



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

**Una aproximación al tratamiento escolar de la magnitud área desde la teoría
de la objetivación**

**MARTHA CECILIA ORTIZ SÁNCHEZ
YULY ANDREA URIBE PULGARÍN**

**Asesor
Magister
JESÚS MARÍA GUTIÉRREZ MESA**

**Trabajo presentado para optar por el título de Licenciadas en Educación
Básica con Énfasis en Matemáticas**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN
MATEMÁTICAS
MEDELLÍN
2015**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN**

**TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR AL TÍTULO DE
LICENCIADAS EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS**

**UNA APROXIMACIÓN AL TRATAMIENTO ESCOLAR DE LA MAGNITUD ÁREA
DESDE LA TEORÍA DE LA OBJETIVACIÓN**

**Martha Cecilia Ortiz Sánchez
Yuly Andrea Uribe Pulgarín**

Asesor: Jesús María Gutiérrez Mesa

Nota de aceptación

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Medellín

2015



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

AGRADECIMIENTOS

Nos gustaría que estas líneas sirvieran para expresar nuestro profundo y sincero agradecimiento a todas aquellas personas que con su ayuda han colaborado en la realización de la presente investigación, en especial a nuestras familias por su apoyo, motivación y ayuda incondicional en cada paso que dimos en el camino de la misma.

Al Magister Jesús María Gutiérrez Mesa, asesor de esta investigación, por la orientación y el seguimiento en la misma, pero sobre todo por la motivación e incondicional apoyo recibido a lo largo de estos años.

También expresar nuestros agradecimientos a todas las personas que nos abrieron las puertas en la Institución Educativa Jesús María - El Rosal para lograr realizar todo el proceso de observación y recolección de la información.

A todos ellos, muchas gracias.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



RESUMEN

El trabajo de investigación es una aproximación al tratamiento escolar (Olmo, 2007) de algunas nociones de la Magnitud Área desde la Teoría de la Objetivación (Radford, 2004, 2006, 2011, 2014). El objetivo de la investigación es analizar cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área. Así, se desarrolla la investigación bajo un enfoque cualitativo y desde una metodología de estudio de casos, donde se hace pertinente analizar la toma de decisiones, las acciones kinestésicas, las verbalizaciones, entre otros Medios Semióticos de Objetivación, desencadenados en las participantes. En la investigación participaron tres estudiantes del grado 4° de primaria de la Institución Educativa Jesús María - El Rosal.

Durante el proceso de la investigación, se diseñaron y aplicaron tareas y en torno a éstas se realizaron entrevistas, diarios de campo, registros fotográficos y grabaciones de video, para analizar los Medios Semióticos de Objetivación de los que se valían las participantes para resolverlas.

El análisis de la información se hizo a partir de la triangulación entre los referentes teóricos, las producciones de las participantes y el análisis de las investigadoras.

Palabras claves: Medios Semióticos de Objetivación, objetivación-subjetivación y Magnitud Área.

TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTOS.....	III
RESUMEN.....	IV
LISTA DE ESQUEMAS.....	VII
LISTA DE IMÁGENES.....	VIII
LISTA DE FOTOS.....	IX
INTRODUCCIÓN.....	10
1. NUESTRO CENTRO DE PRÁCTICA.....	12
1.1 Descubro y describo mi colegio.....	14
1.2 Analizando el contexto.....	15
2. UNA APROXIMACIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	21
3. ESTADO DEL ARTE.....	25
4. PROCEDIMIENTOS METODOLÓGICOS.....	29
5. HORIZONTE TEÓRICO.....	36
5.1 Un acercamiento a la semiótica.....	36
5.2 Teoría de la objetivación.....	39
5.3 Magnitud Área.....	45
5.3.1 Tratamiento conceptual.....	45
5.3.2 Tratamiento procedimental y didáctico.....	48
5.3.2.1 Percepción y comparación.....	49
5.3.2.2 Medición.....	50
5.3.2.3 Instrumentos de medida.....	51
5.3.2.4 Aritmetización del área.....	52
5.3.2.5 Proceso de cálculo.....	52

5.3.2.6 Estimación.....	52
5.3.2.7 Tareas.....	53
6. PROCESOS DE OBJETIVACIÓN-SUBJETIVACIÓN DE LA MAGNITUD ÁREA.....	54
6.1 Categoría I. El área como teselado (recubrimiento): “huequitos chiquiticos”.....	55
6.2 Categoría II y III. . El área como “conteo de cuadritos” y el área como producto “lado por lado”.....	60
7. CONSIDERACIONES FINALES.....	78
8. CONCLUSIONES.....	82
9. REFERENCIAS.....	87
10. ANEXOS.....	93
10.1 Anexo 1: Tarea de indagación.....	93
10.2 Anexo 2: Tarea 1 percepción del concepto de área.....	95
10.3 Anexo 3: Tarea 2 recubriendo áreas con pentominós.....	97
10.4 Anexo 4: Tarea 3 comparando áreas con el tangram.....	101
10.5 Anexo 5: Tarea 4 midiendo con mallas milimetrada.....	103
10.6 Anexo 6: Consentimientos informados.....	105

LISTA DE ESQUEMAS

Esquema 1 - Diseño de la investigación.....	13
Esquema 2 - Contexto de la Institución Educativa Jesús María- El Rosal.....	14
Esquema 3 - Idea de saber matemático I.....	19
Esquema 4 - Idea de saber matemático II.....	20
Esquema 5 - Relaciones entre el currículo propuesto, desarrollado y alcanzado.....	21
Esquema 6 - Procedimientos metodológicos.....	30
Esquema 7 - El caso.....	32
Esquema 8 - Técnicas.....	35
Esquema 9 - Becoming-Knowing.....	43
Esquema 10 - Malla curricular Magnitud Área.....	49

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

LISTA DE IMÁGENES

Imagen 1 - Resultado de las Pruebas Saber realizadas para el grado tercero.....	22
Imagen 2 - Pregunta Pruebas Saber realizada en el año 2102 para el grado tercero.....	23
Imagen 3 - Pregunta Pruebas Saber realizadas en el año 2013 para el grado tercero.....	24
Imagen 4 - Pregunta 5 de la tarea de indagación.....	61
Imagen 5 - Respuesta de la pregunta 5 de la tarea de indagación.....	62
Imagen 6 - Respuesta de la pregunta 4 de la tarea de indagación.....	66
Imagen 7 - Respuesta de la pregunta de la tarea 4.....	77
Imagen 8 - Respuesta de la pregunta 1 de la tarea de indagación.....	79
Imagen 9 - Respuestas de las preguntas 1 y 2 de la tarea de indagación.....	80
Imagen 10 - Respuesta de participante 1 a la pregunta 3 de la tarea de indagación.....	82
Imagen 11- Respuesta de participante 2 a la pregunta 3 de la tarea de indagación.....	82

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

LISTA DE FOTOS

Foto 1 - Superficie encerrada con hexágonos.....	56
Foto 2 - Recubriendo áreas.....	56
Foto 3 - Superficies encerradas con cuadrados, triángulos y hexágonos.....	57
Foto 4 - Producción de una de las participante en la tarea de indagación.....	58
Foto 5 - Reconociendo figuras.....	59
Foto 6 - Midiendo áreas.....	63
Foto 7 - Área como conteo de cuadrados.....	64
Foto 8 - Área como producto de los lados.....	65
Foto 9 - Composición de áreas I.....	69
Foto 10 - Composición de áreas II.....	69
Foto 11 - Composición de áreas III.....	70
Foto 12 - Composición de áreas IV.....	70
Foto 13 - Reconociendo las unidades.....	70
Foto 14 - Reconponiendo las figuras I.....	71
Foto 15 - Reconponiendo las figuras II.....	71
Foto 16 - Construcción participante 1.....	74
Foto 17 - Construcción participante 2.....	74
Foto 18 - Construcción participante 3.....	74
Foto 19 - Figuras en cartón paja.....	76
Foto 20 - Malla milimetrada.....	76



INTRODUCCIÓN

En el contexto escolar, se hace necesario analizar los aspectos involucrados en la enseñanza-aprendizaje¹ de las matemáticas, por tal motivo es significativo reconocer que el conocimiento matemático se constituye a través de la relación con el otro. Así, la educación, entendida a la luz de la Teoría de la Objetivación, no puede ser planteada en términos de difusión de saberes, en este sentido la educación debe ser un proyecto más englobante, más general, que incluya también al sujeto que aprende y al sujeto que enseña.

Dentro de esta teoría, no se ve al sujeto que aprende como consumidor, ni al sujeto que enseña como un agente meticulosamente ocupado en la inculcación de competencias de consumo en los niños. De este modo, tanto el estudiante como el profesor, son sujetos humanos, culturales e históricos: sujetos en formación y transformación continua. Esta idea de educación va orientada no solamente hacia el saber, sino también hacia el ser. Dentro de esta perspectiva, la escuela no se restringe a la producción de saberes, sino también a la producción de subjetividades, producciones de individuos, culturales e históricos.

De otro lado, el tratamiento escolar del conocimiento matemático, específicamente el pensamiento métrico y sistema de medidas, puntualmente la Magnitud Área, requieren de

¹ Partimos de la idea de que tanto el estudiante como el profesor, son sujetos culturales e históricos, sujetos en formación y transformación continua, por lo tanto, ambos - profesor y estudiante - se relacionan entre sí y a su vez con el conocimiento, es así como los procesos de enseñanza-aprendizaje no se dan por separados, y desde la Teoría de la Objetivación, hacen referencia a los procesos de objetivación-subjetivación, donde el sujeto se conoce y a su vez es transformado, así el saber y las subjetividades son producidos y reproducidos en el aula de clase.



mediadores para acceder a ella, pues éstos no son asequibles de forma directa, se hace necesario nos Medios Semióticos que dan cuenta de lo que el sujeto está “haciendo consciente” frente a los objetos matemáticos, de ahí que la propuesta de investigación abarque el análisis de la relación que se establece entre los Medios Semióticos y los procesos de objetivación-subjetivación de algunas nociones básicas de la Magnitud Área.

Para ello, se realizó un trabajo de investigación con estudiantes del grado cuarto de la educación básica primaria de la Institución Educativa Jesús María El Rosal, bajo una problemática encontrada en el mismo contexto de la institución, la mirada se hace desde la teoría sociocultural definida por Luis Radford, bajo el marco de la teoría de la objetivación y para el tratamiento didáctico, conceptual y procedimental de la Magnitud Área se retoma a María Ángeles del Olmo, Francisca Moreno, Francisco Gil y Carmen Chamorro.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



1. NUESTRO CENTRO DE PRÁCTICA

Este trabajo de investigación se realizó en el marco de nuestra práctica pedagógica, con estudiantes del grado cuarto de la educación básica primaria. Este proceso se desarrolló en tres etapas: observación, intervención y sistematización. La primera etapa que nos permitió identificar elementos del contexto, la segunda etapa durante la cual se realizó el proceso de intervención y por último se realizó el proceso de sistematización.

Se tomó la definición de Cerda (1991) para hacer referencia al diseño de nuestra investigación, “La expresión “diseño de investigación” sirve para designar el esquema, prototipo, modelo o estructura que indica el conjunto de decisiones, pasos y fases por realizar en el curso de una investigación” (p. 128). De ahí, que iniciáramos nuestra investigación analizando el contexto institucional, social y los documentos legales para estructurar la observación y contextualización de la institución. Luego, se encuentran los componentes que tienen que ver con la formulación de la problemática; después, para acercarnos a la respuesta de nuestra pregunta de investigación, se tomó de un lado, los procedimientos metodológicos y de otro, el horizonte teórico.

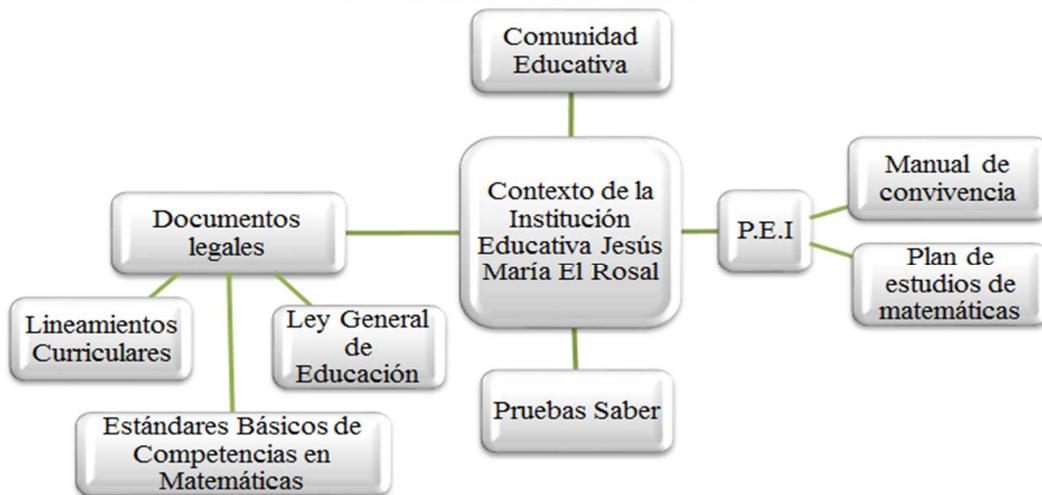
Posteriormente, se realizó el análisis a partir de la triangulación entre las producciones de las participantes, nuestros análisis como investigadoras y los referentes teóricos que nos permitieron identificar e interpretar las categorías emergentes y finalmente, se llegaron a unas conclusiones, como se muestra en el esquema 1:



Esquema 1- Diseño de la investigación

Nuestra primera intención fue conocer el contexto de la institución educativa, como punto de partida para llevar cabo todo el proceso de la práctica pedagógica, para ello hicimos lectura del contexto social, institucional, P.E.I, documentos legales y las Pruebas Saber , donde, se centró la atención en el manual de convivencia, el plan de área de matemáticas, los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias en matemáticas y los resultados de las pruebas saber, todo esto en contraste con el ejercicio de observación en el aula. Como bien se sabe, estos componentes dan cuenta del tratamiento de los conceptos propios de la matemática, y de alguna manera reflejan la forma como se entretajan las relaciones entre los maestros y estudiantes y entre los mismos estudiantes. Además, mediante esta lectura se pudo identificar cómo se propone el tratamiento de la matemática, cómo se desarrollan las diversas

relaciones en términos de los aprendizajes, y lo alcanzado por la institución, por lo tanto nos enfocamos en estos ejes fundamentales que sirvieron de guía para todo el proceso de contextualización, como se especifica en el esquema 2:



Esquema 2- Contexto de la Institución Educativa Jesús María- El Rosal

1.1 Descubro y describo mi colegio

El espacio que nos acogió para realizar la práctica pedagógica fue la Institución Educativa Jesús María - El Rosal. Es una institución de carácter oficial y centra sus actividades en la formación de la mujer. Está ubicada al Nor-oriente de la ciudad de Medellín y pertenece a la comuna 5 del barrio Castilla.

La Institución fue fundada el 16 de Agosto de 1966, después de sufrir varias transformaciones desde la escuela urbana de niñas El Rosal, luego Liceo Jesús María y el IDEM Margarita Correa de Escobar, hasta convertirse en lo que es hoy; además, es liderada por la



congregación de religiosas de Jesús María de Medellín, cuyo proyecto educativo es el espíritu de la pedagogía de Santa Claudina Thevenet, que se fundamenta en valores como el amor, el perdón y el espíritu de familia.

Ahora bien, relacionando lo anterior con lo observado en las visitas realizadas a la institución, se evidencia que existe una presencia permanente de las religiosas, lo que implica que la institución cuente con un ambiente propicio para el desarrollo de las clases y la formación en valores, sin embargo, esto contrasta con el otro contexto del cual provienen las niñas, pues el barrio Castilla no es ajeno a los problemas sociales y económicos que atraviesan tantos barrios de nuestra ciudad, convirtiéndose así en un sector muy complejo, donde existen situaciones de violencia, de abandono, de conflicto y riesgo social, lo que explica en alguna medida por qué las estudiantes son inquietas, desmotivadas en lo académico, agresivas y bruscas en el trato, lo que implica que la atención del docente en muchas ocasiones se desvíe de lo académico al fortalecimiento de los valores, y fundamentalmente en relación con la convivencia en el aula de clase.

1.2 Analizando el contexto

Ahora bien, como se dijo anteriormente, en primera instancia centramos el interés en analizar el contexto que entreteje la institución, de allí que se hiciera necesario conocer las relaciones que se daban en torno al saber, la filosofía y las prácticas para la convivencia. Así, vimos pertinente revisar el plan de área, el manual de convivencia y realizar observaciones en el aula de clase, entendiendo la *observación* como la “capacidad para identificar o reconocer



aquellos aspectos que resulten fundamentales para el interés de la observación, requiere una organización y planeación, además de una reflexión crítica de los hechos observados” (Bell, 2002, p.173), en este sentido la observación nos permitió percibir las acciones, los gestos y el lenguaje verbal que las estudiantes utilizaban a la hora de “hacer consciente” aquello que estaban objetivando-subjetivando.

Así mismo, como la *observación* no sólo se queda en la contemplación de los sucesos, sino que trasciende y va más allá, decidimos utilizar una técnica que junto con la observación nos permitiera realizar el diseño, articulación y reflexión de los hechos observados. Por tal motivo, implementamos los *diarios de campo pedagógicos*, definidos como

(...) Herramientas que el maestro elabora para sistematizar sus experiencias (...), el diario de campo como herramienta asume la tarea de resolver problemas prácticos y reflexionar sobre los elementos para modificar las prácticas y garantizar los propósitos de la investigación. (Secretaría de Educación de Medellín, 2014, s n)

Una vez se identificaron las técnicas y estrategias para el proceso de observación, nuestro siguiente paso a seguir fue indagar por las prácticas para la convivencia y la filosofía de la institución. Así, el manual de convivencia fue uno de los documentos rectores que nos permitió identificar no sólo la forma cómo se piensa la institución educativa, sino también la noción de los sujetos y cómo se tejen las relaciones interpersonales, para facilitar los procesos de enseñanza- aprendizaje.

Otro aspecto que se destaca, es la educación orientada en valores cristianos, académicos, culturales y profesionales, dedicados a la formación de niñas y jóvenes a través de una sólida



educación que les permita responder a los requerimientos de su entorno social, todo ello se destaca con el trabajo en valores cristianos y profesionales de las estudiantes, además de otros valores que se encuentran consignados en el manual de convivencia.

Puede apreciarse, en el planteamiento, que se hace un énfasis en el desarrollo de una comunidad educativa líder en la sociedad, que pretende ser reconocida por la vivencia de los valores humano-cristianos, por su compromiso social, ambiental y los altos niveles de aprendizaje que permitan afrontar los desafíos planteados por las situaciones cambiantes del país y del mundo. Así mismo, el propósito de la institución está ligado al apoyo permanente en el proceso de las estudiantes en cuanto a descubrir y desarrollar sus aptitudes físicas, intelectuales y afectivas para que acepten sus propias cualidades y limitaciones, propiciando el crecimiento de su dimensión social.

Es así, como se observa que entre lo propuesto en el manual de convivencia y lo que realmente se vive en la institución, existe una ruptura con el contexto del cual vienen las niñas, porque de alguna manera este contexto influye en el desarrollo de las clases y genera un conflicto con el conocimiento, a pesar del impulso que se le da en la misión y en la visión en términos de la formación de valores.

Otro elemento en el cual pusimos nuestra mirada fue en la Ley General de Educación de donde, se retomaron algunos de los fines planteados, tales como:

El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al

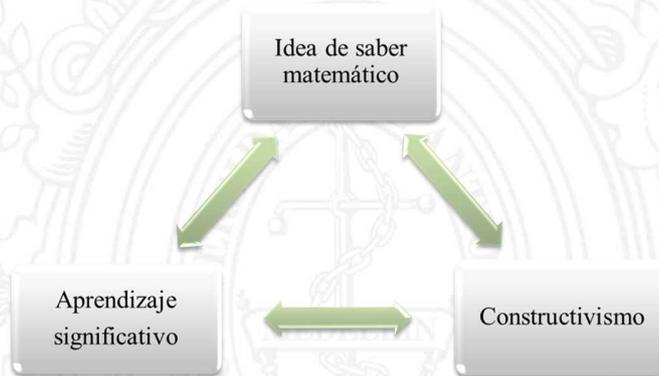
mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país”, y “La promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo (MEN, 1994, s n).

Donde, las matemáticas, cumplen la función de formar sujetos para vivir en sociedad, sujetos con habilidades para cuestionar, examinar y considerar posibles alternativas de solución a las problemáticas del mundo actual. Así mismo, desde la revisión del manual de convivencia se lee que la institución centra su formación en el carácter social de los individuos, desde todas las áreas de conocimiento, pues la matemática se vislumbra como una herramienta que posibilita mejorar la calidad de vida y la participación activa en la sociedad.

Así mismo, desde el análisis del plan de área de matemáticas y la realización de las observaciones en el aula la institución declara una idea de saber matemático, basada en una metodología constructivista y en el aprendizaje significativo. De esta manera, se plantea que “el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, que se realiza con los esquemas que ya posee y con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea” (Plan de área, 2013), lo que se evidencia en la postura que toman frente a la formación de sujetos, pues se busca que la estudiante vaya construyendo su propio conocimiento con base en las orientaciones y herramientas dadas por el docente y en los conocimientos que ésta ya ha adquirido con anterioridad.

También, se afirma que el aprendizaje significativo surge “cuando el estudiante, como constructor de su propio conocimiento, relaciona los conceptos a aprender y les da un sentido a

partir de la estructura conceptual que ya posee” (Plan de área, 2013, s n). De esta manera se pretende que el aprendizaje de la estudiante se lleve a cabo como un proceso mediante el cual se adquieren nuevos conocimientos, destrezas, habilidades o conductas teniendo en cuenta sus ideas previas más relevantes, como se especifica en el esquema 3:



Esquema 3 - Idea de saber matemático I

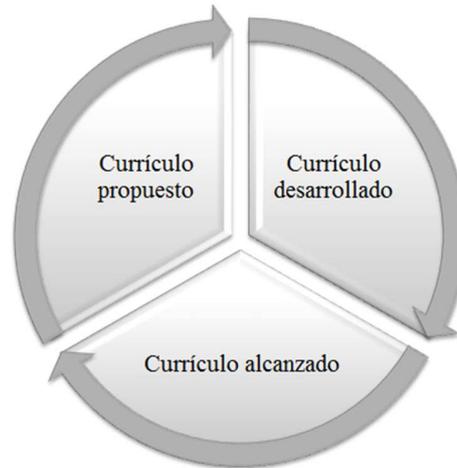
Además, pudimos identificar que de alguna forma en el plan de área de matemáticas se toman elementos de las siguientes corrientes epistemológicas: intuicionista, formalista y logicista, pues se hace énfasis en tareas que involucran el trabajo individual con objetos “manipulables” que no son especificadas en el plan de área, pero que implícitamente son ejercidas. Así, se conciben “las matemáticas como un fruto de la elaboración que hace la mente a partir de lo que percibe a través de los sentidos” (MEN, 1998, p. 24). Además, se plantean diversas actividades - que, como lo definen ellos, son lecturas, escritos, talleres, pruebas escritas, ejercicios de cálculo mental y talleres de repaso - donde la estudiante refuerza el cálculo y trabaja de forma individual a partir de las definiciones, teoremas y axiomas matemáticos. Igualmente, contiene la postura del logicismo planteada por Kurt Gödel, donde la teoría de conjuntos y el

lenguaje formal - la técnica de calcular - se convierten en el eje fundamental para el desarrollo de las matemáticas en el aula, como se muestra en el esquema 4:



Esquema 4 - Idea de saber matemático II

Una vez identificado lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional y lo que realmente se desarrolla en la Institución - observado en las clases - nuestra preocupación fue indagar por los desempeños de las estudiantes frente al proceso de aprendizaje de las matemáticas, como se puede evidenciar en el esquema 5. De ahí, que iniciáramos un rastreo en las Pruebas Saber del grado tercero para el área de matemáticas realizadas en el año 2012, porque de alguna manera ellas permiten evidenciar fortalezas y debilidades de las estudiantes frente al conocimiento matemático.



Esquema 5 - Relaciones entre el currículo propuesto, desarrollado y alcanzado.

2. UNA APROXIMACIÓN AL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Es importante aclarar que nunca quisimos plantear preguntas de investigación desde el seminario de práctica para llevar a la institución, sino que siempre se tuvo el interés de indagar por la situación del contexto de la misma, para encontrar situaciones que permitieran iniciar un trabajo de tipo investigativo. Por tanto, las observaciones de clase permitieron evidenciar que no se hacía un tratamiento métrico de la Magnitud Área como tal, así mismo las Pruebas Saber se constituyeron en un instrumento válido para encontrar la problemática.

En los resultados arrojados por las Pruebas Saber del año 2012 encontramos que en comparación con los establecimientos educativos con puntaje promedio similares en el área y grado, la Institución Educativa Jesús María- El Rosal es, relativamente fuerte en el componente

numérico-variacional, débil en el componente aleatorio y muy débil en el componente geométrico-métrico, como se observa en la imagen 1, y entre las magnitudes que se evaluaron (volumen, tiempo, área y longitud) - observamos que una de las más débiles fue la Magnitud Área.

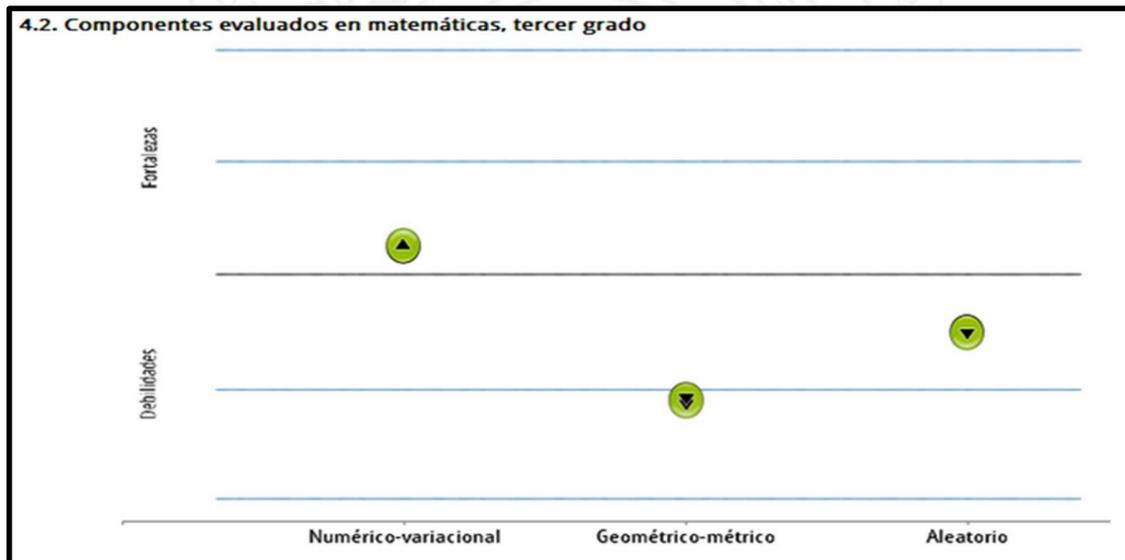


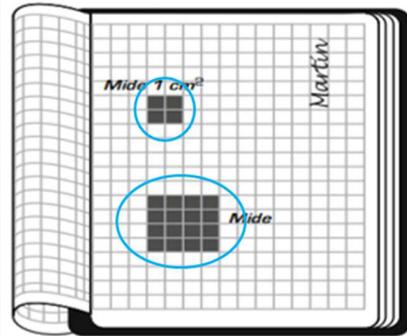
Imagen 1- Resultado de las Pruebas Saber realizadas para el grado tercero²

Uno de los aspectos que nos llamó la atención fueron las formas de comunicar o de hacer la pregunta referenciadas en los cuadernillos de las Pruebas Saber, debido a que involucraban diferentes formas del lenguaje: el lenguaje verbal, figural y simbólico, como se observa en la imagen 2:

² Tomado de MEN-ICFES. Resultado de las Pruebas Saber realizadas en Octubre de 2012 para el grado tercero



2. Este es el cuaderno de matemáticas de Martín



¿Cuál es la medida del cuadrado más grande que dibujó Martín?

A. 1 cm².
B. 2 cm².
C. 4 cm².
D. 8 cm².

Imagen 2 - Pregunta Pruebas Saber realizada en el año 2012 para el grado tercero³

Para profundizar en las ideas expuestas anteriormente, se puede observar en la imagen 1 el tipo de preguntas planteadas, donde se evidencia el uso de algunas formas de lenguaje, por ejemplo el lenguaje verbal, “¿cuál es la medida del cuadrado más grande que dibujó Martín?”, enunciado de la pregunta, que dado su contexto tiene unas significaciones especiales, en relación con la vida cotidiana o con el lenguaje propio de las matemáticas. También, utilizan el lenguaje figural, empleando unos cuadrados sombreados para referirse a la medida del área que debe ser hallada. Además, la utilización del lenguaje simbólico, “1 cm², 2 cm², 4 cm² y 8 cm²”, donde se plasman los símbolos de unas palabras con las cuales se nombran las unidades de medida del área, en este caso centímetro “cm”, pero también hay un *dos* que no siempre es leído en términos de la dimensionalidad, sino que aparece como un número más para las estudiantes.

Como se expuso anteriormente, las preguntas fueron realizadas en términos de unas expresiones del lenguaje, de las cuales posiblemente las estudiantes no tenían su significado, de

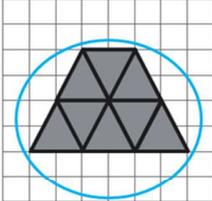
³ Tomado de MEN-ICFES. Pruebas Saber realizadas en Octubre de 2012 para el grado tercero



allí, que los resultados de las Pruebas Saber dieran cuenta de algunas debilidades de los estudiantes en el componente geométrico-métrico. Por lo tanto, nos surge la inquietud de qué forma esas expresiones del lenguaje facilitaron o impidieron que las respuestas de las preguntas fueran acertadas.

Volvimos a indagar en las Pruebas Saber del año 2013, y se encontró nuevamente que se es reiterativo en la manera de preguntar en términos de las mismas formas del lenguaje, como se muestra en la imagen 3:

12. Un trapecio se puede armar con 8 triángulos iguales, así:



Cada  tiene 2 cm² de área.

¿Cuál es el área del trapecio?

A. 2 cm².
B. 8 cm².
C. 10 cm².
D. 16 cm².

Imagen 3 - Pregunta Pruebas Saber realizada en el año 2013 para el grado tercero⁴

Encontramos en los resultados arrojados por el ICFES que nuestro centro de práctica sigue siendo débil en relación con las demás instituciones de características similares que fueron evaluadas, en el componente geométrico-métrico, de allí que nos siguiéramos preguntando de qué forma esas expresiones del lenguaje, que en el marco de la Teoría de la Objetivación, hace

⁴ Tomado de MEN-ICFES. Pruebas Saber realizadas en Octubre de 2013 para el grado tercero



referencia a uno de los Medios Semióticos de Objetivación, facilitan o impiden la objetivación-subjetivación de los conceptos involucrados en la pregunta.

De estas indagaciones surge nuestra problemática, de donde es pertinente hablar de los Medios Semióticos como desencadenantes de procesos de objetivación-subjetivación de algunas nociones básicas de la Magnitud Área y por tal motivo, nos planteamos la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área?

De la cual se desprende el objetivo:

Analizar cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área.

3. ESTADO DEL ARTE

Ahora bien, con el objetivo de conocer los antecedentes de nuestra problemática, se rastrearon trabajos de pregrado bajo la línea del pensamiento espacial y métrico, realizados durante los últimos diez años. Inicialmente, se indagó en los trabajos de investigación relacionados con el pensamiento espacial, destacando los siguientes:



En el trabajo de Rueda, L., Ríos, C. & Martínez, D. (2009) titulado *Aportes a la construcción de la noción de espacio de los estudiantes del grado 5° de la Institución educativa Alberto Lebrún Múnera*, se afirma que la comprensión y el desarrollo de la descentración les permite a los estudiantes reconocer y desenvolverse mejor en el espacio que los rodea, no sólo desde su posición sino desde la posición del otro.

Otra de las investigaciones realizada por Cardona, S., Rave, J. & Muñoz, J. (2012) llamada *La geometría en el aula: una propuesta para la interpretación de conceptos e ideas matemáticas y físicas*, concluyen que la implementación del material concreto y el uso de guías es fundamental para el aprendizaje, además reafirmaron que la geometría, como lo plantean los documentos legales, debería enseñarse de una manera contextualizada y relacionada con la matemática.

Así mismo, encontramos el trabajo elaborado por Aguirre, L., Ávila, P., Echeverri, P., Quintero, L. & Triana, M. (2006) denominado *Desarrollo del pensamiento espacial y la formulación de problemas geométricos*, se afirma que para obtener mejoras significativas en los procesos de aprendizaje de la geometría en los estudiantes de educación básica, se debe partir de la recuperación de la intuición espacial en los programas diseñados en el área de matemáticas de cada institución educativa, donde prime la manipulación, la exploración, la experimentación, el planteamiento y la verificación de hipótesis.

Siguiendo con el pensamiento espacial, se encontraron otros trabajos titulados "*La formulación de problemas de geometría y la construcción del espacio en los alumnos de segundo grado de la institución educativa javiera londoño*" (Restrepo, C., 2007) y

“Pensamiento espacial: el proceso de representación de figuras tridimensionales en el plano bidimensional” (Betancur, J., Londoño, Y., Martínez, L., Posada, F. & Rúa T., 2008). En el primer trabajo, los autores concluyen que en los alumnos de grado segundo predomina la formulación de problemas pertenecientes al pensamiento numérico sobre el pensamiento espacial, haciendo énfasis para la formulación de los primeros en las operaciones, básicamente en la parte de estructuras aditivas, y en los segundos en las relaciones Euclídeas, basándose para ello en el pensamiento métrico, concretamente en la medida. En cuanto al segundo, se indaga sobre los procesos y las actividades que contribuyan al fortalecimiento de habilidades necesarias para que los estudiantes realicen una adecuada representación de figuras tridimensionales en el plano bidimensional, donde los autores concluyen que en las actividades realizadas se identificaron algunos procesos como la visualización y la percepción que contribuyen al fortalecimiento de habilidades en relación con la representación de figuras tridimensionales en el plano.

En relación con el pensamiento métrico y los sistemas de medida se indagaron los siguientes tres trabajos; el primero realizado por Carmona, M., Carvajal, A., Góez, S. & Vélez, A. (2008) *Reflexiones didácticas sobre los procesos de medición de longitudes en el grado quinto de primaria*, plantean la necesidad de medición al reconocer la magnitud longitud y la unidad correspondiente para medirla, además se necesita de un desarrollo del proceso de estimación de longitudes con objetos presentes y un establecimiento de equivalencias entre unidades de longitud no convencionales para construir un sistema de medida. En el segundo trabajo escrito por Zapata, F., Cano, N., Muñoz, D., Carmona, E. & Cadavid, S. (2006) *Situaciones problemas para la enseñanza de la magnitud área*, concluyen que la enseñanza de la magnitud área tradicionalmente se ha hecho a partir de un enfoque aritmético, donde prima el



cálculo y la conversión de unidades de área y el único contexto desde donde se enseña esta magnitud es a partir de las propiedades de los polígonos y su fórmula geométrica. De ahí, que el estudiante no construya el verdadero sentido y significado que tienen las unidades estándar y las fórmulas geométricas.

Finalmente, en el tercer trabajo realizado por García, H., Daza, J. & Úsuga, J. (2010) *Una aproximación al perímetro y al área a través de situaciones de medida*, se indaga por los conceptos de área y perímetro de figuras planas, donde se concluye que los estudiantes utilizan tres grandes estrategias en las situaciones de medida del área y el perímetro, dadas las unidades con las que se les propone medir, ellas son: por conteo, adición repetida y multiplicación.

Como se visualiza en lo descrito anteriormente, en cuanto a los pensamientos espacial y métrico, específicamente con la Magnitud Área, los trabajos se amplían en la dirección del trabajo docente, es decir, su objeto de estudio está centrado en la enseñanza y no en el aprendizaje, dejando de lado el estudio de los procesos de los estudiantes, cuyos procesos son los que, de alguna manera, dan cuenta del “hacer consciente” de los conceptos que se están objetivando. Además, en la única tesis donde se habla del concepto de área, se aborda desde un enfoque de situaciones problemas.

Ahora bien, como la pretensión es analizar cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área, entonces se rastrearon trabajos con un enfoque sociocultural y se encontró en la investigación realizada por Gallego, J., Restrepo, D., Betancur, S. & Tapias, J. (2013) denominada *Los medios culturales semióticos: una posibilidad para aproximarse a la*



multiplicación, que la utilización de los Medios Semióticos de Objetivación, no responden a la casualidad, revelan por el contrario el hecho de que contienen propósitos claros y definidos históricamente por la cultura, pues los autores concluyen que los estudiantes a la hora de enfrentarse con una tarea, se valen de gestos, palabras, esquemas y otros medios cargados de significados culturales, para comprender lo que deben hacer y llevarlo a cabo. También, plantean que estos medios están dotados de sentidos culturales que determinan sus formas y sus usos en los sujetos y son los que hacen posible evidenciar aquello que los estudiantes hacen para así y entender un poco qué es lo que saben. Esto es, lo que en la teoría sociocultural es servirse de artefactos, acciones, gestos, movimientos coordinados, entre otros. Finalmente, muestran que los Medios Semióticos de Objetivación tienen una historia que los dota de sentidos culturales que determinan sus formas y sus usos en el acto educativo.

4. PROCEDIMIENTOS METODOLÓGICOS

En relación con lo metodológico se tomaron autores como Sandoval (2002), Stake (1999) y Galeano (2012), quienes definen el enfoque de investigación cualitativa, la estrategia de estudios de casos y las técnicas, respectivamente, como se muestra en el esquema 6.



Esquema 6 - Procedimientos metodológicos⁵

Teniendo en cuenta que el objetivo de nuestra investigación es analizar cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área, la investigación se desarrolló mediante un enfoque de tipo *cualitativo*, pues como lo plantea Sandoval (2002):

“El enfoque (...) de orden cualitativo le apuntan más a un esfuerzo por comprender la realidad social como fruto de un proceso histórico de construcción visto a partir de la lógica y el sentir de sus protagonistas, por ende, desde sus aspectos particulares y con una óptica interna”(p.11)

Por lo tanto, una investigación de corte cualitativo posibilita tener en cuenta aspectos que involucran lo individual, lo social e institucional de la persona. Así mismo, desde la interacción del investigador con los participantes, la recolección y la interpretación de los datos hacen de la descripción un proceso válido y útil. Además, es un enfoque donde el proceso de investigación

⁵ Tomado y adaptado de “Estrategias de investigación social cualitativa. El giro en la mirada” de Maria Eumelia Galeano Marín (2012)



se hace de manera inductiva, es decir, la problemática se busca dentro del mismo contexto de la institución y no se llevan preguntas previas para desarrollarlas, es así como este paradigma cualitativo fue pertinente, pues respondió a las necesidades de la investigación.

Así mismo, como la investigación se enfoca en un paradigma de tipo cualitativo, entonces se hace pertinente la estrategia de estudio de casos, entendido como:

“los casos que son de interés en la educación y en los servicios sociales los constituyen, en su mayoría personas y programas. Personas y programas se asemejan en cierta forma unos a otros, y en cierta manera son únicos también. Nos interesan tanto por lo que tienen de único como por lo que tienen de común. Pretendemos comprenderlos”, (Stake, 1999, p.15)

Es decir, la dinámica de producción de significados por parte de los actores sociales, fue el eje de nuestra búsqueda, de esta manera para entender al individuo se debe considerar desde el punto de vista del actor, es así como el estudio de casos nos permitió comprender de alguna manera ese contexto que entretene las participantes del caso.

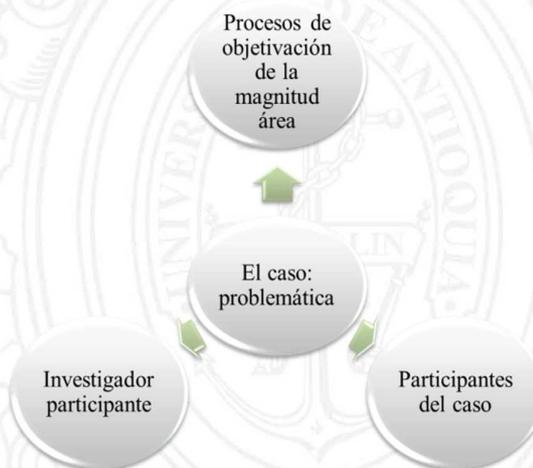
Para la constitución del caso nos basamos en Ceballos (2009), donde el caso:

“(…) tiene un claro límite físico, social o temporal que le confiere entidad. Posee una condición de objeto, más que de proceso. Tiene unos límites y unas partes constituyentes, es un sistema acotado, algo específico. El caso se considera como una totalidad única e integrada, en la que todo acontecimiento depende de esa totalidad, sin que haya que buscar nada fuera”. (p.417)



Por lo tanto, lo delimitamos a la relación que se establece entre los Medios

Semióticos y los procesos de objetivación-subjetivación de algunas nociones básicas de la Magnitud Área, cuyos componentes son: los procesos de objetivación de la magnitud área, las participantes (actores del caso) y los investigadores como participantes activos, como se muestra en el siguiente esquema:



Esquema 7 - El caso

Ahora bien, como el caso no sólo está constituido por la relación que se establece entre los Medios Semióticos y los procesos de Objetivación de algunas nociones básicas de la Magnitud Área, sino también por las *participantes*, entonces teniendo en cuenta el enfoque *cualitativo* y nuestras observaciones en el aula, se seleccionaron tres estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa Jesús María - El Rosal que hicieron parte del caso; cabe señalar, que en las visitas realizadas a la institución, se percibió que las participantes eran curiosas y desde sus acciones, gestos, sus actitudes, producciones orales y escritas, mostraban un interés por participar en las tareas propuestas.



A continuación, se muestra la descripción de las participantes del caso:

Participante 1. Es una estudiante inquieta que está en constante movimiento en el aula de clase; participa activamente de las discusiones y de las socializaciones que se hacen de las tareas, sin ningún temor a equivocarse.

Participante 2. Es una niña tímida y silenciosa, se compromete con la realización de las tareas. Además, posee un lenguaje matemáticamente elaborado.

Participante 3. Es participativa, activa en la clase y aporta a las socializaciones. Es autónoma y responsable para llevar a cabo las tareas. Inquieta por el conocimiento, lo que se evidencia en sus producciones orales y escritas.

Por otra parte, como lo plantean Guba & Lincoln (citado por Ceballos, 2009) “el paradigma cualitativo interpretativo busca minimizar la distancia o separación objetiva entre el investigador y aquellos a quienes estudia (asunto epistemológico); para lograrlo, el investigador interactúa con las personas observándolas por un periodo prolongado, viviendo o colaborando con ellas” (p. 416), de esta manera, desde un enfoque cualitativo de investigación *el investigador* hace parte del caso, en términos de la observación y descripción, intentando conservar las realidades de los participantes, sus visiones y percepciones de los sucesos.



Así, se hizo necesario de una persona con conocimiento en el campo de la pedagogía y en el tratamiento de los conceptos matemáticos, capaz de leer e interpretar las acciones, respuestas, gestos, signos y símbolos de las participantes. Por tal motivo, fue pertinente que nosotras como estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas hiciéramos parte del caso.

Siguiendo en esta misma línea, se retomó la definición de técnica planteada por Galeano (2012), quien afirma que “las técnicas son un conjunto de herramientas para recoger, generar, registrar y analizar información” (p.20), por lo tanto, se diseñaron y se aplicaron tareas, entendiendo tarea como:

“Formas de organizar la actividad educativa o actividad de enseñanza (del lado del maestro) y la actividad de estudio (del lado del estudiante), en función de un conjunto de metas, objetivos, acciones, operaciones, que si bien no son coincidentes, confluyen en un mismo escenario: el aula de clase” (Obando, 2015, p. 67)

Y en torno a esas tareas realizamos entrevistas, diarios de campo, se tomaron registros fotográficos y grabaciones de video, como se muestra en el siguiente esquema:

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Esquema 8 – Técnicas

Con las *tareas* se generaron espacios para la reflexión, la interacción, la discusión y la *objetivación-subjetivación* de la Magnitud Área; a partir de esas tareas se generaron producciones orales y escritas por parte de las estudiantes, que permitieron analizar cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área.

Los *diarios de campo*, nos posibilitaron llevar un registro detallado, reflexivo y analítico de las experiencias observadas y vividas a partir de la interacción de y con las estudiantes, que luego se utilizaron en la realización del análisis desde nuestras propias interpretaciones y desde las ideas de algunos autores.

Las *entrevistas* fueron fundamentales para profundizar en aquellas ideas, nociones y procedimientos que realizaron las participantes y que no eran claras a simple vista para nosotras.



Los *registros fotográficos*, nos permitieron identificar y analizar las producciones de las participantes.

Las *grabaciones de audio*, nos brindaron un testimonio real de los aportes de las estudiantes a través de su lenguaje verbal, de manera que la información no se distorsionara y poder regresar cuantas veces fuera necesario a la información para realizar los posteriores análisis.

5. HORIZONTE TEÓRICO

Para responder a la pregunta de investigación, se rastrearon algunos autores que nos permitieron analizar los conceptos objeto de la presente investigación. Desde lo teórico, se retomó a Radford (2006, 2011, 2014) quien plantea la Teoría de la Objetivación desde un enfoque histórico-cultural. Así mismo, para hablar del tratamiento escolar de la Magnitud Área – desde lo conceptual, procedimental y didáctico de los conceptos - autores como Chamorro (2005) y Olmo (2007).

5.1. Un acercamiento a la semiótica

Para hablar de la Teoría de la Objetivación, se debe considerar la noción de Medios Semióticos de Objetivación, y más aún, es necesario hablar de la semiótica y de las corrientes que contemplan el concepto. En este sentido, en los últimos años, la semiótica ha venido cobrando relevancia en la educación matemática, algunas de las razones se señalan a continuación:



La primera, radica en la generalidad de los objetos matemáticos, debido a que la actividad matemática es en esencia, una actividad simbólica. Lo segundo, tiene que ver con el hecho de que en los años 90's se consideró muy atractiva la comunicación en el aula de clase, debido a su trascendencia en el aula, desde la mirada del maestro como la del investigador. Con este panorama, la semiótica, con toda su estructura, surge como una teoría pertinente para dar cuenta de la *complejidad discursiva* (Radford, 2006).

Tercero, se hace inminente el creciente uso de artefactos tecnológicos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas (Radford, 2006). Nuevamente, la semiótica, con toda su estructura, surge como una teoría pertinente para dar cuenta del papel de estos artefactos.

En cuarto lugar, y por último, Radford (2006), afirma que:

“los artefactos y los signos son portadores de convenciones y formas culturales de significación que hacen a la semiótica un campo muy bien situado para entender las relaciones entre los signos a través de los cuales piensan los individuos y el contexto cultural” (p.7).

Así, la semiótica tiene un campo amplio de aplicaciones, y se presenta desde muchas tradiciones pero, para este trabajo de investigación, haremos un recorrido a grandes rasgos de tres: la tradición Saussureana, la tradición Peirceana y la Vygotskiana.

La tradición Saussureana, tiene sus inicios con el suizo Ferdinand de Saussure. Su preocupación principal giraba en torno a la distinción entre la lengua y la palabra, bajo esta tradición, la primera es de orden social, mientras que la segunda es de orden subjetivo. Según



Saussure (citado por Radford, 2006) “la lengua es un sistema de signos que expresan ideas, comparable a la escritura, al alfabeto de los sordomudos, a los ritos simbólicos, a las formas de cortesía, a las señales militares, etc.” (p.33). Para Saussure, la lengua es el más importante de todos los signos. De esta manera propuso una nueva ciencia, la “semiología”, y la define como:

“(…) una ciencia que estudie la vida de los signos en el seno de la vida social; ésta sería parte de la psicología social y, por consiguiente, de la psicología general; la llamaremos *semiología* (del griego *semeion* “signo”). Ella nos enseñará en qué consisten los signos (y) cuáles son las leyes que los rigen.” (p.33).

Así, para Saussure (citado por Radford, 2006):

“los signos no se reducen a una simple nomenclatura. El signo es una unión indisoluble entre el concepto (significado) y la imagen acústica asociada (significante), en este sentido los signos significan en la medida en que hacen parte de un sistema” (p.8)

El signo adquiere significado cuando está relacionado con otros signos. Su teoría también es conocida como estructuralismo.

Por otra parte, la tradición Peirceana, tiene sus inicios con el matemático estadounidense Charles Sanders Peirce, quien propuso el concepto de semiótica como la “doctrina formal de los signos”, su eje problémico partía de la manera en que un individuo genérico utiliza signos para formar nuevas ideas y nuevos conceptos para alcanzar la verdad. Según Peirce (citado por Radford, 2006):

“(…) el objeto (*Secondness*) del signo es aprehendido según cierta cualidad (*Firstness*) de manera tal que un nuevo signo es producido: el *intepretant* (interpretante) (*Thirdness*). Siguiendo el mismo proceso, este interpretante puede convertirse en objeto de otro nuevo signo y así indefinidamente” (p.9).



La tradición Vygotskiana, por su parte tuvo sus inicios con el psicólogo ruso Lev S.

Vygotsky. Bajo una mirada Marxista de la época, Vygotsky, propuso una teoría del desarrollo cognitivo, donde los conceptos de labor y de herramientas juegan un papel primordial. Una de las ideas centrales de Vygotsky (citado Radford, 2006) era que:

“(…) ese ser humano que está inmerso en un mundo lleno de artefactos, y que estos intervienen en el comportamiento del ser humano, es decir, estos dispositivos alteran el curso del desarrollo natural de los procesos psíquicos. Dichos dispositivos se convierten en *instrumentos psicológicos superiores* y sirven de base a la aparición de las funciones psíquicas superiores, funciones que distinguen el reino humano del reino animal” (p.10).

Haciendo alusión a los instrumentos psicológicos, Vygotsky (citado Radford, 2006), afirma:

“Los instrumentos psicológicos son creaciones artificiales; estructuralmente son dispositivos sociales y no orgánicos o individuales; están dirigidos al dominio de los procesos de los procesos propios o ajenos, lo mismo que la técnica lo está el dominio de los procesos de la naturaleza” (p. 10)

5. 2 Teoría de la Objetivación

Bajo este horizonte, hemos retomado la Teoría de la Objetivación (TO) planteada por Luis Radford, quien comparte algunos de los planteamientos de la tradición Vygotskiana, sin embargo, configura nuevos aportes. La Teoría de la Objetivación parte de la idea que la educación no puede ser planteada en términos de difusión de saberes. Esta es, desafortunadamente, la manera en que se concibe la educación desde principios del siglo pasado. En este sentido la educación debe ser un proyecto más englobante, más general, que incluya también al sujeto que aprende y al sujeto que enseña. Dentro de la teoría de la objetivación, no se

ve al sujeto que aprende como consumidor. Ni al sujeto que enseña como un agente meticulosamente ocupado en la inculcación de competencias de consumo en los niños. Así, tanto el estudiante como el profesor, son sujetos humanos, culturales e históricos - sujetos en formación y transformación continua-. Esta idea de educación va orientada no solamente hacia el saber, sino también hacia el ser. Dentro de esta perspectiva, la escuela no se restringe a la producción de saberes, sino también a la producción de subjetividades, producciones de individuos, culturales e históricos.

Ahora bien, retomando la idea anterior sobre la manera como se concibe la enseñanza-aprendizaje desde esta teoría, se contraponen a muchas de las aproximaciones educativas contemporáneas, que suponen que el alumno aprende “construyendo” su propio saber, pero este supuesto es problemático en el sentido en que la teoría del aprendizaje se ve de manera subjetiva desde el individuo, es decir, sólo se concibe como aprendizaje aquello que sabe el sujeto y que ha aprendido por sí mismo; motivo por el cual, el saber *“se entiende como una adquisición personal, obtenida a través de un aprendizaje basado en la experiencia propia”* (Radford, 2014, s n) cuya idea de aprendizaje está apoyada por una lógica que equipara hacer y pertenecer, es decir, lo que me pertenece es lo que hago por mí mismo y lo que no hago por mí mismo no me pertenece, de donde surge la idea de que el estudiante es visto como un propietario privado, en el sentido en que construye su propio saber, intercambia sus ideas y negocia sus significados, es así como esta idea aparece apoyada en una lógica de la propiedad privada, lo que se hace insuficiente e inadecuada para dar explicación al aprendizaje, de este modo ¿cómo aparece el maestro ante el salón?, desde esta mirada el maestro se ve en una posición complicada, dado que, si son los estudiantes quienes van al salón de clase a cumplir con su propio saber desde su propia autonomía ¿qué le queda entonces al maestro? Así mismo, Radford afirma que se han inventado



una serie de términos para referirse al maestro, como lo son entrenador, ayudante, estimulador, consultor, guía, entre otros que solo estarían enfocando al maestro como un asesor financiero, es decir, alguien que ayuda al alumno a asegurarse que él mismo haga crecer su saber. En este modelo, el profesor circula por el aula de clase entre los grupos y discute con los alumnos. Sin embargo, la mayoría del tiempo propicia espacios para la discusión entre los mismos alumnos, buscando siempre no intervenir innecesariamente, sólo interviene en momentos en que, por ejemplo, supone que la discusión se ha estancado o que los alumnos no han ido suficientemente lejos como se esperaba; por tal motivo, el profesor debe proponer tareas y problemas que conlleven a la objetivación del saber (Ibídem).

Siguiendo esta misma línea, Radford expone que la Teoría de la Objetivación trata de dar cuenta de los procesos de enseñanza-aprendizaje, planteándolos como procesos histórico-culturales; para ello, la TO propone una redefinición del papel de la educación matemática y sugiere nuevos conceptos de sus objetos principales; saber, conocimiento, alumno, profesor, enseñanza, aprendizaje, labor entre otros. De igual manera, afirma que la TO postula el objetivo de la educación matemática como un esfuerzo político, social, histórico y cultural dirigido a la creación de sujetos reflexivos y éticos quienes se posicionan críticamente en discursos y prácticas matemáticas constituidas históricamente y culturalmente; además, la educación – para la TO – no consiste en la mera difusión del saber matemático, como propone la teoría de situaciones didácticas. La educación tampoco consiste en la construcción de estructuras cognitivas más potentes, como propone el constructivismo norteamericano.



Los procesos de enseñanza-aprendizaje han de considerarse también bajo el marco de esta teoría, donde se ha pretendido acabar con la idea de que la labor del docente y la del estudiante van por separado, planteando una nueva mirada donde existe una sola labor, donde la educación no es solamente aprender algo, sino también convertirse en alguien. Es así, como la TO se fundamenta en dos ejes, desde el “*Knowing*” y el “*Becoming*”. El *knowing* o *conociendo* es definido como “toma de conciencia en el curso de un proceso social, emocional y sensible; es un proceso mediatizado por la cultura material (signos, artefactos, lenguaje, etc.), los sentidos y el cuerpo (a través de gestos, acciones kinestésicas, etc.)” (Radford, 2014, p. 142), por lo tanto, es a partir de esos Medios Semióticos de Objetivación que el sujeto “*hace consciente*”, o mejor dicho, es por medio de ellos que podemos leer la objetivación que hace el sujeto de los objetos matemáticos, en nuestro caso, de la Magnitud Área.

Como se mencionó anteriormente, desde la Teoría de la Objetivación los procesos de enseñanza-aprendizaje adquieren una nueva mirada, donde la transformación del sujeto ocurre a medida que conoce, y en esa misma medida el saber está siendo constituido, por lo tanto, no se puede hablar de *Knowing* sin *Becoming*, este último definido por Radford (2014) como “volviéndose sujeto en tanto que proyecto histórico-social siempre inconcluso, siempre en movimiento” (p.138), en el sentido en que el sujeto al conocerse, al realizar ese conocer, transforma sus prácticas y es transformado por ellas, en palabras de Radford, es a partir de una *labor conjunta* entre saberes y subjetividades que se constituye la enseñanza y el aprendizaje, como se muestra en el esquema 9:

1 8 0 3



(Enseñanza y Aprendizaje)



Labor conjunta

Esquema 9 - Becoming-Knowing⁶

Dichos ejes están en una relación dialéctica que intervienen en el sujeto, de tal forma que ese “*conociendo*” transforma al sujeto. De igual manera, el saber, es considerado el proceso de objetivación, un proceso perpetuo de conocimiento y el ser, como el proceso de subjetivación “*un volviéndose*”, los cuales están íntimamente conectados, de ahí que para comprender la producción de saberes y subjetividades, se necesita escudriñar la lógica cultural de producción a partir de la cual el saber y las subjetividades son producidos y reproducidos en el aula de clase. Así mismo, que la lógica cultural de producción en la TO reposa en un concepto dialéctico del saber y del ser.

De este modo, la actividad se define como algo más que una secuencia de acciones hechas por una persona o de varias personas. Es solamente a través de la actividad histórico-cultural que los individuos producen saberes. Igualmente, Radford manifiesta que el término actividad está muy ligado a las nuevas teorías, por lo que elige llamarlo en sus recientes trabajos *labor* en términos Hegelianos, en donde la *labor* es una actividad humana específica. Una forma

⁶ Tomado de Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 132-150.

de vida: no algo meramente instrumental. Así, afirma que el principio fundamental de la Teoría de la Objetivación es el de labor definida como “(...) una forma social de acción conjunta (...). Es a través de la labor o trabajo que los individuos se desarrollan y se transforman continuamente” (Radford, 2014, p. 137), en este sentido, el sujeto transforma al mundo, es transformado y al mismo tiempo se vuelve parte de él. La labor no es solamente hacer o producir algo. La labor tiene una dimensión fundacional en la producción de la existencia humana, en la producción de cada uno de nosotros y nuestras vidas.

Además, el saber es algo que el maestro y los estudiantes deducen, así la labor sería hacer aparecer acciones y reflexiones de actividad matemática. El aprendizaje es la labor conjunta de producción de saberes que se dan en la objetivación, es decir, es esa transformación del saber en objeto de conciencia.

Del mismo modo, la *Teoría de la Objetivación* definida por Radford (2014) como “el proceso social, corpóreo y simbólicamente mediado de toma de conciencia y discernimiento crítico de formas de expresión, acción y reflexión constituidas históricamente y culturalmente” (p. 141). En este sentido, esta teoría permite entender la relación del estudiante con el mundo externo, de tal forma que él aprende y se convierte a la vez en alguien, pues el proceso de objetivación da cuenta de esos procesos de enseñanza-aprendizaje que él está constituyendo, así la TO toma como pilar fundamental el otro, es decir, para existir necesito al otro.

Siguiendo en esta misma línea, Radford (2014) también afirma que el sujeto se constituye a través de sus acciones, reflexiones, gozos, sufrimientos, de ahí que defina la *subjetivación* “como aquellos procesos mediante los cuales los sujetos toman posición en las prácticas

culturales y se forman en tanto que sujetos culturales históricos únicos” (p.142), es así como ocurre la transformación del sujeto a medida que conoce su cultura y se reconoce en ella, es decir, la subjetivación consiste en aquellos procesos mediante los cuales los sujetos encuentran otras voces y perspectivas y llegan a ser sujetos culturales históricos únicos, en otras palabras, la subjetivación es el proceso histórico de creación del yo.

5.3 Magnitud Área

A partir de la lectura realizada, en el texto de Olmo, M., Moreno, M. & Gil, F. (2007) y Chamorro, M. (2005), se propone a grandes rasgos un tratamiento conceptual, procedimental y didáctico de la enseñanza escolar de la magnitud área.

5.3.1 Tratamiento conceptual

Inicialmente, se hace necesario definir los conceptos que constituyen la Magnitud como tal, la unidad de medida, el patrón de medida, la cantidad de magnitud y el sistema de medida. De igual forma, es indispensable definir los demás conceptos que de alguna manera dan cuenta de una magnitud, tales como medir, exactitud, precisión e instrumento de medida, que fueron cruciales para el desarrollo de las tareas y el posterior análisis de las mismas.

En primer lugar, se entenderá por *Magnitud* como el atributo susceptible de ser cuantificado, es decir, aquello a lo que se le pueda asignar un número dada una unidad de medida. Es además comparable, pues permite establecer “cuánto más” o “cuánto menos” en los

procesos de comparación o medición. En este caso, el atributo susceptible de ser medido es la *superficie* y el *Área*, como la cantidad de superficie contenida o encerrada por una línea poligonal cerrada o por una curva cerrada. Sin embargo, desde el uso común no se hace una diferenciación entre el *área* y *superficie* y por tanto en este trabajo no se hará una distinción entre ellas. Para Godino (2002) el concepto de Magnitud Área puede ser entendido cognitivamente como “la extensión de la superficie. O uno de los rasgos o características de los cuerpos que se mide cuantitativamente es el *área* o *extensión*”. (P.17).

Desde un punto de vista algebraico se define la magnitud superficie (al igual que otras magnitudes) como un semigrupo conmutativo y ordenado, formado por clases de equivalencia que son sus cantidades de magnitud (cantidades de superficie o áreas).

Así, que la magnitud superficie o área forma el conjunto A , no vacío, dado que contiene como elementos del conjunto que son las cantidades de magnitud que denotamos como a_1, a_2, \dots y que se constituye en una magnitud, pues en ella puede definirse la relación de equivalencia ($=$) y la operación ($+$), con las siguientes propiedades:

Para la relación de equivalencia:

- Es reflexiva: $\forall a \in A \rightarrow a_n = a_n$
- Es simétrica: $\forall a_1, a_2, \in A \rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow a_2 = a_1$
- Es transitiva: $\forall a_1, a_2, a_3 \in A \rightarrow a_1 = a_2 \wedge a_2 = a_3 \Rightarrow a_1 = a_3$



Para la operación interna (+):

- Clausurativa: $\forall a_1, a_2 \in A \Rightarrow a_1 + a_2 \in A$
- Uniforme: $\forall a_1, a_2 \in A \wedge \forall a_3, a_4 \in A \rightarrow (a_1 = a_2) \wedge (a_3 = a_4) \Rightarrow (a_1 + a_3 = a_2 + a_4)$

Nota: Esta propiedad da cuenta de la compatibilidad de la suma con respecto a la relación de equivalencia.

Otras propiedades de la operación (+):

- Asociativa: $\forall a_1, a_2, a_3 \in A \rightarrow (a_1 + a_2) + a_3 = a_1 + (a_2 + a_3)$
- Conmutativa: $\forall a_1, a_2 \in A \rightarrow a_1 + a_2 = a_2 + a_1$
- Modulativa: $\exists a_0 \in A / \forall a \in A \rightarrow a + a_0 = a_0 + a = a$

Si en el conjunto A se ha definido la relación de equivalencia y la operación (+) con las condiciones para cada una, decimos, que “los elementos de A definen una magnitud” (Luengo, 1990, p.48) entendiendo esta, por la cualidad común que hace que los elementos a_1, a_2, a_3 de A sean igualables. Téngase en cuenta que los elementos de A no son los objetos en sí, sino clases de equivalencia de A. Quedando definida la magnitud (A,+) como un semigrupo conmutativo con elemento neutro.

La *unidad de medida* como una cantidad de magnitud cualquiera que se toma como base para comparar las cantidades de magnitud (medidor) y permite asignar a cada una de ellas un número real positivo en caso de magnitudes continuas o un número entero positivo en caso de

magnitudes discretas. La *cantidad de magnitud* son subconjuntos del conjunto de magnitudes y nacen de los procesos de medición (lo que se mide) por la reiteración de la unidad de medida, en este caso cantidades de superficie (área).

El *patrón de medida* tiene las siguientes cualidades: es físico, único y representa la unidad base.

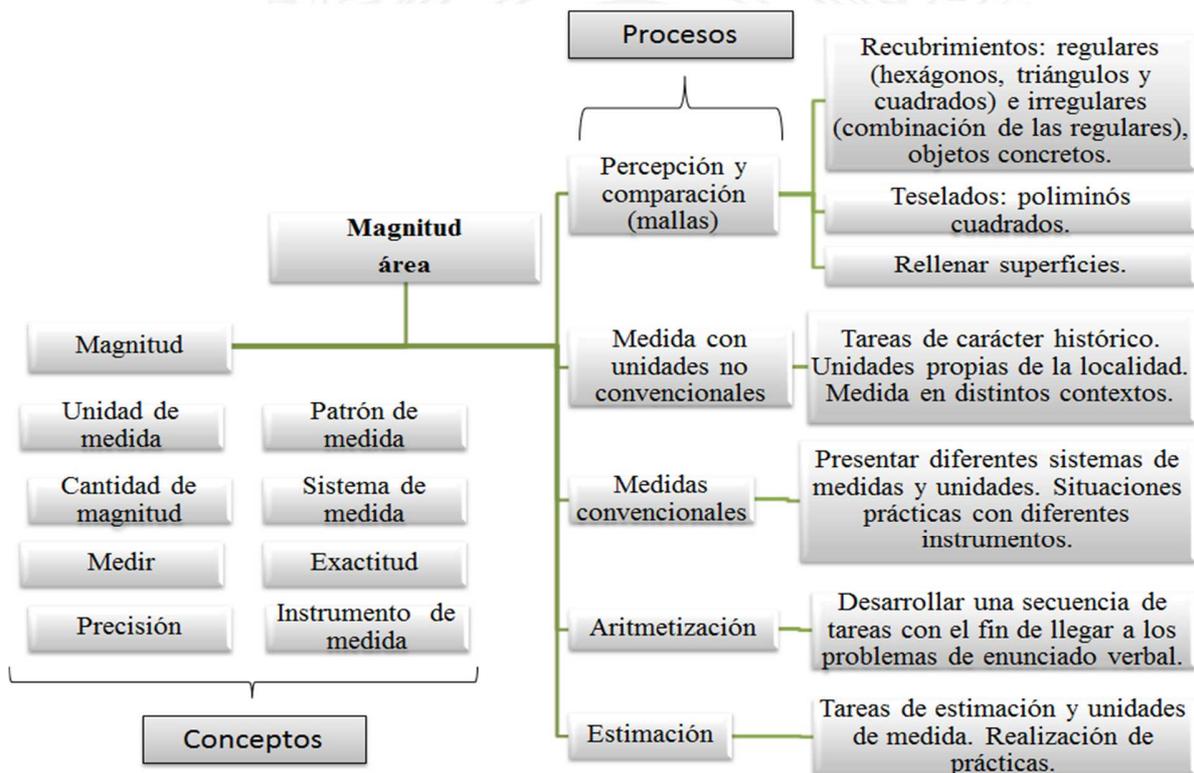
El *sistema de medida* es un conjunto de unidades conmensurables y que guardan una razón constante, por ejemplo, el Sistema Métrico Decimal guarda una razón constante de 1 a 10, con unidades contiguas.

Además, se entenderá *medir* como la comparación entre cantidades de magnitud, tomando una de ellas como medidor y la otra como la cantidad a ser medida, es decir, una es la unidad de medida y la otra es lo que se mide. El proceso de medición, a su vez, contiene dos conceptos claves, tales como *exactitud* y *precisión*. La *exactitud* depende de la persona que mide y la *precisión* depende del instrumento y de la calibración del mismo. De igual forma, se define el *instrumento de medida* como el objeto material donde están representadas las unidades de medida.

5.3.2 Tratamiento procedimental y didáctico

El proceso de medida de una magnitud inicia con la percepción del atributo que se va a medir. Después se comparan los objetos respecto de esa cualidad a través de unas relaciones que se establecen tales como “más que”, “menos que” y “tanto como”. Luego, se elige una unidad de

medida, esa cantidad fija se reitera sobre el objeto a medir, así se le asigna una cantidad de veces que ha sido reiterado, en la realización de esta práctica se utilizan diversos instrumentos. El proceso culmina con la estimación, una habilidad que aunque poco se trabaja en la actualidad, es muy útil, como se muestra en el esquema 10:



Esquema 10 - Malla curricular Magnitud Área

5.3.2.1 Percepción y comparación

La *percepción* es “aislar una cualidad, es distinguirla de las restantes cualidades de los objetos” (Olmo, 2007, p. 47), y esta es una de las primeras habilidades que debe propiciar el



docente, ayudar a los niños a percibir atributos medibles. La percepción del área puede desarrollarse a partir de la idea de recubrir objetos.

En segundo lugar se encuentra el proceso de *comparación*, aquí se debe mencionar que las diferentes transformaciones que se le realizan a una figura u objeto, dejan su área invariante. Así, Olmo (2007) propone que las figuras planas pueden compararse a partir de la realización de transformaciones de romper y rehacer, congruencias y la medición.

5.3.2.2 Medición

Ahora bien, en algunas de las tareas de comparación surge la necesidad de comunicarle al otro, de ahí que se tenga que recurrir a la *medida* del área ya no en términos cualitativos, sino cuantitativos. Lo que hace que surjan ideas tales como, aprovechar las regularidades de las figuras, utilizar como unidad de medida las marcas cuadradas del papel, superponer partes iguales, contar, todo con el propósito de resolver la comparación. En este caso se propone la utilización de polígonos regulares que facilitan la pavimentación de un plano (teselaciones regulares y semirregulares), de esta manera los únicos polígonos regulares que cumplen son: el triángulo equilátero, el cuadrado y el hexágono.

Para iniciar el proceso de medición se deben utilizar unidades de medidas no estandarizadas, medidas próximas, cercanas, y que le permitan al niño relacionar los procesos de medición con el contexto en que vive. Presentar situaciones que le exijan la búsqueda de un intermediario para poder comparar las figuras.

Posterior al desarrollo de las tareas que involucran medidas no convencionales, se destaca la orientación en tareas que promuevan el uso de medidas estandarizadas, universalmente aceptadas. Para la enseñanza del Sistema Internacional de Unidades, con respecto Olmo (2007) plantea:

1. Enseñar el SI como un lenguaje.
2. Desarrollar la interrelación entre las medidas básicas y las unidades derivadas (área, volumen, velocidad, aceleración,...) Incluir el uso de múltiplos y submúltiplos de la unidad de medida.
3. Relacionar la enseñanza del SI con otras ideas en las que se usa la base decimal, como dinero o la numeración.
4. Usar gráficos y ayudas visuales para mostrar la relación entre diferentes unidades del SI.(p. 71)

Otro elemento a considerar, es el proceso de medición del área de figuras irregulares, donde se recomienda el uso de papel cuadrulado transparente, para realizar aproximaciones interiores y exteriores, que según Olmo (2007) hace referencia a la “idea de integral” (p. 72).

5.3.2.3 Instrumentos de medida

En los procesos de medición del área se recurre a las medidas de longitud. Por lo tanto, todos los instrumentos legítimos para las mediciones lineales son utilizados para medir el área. Así se citan los principales:

“regletas, reglas, cintas de medir, metro, línea numerada, rueda graduada, clinómetro, cuerdas, reloj compensador, calibrador métrico, calibrador de esfera, alímetro, pedímetro, micrómetro de metal, calibrador de profundidad, sombra de un palo, rula, odómetro, navaja de espesores, tangram, polihexes, poliábolos, discos fraccionados, poliminós, polidiamantes, materiales de la casa Trusva, geoplano métrico (con distintas mallas)” (Olmo, 2007, PP. 75-76)



Por lo general en la escuela no se hace uso de instrumentos de medida propios para medir directamente el área, por tanto se induce a una mirada parcial de ésta en términos del producto de dimensiones.

5.3.2.4 Aritmetización del área

El área es una “magnitud que admite ser expresada como producto de dos longitudes ($S = L \times L$), lo cual fundamenta el que se mida con unidades derivadas de la longitud (como $m^2, cm^2...$)” (Olmo, 2007, p. 76). De ahí, que las tareas de aritmetización de figuras con superficie plana en su etapa inicial, deben ser de pavimentado, es decir, partir de tareas que involucren recuentos y aditividad de las unidades de medida, esto con el fin de ayudar al desarrollo de estrategias multiplicativas e ir pasando paulatinamente al trabajo con fórmulas. También, se propone el trabajo con superficies no planas, como el cilindro, el cono y la esfera, donde se trabaje el hecho de que existen superficies que no son desarrollables.

5.3.2.5 Proceso de cálculo

Es un proceso que permite hallar la medida de algo, en este caso el área, por la vía de las operaciones de tipo algebraico o aritmético.

5.3.2.6 Estimación

Según Olmo (2007) “*estimar* es el proceso de obtener una medida o medir sin la ayuda de instrumentos, es decir, consiste en realizar juicios subjetivos sobre la medida de los objetos” (p. 88), así, *estimar* es el resultado de realizar una medición “a ojo” de un atributo medible de un



objeto. Este es uno de los procesos que menos se trabaja en la escuela, quedando casi que relegado y olvidado.

5.3.2.7 Tareas

Se aclara que dado el tiempo de la práctica no se pudieron desarrollar todos los procesos contemplados anteriormente. Por lo tanto, se diseñaron y aplicaron cinco tareas que propiciaron los procesos de percepción, comparación y medición del área en las participantes. Las tareas propuestas fueron las siguientes:

- Tarea de indagación
- Tarea 1 percepción del concepto de área
- Tarea 2 recubriendo áreas con pentominós
- Tarea 3 comparando áreas con el Tangram
- Tarea 4 midiendo con mallas milimetradas

En las tareas se propusieron recubrimientos, tanto con figuras regulares (hexágonos, triángulos equiláteros y cuadrados), como con figuras irregulares (Tarea 1) (combinación de las regulares), la utilización del tangram cuadrado (Tarea 3); de igual manera se propuso la realización de teselados, a partir de pentaminós cuadrados, se encerraron y rellenaron superficies, se colorearon figuras, algunas de ellas sobre mallas cuadrículadas (Tarea 2) y se utilizaron acetatos milimetrados para la medición directa del área de figuras pequeñas (Tarea 4).



Para analizar la información obtenida a través de las tareas realizadas, partimos de la sistematización de las producciones de las participantes, apoyadas en las técnicas escogidas para la recolección de la información, tales como las entrevistas, los diarios de campo, los registros fotográficos y las grabaciones de video; que nos permitieron identificar e interpretar las acciones, gestos y decisiones tomadas por las participantes de la investigación. Fue así, como realizamos el proceso de triangulación entre nuestros análisis como investigadoras, los referentes teóricos y las producciones de las participantes. En el proceso de análisis de las producciones, pudimos identificar ciertas similitudes entre las mismas, por lo que decidimos agruparlas y poner en diálogo aquellas ideas que daban cuenta del proceso de objetivación-subjetivación de algunas nociones básicas de la Magnitud Área, con el fin de poder decir algo sobre ellas como conjunto o como categorías (Stake, 1998).

6. PROCESOS DE OBJETIVACIÓN-SUBJETIVACIÓN DE LA MAGNITUD ÁREA

A raíz de lo encontrado en las Pruebas Saber se diseñaron cinco tareas (como se mencionó anteriormente) que permitieron analizar la relación que se establece entre los Medios Semióticos y los procesos de objetivación-subjetivación de algunas nociones básicas de la Magnitud Área, a través de unas formas del lenguaje, tales como el lenguaje verbal, figural y simbólico, como medios para que las estudiantes desencadenaran una acciones kinestésicas, verbalizaciones y decisiones. En el desarrollo de las tareas, surgieron producciones de las estudiantes, en las cuales pudimos notar unas ideas que conversaban entre sí, por lo que decidimos identificar, organizar y clasificar cómo las estudiantes daban cuenta de unas formas de

“hacer consciente” la Magnitud Área. Fue así como cada paquete de ideas nos iba esbozando una posible categoría para el análisis (como se señaló anteriormente). Por un lado, observamos que las estudiantes conciben el área a través del recubrimiento de superficies, también como el conteo de cuadrados y de otro, manifiestan el área como producto de medidas de los lados de una figura. Por lo tanto, estos aspectos sobre la objetivación-subjetivación del área nos dieron pie para generar las categorías que permitieron desarrollar la triangulación para el análisis. Emergieron las categorías llamadas el área como teselado (recubrimiento): “huequitos chiquiticos”, el área como “conteo de cuadritos” y el área como producto de “lado por lado”.

6.1 Categoría I. El área como teselado (recubrimiento): “huequitos chiquiticos”

Teniendo en cuenta que la construcción de una Magnitud se inicia con la percepción⁷ del atributo que se va a medir (Olmo, 2007), se hizo necesario comenzar con tareas de percepción, con el fin de que las participantes percibieran el área como la cantidad de superficie contenida o encerrada por una línea poligonal o por una curva cerrada y no sólo como aquello que resulta de un producto de medidas. Fue así, como diseñamos una tarea (ver anexo 2), en donde se les pidió a las participantes encerrar superficies utilizando tizas, cuadrados, triángulos y hexágonos cortados previamente en cartón paja y del mismo tamaño, como se muestra en la foto 1:

⁷ La percepción es aislar una cualidad, es distinguirla de las restantes cualidades de los objetos Olmo (2007, p. 47),

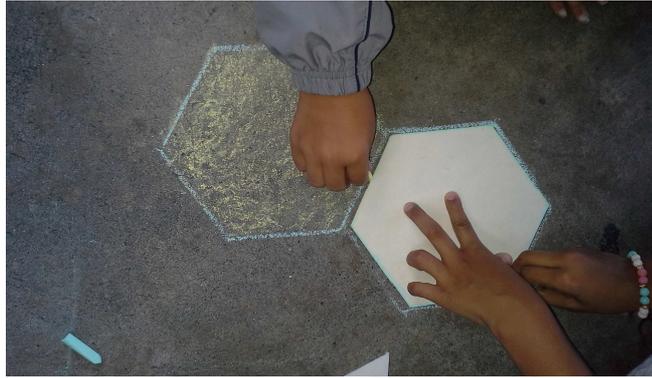


Foto 1 - Superficie encerrada con hexágonos

En el transcurso de la tarea, se generaron ideas, estrategias y se tomaron una serie de decisiones entre las participantes para resolverla, lo que propició que ellas hicieran superficies como se muestra en la foto 2, desencadenando un debate sobre la forma de la superficie, pues argumentaban que “la superficie tiene que quedar *toda llenita*, no puede tener espacios”. A partir de las ideas, las estrategias, las decisiones tomadas, las superficies dibujadas, el lenguaje utilizado dan cuenta de unos procesos de objetivación-subjetivación que las participantes hacen del área, pues están “haciendo consciente” que la superficie realizada y la forma en que dibujan los hexágonos, hacen que el área se perciba como la cantidad de superficie contenida en una “forma” regular o irregular, que no puede tener “huequitos” como ellas lo mencionan.



Foto 2 - Recubriendo áreas



Por lo tanto las participantes deciden realizar las superficies que se muestra a

continuación:



Foto 3 - Superficies encerradas con cuadrados, triángulos y hexágonos

Las participantes quedan satisfechas. Las expresiones de sus rostros, mostraban un pleno convencimiento y mucha seguridad en sus construcciones, además los acompañaban de expresiones como “profe tómele la foto que ya está bien” pues es una superficie completa sin “huequitos”.

Así mismo, la noción del área como la cantidad de superficie contenida o encerrada por una línea poligonal cerrada o por una curva cerrada, también se percibió en una entrevista realizada a una de las participantes. La entrevista se muestra a continuación:

Investigadora: ¿Qué es para ti el área?

Participante: “En una figura, toda la figura que conforma si es un triángulo o un cuadrado, toda la figura por dentro o por fuera es un área”

Investigadora: ¿A cuál de estas figuras (foto 4) se les puede medir el área?



La participante selecciona las figuras que están encerradas, como se muestra en la foto 4:

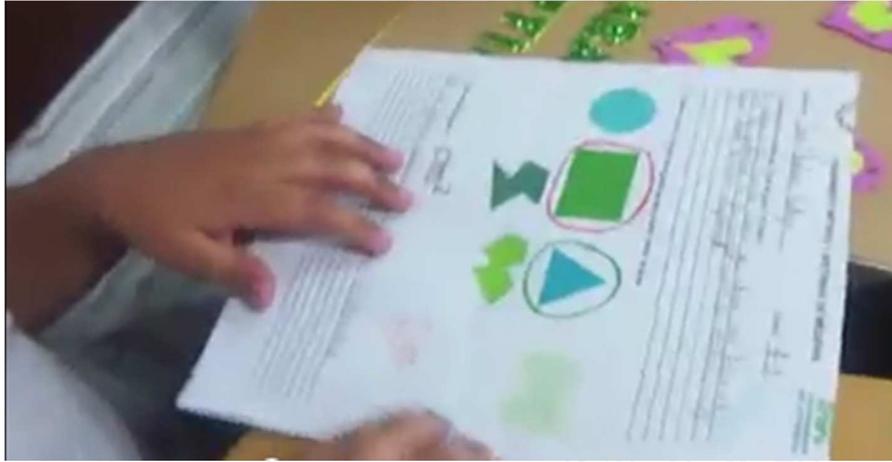


Foto 4 - Producción de una de las participantes en la tarea de indagación

Y continúa diciendo: “si lo medimos con este, señalando el círculo azul, puede que queden huequitos chiquiticos”, cuando afirma “huequitos chiquiticos” hace el gesto con sus dedos formando un círculo pequeño y dice “ahí no medimos bien el área, como por ejemplo medir el salón, entonces yo estoy midiendo con un círculo y quedan huequitos chiquiticos (nuevamente repite el gesto de los círculos con los dedos) y ahí no medí bien el área”.

La expresión de la participante “estoy midiendo con un círculo y quedan huequitos chiquiticos”, acompañada de sus gestos dan cuenta de los procesos de objetivación-subjetivación frente a la Magnitud Área y la forma en que debe ser el instrumento y la unidad pertinente para medir, es decir, ella diferencia la cantidad a medir (por ejemplo medir el salón) del instrumento de medida (el círculo), dado que, cuando utiliza el círculo no le permite recubrir la totalidad del salón, dejando espacios sin cubrir que ella denota con el término de “huequitos chiquiticos”, lo que implica una noción especial para la unidad de medida, pues el círculo, que ella dice que



emplearía para medir, no le permite ver la posibilidad de compensar una parte con otra de la cantidad a medir. Nuevamente la investigadora interviene y le hace una pregunta donde la participante reitera su noción de área como el atributo susceptible de ser medido sólo en superficies regulares. La pregunta se muestra a continuación:

Investigadora: y ¿a ésta figura se le puede medir el área? La investigadora señala la figura irregular o como la nombra la participante “la mancha” como se muestra en la foto 5.



Foto 5 - Reconociendo figuras

Participante: “ésta para mí (señalando con sus dedos la “mancha”) me imagino que no se le puede medir el área porque es una mancha y a mí me parece que quedaría como muy inexacto si midiéramos el área de ella”.

En las respuestas dadas por la participante, se lee como la forma de la superficie genera en ella concepciones sobre los atributos que se pueden medir y aquellos otros, a los que sería complejo hacerlo, debido a su forma curva; aspectos que desencadenan una toma de decisiones, tales como pensar en la pertinencia de la unidad de medida, la cantidad a medir y la manera de

hallar el área de la superficie, mediadas por la forma histórica y cultural en que ha sido enseñado el área.

Además, el hecho de que las participantes usen expresiones tales como: “huequitos chiquiticos”, “toda llenita” y “mancha”, apunta a que este lenguaje está mediado por unas formas culturales de pensamiento que desencadenan en ellas acciones, gestos y el uso de algunas representaciones, que de alguna manera dan cuenta de los procesos de objetivación-subjetivación de la Magnitud Área a través del proceso de percepción.

6.2 Categorías II y III. El área como “conteo de cuadritos” y el área como producto “lado por lado”

A partir de las tareas propuestas surgen además, dos estrategias de las que se valen las estudiantes para realizar el proceso de medición de la superficie de las figuras, una de carácter aditivo y la otra de orden multiplicativo, en este sentido es prudente analizar estas categorías de manera conjunta.

Estas categorías surgen en el marco de la “tarea de indagación” (ver anexo 1), donde nuestro motivo era identificar, a través de las distintas formas de representación del área, las nociones de las estudiantes frente a la misma, para la cual diseñamos cinco preguntas, todas relacionadas con el área. Una de las preguntas se muestra en la imagen 4:

Figura 1	Figura 2	<p>5. ¿Cuál es el área de cada una de las figuras sombreadas?</p> <p>Área de la figura 1 _____</p> <p>_____</p> <p>Área de la figura 2 _____</p> <p>_____</p> <p>Área de la figura 3 _____</p> <p>_____</p> <p>Área de la figura 4 _____</p> <p>_____</p> <p>Área de la figura 5 _____</p> <p>_____</p>
Figura 3	Figura 4	
Figura 5		

Imagen 4 - Pregunta 5 de la tarea de indagación

En esta pregunta nuestro motivo era que, a través de las diferentes maneras de representar el área, las participantes desencadenaran unas formas de pensar, unas acciones y decisiones que dieran cuenta de la forma como las participantes “hacen consciente” el proceso de medición del área. Y fue así, como las estudiantes realizaron un proceso de medición indirecto⁸ del área de las figuras sombreadas tanto regulares como irregulares, a partir del conteo de las unidades cuadradas determinadas por la malla cuadrículada. El uso de esta malla implicó el conteo de los cuadritos y también el reconocimiento de la unidad de medida. Así mismo, el uso de las figuras regulares como los rectángulos, llevó a las participantes a elegir la estructura multiplicativa para medirlas, el área como producto de “lado por lado” y para medir las figuras irregulares realizaron el conteo de los cuadritos, el área como “conteo de cuadritos”.

⁸ Con medida indirecta hacemos referencia a aquellos procesos de medición en los cuales no se utiliza un instrumento de medida que permita reiterar de manera continua la unidad de medida.

5. ¿Cuál es el área de cada una de las figuras sombreadas?

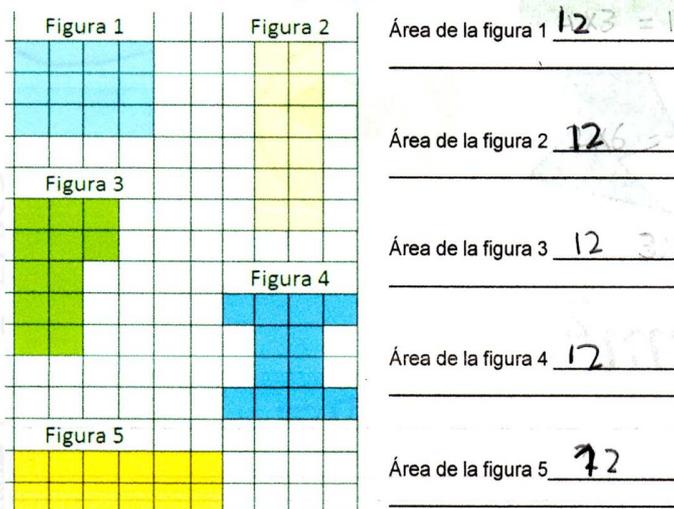


Imagen 5 - Respuesta de la pregunta 5 de la tarea de indagación

La imagen 5 da cuenta de la producción de una de las participantes del caso, donde se observa los procesos que ella realiza para hallar el área de las figuras. En el caso de las figuras 1, 2 y 5, la estudiante se vale del producto de dimensiones de las figuras, multiplicando la medida de un lado (3 unidades), por la medida del otro lado (4 unidades), para obtener el área (12 unidades cuadradas) sin embargo, la estrategia utilizada no le funciona para hallar el área de las figuras 3 y 4, lo que se evidencia cuando borra las operaciones que había realizado anteriormente y decide recurrir al conteo de unidades cuadradas.

Así mismo, se le realizó una entrevista para profundizar en las respuestas dadas, como se muestra a continuación:

1 8 0 3



Investigadora: ¿Cuál es el área de cada una de las figuras sombreadas (foto 6)?

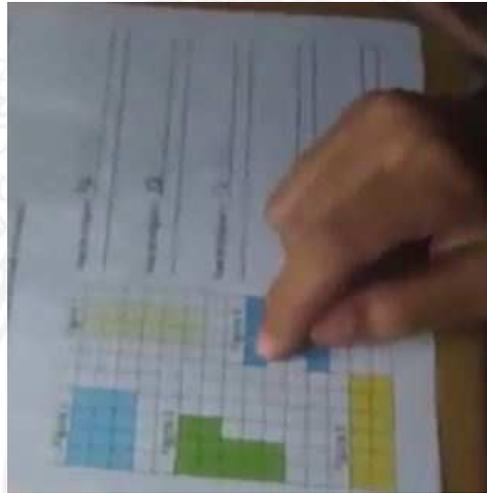


Foto 6 - Midiendo áreas

Participante: “doce, porque si contamos todas tienen de a doce cuadritos” señalando con sus dedos cada una de las unidades cuadradas que conforman la figura.

Los gestos, el lenguaje y las acciones kinestésicas que la participante pone en juego en la realización de la tarea, dan cuenta de cómo ella “hace consciente” la estrategia pertinente para hallar el área. En términos, de la Teoría de la Objetivación esos “gestos, lenguaje, símbolos, se convierten así en constituyentes mismos del acto cognitivo que posiciona el objeto conceptual no dentro de la cabeza sino en el plano social” (Radford, 2006, p.125), es decir, es por medio de gestos, lenguajes, símbolos, que da cuenta de los procesos de objetivación-subjetivación que hace la participante de los objetos matemáticos, en nuestro caso, de algunas nociones básicas: la unidad de medida, la cantidad de magnitud y el atributo de la Magnitud Área.

En el mismo marco de la “tarea de indagación”, se entrevistó a otra de las participantes, para identificar las estrategias utilizadas para hallar el área de algunas figuras:

Investigadora: ¿Cómo hiciste para hallar el área?

Participante: “Conté los centímetros cuadrados, por ejemplo en la figura 1, conté estos cuadros”, en este momento señala con el dedo los cuadrados que se encuentran en la primera columna, y continúa diciendo “y los multipliqué por estos de acá” y señala los cuadrados de la última fila, como se muestra en la foto 7.

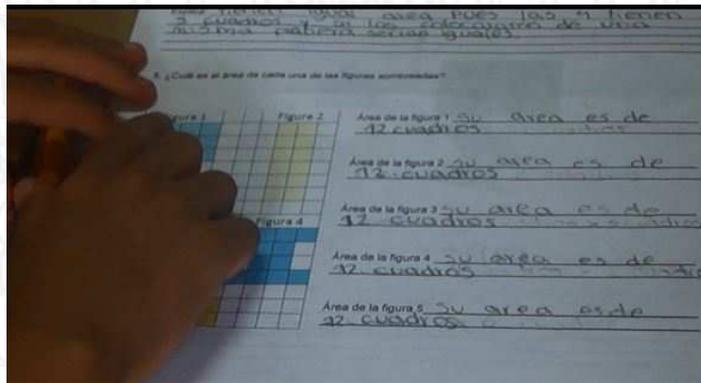


Foto 7 - Área como conteo de cuadrados

Investigadora: ¿Y en la segunda figura?

Participante: “la segunda lo mismo”, cuando dice esto señala con su dedo los cuadrados de la primera columna y los de la última fila.

Investigadora: ¿Y en la tercera figura?

Participante: “En la tercera si me tocó contar uno a uno” y señala con su dedo cada una de las unidades cuadradas.

Investigadora: ¿Y en la cuarta y la quinta que hiciste?



Participante: Señala los cuadrados de la figura 4 (foto 8) y dice “en esta conté uno a uno también” como se muestra en la foto 7 y después señala la figura 5 “y en esta los multipliqué” señalando los cuadrados de la primera columna y los de la última fila.

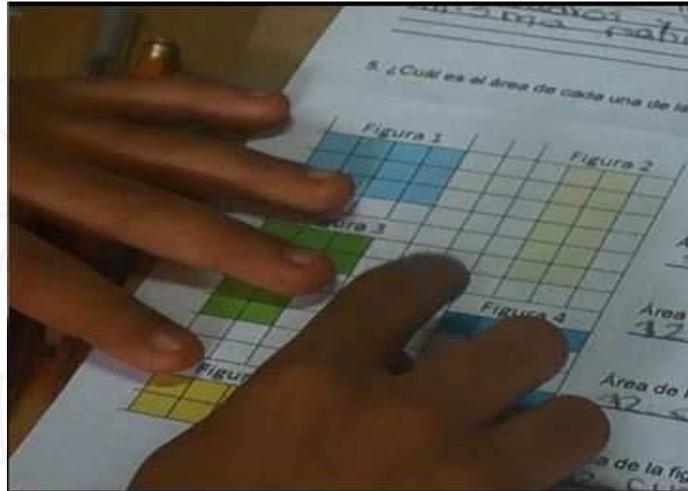


Foto 8 - Área como producto de los lados

En la expresión de la estudiante “En la tercera si me tocó *contar uno a uno*”, se hace evidente la utilización del conteo para medir el área de las figuras sombreadas, como lo afirman Obando, Vanegas & Vásquez (2006):

“(…) contar es un proceso mediante el cual se ponen en correspondencia biunívoca los números naturales con los elementos de una colección y se procede a su cuantificación” este proceso “proporciona estrategias para el tratamiento de situaciones que involucren tanto la composición como la descomposición aditiva” (p.21)

En este sentido ella “hace consciente”, que cada una de las unidades cuadradas que cuenta hacen parte de ese total de la figura, que es la cantidad a medir y los cuadritos son la unidad con la cual ella mide.



Por otra parte, para iniciar el proceso de medición se deben utilizar unidades de medida no estandarizadas, medidas próximas, cercanas, que le permitan al niño relacionar los procesos de medición con el contexto en que vive (Olmo, 2007) y presentar situaciones que le exijan la búsqueda de un intermediario (unidad de medida) para poder comparar las figuras. Es así como se formuló otra pregunta, “¿las figuras que se muestran a continuación tienen diferente área? o ¿tienen igual área?” (Ver imagen 6), donde no se puso la malla cuadriculada, por tanto las unidades de medida no estaban explícitas, con el propósito de indagar por los procesos de medición que se desencadenaron en las participantes cuando se les pidió hallar el área de las figuras sombreadas.

4. ¿Las figuras que se muestran a continuación tienen diferente área? o ¿Tienen igual área?

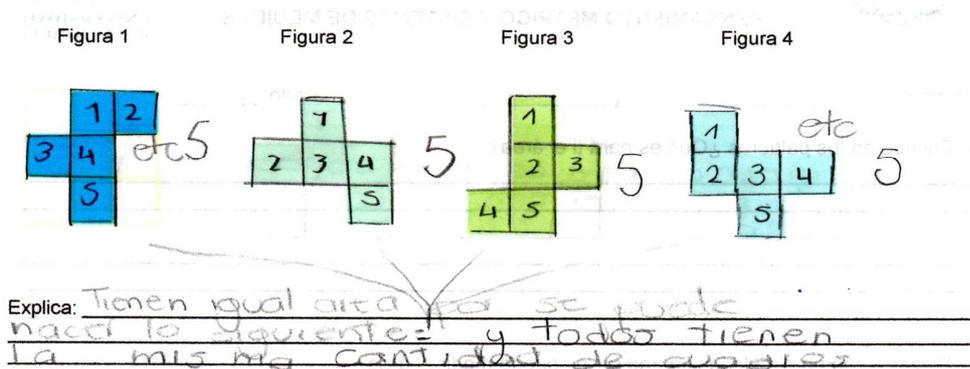


Imagen 6 - Respuesta de la pregunta 4 de la tarea de indagación

La imagen 6 muestra la respuesta de una de las participantes del caso, ella afirma que “Tienen igual área por se puede hacer lo siguiente y todas tienen la misma cantidad de cuadros”, se lee claramente la estrategia utilizada para hallar el área de las figuras sombreadas, ella se vale del conteo de cuadrados como unidad de medida construida por ella. En este sentido, la estudiante toma la decisión de dividir cada figura en cuadrados, para cuantificar las unidades cuadradas de las mismas, donde se evidencia el reconocimiento de la unidad de medida, y eso le



permite poder asignar el “1”, “2”, “3”, “4” y “5” a cada cuadrado. El proceso de repartir equitativamente las figuras aprovechando sus regularidades, le permitió representar la “unidad” de medida que le sirvió para “hacer consciente” la cantidad de unidades que posee cada figura, y concluir que todas son equivalentes.

Otro elemento que se destaca es el “etc” escrito por la estudiante, pues esto puede interpretarse como que ella “hace consciente” que el área de las figuras es invariante independientemente de la posición de estas, es decir, no importa la cantidad de rotaciones que se le hagan a la figura su área permanece invariante.

Así mismo, se hizo necesario de una entrevista, para profundizar en las respuestas dadas por la estudiante, como se muestra a continuación:

Investigadora: ¿Las figuras que se muestran a continuación tienen diferente área? o ¿Tienen igual área?

Participante: “Yo creo que tienen igual área porque todos tienen la misma cantidad de cuadritos” y con la ayuda de sus dedos señala cada una de las unidades cuadradas que conforman la figura, después hace una pausa y dice “todas tienen cinco” y muestra los cinco dedos de su mano derecha.

Cuando la estudiante muestra los cinco dedos de su mano derecha para indicar la cantidad de unidades cuadradas, no es casualidad, ni una mera coincidencia, sus acciones dan cuenta de toda una construcción histórico-cultural, como lo plantea Godino (2004):

“Las técnicas de contar son universales, y se han encontrado en todas las sociedades estudiadas hasta ahora. Estas técnicas han dado origen al concepto de número y a la Aritmética. Surgen ligadas a la necesidad de:

- Comunicar información referente al tamaño (la numerosidad) de las colecciones de objetos (cardinal de la colección).
- Indicar el lugar que ocupa o debe ocupar un objeto dentro de una colección ordenada de objetos (ordinal del objeto).”(p.17)

En esta medida, cuando ella toma la decisión de utilizar partes de su cuerpo para realizar la correspondencia uno a uno de las unidades de medida con la cantidad de sus dedos, se evidencia que el saber no es algo que los individuos poseen, adquieren o construyen, no es una entidad psicológica o mental, sino que como lo afirma Radford (2011) “el saber es generado por los individuos en el curso de las prácticas sociales constituidas histórica y culturalmente”(p.73), así, a lo largo de toda la historia se ha encontrado que las sociedades utilizan técnicas para contar y una de las más primitivas es el uso de los dedos de las manos para contar, convirtiéndose en una técnica histórico-cultural.

En otra tarea, denominada “Recubriendo áreas con pentominós” (Ver anexo 2) la misma participante coincide nuevamente en la manera de objetivar la medida del área. En esta tarea se hizo necesario el uso de los pentominós y se le pedía a la participante construir superficies con los pentominós, nuestro motivo era identificar mediante verbalizaciones, representaciones y recubrimientos situaciones de medida del área.

Con los pentominós la participante realiza dos figuras, una irregular y otra regular - un rectángulo-, afirmando “aquí cuando tenemos una figura irregular como ésta (foto 9) es más difícil contar el número de unidades cuadradas” y en ese momento mueve la mano por encima de la figura irregular.



Foto 9 - Composición de áreas I

Continúa afirmando “en cambio cuando tenemos una figura regular como este rectángulo (foto 10), podemos saber cuánto es su área, entonces podemos contar” y con las dos manos arma de forma perfecta el rectángulo.



Foto 10 - Composición de áreas II

Ella, continúa diciendo: “acá, por ejemplo hay uno, dos, tres, cierto?”, valiéndose de un pentominó, realiza el conteo de los cuadrados que conforman un lado del rectángulo, como se muestra en la foto 11, luego continúa contando los cuadrados del otro lado del rectángulo (foto 12) de la siguiente manera “acá hay uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve y diez”



de igual forma los señala con un pentominó. Al finalizar el conteo la participante, muy eufórica dice: “diez por tres me da treinta unidades cuadradas”.



Foto 11 - Composición de áreas III

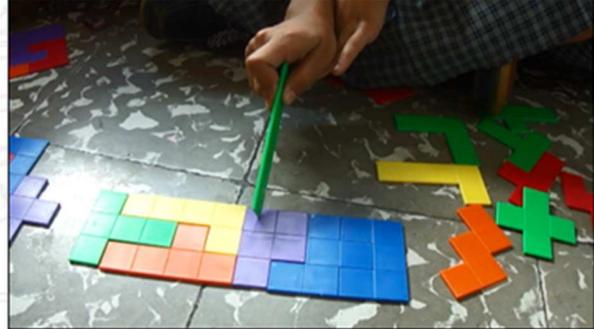


Foto 12 - Composición de áreas IV

A partir de los gestos, el lenguaje y las acciones kinestésicas que la participante pone en juego cuando realiza la tarea, podemos ver la persistencia de hallar el área de las figuras regulares de manera multiplicativa, aspecto que ella misma evidencia cuando halla el área de la figura irregular, pues la participante dice “en cambio en esta (señalando la figura irregular anterior) no daría porque para tener una figura regular como ésta (señala el rectángulo) teníamos que quitarle estos cinco cuadrados (foto 13).



Foto 13 - Reconociendo las unidades



También le quitamos estos (señalando los cuadrados “sobrantes” de la parte inferior de la figura) como se muestra en la foto 14.



Foto 14 - Reconponiendo las figuras I

Y todos estos, señalando los cuadrados “sobrantes” de la parte izquierda de la figura (foto 15):



Foto 15 - Reconponiendo las figuras II

Se puede observar que el proceso que utilizan para hallar el área de figuras irregulares, está estrechamente ligada al uso repetido de unidades de superficie de forma cuadrada y rectangular para medir, lo que genera una patrón exclusivo en las participantes (Chamorro,

2005), de donde se puede leer la forma tan insistente como la escuela enseña el área asociada a la forma de las figuras geométricas como el cuadrado, el triángulo y el rectángulo, por lo que las participantes recurren a la forma rectangular de la figura irregular para designar el área, es decir, se les hace más fácil buscar la cuadratura de la figura irregular para encontrar su medida.

Una de las investigadoras interviene y les pregunta:

Investigadora: entonces, ¿cómo las contamos?, haciendo referencia al área de la figura irregular.

Participante: “si cada figura tiene cinco unidades cuadradas”- señalando cada pentominó que conforma la superficie irregular - “contamos las figuritas de cinco unidades cuadradas una por una y las multiplicaríamos por cinco”

Investigadora: y ¿por qué por cinco?

Participante: “porque en cada una de las figuras hay cinco cositos” y señala los cuadrados que conforman un pentominó. Aquí la estudiante hace uso de expresiones de la vida diaria para nominar la unidad de medida, haciendo una asociación de la palabra “cositos” para referirse a la unidad de medida. El lenguaje verbal que ella utiliza, en este caso la palabra “cositos”, ha sido constituida histórica y culturalmente a través de un proceso social (Radford, 2014), pues es una expresión que se emplea en la vida diaria para nombrar objetos o características, cuando no se posee un lenguaje técnico y apropiado para designarlo. En este caso, la participante tiene clara la unidad, lo que no emplea es un lenguaje técnico, por lo tanto utiliza “cositos” para nombrarla.



Investigadora: entonces ésta (señala la figura irregular) ¿cuántas unidades cuadradas tiene?

Participante: “cinco, diez, quince, veinte, veinticinco, treinta, treinta y cinco, cuarenta, cuarenta y cinco unidades cuadradas. ¿por qué contamos de cinco en cinco? porque cómo cada una de éstas tiene cinco unidades cuadradas (señala cada cuadrado que conforma un pentominó) como contamos uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho y nueve (enumera cada pentominó) entonces cinco por nueve es cuarenta y cinco”

Cuando se le pregunta a la participante por la cantidad de unidades cuadradas de la figura, el motivo como docente es precisamente propiciar la comparación entre las áreas de las figuras, de donde le surge la necesidad a la estudiante, de recurrir a la *medida* del área ya no en términos cualitativos, sino cuantitativos. Esa necesidad se fundamenta en poder comunicarle al otro - investigadora y compañeras - lo que ella está objetivando. Lo que hace que le surjan ideas tales como, aprovechar las regularidades de los pentominós, utilizar como unidad de medida las marcas cuadradas de los pentominós, superponer partes iguales, contar, todo esto con el propósito de resolver la comparación. Lo anterior se evidencia en los movimientos de sus manos cuando realiza los conteos y las enumeraciones de los cuadrados, y por medio de estos ella logra “hacer consciente” la medida del área de las diferentes figuras que construye.

Por otro lado, para propiciar el proceso de *comparación*, se deben trabajar tareas que favorezcan la idea de la invarianza del área independientemente de las diferentes transformaciones que se le realizan a una figura u objeto. Así, Olmo (2007) propone que las figuras planas pueden compararse a partir de la realización de transformaciones de romper y rehacer, congruencias y la medición. Por lo tanto, se propuso la tarea denominada “Comparando

áreas con el Tangram” (Ver anexo 5), donde nuestro motivo era que las participantes reconocieran que algunas figuras pueden componerse o descomponerse geoméricamente por otras y que la forma no es un factor que determina el área de una figura.

Una parte de la tarea consistía en construir, con todas las figuras del Tangram, otra figura. Una de las participantes construye un cuadrado, y las otras dos construyen cada una, una figura irregular como se muestra en las siguientes fotos:



Foto 16 – Construcción participante 1



Foto 17 – Construcción participante 2



Foto 18 – Construcción participante 3

Y se les pregunta:

Investigadora: ¿Las figuras que construyeron tienen igual área?

Participante 1 y 2 responden al tiempo que “No”, y se miran entre sí, como queriendo decir que no están seguras de la respuesta.

Participante 2: “Sí, y a la vez no. Sí, porque empleamos las mismas figuras. No, porque armamos diferentes figuras”.

Investigadora vuelve y pregunta: ¿Las figuras que construyeron tienen igual área?

Participante 1: “Yo ahorita dije que no importaba su orden, lo importante es que todas las figuras tengan el mismo tamaño, por ejemplo, así esta sea una cosita rara y ésta también”, y señala

las figuras construidas por sus compañeras, y continúa diciendo, “todas tienen igual área porque empleamos el mismo tamaño de figuras, así sea en desorden”.

Participante 3 agrega: “no sólo es el tamaño sino la misma cantidad”.

Investigadora: ¿Cómo así?

Participante 3: “El tamaño, porque todas las figuras de nosotras son iguales”, y superpone una de sus figuras con una figura de sus compañeras, para mostrar la veracidad de su afirmación. Y continúa diciendo, “la cantidad, porque cada una tiene siete”

La investigadora vuelve y le pregunta a la participante 2: Hace un momento dijiste que las figuras tienen igual área y que tienen diferente área, de acuerdo con lo que dijeron tus compañeras, ¿Qué piensas? ¿Las figuras tienen igual área o no?

Participante 2: Pienso lo mismo que antes.

Investigadora: ¿Es decir que estas figuras tienen igual área y diferente área al mismo tiempo?

Participante 2: No, ahora que lo pienso tienen igual área, porque aunque tienen diferente posición están empleadas con el mismo número de fichas, aunque cada una de nosotras construyó una figura diferente.

El Tangram permitió la construcción de figuras tanto regulares como irregulares y el desarrollo de procesos de medición a partir de unidades no estandarizadas. En este caso vemos nuevamente como las participantes se valen del conteo y la comparación del área de las figuras para hallar el área de las figuras construidas. Además, se destaca la expresión “cosita rara” utilizada por una de las participantes para hacer referencia a la figura irregular que construyó su

compañera, porque aunque no conoce el tecnicismo con el que se nombra la figura se vale del lenguaje cotidiano para nombrar aquello que no tiene en su lenguaje.

Posterior al desarrollo de las tareas que involucran medidas no convencionales, se destaca la orientación en tareas que promuevan el uso de medidas estandarizadas, universalmente aceptadas. Así, otra de las tareas propuestas fue “Midiendo con mallas milimetradas” (Ver anexo 5), donde el propósito era indagar por los procesos de medición que utilizaban las participantes para medir el área de diferentes figuras geométricas, específicamente dos estructuras, la primera aditiva, donde se suma la cantidad de unidades cuadradas que conforman las figuras, y la segunda multiplicativa, donde se hace el producto de las medidas de los lados de las figuras.

Para esta tarea se le entrega a cada participante una figura geométrica en cartón paja (rectángulo, cuadrado o triángulo) y una malla milimetrada en acetato, como se muestra a continuación:

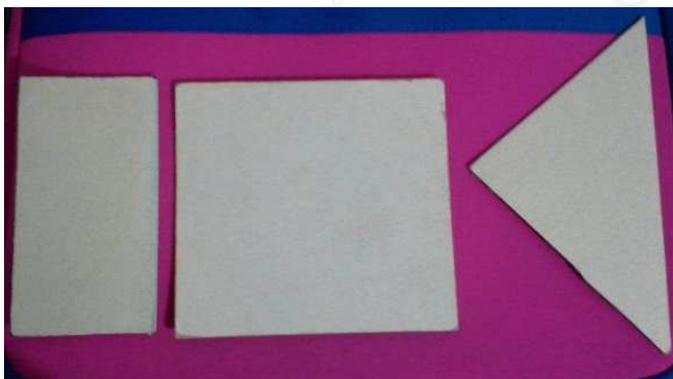


Foto 19 – Figuras en cartón paja

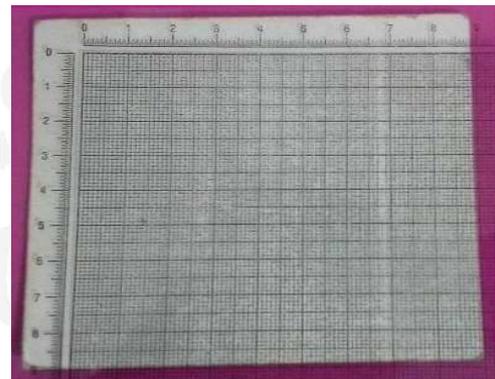


Foto 20 - Malla milimetrada

También, se les entregó la siguiente tabla. En la siguiente imagen se muestra la respuesta de una de las participantes:

	Suma de los cuadrados que conforman la figura	Multiplicación de la medida de los lados de la figura
Área del rectángulo	50 CUADRADOS	50 cm ²
Área del cuadrado	100 CUADRADOS	100 cm ²
Área del triángulo rectángulo	50 CUADRADO	50 cm ²

Imagen 7 – Respuesta de la pregunta de la tarea 4

A continuación se muestra la entrevista realizada a una de las participantes:

Investigadora. ¿Cómo puedo medir el área de la figura?

Participante 1 tiene en la mano un cuadrado y le sobrepone la malla milimetrada y afirma: “De dos formas. Mediría acá, que es hasta 10” y señala uno de los lados del cuadrado, “y acá, hasta 10” y señala el otro lado del cuadrado, “y los multiplico, y como el área es lo de adentro”, y mueve la mano sobre la superficie de la figura, y continúa diciendo, “entonces también puedo contar los cuadrados de adentro”.

Con las expresiones que utiliza la participante como “mediría acá”, “y acá hasta 10” y “los multiplico” da cuenta de los procesos objetivación-subjetivación que está realizando para hallar el área de la figura, pues en su elección está “haciendo consciente” que la forma más sencilla de hallar el área es a través del producto de medidas, situación que a su vez es mediada

por la malla milimetrada, pues ésta le permite hallar el valor de los lados del cuadrado, y así multiplicar esos valores y obtener el área de la figura. Así mismo, la participante “hace consciente” la noción del área como la superficie encerrada por una línea poligonal o una curva cerrada, al expresar “el área es lo de adentro” y usar su mano para deslizarla sobre la superficie de la figura para “hacer visible” su idea.

De igual forma, en las respuestas de las participantes, se percibe la correspondencia y la diferencia que hace entre la unidad de medida (“cuadrado”, “cuadrado”, “cositos”) y la cantidad a medir (“figura entera”), pues “hace consciente” la cantidad de magnitud objeto de ser medida y la unidad de medida, señalando cómo la cantidad a medir está compuesta de cuadrados. Además, enfatiza en su carácter de unidad para contarlas y determinar el área total de la figura, situación que resaltan el MEN (1998) cuando afirman que “(...) es necesario seleccionar una unidad de medida apropiada para el rango determinado a medir” (p.66), es decir, es el reconocimiento de la unidad de medida uno de los aspectos importantes en la construcción de la Magnitud Área, con el fin de comenzar a reconocer en ella aspectos que involucran la comparación como “más que” o “menos que” entre cantidades de magnitud.

7. CONSIDERACIONES FINALES

Teniendo en cuenta la pregunta que permitió el desarrollo de nuestra investigación:
¿Cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área?, orientada bajo el objetivo:
analizar cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación

en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área, emergieron entonces tres categorías con las que fue posible hacer el análisis y la triangulación anteriormente expuesta; sin embargo, se hace necesario resaltar aspectos que surgieron en el desarrollo de las tareas que, de algún modo, fueron importantes para la investigación:

- i) El área como una magnitud lineal.
- ii) El área como el espacio que ocupa un cuerpo.
- iii) El área como una magnitud bidimensional.

El área como una magnitud lineal y el área como el espacio que ocupa un cuerpo.

En la tarea de “indagación” se formularon cinco preguntas, como se mencionó en el capítulo 6 “*proceso de objetivación-subjetivación de la magnitud área*”, en una de ellas se pedía a las participantes escribir en sus palabras qué era el área; a continuación se muestra en la imagen 8 algunas de las respuestas obtenidas:

<p>1. Escribe en tus palabras ¿Qué es para ti el área?</p> <p><i>El area non los centimetros de cada lado de una figura plana.</i></p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
--

Imagen 8 - Respuesta de la pregunta 1 de la tarea de indagación

La respuesta de la participante muestra la confusión que se genera entre la noción de perímetro y área; esta dificultad es planteada por Gallo & Otros (2006) quienes afirman que:

“una de las situaciones que resulta conflictiva en el tratamiento de las magnitudes en la escuela tiene que ver con los conceptos de área y perímetro, al igual que sus procesos de medición y cálculo. La mayoría de los alumnos no parecen captar sus diferencias y terminan designando lo uno por lo otro, sin darse por enterados de que lo que allí se pone en juego no sólo es el hecho de la dimensionalidad de las medidas, sino que se trata de dos magnitudes diferentes” (p. 89)

Así, la participante se vale del lenguaje verbal para designar el área como la suma de las medidas de los lados de la figura, lo que se evidencia cuando ella afirma “*el área son los centímetros de cada lado de una figura plana*”, pues hace referencia a la noción de perímetro para definir el área, lo que implica que la estudiante no perciba la diferencia entre los dos atributos.

Otra respuesta dada se muestra en la imagen 9:

1. Escribe en tus palabras ¿Qué es para ti el área?

Yo pienso que un área es como el espacio que ocupa una figura así sea en rectángulo como en cuadrados por ejemplo esta figura ya deciría tiene de área 6x8 ya se esta figura que no dice que tenga área.

2. Encierra con un círculo las figuras se les puede medir el área

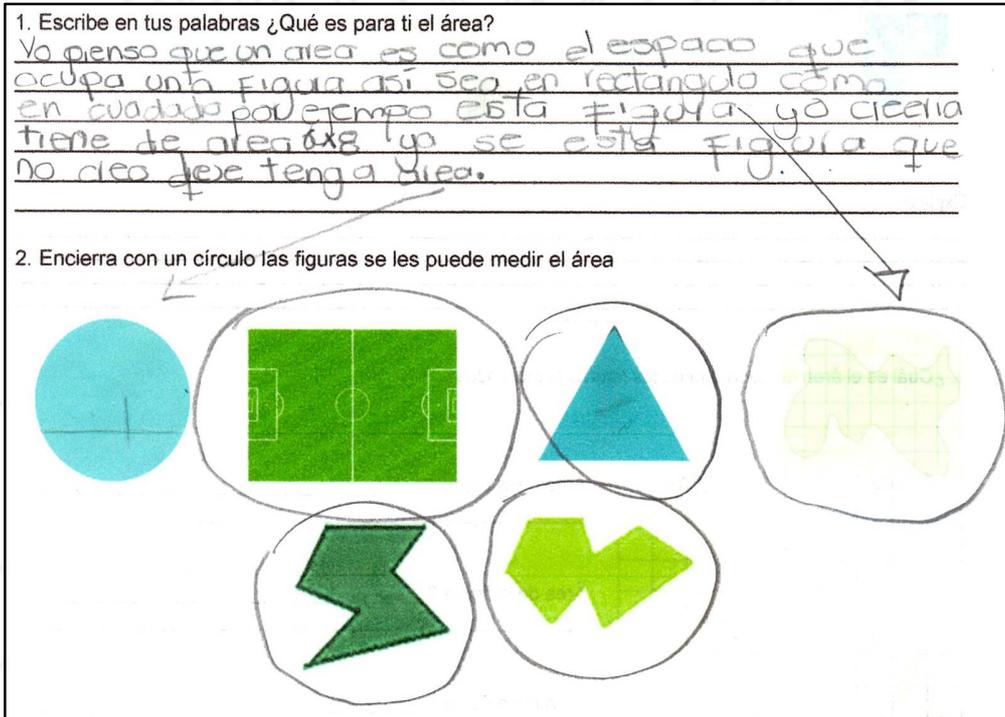


Imagen 9 - Respuesta de las preguntas 1 y 2 de la tarea de indagación



En la expresión “*el área es el espacio que ocupa una figura*”, la participante verbaliza desde sus vivencias y sus acercamientos los significados que para ella tiene la noción de área, de tal modo que le asigna otros atributos al área que no son propiamente de ella, haciendo corresponder la noción de área en cierta forma con la del volumen. Así, como lo plantea Chamorro (2005):

“la noción de superficie podría ser claramente dependiente de las situaciones escolares en que ha sido presentada, así como de los objetos soportes utilizados, haciendo corresponder al concepto superficie propiedades en el pensamiento natural o espontáneo, que resultarían inexistentes o falsas en el terreno de la lógica formal” (p. 256)

Lo que también se evidencia en el punto dos de la imagen 8 cuando ella hace unos trazos con el lápiz, encerrando con una línea curva todas las figuras excepto el círculo, por lo tanto selecciona aquellas figuras que para ella tienen área y descarta el círculo afirmando “*esta figura no creo que tenga área*”.

El área como una magnitud bidimensional

De igual forma, formulamos otra pregunta donde pudiéramos rastrear la noción convencional de unidad de medida del área, desde el Sistema Internacional de Unidades, a partir del lenguaje simbólico de esta magnitud. Las producciones de las participantes se muestran a continuación en las imágenes 10 y 11:



3. ¿Qué significa para ti cm^2
No se creo que 2 centímetros.

Imagen 10 - Respuesta de la participante 1 a la pregunta 3 de la tarea de indagación

3. ¿Qué significa para ti cm^2
Para mí cm significa centímetros

Imagen 11 - Respuesta de la participante 2 a la pregunta 3 de la tarea de indagación

Basándonos en las respuestas dadas por las participantes “no se creo que 2 centímetros” y “para mi cm significa centímetro” se evidencia un reconocimiento del símbolo “cm” y del lenguaje verbal correspondiente, que demuestra los procesos de objetivación-subjetivación de las estudiantes para identificar la correspondencia entre lo simbólico y lo verbal, sin embargo allí también se evidencia la falta del reconocimiento de la expresión en su totalidad, que involucra la dimensionalidad de dicha unidad “ cm^2 ” pues se reconoce el significado de la sigla simplemente como una cuestión lineal.

8. CONCLUSIONES

En el recorrido de este trabajo de investigación, pudimos dar respuesta a la pregunta *¿Cómo los Medios Semióticos desencadenan unos procesos de objetivación-subjetivación en relación con algunas nociones básicas de la Magnitud Área?*, desde tres categorías que



emergieron en los análisis de la información obtenida. La primera, relacionada con el recubrimiento de superficies, permitió generar la categoría *el área como teselado (recubrimiento)*: “*huequitos chiquiticos*”; la segunda, vinculada con el conteo de cuadrados, permitió producir la categoría *el área como “conteo de cuadritos”*, y la tercera asociada al producto de medidas de los lados de una figura, permitió crear *el área como producto de “lado por lado”*. Estas tres categorías, hicieron posible observar cómo las participantes a la hora de enfrentarse con una tarea se valen de gestos, palabras, acciones kinestésicas y otros Medios Semióticos de Objetivación cargados de significación cultural, para poder “hacer consciente” que debe realizar y llevarlo a cabo.

El trabajo de investigación realizado desde un enfoque cualitativo bajo la metodología de estudio de casos, permitió observar, caracterizar y entender la relación que se estableció entre los Medios Semióticos y los procesos de objetivación-subjetivación de algunas nociones básicas de la Magnitud Área, pues es un enfoque que centra su atención en lo social e institucional de la persona, lo que admite visualizar las acciones, las verbalizaciones, decisiones y producciones de las participantes del caso.

De otro lado, durante las observaciones realizadas en el aula de clase, pudimos evidenciar que el tratamiento didáctico que se le da a las magnitudes es de orden aritmético olvidando los procesos de medida, pues los docentes se centran en la solución de problemas numéricos con situaciones de medida relegando los procesos de medición; es por esta situación, que los procesos de cálculo cobran mayor importancia en la enseñanza, lo que implica perder la oportunidad de que los estudiantes aprendan a utilizar mejor los instrumentos de medida y así



mismo, nos permitió diseñar algunos instrumentos de medida (mallas de acetato milimetradas) para pequeñas cantidades de superficie y el reconocimiento de las unidades de medida, dejando de lado el carácter aproximado de la magnitud y con ello la enseñanza de las magnitudes (específicamente el área), es decir, el énfasis que se hace en las escuelas es en la aritmetización pero sin medición, lo que conlleva a repensar la enseñanza de las magnitudes, de ahí que el reconocimiento de las unidades de medida y la aproximación a ellas, a través de los Medios Semióticos de Objetivación, desencadenan en el estudiante unas acciones kinestésicas, decisiones y verbalizaciones que dan cuenta del proceso de objetivación-subjetivación que está realizando el estudiante en la medición.

Es importante resaltar que la objetivación-subjetivación de las magnitudes inician con la percepción del atributo susceptible de ser cuantificado, de allí el sentido de realizar teselados, recubrimientos y llenado de superficies con los estudiantes en la comprensión de la Magnitud Área pues, es a través de tareas que involucren dichas situaciones, que el estudiante “hace consciente” el atributo que está allí y que es una cualidad o un atributo propio de los objetos que son extensos, lo que quiere decir que los objetos que son extensos tienen una cualidad que se llama superficie y que esa superficie puede ser plana o curva, y dependiendo de esa característica, se dan procesos de cuantificación, es decir, cuánto de superficie tiene, lo que termina siendo el área. Es necesario aclarar, que este proceso se hace complejo para los estudiantes, por lo que se deben tomar decisiones que permitan que esa noción sobre el área se vaya construyendo sin tenerse que hacer explícito, de ahí que surja el concepto de cantidad de medida, es decir, qué tanta superficie hay en algo que se encierra, que a su vez es palpable, perceptible a través del contacto físico con ellos y que el estudiante mentalmente lo está

construyendo como su propio referente, es decir, está “haciendo consciente” esta regularidad, lo que le permite comunicarse con los otros y realizar ciertos gestos que ejemplifican su noción del área.

Así mismo, notamos que es importante buscar mediadores, figuras en cartón paja, pentominós, tangram, mallas milimetradas, entre otros medios cargados de significación cultural, ya que los objetos matemáticos no son asequibles directamente, de allí que los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas resalten que lo interesante - en el tratamiento de las magnitudes - sea poner la matemática en contexto, pues cosas que son tan abstractas necesitan ser mediadas por algo para verle sentido con la vida cotidiana y esto es, lo que en última instancia, permiten hacer los procesos de medición.

Por otra parte, se evidenció que en muchas ocasiones no es que el estudiante responda mal a las preguntas que se le hacen, sino que la forma de preguntar, como lo hacen las Pruebas Saber con su lenguaje y preguntas elaboradas, produce que se rompan puentes establecidos entre el lenguaje social (estudiante) y el lenguaje técnico, por lo que los estudiantes tienden a confundir aquello que se les pregunta con lo que poseen en su cotidianidad, de allí que respondan por ejemplo sobre el concepto de área como la materia de ciencias sociales, lengua castellana, que en última instancia lo que refleja es el desconocimiento de los objetos matemáticos como portadores de una historia constituida histórica y culturalmente.

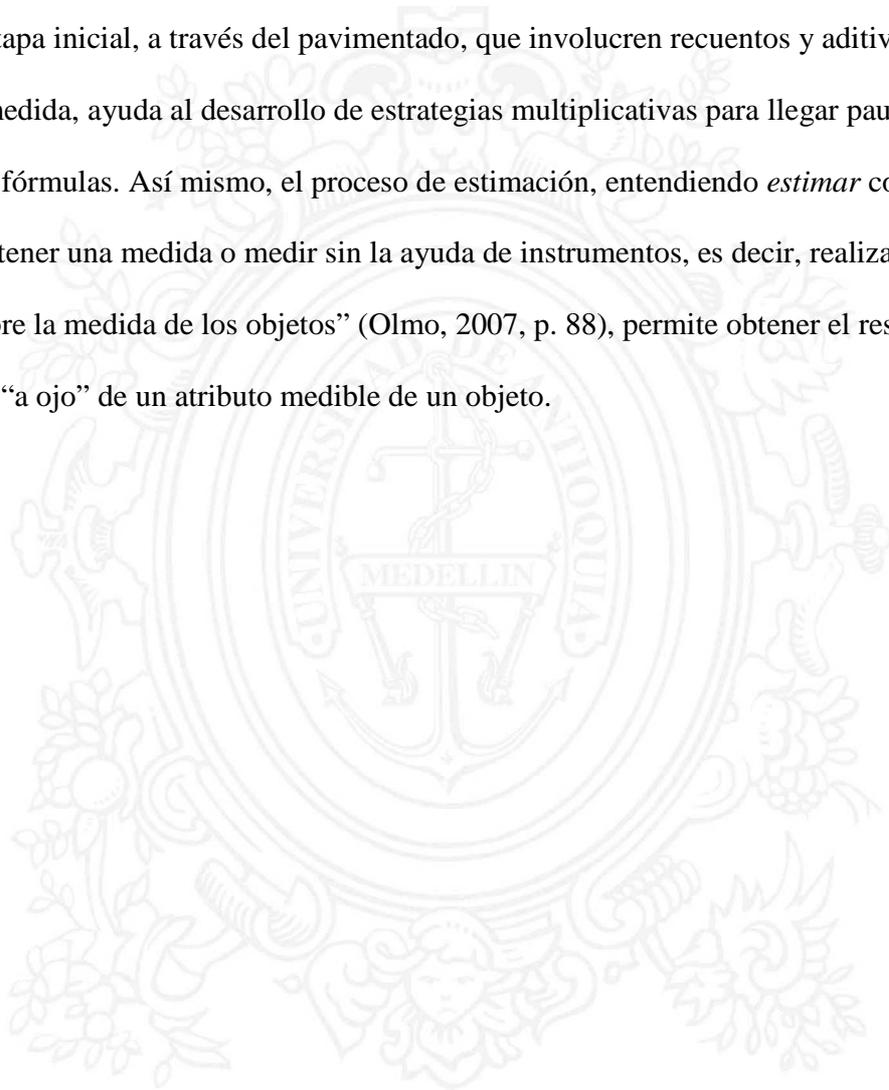
Como líneas abiertas para futuras investigaciones, se propone continuar con los procesos que no se pudieron desarrollar (mencionados anteriormente), tales como la *aritmización* y *estimación* del área, que según Olmo (2007) hacen parte del tratamiento didáctico y



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

procedimental de la magnitud, pues las tareas de aritmetización de figuras con superficie plana, en su etapa inicial, a través del pavimentado, que involucren recuentos y aditividad de las unidades de medida, ayuda al desarrollo de estrategias multiplicativas para llegar paulatinamente al trabajo con fórmulas. Así mismo, el proceso de estimación, entendiendo *estimar* como “el proceso de obtener una medida o medir sin la ayuda de instrumentos, es decir, realizar juicios subjetivos sobre la medida de los objetos” (Olmo, 2007, p. 88), permite obtener el resultado de una medición “a ojo” de un atributo medible de un objeto.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

9. REFERENCIAS

- Aguirre, L., Ávila, P., Echeverri, P., Quintero, L. & Triana, M. (2006). *Desarrollo del pensamiento espacial y la formulación de problemas geométricos* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Bell, J. (2002). *Estudios de observación. En Cómo hacer tu primer trabajo de investigación*. España: Biblioteca de educación.
- Betancur, J., Londoño, Y., Martínez, L., Posada, F. & Rúa, T. (2009). *Pensamiento espacial: el proceso de representación de figuras tridimensionales en el plano bidimensional* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Cardona, S., Rave, J. & Muñoz, J. (2012). *La geometría en el aula: una propuesta para la interpretación de conceptos e ideas matemáticas y físicas* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Carmona, M., Carvajal, A., Góez, S. & Vélez, A. (2008). *Reflexiones didácticas sobre los procesos de medición de longitudes en el grado quinto de primaria* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Ceballos, F. (2009). El informe de investigación con estudio de casos. *Revista internacional de investigación en educación*, 2, 413-423.



Cerda, H. (1991). *Los elementos de la investigación*. Bogotá: El búho.

Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las Matemáticas*. Madrid: Pearson.

Galeano, M. (2012). *Estrategias de investigación social cualitativa. El giro en la mirada*.
Medellín: La carreta editores.

Gallego, J., Peláez, S., Restrepo, D. & Vásquez, J. (2013). *Los medios culturales semióticos: una posibilidad para aproximarse a la multiplicación* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.

Gallo, O., Gutiérrez, J., Jaramillo, C., & otros. (2006). *Módulo 3 Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas*. Medellín: Artes y Letras Ltda.

García, H., Daza, J. & Úsuga, J. (2010) *Una aproximación al perímetro y al área a través de situaciones de medida* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.

Godino, J., Batanero, C. & Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada.

Godino, J. (2004). *Matemáticas para maestros*. Recuperado de

http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/8_matematicas_maestros.pdf.



La enseñanza-aprendizaje desde una perspectiva histórico-cultural: la teoría de la objetivación. (Radford). (2014). *Ciclo de conferencias en Educación Matemática – GEMAD*. [Video]. De http://www.luisradford.ca/pub/video_gemad_Oct18_2014.html.

Manual de convivencia; Institución Educativa Jesús María El Rosal. (2013).

Ministerio de Educación Nacional. (1994). *Ley general de educación*. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos en Competencias en Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de Educación Nacional. (2012). *Pruebas Saber: Matemáticas*. Recuperado de http://www.icfes.gov.co/examenes/component/docman/doc_view/476-matematicas-3-2012?Itemid=.

Ministerio de Educación Nacional. (2013). *Pruebas Saber: Matemáticas*. Recuperado de http://www.icfes.gov.co/examenes/component/docman/cat_view/6-saber-3-5-y-9/18-informacion-general/43-guias-y-ejemplos-de-preguntas/34-ejemplos-de-preguntas/95-grado-3?Itemid=.



Obando, G., Vanegas, M., & Vásquez, N. (2006). *Módulo 1 Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos*. Medellín: Artes y Letras Ltda.

Obando, G. (2015). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3o y 4o de una institución educativa de la Educación Básica*. (Tesis doctoral). Universidad del valle, Cali.

Olmo, M., Moreno, M. & Gil, F. (2007). *Superficie y volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?*. Madrid: Síntesis.

Plan de área de matemáticas; Institución Educativa Jesús María El Rosal. (2013).

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Número especial*, 103-120.

Radford, L. (2006). Semiótica Cultural y Cognición. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 669-689.

Radford, L. (2006). Semiótica y Educación Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Número especial sobre Semiótica, Cultura y Pensamiento Matemático*, 7-21.



- Radford, L. (2011). *La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación. El caso de la didáctica de las matemáticas*. Girona (Spain): Documenta Universitaria.
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- Restrepo, C. (2007). *La formulación de problemas de geometría y la construcción del espacio en los alumnos de segundo grado de la institución educativa javiera londoño* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Rueda, L., Ríos, C. & Martínez, D. (2009). *Aportes a la construcción de la noción de espacio de los estudiantes del grado 5° de la Institución educativa Alberto Lebrun Munera* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.
- Sandoval, C. (2002). *Investigación Cualitativa*. Bogotá: ARFO editores e impresores Ltda.
- Secretaría de educación de Medellín. (2014). Recuperado de <http://www.medellin.edu.co/sites/Educativo/Docentes/maestrosinvestigadores/>.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Editores Morata.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Zapata, F., Cano, N., Muñoz, D., Carmona, E. & Cadavid, S. (2006) *Situaciones problemas para la enseñanza de la magnitud área* (Tesis de pregrado). Universidad de Antioquia, Medellín.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



10. ANEXOS

10.1 Anexo 1: Tarea de indagación



INSTITUCIÓN EDUCATIVA JESÚS MARÍA EL ROSAL
"Con la ciencia y los valores: excelencia
en el ser, saber y hacer"

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

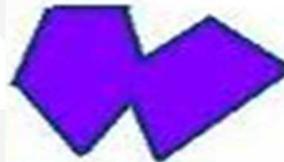
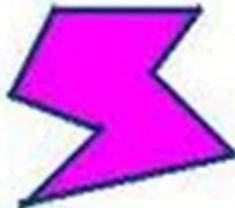
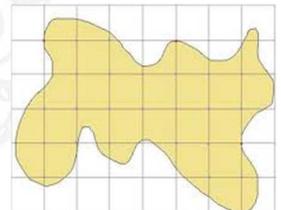
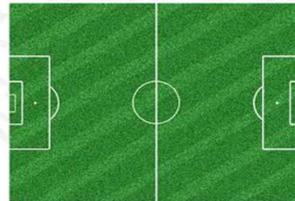
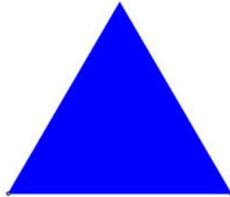
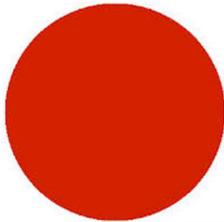


Nombre: _____

Grado: _____

1. Escribe en tus palabras ¿Qué es para ti el área?

2. Encierra con un círculo las figuras se les puede medir el área





cm²

3. ¿Qué significa para ti ?

4. ¿Las figuras que se muestran a continuación tienen diferente área? o ¿Tienen igual área?

Figura 1



Figura 2

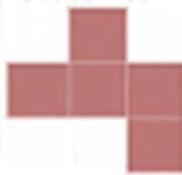


Figura 3

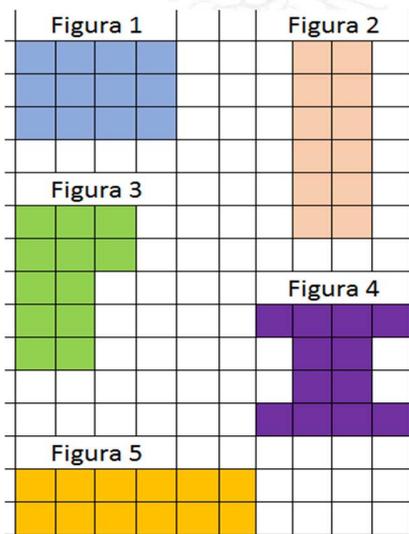


Figura 4



Explica:

5. ¿Cuál es el área de cada una de las figuras sombreadas?



Área de la figura 1 _____

Área de la figura 2 _____

Área de la figura 3 _____

Área de la figura 4 _____

Área de la figura 5 _____



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

10.2 Anexo 2: Tarea 1 percepción del concepto de área



INSTITUCIÓN EDUCATIVA JESÚS MARÍA EL ROSAL
“Con la ciencia y los valores: excelencia en el ser,
saber y hacer”

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Competencia: “Diferencio y ordeno en objetos y eventos, propiedades o atributos que se pueden medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes, entre otros)” MEN, Estándares de competencias básicas en matemáticas (2006)

Tarea 1

1. **Título:** ¡Recubriendo áreas geométricas!

2. **Indicador de desempeño:** Recubrir superficies empleando figuras geométricas regulares.

3. **Materiales:** un cuadrado, un triángulo equilátero y un hexágono, todas estas figuras de 10 cm de lado y tizas.

4. **Conceptos:** Recubrimiento, noción de área.

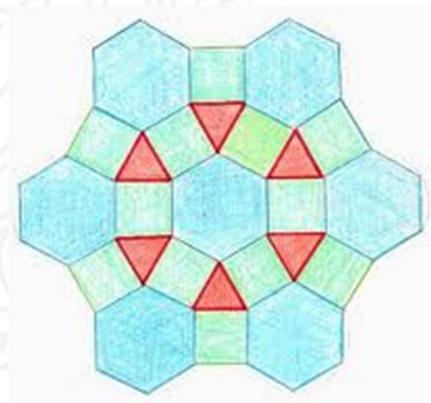
5. **Procesos:** Razonamiento, resolución de problemas, comunicación.

6. **Pasos para realizar la tarea:**

Paso 1: Se les pide a las estudiantes organizarse en grupos de tres y luego nos dirigimos a la cancha.

Paso 2: Por cada grupo se entrega una tiza, un triángulo equilátero, un cuadrado y un hexágono. Todas estas figuras construidas con 10cm de lado.

Paso 3: En cada grupo se le asigna la tarea de encerrar una superficie que tenga de área:





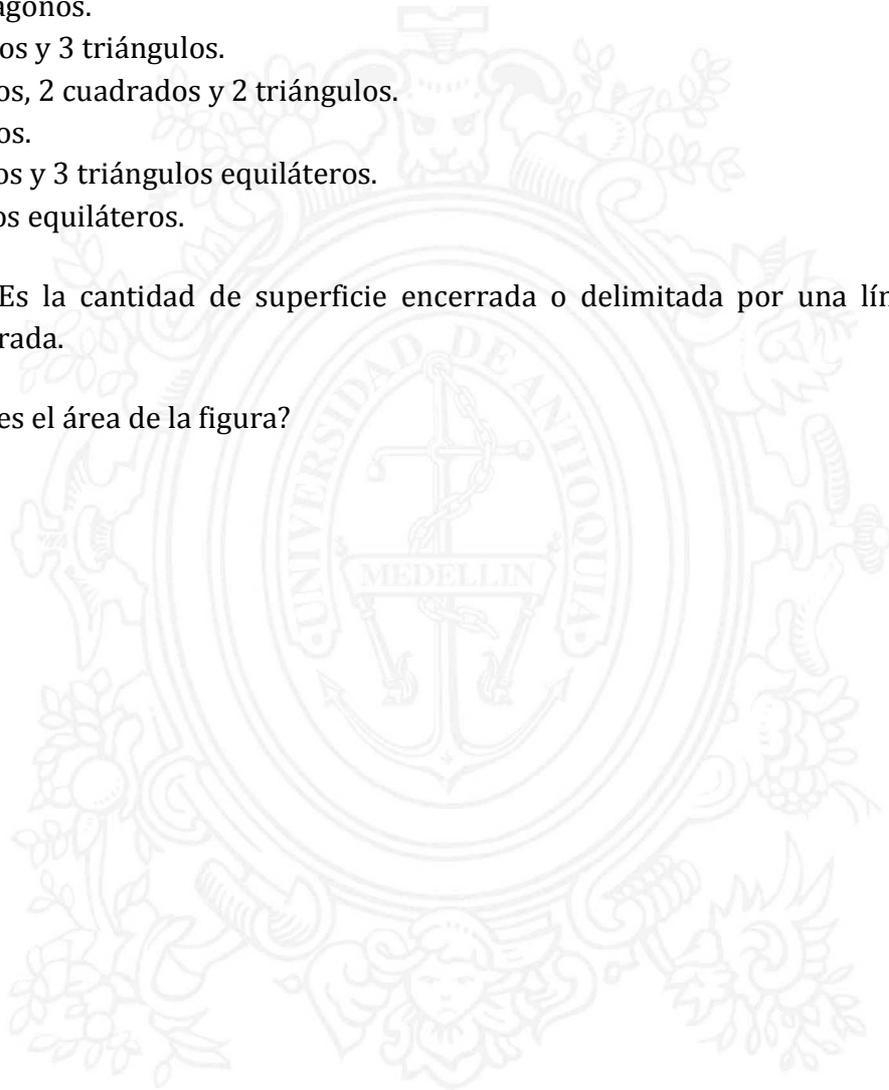
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

- a) 5 hexágonos.
- b) 2 hexágonos y 3 triángulos.
- c) 3 hexágonos, 2 cuadrados y 2 triángulos.
- d) 6 cuadrados.
- e) 4 cuadrados y 3 triángulos equiláteros.
- f) 3 triángulos equiláteros.

Nota: Área: Es la cantidad de superficie encerrada o delimitada por una línea curva o poligonal cerrada.

- ¿Cuál es el área de la figura?



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

10.3 Anexo 3: Tarea 2 recubriendo áreas con pentominós



INSTITUCIÓN EDUCATIVA JESÚS MARÍA EL ROSAL
“Con la ciencia y los valores: excelencia en el ser,
saber y hacer”

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS



“Los procesos de medición comienzan desde las primeras acciones con sus éxitos y fracasos codificados como más o menos, mucho o poco, grande o pequeño, en clasificaciones siempre relacionadas en alguna forma con imágenes espaciales, esto es con modelos geométricos, aún en el caso del tiempo”. (MEN. 1998, p. 60).

De esta manera, el trabajo con el pensamiento espacial y los sistemas geométricos, acercan a los estudiantes al problema de la medición, de una manera en que la asignación numérica se ve alejada en el proceso de medir y se da mayor importancia a las comparaciones y estimaciones entre figuras, es decir, la aritmetización del área no es vista como un punto de partida y sino como un punto de llegada.

Competencia: “Diferencio y ordeno en objetos y eventos, propiedades o atributos que se pueden medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes, entre otros)” MEN, Estándares de competencias básicas en matemáticas (2006)

Percepción: Recubrimientos y teselados.

Tarea 2

1. Título: Recubriendo áreas con pentominós.

2. Indicador de desempeño: Identificar mediante verbalizaciones, representaciones y recubrimientos situaciones en las cuales se pueda medir el área.

3. Materiales: Guía de trabajo, colores y pentominós.

4. Conceptos: Recubrimiento, noción de área.

5. Pasos para realizar la tarea:



Paso 1. Nombre tres objetos que tengan superficies curvas:	Paso 2. Nombre tres objetos que tengan superficies planas:

Paso 3: Si esta figura tiene área de una unidad cuadrada: 

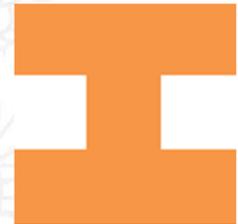
¿Cuántas unidades cuadradas tiene cada figura?

Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4



¿Cuántas unidades cuadradas tiene la figura 1? _____

¿Cuántas unidades cuadradas tiene la figura 2? _____

¿Cuántas unidades cuadradas tiene la figura 3? _____

¿Cuántas unidades cuadradas tiene la figura 4? _____

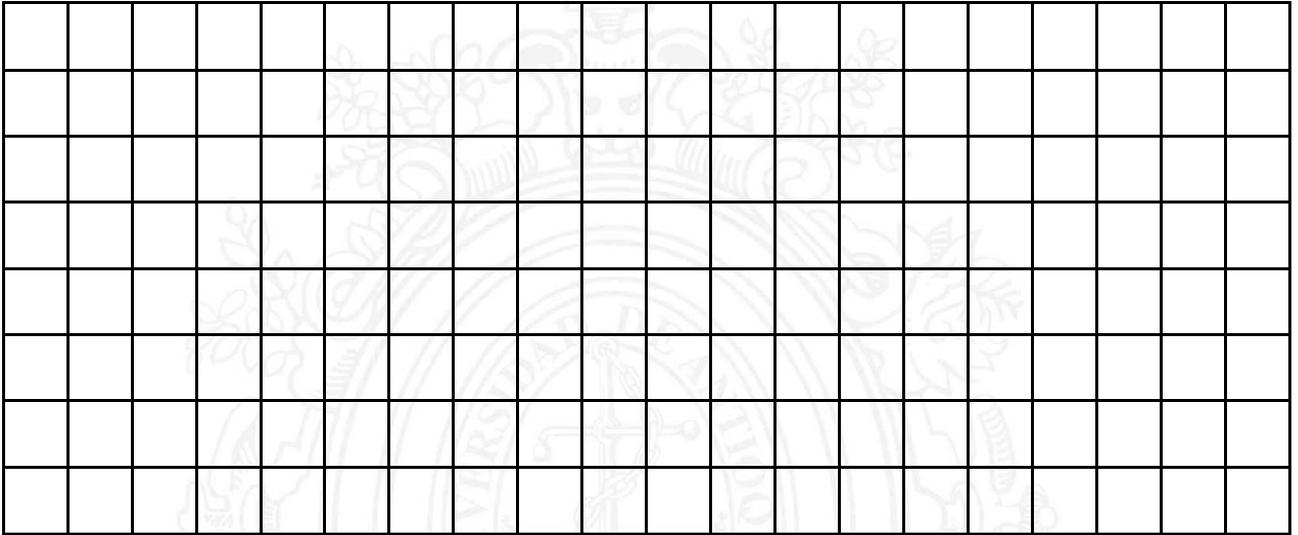
Paso 4: Si esta figura tiene de área una unidad cuadrada 

a) Pinte dos superficies que tengan 6 unidades cuadradas.

b) Pinte una superficie que tenga 12 unidades cuadradas.

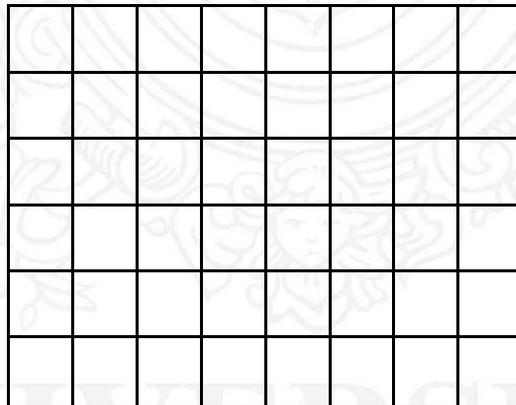


c) Pinte una superficie que tenga 20 unidades cuadradas.

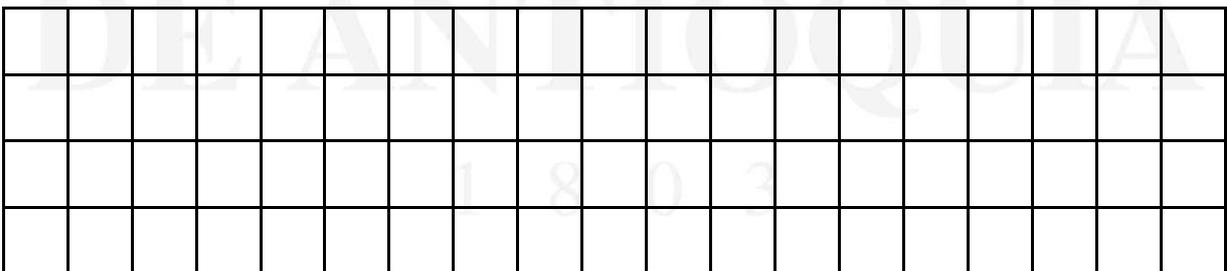


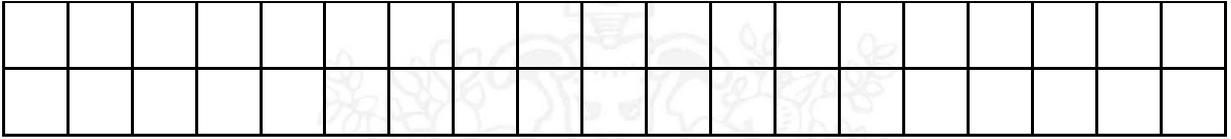
Paso 5: Utilizando los pentaminós construir las siguientes figuras. Y píntalas en la malla.

a) Un cuadrado de 25 unidades cuadradas

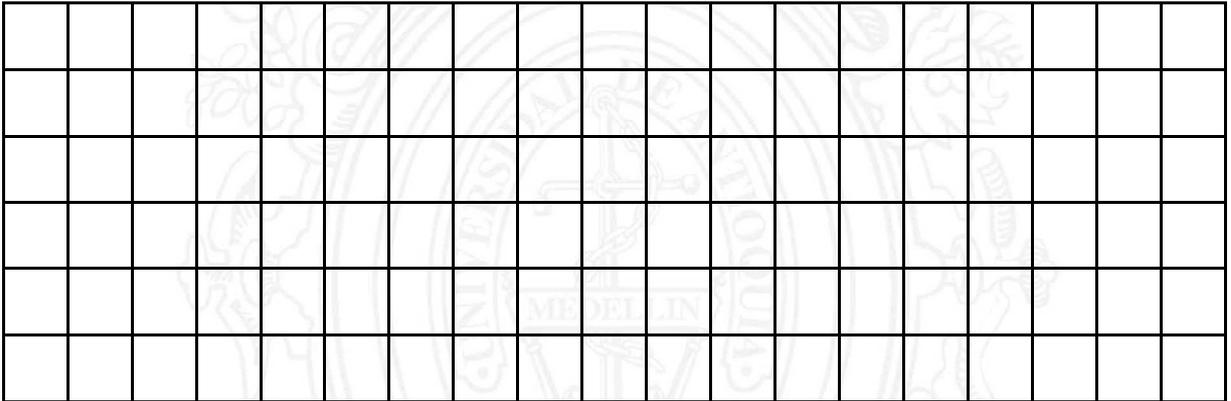


b) Dos rectángulos de 15 unidades cuadradas

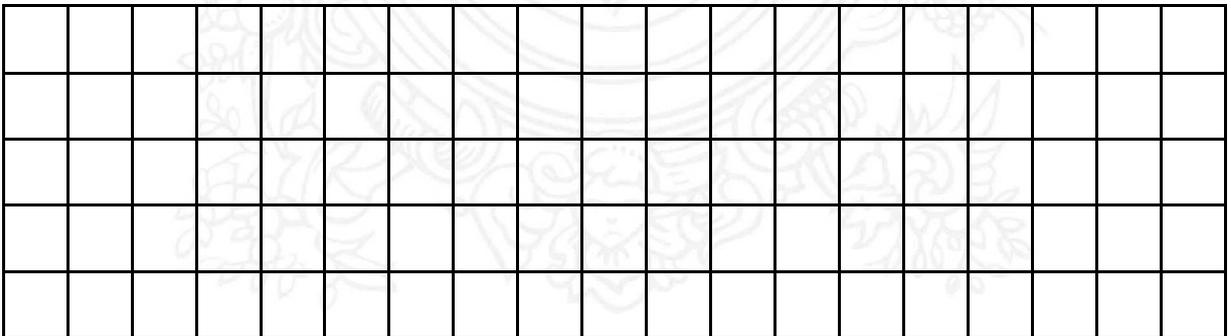




c) Un rectángulo de 30 unidades cuadradas



d) Un rectángulo de 20 unidades cuadradas



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



10.4 Anexo 4: Tarea 3 comparando áreas con el tangram



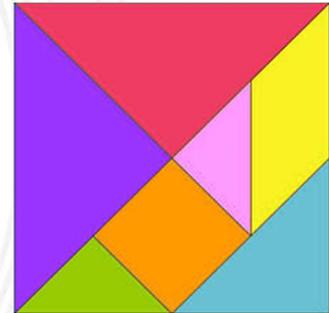
INSTITUCIÓN EDUCATIVA JESÚS MARÍA EL ROSAL
"Con la ciencia y los valores: excelencia
en el ser, saber y hacer"

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS



Tarea 3

1. **Título:** Comparando áreas con el Tangram
2. **Indicador de desempeño:** Reconocer que algunas figuras pueden estar formadas geoméricamente por otras. Además, que la forma no es un factor que interfiere en el área de una figura.
3. **Materiales:** Un octavo de cartulina plana, lápiz, troquel del tangram.
4. **Conceptos:** Noción de área, composición y descomposición de figuras.
5. **Pasos para realizar la tarea:**



Paso 1: Se troquela la plantilla del Tangram.

Paso 2: Observa y responde:

a. ¿Qué figuras conforman el Tangram?

b. Construir con el Tangram las siguientes figuras:

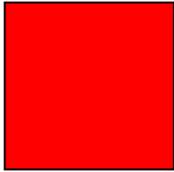
1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1803

Facultad de Educación

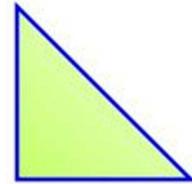
Cuadrado



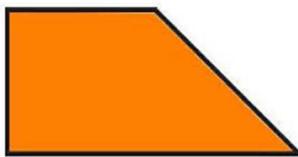
Rectángulo



Triángulo rectángulo



Trapezio rectángulo



Paralelogramo



c. ¿Qué figuras geométricas se pueden construir con el Tangram?

d. ¿Las figuras que se construyeron tienen igual área? o ¿Las figuras que construimos tienen diferente área? Explica tu respuesta.

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

10.5 Anexo 5: Tarea 4 midiendo con mallas milimetradas



INSTITUCIÓN EDUCATIVA JESÚS MARÍA EL ROSAL
“Con la ciencia y los valores: excelencia
en el ser, saber y hacer”

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS



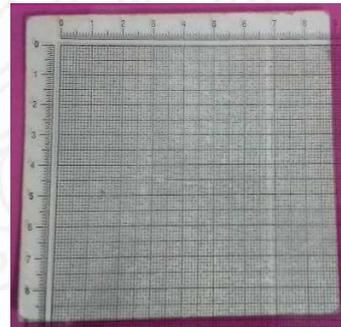
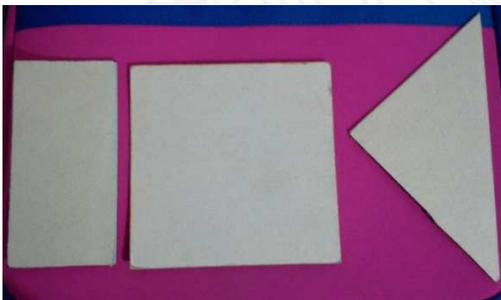
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Tarea 4

1. Título: Midiendo con mallas milimetradas

2. Indicador de desempeño: Medir figuras geométricas utilizando dos estructuras, la primera aditiva, se suma la cantidad de cuadrados que conforman las figuras, y el segundo multiplicativo, se hace el producto de las medidas de los lados de las figuras.

3. Materiales: Figuras en cartón paja como rectángulo, triángulo rectángulo y cuadrado; todas de 10cm de lado y malla milimetrada



4. Conceptos: El área como adición de unidades de medida, el área como el producto de medidas

5. Pasos para realizar la tarea:

Paso 1: Se le entrega a cada estudiante una figura de cartón paja y una malla milimetrada, en acetato.

Paso 2: Se le da a los estudiante un tiempo para manipular el material de manera libre.



Paso 3: Se les pregunta a los estudiantes:

¿Para qué crees que sirve la malla milimetrada?

¿Cómo se mide con ella?

Paso 4: Comparemos

	Suma de los cuadrados que conforman la figura	Multiplicación de la medida de los lados de la figura
Área del rectángulo		
Área del cuadrado		
Área del triángulo rectángulo		

Paso 5: Formalización de los conceptos

Área de un cuadrado: $b \times h$ ó $l \times l$

Área de un rectángulo: $b \times h$ ó $l \times a$

Área de un triángulo: $\frac{b \times h}{2}$

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



10.6 Anexo 6: Consentimientos informados



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS

Consentimiento informado para padres de familia

El siguiente documento tiene como objetivo informar las actividades que se realizarán en la Institución Educativa Jesús María - El Rosal y obtener su consentimiento para que su hija participe o no en las actividades del trabajo de investigación "Los medios culturales semióticos en la objetivación de la unidad área" que se realizará en la presente institución.

Como investigadoras tenemos la propuesta de realizar actividades en el área de matemáticas, con algunas estudiantes de los grados cuartos, en un horario convenido con el docente de matemáticas, utilizando únicamente un día a la semana en un período que comprende como inicio el mes de Agosto y de término al mes de Noviembre.

Debido a que parte de las actividades académicas de formación de los estudiantes de la Licenciatura básica con énfasis en matemáticas de la Universidad de Antioquia, consiste en realizar prácticas profesionales en instituciones educativas.

El objetivo de dichas actividades es analizar procesos de aprendizaje en el área de las matemáticas y en relación específicamente con la comprensión de las magnitudes y sus medidas.

No habrá ningún beneficio y costo monetario a cambio de la participación de su hija en estas actividades, porque el único fin del trabajo de investigación es el mejoramiento de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, recalcando que es de orden académico.

El trabajo de investigación no presenta riesgo alguno, ni efectos secundarios o negativos para la estudiante, es importante aclarar que parte de este trabajo consta en la recolección de datos, evidencias y resultados, por lo que se tomarán fotografías, videos y grabaciones bajo una estricta actitud profesional para los datos de las estudiantes participantes, pues el trabajo es sólo para fines educativos y de investigación.

En caso de que autorice su participación podremos resolver dudas durante el proceso de formación. En caso de que no autorice la participación de la menor tiene la opción de retirarse de manera libre y voluntaria en cualquier momento.

Luego de haber conocido y comprendido en su totalidad la información sobre dicho trabajo de investigación, así como los beneficios directos e indirectos de su colaboración en el estudio, y entendiendo de que:



- No habrá ninguna consecuencia desfavorable para ambos en caso de no aceptar la invitación.
- Puedo retirarla del proyecto si lo considero conveniente a sus intereses, aun cuando el investigador responsable no lo solicite.
- No haremos ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por la colaboración en el trabajo de investigación.
- Se guardará estricta confidencialidad sobre los datos obtenidos producto de la colaboración.

Declaro que he leído y comprendido la información, y finalmente doy mi consentimiento para que mi hija participe en dicho trabajo:

Doy consentimiento Si (X) No ()

Nombre y firma del padre o acudiente: JESSICA LUXANA GALLEGO LOJAS

Nombre de la estudiante: SARA MARTINEZ GALLEGO

Grado: A-3

Jessica Luxana Gallego C
Firma del padre o acudiente

Tel: 3166735429

Sara Martinez Gallego
Firma de la estudiante

Doy consentimiento Si (X) No ()

Nombre y firma del padre o acudiente: ALEXANDRA TAMAYO URIBE

Nombre de la estudiante: MARIA CAMILA BETANCUR TAMAYO

Grado: 4-0

Alexandra Tamayo Uribe
Firma del padre o acudiente

Tel: 4720200

Maria Camila B.T.
Firma de la estudiante

Doy consentimiento Si (X) No ()

Nombre y firma del padre o acudiente: PAOLA CAMACHO

Nombre de la estudiante: LUISA MARIA ZAPATA CAMACHO

Grado: 4-01

PAOLA CAMACHO
Firma del padre o acudiente

Tel: 3014231096

Luisa maria Zapata C.
Firma de la estudiante