Fundamentación empírico-teórica como punto de partida para las prácticas argumentativas en Geometría

Trabajo presentado para optar al Título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Claudia Marcela Vásquez Sierra
Santiago Velásquez Castañeda

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Medellín

2016

Fundamentación empírico-teórica como punto de partida para las prácticas argumentativas en Geometría

Trabajo presentado para optar al Título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

Claudia Marcela Vásquez Sierra
Santiago Velásquez Castañeda

Asesor

John Henry Durango Urrego

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Medellín

2016

Dedicatoria

A mi familia, por creer en mí y apoyarme.

A Diego, mi esposo, mi compañero de sueños, quien me levantó cuando perdía el valor de seguir y quien me ayudó a hacer realidad esta aventura.

Marcela Vásquez

Dedico este esfuerzo a Cristina, mi madre y a Paola, mi novia, por su acompañamiento constante.

Santiago Velásquez

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3
Facultad de Educación

Agradecimientos

Al terminar esta etapa en nuestro camino de formación como profesores de matemáticas, quisiéramos expresar nuestro agradecimiento a personas e instituciones que de manera especial han aportado para el desarrollo de esta investigación.

Agradecemos a Dios, por darnos la vida y las oportunidades a lo largo de nuestra existencia de mostrar nuestra voluntad por hacer las cosas de la mejor manera; por ser la fuerza que no nos ha dejado rendir ante las adversidades.

A los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón, Medellín-Colombia, correspondientes a los años 2014 y 2015, por permitirnos hacer parte de sus vidas, de sus prácticas argumentativas y de sus procesos de aprendizaje. Por su colaboración y motivación para realizar las actividades propuestas.

A la Institución Educativa Cristóbal Colón, a su rector y a la profesora Lucía Monsalve por acogernos en su institución, por permitirnos participar en sus clases, para compartir con nosotros su experiencia docente y por acompañarnos con sus recomendaciones a lo largo de estos dos años.

A nuestro asesor John Henry Durango Urrego, quien desde su sencillez, inteligencia, entrega y dedicación nos ha dejado conocimientos, experiencias de vida y una actitud de entrega hacia la investigación, la docencia; y, sobre todo, hacia el alcance de una sociedad más humana.

Finalmente, a nuestras familias, por la paciencia, por el acompañamiento y por las enseñanzas de vida que brindaron un soporte especial a este trabajo de investigación.

A todos ellos nuestra gratitud.

Universidad de Antioquia 1803 Facultad de Educación

Resumen

Esta memoria reporta la documentación de una investigación que se centró en comprender el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón, utilizaban la fundamentación empírico-teórica propia de experiencias de aprendizaje anteriores para realizar prácticas argumentativas en geometría. El proceso de comprensión se fundamentó en el Modelo Argumentativo de Toulmin (2007). En este sentido, la pregunta de investigación fue *¿Cómo es el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón, establecen una relación entre la fundamentación empírico-teórica y las prácticas argumentativas en Geometría?* Y, en coherencia con esta, el objetivo de la investigación fue: *Analizar el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón, establecen una relación entre la fundamentación empírico-teórica y las prácticas argumentativas en Geometría*.

Con el fin de responder la pregunta y atender el objetivo, se propuso desde un paradigma cualitativo y un enfoque fenomenológico-hermenéutico, una serie de actividades a los estudiantes de modo que estos establecieran una conexión entre los saberes previos que tenían (garantías desde el Modelo Argumentativo de Toulmin) y las prácticas argumentativas de tipo geométricas, que les permitiera construir el concepto de diagonal. Para ello, se usaron instrumentos diversos, tales como: audios, videos, fotografías y guías para orientar las actividades en clase.

El análisis se realizó mediante algunos episodios teniendo en cuenta los referentes teóricos y nuestra mirada como investigadores. Dicho análisis evidenció en los estudiantes, a través de las preguntas realizadas de manera grupal y las actividades geométricas con material concreto, la manera cómo los conceptos previos que tenían en cuanto a las propiedades de los polígonos y sus relaciones eran el punto de partida en sus prácticas argumentativas en geometría, específicamente, en la construcción del concepto de diagonal.

Palabras-Clave:1. Garantías. **2.** Modelo Argumentativo de Toulmin **3.** Enseñanza y aprendizaje de la geometría. **4.** Argumentación. **5.** Racionalidad.

Abstract

This memory reports the documentation of an investigation that focused on understanding the process by which the ninth graders of School Cristobal Colón used their own empirical and theoretical foundation from previous learning experiences for geometric arguments. The process was based on the understanding Argumentative Model Toulmin (2007). In this sense, the research question was how is the process by which the ninth graders of School Cristobal Colón establish a relationship between the empirical and theoretical foundation and arguments in Geometry? In addition, and consistent with this, the aim of the research was to analyze the process by which the ninth graders of School Cristobal Colón, establish a relationship between the empirical and theoretical foundation and arguments in Geometry.

In order to answer the question and meet the target, set out from a qualitative paradigm and a phenomenological-hermeneutical approach, a series of activities to students so that they establish a connection between the previous knowledge they had (guarantees from the Model argumentative Toulmin) and geometric arguments that would allow them to build the concept of diagonal. To this end, various instruments, such as audio, video, photographs and guides to guide classroom activities were used.

The analysis was performed using some episodes taking into account the theoretical framework and our gaze as researchers. This analysis showed in students through the questions a group and geometric with concrete material activities, the way the previous concepts that had as to the properties of polygons and their relationships were the starting point in their argumentative practices in geometry, specifically in the construction of the concept of diagonal.

Key Words: **1.** Guarantees. **2.** Argumentative model of Toulmin
3. Teaching and learning of geometry. **4.** Argument. **5.** Rationality

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1 8 0 3

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803
Facultad de Educación

Tabla de Contenido

Lista de Ilustraciones

Lista de Tablas

1. Presentación

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, particularmente de la geometría, demanda tanto del estudiante como del profesor una serie de conocimientos básicos, apoyados en la experiencia personal o en la fundamentación empírico-teórica que les permita llegar a conceptos con un nivel de complejidad y de aplicación más amplio. Sobre esta fundamentación empírico-teórica, la cual desde el Modelo Argumentativo de Toulmin se puede estudiar a partir de la componente de un argumento: **garantías**, hemos centrado nuestra atención, ya que tal como expondremos en el planteamiento del problema, una de las principales dificultades a lo largo de nuestro acompañamiento a los estudiantes en la Práctica Pedagógica radicaba en la falta de relación que establecían entre las garantías, que sabíamos que los estudiantes tenían, y los argumentos geométricos que les permitieran realizar prácticas argumentativas[1] en torno a temas como la proporcionalidad, las propiedades de triángulos, la definición de objetos geométricos como diagonales, resolver problemas al utilizar el Teorema de Pitágoras o realizar una operación derivada de dichas propiedades.

En este sentido, esta investigación consistió en analizar el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón establecen una relación entre la fundamentación empírico-teórica y las prácticas argumentativas en Geometría.

[1] Entendemos una Práctica Argumentativa como aquella en la cual los sujetos elaboran argumentos con el fin de demostrar una propiedad, definir un concepto o simplemente defender una posición teórica o epistemológica. La demostración, como bien la hemos conocido, es un tipo de práctica argumentativa, la cual en la mayoría de los casos está enmarcada en un paradigma aristotélico (afirmación-razón y premisas-conclusiones o tesis).

Dicha investigación la llevamos a cabo bajo un paradigma cualitativo (Guba y Lincoln, 1994), el cual parte de la idea de que los registros producidos por los estudiantes deben considerar aspectos que trasciendan el carácter netamente cognitivo e individual en la construcción del conocimiento, y que deben responder a cuestiones que prioricen los contextos sociales y culturales de los sujetos protagonistas de la investigación. Bajo este paradigma, el enfoque fenomenológico-hermenéutico (Sánchez, 1998), el cual se caracteriza por privilegiar la comunicación y la intersubjetividad entre el investigador y los participantes, nos posibilitó acercarnos al objeto de estudio de modo que pudimos analizar dicho fenómeno, trascender el enfoque empírico-analítico y establecer una serie de reflexiones que compartiremos a lo largo del análisis y en el capítulo de conclusiones. Al elegir este enfoque, en el diseño metodológico expresamos nuestra intención comunicativa al comprender la naturaleza de un fenómeno observado para posteriormente interpretarlo a la luz de las reflexiones suscitadas a partir de la comprensión del contexto y la literatura especializada en el tema.

El trabajo de campo fue realizado durante el segundo semestre del año 2015 con los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón, Medellín-Colombia. En esta fase de la investigación, realizamos con los estudiantes una serie de actividades (que serán presentadas en el capítulo metodológico), de modo que estas posibilitaran la necesidad en los estudiantes de no solo recordar los saberes que había aprendido, sino también de establecer una conexión entre dichos saberes y las prácticas argumentativas necesarias para aproximarse a la deducción en geometría o resolver problemas asociados con temas, tales como: razón entre áreas, Teorema de Pitágoras y concepto de diagonal. Los registros compartidos por los estudiantes se dieron a partir de los siguientes instrumentos de producción de datos: grabaciones de audio y video de algunas de las actividades llevadas a cabo en clase y registros de clase de las actividades (cuadernos, carteleras y guías de trabajo).

Estructura del trabajo de grado

En el capítulo 1, llamado **Presentación** contamos algunas ideas iniciales que sirvieron de punto de partida para la consolidación de esta investigación. Además, describiremos el contenido de cada uno de los capítulos subsecuentes. Finalmente, compartiremos una breve presentación de cada uno de los autores del trabajo, con el fin de dar una idea sobre conocimiento matemático, profesor y educación construida a lo largo de nuestro proceso de formación como estudiante de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, y desde nuestras experiencias docentes.

En el capítulo 2, llamado **Planteamiento del problema** contaremos algunos episodios del primer y segundo semestre de acompañamiento a los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón. En dicho relato, expondremos las dificultades que presentaron los estudiantes a lo largo de este primer año, junto con las actividades que ellos realizaron y que nos permitieron consolidar nuestro problema, pregunta y objetivo de investigación.

En el capítulo 3, llamado **Marco Teórico** expondremos nuestra postura teórica y epistemológica en torno a las prácticas argumentativas. Para realizar dicha reflexión, partiremos del concepto de argumentación, para posteriormente pasar a explicar el paradigma retórico, dialéctico y lógico. En este último, traeremos a colación el Modelo Argumentativo de Toulmin, y en él, a las garantías y su clasificación.

En el capítulo 4, llamado **Metodología**, indicaremos nuestros fundamentos metodológicos, el enfoque bajo dicha metodología, los instrumentos de producción de datos, una caracterización de la institución educativa en donde se llevó a cabo la investigación y los protagonistas; y posteriormente, una descripción del método de análisis, así como de cada una de las categorías de análisis.

En el capítulo 5, llamado **Análisis**, mostraremos datos extraídos de los registros producidos conjuntamente por los protagonistas de la investigación, en torno al concepto de diagonal. Para el análisis, utilizaremos un análisis de episodios fundamentado en nuestra mirada como investigadores y los referentes teóricos propuestos para comprender e interpretar el objeto de investigación.

Para terminar, en el capítulo 6 llamado **Conclusiones** retomaremos nuestra pregunta y objetivos de investigación, y compartiremos algunas afirmaciones sobre la vinculación que los estudiantes protagonistas realizaron entre sus garantías y las prácticas argumentativas en la construcción del conocimiento geométrico en el aula de clase, y que les permitió comprender de manera significativa dichos saberes.

Sobre los autores

En este apartado de la presentación de nuestro trabajo, abordaremos una descripción de cada uno de los autores, de modo que el lector pueda encontrar a lo largo de la presente investigación una coherencia entre lo que informamos en los capítulos, y las vivencias o concepciones sobre las matemáticas y el profesor que sirvieron de apoyo para dicho análisis. De esta manera, es menester nuestro contar sobre nuestra formación personal y mostrar a través de un ideograma[2] nuestra idea sobre educación, profesor y conocimiento matemático.

Claudia Marcela Vásquez Sierra

Soy estudiante de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas y en el tiempo de documentación de esta investigación me desempeño como profesora del Colegio Gimnasio Pinares, Medellín-Colombia. En mi presentación, quiero exponer mis concepciones sobre tres asuntos: los profesores, las matemáticas y la formación de maestros que enseñan matemáticas.

Los profesores: uno de los primeros contactos que los niños tienen con la sociedad, aparte de su familia, es la escuela y en ella, sus profesores. De esta manera, considero que los profesores son los pilares sobre los que se fundamentan gran parte de las expectativas de formación de los estudiantes. En ese sentido, también considero que nuestra misión como profesor en formación es vencer el paradigma de silenciar a los estudiantes con un discurso inquisidor; el profesor debe esforzarse desde su campo de saber, por posibilitar que los estudiantes tengan una voz y la puedan expresar libremente delante de sus compañeros y en el futuro, ante la sociedad. En nuestro país, y en el mundo en general, necesitamos de profesores que dejen huellas en sus estudiantes, que les posibiliten experiencias significativas de formación, que les muestren variedad de caminos y herramientas teóricas para elegir el que consideren conveniente.

Las matemáticas: utilizo el plural y no el singular de esta palabra porque considero que no hay una sola matemática, sino que, desde cada grupo cultural existe una forma de

[2] Un ideograma es una representación gráfica de una idea.

hacer matemáticas, es decir, una forma de entender el mundo. El saber que quiero enseñar precisamente parte de este hecho: no somos transmisores de un conocimiento único, sino que somos portadores de un modo de pensar, que puede acercarnos a los estudiantes, a una forma de comprender el mundo, de 'ver' y 'hacer' matemáticas, en interacción con la naturaleza. Lo anterior se justifica al considerar que en nuestro país existe diversidad de culturas, y en cada una de ellas, las matemáticas pueden surgir de formas diversas para atender a sus necesidades.

La formación: durante mis experiencias como maestra en mi proceso de formación en la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas en la Universidad de Antioquia, Medellín-Colombia, he llegado a la conclusión que un asunto tan complejo para la sociedad como la formación, debe ser comprendida desde diversos puntos de vista. La formación de profesores y de estudiantes no puede ser entendida como un camino lineal, sino que, por el contrario, debe ser un entramado de posibilidades y de experiencias vividas, en las cuales prevalezca la autonomía, la autocrítica, el respeto y la responsabilidad por aportar a la sociedad desde el saber en el cual nos estamos formando. En mi caso particular, mi expectativa de formación para los estudiantes se basa en compartir experiencias de aprendizaje, que les permita ver más allá, y que no solo partan de una necesidad por aprender matemáticas desde la teoría, sino también desde la posibilidad de aplicarlo en situaciones de su vida cotidiana. El ideograma que fundamenta estas reflexiones se muestra en ilustración 1.

Ilustración 1. Ideograma.

Fuente: Vásquez Claudia Marcela

Santiago Velásquez Castañeda

Durante el proceso de aprendizaje de la educación matemática he visto cómo han evolucionado mis ganas de seguir adelante con la carrera que escogí. En mi exigua experiencia en la docencia, considero que la labor del profesor consiste en compartir ese conocimiento que no se limita solamente al uso de fórmulas y números, sino también al uso de la comunicación en la sociedad. Hoy en día laboro en una empresa de telecomunicaciones y servicio al cliente donde he vinculado mi formación docente para ser un eje transmisor de conocimiento. El ser profesor es pulir, cincelar, y diseñar con paciencia y con tolerancia las grandes habilidades de cada estudiante, para lograr la construcción de obra de arte.

Los profesores: existen características que definen el ser profesor: dar sin esperar recompensas, tener dedicación y tener intencionalidad de despertar el goce de la expresión creativa y del conocimiento en sus estudiantes; es por eso que tomé la decisión desde adolescente de encaminarme por la educación, y hacer énfasis en matemáticas, por la importancia histórica y el papel que ejerce para cada estudiante, al ser requisito previo para el estudio de otras ciencias, sin dejar de lado mi su fascinación por el conocimiento matemático.

Ahora escuchamos la palabra “profesor” y nos imaginamos a una persona detrás de un escritorio o frente a un grupo de niños en un aula de clases, pero realmente ser profesor es un don especial que Dios le da a quienes deciden dedicar su tiempo a formar y educar a las futuras generaciones. En ese sentido, la educación debe ser integral, pues un profesor no se debe limitar a transmitir conocimientos, sino que su rol va más allá, para lograr la formación de valores y de competencias que le servirán a sus estudiantes para saber convivir con los demás.

La ilustración 2 representa las ideas planteadas por el coautor docente Velásquez en este la presente investigación apartado de la investigación

Ilustración 2. Ideograma.

Fuente: Velásquez Santiago

2. Planteamiento del problema

Nuestro El camino de formación en el contexto de la Práctica Pedagógica comenzó en el segundo semestre del año 2014. En ese entonces, nuestro asesor, el profesor John Henry Durango, discutió con nosotros la posibilidad de desarrollar una investigación que respondiera a asuntos puntuales como las prácticas argumentativas, a partir de conceptos geométricos. Luego de establecer esto como un norte inicial, encontramos en la Institución Educativa Cristóbal Colón un centro de práctica, en el cual, desde las directivas hasta los profesores de matemáticas, encabezados por la profesora Lucía Monsalve, nos brindaron la oportunidad de realizar esta investigación. De manera conjunta, diseñamos el esquema de trabajo para los siguientes tres (3) semestres. Este plan incluía los siguientes acuerdos para los dos primeros.

En el primer semestre de Práctica Pedagógica[3] entraríamos al aula de clase en un papel de observadores, con el fin de identificar el contexto tanto del aula como de la institución como tal. En este proceso, nos comprometeríamos a elaborar una reflexión respecto a las fortalezas y a las dificultades que los estudiantes presentaran en asuntos como las prácticas argumentativas, particularmente en geometría. Al final de este primer semestre, nosotros presentaríamos unos avances en cuanto a la documentación de los problemas identificados en los procesos de aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes.

En el segundo semestre de Práctica Pedagógica[4] con base en las problemáticas encontradas y documentadas en el semestre anterior, y las discusiones realizadas de manera

[3] Correspondiente al segundo semestre del año 2014.
[4] Correspondiente al primer semestre del año 2015.

constante en el Seminario de Práctica Pedagógica, los investigadores diseñamos tres tareas para analizar las prácticas argumentativas de los estudiantes, así como la dinámica de la clase a partir de la realización de estas. Como resultado de este semestre de acompañamiento, los profesores en formación elaboramos una propuesta de trabajo acorde con la pregunta y objetivo de investigación.

En este capítulo describiremos algunos aspectos del proceso desarrollado durante el primer año de Práctica Pedagógica.

Primer semestre: observación de la clase de matemáticas

Durante el primer semestre de Práctica Pedagógica acompañamos la clase de matemáticas de la profesora Lucía en el grupo 9°1. A lo largo de las actividades planteadas, identificamos los siguientes momentos de clase:

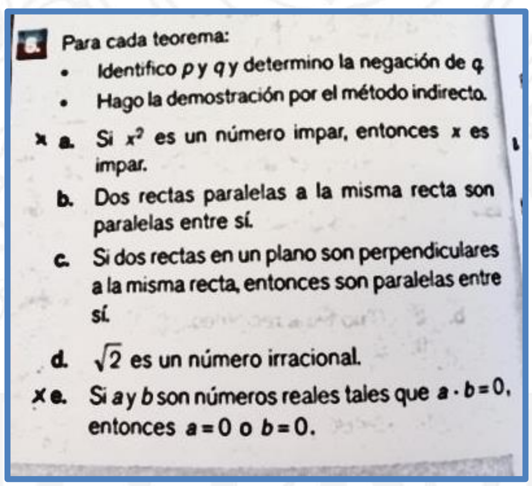
La profesora ingresaba al aula de clase y el grupo de estudiantes se organizaban en sus respectivos pupitres. Una vez la profesora llamaba por el nombre a cada uno de los estudiantes, esta desarrollaba la temática que debía enseñar. Cabe aclarar que en general, la clase que dictaba era de tipo magistral, realizaba una introducción del tema y algunos ejemplos. Posteriormente, los estudiantes realizaban una serie de ejercicios de manera individual o grupal con ayuda de un texto escolar, mientras que la profesora llamaba a cada uno de los estudiantes para revisarles el cuaderno, asignarles o comunicarles notas cuantitativas. Una vez terminados los ejercicios, la profesora socializaba algunos de sus resultados obtenidos por los estudiantes y se les asignaba tareas para la próxima sesión.

A continuación, compartiremos algunas reflexiones que hicimos luego de dos sesiones: la del 24 de septiembre y el 15 de octubre de 2014.

En la sesión del 24 de septiembre[5], el tema que estaban enseñando y aprendiendo tanto la profesora como sus estudiantes correspondía con los métodos de demostración –argumentación deductiva–, específicamente el método directo e indirecto. La profesora dispuso que los estudiantes trabajaran en grupos para el desarrollo de estos ejercicios. La Ilustración 3 muestra los ejercicios planteados en dicha sesión. Algunos teoremas que los estudiantes debían demostrar mediante estos métodos fueron los siguientes:

a) Si x^2 es impar, entonces x es par.

b) Si a y b son número reales tales que $ab = 0$ entonces $a = 0$ o $b = 0$.


Para cada teorema:

- Identifico p y q y determino la negación de q.
- Hago la demostración por el método indirecto.

x **a.** Si x^2 es un número impar, entonces x es impar.

b. Dos rectas paralelas a la misma recta son paralelas entre sí.

c. Si dos rectas en un plano son perpendiculares a la misma recta, entonces son paralelas entre sí.

d. $\sqrt{2}$ es un número irracional.

x **e.** Si a y b son números reales tales que $a \cdot b = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

Ilustración 3. Ejercicios propuestos para la sesión del 24 de septiembre de 2014

Mientras pasábamos por los grupos de trabajo observamos y documentamos los siguientes aspectos: los estudiantes no tenían claros los conceptos que les posibilitaran

[5] Las reflexiones de estos dos primeros semestres fueron adaptadas de los reportes de observación que realizamos como parte de las actividades del Seminario de Práctica Pedagógica.

realizar prácticas argumentativas y de esta manera estructurar las demostraciones. Por otro lado, tenían dificultades para escribir las expresiones generalizadas para los números pares e impares. También se les dificultaba usar la propiedad uniforme de la potenciación de números reales para elevar los términos de una igualdad a una potencia dada. Adicionalmente, se percibía el desinterés por parte de los estudiantes, ya que al no entender un concepto o las indicaciones de lo que tenían que hacer, dejaban el material y conversaban entre ellos de otros temas. Además, observamos que no les interesaba remitirse a la teoría establecida en el cuaderno, ya que esta no era comprensiva para ellos; y, por consiguiente, no les servía para ofrecer solución a los ejercicios planteados. Un elemento importante en la demostración del teorema e (Ilustración 3) era que no analizaban el producto $ab = 0$ como punto de partida para hacer la demostración, dado que no tenían las bases suficientes como plantear la hipótesis y la negación de la tesis. Por otro lado, no se sentían motivados a preguntarle a la profesora, porque según ellos, no le entendían cuando ella les explicaba. Al finalizar la clase, la profesora concluyó sobre algunos de los conceptos que se abordaron mediante algunas preguntas a sus estudiantes. En este sentido, notamos que, al no tener claridad en los conceptos, los estudiantes no podían responder a las preguntas de la profesora.

El tema de la sesión del 15 de octubre era la Proporcionalidad, a partir de la definición de semejanza y congruencia de triángulos, en donde se enfatizaba la igualdad de ángulos para que dos figuras fuesen semejantes. En esta sesión, la profesora dibujó en el tablero tres triángulos congruentes para recordar con ellos lo que significaban ángulos y lados correspondientes. Esta actividad hizo parte de un diagnóstico para analizar si los conceptos planteados en clases anteriores habían sido comprendidos.

En nuestra observación de la clase, notamos cierta ambigüedad y desinterés de los estudiantes hacia el tema, hasta el momento en que la profesora se dispuso a dictar; de tal modo, que el silencio en el aula se hizo presente. El dictado inició de la siguiente forma: “Dos polígonos son semejantes si existe una correspondencia entre los vértices tal que: Los ángulos correspondientes son congruentes y la longitud de los lados correspondientes son proporcionales”. De la anterior definición dictada a los estudiantes se desprendió el siguiente ejercicio: “Dados los siguientes rectángulos semejantes, determinemos el valor del factor de proporcionalidad y hallemos la longitud desconocida de los lados”.

De manera magistral, la profesora presentó en el tablero la solución del ejercicio, para lo cual dibujó en el tablero dos rectángulos ABCD y A´B´C´D´ como se observa en la ilustración 4. Mientras, la profesora resolvía el ejercicio planteaba a los estudiantes algunas preguntas, una de ellas: ¿Cómo se da la proporcionalidad entre los lados correspondientes?

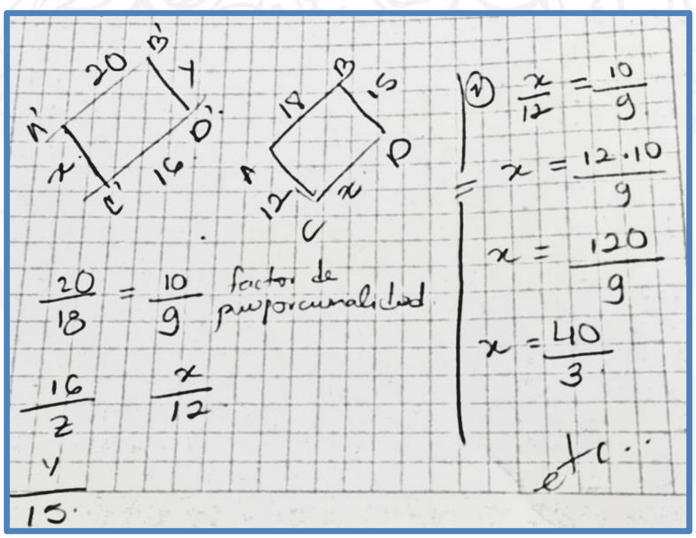


Ilustración 4. Ejercicio sobre polígonos semejantes. Octubre 15 de 2014.

Fuente: Diario de campo

Hubo estudiantes que confundían la congruencia con la proporcionalidad de los triángulos y de los segmentos. Al partir del proceso deductivo en tanto este se desprende desde definiciones, conceptos o teoremas, notamos que había una dificultad evidente por parte de los estudiantes para realizar prácticas argumentativas. En ese momento, sentimos que los estudiantes, al ser tan inquietos, deberían tener un proceso inductivo, más dinámico, de modo que ellos mismos puedan construir los conceptos, particularmente los geométricos. En ese sentido, la geometría da la posibilidad de comprender los conceptos desde un punto de vista en el que estos tengan movimiento o evoquen aspectos de la vida real, y es esto lo que metodológicamente pensábamos aprovechar en las clases de geometría.

Creemos que la imposibilidad que tenían los estudiantes de hacer prácticas argumentativas con base en lo que se les solicitaba se debía en parte a que no tenían a su disposición elementos teóricos fuertes que les permitiera realizarlas con un nivel de dificultad alto. De esta manera, al terminar la clase la profesora preguntó: ¿Qué es la semejanza?; sin embargo, los estudiantes no respondieron. En ese momento nos planteamos como investigadores en etapa de observación, preguntas como: ¿Hasta qué punto es práctico que los conceptos se enseñen en este orden? ¿Será que hay alguna metodología que privilegie el dinamismo de objetos geométricos como polígonos y ángulos? ¿Qué protagonismo podrían tener el software interactivo como Geogebra o Cabri en la construcción de ese conocimiento?

Al término de este primer semestre de observación, planteamos la siguiente problemática encontrada en las clases de matemáticas:

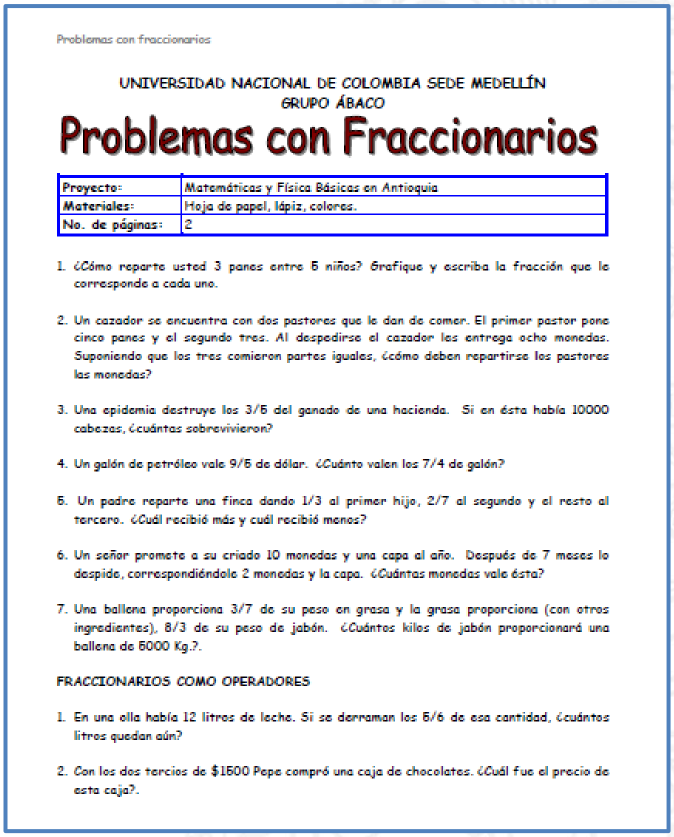
Los estudiantes presentan dificultades para comprender los conceptos que les posibiliten realizar prácticas argumentativas y de esta manera estructurar la argumentación y la demostración. Los conceptos geométricos previos tratados en clase aportan pocas herramientas para lograr que los estudiantes realicen prácticas argumentativas en las actividades propuestas.

Esta última idea en la problemática encontrada, fue identificada conjuntamente entre nosotros y nuestro asesor como punto central para considerar en el siguiente semestre. En ese sentido, y de manera paralela a los encuentros en las clases de matemáticas, durante el Seminario de Práctica Pedagógica discutíamos los componentes de un argumento según el Modelo Argumentativo de Toulmin, y en él, a estos conceptos previos que sustentan los argumentos, es decir, las garantías.

Segundo semestre: actividades para analizar los procesos de argumentación de los estudiantes

En el segundo semestre de práctica, correspondiente al primer semestre de 2015, nos encontramos con otros estudiantes que pertenecían al grupo 9°1 de la Institución Educativa Cristóbal Colón, los cuales recibían nuevamente la clase de matemáticas con la profesora Lucía Monsalve. Dado que estos estudiantes eran diferentes a los del semestre anterior, acordamos diseñar varias actividades durante el primer y el segundo período en algunas de las clases. A continuación, mostraremos algunas reflexiones en el marco de tres de estas actividades.

En la sesión del 10 de marzo de 2015, tratamos en la clase de matemáticas una guía de trabajo cuyo objetivo era resolver algunas situaciones relativas a los números fraccionarios. En la ilustración 5 se puede apreciar esta guía.



Problemas con fraccionarios

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN
GRUPO ÁBACO

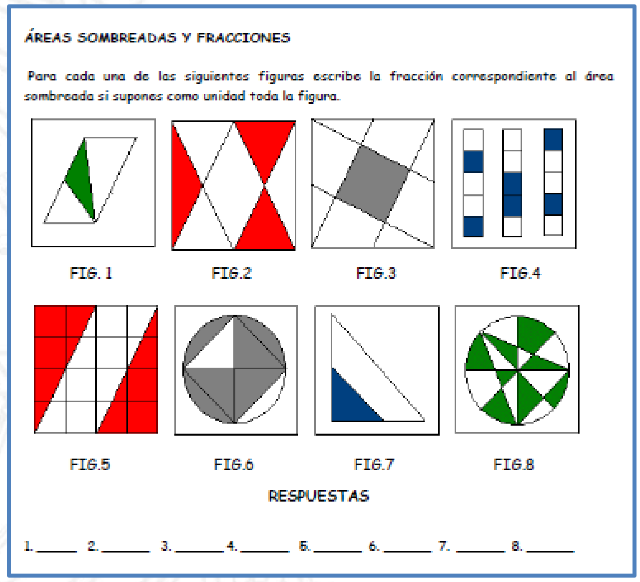
Problemas con Fraccionarios

Proyecto:	Matemáticas y Física Básicas en Antioquia
Materiales:	Hoja de papel, lápiz, colores.
No. de páginas:	2

1. ¿Cómo reparte usted 3 panes entre 5 niños? Grafique y escriba la fracción que le corresponde a cada uno.
2. Un cazador se encuentra con dos pastores que le dan de comer. El primer pastor pone cinco panes y el segundo tres. Al despedirse el cazador les entrega ocho monedas. Suponiendo que los tres comieron partes iguales, ¿cómo deben repartirse los pastores las monedas?
3. Una epidemia destruye los 3/5 del ganado de una hacienda. Si en ésta había 10000 cabezas, ¿cuántas sobrevivieron?
4. Un galón de petróleo vale 9/5 de dólar. ¿Cuánto valen los 7/4 de galón?
5. Un padre reparte una finca dando 1/3 al primer hijo, 2/7 al segundo y el resto al tercero. ¿Cuál recibió más y cuál recibió menos?
6. Un señor promete a su criado 10 monedas y una capa al año. Después de 7 meses lo despide, correspondiéndole 2 monedas y la capa. ¿Cuántas monedas vale ésta?
7. Una ballena proporciona 3/7 de su peso en grasa y la grasa proporciona (con otros ingredientes), 8/3 de su peso de jabón. ¿Cuántos kilos de jabón proporcionará una ballena de 5000 Kg.?.

FRACCIONARIOS COMO OPERADORES

1. En una olla había 12 litros de leche. Si se derraman los 5/6 de esa cantidad, ¿cuántos litros quedan aún?
2. Con los dos tercios de $1500 Pepe compró una caja de chocolates. ¿Cuál fue el precio de esta caja?.



ÁREAS SOMBREADAS Y FRACCIONES

Para cada una de las siguientes figuras escribe la fracción correspondiente al área sombreada si supones como unidad toda la figura.

FIG. 1 FIG.2 FIG.3 FIG.4

FIG.5 FIG.6 FIG.7 FIG.8

RESPUESTAS

1. ____ 2. ____ 3. ____ 4. ____ 5. ____ 6. ____ 7. ____ 8. ____

Ilustración 5. Guía de clase: Problemas con fraccionarios

Fuente: Echavarría y Monsalve (2000a)

Al escuchar los razonamientos de los estudiantes, pudimos elaborar algunas reflexiones en torno a las prácticas argumentativas que ellos realizaban:

Nuevamente encontrábamos que los estudiantes presentaban dificultades para relacionar lo que habían estudiado en grados anteriores con respecto a las fracciones y los problemas que debían resolver. Además, los argumentos de los estudiantes no eran suficientemente fuertes como para convencer a sus compañeros y a nosotros de que el proceso realizado para resolver los problemas estaba correcto. Esto último causaba naturalmente inseguridad en los estudiantes al hacerles preguntas como: ¿Por qué dices eso? Y ¿Con base en qué operación puedes establecer ese razonamiento?

El modo de representar las fracciones tomadas como un todo daba cuenta de que los estudiantes no comprendían qué significaba ‘tomar una parte de un todo que tiene 10000 unidades’.

A pesar de que los estudiantes recurren a la representación de las situaciones por medio de figuras o gráficas, estas no presentan coherencia con el contexto del problema.

Para nosotros fue claro que los estudiantes esperaban que les propusiéramos una actividad con fracciones, por medio de ejercicios parecidos a los que la profesora u otros profesores del colegio les habían enseñado. Esto muestra que no existía en ellos una manera de resolver cualquier tipo de fracciones, sino que esta tenía que estar ligada a una experiencia de aprendizaje previa parecida a la demandada con la actividad propuesta.

En cuanto a las áreas sombreadas, notamos que algunos estudiantes podían realizar la resta de áreas o el conteo de unidades más pequeñas para comparar las áreas que estaban en blanco y las que estaban en negro con el área total del cuadrado inicial.

En la sesión del 12 de mayo de 2015 realizamos una segunda actividad respecto al Teorema de Pitágoras, para lo cual utilizamos la guía que presentamos en la ilustración 6.

Mientras los estudiantes resolvían las actividades, escuchábamos los argumentos que estos realizaban al interior de sus prácticas argumentativas. De manera particular, en la pregunta 4 de la primera parte de la guía, los estudiantes debían justificar por qué el cuadrilátero que resulta encerrado por los cuatro triángulos rectángulos recortados era un cuadrado. Algunas respuestas de los estudiantes fueron:

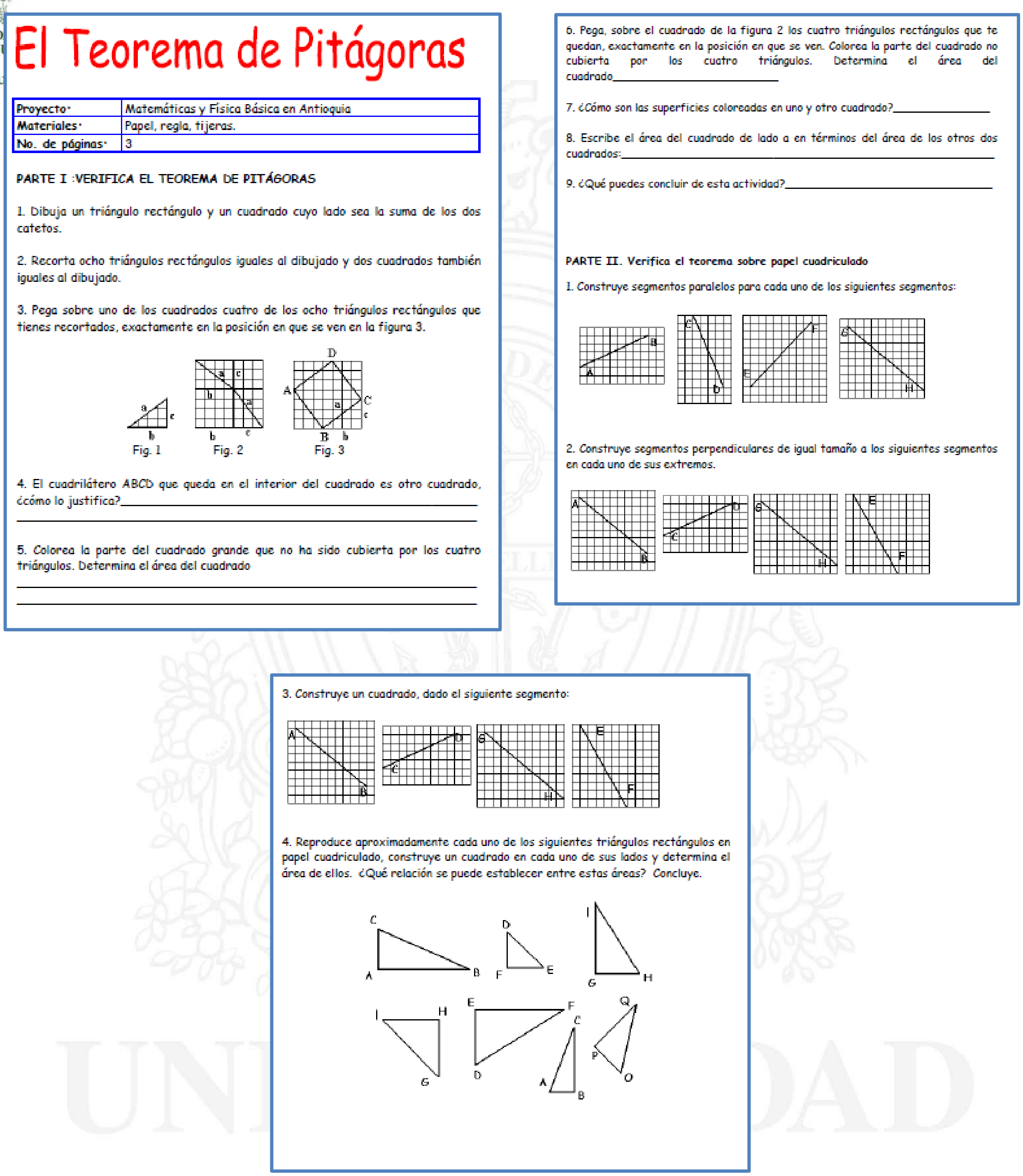
No queda un cuadrado, lo que queda es un rombo [...] por la forma en que queda como diamante.

Es un cuadrado porque el ángulo que queda es de 90°. Sin embargo, al preguntar nuevamente no se pudo justificar este hecho, es decir, lo hacían de forma visual, sin ningún argumento que sustentara el hallazgo de la medida del ángulo.

*No es un cuadrado sino un rombo **porque los rombos tienen los cuatro lados iguales**.*

Esta última respuesta fue importante porque se puede observar que los estudiantes podían recurrir a conceptos o definiciones previas de algunos polígonos o cuadriláteros, pero aun así no les alcanzaba para justificar el hecho de que los ángulos interiores de dicho cuadrilátero eran de 90°.

Como resultado de las observaciones hechas en esta segunda actividad, traemos a colación las siguientes reflexiones:



El Teorema de Pitágoras

Proyecto:	Matemáticas y Física Básica en Antioquia
Materiales:	Papel, regla, tijeras.
No. de páginas:	3

PARTE I :VERIFICA EL TEOREMA DE PITÁGORAS

1. Dibuja un triángulo rectángulo y un cuadrado cuyo lado sea la suma de los dos catetos.

2. Recorta ocho triángulos rectángulos iguales al dibujado y dos cuadrados también iguales al dibujado.

3. Pega sobre uno de los cuadrados cuatro de los ocho triángulos rectángulos que tienes recortados, exactamente en la posición en que se ven en la figura 3.

4. El cuadrilátero ABCD que queda en el interior del cuadrado es otro cuadrado, ¿cómo lo justifica?____

5. Colorea la parte del cuadrado grande que no ha sido cubierta por los cuatro triángulos. Determina el área del cuadrado

6. Pega, sobre el cuadrado de la figura 2 los cuatro triángulos rectángulos que te quedan, exactamente en la posición en que se ven. Colorea la parte del cuadrado no cubierta por los cuatro triángulos. Determina el área del cuadrado________________________

7. ¿Cómo son las superficies coloreadas en uno y otro cuadrado?______________

8. Escribe el área del cuadrado de lado a en términos del área de los otros dos cuadrados:____

9. ¿Qué puedes concluir de esta actividad?____________________________

PARTE II. Verifica el teorema sobre papel cuadriculado

1. Construye segmentos paralelos para cada uno de los siguientes segmentos:

2. Construye segmentos perpendiculares de igual tamaño a los siguientes segmentos en cada uno de sus extremos.

3. Construye un cuadrado, dado el siguiente segmento:

4. Reproduce aproximadamente cada uno de los siguientes triángulos rectángulos en papel cuadriculado, construye un cuadrado en cada uno de sus lados y determina el área de ellos. ¿Qué relación se puede establecer entre estas áreas? Concluye.

Ilustración 6. Guía de clase: Teorema de Pitágoras.

Fuente: Echavarría y Monsalve (200b)

Los estudiantes alcanzaban a establecer algunas ideas previas sobre la geometría, especialmente en cuanto al reconocimiento de los triángulos rectángulos, pero aún no lo relacionaban totalmente con actividades relacionadas con las áreas.

Las prácticas argumentativas que realizaban los estudiantes daban cuenta de que tenían algunas nociones sobre el Teorema de Pitágoras como tal, pero no desde el punto de vista de las áreas sino como una relación netamente numérica. Este hecho dificultó la comprensión del procedimiento para realizar en la última actividad de la segunda parte de la guía. Ver la Ilustración 6.

Comenzamos a observar cómo las garantías se usaban por los estudiantes, pero de manera muy sutil, sin tener todavía la suficiente fuerza como para vincularse con prácticas argumentativas formales.

La tercera y última actividad que queremos traer a colación fue la relacionada con el Tangram Chino. En la clase del 19 de mayo, les solicitamos a los estudiantes que utilizaran una hoja iris y tijeras para construir el tangram a partir de los pasos enunciados por nosotros. En el desarrollo de la clase, utilizamos indicaciones como 'encuentra el punto medio del segmento', 'traza una de las diagonales del cuadrado' y 'une los dos puntos medios para obtener un doblez paralelo al lado del cuadrado'. Luego, 'toma cada una de las piezas del tangram y compara su área con la del cuadrado'. Posteriormente, 'mueve ciertas piezas para obtener polígonos equivalentes, pero con diferentes perímetros'; en este caso, les preguntábamos a los estudiantes si el área cambiaba o no y por qué, al igual que el perímetro. Y finalmente, armar algunas figuras con ciertas piezas del tangram y comparar su área y perímetro con el área y perímetro del cuadrado original.

El objetivo de esta actividad era escuchar nuevamente los argumentos de los estudiantes cuando comparaban las áreas; específicamente al cuestionarlos sobre el porqué de ciertas fracciones de área como representación de la relación de las piezas del tangram. Como resultado de estas indicaciones, los estudiantes recortaron las piezas del tangram y armaron las figuras que les sugeríamos. En la Ilustración 7 se puede observar la producción realizada por algunos estudiantes al armar los polígonos con todas o algunas piezas.

Mientras los estudiantes realizaban la comparación de las áreas de cada una de las piezas con respecto al área total del cuadrado, observamos que ellos tenían unas buenas bases desde el punto de vista espacial, es decir, podían mover las piezas sobre las demás para formar los polígonos solicitados; sin embargo, cuando les solicitamos que encontraran las razones entre sus áreas y el área del cuadrado original, surgieron inseguridades como resultado de no comprender los cortes realizados desde el punto de vista métrico; es decir, cuando se unían dos puntos medios de los catetos de una pieza en forma de triángulo rectángulo, los estudiantes no comprendían que el triángulo resultante tiene un cuarto $\left(\frac{1}{4}\right)$ del área del triángulo original.

Ilustración 7. Figuras realizadas con las piezas del tangram. 19 de mayo de 2015.

Otras dificultades encontradas en el desarrollo de esta actividad fueron las siguientes:

Al preguntarles el porqué de un argumento, los estudiantes se sentían inseguros, y temían que la pregunta formulada se hiciera con el fin de corregir el argumento.

La medición de puntos medios de segmentos se tuvo que hacer con regla, ya que los estudiantes habían trabajado poco con papel y no vieron que para hallar este punto bastaba unir los puntos opuestos del segmento que se deseaba bisecar.

Seguía apareciendo el problema de expresar una parte de un todo como una fracción, sobre todo si esta pieza era la mitad de la mitad del total, o un medio del cuarto del cuadrado.

Los estudiantes sabían que se podía establecer ciertas relaciones entre las áreas de algunos polígonos, pero al elegir las unidades para medir los perímetros notaron una dificultad importante. Por otro lado, algunas de las longitudes eran irracionales (ya que eran las hipotenusas de triángulos rectángulos isósceles o diagonales de cuadrados), por lo que se les dificultaba comparar longitudes de manera numérica.

De las actividades realizadas con los estudiantes y a partir de la problemática detectada en el semestre anterior, en calidad de profesores en formación con el rol de investigadores planteamos como problema que **los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón presentan dificultades para plantear la relación entre la fundamentación empírico-teórica y las prácticas argumentativas que realizan en clase de Geometría**. En consecuencia con dicho problema, nos preguntamos **¿Cómo es el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón establecen una relación entre la fundamentación empírico-teórica y las prácticas argumentativas en Geometría?**, y, en coherencia con esta pregunta, nos formulamos el objetivo de **Analizar el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón establecen una relación entre la fundamentación empírico-teórica y las prácticas argumentativas en Geometría.**

Con relación a lo anterior, el objeto de la presente investigación, es el proceso por medio del cual los estudiantes establecen dichas relaciones, apoyados en las garantías que estos usen en sus argumentos (entendidas estas bajo el Modelo Argumentativo de Toulmin).

Justificación

Esta investigación tiene como finalidad que los estudiantes encuentren relaciones tanto teóricas como empíricas en cuanto a las prácticas argumentativas en matemáticas, hacia un aprendizaje significativo para ellos, ya que, como lo mencionamos en el planteamiento del problema, las prácticas argumentativas que los estudiantes realizaban (formales e informales) carecían de sentido, puesto que estos no tenían los conceptos de base, para comprender tanto la estructura de una demostración como las posibles consecuencias matemáticas de estas.

El profesor se puede beneficiar en este tipo de estudios ya que encontraría de primera mano las prácticas argumentativas que realizan sus estudiantes y las dificultades que ellos presentan para comprender los conceptos (muchas veces de años pasados). De esta manera, indagar por las relaciones que se establecen entre conceptos que han apropiado los estudiantes (garantías) y los necesarios para realizar dichas prácticas, es algo que el profesor a lo largo de su práctica debe hacer; pero tal vez por asuntos de tiempo no alcanza a realizar de manera pragmática.

Un aspecto para considerar al plantear un para qué de nuestra investigación; es el hecho de que si los estudiantes trascienden el aspecto matemático y están en la capacidad de hacer prácticas argumentativas formales, por medio de la articulación de saberes previos y constituidos en el presente, pueden establecer relaciones con sus pares no solo en la escuela sino también en la sociedad en la cual se desenvuelven.

Desde el punto de vista del profesor, este tipo de estudio aporta también un precedente en cuanto a metodologías o apuestas teóricas que lo lleven a comprender cómo argumentan sus estudiantes para optimizar tanto su tiempo en las clases como en las evaluaciones y sus preparaciones. De esta manera, tanto para el profesor como para el estudiante se torna importante en su práctica que se trace el puente y la coherencia entre el saber previo y el constituido para las prácticas argumentativas no solo en matemáticas, sino también en su vida cotidiana.

Por otro lado, la literatura que hemos consultado y que referenciaremos en nuestro marco teórico, ha incluido temas sobre diferentes paradigmas para la realización de prácticas argumentativas. Este estudio puede abrir caminos en cuanto a la aplicación específica de un modelo (por ejemplo, el de Toulmin) para el análisis de los argumentos que realizan los estudiantes en el aula de clase conjuntamente con sus profesores. Por lo tanto, esta investigación puede ser un soporte teórico para trabajos futuros en los cuales las preguntas pueden estar enfocadas hacia nuevas metodologías de clase o tipos de evaluación que privilegien las prácticas argumentativas.

Finalmente, en cuanto a la utilidad metodológica podemos decir que con este tipo de estudios se puede apuntar hacia otras vertientes para las prácticas argumentativas en Educación Matemática. Estas otras 'formas de hacer' en el aula de clase pueden aportar al profesor otras miradas que trasciendan el aspecto estático de la práctica argumentativa deductiva, ya que esperamos que con este estudio los estudiantes encuentren relación entre sus prácticas argumentativas que realizan y sus saberes previos.

3. Marco teórico

Desde el punto de vista investigativo, construir un marco teórico implica dos asuntos importantes: una lectura rigurosa de la información presente en diversas fuentes, y la constitución de una postura teórica y epistemológica en torno a dichos conceptos, con el fin de que esta postura esté en coherencia con la metodología y análisis que se presentarán más adelante. Es por lo anterior que este marco teórico responde a los dos asuntos mencionados. Luego de una lectura seria y rigurosa en estos cuatro semestres de Práctica Pedagógica una lectura seria y rigurosa, presentaremos a continuación la construcción de nuestra postura teórica y epistemológica en torno a varios conceptos que hemos considerado claves durante este proceso investigativo. Estos conceptos son:

- Los argumentos, trayendo a colación su definición desde diferentes autores y estudios, así como los principales paradigmas para la construcción de los mismos al interior de prácticas argumentativas.
- Las principales características del Modelo Argumentativo de Toulmin, especificando cada uno de sus componentes y cómo este paradigma lógico provee herramientas para elaborar argumentos en las matemáticas.
- Las garantías, su clasificación y algunos ejemplos extraídos de otros estudios.

Sobre los Argumentos[6]

Las palabras Argumentación[7] y argumento son ampliamente utilizadas en nuestro contexto. Cuando definimos argumentar, en términos generales, decimos que es la acción de expresar unas razones o justificaciones para exponer o defender una idea. A propósito de esto, la Real Academia Española (RAE, 2016) define un argumento como "Razonamiento para probar o demostrar una proposición, o para convencer de lo que se afirma o se niega" (párr. 1), por lo cual comienzan a aparecer algunas palabras-clave: prueba, demostración, convencer. Respecto a las dos primeras, podemos decir que estas palabras también son muy utilizadas en nuestro contexto de Educación Matemática, ya que una de las competencias que más desarrollo ha tenido a lo largo de la historia de la matemática es precisamente la de demostrar (en el sentido aristotélico). De hecho, aunque nuestro interés recaerá en la superación del método riguroso de la práctica argumentativa aristotélica, también debemos reconocer que este desarrollo a nivel teórico trae consigo algunas características del saber específico, que no siempre se derivan de procesos informales:

> Si queremos considerar el papel de la argumentación en la conceptualización y la prueba, tenemos que reconsiderar que la argumentación puede estar en actividades matemáticas, centrándose no sólo en sus aspectos sintácticos o de sus funciones en la interacción social, sino también en su estructura "lógica" y el uso de argumentos que pertenecen al "conocimiento de referencia" (Boero, Douek y Ferrari, 2008, p. 268)

[6] En este marco teórico entenderemos argumento en el sentido de Toulmin, es decir como "un conjunto de *actos lingüísticos* y *no lingüísticos* por medio de los cuales se busca persuadir, convencer o resolver desacuerdos con las personas". Toulmin (2003, p.12). De modo que estos están presentes al interior de prácticas argumentativas, por lo que argumento y práctica argumentativa no pueden considerarse como lo mismo.

[7] Si bien la palabra Argumentación se utiliza ampliamente en nuestro contexto, en adelante no utilizaremos este término sino Prácticas Argumentativas (excepto en las citas textuales de los autores), al interior de las cuales se crean argumentos.

Los autores explican que en el área de las matemáticas hemos encontrado escenarios válidos para tener argumentos a nivel riguroso, lo cual ha permitido, entre otras cosas, que los saberes sean transmitidos y entendidos en un mismo código por una comunidad académica. Vale la pena observar también que las prácticas argumentativas son referidas por los autores como un aspecto presente en las interacciones sociales, lo cual discutiremos más adelante.

Al aproximarse a la definición de argumento, Galindo (2007), expone que argumentar principalmente, es "dar razones a favor de una pretensión, pero agregaríamos que no cualquier razón, sino razones correctas y aceptables por el destinatario de la argumentación" (p. 31) lo cual está en coherencia con lo que hemos venido exponiendo; sin embargo, aclara el autor que no se argumenta cualquier cosa, sino que esta debe estar en términos de una pretensión del destinatario del argumento. En otras palabras, práctica argumentativa es situada (Toulmin, 2007).

Por otro lado, Guzmán y Restrepo (2013) unifican los dos conceptos para explicar cómo estos se relacionan:

> El argumento se refiere a aquellos elementos que un estudiante o grupo de estudiantes […] crean cuando son requeridos para articular y justificar ideas o explicaciones científicas, mientras que la argumentación se refiere a los procesos de construcción de estos elementos. (p. 21)

Aquí observamos los dos conceptos: la argumentación (Práctica Argumentativa en adelante para nosotros, en un sentido más amplio) es el proceso por medio del cual pretendemos convencer a otra persona, bien sea mientras se construye un concepto o mientras se defiende una idea previamente planteada; por otro lado, el argumento es el elemento que constituye al proceso, es decir, es el medio por el cual se convence. Ahora, no cualquier argumento convence, y no cualquier razón es un buen argumento. Es por esto que, a nivel lingüístico, autores como Toulmin afirman que:

> Un argumento sólido, una afirmación bien fundamentada y firmemente respaldada, es el que resiste la crítica, aquel para el que se puede presentar un caso que se aproxima al nivel requerido, si es que ha de merecer un veredicto favorable. (1958, p. 25)

Aquí vemos que la medida de la efectividad en un argumento es el respaldo (y otros elementos que el mismo trabajo Toulmin expondrá más adelante), de modo que, quien expone un argumento, matemático o no, pueda convencer a su interlocutor. Concuerda con esto último Habermas (1999) para quien:

> La fuerza de una argumentación se mide en un contexto dado por la pertinencia de las razones. Esta se pone de manifiesto, entre otras cosas, en si la argumentación es capaz de convencer a los participantes en un discurso, esto es, en si es capaz de motivarlos a la aceptación de la pretensión de validez en litigio. (p.37)

La práctica argumentativa para Habermas se refiere entonces al proceso de convencimiento o apelación de unas ideas, las cuales están involucradas en un contexto de discusión (litigio) y que tiene por finalidad el convencimiento:

> Llamo argumentación al tipo de habla en que los participantes tematizan las pretensiones de validez que se han vuelto dudosas y tratan de desempeñarlas o de recusarlas por medio de argumentos. Una argumentación contiene razones que están conectadas de forma sistemática con la pretensión de validez de la manifestación o emisión problematizadas. Sobre este trasfondo podemos juzgar también de la racionalidad de un sujeto capaz de lenguaje y de acción según sea su comportamiento, llegado el caso, como participante en una argumentación: cualquiera que participe en una argumentación demuestra su racionalidad o su falta de ella por la forma en que actúa y responde a las razones que se le ofrecen en pro o en contra de lo que está en litigio. (Habermas, 1999, p. 37)

Del anterior aporte teórico, es necesario extraer algunas ideas. En primer lugar, el argumento puede o no partir de la duda, Habermas expone que las pretensiones de validez se han vuelto dudosas, pero no todos los contextos de construcción de argumentos parten de una duda, sino que pueden surgir del interés del conocimiento de algo que se demanda saber. Por otro lado, la práctica argumentativa contiene razones (argumentos) que se conectan en coherencia con el lenguaje de exposición de las ideas y en un código válido para el locutor e interlocutor. Finalmente, consideramos de suma importancia recalcar lo expuesto en la última idea de Habermas: por el uso de sus argumentos, las personas muestran qué tanto conoce del tema en cuestión, ya que puede exponerse a cuestionamiento o contra argumentos que pongan en tela de juicio sus razones. Esto lo traemos a colación ya que en el siguiente apartado hablaremos de la práctica argumentativa en el ámbito educativo, en el cual el profesor y los estudiantes constantemente elaboran argumentos, los cuales no siempre son formales.

Definimos finalmente la práctica argumentativa como actividad social, oral, gestual y racional (van Eemeren, Grootendorst y Henkemans, 2006). En este sentido, tomamos esta práctica como actividad social y oral ya que se involucran personas (estudiantes y profesor), mediante la conversación para dar y pedir argumentos. Por otro lado asumimos la práctica argumentativa como actividad gestual ya que dentro de la actividad no solo lo escrito y lo oral se ven involucrados, sino tambien los gestos, esto es, la comunicación no verbal; específicamente para esta investigación se consideran los gestos que realizan los estudiantes con sus manos. Y la práctica argumentativa como actividad racional ya que los estudiantes al argumentar recurren finalmente a conocimientos de geometría al dirigirlos a su profesor.

Las prácticas argumentativas en el contexto de la Educación Matemática

Tal como mencionamos en el apartado anterior, el aula de clase es un escenario en el que tanto profesores como estudiantes expresan sus ideas y tratan de convencer a sus interlocutores. En esta sección, comentaremos algunas reflexiones en torno a la práctica argumentativa en Educación Matemática, específicamente en relación con la importancia de comprender los procesos de construcción de argumentos al interior de estas prácticas que desarrollan los estudiantes. Para esto, retomaremos los trabajos de algunos autores, quienes desde sus investigaciones han encontrado formas aristotélicas y no aristotélicas de realizar prácticas argumentativas. El primer paso para elaborar esta reflexión sobre la práctica argumentativa en el aula de clase de matemáticas, es retomar el discurso oficial de Ministerio de Educación Nacional [MEN] y observar si efectivamente realizamos prácticas argumentativas en el aula de clase, específicamente en la construcción de conceptos geométricos.

A propósito de la geometría, establecen los lineamientos curriculares (MEN, 1998) que

> La geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que eminentemente geométrico, contribuye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior, y en particular, formas diversas de **argumentación**. (Énfasis nuestro) (p. 33)

Esto implica que se espera que la geometría fuera el escenario ideal para que los estudiantes elaboren argumentos, pero estas no se hacen en la realidad, ya que los procedimientos geométricos se basan en la memorización de fórmulas y la contemplación pasiva de las propiedades conocidas por los profesores, pero totalmente desconocidas para los estudiantes.

Por otro lado, en la resolución de problemas como proceso general que se debe desarrollar en el aula de clase, los lineamientos explican que:

> La formulación y solución de problemas permite alcanzar metas significativas en el proceso de construcción del conocimiento matemático [como] la argumentación (explicar el porqué, estructurar argumentos para sustentar generalización, someter a prueba, explorar nuevos caminos) (MEN, 1998, p. 77)

Lo anterior indica que otro escenario que se puede propiciar en el aula de clase es la exploración en los problemas para que los estudiantes formulen conjeturas y pongan en práctica ese conocimiento matemático que esperamos que alcancen. Este es un discurso deseable, con ventajas para quien es capaz de ponerlo en marcha, y una desventaja para quien, una vez encuentra problemas reales que se pueden trabajar en el aula, no encuentra cómo conectarlo con las posibilidades del trabajo en clase.

Como profesores esperaríamos que los estudiantes utilicen el conocimiento matemático y procesos como el razonamiento y la formulación y resolución de problemas para comprender mejor el mundo (entre otras cosas con el auxilio de las prácticas argumentativas), pero claramente eso no lo vemos plasmado en las prácticas reales. Esto se debe a que todavía pensamos que argumentar es simplemente “explicar” lo que encontramos, pero no nos hemos detenido a pensar si realmente cualquier justificación que se dé en el aula de clase se puede entender como práctica argumentativa. Los lineamientos curriculares son claros respecto a la necesidad que tenemos en nuestras escuelas de argumentar a partir de conceptos y razonamientos fuertes, pero en la realidad, aun consideramos que estamos lejos de tener un paradigma claro de prácticas argumentativas en las aulas de clase (sobre todo porque muchos de nosotros, profesores en formación o ya en ejercicio, no tenemos la suficiente formación en términos argumentativos).

Para explicar posibles causas de estas crisis, comenzaremos mencionando a Harada (2009), con quien coincidimos en cuanto a la importancia de la escuela como espacio para la realización de prácticas argumentativas:

> En los últimos años se ha ido cobrando consciencia de la importancia académica pero también social y política que posee la competencia argumentativa (los conocimientos, habilidades, actitudes y valores necesarios para argumentar) pues gracias a ella podemos solucionar problemas, resolver conflictos y tomar decisiones sobre asuntos tanto teóricos como prácticos, disciplinarios y cotidianos de manera individual y colectiva. (p.45)

Sin embargo, observamos en el día a día de las escuelas que las prácticas argumentativas pasan por hacer solo demostraciones de tipo aristotélico para la prueba de propiedades abstractas, específicamente en campos como la geometría euclidiana, la trigonometría, el álgebra, entre otros. A propósito de esta crisis en las prácticas argumentativas de la escuela, continua Harada explicando que

> Un obstáculo en el desarrollo de esta competencia por medio de la educación es que algunos de los profesores que deberían ocuparse de mejorarla, es decir, los de lógica, no siempre distinguen entre un razonamiento y un argumento, así como tampoco entre las actividades de razonar y argumentar. No se dan cuenta que un razonamiento es básicamente una relación de consecuencia entre portadores de verdad (juicios, proposiciones, oraciones o enunciados) tal que unos (premisas) apoyan la verdad de otro (conclusión), mientras que un argumento es un conjunto de actos lingüísticos y no lingüísticos por medio de los cuales se busca persuadir, convencer o resolver desacuerdos con las personas. (2009, p. 45)

A propósito de las dificultades para enseñar y aprender bajo el paradigma aristotélico; el uso de estructuras de la forma $p \rightarrow q$ ha sido evaluado por autores como Hoyles y Kücherman (2002) quienes encontraron en sus estudios que los estudiantes de

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1803 Facultad de Educación

primaria encuentran pocos datos o saberes previos para dar soporte a estas implicaciones lógicas, por lo cual consideran necesario que los estudiantes estén expuestos tanto a conceptos teóricos a nivel empírico y epistemológico, ya que conforme se adquiere cierta madurez, el nivel de asociación de los saberes con respecto a las ideas presentes en una práctica argumentativa se fortalecen y los estudiantes pueden establecer argumentos concatenados y convincentes.

Es así que otra reflexión en este apartado pasa por la necesidad de reconocer en la escuela los procesos pertinentes para hacer prácticas argumentativas (que no necesariamente se reducen a demostraciones) las cuales pretendan comunicar conocimientos matemáticos desde el conocimiento de la teoría y los modos de interacción con los interlocutores. De hecho, no estamos diciendo entonces que los procesos de demostración y cálculo no son pertinentes en la enseñanza de las matemáticas, sino que, por el contrario, "Los métodos de cálculo que aprendemos en la escuela nos sirven como mecanismos de inferencia, y los cálculos pueden sin duda ser sujetos a un estudio y a una crítica lógicos." (Toulmin, 1958, p. 20), es decir, se pueden tener como punto de partida más no son la única forma de argumentar en el aula.

A pesar de la crisis que comentamos junto con Harada, Hoyles y Kücherman, también se pueden encontrar escenarios en los cuales los estudiantes realizan prácticas argumentativas no necesariamente aristotélicas, dándole paso a otros criterios de formación de argumentos como los provenientes de la cultura misma a través de lenguajes no rigurosos y priorizando la interacción, la comunicación en lenguajes provenientes de las prácticas sociales y la visualización.

Crespo (2007) por ejemplo, enmarcada en un paradigma socio epistemológico expresa que la práctica argumentativa matemática es “una construcción sociocultural que emerge dentro de la comunidad matemática, y es desarrollada de acuerdo con las características del escenario sociocultural en el que se pone de manifiesto” (p. 85). La problemática que encuentra en este sentido la autora es que

> Las demostraciones obtenidas en el aula de matemática en los distintos niveles educativos, distan mucho de las que los docentes considerarían como correctas a pesar de las estrategias que se pongan en juego para lograrlas; si bien en el aula actual los docentes no demuestran ni argumentan los conceptos matemáticos y algo similar ocurre en algunos libros de texto actuales, los docentes reconocen la importancia y necesidad de las demostraciones en el aula de matemática (p. 88)

En el trabajo de Crespo (2007) se observan algunos casos en que los estudiantes asumen posturas aristotélicas y no aristotélicas como medios para hacer demostraciones. Llama la atención que para realizar prácticas argumentativas no todos los estudiantes recurren a la prueba formal que espera el profesor, ya que puede haber una influencia del contexto y de las experiencias de formación previas que lleven a razonar de manera diferente; es decir, que conduzcan a resultados iguales, pero sobre presupuestos teóricos y epistemológicos diferentes. Es así como vemos que no existe una sola forma de argumento en el aula que esté ligada a prácticas aristotélicas; de hecho, el uso de los conceptos fundamentales de la matemática que posean los estudiantes, junto con las experiencias previas de formación, llevan al estudiante a observar y deducir de manera diferente una propiedad.

En un estudio posterior, Crespo, Farfán y Lezama (2010) explican que las prácticas argumentativas están relacionadas con los contextos socioculturales de quienes realizan dichas prácticas, es decir, si cada comunidad científica tiene un conocimiento específico, dicha comunidad tiene una manera particular, proveniente de sus propias prácticas, para validar este conocimiento vía demostraciones u otros tipos de prácticas argumentativas. En ese sentido, explican los autores que

> Al hablar de demostración, no nos restringimos a las demostraciones deductivas características de la comunidad matemática con influencia aristotélica. La concepción socio epistemológica de la matemática, que la reconoce como una ciencia que se construye en un escenario sociocultural, permite ampliar la mirada y tratar de comprender nuestra aula, no viéndola como un escenario aislado. La presencia de comunidades matemáticas en escenarios culturales distintos lleva a comprender la presencia de estrategias de demostración diversas, de acuerdo con las características aceptadas para la argumentación. (p. 302)

Es así como, se fortalece nuestra idea de que las prácticas argumentativas, lejos de estar enmarcadas en prácticas especializadas provenientes de métodos aristotélicos, pueden darse a partir de las dinámicas de las culturas y los grupos sociales de conocimiento. En el caso específico del aula de matemáticas, entendiendo esta como una "microsociedad" también es válido decir que pueden existir formas propias de argumentar, sin desconocer que el profesor debe llegar a una negociación de significados que no necesariamente pase por un proceso de afirmación-razón. Es en esta negociación y en la interacción de los sujetos que se da efectivamente un aprendizaje significativo, ya que las voces, los diálogos y los gestos van dándole a los estudiantes más elementos de juicio para desarrollar sus prácticas argumentativas. Así,

> Los sujetos aprenden en interacción con otros y con ellos mismos. Durante ese proceso se presentan distintos momentos de negociación y renegociación de significados. La argumentación sería un mediador en ese proceso de negociación y el profesor cumpliría un rol importante en la regulación del mismo. La negociación de significados es un proceso en el que se presentan diferentes puntos de vista respecto a un tema y el objetivo es resolver la disputa. (Domínguez y Stipcich, 2009, p. 544)

Sobre la importancia de otros lenguajes que trasciendan los paradigmas de afirmación-razón, Robotti (2012) analiza cómo el lenguaje natural de los estudiantes les posibilita realizar procesos de prueba (que podríamos considerar un tipo de prácticas argumentativas) en el contexto de la geometría plana. Dichas prácticas se basaban en la percepción de las propiedades de algunos polígonos a través de las gráficas, pasando por último a la formalización de las propiedades con el apoyo del profesor. La autora expone entonces que las demostraciones fueron posibles gracias entre otras cosas al trabajo en pares en los cuales uno de los estudiantes exponía sus argumentos de validez y el otro compañero le planteaba preguntas en su propio lenguaje.

Knipping y Reid (2013) también estudiaron las estructuras de los argumentos a partir de las conversaciones entre los estudiantes durante prácticas argumentativas por medio de modelos argumentativos como el de Toulmin (sobre el cual discutiremos más adelante).

Hanna (2000) por su parte expresa que para que un proceso de prueba sea válido, debe pasar necesariamente por una aceptación social y que para que esto se dé, un argumento debe ser entendible, significativo, compatible y convincente. Hanna (2000) concluye que el formalismo extremo en las prácticas argumentativas en matemáticas le quita el carácter reflexivo y expansivo, por lo cual se debe considerar el componente social al comunicar una idea matemática, lo cual puede incluir el uso de lenguajes cotidianos cargados de significados, pero libres de tecnicismos que los conviertan en poco legibles para una comunidad.

Aparte de la comunicación, la visualización previa a las prácticas argumentativas es un punto importante en los procesos de negociación de significados en el aula. Battista y Clements (1995) encontraron por ejemplo en la visualización de polígonos a través de figuras hechas a mano o con ayuda de software una posibilidad de generar en los estudiantes prácticas argumentativas evadiendo de entrada a los métodos formales. Es decir, el primer acercamiento de los estudiantes en geometría a procesos de demostración debe tener como mínimo una comprensión visual del objeto y un conocimiento previo que permita formular sus ideas y las respalde, para pasar a la comunicación de ideas de la cual veníamos hablando.

Caraballo (2014) luego de realizar una investigación con la intermediación de software para posibilitar prácticas argumentativas desde la visualización y la comunicación de ideas, expone que “Las actividades matemáticas deben generar momentos de reflexión para que los procesos de conjeturar y argumentar aporten al desarrollo del pensamiento matemático y al desarrollo de otro tipo de competencias que atañen a los distintos campos del saber” (p. 123)

Aquí observamos uno de los puntos fundamentales que deben llevar a conclusiones en matemáticas realmente significativas: la reflexión, ya que esta permite evaluar la pertinencia de lo dicho, la necesidad de conocer más sobre el argumento y el reconocer si lo que se ha comunicado en efecto es la conclusión que se estaba esperando. En el análisis veremos por ejemplo que los estudiantes hacen referencia a la diagonal luego de que estos encontraron situaciones reales producto de una reflexión sobre los momentos o experiencias en las cuales han tenido familiarización con las diagonales. Además,

> Por medio de encuentros interactivos, los estudiantes pueden desarrollar autonomía en el uso de conceptos, operaciones, propiedades y habilidades matemáticas que los con lleven al planteamiento de preguntas, la toma de decisiones, y se familiaricen con la construcción de argumentos formales e informales en matemáticas. De esta manera es importante que los estudiantes en su quehacer diario en el aula de matemáticas desarrollen procesos donde se establezca conexión entre el conocimiento y aprendizaje matemático con habilidades argumentativas. Considerando razonamientos básicos de las matemáticas dentro de los cuales los estudiantes se vean motivados a generar procesos de discusión, explicación, justificación, verificación y conclusión de una proposición matemática, conjetura o argumentación matemática. (Caraballo, 2014, p. 123)

Al discutir sobre la función de la demostración en matemáticas, De Villiers (1993) expone que los profesores aún siguen utilizando un paradigma formalista aristotélico para convencerse y convencer a otros. En este sentido, expone que “Es más que una sospecha el que la mayoría de los profesores de matemáticas en secundaria mantienen casi exclusivamente esta visión formalista de verificación/convicción sobre la función de la demostración en matemáticas.” (p. 17)

Sin embargo, el autor encuentra este asunto confuso ya que la mayoría de descubrimientos y en particular la convicción de un matemático pasan necesariamente por una interpretación y razonamientos que están alejados de métodos de demostración aristotélicos. Sintetiza De Villiers (1993) que la demostración tiene varias funciones: verificación (relacionado con rectificar la verdad de una afirmación), explicación (tratando de profundizar en por qué es verdad), sistematización (a través de conocimientos conocidos), descubrimiento (de nuevos resultados sobre esta verdad) y la comunicación (por medios no necesariamente rigurosos). Es aquí entonces donde surge nuevamente la necesidad de abandonar en el aula de clase los estilos rígidos de demostración, e ir avanzando a modelos que tengan en cuenta esquemas más flexibles y que partan de aspectos como las experiencias o conocimientos apropiados previamente.

Algunas perspectivas para realización de prácticas argumentativas

En este segundo apartado del marco teórico discutiremos brevemente sobre las principales perspectivas para la realización de prácticas argumentativas, todas estas representadas por uno o varios autores quienes encontraron diversas formas de articular los argumentos al interior de estas.

Retórica, nueva retórica y dialéctica

La primera de ellas es la que hemos venido discutiendo y la que parece tener más presencia en nuestras aulas de clase y en los contextos científicos tradicionales: el modelo aristotélico. A propósito de este, comenta Carneiro (2006) que

> Es con Aristóteles que ocurre una gran evolución del pensamiento humano. Con Aristóteles, el hombre pasó a preocuparse por explicar cómo el pensamiento podría ser formulado a través del lenguaje y con eso podría ser sistematizado. (p. 17)

Vemos aquí la principal aplicación de los argumentos desde el punto de vista aristotélico: sistematizar el modo de razonar y de convencer a nuestros interlocutores. Esta sistematización está organizada por medio de la concatenación de argumentos llamados premisas y que llevan a una conclusión, teniendo como punto de partida axiomas, teoremas previos, corolarios y postulados y pasando a través de silogismos y otros procesos de demostración.

Otra perspectiva que se relaciona con la retórica aristotélica, pero que trasciende en cuanto al modelo es la Nueva Retórica de Perelman (1997) trayendo también a colación trabajos como el realizado por Perelman y Olbrechts-Tyteca (1989). En ambos trabajos se retoma la concepción de retórica, la cual es convencer al auditorio, discutiendo y llegando a acuerdos sin perder el campo de la razón (Carneiro, 2006). Una de las superaciones del modelo retórico de Perelman con respecto al aristotélico consistió en no dejar de lado los aspectos emocionales, propios de las personas, para llegar a conclusiones a través de juicios de valor: esta es la nueva retórica.

Otra perspectiva que vale la pena resaltar en esta discusión es la dialéctica, cuyo principal representante es Frans Van Eemeren (Van Eemeren, Grootendorst y Snoeck, 2006). Estos autores definen la práctica argumentativa como:

> Una actividad verbal que puede desempeñarse en forma oral y escrita. Es también una actividad social: en el avance argumentativo, uno se dirige por definición hacia los otros. Además, es una actividad racional que se orienta a defender un punto de vista de modo que se vuelva aceptable a un crítico que toma una actitud razonable. (p. 17)

Es importante retomar aquí varias ideas en cuanto a la práctica argumentativa desde el punto de vista dialéctico: esta es, ante todo, una actividad social que parte de la necesidad de comunicar una idea a un interlocutor de manera oral o escrita. Otro aspecto que llama la atención en Van Eemeren, Grootendorst y Snoeck es que la práctica argumentativa parte del hecho de que puede o no haber una diferencia de opinión, dándole el carácter dialéctico, es decir, el encuentro de opuestos (en este caso de puntos de vista) en los que se pueden utilizar una “constelación de proposiciones” (p.17) para justificar el punto de vista. En la literatura asociada a la perspectiva dialéctica aparecen aspectos como la duda, el compromiso con los argumentos y posiciones positivas, negativas y neutras. A propósito de esta literatura, Bermejo (2006) intenta a través de su tesis doctoral encontrar una vía que unifique los aspectos retóricos, lógicos y dialécticos de los argumentos por medio del análisis de los discursos de las personas, identificando también las razones, dudas y falacias en el lenguaje que pueden ser explicados de una manera unificada. La autora resume la importancia de definir a los argumentos desde una perspectiva unificada y moderna al decir que

> Bajo la perspectiva moderna, la argumentación resulta ante todo un instrumento esencial para la actividad teórica: sin argumentos podríamos mantener creencias, pero solo en los argumentos nos permitirían establecer que éstas son correctas. De ese modo, la argumentación cumpliría la función epistemológica y, en general, teorética más importante: garantizaría la racionalidad teórica al proporcionar el único medio aceptable de descartar el tipo de cosas que hemos de descartar, desde un punto de vista estrictamente teórico, a saber, nuestras creencias incorrectas. En ello consistiría, al menos en parte, el valor de la argumentación para seres racionales como nosotros. (p. 9)

En esta reflexión vemos una aplicación o función parecida a la expresada por De Villiers (1993) ya que toman a los argumentos como aquellos que permiten la comunicación de las ideas, con el fin establecer la verdad y convencer desde lo verbal. Los argumentos en esta perspectiva no parten de la rigurosidad sino de la posibilidad de comunicar verdades, aunque estas sean parte de modelos no estructurados (tal como lo vemos en las escuelas).

La perspectiva lógica de Stephen Toulmin

Si bien no es el objetivo de este trabajo presentar un estudio riguroso en torno al Modelo Argumentativo de Toulmin, sí es menester nuestro contar a grandes rasgos en qué consiste, cual es la estructura de las prácticas argumentativas propuesta por él y los trabajos que se han apoyado en esta teoría para explicar la manera en que profesores y estudiantes crean sus argumentos.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803
Facultad de Educación

La perspectiva teórica que crea Toulmin ha sido llamada "lógica", sin embargo, no debemos pensar en la lógica tal y como la conocemos. De hecho, en *Los usos de la argumentación* (Toulmin, 1958; 2007) este se esfuerza por apartarse de lo que se venía concibiendo como lógica, superando el carácter riguroso y lineal y pasando a darle al lógico un papel de análisis que trascendía al razonamiento común. En este sentido, afirma Toulmin que "El lógico no trata de los fenómenos de la mente del ser humano individual, sino de hábitos y prácticas desarrolladas en el curso de la evolución social, y transmitidos por padres y maestros de una generación a otra" (Toulmin, 1958, p. 20). Además,

> […] la lógica trata no de la manera en que inferimos ni sobre cuestiones de técnica: su objetivo principal es de tipo retrospectivo y justificatorio, pues trata de los argumentos que pueden esgrimirse a posteriori con el fin de apoyar nuestra pretensión de que las conclusiones a las que hemos llegado son conclusiones aceptables porque pueden justificarse. (Toulmin, 1958, p. 23)

Es así como el autor critica varios asuntos respecto a la lógica y la retórica aristotélica al expresar que no siempre el modelo de silogismos posee una estructura que pueda entenderse como concluyente y mucho menos compleja. En este sentido, continúa Toulmin (1958) contándonos que:

> Desde Aristóteles ha sido habitual analizar la microestructura de los argumentos a partir de ejemplos con una disposición muy simple. Normalmente, se presentan tres proposiciones a la vez: "premisa menor, premisa mayor; *por tanto*, conclusión". La cuestión que surge entonces es si esta forma estándar está lo suficientemente elaborada o es lo bastante transparente. Desde luego, la simplicidad es una virtud, pero en este caso, ¿No se ha pagado un precio demasiado alto por ella? ¿Se pueden clasificar adecuadamente todos los elementos de los argumentos bajo los tres apartados, "premisa mayor", "premisa menor" y "conclusión", o resultan estas categorías tan reducidas en número que inducen a interpretaciones equivocadas? ¿Acaso hay similitudes suficientes entre las premisas mayor y menor para que se las agrupe provechosamente bajo la etiqueta única de "premisa"? (p. 131)

Las prácticas argumentativas que provienen de la perspectiva aristotélica contienen las mismas características: ofrecen unos argumentos que se concatenan de manera "armónica" pero que deja de lado algunos asuntos subjetivos, de acuerdos y desacuerdos, de puntos de vista y de contenido comunicativo.

Como una alternativa a esta perspectiva de la retórica aristotélica, Toulmin propone una teoría de la comunicación de argumentos que deje de lado el simplismo del silogismo imprimiendo más componentes en la estructura lógica del argumento. Así,

> Empezaré enunciando mi hipótesis: a saber, que las categorías de la lógica formal se construyeron a partir de un estudio del silogismo analítico, que este es un tipo de argumento no representativo y engañosamente fácil y que muchos de los lugares comunes paradójicos de la lógica formal y de la epistemología provienen de una aplicación errónea de dichas categorías a argumentos de otras clases. (Toulmin, 1958, p. 193)

De esta manera, para Toulmin los argumentos pueden tener cierta estructura (que los comunicadores y lingüistas han llamado Modelo Argumentativo de Toulmin, aunque él mismo haya reconocido que no tenía la intencionalidad de crear un modelo utilizable en todas las ciencias) que consiste en el camino del dato o evidencia a la aserción o conclusión. En el Modelo Argumentativo de Toulmin encontramos una aserción o conclusión, que es lo que queremos argumentar; esta aserción está defendida por una evidencia o dato, la cual a su vez está sostenida por una garantía y una evidencia (llamada también soporte). Por el lado de la aserción, tenemos al cualificador modal, el cual mide el nivel de confianza a través de expresiones como "a veces", "siempre", "casi" entre otros. Finalmente, dicha aserción puede tener algunas excepciones, materializadas a través de la refutación. En la Ilustración 8 veremos un esquema que resume el movimiento de los componentes del Modelo Argumentativo de Toulmin y que ha sido aceptado por varios investigadores.

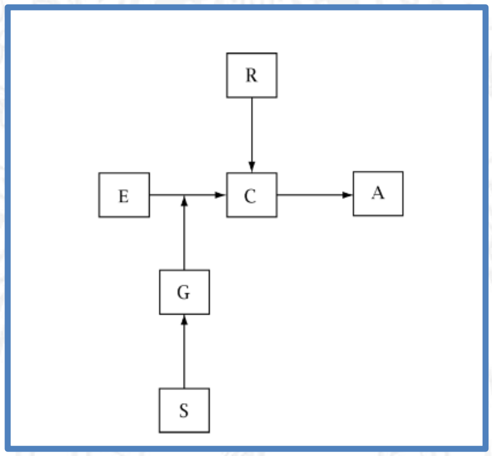


Ilustración 8. Modelo Argumentativo de Toulmin.
Fuente: Inglis y Mejía-Ramos (2005, p. 330)

El mismo Toulmin reconoció la importancia de tener un argumento como un “organismo” compuesto de partes que se interrelacionan entre sí, las cuales desde el punto de vista comunicativo se adapta a los discursos humanos; e incluso propuso un modelo más simplificado, referenciado por Velasco (2009) en el cual las garantías sirven de soporte entre el dato y la aserción. La Ilustración 9 muestra dicho esquema adaptado al español.

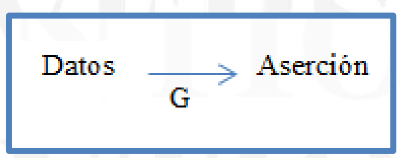


Ilustración 9. Modelo simplificado de Toulmin
Fuente: Adaptado de Velasco (2009, p. 291)

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3
Facultad de Educación

Diversas investigaciones en muchos campos del saber han utilizado al Modelo Argumentativo de Toulmin como una posibilidad para explicar los argumentos que realizan tanto estudiantes como profesores al interior de prácticas argumentativas. En ese sentido, Rodríguez (2004) ofrece una perspectiva desde el punto de vista de la comunicación y la escritura de artículos teniendo como punto de referencia dicho modelo. Ella encontró que, al analizar las narrativas o artículos de los profesores, muchos de estos no tenían una idea clara de cómo comunicar sus resultados.

Al proponer el Modelo Argumentativo de Toulmin, explica la autora que

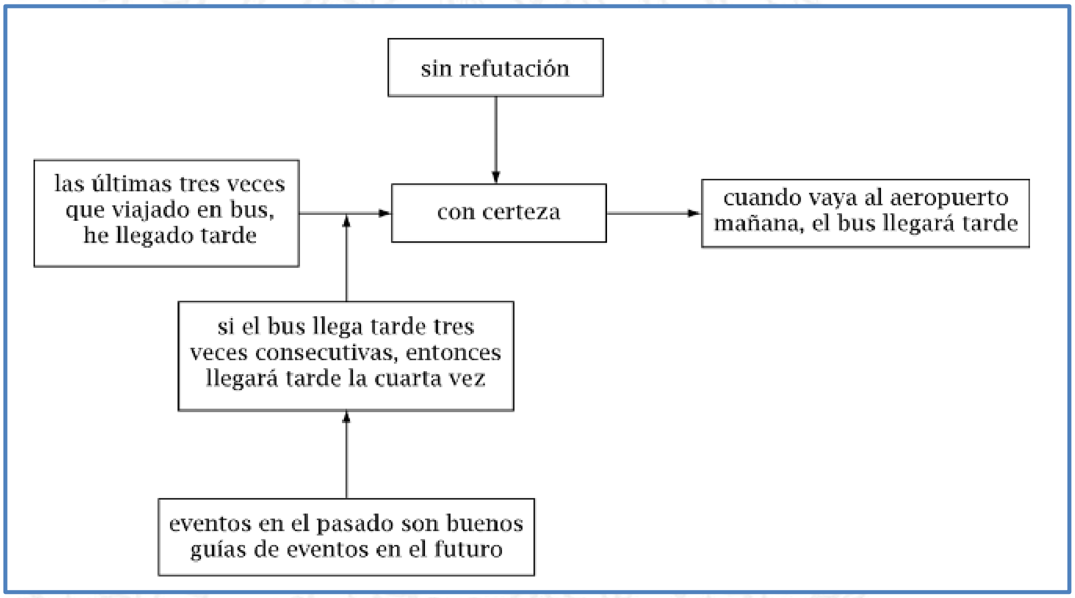
> Una de las mayores dificultades encontradas en los artículos de investigación producidos por los docentes [es] que no partan de una tesis (aserción) bien definida y que la argumentación [es] débil porque no se hace un aprovechamiento racional de la información a la cual se accede, se recomienda el uso del modelo de Toulmin como un ejercicio previo a la escritura de un artículo, ensayo argumentativo o tesis. Este ejercicio permitiría clarificar sobre qué escribir, cómo enfocar un tema, qué tipo de información extra buscar y, sobre todo, garantizar la racionalidad del crítico. (p. 16)

Rodríguez (2004) identifica en este modelo lógico una estructura que puede utilizar cualquier persona al tratar de escribir un texto argumentativo, lo cual indica que los argumentos no solo aparecen en prácticas argumentativas escolares o asociadas al diálogo, sino también a nivel de escritura.

Otro de los trabajos que se han sustentado en el Modelo Argumentativo de Toulmin es el de Inglis y Mejía-Ramos (2005) los cuales inician con un análisis de algunos ejemplos del modelo argumentativo de Toulmin, como veremos en la Ilustración 10.

En el ejemplo, vemos cómo una persona tiene como aserción que el bus llegará tarde cuando ella llegue al aeropuerto. Observemos que el dato que tiene “las últimas tres veces que he viajado en bus, he llegado tarde” está soportado por la garantía (un saber o supuesto que soporta al dato) y esta al mismo tiempo está vinculado a un soporte (conocimiento que apoya a la garantía). Vemos un cualificador modal que indica que hay certeza de que ocurra y, en este caso particular, no se encontró un refutador.

I



lustración 10. Ejemplo de Argumentación

Fuente: Inglis y Mejía-Ramos (2005, p. 331)

Inglis y Mejía-Ramos utilizan también el Modelo Argumentativo de Toulmin para estimar la capacidad de convencer que poseen los estudiantes cuando elaborar aserciones fuertes basadas en datos, garantías y soportes que vienen de conocimientos y teorías conocidas. Al estudiar el modelo completo para evaluar qué tan convencidos quedan los estudiantes al escuchar de un compañero una aserción complementada por datos, concluyen los autores que

> Utilizar el esquema completo de Toulmin en la investigación en Educación Matemática constituye un avance importante con respecto al enfoque adoptado por anteriores investigadores. Al usar el esquema completo, el investigador puede estudiar la construcción y la evaluación de argumentos en matemáticas de una manera más legítima y profunda de lo que permiten perspectivas existentes. (2005, p. 350)

De modo que, al considerar este modelo, los estudiantes no necesitan concatenar los saberes de manera lineal, sino que pueden traer a colación ideas que sustenten sus datos, así como evidencia empírica y epistemológica que sustente lo que expresan los estudiantes.

Los estudios de Henao (2010) y Henao y Stipcich (2008) analizan al Modelo Argumentativo de Toulmin en el contexto de la enseñanza de las ciencias. Dentro de sus presupuestos teóricos, Henao (2010) utiliza el hecho de que cada ciencia tiene su propio lenguaje y que son las personas quienes desde sus experiencias elaboran discursos (en este caso científicos). En ese sentido, comenta la autora que:

> Es posible ver en la propuesta toulminiana sobre la argumentación un proceso que permite la construcción social y la negociación de significados, en tanto, dinámica de diálogo en la cual, para sostener una aseveración, conclusión o punto de vista, debemos: exponer razones, recibir preguntas cruzadas sobre la fuerza y relevancia de esas razones, enfrentar objeciones y, quizá, modificar o matizar una aseveración o tesis inicial. (p. 105)

Es importante reconocer en la cita anterior el hecho de que la práctica argumentativa en esta perspectiva formal no deja de lado los asuntos asociados al diálogo, sino que por el contrario aporta a una comunicación de ideas más efectiva, a dar y recibir razones y objeciones de una manera más dialógica. Por otro lado, continúa la autora resaltando el aporte de Toulmin para la educación en ciencias teniendo en cuenta los nuevos aportes que superan los alcances aristotélicos de las premisas y conclusiones:

> La propuesta toulminiana para la educación en ciencias enfatiza que la calidad de los procesos de enseñanza de las ciencias debe estar dirigida, no tanto a la exactitud con que se manejan los conceptos específicos, sino a las actitudes críticas con las que los estudiantes aprenden a juzgar aun los conceptos expuestos por sus profesores. (Henao, 2010, p. 105)

Este aporte invita a dejar de lado algunos paradigmas comunes en el aula de clase y optar por alternativas en las cuales los estudiantes compartan sus experiencias, sus saberes y percepciones sobre el conocimiento y expongan en el marco de prácticas argumentativas estas ideas.

En Henao y Stipcich (2008) las autoras retoman nuevamente la postura de Toulmin como estrategia para la enseñanza de las ciencias en el marco del "aprendizaje como argumentación". Esta perspectiva de investigación asume que el aprendizaje no se da de manera pasiva ni individual, sino como producto de las interacciones entre los integrantes del colectivo de formación. De esta manera,

> Llevar a las clases las propuestas de aprendizaje como argumentación implica que éstas se constituyan en comunidades de aprendizaje, donde sea posible superar la enseñanza tradicional informativa y repetitiva y, en su lugar, se consoliden ambientes que propicien la realización de actividades que privilegien la participación de los y las estudiantes en procesos como clasificaciones, comparaciones, apelación y uso de analogías y, especialmente, en la construcción, justificación y valoración de explicaciones, es decir, en procesos epistémicos. (p. 55)

Estos procesos de clasificación, comparación, apelación, uso de analogías y dar y recibir razones se privilegian a través del Modelo Argumentativo de Toulmin ya que los estudiantes pueden recurrir a sus saberes previos (garantías y soportes) y a refutaciones y características de sus conclusiones (cualificadores) para construir argumentos y no necesariamente con estructuras marcadas por silogismos. Concluyen las autoras en que

> Es necesario desarrollar en las clases estrategias pedagógicas y didácticas que permitan a los y las estudiantes el ejercicio de procesos y actitudes democráticas, en espacios para la crítica y las discusiones. Se trata de enseñar y aprender a fundamentar decisiones y apoyar justificaciones y refutaciones. Aspecto en el cual hay un enorme consenso en relación con la valoración de la perspectiva toulminiana. (p. 59)

Es decir, los argumentos pueden en efecto trascender el carácter de las definiciones y las demás actividades dentro de las prácticas argumentativas y llegar a ser elementos de juicio para comprender los fenómenos que rodean a los estudiantes, los problemas y las soluciones a los mismos.

Las Garantías

Como mencionamos anteriormente, el Modelo Argumentativo de Toulmin posee unas afirmaciones que soportan el camino entre las evidencias y las aserciones; tales conocimientos se conocen como garantías. Si bien expusimos arriba algunos estudios sobre este modelo de argumentación, nuestro interés en esta investigación recae sobre las garantías como saberes previos que utilizan los estudiantes cuando estos se encuentran en las prácticas argumentativas. En primer lugar, Toulmin explica que el papel de las garantías es apoyar a la evidencia o al dato para darle validez. En este sentido, expresa el autor que

> […] la afirmación apela directamente a los datos que le sirven de base; la garantía es, en cierto sentido, incidental y explicativa, pues su objetivo consiste simplemente en registrar explícitamente la legitimidad del paso dado, poniéndolo en relación con la clase más amplia de pasos cuya legitimidad se presupone. (Toulmin, 1958, p. 136)

Vemos aquí a las garantías como agentes que legitiman el saber, de manera que en los estudiantes es importante observar dichas afirmaciones, pues son de estas de donde se parte para no dejar dudas al llegar a la aserción (más allá que las que los mismos refutadores o cualificadores modales les den a los datos).

Continuando con los usos de las garantías en la construcción de los argumentos, Toulmin indica que

> Algunas garantías permiten aceptar una afirmación de manera inequívoca si se cuenta con los datos apropiados: son garantías que, en los casos adecuados, nos permiten matizar nuestra conclusión con el adverbio "necesariamente"; otras nos permiten dar el paso de los datos a las conclusiones, ya sea provisionalmente, ya sea sujetas a condiciones, excepciones o matizaciones: en estos casos hay que emplear otros términos modales, tales como "probablemente" o "presumiblemente". (Toulmin, 1958, p. 137)

Es decir, una garantía bien elaborada puede llevar directamente a las conclusiones, tal y como lo mencionaba Velasco (2009) en su estructura simplificada. Si una garantía no es suficiente para no dejar duda, podrían buscarse otros saberes previos (conceptuales o experienciales o empíricos) que lleven a conclusiones significativas. Este papel justificatorio diferencia a la garantía del dato mismo. Toulmin explica esta diferencia como sigue:

> A los datos se apela explícitamente, a las garantías implícitamente. Además, puede observarse que las garantías son generales, certificando la validez de todos los argumentos del tipo correspondiente, por lo que tiene que establecerse de manera muy diferente que los elementos justificatorios que ofrecemos como datos. (Toulmin, 1958, p. 136).

Diversos trabajos han analizado la incidencia de las garantías en los procesos de validación del conocimiento, la construcción de conceptos y la construcción de argumentos. A propósito, encontramos el trabajo de Nardi, Biza y Zachariades (2011). Si bien el trabajo de estos autores reporta los argumentos del profesor en el aula de clase, diversos tipos de garantías en esta investigación se usan en dicha teoría con adaptación para el estudio de las prácticas argumentativas en estudiantes de Educación Secundaria, específicamente del noveno grado en clases de geometría. En el trabajo referenciado, los autores clasifican las garantías como sigue:

Garantías a-priori: son aquellas garantías consistentes en conceptos científicos (a-priori epistemológica) o pedagógicos (a-priori pedagógicos).

Garantías institucionales: aquellas que hacen referencia a recomendaciones de fuentes como directivas institucionales o libros de texto.

Garantías empíricas: surgen de los conocimientos o experiencias de los sujetos (empíricas-personales) o de experiencias en los contextos específicos del ejercicio profesional (empíricas-profesionales).

Garantías evaluativas: es una justificación de una elección pedagógica basada en creencias personales.

Con base en la anterior clasificación, definimos la fundamentación empírica cuando al argumentar un estudiante recurre a experiencias de su vida personal o cotidiana como garantía de apoyo a sus argumentos. Específicamente, cuando usa garantías empíricas-personales para establecer vínculos entre datos y conclusiones en la actividad argumentativa. Por otra parte, definimos la fundamentación teórica cuando al argumentar un estudiante recurre a definiciones, teoremas o conceptos propios de la geometría como garantía de apoyo a sus argumentos; específicamente, cuando usa garantías a priori-epistemológicas. Desde estos dos conceptos, definimos entonces a la fundamentación empírico-teórica como aquella que vincula tanto los saberes previos dados por la experiencia (empírica) y aquellos que se convierten en teoría legitimada por el estudiante y por sus interlocutores (teórica).

Otro trabajo que se enfoca en las garantías es el de Conner (2012) quien organiza los argumentos de los estudiantes de acuerdo al Modelo Argumentativo de Toulmin e identifica en ellos a las garantías como fundamentos teóricos que permiten llegar de manera contundente a las conclusiones. Este trabajo retoma la clasificación de Nardi, Biza y Zachariades (2011) con el fin de reconocer en los argumentos de los estudiantes a las garantías epistemológicas y empíricas. Frente a la utilidad de la identificación de los beneficios de tener en cuenta las garantías de los estudiantes para formalizar definiciones, demostraciones y diversos tipos de prácticas argumentativas, sugiere el autor que "El examen de los tipos de garantías aceptadas y apoyadas en el aula de clases es una forma de evaluar este objetivo, así como de describir los tipos de razonamiento en los que los estudiantes y profesores están participando" (p. 7); lo cual implica que en la enseñanza de las matemáticas a través de las prácticas argumentativas y en ellas la construcción de argumentos desde modelos como el de Toulmin, puede verse diferentes escenarios en los cuales los estudiantes traigan a sus discursos sus saberes previos, las implicaciones de sus razonamientos y la institucionalización del conocimiento construido colaborativamente.

Los trabajos de Walter y Barros (2011), Walter y Johnson (2007) y Walter, Barros y Gerson (2011) han estudiado las garantías desde una perspectiva de la comunicación de ideas matemáticas en consonancia con las construcciones de conceptos y de argumentos en las prácticas argumentativas.

Walter y Barros (2011) utilizan lo que ellos llaman "garantías semánticas" como soportes para demostrar aspectos como el volumen de sólidos de revolución. De esta manera, los estudiantes recurrían a los significados de los objetos geométricos, lo cual indica que daban cuenta de lo que Nardi, Biza y Zachariades llamaron garantías epistemológicas. Las garantías semánticas permitían resolver desacuerdos entre los estudiantes, ya que utilizaban finalmente la definición matemática de conceptos como parábola, sólido, volumen e incluso las fórmulas para hallarlo. La construcción de los conceptos matemáticos partió entonces por las garantías que tenían los estudiantes, pero en las prácticas argumentativas que superaron los aspectos demostrativos aristotélicos.

El trabajo de Walter y Johnson (2007) identificó las invenciones lingüísticas que utilizan los profesores para construir conceptos con los estudiantes. En ese sentido, los profesores recurrían a experiencias propias (garantías empíricas-personales) para ejemplificar el concepto de ritmo de cambio para el llenado de una bañera.

En los diálogos analizados por los autores, estos encontraron que los profesores pueden utilizar sus propias vivencias de tipo personal y profesional para mostrar un concepto matemático. Es más, estas garantías formaron parte de las prácticas argumentativas de los profesores y dejaron de lado aspectos como las definiciones formales, las cuales obviamente son conocidas, pero el mismo contexto de la problemática (identificar el ritmo de cambio del llenado de una reserva) posibilitó que los profesores participantes utilizaran sus propias vivencias. Concluyen los autores al afirmar que

> La producción de garantías semánticas se produce cuando el objetivo de los alumnos no es la producción de la prueba matemática formal, sino la producción de inferencias matemáticamente convincentes, a través invenciones lingüísticas. Los profesores participaron en la producción de garantías semánticas para convencer a sus compañeros de inferencias matemáticas, a través del peso del significado personal. […] Con el fin de que los alumnos conectaran la experiencia personal para situaciones matemáticas de manera significativa, algunos conceptos clave de tipo matemático, comunes a ambos contextos, debieron ser identificados. (p. 239)

La conclusión de los autores es entonces que cuando se requiere definir un concepto, se puede recurrir a la experiencia incluso antes de ir a la definición de conceptos científicos ya definidos. A nivel teórico y epistemológico, creemos que con nuestros estudiantes en las aulas de clase ocurre lo mismo: a veces nos esmeramos más en que recuerden las definiciones rigurosas, en vez de formularles preguntas que los lleven a dar cuenta de experiencias previas, que de una u otra manera tuvieran relación con el concepto como tal. Dicho acercamiento, tal y como lo indicaron Walter y Johnson (2007), implica que, en cierto momento, empiecen a aparecer los conceptos matemáticos que requería el profesor.

Walter, Barros y Gerson (2011) analizan también las construcciones semánticas propias (garantías) de los estudiantes de cálculo para hacer demostraciones. A partir del trabajo grupal, los estudiantes mostraron cómo sus experiencias previas les permitían calcular volúmenes de sólidos de revolución, tal y como lo muestra la Ilustración 11.

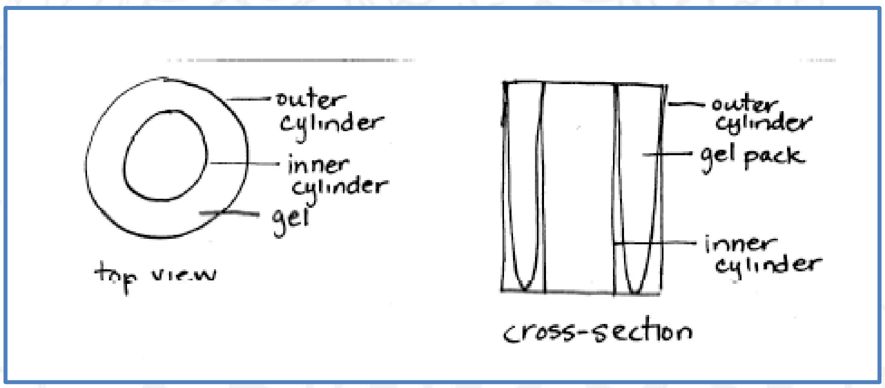


Ilustración 11. Problema de cálculo de volumen

Fuente: Walter, Barros y Gerson (2011, p.7)

El problema consistía en encontrar el volumen del gel congelante para un termo, sabiendo que la sección transversal es parabólica. Los estudiantes mostraron a través de distintos razonamientos sus formas para encontrar dicho volumen. Lo que resaltaron los autores es que cada estudiante que salió al tablero mostró diferentes modelos de cálculo, ya que estos recurrían a sus conocimientos previos, es decir, las definiciones que por sus experiencias previas les posibilitaron llegar al mismo resultado. Un aspecto que llamó la atención a los autores es la "creatividad" como motor que se mueve por los conceptos que se tenían claros.

4. Metodología

Fundamentos metodológicos

Esta investigación fue planteada en un paradigma cualitativo. Al respecto, podemos decir que este paradigma se caracteriza por analizar a los sujetos en sus contextos sociales y culturales, de manera que se supera una mirada netamente descriptiva desde el punto de vista cualitativo. Respecto a este tipo de paradigma, Guba y Lincoln (1994) encuentran en la metodología cualitativa un alto potencial para reconocer la subjetividad, toda vez que el objeto investigador es analizado a través de las voces de los protagonistas y sus comportamientos. Este tipo de paradigma no permite que el objeto de investigación y los sujetos implicados en él sean contralados mediante diseños experimentales a priori. El objeto de investigación se estudia en sus escenarios naturales; en nuestro caso, el aula de clase de matemáticas.

En la investigación cualitativa, consideramos el enfoque fenomenológico-hermenéutico (Sánchez, 1998), el cual posibilita a los investigadores encontrar un fenómeno e interpretarlo a través del reconocimiento de la historicidad de los sujetos y sus prácticas. En este sentido, Sánchez (1998) afirma que este enfoque:

> Concibe lo real cómo fenómenos contextualizados, se preocupa por la capacidad humana de producir símbolos para comunicar significados; por eso el proceso cognoscitivo se realiza por medio de métodos interpretativos. Los fenómenos no son aislados o analizados, son comprendidos a través de un proceso de recuperación de contextos y de significados. (p.120)

Lo anterior implica que el investigador en este enfoque no debe comprender el día a día como hechos separados; sino que, por el contrario, estos deben tener una secuencia lógica e histórica que dé pie para analizar los componentes del fenómeno en consonancia con el material histórico que lo antecede y lo puede preceder.

Asimismo, Méndez (2009) afirma que este modo de concebir el fenómeno en cuestión:

> Pretende dar nuevos horizontes, renovadas reflexiones y comprensiones, considerando que la aproximación rígida y completa (al fenómeno) es imposible. La fenomenología hermenéutica, no propone la reducción del fenómeno, sino su interacción con el contexto temporal-espacial, utilizando para ellos signos, símbolos, lenguaje, lingüística y polisemia. (p. 14)

Así, esta investigación "utiliza técnicas cualitativas que permiten la inter-subjetividad y la manifestación comunicativa de los sujetos incluidos en la investigación, tales como, entrevistas abiertas, historias de vida, discursos, opiniones, etc." (Sánchez, 1998, p.123), lo cual posibilita considerar una mirada holística del objeto, en este caso el acercamiento entre las garantías de los estudiantes y la práctica argumentativa propia de la geometría.

Por último, al elegir un método para el acercamiento al grupo de estudiantes, a sus prácticas y conceptos utilizados en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, utilizamos un método de observación participante. Al respecto, Rodríguez (2005) afirma que la observación participante "hace referencia explícitamente a la percepción visual y se emplea para indicar todas las formas de percepción utilizadas para el registro de respuestas tal como se presentan a nuestros sentidos" (p. 98). Estas afirmaciones permiten que no solo observáramos lo que ocurría en el contexto como tal, sino que nos ofrecía "un papel determinado dentro de la comunidad en la cual se realiza la investigación" (p. 98).

Institución Educativa Cristóbal Colón

El escenario de la Práctica Pedagógica fue la Institución Educativa Cristóbal Colón, ubicada en la comuna doce (12) de la ciudad de Medellín, en el sector de Santa Mónica en la comuna noroccidental de la ciudad. En la institución se atienden actualmente estudiantes en su mayoría de estrato uno (1), dos (2) y tres (3), provenientes de los barrios Belencito Corazón, Antonio Nariño, Villa Laura, Betania, La Colinita, Veinte de Julio, El Salado, San Javier, Las independencias, Santa Mónica I y II, La América, Santa Lucía, Barrio Cristóbal y Simón Bolívar, Buenos Aires, Aranjuez y Campo Valdés. Estos estudiantes reciben formación en los niveles de Educación Preescolar, Básica Primera, Básica Secundaria y Media. La ilustración 12 muestra la parte locativa exterior de la institución educativa.

Ilustración 12. Fotografía de la fachada de la Institución Educativa Cristóbal Colón

La actividad económica de los padres de familia de los estudiantes de la institución consiste en su mayoría, en empleos de obreros, trabajadoras domésticas, trabajadores en los sectores de servicios, manufactura y producción (empresas de costura, ventas formales e informales). En general, el sector donde se ubica la institución pertenece a la zona central de Santa Mónica, rodeado de casas y establecimientos comerciales; además, el acceso a la institución por parte de los estudiantes es mayormente a través del sistema de transporte público, a pie o en medios de transporte particular como automóviles o motocicletas.

El horario del colegio se divide en dos jornadas, en la jornada de la mañana asisten los estudiantes de preescolar y primaria, mientras que en la jornada de la tarde asisten los estudiantes de bachillerato. En la misión de la institución educativa, encontramos que esta les ofrece a sus estudiantes:

> Una formación humana e incluyente inspirada en "el humanismo, conocimiento y proyección", desde los fundamentos de la pedagogía socio-crítica que favorezca el desarrollo de competencias personales, comunicativas, académicas y tecnológicas para desempeñarse exitosamente en la sociedad con alto compromiso en la transformación del entorno y el mejoramiento continuo. (Institución Educativa Cristóbal Colón [IECC], 2012, p.2)

Esta misión, a nuestro modo de ver, implica que tanto las directivas como los profesores, padres de familia y estudiantes deben estar comprometidos con la formación no solamente desde la cognición, sino también desde la humanidad, la relación con las demás personas y el crecimiento personal desde la comunicación, la política, la cultura, y naturalmente a la adquisición y puesta en escena del conocimiento como construcción social.

Se observa entonces en los presupuestos de formación un interés por transformar la sociedad a través de las competencias que desarrollen sus estudiantes y puedan ser aplicados en contextos reales. En coherencia con la misión expuesta anteriormente, la visión de la institución (formulada desde el año 2012) es:

> Ser reconocida en el 2016 por el alto desempeño académico y el uso óptimo de las tecnologías contempladas en su Proyecto Educativo, que propicien la formación de ciudadanos comprometidos con su entorno social, y competentes para desempeñarse exitosamente en el medio laboral y/o profesional. (IECC, 2012, p.2)

Creemos conveniente hablar en este punto del hecho de que al 2016 la institución se ve a sí misma como un lugar con un alto componente tecnológico, sin embargo, en esta institución, como en algunas otras, la presencia de recursos tecnológicos se limita al uso de las salas de sistemas para las clases de tecnología. De hecho, desde el punto de vista metodológico nos hubiera gustado implementar recursos tecnológicos en el aula de clase durante el segundo y el tercer semestre, pero por cuestiones de horarios de las salas no nos fue posible llevarlas a cabo.

El área de matemáticas

Uno de los puntos de partida para determinar las actividades para plantearles a los estudiantes durante los dos semestres en los cuales intervinimos directamente en las clases, es la concepción del conocimiento matemático que se tenga a nivel institucional. Es por esto que, al analizar los documentos rectores de la institución, consultamos la malla curricular del área de matemáticas para observar cuáles son los presupuestos epistemológicos a nivel del conocimiento matemático y la evaluación de los aprendizajes en los estudiantes.

En cuanto a la concepción sobre la organización de la enseñanza de las matemáticas, IECC (2014a) expresa que esta se da a partir de los componentes que expone el Ministerio de Educación Nacional desde sus Lineamientos Curriculares (MEN, 1998). Estos componentes son: los conocimientos básicos, los procesos generales y el contexto. De esta manera, los conceptos son organizados en coherencia con los temas que se deben enseñar en cada bloque de grados y de acuerdo a la organización por medio de periodos académicos.

De igual manera, un asunto que nos pareció interesante es el papel que se le da a las situaciones problema para los procesos de razonamiento y solución de los mismos. Al respecto, plantea la institución que:

> La enseñanza de los conocimientos matemáticos debe contextualizarse desde el acercamiento al desarrollo de situaciones problemas en las cuales el estudiante pueda explorar y plantearse preguntas que surgen de su reflexión e interacción con los acontecimientos y fenómenos de la cotidianidad, desde diferentes escenarios (IECC, 2014a, p. 6)

Sin embargo, en las situaciones que percibimos durante el primer semestre no observamos situaciones reales en las cuales los estudiantes debían proponer argumentos para la solución de las mismas. Contrario a esto, la rigurosidad teórica pasaba por ejercicios de argumentos deductivos que, como lo mencionamos en el planteamiento del problema, tenían pocos significados precisos para los estudiantes. Respecto a este punto, consideramos que las matemáticas deben en efecto ser enseñadas como un recurso que posibilita dar solución a problemas que provengan de situaciones reales.

En cuanto a la evaluación de los aprendizajes, IECC (2014b) expone que esta debe hacerse de manera constante, democrática e integral. Al respecto, profundiza la institución al establecer que

> La evaluación en la Institución Educativa Cristóbal Colón se concibe como un proceso que se orienta por el desarrollo de las competencias involucradas en las dimensiones de desarrollo humano y las derivadas del conocimiento y el aprendizaje de las Áreas. Por lo tanto, es una evaluación permanente, formativa, integral, centrada en el proceso y el logro de los estudiantes e implica seis aspectos centrales: Objeto (Proceso de enseñanza aprendizaje), criterios de evaluación, sistematización, elaboración fidedigna de proceso de enseñanza aprendizaje, los juicios cualitativos sobre lo evaluado y la toma de decisiones para mejorar el proceso. (p. 3)

Lo anterior implica que la evaluación podría trascender asuntos como la evaluación escrita en el papel, aunque en las prácticas cotidianas de la institución observamos esta rutina evaluativa. Así, observamos a lo largo de los tres semestres que acompañamos las clases, que esta evaluación no trasciende hasta aspectos referidos arriba como los juicios cualitativos (o al menos no lo vimos de una manera sistemática), o la toma de decisiones para mejorar el proceso.

Algo que sí podemos expresar es que a lo largo del proceso de acompañamiento a los estudiantes pretendimos ser coherentes con estos presupuestos filosóficos de la evaluación, de manera que, al igual que realizábamos evaluaciones de tipo cuantitativo, hacíamos una valoración constante de los procesos realizados por los estudiantes del grado noveno (específicamente lo relacionado con las prácticas argumentativas).

Protagonistas de la investigación

Los estudiantes protagonistas de esta investigación pertenecieron al grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón durante el año 2015[8]. Para el encuentro con estos estudiantes utilizamos el horario de clases de matemáticas correspondiente al de la profesora cooperadora Lucía Monsalve, una vez a la semana, de modo que el acompañamiento fuese constante[9].

Este grado fue elegido por varios motivos: el primero de ellos, porque los procesos de enseñanza y de aprendizaje en el grado noveno son vitales desde nuestro punto de vista para la comprensión de conceptos propios de los grados subsecuentes (décimo y undécimo)

[8] Dado que no elegimos un subgrupo específico de estudiantes de este grado, para realizar los análisis tendremos en cuenta los estudiantes que de manera autónoma participaron de las actividades.

[9] Es claro que, si bien deseamos que el acompañamiento fuese constante (semana a semana), en algunas de las sesiones era imposible acompañar a los estudiantes ya que las dinámicas mismas del colegio y las sesiones de clase como tal nos impedían realizar las actividades de clase con mayor frecuencia.

en donde aspectos como la trigonometría y el cálculo están basados en conceptos netamente geométricos. Por otro lado, el acercamiento a la Institución Educativa Cristóbal Colón se hizo a través de la profesora cooperadora Lucía, quien desde el primer semestre accedió a compartir sus experiencias y tiempos de clase con el fin de ver apoyado su trabajo desde un punto de vista de la práctica argumentativa.

Fases de la investigación

En este apartado, comentaremos cuales fueron las fases de investigación, correspondiéndose con cada uno de los semestres de Práctica Pedagógica. La primera de las fases será la correspondiente al primer semestre de práctica (actividades de observación), mientras que la segunda fase se concentrará en lo ocurrido en primer semestre de 2015, el cual fue el segundo de nuestro proceso de práctica. Finalmente, la tercera fase que expondremos corresponde al tercer semestre de práctica, es decir, el segundo semestre de 2015.

Primer semestre, observación de las clases: esta observación la realizamos durante el segundo semestre del año 2014 con estudiantes de grado noveno pertenecientes a la Institución Educativa Cristóbal Colón que en ese momento recibían la clase de matemáticas con la profesora Lucía Monsalve. Durante este semestre tomamos nota sobre las dinámicas de la clase, la organización de cada una de las sesiones y las dificultades de los estudiantes respecto a las prácticas argumentativas a nivel de la geometría y el pensamiento numérico. De este proceso de observación pudimos concluir que los estudiantes presentaban dificultades para relacionar los conceptos previos que tenían de grados anteriores y las actividades nuevas que demandaban el uso de demostraciones a través de método directo o reducción al absurdo. Otro aspecto a resaltar es el hecho de que la metodología de clase como tal no estaba logrando que se diera una motivación en los estudiantes hacia las matemáticas, lo cual traería como consecuencia la pérdida de la asignatura por parte de los estudiantes, así como un temor y desdén hacia las matemáticas.

El saber matemático, desde la lectura que realizamos durante dicho primer semestre de práctica, era concebido de manera abstracta para los estudiantes, de modo que no lograban comprender la naturaleza de las estructuras matemáticas necesarias para llevar a cabo prácticas argumentativas geométricas bajo unas condiciones dadas.

Al término de este semestre y luego de socializar los informes de cada uno de los encuentros que hicimos con los estudiantes, formulamos una propuesta de trabajo inicial con los estudiantes que ingresarían al grado noveno en el año 2015, para continuar descubriendo, pero ya desde nuestro rol de profesores, la manera aportar a la significación de este conocimiento matemático y la importancia de las garantías en el logro de los objetivos de formación.

Segundo Semestre, puesta en escena de actividades y formulación del proyecto: una vez detectadas algunas de las dificultades de los estudiantes en cuanto al aprendizaje de las matemáticas, y en el ámbito del uso de las garantías y la vinculación de saberes matemáticos posteriores, los autores de la presente investigación, junto con nuestro asesor, planeamos una serie de actividades para ubicar a los estudiantes en un contexto de prácticas argumentativas. Para ello, utilizamos guías de trabajo en el aula de clase respecto a regiones sombreadas (para fortalecer aspectos como los números fraccionarios asociados al concepto de área) y la construcción de un tangram chino con el teorema de Pitágoras para explorar el concepto de suma y composición de áreas. En el planteamiento del problema, correspondiente al capítulo 2 de este trabajo de grado, contamos con mayor detalle la descripción de las actividades junto con algunos hallazgos.

Con respecto a las actividades relacionadas en este segundo semestre, continuamos observando las dificultades de los estudiantes en cuanto al establecimiento de las relaciones entre las garantías o saberes previos que tenían en relación con los conceptos que iban apareciendo en las guías. De esta manera, elaboramos una propuesta de investigación centrada en analizar el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón, establecían una relación significativa entre sus garantías, provenientes de años y temáticas anteriores, y las prácticas argumentativas geométricas que tendrían lugar durante el segundo semestre de 2015.

Tercer semestre, trabajo de campo: una vez formulado el proyecto de investigación y en él, la pregunta y el objetivo de investigación junto con los instrumentos de producción de registros y datos, en el tercer semestre de nuestra práctica, el cual correspondió al segundo semestre de 2015, realizamos con los estudiantes una serie de actividades que nos permitieran observar sus argumentos y en ellos, las garantías que les permitían expresar sus observaciones en el contexto de solución de problemas y elaboración del concepto de diagonal y reforzar el concepto de teorema de Pitágoras.

Cuarto semestre, sistematización y análisis de datos: si bien a lo largo del tercer semestre de práctica sistematizábamos los registros que iban resultando en cada uno de los encuentros con los estudiantes, a lo largo del cuarto semestre de práctica, correspondiente al primer semestre de 2016 elaboramos filtros a través de los registros hallados con el fin de determinar los datos para analizar mediante un análisis de episodios cuyo fundamento es nuestra mirada como investigadores y el soporte teórico recogido a lo largo de todo el proceso de práctica. Mientras realizábamos dicho análisis, también escribíamos la presente memoria investigativa, como requisito para sustentación ante la comunidad académica.

Instrumentos de producción de registros y datos

Tal como lo indicamos arriba, a lo largo del tercer semestre de práctica realizamos el trabajo de campo. Con el fin de que los protagonistas de esta investigación produjeran los registros necesarios para dar respuesta a la pregunta y orientar el logro del objetivo, utilizamos una serie de instrumentos, los cuales relacionaremos a continuación.

Observación participante: consideramos la observación como instrumento de producción de registros dado que esta nos permitió hacer reflexiones que trascendieron el material escrito o audiovisual. En ese sentido, Hernández, Fernández y Baptista indican que en este modo de obtención de información "El investigador mantiene experiencias directas con los participantes y el ambiente" (p. 417) de manera que se pueden identificar actitudes, comportamientos, respuestas no verbales o escritas y se mantiene, en el contexto de una investigación cualitativa, un contacto directo con la maestra y los estudiantes.

Grabaciones de audio y videos: durante las clases realizamos grabaciones de audio mientras pasábamos por los subgrupos de estudio o cuando se hacía la socialización grupal. Por otro lado, grabamos algunos videos en los que mostramos los procedimientos realizados por los estudiantes con el fin de tener un mejor detalle de los razonamientos y respuestas dadas por ellos. Una ventaja de esta elección de instrumento consiste en la posibilidad de revisar nuevamente los aportes de los participantes; igualmente, hoy en día se puede almacenar fácilmente el material grabado con el fin de volver nuevamente sobre él cuando sea necesario (Hernández, Fernández y Baptista, 2014).

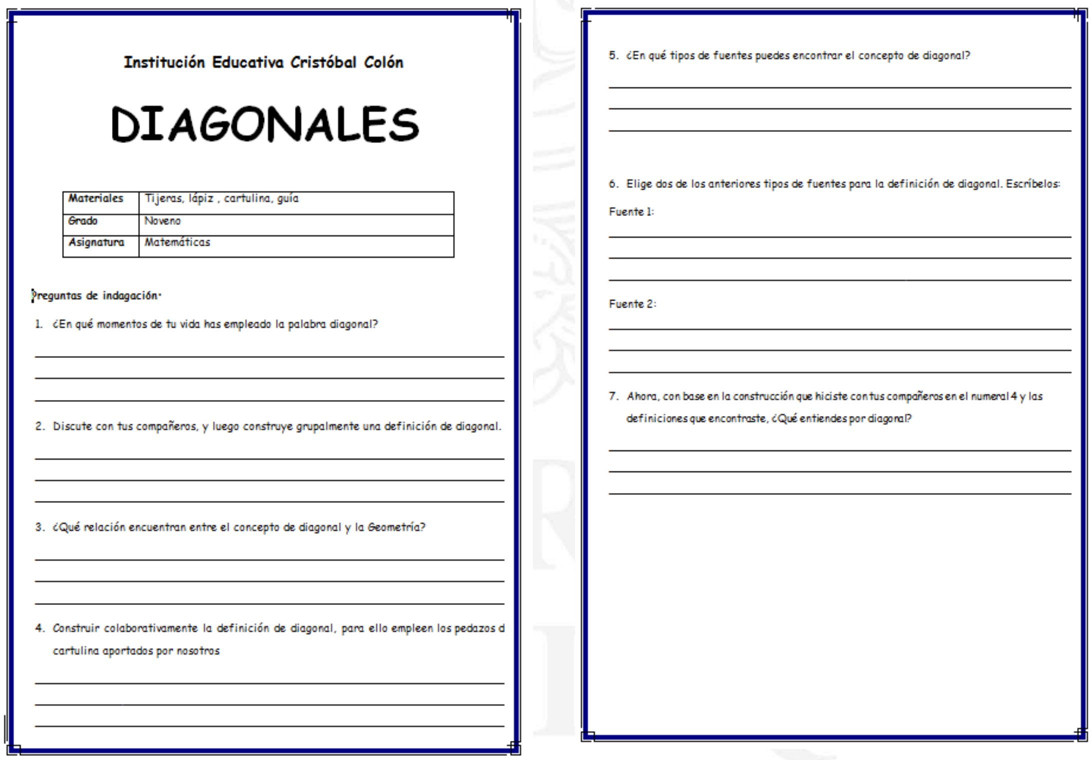
Guías de clase y carteleras: con el fin de observar los razonamientos de los estudiantes y orientar la construcción de conceptos como el de diagonal, nos valimos de dos guías de trabajo para las clases, en las cuales fueron diseñadas preguntas que intencionalmente cuestionaron sobre la existencia del concepto de diagonal en las garantías de los estudiantes, y con estas realizar prácticas argumentativas. En cuanto al uso de estos instrumentos, continúan afirmando los autores que estos "Permiten al investigador estudiar el lenguaje escrito y gráfico de los participantes. Es una forma no intrusiva cuando no se les pide elaborarlos, y en este caso, pueden ser consultados en cualquier momento y ser analizados cuantas veces sea preciso" (p.417). De esta manera, recurrimos a guías como el de la Ilustración 13 con el fin de que, en el registro mismo, ellos escribieran todas sus respuestas y facilitar la sistematización de los datos.

Sobre el análisis

El análisis realizado durante el primer semestre del 2016, la llevamos a cabo por medio de análisis de episodios teniendo como insumos nuestra mirada como investigadores y los referentes teóricos que sustentaron las reflexiones. Durante este análisis, y con base en los procesos de transcripción de los registros, realizamos una codificación de los mismos sin exponer el nombre de los estudiantes, sino asignándole, en el contexto de un episodio, los numerales estudiante 1, estudiante 2, y así sucesivamente.

Para llevar a cabo la clasificación de los registros que se tornarían más adelante los datos a analizar, definimos como unidad de análisis las **expresiones verbales y escritas** de los estudiantes, presentes en los diálogos que fueron grabados en las clases, con el fin de detectar en sus producciones aquellas garantías (a priori o empíricas) y que se relacionaran con las actividades que les proponíamos en el aula de clase, como conversatorios sobre videos (Teorema de Pitágoras), guías de clase y elaboración de carteleras.

En el siguiente capítulo narraremos cómo se dio el proceso de relacionamiento de las garantías o fundamentación empírico-teórica de los estudiantes con las prácticas argumentativas en la construcción del concepto de diagonal y en las discusiones en torno a propiedades métricas, numéricas y geométricas como el teorema de Pitágoras.



Institución Educativa Cristóbal Colón

DIAGONALES

Materiales	Tijeras, lápiz , cartulina, guía
Grado	Noveno
Asignatura	Matemáticas

Preguntas de indagación:

1. ¿En qué momentos de tu vida has empleado la palabra diagonal?
2. Discute con tus compañeros, y luego construye grupalmente una definición de diagonal.
3. ¿Qué relación encuentran entre el concepto de diagonal y la Geometría?
4. Construir colaborativamente la definición de diagonal, para ello empleen los pedazos d cartulina aportados por nosotros
5. ¿En qué tipos de fuentes puedes encontrar el concepto de diagonal?
6. Elige dos de los anteriores tipos de fuentes para la definición de diagonal. Escríbelos:

Fuente 1:

Fuente 2:

7. Ahora, con base en la construcción que hiciste con tus compañeros en el numeral 4 y las definiciones que encontraste, ¿Qué entiendes por diagonal?

Ilustración 13. Guía Diagonales
Fuente: propia

5. Análisis

El análisis realizado durante el primer semestre del 2016, lo realizamos por medio del análisis de episodios, teniendo como punto de partida nuestra mirada como investigadores y los referentes teóricos que sustentaron nuestras reflexiones. Durante este análisis, y con base en los procesos de transcripción de los registros, realizamos una codificación de los mismos sin exponer el nombre de los estudiantes, sino asignándole, en el contexto de un episodio, los numerales estudiante 1, estudiante 2; y así sucesivamente, para un total de 33 estudiantes; no obstante, se expresan los numerales con respecto al episodio.

Para hacer el análisis de los datos, definimos como unidad de análisis las expresiones verbales, a la cual sirvieron como insumos, la transcripción de los videos de las clases y las producciones escritas de las tareas de los estudiantes que fueron obtenidas de las actividades que ellos realizaron, con el fin de detectar en sus elaboraciones aquellas garantías a priori o empíricas, y la manera en que las relacionaban con las actividades que les proponíamos en el aula de clase, como conversatorios sobre el video “Teorema de Pitágoras”, guías de clase, trabajos en grupo y elaboración de carteleras.

En este capítulo narraremos cómo se dio la relación entre fundamentación empírico-teórica de los estudiantes, en sus prácticas argumentativas a partir de la construcción del concepto de diagonal. Dicho capítulo está divido en dos partes: la primera relacionada con las garantías a priori y la segunda relacionada con las garantías empíricas.

Si bien la teoría de Nardi, Biza y Zachariades (2011) se usa para analizar las garantías de los profesores cuando argumentan en la clase, nosotros emplearemos dicha teoría para analizar las garantías de los estudiantes cuando argumentan; para ello en un primer lugar, se hará la descripción de los episodios en los cuales se observa la distinción entre las acciones que realizaron y el discurso que tuvieron al estar en contacto con problemas desde la perspectiva geométrica; y en segundo lugar, se abstraerá la evidencia que responde a nuestra pregunta de investigación.

A continuación, se mostrarán cuatro (4) episodios, los cuales se traducen a cuatro (4) planteamientos que corresponden a diecisiete (17) episodios de diálogo realizados entre profesores en formación y profesor cooperador y el grupo de estudiantes (grado 9° de la institución Educativa Cristóbal Colón), teniendo en cuenta que en los episodios se trabajaron preguntas en grupos y a nivel general. Cada planteamiento expone la práctica argumentativa de cada estudiante de forma individual y grupal, en diferentes momentos de la clase.

En la pregunta inicial (¿En qué momento de tu vida has usado la palabra diagonal?), de la que hacen parte los primeros 9 episodios, dividimos el grupo en nueve (9) subgrupos, donde fueron relacionando la palabra a diferentes contextos, como Fútbol, Dirección, Indicación, Ubicación o conceptos propios de la matemática.

El segundo planteamiento (Discute con tus compañeros y luego construye grupalmente una definición de diagonal), podemos evidenciarlo del episodio 10 al 13, lo que nos lleva a evidenciar que en cada grupo se construyó una definición de acuerdo con la previa discusión de la pregunta inicial.

En el episodio 13 y 14, se debate sobre la tercera pregunta (¿cuál es la relación entre diagonal y geometría?), donde los profesores intervienen con múltiples interrogantes a las respuestas brindadas por cada grupo, con el fin de encaminar a los estudiantes a aserciones con argumentos más consistentes y acabados. Usaremos las letras: "S" para denotar Profesor en Formación, "M" para denotar Profesora en Formación y "P" para denotar Profesora Cooperadora, y para denotar a la participación de los estudiantes emplearemos: E1, E2, E3, etc.

Episodio 1

En este episodio se aprecia cómo se utiliza la palabra diagonal en el fútbol. En el momento en el que se dieron estos aportes estábamos hablando de diagonal con respecto al campo de juego y la dirección de los jugadores (Ver Ilustración 14, Ilustración 15).

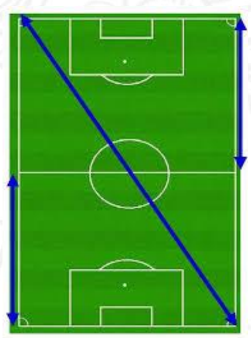


Ilustración 14. Diagonales en el campo de fútbol

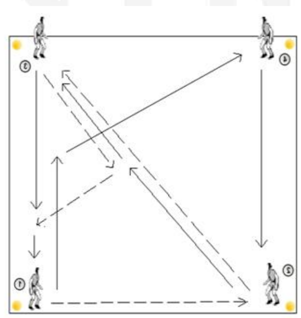


Ilustración 15. Diagonales en el fútbol

En este episodio 1, identificamos cómo se utiliza una garantía empírica (Episodio 1: 13) y se desarrolla con el diálogo entre el profesor "S" y el estudiante "E1" a partir de nuestra pregunta planteada "¿En qué momento de tu vida has empleado la palabra diagonal?". El hecho del estudiante remitirse a una experiencia de juego popular como es el fútbol y apropiarse del concepto de diagonal, permite interpretar esta práctica argumentativa a partir de una analogía, entendida la analogía como: "Como un modelo a ser imitado" (van Eemeren, Grootendorst y Henkemans, 2006, p. 103), el profesor "S" actúa como protagonista haciendo una serie de preguntas con el fin persuadir (Habermas, 1999) al estudiante sobre el concepto de diagonal vinculado con su experiencia.

S: ¿Esa es la primera? Yo les ayudo. Primera ¿Qué dice?
E1: ¿En qué momento de tu vida has empleado la palabra diagonal?
S: ¿Quién va a escribir?
E1: ¿Se puede rayar esto?
S: Si, ¿Qué dice ahí?
E1: Cuando damos una dirección.
S: ¿Qué más? Diga una.
E2: Espere que estoy pensando.
E3: ¿Dónde queda eso? Diagonal.
S: ¿Pero eso es?
E4: Figura.
E2: Una línea, así como una línea (indica con la mano)
E1: ¡Ah!, la estrategia de futbol, ¿No? Cuando hacen una diagonal.
S: ¡Epa! Esa es. Cuando usted dice así (señala con la mano), eso es indicativo, como para dar indicaciones, esa vale.
E1: ¿Cuál?
S: Cuando yo te pregunto a vos ¡Ey!, ¿dónde está Natalia? Allá (Señala con la mano) diagonal.
E1: ¿Cómo ponemos?
S: ¿Cómo lo escribimos?
E1: Ubicando algo o una persona, ¿no?

Episodio 2

En este episodio se pueden evidenciar dos tipos de garantías: empírica (donde los estudiantes recurren a experiencias personales de aprendizaje en matemáticas) e institucional (donde uno de los estudiantes afirma tener un docente de matemáticas en su familia, haciendo referencia de su uso en la comunidad matemática). Ahora vemos cómo se activa la práctica argumentativa iniciando el diálogo con la respuesta a la pregunta planteada, la profesora cooperadora que inicialmente es una tercera persona con el fin de llevar el registro de la clase, actúa como antagonista o refutadora preguntado cuándo se usa la palabra diagonal en el hogar y uno de los estudiantes se remite al quehacer de su contexto familiar a partir de la señalización e indicación de direcciones; es decir, que la garantía expuesta toma una característica de ser compartida culturalmente (Hanna, 2000).

S: ¿Cómo vamos? ¿Cuáles tenemos? ¿Qué dice por ahí? En la calle, en la casa, cuando está dando una dirección. Sí.

P: ¿Y en la casa cuándo?

S: Ah sí ¿cuándo?

E1: Cuando lo mandan a uno por una cosa.

S: ¿Y uno que dice?

E2: Mi papá me habla mucho de eso, porque como él fue profesor me va diciendo.

P: ¿Profesor de qué?

E2: De matemáticas en un seminario.

P: Y que te explico de diagonales.

E2: Que eso lo utilizamos mucho por ejemplo para matemáticas y más cosas.

Episodio 3

En este tercer episodio, al indagar la profesora al grupo por la respuesta a la primera pregunta, la profesora “P” quiere entender la razón del estudiante al expresar las palabras: “trace una línea, vertical, horizontal, diagonal”, cuestionando dicha afirmación, para la cual el estudiante hace la aclaración de que hay una particularidad en las diagonales, y reconoce que es una línea que va de "esquina a esquina" complementándose con el uso de indicaciones visuales que muestra con un ejemplo.

S: ¿Qué más?

E1: Cuando cogen una regla y le dicen…

E2: Le dicen trace una línea, vertical, horizontal, diagonal.

P: O sea que una diagonal puede ser vertical u horizontal.

E2: Es de esquina a esquina, es como así (indica con la mano).

M: Por eso es que ellas hacían con la manito así (indica con la mano) ¿cómo era que hacían ustedes?

E2: Diagonal, aquí diagonal llega a la iglesia, diagonal a…

M: ¿O sea que es cómo qué?

E2: Como que gira.

Episodio 4

Los estudiantes afirman que en el diálogo con un taxista o en el caso de servicios de transportes se utilizan indicaciones para llegar a un destino; como, por ejemplo, "pare aquí", "gire a la izquierda o derecha", "déjeme frente a esa casa", etc. En este episodio, vemos como el estudiante recuerda esa situación y la trae a colación para persuadir a los demás participantes y convencer (Habermas, 1999) con el concepto de diagonal que tiene a partir de su experiencia.

S: ¿Me muestran?

P: ¿Cuéntenos ustedes que han hecho?

E1: Ya resolvimos la primera, estábamos dialogando que cuando decimos que se puede hacer una diagonal, entonces dijimos que la hemos empleado cuando vamos en un taxi, o cuando estamos entrenando y nos dicen que tracemos una diagonal, también cuando hacemos una figura.

S: Cuando vas en el taxi ¿En qué momento?

E1: Cuando estamos buscando una dirección.

S: Cuando es indicar a otra persona una dirección.

E1: Sí.

Episodio 5

En episodios anteriores evidenciamos el uso de las señales físicas para argumentar un concepto, esta expresión no verbal puede tomarse como complemento de una práctica argumentativa. En el siguiente apartado, uno de los estudiantes "E2" explica con las manos la dirección de cierto lugar o la posición de un objeto (Episodio 5: 9); además, de utilizar el calificador modal "algunas veces" dándole un grado de fuerza debatible a su conclusión.

S: ¿Me muestran cómo vamos? ¿Qué hay en la primera? ¿Qué dice?

E1: ¿En qué momento de tu vida has empleado la palabra diagonal?

S: ¡Respuesta!

E1: Algunas veces para dar alguna dirección o en geometría.

S: Por ejemplo…

M: ¿Alguno de ustedes dijo algo diferente a una dirección? que digamos no, yo no pensé en dirección, sino que pensé en…

E2: Sí, cuando uno está haciendo una sopa de letras y le dicen a uno vea esta es diagonal.

M: ¿La palabra está cómo…? ¿Cómo hiciste la mano?

E2: "Inclina la mano."

M: ¿Cómo torcidita?

M: ¿Alguna de ustedes puso algo diferente?

E: ¡No!

Episodio 6

Etiquetamos esta sentencia (Episodio 6) como una garantía empírica, donde el estudiante se referencia de la experiencia frecuente en el aula de clases, y establece una relación directa con su fundamentación empírico-teórica y las clases de geometría.

P: Cuéntenme ustedes la primera.

S: La primera ¿quién tiene más en la primera?

S: Muéstreme.

E1: Puse que sirve para clase de artística, tecnología, dando direcciones y trazando mapas.

S: Sí señor. ¿Alguno de ustedes tiene algo distinto?

E: No.

S: ¿Cómo se emplea trazando mapas? Ese si no me la sé.

E1: ¡Claro! ¡Con un compás, eh no! Con un compás no, con un…

S: ¿En qué momento la utilizas cuando está en el mapa?

E1: Cuando tiene que trazar algún ángulo, supongamos que es un ángulo obtuso, se tendría que trazar una línea diagonal, desde el punto del medio a ese ángulo.

S: ¿En ese momento es una diagonal?

Episodio 7

El profesor interviene en el diálogo por medio de una respuesta a la pregunta planteada y sus estudiantes responden con garantías de tipo empíricas. En este episodio, la palabra "obvio" usada por el E2 es un intento de convencer al primer estudiante a través del ejemplo de cómo se usaría el concepto de "diagonal" en una sopa de letras, en este caso se usa colaboración en la actividad humana para buscar la verdad. En algunas ocasiones puede tener más valor el punto de vista (Domínguez y Stipcich, 2009) entre los mismos estudiantes que el punto de vista del profesor ya que al entrar en discusión cada estudiante interioriza su conclusión y la defiende con datos y garantías.

S: Niñas qué más, muéstrenme que han hecho en la primera.

E1: ¿De la primera? En las direcciones, cuando a uno le dicen: yo vivo por la diagonal a la tienda. ¿A usted nunca le han dicho así?

S: Yo vivo diagonal a un parqueadero.

E2: Yo vivo diagonal a la iglesia.

E1: Yo vivo diagonal a una curvita.

S: ¿Qué más?

E1: En matemáticas cuando le dicen a uno que trace una línea.

E2: Y cuando van a medir algo para unas cortinas o cuadros.

E2: Sí, cuando a uno le dicen póngalo diagonal a esa cocina, diagonal a la puerta, cuando va a poner algún objeto.

S: Por allí pensaron en la sopa de letras.

E1: ¿En las sopas?

E2: Obvio, cuando usted está buscando algo y le dicen: ¡vea!, está diagonal.

Episodio 8

Podemos apreciar en este episodio cómo los estudiantes relacionan acciones de su cotidianidad, para resolver el planteamiento inicial; sin embargo, el profesor guía dicha definición con garantías empíricas, con el fin de que los estudiantes se encaminen al uso adecuado de las analogías, para luego finalizar con un desenlace acorde con el concepto que quieren exponer sobre el uso de la palabra diagonal y se puedan apropiar del conocimiento.

S: Tranquilas, la primera. Estos ya van en la tercera.

E1: Cuando nos preguntan por una dirección y respondemos que se vaya diagonalmente, o cuando estamos jugando un partido de fútbol y nos dicen que la tiremos diagonal.

S: ¿Sí? ¿Qué dice el fútbol diagonal?

E1: Ah yo no sé, él me dijo (señalando al compañero E2)

E2: De banda ¿No?

E3: O sea, el compañero está allá y yo se la tiro.

S: Si yo soy el central, soy el volante. ¿A quién se la tiro yo diagonal?

E2: Al lateral.

S: O a un delantero.

E2: Dependiendo donde esté.

S: Rompiendo defensa. ¿Si yo soy lateral izquierdo o derecho, no sé, sería diagonal, para quién? Si estamos atacando.

E2: Al delantero, para un lado, no exactamente en el centro.

S: ¡Exacto!

Episodio 9

Si bien en el siguiente episodio nuevamente se recurre a construir conceptos de diagonales en el fútbol, se usan analogías como recurso. Aquí queremos mostrar como los estudiantes vinculan garantías de tipo empíricos, y la apropiación del concepto por parte de los estudiantes, donde inicialmente se valoraba las ideas de diagonal por medio del uso de analogías, luego se recurre a definir el concepto de diagonal por medio de consultas previas, a partir de distintas definiciones.

E1: ¿Cómo así que diagonal en geometría?

S: No vamos pues en la primera.

E1: Pero nosotros vamos en la tercera.

S: ¿Por qué tan rápido? No, paremos que vamos en la primera.

S: ¿Ya hizo la segunda? ¿Cómo va la segunda? ¿Qué dice en la segunda? Discute con tus compañeros y luego construye grupalmente una definición de diagonal. ¿Que pusimos?

E1: Es una señal que se utiliza para dar direcciones.

S: ¿Una señal? ¿Qué pusimos en la primera?

E2: En la casa cuando llega una visita y pide permiso para ir a un lugar, cuando se está dando una dirección.

S: Esa definición que tú me estás dando es muy llevadera de la primera pregunta; es decir, en la primera me hablas de dirección y en la segunda me dices que se utiliza para dar unas direcciones, vamos a volvernos locos y vamos a pensar en una dirección distinta que no sea una diagonal: yo vivo al frente, yo vivo al lado de la tienda, yo vivo al frente de la iglesia; entonces no necesariamente se utiliza para dar direcciones. Pero no lo borremos, déjenlo ahí porque también sirve. ¿Cuál es el punto? El punto es el siguiente: piensa o descríbeme, si lo pregunto a usted ¿Cómo se ve una diagonal? Usted me estaba diciendo ahorita con la mano: allí diagonal a la iglesia. ¿Yo cómo lo represento?, ¿Cómo lo describo?

E1: A mano derecha o mano izquierda o doblando.

S: Y si lo pudiéramos poner en palabras, eso que estamos haciendo ¿Cómo sería?

E1: Volteando a la izquierda.

Episodio 10

El concepto de diagonal se construye a partir de diferentes percepciones entre los estudiantes, recolectados en su diario vivir. Entra en la discusión, el cualificador modal “siempre” (Toulmin, 1958), ya que esta palabra se usa en las prácticas argumentativas para producir antagonismo, debido a que, al realizar una refutación, podemos en duda la definición ya establecida. (Episodio 10). Podemos ver como un argumento es en otra medida un contraargumento expuesto en forma de pregunta.

S: ¿La segunda dice?

E1: Discute con tus compañeros y luego construye grupalmente una definición de diagonal.

S: ¡Listo! ¿Qué dijimos?

E1: Nosotros dijimos es una línea recta que trazamos cuando vamos a hacer algo.

S: ¿Siempre?

E2: No siempre tiene que ser recta.

S: No, yo refiero es a: siempre…

E1: ¿La trazamos? No, también cuando usted va caminando diagonal.

S: ¿Una línea imaginaria?

E1: Sí, también.

Episodio 11

Al final del episodio vemos como el estudiante ya no utiliza la analogía para definir el concepto de diagonal, se apropia del concepto y transforma la garantía empírica en una a priori epistemológica. En el mismo argumento (Galindo, 2007), se usan conceptos, tales como: ángulo, geometría, esquina, línea cruzada, etc.

S: Muestre ¿la segunda qué dice?

E1: Es una línea recta… Discute con tus compañeros y luego construye grupalmente una definición de diagonal

S: ¡Listo! ¿Qué dijimos en la primera?

E1: Una dirección, una salida de fútbol.

S: Pero te están diciendo que construya una definición. Si dijimos jugando fútbol…

S: Construye la definición. Si en la primera dijimos que, para el fútbol, para direcciones, para indicar hacia dónde vamos.

S: ¿Cómo describirías o como se describe eso que estás diciendo?

S: Diagonal a la iglesia o el lateral le tiro una diagonal al delantero e hizo gol.

S: ¿Qué se describe cuando decimos diagonal?

E2: Es una línea recta…

S: ¿Línea recta?

E2: Una línea diagonal, un ángulo.

S: ¿Cruzada? ¿Desde dónde hacia dónde?

E2: Desde un ángulo hacia otro ángulo. Una línea cruzada desde un ángulo recto

S: Sí, cuando estamos en la cancha el lateral le tira en diagonal al delantero. ¿Está cruzando ese balón?

E1: Sí.

S: En palabras, ¿Cómo se dice?, no en teoría de fútbol. Es una línea recta, dijimos. ¿Qué más?

E1: Cruzada.

S: Puede ser cruzada.

E1: De un lado a otro.

S: ¡Vale!

P: ¿Qué quiere decir de un lado a otro?

S: Cuando nosotros hablábamos de un lado a otro, lo pusimos en términos de fútbol, cruza el balón diagonalmente hacia el delantero, eso queríamos decir.

E1: Sería de un ángulo a otro. Debes tener en cuenta el concepto de diagonal en geometría.

Episodio 12

No solo con establecer una relación entre la cotidianidad o la fundamentación empírica y teórica se llegaría a una conclusión coherente o satisfactoria (Crespo, 2007). Como profesores en formación uno de nuestros objetivos es que el estudiante se apropie de conocimientos con fundamentos fuertes, con el fin de que los pueda aplicar en su vida cotidiana. Construimos conjuntamente a través del diálogo la definición de diagonal (Episodio 11), por medio del uso de garantías “empíricas”, las cuales nos permite identificar que estas garantías se complementan con el uso de conceptos ya previamente aprendidos.

S: ¿Ya hicieron la segunda? Es una recta que une dos puntos específicos.

S: ¿Pero podría ser horizontal?

S: ¿Qué hay de diferencia entre horizontal…?

S: Usted ahorita me dijo, puede ser horizontal, puede ser vertical, puede ser diagonal.

S: ¡Listo! Entonces, una línea horizontal también es una línea recta y va de un punto a otro punto específico

S: ¿Qué difiere? Si lo digo horizontal, diagonal.

S: ¿Cuál es la diferencia?

E1: Es hacia dónde va la recta.

S: Entonces la dirección.

E1: Entonces es la dirección que puede ir de una esquina a la otra, de un lado a otro, de arriba hacia abajo.

S: Pero de arriba hacia abajo sería vertical. ¿Entonces la importancia de la diagonal vendría a ser la dirección?

E1: Sí, de todas, eso no las diferencia porque de una recta… vertical… hacia la dirección.

S: Entonces es una recta con dos puntos específicos…

E1: Que difiere su dirección.

Episodio 13

Se construye la definición de diagonal conjunta (Crespo, 2007), de acuerdo a las conclusiones obtenidas en la resolución de la primera pregunta. Para el tercer punto, el profesor “S” trata de establecer relaciones por medio de interrogantes que lleven a los estudiantes a fortalecer y complementar sus respuestas con argumentos fuertes.

S: ¿La segunda?

E1: Entre todos dijimos que era sentido de ubicación o de dirección.

E1: ¿La dejamos ahí?

S: Si, dejémosla en la tercera por el momento. ¿Qué dice la tercera?

E1: ¿Qué relación encuentran entre el concepto de diagonal y geometría?

S: ¿La tercera? ¿Qué relación encuentran entre el concepto de diagonal y geometría? ¿Qué relación tenemos?

E1: Que la geometría se trabajan diferentes tipos de líneas incluyendo las diagonales.

S: Que la geometría se trabajan diferentes tipos de líneas incluyendo las diagonales. Cuándo yo les pregunto geometría ustedes, ¿en qué piensan?

E1: Figuras geométricas…

S: ¿Qué más?

E1: En líneas, figuras, ángulos, números…

S: Y cuando hablo de diagonales, ¿qué pensamos?

E1: Líneas.

S: ¿Solamente líneas?

E1: Y en direcciones.

S: O sea, tienen en común las líneas, ¡listo! la geometría y las diagonales tienen en común las líneas. ¿Y en qué difieren? ¿Qué diferencia hay?

E1: En que las líneas en geometría se unen para formar figuras…

E1: Y las líneas son solas.

Episodio 14

La argumentación como actividad social (Van Eemeren, Grootendorst y Snoeck, 2006) se desarrolla a partir de preguntas, de exclamaciones y de respuestas. En este episodio, se aprecia como el estudiante intenta terminar la tarea propuesta; sin embargo, el profesor "S" con el uso de una refutación persuade (Habermas, 1999) al estudiante para exponer un argumento que contenga mayor fuerza.

S: ¿En cuál vamos?

E1: Ya terminamos la tercera

S: Y ¿qué dice la tercera? ¡Se me olvidó!

E1: ¿Qué relación encuentran entre el concepto de diagonal y geometría?

E2: Nosotros pusimos: la geometría y la diagonal se relacionan porque tienen figuras y líneas. Entonces ya terminamos ahí.

S: ¡Listo! pero yo tengo un pero en esa tercera.

E1: ¿Qué es el "pero"?

S: Se relacionan porque tienen figuras y líneas. Entonces ya terminamos ahí, entonces si yo tengo una diagonal… usted piensa en una figura, ¿cuál?

E1: El triángulo y el rectángulo, juntos ¿si me entiende?

E1: Rombo ¿no?

Episodio 15

En la clase de geometría se definen unas reglas previas para participar de la socialización de las preguntas. En este episodio, se organiza la clase en mesa redonda[10] para confrontar las respuestas de los estudiantes y proponer el debate, un primer estudiante expone la respuesta a sus compañeros por medio de garantías empíricas; sin embargo, la profesora M enfoca la discusión, indagando por el vínculo del uso de las diagonales y las direcciones, a lo que el estudiante recurre a la historia para establecer cómo se desarrolló naturalmente el uso de la geometría.

M: En este momento respondemos todos, en orden, alzando la mano quien quiera participar, ¿Listo?

[10] Es un debate en donde los estudiantes participan de acuerdo con las conclusiones de la clase.

M: Yo hago la pregunta, si alguno quiere leer, si otro quiere opinar alza la mano y le damos la palabra, entonces, vamos a empezar

M: ¿En qué momento de tu vida has empleado la palabra diagonal?

M: Pueden levantar la mano y decir lo que quieran contar en este caso.

M: ¿Quién quiere participar?

M: ¿En qué momento de tu vida has empleado la palabra diagonal?

E1: Para indicar direcciones, en clase de artística, de geometría, trazado de mapas, inclusive en el origami.

M: Bueno, vamos por partes, ahí mismo pensaste en direcciones.

M: ¿En qué momento uno usa en direcciones, porque uno usa carreras, calles…?

E1: Pero antes no se usaba así, antes la gente tenía que trazar los mapas a mano y para eso se usaba el transportador, el transportador nos puede dar ángulos, y si ponemos un ángulo ya sea agudo u obtuso tiene diagonales y se traza una línea del centro al ángulo.

Episodio 16

En este episodio, participan los dos profesores "S" y "M" y 43 estudiantes, de los que solo 25 expresaron su punto de vista frente al grupo. La profesora "M" dirige el grupo con el fin de debatir la respuesta brindada por E1 en el anterior episodio.

En el ejercicio grupal del debate tenemos la posibilidad de apreciar una participación más amplia, donde los estudiantes brindan conclusiones y utilizan garantías de tipo empírico. La profesora M hace uso de preguntas y refutaciones a las opiniones dadas por los estudiantes, intentando persuadirlos (Habermas, 1999), con el fin de encaminarlos a establecer argumentos (Guzmán y Restrepo, 2013), transformando experiencias vividas en bases teóricas, es decir que los profesores buscan cuestionar las garantías empíricas y con analogías llevan a los estudiantes a un concepto generalizado de diagonal. Como en episodios anteriores, los estudiantes dicen que la diagonal es una línea recta y que es horizontal o vertical; sin embargo, con el acompañamiento de la profesora M se llega a un contraejemplo para refutar esa idea y los estudiantes acuerdan de manera unánime que características debe tener para que se cumpla este concepto geométrico.

Ahora, el diálogo es dirigido a la idea de diagonal en figuras geométricas planas y uno de los estudiantes plantea que un cuadrado no tiene diagonales; sin embargo, otro estudiante le refuta de manera contundente al hacer un dibujo y parte o divide esta figura trazando su diagonal.

M: ¿Quién puede aportarle algo más a esto que dijo el compañero?
M: ¿Quién tiene algo diferente?
E1: ¡Yo!
E1: Cuando estamos jugando un partido de futbol y nos dicen que la tiremos diagonal.
M: Que la tiren diagonal, o sea ¿Cómo?
S: ¿Quién me explica cómo es una diagonal en el futbol?
E2: Un jugador está en esta banda y se la pasa a otro que está en el otro lado, pero se la pasa así cruzada (señala con la mano).
S: Si yo soy delantero derecho y usted me la tiró del lado izquierdo ¿hacia dónde va diagonal?
E2: Hacia el delantero derecho.
S: ¿Y si solo es defensa? ¿Dependiendo donde este el defensor?
E2: Sí…
S: Si el defensor está en la parte derecha ¿hacia dónde se dirige el balón?
E2: …
M: ¿Y si yo me quedo, digamos con la cancha?
M: No con los jugadores ni como tiran la pelota.
M: ¿Será que yo puedo ver una cancha de… diagonal?
Grupo: Sí
M: ¿Cómo la puedo ver?
E3: De acuerdo al ángulo en el que se vea la cancha
M: ¿Sí?
Grupo: Si
E3: De la esquina
M: ¿O sea que de la esquina se ve diagonal? ¿Sí?
E3: Pero es que…
S: Cuando estamos en la parte sur, pegadito de oriental, suroriental ahí se está viendo… ¿Cómo se ve la cancha?
Grupo: Diagonal
M: Ahora, yo veo que todos los grupos colocaron esto de las direcciones ¿Cierto?
Grupo: Sí.
M: ¿Y a donde se ven las diagonales en las direcciones?
E4: Cuando dicen que va para algún lado y dicen que diagonal a la izquierda, que allá Está lo que está buscando
E4: Cuando dicen que yo vivo diagonal a la tienda.
E4: O diagonal al semáforo, y así.
M: Yo siempre digo: la carrera 35 con la calle no sé qué; y si le meto por ahí una Diagonal, entonces ¿Qué paso? ¿Se perdió?
Grupo: No
M: Hay algo, ¿Cierto que sí?
M: ¿Qué movimiento?
E4: Una diagonal.
M: ¿Las calles y las carreras como son?
Grupo: Derechas

E5: La diagonal es como una curva

M: Vamos a la pregunta 2. Discute con tus compañeros y luego construye una definición de diagonal. Vamos a leer. El grupo que estaba por aquí

M: ¿Qué colocó?

M: ¿Qué puso de definición de diagonal?

E6: Es una línea recta que cruza de un lado a otro.

E6: Sentido de ubicación o de dirección.

M: Y si yo te digo eso es una matemática especial, que yo manejo entonces la parte de matemática especial, porque es que yo me ubico muy fácil ¿Eso es diagonal? ¿Tú lo entiendes por ese lado?

E6: ¡Espere! Él le explica más, él fue el que nos dio la idea.

E6: Discute con tus compañeros y luego construye una definición de diagonal. Sentido de ubicación o de dirección

E7: Por ejemplo, si vamos hacia allá, vamos en una sola dirección.

M: Chicos ¿Quién más me puede dar una definición de diagonal?

E8: Yo, una diagonal es una línea recta que trazamos cuando vamos a hacer algo o también puede ser una línea imaginaria.

M: Una línea recta que trazamos…

E9: Pues, cuando vamos a hacer algo.

M: ¿Cuándo vamos a hacer algo? O sea que… muéstrame un ejemplo de diagonal, con tu definición ¿dónde hay una diagonal?

E10: Por ejemplo con los ángulos, cuando uno tiene que sacar un ángulo o algo así, trazar una línea o algo ¿no?

M: Una línea recta ¿Qué va de donde a dónde? ¿Dónde la ves? ¿Dónde la puedes reconocer?

E10: Allá arriba en esas cosas, en el techo.

M: Sigue siendo muy general, ¿ustedes que opinan? Es una línea recta que trazamos cuando vamos a hacer algo o también puede ser una línea imaginaria ¿Es una definición muy general o para ustedes si puede ser una diagonal? ¿Ustedes que creen? ¿Qué escribieron ustedes?

S: ¿Cuál es esa, la tercera?

E11: Una diagonal hace parte de la geometría, porque en la geometría marcan todo lo que tiene que ver con figuras y líneas

M: ¿Y qué? O sea, hace parte de la geometría, ¿Por qué la geometría tiene qué? Miren Acá esta definición, vuelve y léela por favor. ¿Qué relación tiene con la geometría?

E12: Una diagonal hace parte de la geometría, porque en la geometría marcan todo lo que tiene que ver con figuras y líneas

M: ¿Están de acuerdo?

Grupo: Si.

M: La geometría marca todo lo que tiene que ver con figuras y líneas, entonces las diagonales hacen parte de la geometría por esta razón ¿si, está bien?

Grupo: Si.

M: ¿Quién más puso algo ahí?

E13: Que algunas figuras geométricas tienen diagonales.

M: Miren que interesante aquí, miren un momentico: algunas figuras geométricas tienen diagonales, entonces si algunas tienen, yo te pregunto: ¿Cuáles no?

E14: El cuadrado

M: ¿El cuadrado no tiene diagonales?

E15: El triángulo

M: ¿El triángulo por qué no tiene diagonales?

E16: El triángulo sí tiene diagonales.

M: ¿Cuál no tiene diagonales?

E17: El círculo, el cuadrado si uno quiere partirlo le saca diagonal.

M: ¿Cómo? Miremos como.

M: Solo para que nos muestres en la hojita.
E18: Espere, yo no sé si sí (dibujo el cuadrado con una diagonal).
M: ¿En qué tipo de fuentes o recursos pueden buscar ustedes el concepto de diagonal? Ustedes construyeron entre los grupos de acuerdo a lo que ustedes entienden, a lo que han vivido, a su contexto, a la relación que han tenido digamos, con el concepto de diagonal dieron una definición, ¿cierto? No sabemos si es cierta o no, simplemente es que ese es el contacto que hemos tenido con esa palabra. ¿Qué vamos a hacer ahora? Me van a decir que colocaron, que escribieron en la parte donde dice ¿dónde puedo encontrar la definición de diagonal? ¿En qué tipos de fuentes podemos encontrar el concepto de diagonales? ¿A dónde lo puedo encontrar? Este grupo de acá ¿qué dice?
E19: Wikipedia, yahoo.
E19: En libros
M: Puedo ir a la biblioteca y buscarlos ¿Qué más? Esos son recursos importantes que hay que tener en cuenta, porque digamos cuando quieren buscar algo o investigar algo, a donde acuden. Por ejemplo, un chico aquí dice que, al rincón del vago, o sea que si yo aquí te digo: investiga para mañana la palabra diagonal, ¿Tú vas y te metes ahí, cierto?
E20: Normalmente en google sale ese.
M: ¿Diccionario?
S: Cuando necesitan…
E21: También lo podemos escuchar cuando los profesores hablan.
S: A eso quería ir.
M: ¿Tú a quien le preguntas por ejemplo?
E22: Por ejemplo a la profesora o a mis papás, pues a las personas que sepan de Matemáticas.
S: Cuando estamos haciendo un ejercicio, implica formulas, ustedes quieren ver cómo es que se hace ¿Dónde se ve?
E23: En youtube.
S: En youtube es la forma más explícita de ver como se define o cual es el proceso de algún concepto.
M: ¿En cuáles de youtube se han metido? ¿Cuáles, que dan clase así?
E24: Julio profe.
M: Tareas plus.
E25: Natalia académico.

Uno de nuestros estudiantes afirma que sabían en realidad como es el concepto e indica que sus compañeros compartieron sus conocimientos a partir del diálogo. Hace referencia a un argumento de sus compañeros al entender que no es partidario con el juego del fútbol, pero acepta que es una analogía valida, el hecho de entender porque los conceptos matemáticos son importantes en la vida cotidiana y porque se ha avanzado tanto en la sociedad a lo largo del año. El segundo estudiante dentro de este episodio afirma que no sabía hasta esta clase que utilizaba el concepto de diagonal, algo que normalmente se ve en clases de geometría, pero pudo traer lo que vive en su cotidiano y colaborar para construir un conocimiento más claro a la hora de argumentar en geometría.

Episodio 17

Al final de los episodios argumentativos quisimos establecer la relación entre las diferentes definiciones que existen y afianzar la definición en cada estudiante. Colocando en paralelo las definiciones que ellos tenían o que nos explicaron en los episodios anteriores. Los protagonistas partieron de una definición que se basaba en lo cotidiano y lo empírico, sin embargo al poner la vista en las definiciones más generales y traerlas a la clase utilizando como soporte páginas en internet, videos de otros profesores y libros, modificaron su garantía. Si bien nuestros estudiantes partieron de lo que usan en sus casas en sus otras clases, incluso en sus juegos, pudieron llegar a la misma conclusión, pero con garantías modificadas y afianzadas en el diálogo.

M: Me van a buscar en 5 fuentes diferentes cada grupo la definición de diagonal, pero esa definición no tiene que ser exacta, no. Por ejemplo, yo le pregunto a la profe; que le pregunto a mi papá, esa es otra definición que nos dan, ¡ah! Es que yo me metí en youtube, en un tutorial y me salió esto, son 5 fuentes diferentes ¿Listo?
E26: ¿Profe cada uno?
M: No, en grupo
E27: Una por ejemplo entre nosotros.
E28: ¿No es mejor cada uno?
M: Como ustedes se sientan bien, a mí me interesa que todos estén… que los grupos todos, todos estén conectados con lo que investigo el otro ¿listo? Es más, digamos, si tú, "a mí me toco buscar en youtube, pero yo también le quiero preguntar a una persona, en un libro, diccionario. Son mínimo 5, pero pueden ser más fuentes, la que ustedes piensen. Bueno chicos, listo, ¿Qué vamos a hacer? Necesito que salgan, por lo menos 5 personas, por lo menos 1 de cada grupo y me dé una conclusión para que terminemos.
M: Empezamos por acá, lo que tú quieras decir. Silencio todos por favor, como esto es una grabación la voz de todos se va a escuchar y la idea es que solo se escuche la de él. ¡Dale!
E29: ¿La conclusión de lo que es diagonal o de todo lo que vimos?
M: De todo
E29: ¿La conclusión de todo?
M: Yo puedo decir: yo nunca había escuchado sobre esto y aprendí tal cosa o me pareció… cualquier cosa, lo que tú quieras, lo que te venga en mente.

E29: La conclusión de todo esto sería: bueno aprendimos nuevos. De diagonal, parábola… y exploramos lo que en si nosotros sabemos y lo compartimos entre nosotros.

S: ¡Es fácil!

E30: Sí, es fácil, pero no quería seguir yo tan rápido.

S: Si te preguntan sobre una conclusión, algo que no hayas hecho hoy o distinto de todos los días, una conclusión, ¿Qué aprendiste hoy?

E30: Conclusión: la diagonal es una línea útil, no todos la usamos porque hay que aceptarlo, normalmente se usan rectas bien sean horizontales o verticales; pero la línea diagonal es importante aunque casi no la usemos porque sin ella no se podrían haber diseñado tantas cosas que últimamente no se han podido tener; además de eso, también aprendí que las líneas en diagonal no son ni inútiles para todo, ni útiles para todo, todo, pero son demasiado importantes para lo que es la geometría, el arte, para dar direcciones, para el futbol; aunque no soy muy partidario del fútbol pero es importante también.

S: Conclusión

E31: ¡ah, pues yo no sé! por lo menos nosotros entendimos más lo de las diagonales, porque eso no es que uno lo mencione mucho ¿Pues, si me entiende? O sea, porque nosotros las utilizamos, pero no somos como, o sea, nosotros no caemos en cuenta que las estamos utilizando.

S: ¿Como por ejemplo?

E31: Por ejemplo con las direcciones, uno pues como que no…

S: No cae en cuenta que las está utilizando, ¿así ocurrirá con todo?

E31: Con la mayoría sí; por ejemplo, uno cae en cuenta de eso cuando está en geometría, de resto no.

S: Conclusión

E32: La conclusión es que las diagonales, pues, nos metimos más en el tema de diagonales que es lo que uno sabia por encimita de eso, que tiene múltiples usos y bastantes significados y la podemos utilizar en muchas cosas

S: Complemente

E33: Que las diagonales no la utilizamos solamente en figuras geométricas, sino que también la podemos utilizar en direcciones, en el deporte y en otras cosas.

M: ¿Quiénes trajeron la tarea? Todos los grupos deben tener la tarea hecha ¿o no? Listo, entonces les voy a entregar una hojita de estas, se hacen todos en grupitos, organicen su definición y coloquen todas las fuentes de donde las sacaron, que fue en google, ponen google y la definición; le pregunte a mi tía, ponen a la tía y lo que les dijo ¿listo? Que lo saque de la mente, ponen la definición, le pregunte a la profe, la profe

E34: Yahoo y profesor en línea

S: ¿Cuál de esas fuentes se acerca más a la que encontramos en la clase pasada? ¿te acuerdas de las que estábamos, de las que tratamos de hacer, cuando estábamos buscando un concepto de definición, que tú me dijiste direcciones, tú me dijiste diagonal en la esquina?

E34: Sí.

S: ¿Cuál de esas?

E34: La del profesor en línea

S: La del profesor en línea dice: cuerpo geométrico que une dos ángulos que no están en la misma obra ¿Cómo lo podemos mencionar? Mostrar en una imagen ¿Cómo lo entendemos? es decir, es un cuerpo, ¿listo? Un cuerpo geométrico que está unido por dos ángulos, ¿pero que tienen esos dos ángulos? No están dentro de la misma obra ¿lo pensamos? Pensémoslo Cómo se podría mencionar o una figura geométrica, porque nos están hablando de un cuerpo geométrico ¿Cómo podría mostrarse dentro de una figura?

Si bien para el camino a la garantía epistemológica queríamos mostrar evidencias de cómo los estudiantes hacen la migración de una garantía a la otra, debemos establecer ciertas diferencias en las categorías que apreciamos anteriormente. Para esta categoría podemos ver que los estudiantes exponen garantías netamente empíricas sin conceptos matemáticos, solo establecen relaciones entre los ejercicios propuestos y su experiencia humana. Ahora bien, se muestra una cantidad de experiencias las cuales son traídas análogamente al contexto de la clase y son guiadas por el profesor para llevarlas a una conclusión general del concepto a construir.

Por otra parte, las garantías mixtas son expuestas por los estudiantes en sus argumentos y tienen una característica en su forma, ya que hay cierta dificultad para catalogar el tipo de garantía, estas denotan una garantía epistemológica-curricular y es combinada con una garantía empírica. A continuación, presentamos la Tabla 1 en la cual se concluyen las dos categorías en las cuales se agruparon el análisis e interpretación de los datos., junto con el número de episodio correspondiente.

Tabla 1. Categorías de análisis

Categoría	Explicación de la categoría	Episodio
Caminos a la garantía epistemológica	En esta parte se muestran evidencias sobre el fundamento empírico como punto de partida, y se vincula con el acompañamiento que hace el profesor en la práctica argumentativa, en el cual solicita mediante preguntas a sus estudiantes garantías epistemológicas.	Episodio 1
		Episodio 3
		Episodio 4
		Episodio 5
		Episodio 6
		Episodio 7
		Episodio 8
		Episodio 9
		Episodio 10
		Episodio 11
		Episodio 12
		Episodio 13
		Episodio 14
		Episodio 16
		Episodio 17
Garantías mixtas	Los episodios que apoyan esta categoría evidencian la relación entre garantías empíricas y epistemológicas. En estos se puede apreciar que los estudiantes exponen argumentos, en los cuales usan garantías empíricas-epistemológicas; sin embargo, son usadas en el diálogo a partir de sus experiencias cotidianas.	Episodio 2
		Episodio 3
		Episodio 6
		Episodio 7
		Episodio 11
		Episodio 13
		Episodio 15
		Episodio 16

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1 8 0 3

6. Conclusiones

Al inicio de este trabajo, contamos que el objetivo de esta investigación era *Analizar el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón, establecen una relación entre la fundamentación empírico-teórica y las prácticas argumentativas en Geometría*. Para alcanzar este objetivo, utilizamos al interior de una metodología cualitativa y un enfoque fenomenológico-hermenéutico una serie de guías y actividades grupales en las cuales los estudiantes establecieran a partir de sus diálogos y expresiones verbales y no verbales, la relación entre sus fundamentos empírico-teóricos y las prácticas argumentativas en geometría. Al finalizar este camino, nuestras conclusiones son:

Al interior del análisis de algunos de los episodios fue difícil catalogar algunas de las garantías usadas por los estudiantes como netamente empíricas o netamente epistemológicas; además, se pudo apreciar que algunas de ellas corresponden a híbridos entre garantías empíricas y epistemológicas ya que los estudiantes al argumentar sobre geometría no solo lo hacen a partir de sus experiencias cotidianas sino también de sus experiencias de aprendizaje de la geometría. Los estudiantes, cuando apropian sus conceptos ya usan el nuevo conocimiento desligado de una experiencia personal, ahora toma el nuevo saber específico y lo adapta a una nueva conclusión con la que puede trabajar.

Nosotros como investigadores identificamos varios momentos del diálogo o de la práctica argumentativa en los que el estudiante se quiere referir al profesor con garantías que podríamos etiquetar como empíricas; sin embargo, en algunos de los episodios complementa una garantía empírica que trae de su experiencia extracurricular con conceptos previamente apropiados. Además, utiliza conceptos como punto, línea, ángulo, vértice, etc. para apoyar su tesis y para complementar un concepto que viene dado desde la vida cotidiana.

Al iniciar el diálogo, el maestro usa la refutación mediante preguntas planteadas a sus estudiantes, en las respuestas de los estudiantes se usan garantías empíricas que en cierta forma toma mayor valides cuando las complementa con conceptos previamente apropiados en clases anteriores.

El profesor dentro del diálogo argumentativo debe de establecer una relación para la construcción del concepto por medio del dar y pedir razones. El profesor debe refinar por medio de preguntas a sus estudiantes las garantías empíricas de sus estudiantes usan, con el fin de apropiar conocimientos y establecer garantías epistemológicas. Construimos conjuntamente un camino que parte de lo cotidiano, de la fundamentación empírico-teórica a partir de conceptos apropiados en clases anteriores para llegar a las garantías epistemológicas, es llegar a la apropiación de concepto. Los estudiantes al mencionar una conclusión en la práctica argumentativa, recurren a garantías empíricas y a garantías institucionales-curriculares para responder las preguntas planteadas. El profesor y los estudiantes al refutar hacen una transformación de las garantías empíricas a las epistemológicas con los conceptos previos construidos, inclusive con los conceptos que se construyen a medida que los participantes argumentan, los participantes evolucionan la garantía hacia una garantía a priori-epistemológicas. Si bien el punto de partida es el profesor, actuando como protagonista, los estudiantes dentro de su rol de oyentes interpretan el diálogo del profesor y toman un rol como protagonistas también. No es solo recibir preguntas del profesor, los estudiantes hacen preguntas a sus compañeros. Se pregunta en que se relacionan las garantías empíricas y teóricas.

Cuando los estudiantes usan garantías empíricas ellos recurren a analogías, entendiendo la analogía como un modelo a ser imitado o como un ejemplo a ser evitado para conducir en el camino de la transformación y llegar a una meta llamada apropiación del concepto.

Hemos logrado identificar una conexión entre las garantías empíricas y las a priori-epistemológicas. Los estudiantes recurren a su contexto o a sus experiencias personales para apoyar sus argumentos, es de gran interés ir a nuestra práctica pedagógica y comprender que las prácticas argumentativas en geometría se encaminan mediante diálogo, al dar y pedir razones. El uso de las preguntas como punto de partida para que dentro de la clase se tomen roles para refutar o justificar puntos de vista, resalta la importancia de la practica dentro de las clases de no solo de geometría sino también de matemáticas, con el fin de explorar nuevas alternativas de enseñanza y aprendizaje para nuestras instituciones educativas.

En general, en las clases tradicionales de matemáticas hay un cierto tabú por usar garantías empíricas al argumentar por parte de los profesores hacia sus estudiantes. Esto se debe a que en las clases de matemáticas predominan procedimientos preestablecidos a partir de fórmulas y prácticas argumentativas aristotélicas. Los profesores que enseñan matemáticas no toman distancia de la comunidad de matemáticos en donde prevalecen fórmulas, reglas de inferencia y prácticas argumentativas deductivas. Es posible que sea por una tradición que sea transmitida desde mucho antes de que se iniciaran las instituciones educativas en el país, el temor a ser refutado por parte de otro estudiante o por el mismo profesor.

Finalmente, para responder a la pregunta de *¿Cómo es el proceso por medio del cual los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Cristóbal Colón, establecen una relación entre la fundamentación empírico-teórica y las prácticas argumentativas en Geometría?* queremos mostrar cual es el resultado del análisis realizado

en los episodios por medio de la ilustración 16. En general se ve el proceso progresivo en un diálogo, en el cual se inicia con una garantía empírica para abordar un concepto de manera análoga para adaptarlo a una conclusión en geometría y es el profesor conjuntamente con el estudiante quien hace el proceso de transformación para llegar a una garantía epistemológica.

Ilustración 16. Proceso para establecer relación en la fundamentación empírico–teórica

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación

7. Referencias bibliográficas

Battista, M., & Clements, D. (1995). Geometry and proof. Mathematics teacher, 88, 48-54.

Bermejo, L. (2006). Bases filosóficas para una teoría normativa integral de la argumentación. Hacia un enfoque unificado de sus dimensiones lógica, dialéctica y retórica (Tesis doctoral inédita). Universidad de Murcia, Murcia-España.

Boero, P., Douek, N., & Ferrari, P. (2008). Developing mastery of natural language. Approaches to some theoretical aspects of mathematics. In L. English (Ed.), Handbook of International Research in Mathematics Education (2° Ed., 262-295). Abingdon-UK: Routledge.

Caraballo, L. (2014). Las argumentaciones en matemáticas de los estudiantes del grado noveno (9°) al hacer uso del mediador Argunaut/Digalo (Tesis de maestría inédita). Universidad Pontificia Bolivariana, Medellín.

Carneiro, W. (2006). O Encadeamento Argumentativo na Teoria da Argumentação na Língua (Tesis doctoral inédita). Universidade Federal do Ceará, Fortaleza-Brasil.

Colombia. Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos Curriculares. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Conner, A. (2012). Warrants as indications of reasoning patterns in secondary mathematics classes. En Memorias del 12° International Congress on Mathematical Education. Recuperado de http://www.lettredelapreuve.org/pdf/ICMI-12/TSG14_Conner.pdf.

Crespo, C. (2007). Los estudiantes ante formas de argumentar aristotélicas y no aristotélicas. Un estudio de casos. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias, 13(3)*, 283-306.

Crespo, C., Farfán, R., & Lezama, M. (2010). Argumentaciones y demostraciones: una visión de la influencia de los escenarios socioculturales. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 13(3), 283-306.

De Villiers, M. (1993). El papel y la función de la demostración en matemáticas. *Épsilon, 26*, 15-29.

Domínguez, M., & Stipcich, M. (2009). Buscando indicadores de la negociación de significados en clases de Ciencias Naturales. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 8(2), 539-551. Recuperado de http://docenciauniversitaria.org/volumenes/volumen8/ART9_Vol8_N2.pdf.

Echavarría, C., & Monsalve, M. (2000a). Problemas con fraccionarios. Manuscrito inédito, Universidad Nacional de Colombia.

Echavarría, C., & Monsalve, M. (2000b). El Teorema de Pitágoras. Manuscrito inédito, Universidad Nacional de Colombia.

Galindo, E. (2007). ¿Qué es argumentar? Retórica y lingüística. Revista del Instituto de la Judicatura Federal, 24, 31-67.

Guba, E., & Lincoln, Y. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), Handbook of qualitative research, 105-117. Thousand Oaks: Sage.

Guzmán, J., & Restrepo, C. (2013). Procesos argumentativos de profesores de ciencias en el marco de la experimentación cualitativa (Tesis de maestría inédita). Universidad de Antioquia, Medellín.

Habermas, J. (1999). Teoría de la acción comunicativa I. Madrid: Santillana.

Harada, E. (2009). Algunas aclaraciones sobre el “modelo” argumentativo de Toulmin. ContactoS, 73, 45-56.

Hanna, G. (2000). Mathematical proof. In D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking, 54-61. Nueva York: Kluwer Academic Publishers.

Henao, B. (2010). Hacia la construcción de una ecología representacional: aproximación al aprendizaje como argumentación, desde la perspectiva de Stephen Toulmin (Tesis doctoral inédita). Universidad de Burgos, Burgos-España.

Henao, B., & Stipcich, M. (2008). Educación en ciencias y argumentación: la perspectiva de Toulmin como posible respuesta a las demandas y desafíos contemporáneos para la enseñanza de las Ciencias Experimentales. Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias, 7(1), 47-62.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). Metodología de la Investigación (6° Ed.). México D.F.: Mc Graw Hill.

Hoyles, C., & Kücherman, D. (2002). Students' Understandings of Logical Implication. Educational Studies in Mathematics, 51(3), 193-223.

Inglis, M., & Mejía-Ramos, J. (2005). La fuerza de la aserción y el poder persuasivo en la argumentación en matemáticas. Revista EMA, 10(3), 328-353.

Institución Educativa Cristóbal Colón. (2012). Manual de Convivencia. Recuperado de http://iecristobalcolon.wix.com/iecristobalcolon#!quienes-somos1/c1dyz

Institución Educativa Cristóbal Colón. (2014a). Capítulo nueve: Matemáticas. Recuperado de http://iecristobalcolon.wix.com/iecristobalcolon#!mallas-curriculares/c19f1

Institución Educativa Cristóbal Colón. (2014b). Sistema Institucional de Evaluación de los Estudiantes. Recuperado de http://iecristobalcolon.wix.com/iecristobalcolon#!siee/c1dlr.

Knipping, C., & Reid, D. (2013). Revealing structures of argumentations in classroom proving process. En A. Aberdein & I. Dove (Eds.), The arguments of mathematics, 119-146. Netherlands: Springer.

Méndez, G. (2009). La fenomenología-hermenéutica, una metodología integrada para el abordaje de lo real. Revista gerencia de la investigación, 1. Recuperado de http://gerenciadelainvestigacion.jimdo.com/app/download/1915358518/La+fenomenolog%C3%ADa++hermen%C3%A9utica%2C+una+metodolog%C3%ADa.pdf?t=1247384170.

Nardi, E., Biza, I., & Zachariades, T. (2011). 'Warrant' revisited: Integrating mathematics teachers' pedagogical and epistemological considerations into Toulmin´s model for argumentation. *Educational Studies in Mathematics, 79(2),* 157-173. doi: 10.1007/s10649-011-9345-y.

Perelman, C. (1997). El imperio retórico. Retórica y argumentación. Bogotá: Norma.

Perelman, C., & Olbretchts-Tyteca, L. (1989). Tratado de la argumentación. La nueva retórica. Madrid: Gredos.

Real Academia Española (2016). Argumento. En: Real Academia Española. Recuperado de http://dle.rae.es/?id=3YKtkpX

Robotti, E. (2012). Natural language as a tool for analyzing the proving process: the case of plane geometry proof. Educational Studies in Mathematics, 80, 433–450, doi: 10.1007/s10649-012-9383-0

Rodríguez, E. (2005). Metodología de la investigación. Tabasco: Universidad Juárez Autónoma de Tabasco.

Rodríguez, L. (2004). El modelo argumentativo de Toulmin en la escritura de artículos de investigación educativa. Revista Digital Universitaria, 5(1), 1-18.

Sánchez, S. (1998). Fundamentos para la investigación educativa. Presupuestos epistemológicos que orientan al investigador. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

Toulmin, S. (1958). Los usos de la argumentación. Barcelona: Península.

Toulmin, S. (2003). Regreso a la razón. Barcelona: Editorial Península.

Toulmin, S. (2007). Los usos de la argumentación. Barcelona: Editorial Península.

Van Eemeren, F., Grootendorst, R., & Snoeck, F. (2006). Argumentación: análisis, evaluación, presentación. Buenos Aires: Biblos.

Velasco, P. (2009). Sobre a Crítica Toulminiana ao Padrão Analítico-dedutivo de Argumento. Cognitio, 10(2), 281-292.

Walter, J., & Barros, T. (2011). Students build mathematical theory: semantic warrants in argumentation. *Educational Studies in Mathematics, 78(3),* 323-342.

Walter J., Barros, T., & Gerson, H. (2011). Semantic warrants, mathematical referents, and personal agency in theory building. Recuperado de https://mathed.asu.edu/crume2008/Proceedings/JWALTER%20LONG.pdf

Walter, J., & Johnson, C. (2007). Elementary teachers' linguistic inventions and semantic warrants for mathematical inferences. In J. Woo, H. Lew, K. Park & D. Seo (Eds.), Actas del *31° Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (4, 233-240). Seoul: PME.