resistente al trabajo porque las matemáticas han sido difíciles para mí, pero bueno, ¿cómo me ha parecido? súper bueno, súper practico, muy desde lo real, muy desde lo concreto, nos enseñaron cosas además que podemos poner en practica con los niños, no solamente que es de un conocimiento, pues solamente de nosotros o que una comprensión nuestra, sino que también la pueden comprender los niños entonces esos es fundamental que podamos aplicar las cosas a nuestro diario vivir y a nuestra práctica docente.

De la mano a la anterior reflexión y concerniente al tema de afrontarse a una clase de matemáticas, vemos como las discusiones no solo se centraron un análisis de la formación, sino que también provoco deseos de avances y de capacitación; contrastando las discusiones sobre los recuerdos de las clases de matemáticas con las opiniones por la enseñanza y aprendizaje se nota que aunque el miedo está presente por asumir una clase de matemáticas, el grado de compromiso con la docencia es suficiente motivación para acercarse a las instancias requeridas y buscar espacios para capacitarse y despejar dudas. Y esto se evidencia cuando la docente Lorena en la conversación final al preguntarle por su experiencia en la investigación nos dice:

Lorena: Una de las que si te puedo decir es que estoy tranquila si el otro año me toca dar matemáticas y ya con esta nueva reestructuración curricular no me va a dar miedo y porque sé que en el momento dado en el que tenga una duda sé que puedo tener un

respaldo que puedo contar con Lina, hable con Cristian y le dije Cristian se alguna cosa... siente uno ese respaldo en esta investigación y esto le abre como a uno puertas y como ese deseo que hay que seguir y no quedarnos con lo que tenemos, esto da pie para uno seguir y seguir y seguir y llevarlas al aula porque de verdad que pienso que es un estrategia muy buena me encanto.

Al finalizar la investigación, al igual que se tuvo la oportunidad de conversar con Melissa pudimos conocer la opinión de la docente Lorena acerca de la investigación y las actividades de modelación, al respecto ella se expresa diciendo:

Lorena: Ve si me surgió algo, si por ejemplo Lina es la que está cargada de organizar todo eso, supongo que también con la parte de modelación, la coordinadora nos decía esta semana que para acá, le preguntaron a Cristian, que para acá que era lo que iba a quedar, si el trabajo de ustedes, que iba a pasar con eso, ¿sí? Donde sería muy rico también que los compañeros tuvieran la oportunidad de conocer más o menos en que radica esta parte de la modelación

Adicionalmente en otro momento de la misma conversación y al preguntarle por lo que se constituyó en la investigación, nos expresa:

Lorena: por ejemplo que puedo decir, que ojala, y por eso les pido ese favor que de pronto nos dieran ya un taller a todos, nos compartieran ese recurso pedagógico, para poderlo implementar, y pienso porque ustedes me hicieron una reflexión, no tanto en

cuarto sino que hay que partir desde primero las bases son desde primero y que siga esa continuidad en segundo que se siga la continuidad en tercero para poder llegar a un resultado óptimo en cuarto, o sea algo secuencial. Por eso quisiera que por ejemplo las compañeras de primero también tuvieran esa oportunidad, de ellas manejar este tipo de pedagogía porque esto una pedagogía, que parte de que es modelación es lúdico donde el niño está disfrutando está aprendiendo un tema específico.

Se ve entonces una continuidad en su reflexión acerca de un componente curricular, la organización que se dan de los cursos al interior de la instrucción, como un componente extra de esta reflexión se encuentra la propuesta naciente en la docente Lorena de querer llevar además compañeros a realizar actividades de modelación y compartir con ellos su experiencia para que ellos conozcan también la modelación como estrategia de enseñanza para incentivarlas a que profundicen en el tema y la actualización docente continúe.

Vemos entonces como las situaciones desarrolladas en espacios de interacción suscitan en los docentes recuerdos de la enseñanza que ellas recibieron, contrastando estos recuerdos con la influencia que tiene la propia preparación en los estudiantes, desencadenando todo esto en deseos de continuar capacitándose. Estos deseos denotan en las docentes pretensiones de continuar con las fases del proceso de formación propuesta por el MEN (1998) específicamente por continuar con la fase de actualización.

Las discusiones presentadas son suscitadas por las actividades de modelación matemática, pero hasta el momento no hemos visto en concreto las apreciaciones de las docentes por la modelación matemática en el campo de lo pedagógico, por ello esto se convertirá en el centro de los siguientes párrafos.

La modelación matemática.

En cuanto a la modelación se establecen reflexiones desde el tipo de problemas que se presentan en las clases de matemáticas, la relación entre las matemáticas y visión sobre la modelación.

En la sesión que se tuvo en la sede central de la institución donde se desarrolló la investigación se llevó a cabo el cuestionario donde se pudo indagar por las ideas que las docentes tienen acerca de la modelación matemática, de las respuestas dadas se pueden identificar tópicos centrales, es decir las docentes se expresan acerca de la modelación en términos de la importancia que ellas ven para que los estudiantes analicen su realidad y las situaciones de la cotidianidad. También ellas ven en la modelación, una oportunidad que permite obtener aprendizajes significativos. Las siguientes discusiones que se muestran en la tabla 8 fueron producto del cuestionario y de la posterior socialización del mismo.

Tabla 10. Discusiones Acerca de la Modelación

Docente	Lorena	Melissa
Utilización de Problemas referidos a la realidad	<i>Es importante porque el estudiante puede analizar, razonar justificar algo que se está vivenciando en la cotidianidad y que puede solucionar un problema de acuerdo a su interés</i>	<i>Permite aprendizajes significativos, generalizados, que no solamente se quedan en la clase y ya entendí este problema, sino que pueda generalizarlo y llevarlo a mi casa, y decirle a mi mamá, mami mirá, que me explicaron esto, eeh, con la regla de tres, podemos hacer más fácil esto que está en el mercado, que ya lo hemos visto. . Hace que se le vea su utilidad y practicidad en el diario vivir.</i>
Relación entre las matemáticas y la vida	<i>Permite dar solución a un problema específico, aportar ideas, llegar a conclusiones claras.</i>	<i>Desde ir a la tienda a comprar un elemento de casa, hasta manejar una empresa, generar empleo. Todo lo que nos rodea se puede explicar matemáticamente y los estudiantes</i>

Es un proceso que requiere un aprendizaje concreto para alcanzar un logro, pero las matemáticas y la vida es un proceso que en la medida en que se va adquiriendo ese aprendizaje se llega a alcanzar un mayor logro.

pueden relacionarse y más bien comprender la relación al mostrarles que con las actividades cotidianas están utilizando todo el tiempo las matemáticas. : para mí lo fundamental es que ellos entiendan la utilidad que tienen las matemáticas en su vida, en la vida cotidiana, o sea desde que yo me levanto hasta que me acuesto estoy teniendo una secuencia, por ejemplo me levante, me cepille, hasta por decir contar cuantas cucharadas me comí en el desayuno, que ellos entiendan todo eso, que en todo está la matemática. Y que aunque para mi resulte compleja en los procedimientos y operaciones como tal, no es tan compleja para

		<i>ellos entender que la matemática esta en todo.</i>
Modelación	<i>Manera contextualizada para la ejecución o el alcance de una meta, algo que ellos puedan tocar, palpar, escudriñar.</i>	<i>Para mi modelar es que yo les muestro [a los estudiantes], yo los voy guiando pero el que va a llegar a ese concepto o a ese procedimiento, en fin, va a ser él, va a ser él quien va comprendiéndolo. Es describir, experimentar, asociar, es partir de lo que creo saber o comprendo desde mi lógica, para llegar a procesos elaborados que me llevan a una respuesta satisfactoria o adecuada. Son procesos e interacciones entre lo que veo y como lo puedo representar.</i>

Vemos entonces como la modelación matemática se constituye en un motivo de reflexión, pues es ella el objeto de las reflexiones, también podemos ver cómo según las discusiones de las docentes, la modelación matemática relaciona las matemáticas con la vida

cotidiana y aunque se reconocen que no es un proceso fácil e instantáneo, resaltan potencialidades pues hablan acerca de cómo los fenómenos reales y vividos cotidianamente pueden ser explicados y analizados mediante la modelación. Como investigadores quisimos saber que era lo que suscitaba tales opiniones por la modelación, así que se preguntó:

Investigadora: de ¿dónde surge esa idea de la modelación?

Melissa: de lo que hemos trabajado

Lorena: sí

Investigadora: ¿o de lo que han leído?

Lorena: no, no hemos leído, es lo que hemos venido trabajando con ustedes, sin embargo en nuestro medio cuando uno trabaja y se ingenia la manera de trabajar cosas concretas con los niños. Y digo contextualizada porque el currículo está fuera de contexto, se plantean un montón de cosas que uno nunca va a utilizar.

Estas puestas en común muestran como las actividades y los diálogos que se tuvieron con las docentes, posibilitaron que se abrieron las puertas para que ellas se acercaran a ideas básicas concernientes al tema de la modelación.

Para concluir este apartado queremos resaltar que las discusiones mostradas en el campo de lo pedagógico no son basadas desde ni hacia un modelo matemático en concreto, más bien se centran en ambientar y acercarse a unas realidades y percepciones propias que se tienen acerca

de la enseñanza de las matemáticas, concepciones de las matemáticas y demás componentes educativos inmersos en la vida laboral de las docentes, es por ello que tales discusiones se constituyen en *discusiones paralelas*, además estas discusiones se constituían en distanciadas en la medida en que las docentes se expresaban sobre sus experiencias en el papel de lo pedagógico, donde se avizoraba también un panorama donde lo evaluativo y crítico entraban en juego. Este distanciamiento en las reflexiones es tomado por Copello & Sanmartí, (2001) de acuerdo a Astolfi y otros (1991) como “<<toda situación en que el sujeto es llevado a lanzar una mirada de otra naturaleza sobre lo que hizo o aprendió. Este tipo de mirar induce a un distanciamiento que autoriza críticas y permite la descentralización, siendo de esta manera un facilitador para que ocurran reelaboraciones>>”. (p. 276)

Conclusiones

Las actividades de modelación que abordamos en los espacios de interacción contribuyeron desde las discusiones paralelas en el ámbito personal a desencadenar una práctica reflexiva de las docentes en relación dialéctica entre el contexto sociocultural y ellas como sujetos que demandan bienes y servicios como consumidoras finales. Esto ilustra cómo desde estas actividades se pueden generar reflexiones más amplias que no se acotan en aspectos matemáticos (conceptos o procedimientos) o tecnológicos (construcción del modelo) sino que se amplía el espectro hacia cuestiones de tipo económico y social, que pueden tener incidencia en las decisiones que los sujetos toman cotidianamente al ubicarse en distintos roles sociales. De

esta manera la modelación matemática como invitación a estudiar matemáticamente situaciones de la vida real, no solo contribuyen a darle sentido a las matemáticas desde aspectos de la realidad cercana de los sujetos que modelan, sino que potencializa a la matemática como herramienta para que éstos se desenvuelvan en forma efectiva, consciente, responsable, razonada y crítica en su diario vivir.

Por su parte, las discusiones reflexivas permiten en el estudio identificar como inciden en la construcción de los modelos el papel del contexto de la situación, las ideas de las docentes sobre las matemáticas escolares y sus actitudes (afectividad) frente a ellas. Estas discusiones enmarcan reflexiones que surgen cuando en los diálogos suscitados en los espacios de interacción se cuestionan los criterios utilizados para construir los modelos, cuando desde las intervenciones orientadoras de los investigadores se desafía a las docentes a la búsqueda de caminos alternativos para la solución de los problemas, y por último, cuando en las discusiones matemáticas y tecnológicas se enfrentan a las dificultades para la representación matemáticas de la situación (configuración del modelo).

Las docentes reflexionaron sobre aspectos del contexto que condicionaban el modelo a través del cual se pretendía describir y explicar las situaciones. A la vez dieron pie para que se expresaran reflexiones acerca de bloqueos a nivel afectivos y del manejo de herramientas matemáticas, que inciden en la configuración y representación del modelo. También permiten a las docentes hacerse conscientes de que los obstáculos que ellas presentaron en el tratamiento matemático de las situaciones referidas a la cotidianidad también son vivenciadas en sus

estudiantes cuando intentan resolver problemas. De esta manera estas discusiones reflexivas pueden constituirse en un medio potencial para la generación de discusiones paralelas que contribuyan a generar reflexiones de las docentes desde el ámbito personal y profesional, contribuyendo a su formación continuada e integral.

Las rutas de modelación que se presentaron en las actividades de modelación desarrolladas por las docentes conllevaron a que se dieran transiciones hacia discusiones paralelas, en este aspecto notamos que los temas que tomaron las docentes para las reflexiones desde estas discusiones son las visiones por las matemáticas escolares, la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, la formación docente y la modelación; algunos de los asuntos abordados en estas reflexiones se centran en la reflexión acerca de temores y algunas inexactitudes que asumen tener las docentes frente a procesos matemáticos como la regla de tres.

En las reflexiones que se presentaron desde las discusiones paralelas las docentes hablan de la importancia que tiene la matemática para los estudiantes pues estas le ayudaran a desenvolverse en las situaciones que se les presente; de la mano de estas reflexiones se encuentran las condiciones que las docentes consideran necesarias sobre cómo deben ser enseñadas las matemáticas, donde rescatan que estas deben ser aprendidas desde el contexto para ser aplicadas por los estudiantes en sus realidades concretas y se resalta que para ser aprendidas éstas deben ser enseñadas mediante el trabajo colaborativo.

Dentro de los aspectos que se tienen en cuenta por las docentes para el mejoramiento del proceso educativo abarcan también la formación docente, tema en cual se trajo a colación aspectos relacionados con la vida escolar de cada docente y donde se reflexionó sobre si lo que ellas hacen con los estudiantes es lo mismo que hicieron con ellas; también reflexionan sobre la organización curricular de la institución y el papel del profesorado en la implementación de la modelación en su contexto educativo específico. Las actividades de modelación llevaron a las docentes a formar ideas relacionadas con la importancia y las características principales de la modelación para potencializar la enseñanza y el aprendizaje.

El proceso de la investigación permitió que las docentes ganaran confianza con ciertos temas matemáticos que no manejaban o en los cuales ponían cierta distancia para no tratarlos; generó deseos de profundizar en temas matemáticos y en la modelación misma, dando un sentido a las matemáticas para afrontar problemas de la vida real; en cuanto a la enseñanza de las matemáticas le dieron un valor desde lo metodológico y en el proceso vieron la necesidad de seguirse formando.

También desde el inicio de la investigación se notó por parte de las docentes deseo y ganas de participar de las actividades y conocer más acerca de la modelación; con el transcurrir se vio que la motivación inicial se mantuvo a tal punto que se deseó compartir con otras docentes actividades que mostraran e incentivaran a conocer más de la modelación matemática a los demás compañeros.

Al terminar esta investigación, colocamos en consideración de otras investigaciones de la Licenciatura la necesidad de incorporar la reflexión como una de las maneras de propiciar cambios personales, que muy seguramente proporcionarán cambios profesionales desde la labor en el aula de clase. Surgen entonces preguntas como: ¿Qué hace la facultad de educación para conectar las necesidades de las instituciones con la formación de docentes? ¿Cómo se puede incorporar la modelación matemática en las aulas escolares, desde la formación de docentes? ¿Qué influencia tiene la formación en la universidad con las prácticas de aula de los maestros en ejercicio? ¿Tiene la modelación matemática desde el ámbito educativo, un papel contextualizador de los contenidos que hasta ahora está en los currículos?

Preguntas como las anteriores, quedan abiertas para futuras investigaciones como una manera de discusión para los agentes educativos desde diferentes frentes: Universidad, instituciones, maestros en ejercicio, estudiantes de licenciatura, entre otros.

Es de anotar que esta investigación se socializó en diferentes espacios académicos como Semillero de Modelación Matemática, que se desarrolla en la Universidad de Antioquia, dirigidos por la Mg. Yadira Marcela Mesa y el Dr Jhony Alexander Villa, a los cuales reconocemos sus valiosos aportes y sugerencias.

La investigación se socializó en el VI Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas, desarrollado en la Universidad de Medellín, como una manera

de compartir las reflexiones hechas desde nuestra práctica profesional y el acercamiento investigativo que se logró en esta experiencia¹⁷.

¹⁷ Ver anexo 11: Certificados de participación en el congreso.

Bibliografía

- Alsina, Á. (Abril de 2007). El aprendizaje reflexivo en la formación permanente del profesorado: un análisis desde la didáctica de las matemáticas. *Educación Matemática*, 19(1), 99-126.
- Andresen, M. (2009). Teaching to reinforced bonds between modelling and reflecting. En M. Blomhøj, & S. Carreira (Ed.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* (págs. 73-83). Roskilde : Roskilde University. Recuperado el 23 de Agosto de 2013, de <http://milne.ruc.dk/imfufatekster/pdf/461.pdf>
- Barbosa, J. (2006). *Mathematical Modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective*. Recuperado el 10 de Agosto de 2013, de <http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a8.pdf>
- Barbosa, J. (Junio/Julio de 2008a). As discussões paralelas no ambiente de aprendizagem modelagem matemática. *Acta Scientiae*, 10(1), 47-58.
- Barbosa, J. (2008b). *Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions*. Recuperado el 16 de Agosto de 2013, de *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*:: <http://tsg.icme11.org/document/get/446>

Barbosa, J., & Santos, M. (2007). *Modelagem Matemática, perspectivas e discussões*.

Recuperado el 10 de Agosto de 2013, de

<http://www.uefs.br/nupemm/cc86136755572.pdf>

Bassanezi, R., & Salett, M. (1997). *Modelación matemática: Una antigua forma de investigación*

- *un nuevo método de enseñanza*. Recuperado el 5 de Mayo de 2013, de

<http://www.sinewton.org/numeros/numeros/32/Articulo02.pdf>

Bisquerra, R. (2010). *Métodos de investigación educativa*. Barcelona: CEAC educación

manuales .

Blomhøj, M. (2004). *Modelización matemática - una teoría para la práctica*. Recuperado el 31

de Marzo de 2013, de

http://www2.famaf.unc.edu.ar/rev_edu/documents/vol_23/23_2_Modelizacion1.pdf

Blomhøj, M. (2009). Different perspectives on mathematical modelling in educational research-

categorising the TSG21 papers. En M. Blomhøj, & S. Carreira (Ed.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* (págs. 1-17).

Roskilde : Roskilde University. Recuperado el 23 de Agosto de 2013, de

<http://milne.ruc.dk/imfufatekster/pdf/461.pdf>

Blum, W. (1993). *Mathematical modelling in mathematics education and instruction*.

Recuperado el 5 de Mayo de 2013, de [http://kobra.bibliothek.uni-](http://kobra.bibliothek.uni-kassel.de/bitstream/urn:nbn:de:hebis:34-2009051227366/1/BlumModelling1993.pdf)

[kassel.de/bitstream/urn:nbn:de:hebis:34-2009051227366/1/BlumModelling1993.pdf](http://kobra.bibliothek.uni-kassel.de/bitstream/urn:nbn:de:hebis:34-2009051227366/1/BlumModelling1993.pdf)

Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?

Journal of Mathematical Modelling and Application, 1(1), 45-58.

Blum, W., & Borromeo, R. (2010). Insights into teachers' unconscious behaviour in modeling

contexts. En P. Galbraith, C. Haines, A. Hurford, & R. Lesh (Edits.), *Modeling Students'*

Mathematical Modeling Competencies. ICTMA 13. (págs. 223-232). New York: Springer.

BUAP. (s.f.). *Requisitos para el registro del proyecto de investigación y la elaboración de tesis y*

examen profesional de todas las licenciaturas de la facultad de derecho y ciencias

sociales. Mexico: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Caldeira, A. (2009). Mathematical modelling and environmental education. En M. Blomhøj, &

S. Carreira (Ed.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning*

of mathematics (págs. 145-155). Roskilde: Roskilde University. Obtenido de

<http://milne.ruc.dk/imfufatekster/pdf/461.pdf>

Chapman, O., & Ponte, P. (2006). *Mathematics teachers' knowledge and practices*. Recuperado

el 10 de Junio de 2013, de [http://www.math.unipa.it/~grim/YESS-5/06%20Ponte-](http://www.math.unipa.it/~grim/YESS-5/06%20Ponte-Chapman-PME%20Handbook.pdf)

[Chapman-PME%20Handbook.pdf](http://www.math.unipa.it/~grim/YESS-5/06%20Ponte-Chapman-PME%20Handbook.pdf)

Colombia. Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares.*

Santa Fé de Bogotá, D.C., Colombia: Magisterio.

Colombia. Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en*

Matemáticas. Recuperado el 6 de Enero de 2014, de

<http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>

Copello, I., & Sanmartí, N. (2001). *Fundamentos de un modelo de formación permanente del*

profesorado de ciencias centrado en la reflexión dialógica sobre las concepciones y las

prácticas. Recuperado el 17 de Agosto de 2013, de

<http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=243390>

English, L. D. (2004). *Mathematical modelling in the primary school.* Recuperado el 28 de

Marzo de 2013, de <http://www.merga.net.au/documents/RP232004.pdf>

English, L., & Watters, J. (2004). *Mathematical Modelling with Young Children. 28 th*

Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 2,

págs. 335-342. Bergen: Bergen University College. Recuperado el 2013 de Agosto de 23,

de <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED489737.pdf>

Flores, P., & Peñas, M. (2005). *Proceso de reflexión en estudiantes para profesor de*

matemáticas. Enseñanza de las Ciencias, 23(1), 5-16. Recuperado el 16 de Agosto de

2013, de

http://www.ugr.es/~pflores/textos/aRTICULOS/Investigacion/Pe%F1as_Flores_2005.pdf

García, E., Gil, J., & Rodríguez, G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: Aljibe.

Graeber, A., & Tirosh, D. (1990). *Evoking cognitive conflict to explore preservice teachers'*

thinking about division. Recuperado el 28 de Mayo de 2013, de

<http://www.jstor.org/discover/10.2307/749137?uid=2134&uid=4581856307&uid=2&uid=70&uid=3&uid=4581856297&uid=60&purchase-type=article&accessType=none&sid=21102340599717&showMyJstorPss=false&seq=8&showAccess=false>

Hein, N., & Salett, M. (1997). *Modelo, modelación y modelaje: métodos de enseñanza -*

aprendizaje de matemáticas. Recuperado el 16 de Mayo de 2013, de

http://matesup.utralca.cl/modelos/articulos/modelacion_mate2.pdf

Hein, N., & Salett, M. (Agosto de 2004). Modelización matemática y los desafíos para enseñar

matemáticas. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125. Recuperado el 4 de Agosto de

2013, de <http://www.recomem.com.co/archivos/actividades/40516206.pdf>

Hein, N., & Salett, M. (Agosto de 2004). Modelización matemática y los desafíos para enseñar

matemáticas. *Educación Matemática*, 105-125.

- Institución Educativa Finca La Mesa. (s.f.). *Proyecto Educativo Institucional*. Medellín.
- Monroy F, M. (2006). *Metodología e instrumentos para la elaboración del diagnóstico pedagógico de la práctica educativa*. Mexico: Universidad Nacional Autónoma de Mexico.
- Ponte. (1992). *Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação*.
Recuperado el 28 de Marzo de 2013, de <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>
- Ponte. (1992). *Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação*.
Recuperado el 28 de Marzo de 2013, de <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte>
- Ponte. (1999). *Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros*. Recuperado el 28 de Marzo de 2013, de www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-SP/Las%20creencias.doc
- Ponte, J. (1999). *Las creencias y concepciones de maestros como un tema fundamental en formación de maestros*. Recuperado el 28 de Marzo de 2013, de www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-SP/Las%20creencias.doc
- Rojas, J. F. (2013 de Agosto de 2013). Con el paro, comer piña, papa y cebolla es un lujo. *El Colombiano*. Recuperado el 30 de Agosto de 2013, de http://www.elcolombiano.com/BancoConocimiento/C/con_el_paro_comer_pina_papa_y_cebolla_es_un_lujo/con_el_paro_comer_pina_papa_y_cebolla_es_un_lujo.asp

Ruiz, J. I. (1996). *"Metodología de la investigación cualitativa" Quinta edición*. Bilbao:

Universidad de Deusto: Coffey.

Sanabria S, J. (08 de 09 de 2008). *Medellin portal educativo* . Obtenido de El diario de campo :

<http://www.medellin.edu.co/sites/Educativo/Docentes/maestrosinvestigadores/Lists/Entradas%20de%20blog/Post.aspx?List=38ea16d-ccb6-4459-bff4-d3a5f08ad4ee&ID=22>

Sandoval, C. A. (2002). *Investigación cualitativa*. Medellín: ARFO editores e impresores Ltda.

Stake, R. E. (1999). *"Investigación con estudio de casos" segunda edición*. Madrid: Morata S L.

Trigueros, M. (enero-marzo de 2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87.

Villa-Ochoa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas un marco de referencia y un ejemplo . *Tecno Lógicas*, 63-85.

Villa-Ochoa, J., Bustamante, C., Berrio , M., & Osorio C, A. (2010). *El proceso de modelación matemática. Una mirada a la practica del docente* . Medellin : UdeA, Eafit.

Anexos

Anexo 1: Consentimiento de Participación

Yo _____ estoy de acuerdo en participar en la investigación titulada “**Reflexiones Docentes a partir de Actividades de Modelación Matemática**” que es realizada por los estudiantes Sugey Andrea González Sánchez y Cristian Camilo López Zapata, estudiantes de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que mi participación es voluntaria y puedo decidir no participar o dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada conmigo sea regresada a mi o sea destruida.

Propósito de la investigación: El propósito de este estudio es describir las reflexiones docentes que surgen cuando estos participan en actividades de modelación matemática.

Beneficios: El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación Matemática.

Procedimiento: Como participante en este estudio seré observado en clase y algunas veces video grabado. De ser necesario podría ser entrevistado e invitado a realizar actividades extra clase.

Riesgos: No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

Confidencialidad: Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información será guardada en un archivador con acceso limitado y solo se permitirá el acceso a la información bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

Preguntas posteriores: Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, a través de los correos electrónicos: sugeygs99@gmail.com; cristianlopezza@hotmail.com

Consentimiento del participante: Entiendo que firmando esta autorización estoy de acuerdo en tomar parte de esta investigación.

Nombre del investigador 1

Firma

Fecha



_____	_____	_____
Nombre del investigador 2	Firma	Fecha
_____	_____	_____
Nombre del participante	Firma	Fecha

Anexo 2: Formato de observación empleado en el proceso de práctica docente

 <p style="text-align: center;">UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA FACULTAD DE EDUCACIÓN DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y ARTE</p> <p style="text-align: center;">FORMATO DE OBSERVACIÓN PARA EL REGISTRO DE LA EXPERIENCIAS DE AULA DE LA PRÁCTICA</p> 					
INSTITUCION EDUCATIVA	Finca la Mesa Sección Juan Bautista Montini	FECHA		HORA INICIO	
				HORA FINAL	
NOMBRE DEL OBSERVADOR		GRUPO		# ESTUDIANTES	
		FECHA DE LA TRANSCRIPCION			
MAESTRO COOPERADOR		PERIODO			
		ASIGNATURA(S)			
		TEMA (S)			
IDENTIFICACION ACTIVIDADES Y OTROS		DESCRIPCIÓN DEL DESARROLLO DE LA CLASE			
		<ul style="list-style-type: none"> • Aspectos conceptuales de los estudiantes • Aspectos Procedimentales de los estudiantes • Aspectos actitudinales de los estudiantes • Aspectos conceptuales de la docente • Aspectos Procedimentales de la docente • Aspectos actitudinales de la docente 			



DESCRIPCION DEL ESPACIO FISICO	RECURSOS EMPLEADOS
PREGUNTAS GENERADAS	

Anexo 3: Cuestionario

Este cuestionario está dirigido a las dos docentes participantes en nuestra investigación. Se aplica con el fin de ampliar, explorar y contrastar sus puntos de vista, de acuerdo a unas temáticas preliminares identificadas en las reflexiones que emergieron en los espacios de interacción donde abordamos conjuntamente con ellas las actividades de modelación matemática. Las preguntas que realizamos fueron:

1. ¿Qué recuerdos traen a su mente las clases de matemáticas, en los momentos en los que has sido estudiante? ¿En la actualidad, que considera que son las matemáticas?
2. ¿Qué diría acerca de las matemáticas?
3. ¿Cómo cree que deben aprenderse las matemáticas?
4. ¿Desde su experiencia como docente como deben enseñarse las matemáticas?
5. Describa el papel que considera desempeñan en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas los siguientes aspectos:
 - La explicación de las definiciones y los procedimientos matemáticos
 - El diseño de estrategias para la enseñanza de los contenidos matemáticos
 - La interacción y trabajo cooperativo de los estudiantes en el aula
6. ¿Qué importancia tiene para usted presentar problemas del mundo real a los estudiantes para enseñar conceptos matemáticos? Explique.
7. ¿Cree que la matemática ayuda a afrontar retos del mundo actual? ¿Cuáles retos?
8. ¿Cómo cree que se puede relacionar la vida de los estudiantes con las matemáticas?
9. ¿Qué cree que es la modelación matemática?

Anexo 4: Formato de diario de Campo empleado en la práctica docente



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS Y ARTE
FORMATO DE DIARIO DE CAMPO PARA EL REGISTRO DE LA
EXPERIENCIAS DE AULA DE LA PRÁCTICA



INSTITUCIÓN EDUCATIVA	I.E. FINCA LA MESA SEDE JUAN BAUTISTA MONTINI
GRUPO	
PERIODO	
ÁREA	
FECHA	
HORA DE INICIO	
HORA FINAL	
# DE ESTUDIANTES	
MAESTRO COOPERADOR	
PRACTICANTE	

- ✓ Desarrollo de Actividades
- ✓ Descripción de la Actividad
- ✓ Descripción del espacio
- ✓ Recursos empleados
- ✓ Si la actividad había sido planificada con anterioridad objetivos que se tenían planificados para ella, resultados alcanzados previstos y no previstos
- ✓ Si la actividad no había sido programada previamente ¿cómo y por qué se decidió participar en esta actividad? Resultados alcanzados
- ✓ Impresiones y observaciones sobre la actividad
- ✓ Documentos de referencia sobre esta actividad
- ✓ Preguntas generadoras

Anexo 5: Situación de Modelación 1. Con el Paro, Comer Piña, Papa y Cebolla es un Lujo

1. Lectura comentada. El 23 de agosto de 2013 apareció este informe de prensa en uno de los periódicos de la ciudad y nos habla de una problemática que podría afectarnos a todos.



Comercializadores de la Central Mayorista han tenido que racionar los despachos para sus clientes, en vista del descenso de la oferta por el paro de transportadores y productores. FOTO JULIO CÉSA HERRERA

Con el paro, comer piña, papa y cebolla es un lujo

Precios de algunas frutas y hortalizas advierten notables alzas en la Central Mayorista Antioquia.

POR JUAN FERNANDO ROJAS T. | Publicado el 23 de agosto de 2013

Mientras los tenderos en los barrios de Medellín están haciendo su agosto especulando con precios de productos básicos como verduras y frutas, ayer en los corredores de la Central Mayorista de Antioquia estaba al alza la preocupación por la escasez que se comienza a sentir por cuenta de los paros agrario, transportador y minero.

En la segunda central de abastos del país, de la que depende parte de la Costa Atlántica, se ha reducido en 12 por ciento el promedio de 5.000 toneladas diarias de productos perecederos en lo que va de la semana. "Han dejado de entrar cerca de 90 vehículos procedentes de Nariño, Valle, Ecuador y Perú, hoy (ayer) solo llegó uno de Buenaventura, y de 75 camiones que vienen en promedio de Bogotá, solo ingresaron 24", explica el gerente de la Central Mayorista, *Javier Ramírez Vergara*.

La reducción se explica por el temor de los transportadores, que no participan de la protesta, de

que sus compañeros en paro les dañen o quemen los carros, como ya pasó en el Valle y el Eje Cafetero. Eso restringió aún más la llegada de alimentos.

La papaya que *Álvaro López* vendía antes de la protesta a 900 pesos por kilo, ya subió a 1.700 pesos; el bulto de cebolla blanca que *Darío Duque* despachaba a 40.000 pesos por bulto (de 46 kilos) ya no baja de 60.000; la piña que ofrecía *Michael Clavijo* a 800 pesos ya está en 1.200 por kilo; y las cuentas de *Elkin Álvarez* indican que si el paro sigue, el kilo de papa que antes de esta protesta se vendía a 800 pesos, podría estar el fin de semana a más de 1.100 pesos, aunque este diario pudo verificar en varias tiendas que ya se ofrece entre 1.300 y 1.400 pesos.

"A nosotros nos toca vender menos a cada cliente, apretar (subir) el precio por los fletes que se han duplicado y al que más le duele es a usted, el consumidor final", se lamenta *Miguel Restrepo*, comercializador mayorista de plátano del Eje Cafetero.

Él pasó de recibir 40 toneladas diarias del producto, antes del paro, a solo 18 toneladas en la mañana de ayer. Además, ya no debe pagar un flete de 90 pesos por kilo, sino de 210 pesos.

Por eso, lo mejor es preparar el bolsillo para productos más costosos, tener en cuenta que por falta de cosecha hay otros también caros (mango, pepino y tomate, entre ellos) o cambiar la dieta por otros que sean más económicos mientras se levanta la protesta de los productores agrícolas y camioneros.

Paradójicamente, el temor de los transportadores de viajar a la Costa, el paso restringido en Cauca, la mayor demanda de perecederos del Norte, Suroeste y Oriente antioqueños, han permitido mantener una mayor oferta para el Valle de Aburrá.

No obstante, los comercializadores mayoristas coinciden en que, de continuar el paro y contingencias actuales, en cuatro o cinco días será otra la historia. Ahora esperan que el paro culmine pronto.

OPINIONES

ASÍ PIENSAN DEL PARO LOS MAYORISTAS

Darío Duque Gómez

Comercializadora La Casa del Ajo

"Uno es solidario con la protesta de los campesinos y los transportadores, pues es más que evidente que son muy altos los costos que deben asumir para poder hacer un viaje o sacar una cosecha".

Elkin Álvarez Arango

Comercializadora La Montaña

"Uno entiende el malestar de los productores de papa cuando un bulto de fertilizante les vale \$75.000 y a su competencia de Ecuador solo \$22.000. Eso hace que crezca el contrabando desde ese país".

EN DEFINITIVA

Frente a otras regiones, Antioquia ha sentido menos el alza de precios que genera un paro simultáneo de cultivadores y transportadores, no obstante, hay signos de escasez en perecederos

Fuente: Rojas, J. F. (2013 de Agosto de 2013). Con el paro, comer piña, papa y cebolla es un lujo. *El Colombiano*. Recuperado el 30 de Agosto de 2013, de http://www.elcolombiano.com/BancoConocimiento/C/con_el_paro_comer_pina_papa_y_cebolla_es_un_lujo/con_el_paro_comer_pina_papa_y_cebolla_es_un_lujo.asp

2. Preguntas de Familiarización

- a) ¿Cuál es la principal problemática de la noticia?
- b) ¿Cuáles son los principales productos que se han disparado en precios?
- c) ¿Cuáles son las principales dificultades de los comerciantes?
- d) ¿Cuáles son las razones que tienen los camioneros para unirse al paro?

3. Pregunta Abierta

Una de las razones expresadas en la noticia para la reducción de llegada de productos perecederos es el temor de los transportadores, que no participan de la protesta, que de sus compañeros en paro les dañen o quemem los carros, como ya pasó en el Valle y el Eje cafetero. Esto restringió aún más la llegada de los alimentos.

¿Cómo se puede evidenciar esto desde los datos que se nos dan en la noticia?

Anexo 6: De Compras en el Supermercado

1. Uno de los mensajes que trae la noticia Con el paro, comer piña, papaya y cebolla es un lujo es:
“(…) el consumidor final debe generar estrategias al comprar para que la variación de los precios en el mercado por diferentes motivos no afecten su bolsillo” (Rojas, 2013)

¿Pueden las matemáticas ayudar a los consumidores finales en este reto? ¿Por qué?
2. En un supermercado de la ciudad se presentan como muy atractivas sus promociones. Por ejemplo, al respecto de un producto afirman que si un cliente encuentra un precio más económico en otro lugar le devolverán el doble de la diferencia.
 - a. ¿Cómo puede entenderse esta oferta? Explique.
 - b. El producto sobre el que se afirma que es difícil encontrar un precio igual es un detergente. Si antes este producto costaba \$5440 y ahora cuesta \$4352¿Crees que es un buen descuento? ¿Por qué?
 - c. ¿Un cliente puede tener claro de un vistazo qué tan llamativo es el descuento? Explique su respuesta.
 - d. Si en otro supermercado se encuentra este producto pero con un costo de 3952 ¿Qué ocurriría si un cliente acudiera al supermercado con pruebas de este hallazgo? ¿Qué beneficios se podría tener?
 - e. ¿Un cliente puede tener claro de un vistazo que tan llamativo es el descuento? Explique su respuesta.
 - f. Trata de describir el descuento de una forma que sea más comprensible y llamativa para los clientes.

Anexo 7: ¿Cómo Puedo Comprar el Mejor Arroz para mi Familia?

Marca	Masa	Precio	Cantidad de Empaques	Especificaciones Publicitarias en el Empaque
1	10 Kilos 20 Libras	\$27550	1 bolsa	Seleccionado y clasificado electrónicamente
1	12 libras Libra por 500g	\$16250	12 bolsas	100% arroz blanco seleccionado, con vitamina A y ácido fólico
1	4000g	\$10950	1 bolsa	Vitamina A y ácido fólico
1	2000g	\$5490	1 bolsa	Vitamina A y ácido fólico
1	908g	\$2490	1 bolsa	Vitamina A y ácido fólico
2	12 libras x 500 g c/u	\$17750	12 bolsas	100% natural
2	3000g, 6 libras	\$8970	1 bolsa	100% natural
2	1000g 2 libras	\$2990	1 bolsa	100% natural
2	5000g	\$12050	1 bolsa	100% natural
3	Arroba, 25 x 500g	\$31500	25 bolsas	Seleccionado y clasificado electrónicamente
3	10 Kilos	\$27550	1 bolsa	Vitaminas B6, B12, ácido fólico, Zinc
3	5000g	\$13550	1 bolsa	Vitaminas B6, B12, ácido fólico, Zinc
3	3000g	\$8220	1 bolsa	Vitaminas B6, B12, ácido fólico, Zinc
3	1000g	\$2520	1 bolsa	Vitaminas B6, B12, ácido fólico, Zinc
4	500g	\$1400	1 bolsa	Sin especificación
4	3 kilos	\$8060	1 bolsa	Sin especificación
4	5000g	\$12150	1 bolsa	Sin especificación
4	1 kilo	\$2430	1 bolsa	Sin especificación

En la tabla anterior se muestran los precios y algunas especificaciones del arroz que es vendido en uno de los supermercados de nuestra ciudad. Las filas con el mismo número corresponden a arroz de la misma marca pero en diferentes presentaciones. A partir de la información contestemos la siguiente pregunta:

De las ofertas que hace el supermercado de diferentes marcas de arroz, ¿Cuál de ellas comprarías? Escríbele una carta a uno de tus familiares donde justifiques y representes claramente las garantías que tiene tu elección.

Anexo 8: Situación de Modelación 4. Etiquetas Jugosas

En el mercado se nos ofrece gran variedad de bebidas, entre ellas los jugos de frutas como de naranja o mandarina. Con la variada oferta de productos de este tipo en ocasiones se hacen difícil elegir el más conveniente.



- *¿Qué tan naturales y saludables son los jugos que te ofrecen en el mercado?*
- *Compara los productos que te presentamos y elije el que según tu criterio sea el mejor para consumirlo.*

Escríbele una carta a un periódico de la ciudad donde les des a conocer los resultados obtenidos.

Anexo 9: Entrevista 1. Evaluación del Proceso Investigativo por Melissa

En vista que la docente Melissa se ausenta del proceso por motivos personales que la llevan a obtener una licencia laboral, entonces se le realiza una entrevista no estructurada durante el último espacio de interacción en el que pudo participar. Las preguntas de esta entrevista se enfocaron por parte de uno de los investigadores en comprender la incidencia del proceso investigativo en la docente desde sus puntos de vista. Las preguntas realizadas y registradas en video fueron:

1. Nos gustaría que nos contaras como te han parecido las actividades que se han desarrollado hasta el momento.
2. En la vida cotidiana estas actividades ¿Cómo te han podido ayudar?
3. Esa regla de tres que hemos venido trabajando ya en varias sesiones ¿En qué te puede ayudar esta aproximación en las actividades a esas reglas de tres?
4. ¿Qué herramientas a ti como docente te han brindado y han proporcionado los encuentros que has tenido con nosotros?

Anexo 10: Entrevista 2. Evaluación del Proceso Investigativo por Lorena

Esta entrevista se realiza con el fin de obtener información sobre las reflexiones que suscita en la docente Lorena el proceso general de la investigación en el que nos aproximamos a actividades de modelación matemática. Las preguntas que se realizaron fueron:

1. ¿Qué opinión tiene acerca de las actividades que se han realizado hasta el momento en el proceso de investigación?
2. De acuerdo a las experiencia compartida en este proceso de investigación describa y explique cómo le ha aportado (si considera que ha habido tales aportes) a su proceso personal y como docente desde los siguientes aspectos:
 - Conocimiento matemático
 - Enseñanza de las matemáticas
 - Tipo de problemas desde los cuales estructurar el aprendizaje de los conceptos matemáticos
 - La modelación matemática
3. ¿En tu práctica docente estas actividades han tenido algún efecto? ¿Cuál? ¿y en tus actividades cotidianas?
4. ¿Cómo cree que influye en el aprendizaje de los estudiantes la modelación matemática?
¿El proyecto de investigación te ha ayudado en este aspecto?

5. Atrevámonos a plantear hipótesis:
¿Cómo cree que podría aportarle a la institución educativa la aproximación de los docentes a la modelación matemática?
6. ¿Qué aspectos de su realidad cercana a nivel personal, profesional, institucional considera que se podrían estudiar matemáticamente?
7. Después de la exposición preguntarle los cuestionamientos preparados para esa exposición: ¿Qué beneficios y dificultades crees que puede tener la implementación en el aula de una metodología como la que se ha venido trabajando?

Anexo 11: Certificados de participación en el IV Congreso Internacional de Modelación de las Ciencias Básicas



VI Congreso
Internacional de
Formación y Modelación en Ciencias Básicas

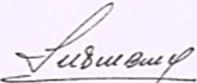


UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

CERTIFICA QUE:

SUGEY ANDREA GONZÁLEZ
Asistió en calidad de
PONENTE

Con su presentación: "REFLEXIONES DOCENTES A PARTIR DE ACTIVIDADES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA con una intensidad de media hora, dictado en el marco del VI Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas, realizado en la Universidad de Medellín los días 7, 8 y 9 de mayo de 2014.


LUZ DORIS BOLÍVAR YEPES
Vicerrectora Académica


JOSÉ ALBERTO RÚA VÁSQUEZ
Jefe Departamento
de Ciencias Básicas



UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN

CERTIFICA QUE:

CRISTIAN CAMILO LÓPEZ ZAPATA
Asistió en calidad de
PONENTE

Con su presentación: "REFLEXIONES DOCENTES A PARTIR DE ACTIVIDADES DE MODELACIÓN MATEMÁTICA con una intensidad de media hora, dictado en el marco del VI Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas, realizado en la Universidad de Medellín los días 7, 8 y 9 de mayo de 2014.


LUZ DORIS BOLÍVAR YEPES
Vicerrectora Académica


JOSÉ ALBERTO RÚA VÁSQUEZ
Jefe Departamento
de Ciencias Básicas

Anexo 12: Certificados de participación en el 15 Encuentro Colombiano de Matemática Educativa



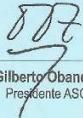
CERTIFICAN QUE:

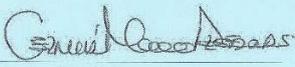
**Sugey Andrea González Sánchez, Cristian Camilo López Zapata,
Lina María Muñoz Mesa**

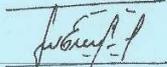
Presentaron la Comunicación Breve titulada **“Reflexiones Docentes a partir de Actividades de Modelación Matemática”**

**15º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa
Formación de ciudadanos matemáticamente competentes**

Realizado en Bucaramanga, los días 6, 7 y 8 de Octubre de 2014


Gilberto Obando Zapata
Presidente ASOCOLME


Germán Moreno Arenas
Decano Facultad de Ciencias UIS


Jorge Enrique Fiallo Leal
Director Escuela de Matemáticas UIS