“EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS”

PROPUESTA PEDAGÓGICA

Instituciones educativas: San Fernando de Amagá, Santo Tomas de Aquino de Titiribí, Bethlemitas de Bello y CEDEPRO de Medellín

FANNY ARBELAEZ SOTO
MARTA CECILIA PINEDA CADAVID
JUAN CARLOS CORREAL HERNÁNDEZ
JUAN FERNANDO CEBALLOS LONDOÑO

SEMINARIO INTEGRATIVO Y PRÁCTICA PROFESIONAL
DOCENTE: CARLOS ARTURO VENGOECHEA MARULANDA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
MEDELLÍN
2007

TABLA DE CONTENIDO

PRESENTACIÓN

La presente es una propuesta pedagógica de investigación para el aprendizaje de la matemática que permite la comprensión, la significación y la mejora de los procesos de enseñanza y de aprendizaje en el contexto de las competencias lógico matemáticas; área que siempre ha sido considerada como un problema y una dificultad que es notoria en un alto porcentaje de estudiantes tanto en la básica primaria como en la secundaria, ya que generalmente los docentes de matemáticas no utilizan más que una metodología tradicionalista que poco aporta al desarrollo de estructuras lógicas y de esquemas de pensamiento.

Así mismo se pretende que los maestros se concienticen que no pueden enseñar de la misma forma con la que ellos aprendieron, deben utilizar nuevas metodologías y estrategias de enseñanza, teniendo en cuenta los avances pedagógicos y tecnológicos que le van exigiendo estar a la vanguardia con ellos. Deben cambiar el paradigma tradicional con el que se enseña la matemáticas y concebir nuevos métodos para transmitir los conocimientos de tal forma que lo que aprendan los estudiantes sea realmente significativo.

El aprendizaje basado en la resolución de problemas es considerado una estrategia metodológica que propicia un ambiente dinámico y motivador en la construcción de conocimiento para el estudiante. Generalmente cuando se resuelve un problema se hace con la intención de encontrar una respuesta, un valor que satisfaga las condiciones que se plantean en el problema y no se avanza más, no se pregunta sobre las posibilidades que puede generar el cambio de un dato o el mismo replanteamiento del problema. Por esto, la resolución de un problema matemático debe utilizarse como un mediador, que no sólo permita aplicar conocimientos sino adquirir otros nuevos y ejercitar habilidades y destrezas.

De esta manera se hace evidente la necesidad de llevar a cabo trabajos investigativos como éste, no sólo para que los maestros en formación vivencien las problemáticas más fuertes que aquejan nuestro sistema educativo en lo que tiene que ver con los procesos de enseñanza – aprendizaje, sino también, para que reconstruyan la realidad y la enfrenten desde su saber pedagógico y específico.

1. JUSTIFICACIÓN

La práctica pedagógica se realiza en primera instancia para cumplir con un requisito indispensable para obtener el título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, además para brindarle al maestro en formación un sin número de herramientas teórico-practicas que lo hagan capaz de desempeñarse en su futuro rol de docente de una manera eficiente y con competencia pedagógica y didáctica.

Es así como en el marco de la práctica investigativa se pretende abordar la enseñanza como objeto de reflexión, y, a la vez, propiciar el mejoramiento cualitativo de las competencias lógico matemáticas desde el desarrollo de los pensamientos y sistemas de estudio; lo que hace pensar que en la didáctica de las matemáticas deben articularse ambos aspectos. Se avizora una significación que comprenda todos los elementos de análisis y de interpretación posibles, para facilitar la labor pedagógica y docente del maestro(a) en formación, y hacerla más lúdica, creativa y dúctil, de modo que se facilite en los estudiantes el aprendizaje de los conceptos básicos de los diferentes sistemas y las competencias lógico matemáticas articulados a diferentes propuestas didácticas a la luz de enfoques pertinentes de investigación educativa.

En segunda instancia se aborda el tema de la **resolución de problemas** porque se considera que es un elemento importante en el desarrollo de la matemática y en el estudio del conocimiento matemático. Además, en diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas y como tal debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas, van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad de utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas a través de problemas procedentes de la vida diaria, de la matemática y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de la matemática en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de la matemática.

Tradicionalmente los estudiantes aprenden matemáticas formales y abstractas, descontextualizadas, y luego aplican sus conocimientos a la resolución de problemas presentados en un contexto. Con frecuencia estas situaciones de aplicación se dejan para el final de una unidad o para el final del programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo.

Así mismo, las aplicaciones y los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. El contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de la matemática, es decir, no sólo en la forma de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo donde los estudiantes la descubren o la reinventan.

Finalmente, el trabajo del profesor es en cierta medida inmerso al trabajo del investigador, él debe hacer una recontextualización y una resignificación de los conocimientos. Ellos van a convertirse en el conocimiento de un estudiante, es decir, en una respuesta bastante natural a condiciones relativamente particulares, condiciones indispensables para que tengan un sentido para él. Cada conocimiento debe nacer de una adaptación a una situación específica, pues las probabilidades se crean en un contexto y en unas relaciones con el medio, diferentes de aquellas en donde se inventa o se utiliza la aritmética o el álgebra.

2. OBJETIVOS

2.1. OBJETIVO GENERAL:

Desarrollar un proceso de investigación significativo dentro del aula de clase que permita evidenciar de manera directa las dificultades más notorias de los estudiantes en el área de matemática para intervenir de manera pedagógica sobre ellas mediante el diseño e implementación de estrategias didácticas que potencien en los estudiantes las habilidades de formulación y resolución de problemas.

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Observar de manera directa los procesos que se desarrollan en el área de matemáticas.

2. Identificar las dificultades que presentan los estudiantes en los diferentes procesos matemáticos.

3. Categorizar las dificultades encontradas en orden de generalidad.

4. Recolectar información acerca del estado del arte dentro de la problemática a intervenir.

5. Diseñar situaciones problema desde diferentes enfoques pedagógicos y metodológicos

6. Intervenir pedagógicamente la dificultad más general encontrada buscando su posible solución.

7. Desarrollar un proceso de sistematización de los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las estrategias pedagógicas y del proceso de investigación en general.

2.3. Además de los anteriores objetivos se espera los maestros en formación logren[1]:

- Reconstruir de manera crítica y participativa el sentido del quehacer pedagógico y docente, y, con base en la comprensión de éste, elabore y desarrolle una propuesta teórico-práctica para la enseñanza del saber específico (Matemáticas).
- Reflexionar críticamente sobre el sentido de la práctica pedagógica.
- Confrontar los desarrollos teóricos relacionados con el saber pedagógico y didáctico, acumulados desde la formación académica y en la propia experiencia, para utilizarlos en la interpretación del sentido de la práctica pedagógica, objeto de conocimiento y de investigación.
- Reconstruir una situación problemática de la didáctica de las matemáticas, para el desarrollo de un proyecto que incida en la transformación intelectual, cultural y en la acción pedagógica como maestro(a) en formación.
- Aplicar elementos teóricos y metodológicos de la investigación cualitativa como estrategia metodológica en el proceso de formación y cualificación de la práctica profesional del maestro(a) en formación.
- Reflexionar críticamente sobre el quehacer cultural, ético y moral como maestro(a) en formación, vivenciándolo en las acciones del mundo de la práctica pedagógica.
- Fortalecer la formación del maestro(a) como escritor(a) y como "intelectual transformativo" para generar prácticas pedagógicas significativas en lo didáctico, lo cultural y lo ético.

[1] Reglamento de la práctica pedagógica. Universidad de Antioquia. facultad de educación, Licenciatura En Educación Básica Con Énfasis En Matemáticas.

3. METODOLOGÍA

La práctica pedagógica está orientada por una metodología de investigación cualitativa, pues ésta se refiere en su más amplio sentido a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, hablada o escrita, y la conducta observable, así mismo la metodología cualitativa, a semejanza de la metodología cuantitativa, consiste más que en un conjunto de técnicas para recoger datos; es un modo de encarar el mundo empírico[2].

Esta investigación cualitativa es inductiva, donde los investigadores desarrollan conceptos, intelecciones y comprensiones partiendo de pautas de los datos, y no recogiendo datos para evaluar modelos, hipótesis, o teorías preconcebidas. Así mismo, en la metodología cualitativa el investigador ve el escenario y a las personas en una perspectiva holística, es decir, son considerados como un todo y son sensibles a los efectos que ellos mismos causan sobre las personas que son objeto de su estudio, teniendo en cuenta que deben tratar de comprender a las personas dentro del marco de referencia de ellas mismas.

El investigador cualitativo suspende o aparta sus propias creencias, perspectivas y predisposiciones, ve las cosas como si ellas estuvieran ocurriendo por primera vez, nada se da por sobre entendido, todo es tema de investigación. Para él, todas las perspectivas son valiosas utilizando de esta manera un método humanista, pues cuando se reducen las palabras y actos de la gente a ecuaciones estadísticas, se pierde de vista el aspecto humano de la vida social.[3]

El método cualitativo se fundamenta en tres grandes momentos que son: la definición de la situación problema que abarca la exploración de la situación, el diseño propiamente dicho y la preparación del trabajo de campo, que corresponde al período de recolección de la situación y organización de los datos y la identificación de patrones culturales que organizan la situación y que comprende tres fases fundamentales que son el análisis, la interpretación y la conceptualización inductiva.

Es importante anotar que el método cuantitativo permite abordar el análisis de lo social, buscando establecer cómo es la forma, mientras que el método cualitativo hace posible indagar por qué lo

[2] La formulación y diseño de los procesos de investigación social cualitativa. (documento). P 32
[3] Ibíd. p. 33

social toma esa forma. De igual manera la investigación cualitativa intenta hacer una aproximación global de las situaciones sociales para explorarlas, describirlas y comprenderlas de manera inductiva.

En este proyecto de investigación se tienen en cuenta, dentro del marco de la investigación cualitativa, diferentes enfoques que permiten el estudio y la interpretación de la realidad observada. Estos enfoques se utilizan de manera parcial o total dentro del proceso, aportando credibilidad y objetividad a las interpretaciones y generalizaciones que los investigadores hagan al finalizar el proceso de la investigación. Por ello recogemos los aportes de algunas metodologías investigativas que sirven al proceso de la práctica pedagógica tales como:

- **Investigación Acción Participación:** Se busca la participación de la comunidad investigada, se investiga sobre su propia realidad, se establece una relación entre teoría-práctica la cual será la acción hacia la transformación y por último se determinan sus necesidades y se organizan todas las acciones, convirtiéndose así los sujetos de la investigación en protagonistas de su propio proceso investigativo[4].

- **Investigación Acción Reflexión:** Se fundamenta en el paradigma crítico reflexivo, interpretando la vida y los cambios sociales. Tiene como finalidad promover la participación activa de los miembros de una comunidad en la comprensión de sus problemas y en la planeación de propuestas de acción, su ejecución, la evaluación de resultados, la reflexión y la sistematización del proceso seguido.[5]

- **Investigación Experiencial:** Tiene dos propósitos especiales: Hacer una clasificación fenomenológica de la situación problema a partir de la experiencia y proponer formas de interacción basadas en la exploración fenomenológica ya reseñada, es decir, formular hipótesis acerca de las personas, de lo que pueden hacer y llegar a ser.[6]

- **Investigación Dialógica**: Pretende: Establecer diálogo para establecer la situación problémica. Problematizar una situación con la experiencia de los miembros del grupo. Codificar información en forma gráfica, dibujos, diagramas simples para motivar las discusiones.[7]

---

[4] LAFRANCESCO VILLEGAS, Giovanni Marcello. La investigación en educación y pedagogía: fundamentos y técnicas. ED. Magisterio. Bogotá. 2003. P 88.
[5] Ibíd. p. 88.
[6] Ibíd. p. 92.
[7] Ibíd. p. 92.

- **Investigación Etnográfica:** Estudia los hechos tal como ocurren en el contexto, los procesos históricos y educativos, los cambios socio-culturales, las funciones y papeles de los miembros de una comunidad.

- **Hermenéutica:** Se refiere al arte de interpretar para fijar un verdadero sentido, desde unos referentes teórico-conceptuales, en el entorno, en la cultura, lo escrito, lo sentido, lo dicho y hecho por los otros seres sociales en ese entorno y o en otro espacio temporal y social.

- **Teoría fundada:** Fue desarrollada dentro de la sociología por Barney Glaser y Anselm Strauss a finales de los años 60, tiene su base teórica en el interaccionismo simbólico. Es más bien un estilo de análisis cualitativo que un método aparte, trata de identificar los procesos básicos en la interacción. Para ello, el investigador se hace preguntas de proceso, da cuenta de experiencias en el tiempo o de cómo se va produciendo un cambio. Esta estrategia comparte los métodos de recolección de datos con otros enfoques, es decir, la entrevista sin estructurar y la observación participante, pero la mayor diferencia es su énfasis en el desarrollo de teoría.

SINTESIS

En primera instancia para poder realizar un diagnostico sobre los aprendizajes que poseían los estudiantes, se realizo un proceso de intervención directa, de observación y recolección de información sobre el contexto filosófico, social, cultural y académico de las instituciones, con el propósito de determinar diferentes problemáticas.

También se observó el PEI y demás información necesaria.

Dicha información se recolectó en fichas para luego clasificarlas y categorizarlas, identificando las principales necesidades de aprendizaje de los estudiantes en el área de matemáticas.

Luego de analizar dichas problemáticas procedimos a intervenirlas pedagógicamente, empleando diversas estrategias, con el firme propósito de mejorar los procesos de aprendizaje de los estudiantes.

Por ultimo se realizo un proceso de sistematización de todo lo desarrollado en la práctica pedagógica.

4. MARCO LEGAL

En este proyecto se está implicando todo lo referente a las matemáticas en el ámbito escolar y legal, los objetivos que pretenden la educación a nivel nacional y la visión de maestro y educando que necesita construir el sistema educativo en general.

Por esto se hace necesario considerar los artículos y parágrafos que ha consagrado la ley para el mejoramiento no solo de la educación matemática sino también del crecimiento y el avance en la formación tanto de maestros como de educandos.

La educación es un derecho humano fundamental, y como tal es un elemento clave del desarrollo sostenible y de la paz y estabilidad en cada país y entre las naciones, y, por consiguiente, un medio indispensable para participar en los sistemas sociales y económicos del siglo XXI, afectados por una rápida mundialización.

En el mismo orden de ideas también debemos tener en cuenta que toda persona nacida bajo el estado de derecho Colombiano gozará de unos derechos fundamentales entre los cuales se encuentra la educación, que es además un servicio público y tiene una función social: con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura.[8]

Así mismo, se especifican a continuación todas aquellas instituciones, leyes, normas, decretos o resoluciones que rigen o apoyan la educación en Colombia. Estos son:

- **La UNESCO**

Plantea ciertos criterios de gran importancia para garantizar el acceso de todas las personas a la educación, entre los cuales se pueden parafrasear los siguientes:

- Extender y mejorar la protección y educación integral desde la primera infancia especialmente para los niños más vulnerables y desfavorecidos.

[8] Constitución política de Colombia. Art. 67.

- Velar porque todos los niños, y sobre todo las niñas y los niños que se encuentran en situaciones difíciles y los que pertenecen a minorías étnicas, tengan acceso a una enseñanza primaria gratuita y obligatoria de buena calidad y la terminen.
- Velar por que sean atendidas las necesidades de aprendizaje de todos los jóvenes y adultos mediante un acceso equitativo a un aprendizaje adecuado y a programas de preparación para la vida activa.
- Promover un sólido compromiso político nacional e internacional con la educación para todos, elaborar planes nacionales de acción y aumentar de manera considerable inversión en educación básica.
- Aplicar estrategias integradas para lograr la igualdad entre los géneros en materia de educación, basadas en el reconocimiento de la necesidad de cambiar las actitudes, los valores y las prácticas.

- **La constitución política de Colombia**

La educación formará al ciudadano en el respeto a los derechos humanos, a la paz y a la democracia; y en la práctica del trabajo y la recreación, para el mejoramiento cultural, científico y tecnológico y para la protección del ambiente.
El estado, la sociedad y la familia son responsables de la educación, que será obligatoria entre los 5 y los 15 años de edad y que comprenderá como mínimo un año de preescolar y nueve de educación básica.

- **La ley 115 de 1994.**

Donde se define la educación como “un proceso de formación permanente, personal, cultural y social, que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes”.

- **Decreto 1860, donde se reglamenta parcialmente la ley 115 de 1994, en los aspectos pedagógicos y organizativos generales.**

Las normas reglamentarias contenidas en este decreto se aplican al servicio público de educación formal que presten los establecimientos educativos del Estado, los privados, los de carácter comunitario, solidario, cooperativo o sin ánimo de lucro. Su interpretación debe favorecer la calidad, continuidad y universalidad del servicio público de la educación, así como el mejor desarrollo del proceso de formación de los educandos.

- **La Ley 30 de Diciembre 28 de 1992**

Se organiza el servicio público de la Educación Superior. Y con esta se decreta que la Educación Superior es un proceso permanente que posibilita el desarrollo de las potencialidades del ser humano de una manera integral, se realiza con posterioridad a la educación media o secundaria y tiene por objeto el pleno desarrollo de los estudiantes y su formación académica o profesional.

- **Los Lineamientos Curriculares para la educación matemática.**

Son estos un punto de partida para el trabajo en nuestro contexto actual, unos referentes que propician reflexiones a cerca de la naturaleza de las matemáticas, sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sobre el tipo de matemáticas que deben aprender los ciudadanos y sobre los principios básicos que ayudan a organizar el currículo y a orientar la evaluación.

- **El Decreto 0230 del 11 de febrero de 2002.**

En el cual se plantea en el capitulo 2 la evaluación y promoción de los educandos, y en el artículo 4, referente a la evaluación de los educandos se plantea que: "la evaluación de los educandos será continua e integral, y se hará con referencia a 4 períodos de igual duración en los que se dividirá el año escolar"[9]

- **El Sistema Nacional de Evaluación de la Educación Básica, SABER**

Tiene como objetivo fundamental evaluar de forma permanente la calidad de la educación en Colombia y determinar los factores asociados a ella. Lo anterior con el fin de aportar información confiable y actualizada para el diseño y seguimiento de políticas, planes y programas del sector educativo. En las últimas pruebas realizadas en el año 2005 Antioquia se ubicó en la posición **13** en quinto grado y **14** en noveno 9 grado, entre 31 departamentos evaluados.

- **Pruebas de estado, ICFES, decreto 2343 de 1980**

Nace como un proyecto cuando la Asociación Colombiana de Universidades y el Fondo Universitario firman el Acuerdo No.65 de 1966 a través del cual se organiza el Servicio de Admisión Universitaria y Orientación Profesional, dentro de cuyos objetivos fundamentales se incluyó la preparación, administración y evaluación de instrumentos cuyos resultados sirvieran a las universidades para los procesos de selección de sus estudiantes.

[9] Decreto 0230 del 11 de febrero de 2002. Evaluación de los educandos

- **Las pruebas TIMSS**

Se realizan en Colombia a nivel internacional, con el fin de medir la calidad de la educación y los logros educativos. Dichas pruebas, fueron muy importantes ya que permitieron conocer el nivel de la educación en las áreas de ciencias y matemáticas en el país, con referencia a un nivel internacional y a partir de esto se identifican las principales deficiencias que están determinando el estado de la enseñanza de estas asignaturas en nuestro sistema educativo.[10]

- **Reglamento de la práctica profesional en la universidad de Antioquia**

En concordancia con la misión de la Universidad y la misión de la Facultad de Educación, la Práctica pedagógica en la Facultad de Educación, tiene como misión contribuir a la formación de profesionales de la pedagogía y de la educación, de la más alta calidad, cuyo objeto es la búsqueda, la experimentación, la aplicación, la innovación y el cambio de los conocimientos en los campos de la pedagogía, los saberes disciplinares específicos y la didáctica.

[10] Análisis y resultados de las pruebas de matemáticas- TIMSS- Colombia. Prologo.

5. MARCO CONTEXTUAL

Este proyecto de investigación se desarrolló en las instituciones educativas San Fernando de Amagá, Santo Tomas de Aquino de Titiribí, Bethlemitas de Bello y CEDEPRO de Medellín.

	I.E. San Fernando	**I.E. Santo Tomas de Aquino**	**I.E. Bethlemitas**	**I.E. CEDEPRO**
UBICACIÓN	Municipio de Amagá.	Municipio de Titiribí	Municipio de bello	Municipio de Medellín, corregimiento de AltaVista
CARÁCTER	Oficial	Oficial	Privado	Por cobertura
POBLACION QUE ATIENDE	Mixta	Mixta	Femenina	Mixta
NIVELES QUE OFRECE	Preescolar, básica primaria, secundaria y media	Preescolar, básica primaria, secundaria y media	Prejardín, Preescolar, básica primaria, secundaria y media	Preescolar, básica primaria, secundaria y media
TELEFONO	847 24 20	848 29 13	273 93 55	341 28 28

Aunque este proyecto de investigación se desarrolla en cuatro instituciones educativas ubicadas en diferentes contextos, tanto geográfica como socioeconómicamente, se pudo encontrar también aspectos similares en lo que tiene que ver con el ambiente de aprendizaje interno de las aulas y el estado de desarrollo cognitivo en el que se encuentran los estudiantes, aspectos que pueden ser muy significativos para el momento de elaborar e implementar las estrategias que fundamentan esta investigación.[11]

[11] Todas las anotaciones hechas en este diagnostico de aula, son el resultado de la observación directa sobre los grupos y de la aplicación de técnicas para la recolección de información como la entrevista y las encuestas (ver anexos). Hay que tener en cuenta también, que se trato de anotar aquellos aspectos significativos que fueron el común denominador en las cuatro aulas incluidas en este trabajo investigativo.

Los grupos muestra de este trabajo son del grado 3º de las cuatro instituciones mencionadas, los cuales en promedio tienen 45 estudiantes que oscilan en edades entre 8 y 10 años. El nivel socioeconómico de la gran mayoría de los estudiantes es medio bajo, ya que se encuentran en estratos socioeconómicos 1, 2 y 3.

Los grupos en general son receptivos, acogedores, alegres, espontáneos, participativos; se evidencia interés por aprender temas nuevos y un gran esfuerzo por asimilarlos. Además, la mayoría de los estudiantes se concentran en la realización de las actividades y son responsables en el cumplimiento de tareas, aunque en ocasiones la alegría y espontaneidad se tornan en indisciplina interfiriendo en el desarrollo normal de las clases. Se observa sentido de pertenencia por la institución ya que la cuidan y la asistencia es buena.

En cuanto a las capacidades intelectuales de los estudiantes se puede decir que son normales pues en ninguno de ellos se aprecian a simple vista ninguna discapacidad motriz o dificultad para el aprendizaje. Sin embargo en algunos estudiantes si se puede apreciar la falta de motivación por el estudio pues en sus casas no reciben ningún acompañamiento, además de las condiciones de pobreza y de violencia que les toca vivenciar día a día.

Así mismo, el interés de los padres de familia se centra en que sus hijos salgan adelante y progresen aunque algunos de ellos afirman que su poco grado de escolaridad y falta de tiempo no les permite colaborarle en sus tareas y dificultades escolares.

Por otro lado, las mayores dificultades en cuanto al aprendizaje que se presentan en el grado 3º son a causa de factores asociados como la violencia intrafamiliar, el hambre, la falta de recursos, la desmotivación, el poco acompañamiento de los padres en el proceso educativo, y en ningún caso se presenta bajo rendimiento académico por dificultades o problemas de aprendizaje ya diagnosticados en los niños Además la presencia de hábitos de estudio inadecuados hace que los estudiantes no obtengan los resultados académicos que se esperan (información recolectada por medio de entrevistas, encuestas, revisión del PEI de cada institución).

Se observa que la gran mayoría de los estudiantes manifiestan agrado por la clase de matemáticas y muestran grandes aptitudes para ella, pero el resto de los niños se muestra disperso durante las explicaciones del profesor y estos niños son prácticamente los que no han desarrollado las habilidades básicas en cuanto al manejo de los conceptos matemáticos.

De igual forma los niños expresan su motivación por las matemáticas, pero reconocen sus dificultades en la aplicación de éstas. Los estudiantes generalmente piden ayuda a profesores y padres de familia pero esto no es suficiente cuando se emplean métodos tradicionales y se dejan de lado las estrategias didácticas novedosas.

Los niños expresan que es más fácil y productivo el aprendizaje por medio del juego y las actividades lúdico- recreativas, porque estas les permiten desarrollar su pensamiento, haciéndolo más crítico y analítico. Además a esta edad ellos sienten más atracción por todo aquello que les permita actividad física y mental, siendo ésta fundamental para el crecimiento y desarrollo de todo ser humano.

Por medio de la prueba diagnóstica realizada nos pudimos dar cuenta que una de las mayores dificultades que presentan los estudiantes en el área de matemáticas es la resolución de problemas sobretodo para identificar la operación que se debe realizar al resolverlas. Además se observó dificultad para descomponer números grandes, así como su lectura y escritura.

Aproximadamente un 70 % de los niños que muestran dificultades en el área de español sobretodo en la comprensión lectora, muestran fortalezas en el cálculo mental y en la utilización mecánica de los algoritmos formales de la matemática, es decir, en el aspecto procedimental, más no en la solución de problemas matemáticos simples.

Un 60 % de los estudiantes comprenden bien el valor posicional de las cifras y manejan números hasta de seis cifras con facilidad, un 10 %, los más adelantados del curso manejan números hasta de nueve cifras y muestran mucha habilidad para representar números en el ábaco.

El conteo, un 80 % de los estudiantes lo realizan en forma mental tanto las adiciones como las sustracciones y las multiplicaciones, unos con mas habilidad que otros por supuesto, aunque se observan algunos estudiantes que necesitan hacer rayitas en una hoja para realizar las adiciones y las sustracciones o utilizan métodos como contar colores o cualquier otro elemento que tengan a su alcance.

Un 30 % de los estudiantes han adquirido la capacidad de hacer las operaciones matemáticas (suma – resta – multiplicación - división) llevando mentalmente, ya no tienen necesidad de escribir las cantidades que deben llevar. Se presentan dificultades en cuanto a la memorización de las tablas de multiplicar y en cuanto a la división. Las sumas llevando y las restas prestando las dominan con facilidad.

Así mismo, muy pocos estudiantes del grado tercero logran la memorización de las tablas de multiplicar y en el momento de aplicarlas realizando actividades de cálculo mental, situaciones problemas relacionadas con el entorno y otros ejercicios lo hacen de forma mecánica y en ocasiones no comprenden lo que deben hacer.

A pesar de las dificultades observadas, a los estudiantes les agrada mucho la clase de matemáticas y una de sus principales fortalezas es la actitud tan positiva que muestran permanentemente hacia la materia.

6. ANTECEDENTES

DESDE LOS LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS[12]:

Las situaciones problemáticas: Un contexto para acercarse al conocimiento matemático en la escuela.

Miguel de Guzmán plantea que “la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. De esta manera la actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de la matemática y en el estudio del conocimiento matemático.

Las aplicaciones y los problemas no se deben reservar para ser considerados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. Además, El contexto tiene un papel preponderante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de la matemática, es decir, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan la matemática. Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los alumnos puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos.

En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Pero esto no significa que se constituya en un tópico aparte del currículo, deberá permearlo en su totalidad y proveer un contexto en el cual los conceptos y herramientas sean aprendidos.

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de la matemática, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel.

[12] Lineamientos Curriculares Matemáticas. Pág. 41.

Las investigaciones que han reconocido la resolución de problemas como una actividad muy importante para aprender matemáticas, proponen considerar en el currículo escolar de matemáticas aspectos como los siguientes:

- Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática.
- Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.
- Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.
- Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas.
- Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas (NCTM, 1989: 71).

DESDE LOS ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS

La formulación, tratamiento y resolución de problemas

Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad.

La importancia de la naturaleza y la variedad de situaciones son aspectos determinantes para la calidad de las actividades de los estudiantes. Es necesario señalar que las actividades de los estudiantes están influenciadas por el tipo de instrucciones con que se presentan las situaciones, por el tipo de preguntas que se proponen en ellas, por los materiales utilizados y por las formas de enseñanza, guía y apoyo de los docentes que median en el tratamiento de la misma.

DESDE LAS PRUEBAS SABER[13]

Las pruebas SABER en el área de matemáticas, se concentran específicamente en evaluar mediante el enfoque de formulación y resolución de problemas, el uso que el estudiante hace de la matemática para comprender, utilizar, aplicar y comunicar conceptos y procedimientos

[13] Tomado del documento: Secretaria municipal de Bello. Colegio Bethlemitas – Primaria. Tema: Pruebas SABER

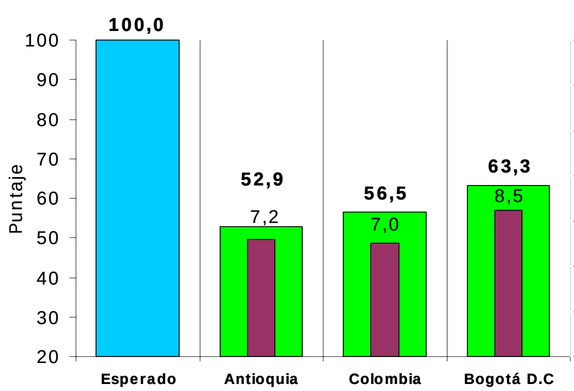
matemáticos, reconocidos como básicos, por investigaciones y estudios en el campo de la educación matemática, y que también están presentes en los lineamientos curriculares e indicadores del logro del área.

Para dar cuenta de lo anterior, en las pruebas de matemáticas se abordan situaciones problema, caracterizadas en diferentes niveles de complejidad de acuerdo con:

- Los tipos de problemas que puede enfrentar el estudiante: rutinarios y no rutinarios, simples y complejos.
- El conocimiento matemático que pone en juego el estudiante para dar solución a determinadas situaciones.
- Las exigencias que implícitamente los problemas hacen al estudiante al proponer una solución, en relación con los procesos que involucra.

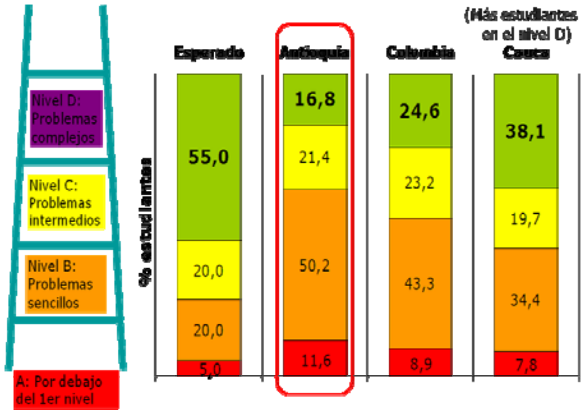
Las últimas pruebas realizadas fueron en el año 2005. A continuación se presenta algunas tablas donde se relaciona el desempeño del departamento de Antioquia con el resto del país y seguidamente se presenta los resultados comparativos de la región del suroeste con los del resto de Antioquia:

MATEMATICA 5 grado: Comparativo de desempeño y dispersión



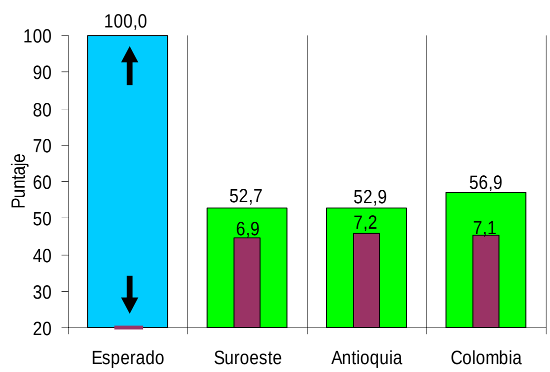
- Nuestros promedios son inferiores a los del país.
- Hay una elevada dispersión: mientras algunos estudiantes tuvieron puntajes altos, otros obtuvieron puntajes bajos.

MATEMÁTICAS 5°: Porcentaje de estudiantes por nivel de competencia



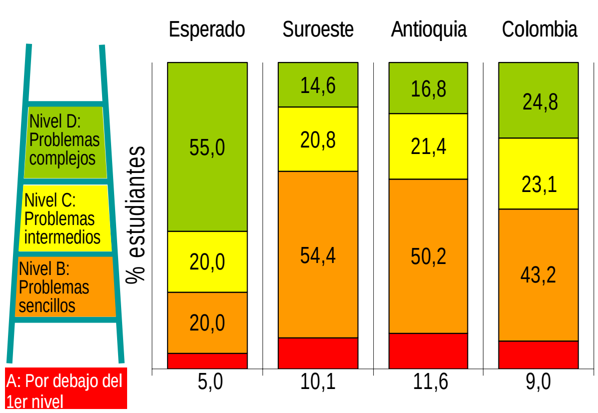
- Sólo el 17% de los estudiantes logra resolver problemas complejos donde es necesario construir estrategias de solución.
- 12% ni siquiera logra solucionar problemas sencillos para este grado.

MATEMATICA 5°: Comparativo de desempeño y dispersión



Los promedios de los estudiantes de Suroeste disminuyen en comparación con el área de lenguaje, siguen siendo inferiores a los de Antioquia y Colombia, y la alta dispersión indica que hay mucha diferencia entre la cantidad de respuestas correctas de unos y de otros estudiantes (sobre todo en 5°),

MATEMÁTICAS 5°: Porcentaje de estudiantes por nivel de competencia



En 5° hay dos aspectos que llaman la atención: que el 10% de los estudiantes no logre siquiera el nivel mínimo de conocimientos y competencias en matemáticas (que equivale a "A") y que alrededor de un 55% sólo alcance a resolver problemas sencillos que sugieren la estrategia de solución (nivel B). En general la Subregión obtiene resultados similares al departamento, pero un poco inferiores en comparación con la nación.

7. PROBLEMATIZACIÓN

7.1. PROBLEMÁTICAS ENCONTRADAS DURANTE EL PROCESO DE OBSERVACIÓN

- Los estudiantes presentan vacíos en cuanto al manejo de las operaciones básicas especialmente en la resta donde el minuendo es una potencia de diez o está conformado por varios ceros, de igual forma no saben multiplicar y por ende dividir.

- Hábitos inadecuados de estudio, pues en muchas oportunidades los estudiantes tenían evaluación y repasaban solamente unos pocos minutos antes de la misma, o le manifestaban a sus compañeros que lo habían hecho observando la novela en la noche.

- Dificultad para resolver problemas en los cuales intervienen operaciones que ya se manejan, pero que por el poco nivel de comprensión que se posee no se logra desarrollarlos.

- Estudiantes que asisten a la escuela obligados por sus padres, cuando estos manifiestan no querer estar en la escuela.

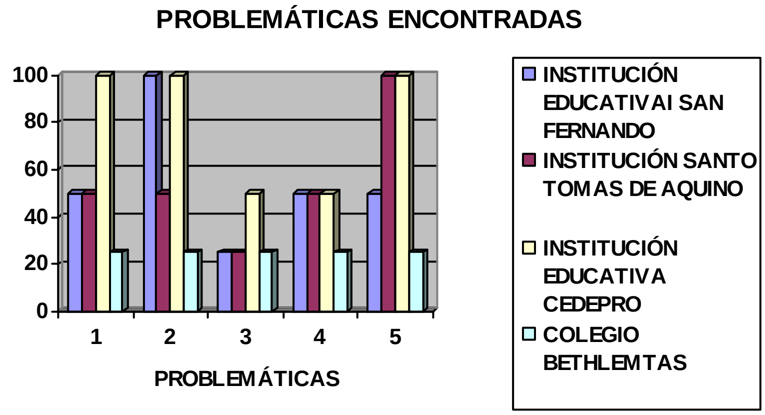
- Desatención al momento del profesor explicar los temas del área de matemáticas en el tablero.

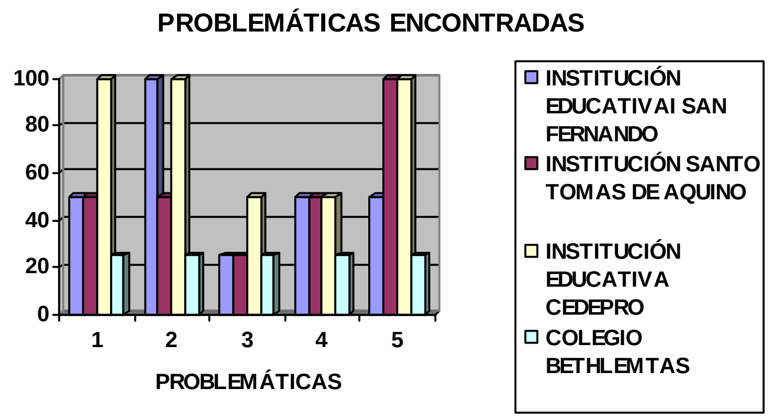
- Serios problemas lecto-escriturales, pues hay estudiantes que no leen muy bien, no comprenden lo que leen y ni siquiera entienden lo que escriben ellos mismos.

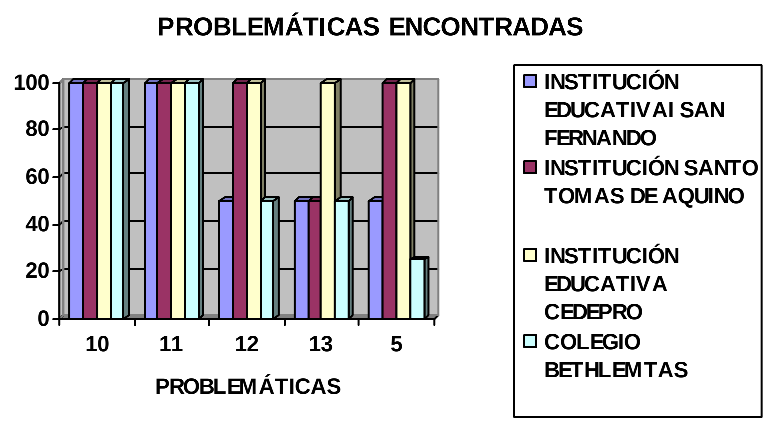
- Poca comprensión de la utilidad de la multiplicación en situaciones cotidianas e incapacidad para el aprendizaje de las tablas de multiplicar.

- Poco acompañamiento y compromiso por parte de los padres de familia, pues en muchas ocasiones se cita a dichos padres para hablar de la situación académica de sus hijos y no se hacen presentes.

CUADRO COMPARATIVO POR INSTITUCIÓN.				
PROBLEMÁTICAS ENCONTRADAS	**Institución Educativa San Fernando**	**Institución Educativa Santo Tomás de Aquino**	**Colegio Bethlemitas**	**CEDEPRO**
	NIVEL PORCENTUAL			
Dificultad con el manejo de operaciones básicas	MEDIO	MEDIO	BAJO	ALTO
Hábitos inadecuados de estudio	ALTO	MEDIO	BAJO	ALTO
Poco Interés y motivación del estudiante para asistir a la institución.	BAJO	BAJO	BAJO	MEDIO
Poca atención a las explicaciones del profesor.	MEDIO	MEDIO	BAJO	MEDIO
Problemas de lecto-escritura.	MEDIO	ALTO	BAJO	ALTO
Dificultad para resolver un problema.	ALTO	ALTO	ALTO	ALTO
Poco acompañamiento de los padres de familia.	MEDIO	MEDIO	MEDIO	ALTO
Violencia intrafamiliar.	MEDIO	BAJO	BAJO	ALTO
Falta de recursos económicos.	MEDIO	MEDIO	BAJO	ALTO
Dificultad en la comprensión de un problema.	ALTO	ALTO	ALTO	ALTO
Dificultad en la invención de problemas matemáticos.	ALTO	ALTO	ALTO	ALTO
Dificultad para encontrar la operación u operaciones adecuadas para resolver una situación problema.	MEDIO	ALTO	MEDIO	ALTO
Olvido con facilidad por parte de algunos estudiantes de temáticas ya vistas.	MEDIO	MEDIO	MEDIO	ALTO







Las instituciones educativas San Fernando, Santo Tomas de Aquino y CEDEPRO presentan muchas similitudes en cuando al nivel porcentual de cada una de las dificultades encontradas dadas las características de la población, ya que a nivel socioeconómico y familiar sus condiciones no son óptimas; mientras que la Institución Educativa Bethlemitas no presenta mayores dificultades sobretodo en los aspectos socioeconómicos. Sin embargo las cuatro instituciones presentan una dificultad común en la resolución de problemas.

7.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Priorizando las necesidades inmediatas a escala institucional, municipal, departamental y nacional y de acuerdo a los resultados de las pruebas SABER en años anteriores, a los componentes y exigencias de los lineamientos curriculares de matemáticas, y a las observaciones y estudios realizados se puede determinar que en la primaria de las Instituciones Educativas: San Fernando de Amagá, Santo Tomas de Aquino de Titiribí, Bethlemitas de Bello y CEDEPRO de Medellín, se presenta una gran dificultad en cuanto a la resolución de situaciones problemas en el área de matemáticas.

7.3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA:

¿La estrategia didáctica basada en la resolución de problemas, facilita la apropiación del pensamiento numérico de los estudiantes del grado tercero de las instituciones educativas: San Fernando de Amagá, Santo Tomas de Aquino de Titiribí, Bethlemitas de Bello y CEDEPRO de Medellín?

7.4. HIPÓTESIS

Teniendo en cuenta el proceso de investigación realizado, la descripción de la población y el rastreo de bibliografía, se establecen unas hipótesis que permiten abrir el camino de trabajo hacia la problemática escogida:

- Las investigaciones en educación matemática han demostrado que la resolución de situaciones problemas deben ser el eje central de la matemática escolar.

- La estrategia didáctica de Polya, Schoenfeld y Kantowsky son una excelente herramienta en el aula de clase que pueden generar conocimientos significativos en los estudiantes y que contribuye en gran medida a solucionar situaciones problema.

- El trabajar con situaciones problema implica mucho más que llegar a la solución, es importante tener en cuenta los diferentes procesos que se involucran en la resolución de éstas, pues posiblemente los estudiantes puedan estar fallando en alguno de estos procesos, como la misma comprensión de la situación o el poder convertirla en una estructura matemática.

- El trabajar desde el enfoque de formulación y resolución de problemas implica tener presentes diferentes tipos de problemas, esto va permitiendo que el estudiante logre establecer los conceptos matemáticos y sea capaz de usarlos en cualquier situación que requiere de la matematización.

- Si bien muchas investigaciones se ha realizado a cerca de la formulación y resolución de problemas, sería muy importante continuar haciendo otras investigaciones a través de métodos cualitativos en las aulas que permitan realizar un seguimiento directo en los procesos.

- La investigación en el aula se constituye como un mecanismo básico de retroalimentación de las prácticas pedagógicas. Es necesario formar maestros en este tipo de proceso, de tal forma que se generen investigaciones más específicas de acuerdo con el contexto escolar.

- Es importante que los padres de familia se vinculen en la formación del pensamiento matemático de sus hijos, pues los procesos de pensamiento son muy complejos, y es muy difícil que se desarrolle solamente en el aula de clase y con el profesor.

- La matemática también se vive dentro y fuera de la escuela. Hay muchas situaciones en la cotidianidad en las que los padres de familia pueden contribuir en la formación del pensamiento matemático las cuales pueden ser trabajadas a partir del juego.

8. MARCO TEÓRICO

Este proyecto pedagógico pretende afinar tendencias educativas generadas a partir de la sociedad contemporánea siendo el marco del nuevo paradigma educativo, enseñar a pensar, el cual se entiende como el proceso en que los sujetos alcanzan el desarrollo de las habilidades del pensamiento, conquistando la autonomía en la independencia cognitiva necesaria para aprender por sí solo y producir nuevos conocimientos, dentro del nuevo paradigma se encuentra la línea de trabajo académico y de enseñanza por resolución de problemas.

Para la educación básica la formulación y resolución de problemas, la actividad más próxima a un pensamiento cotidiano, constituye un instrumento valioso para explorar significativamente logros en la competencia matemática y del lenguaje de los estudiantes, en especial si nos centramos en situaciones problemas contextualizadas bien sea al interior de la matemática o experiencias cotidianas.

Los lineamientos curriculares afirman que: "la actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de la matemática y en el estudio del conocimiento matemático"[14] En este sentido Carlos Eduardo Vasco indica: "la metodología propuesta en el nuevo currículo es la de motivar primero al estudiante para que entre el juego de resolver problemas de la vida real o problemas artificiales interesantes y divertidos"[15]. También señala el autor que es bueno dejar que el estudiante cometa errores mientras va desarrollando estrategias que le permitan después corregirlos por sí mismo; el profesor logrará mejores resultados si no se adelanta a señalarle los errores, si no se apresura a explicarle como corregirlos, y mucho menos a dar la solución, sino más bien muy discretamente pone en duda el resultado incorrecto para que el estudiante piense en donde puede estar el error, consulte con los compañero y con los libros, busque estimaciones, haga conjeturas y desarrolle su inventiva y recursividad.

De acuerdo con esta visión global del quehacer matemático, de interrelación de áreas y experiencias cotidianas e intercambios de puntos de vista, el PRC (programas de revolución curricular) propone considerar tres grandes aspectos para organizar el currículo en un todo armonioso: [16]

[14] Lineamientos Curriculares De Matemáticas. MEN. Pág. 74.
[15] Ibíd. p. 75.
[16] Ibíd. p. 82.

- Procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento, “la resolución y planteamiento de problemas”; la comunicación, la modelación, la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
- Conocimientos básicos tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático con sistemas propios de matemáticas (1998).
- El contexto del aprendizaje de la matemática es el lugar –no sólo físico, sino ante todo sociocultural– desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de la matemática misma.

En lo que corresponde a la pedagogía dentro del campo matemático la situación problema posibilita espacios para interiorizar conceptos de aplicación comprensiva de algoritmos, simbolización y abstracción como vía práctica para resolver problemas lógico-matemáticos.

La implementación de metodologías heurísticas propias para la resolución de problemas matemáticos depende exclusivamente de la comprensión lectora, la cual es directamente necesaria para ejecutar ejercicios, para esto se hace necesario comprender la noción que implica una comprensión de los temas desde la lectura de textos e imágenes con la clara significación y sentido para el estudiante; nos acerca más a la apropiación del lenguaje y sus evidencias están dadas a través del desempeño lingüístico (lectura, escritura, habla); éstas evolucionan el desarrollo pedagógico en consecución de las competencias textual, comprensiva y comunicativa.

Es muy importante tener en cuenta que entre los objetivos fundamentales de las instituciones educativas, desde el nivel preescolar hasta el universitario está el impartir conocimientos y desarrollar habilidades cognitivas, siendo una de las más importantes, la habilidad para resolver problemas.

Las actividades que realizan los individuos cuando resuelven problemas pueden ser analizadas en función de estrategias cognitivas involucradas. El estudio de la solución de problemas se ha convertido en un área de gran ventaja principalmente, a partir del surgimiento del enfoque de procesamiento de información.

8.1. PROCESO DE DESARROLLO EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

La psicología Evolutiva ha logrado establecer que los niños piensan en forma diferente a los adultos y que la evolución del pensamiento infantil al pensamiento adulto se logra a través de varios períodos sucesivos ordenados identificados por características específicas y diferenciadas por el grado de complejidad y de generalidad de las estructuras del pensamiento, propios de cada uno. Estos períodos son: El Sensoriomotriz, el Preoperacional, el de las Operaciones Concretas y el de Operaciones Formales o Realizadas.

De esta manera, los programas de enseñanza de la matemática a nivel Básica Primaria y aún a nivel de Secundaria, centrados en el estudiante: deben atender a sus características, a sus posibilidades y a sus necesidades. Si atiende a sus características, se adecua a su forma de pensar y a las capacidades que le ha permitido desarrollar el medio en que vive. Si atiende a sus posibilidades establece metas cuyo logró supone un progreso siempre renovado hacia el nivel en que el se encuentra. Y si atiende a sus necesidades, constituye un estímulo constante que hace que el estudiante se desarrolle día a día y adquiera las habilidades de razonamiento cálculo y simbolización que le permitirán desempeñarse con éxito en su medio.

Un primer requisito para conseguir lo anterior es identificar los períodos y las etapas de desarrollo mental por los que se atraviesan los estudiantes, sobre todo los del ciclo de Básica Primaria. En nuestro medio, por lo general, los niños inician su primaria aproximadamente a los 6 años y terminan la secundaria hacia los 17.

Según Piaget, entre estas dos edades el pensamiento pasa por dos períodos: el de las operaciones concretas de 11 años, y el de las operaciones formales o realizadas de 11 a 15 años. En nuestro medio solo apenas comienzan a realizarse estudios que permitan comprobar que el desarrollo de las operaciones concretas se empieza hacia los siete años, aunque el periodo de adquisición de las operaciones formales puede prolongarse hasta los 17 o 18 años. Autores como Feliz Busto y Martha Arango manifiestan que este período no llega a estabilizarse ni siquiera en la edad adulta.

Es importante por lo tanto, insistir en que el maestro debe conocer las características del pensamiento de sus estudiantes, en cada una de estas edades, para poder realizar con acierto su trabajo. Dado que la metodología propuesta para el desarrollo del programa de Matemáticas. Diseñado por el MEN, está basado en la teoría psicología del Jean Piaget, es necesario que el maestro conozca al menos los principios fundamentales y resumidos de dichas teorías ya que no es fácil conocer la obra completa del mismo y que ha sido desarrollada casi durante medio siglo.

Al aceptar que los niños tienen una estructura mental diferente a los adultos, el maestro debe estar atento a la forma como reaccionan los niños ante las distintas actividades y hechos de cada día. Así mismo, el educador no puede suponer que lo que es válido para él, también es válido para el niño.

Algo muy importante que debe entender el educador es que los niños, especialmente los de menor edad, aprenden a partir de actividades concretas, el niño necesita actuar sobre las cosas para comprenderlas. Mediante la actividad concreta y la manipulación de los objetos, el niño va progresando en su desarrollo intelectual. Por eso en cada período su comportamiento es diferente.

En términos generales, se puede decir que cuando el niño inicia la Educación Básica Primaria está pasando del período preoperacional al de las operaciones concretas y que en los primeros años de Educación Básica Secundaria debe empezar a tener comportamientos propios del período de las operaciones formales.

NIVELES DE VAN HIELE: DENOMINACIÓN Y DESCRIPCIÓN

Los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4. Estos niveles se denominan de la siguiente manera:

NIVEL 0: Visualización o reconocimiento

NIVEL 1: Análisis

NIVEL 2: Ordenación o clasificación

NIVEL 3: Deducción formal

NIVEL 4: Rigor

Dado que el nivel 5o se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un o una estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. A continuación se va a describir cuáles son las características de cada nivel. Desde las perspectiva del aprendizaje de los estudiantes.

NIVEL 0: VISUALIZACIÓN O RECONOCIMIENTO

Tres son las características fundamentales de este nivel:

1. Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.
2. Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.
3. No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo

NIVEL 1: ANÁLISIS

1. Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.
2. De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.
3. Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades
4. Sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades.

NIVEL 2: ORDENACIÓN O CLASIFICACIÓN

Antes de señalar las características del nivel conviene señalar que, en el anterior nivel, los estudiantes empiezan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, señalando qué figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero siempre considerará las propiedades como independientes no estableciendo, por tanto, relaciones entre propiedades equivalentes. Alcanzar este nivel significa que:

1. Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.
2. Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.

3. Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que su nivel de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

NIVEL 3: DEDUCCIÓN FORMAL

1. En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.
2. Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.
3. Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado.

Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizadora de las Matemáticas.

NIVEL 4: RIGOR

1. Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.
2. Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

Características de los niveles:

En un primer lugar hablamos de "secuenciación", algo que, visto o explicado hasta ahora, no necesita más explicación, de "jerarquización" esto es, los niveles tienen un orden que no se puede alterar, lo cual es obvio visto también lo anterior y los niveles "son recursivos". Esta última idea es importante y conviene explicarla y concretarla un poco más. Esta característica nos indica que "lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel".

FASES

Las fases que postulan en su modelo son cinco y que, a continuación, se describen:

FASE 1a: PREGUNTAS/INFORMACIÓN

FASE 2a: ORIENTACIÓN DIRIGIDA

FASE 3a: EXPLICACIÓN (EXPLICITACIÓN)

FASE 4a: ORIENTACIÓN LIBRE

FASE 5a: INTEGRACIÓN

FASE 1a: PREGUNTAS/INFORMACIÓN

FASE 1a: PREGUNTAS/INFORMACIÓN

Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los alumnos/as. Se cumpliría la famosa afirmación de Ausubel: “Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que el influye en el aprendizaje es lo que el alumno/a sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia”[17]

Está fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos/as y el camino a seguir de las actividades siguientes. Se puede realizar mediante un test o preguntas individualizadas utilizando actividades del nivel de partida. Cabe señalar que muchas veces el nivel no lo marca tanto la pregunta coma la respuesta, es decir, diseñamos una pregunta pensando en un nivel concreto y, la respuesta recibida, nos puede señalar un nivel distinto del pensado inicialmente.

FASE 2a: ORIENTACIÓN DIRIGIDA

Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a más se va a necesitar. De su experiencia señalan que el rendimiento de los alumnos/as (resultados óptimos frente a tiempo empleado) no es bueno si no existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los alumnos/as descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

FASE 3a: EXPLICACIÓN (EXPLICITACIÓN)

Es una fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias) entre alumnos/as y en la que el papel del profesor/a se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos/as conforme a lo requerido en ese nivel. La

[17] Ausubel, 1978.

interacción entre alumnos/as es importante ya que les obliga o ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás.

FASE 4a: ORIENTACIÓN LIBRE

Aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario. Estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea les obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.

FASE 5a: INTEGRACIÓN

La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos sino que sólo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía. Como idea final podemos señalar como en esta estructura de actividades se pueden integrar perfectamente actividades de recuperación para los alumnos/as que presenten algún retraso en la adquisición de los conocimientos geométricos y, por otra parte, rehaciendo adecuadamente los grupos profundizar algo más con aquellos alumnos/as de mejor rendimiento Aunque no se ha explicitado las actividades de evaluación, también se integrarían fácilmente en esta estructura de actividades.

8.2. LAS SITUACIONES PROBLEMA COMO ESTRATEGIA PARA LA CONCEPTUALIZACIÓN MATEMÁTICA[18]

"Es indudable que la matemática se relacionan con el desarrollo del pensamiento racional, el razonamiento lógico, la abstracción, el rigor y precisión y es esencial con el desarrollo de la ciencia y la tecnología, pero además y esto no siempre ha sido reconocido, puede contribuir a la formación de ciudadanos responsables y diligentes frente a las situaciones y decisiones de orden nacional o local y, por tanto, al sostenimiento o consolidación de estructuras sociales democráticas. Se han definido para que un estudiante no sólo acumule conocimientos, sino para que aprenda lo que es pertinente para la vida, y de esta manera pueda aplicar estos saberes en su cotidianidad para la solución de problemas nuevos. Se trata de que un niño o joven haga bien lo que le toca hacer, y se desempeñe con competencia para la vida."[19]

De esta forma en los lineamientos curriculares de matemáticas se propone la implementación de situaciones problema en la parte correspondiente al segundo capítulo cuando se abordan los elementos de la estructura curricular, los cuales los divide en procesos generales, conocimientos básicos y el contexto. Ubicando las situaciones problemas en el último aspecto donde recalca su papel como mediador entre el conocimiento matemático y el trabajo en la escuela proponiendo enseñar matemáticas haciendo matemáticas lo que muestra que se hace necesario reformar la educación tradicional donde primaba la transmisión por dar prioridad a enseñar matemáticas desde el contexto del alumno.

Es así como se ve necesaria la propuesta de una reforma en la estructura del currículo que parta de un cambio en la forma en que se enseña la matemática en la escuela, anotándose que "El acercamiento de los estudiantes a la matemática, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de la matemática en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas".

De igual forma se señala en los Lineamientos Curriculares que las situaciones problemas son algo de lo cotidiano que asemeja el trabajo del alumno con el trabajo de un científico, expresándose que

[18] Propuesta de Gilberto Obando y John Jairo Múnera

[19] M.E.N. República de Colombia. La revolución educativa. Estándares básicos de matemáticas y lenguaje. Educación básica y media. Talleres departamentales de calidad de la educación. Mayo 12 de 2003.

para aprovechar el contexto como un recurso en el proceso de enseñanza se hace necesaria la intervención continua del maestro para modificar y enriquecer ese contexto con la intención de que los estudiantes aprendan. Estas intervenciones generan preguntas y situaciones interesantes que por estar relacionadas con su entorno son relevantes para el estudiante y le dan sentido a la matemática. Así es como del contexto amplio se generan situaciones problemáticas.

8.3. DIFERENTES MIRADAS DE UNA SITUACIÓN PROBLEMA

8.3.1. ORLANDO MESA:

Para el profesor Orlando Mesa una situación problema es un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos para plantear y resolver problemas de tipo matemático.

Plantea que es el estudiante el constructor de su propio conocimiento, en donde el maestro toma el papel de mediador entre el conocimiento y el alumno teniendo en cuenta que los saberes y conocimientos son abordados desde tres espacios de referencia: el saber disciplinar o saber formal aceptado por cada sector de la cultura, el saber particular requerido para una situación específica y el saber individual.

8.3.2. VIGOTSKY:

Para Vigotsky una situación problema es una vía para la conceptualización, ya que la formulación de conceptos es un proceso creativo, no mecánico ni pasivo. Un concepto sale y toma fuerza en el curso de una operación compleja encaminada a la solución de un problema y la mera presencia de condiciones externas favorables a una vinculación mecánica de la palabra y el objeto no basta para producir un concepto (Vigotsky, 1995)

Plantea que el alumno aprende con la ayuda de alguien más capaz. El cual lo conoce para saber lo que éste es capaz de hacer por sí mismo y ubicarlo donde necesita ayuda. Aquí el docente prepara el escenario y actúa como agente mediador entre el alumno y la cultura, tomando como base la conceptualización del conocimiento significativo. Además el desarrollo cognitivo se concibe como la apropiación por parte del individuo, de las actividades humanas depositadas en el mundo de la cultura en donde interviene los sistemas semióticos de representación y la interacción social. De este modo las situaciones problemas propician niveles de estructuración simbólica y de lenguaje matemático, elementos básicos en la construcción de conceptos matemáticos.

Vigotsky señala la necesidad de las situaciones problemas desde la importancia de que si el alumno ya posee el conocimiento que el docente está enseñando la actividad será un simple ejercicio. Esta situación puede provocar desinterés. Si la actividad está muy lejos de su capacidad representará una amenaza para el alumno.

8.3.3. MÚNERA – OBANDO:

Las situaciones problemas pueden asumirse con un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propician niveles de conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la construcción de conocimientos matemático. En éstas el alumno trabaja activamente en la adquisición del conocimiento al realizar autónomamente las elaboraciones conceptuales relativas a los problemas que enfrenta, en donde el profesor propone múltiples situaciones en variados contextos, vincula activamente al alumno en la construcción del conocimiento, presta atención a las concepciones de los alumnos, no sólo antes de que comiencen el proceso de aprendizaje, sino también a las que se van generando durante el mismo, teniendo muy en cuenta que para que los saberes matemáticos ingresen a la escuela deben sufrir una reelaboración didáctica que los recontextualiza, los repersonaliza y los retemporaliza didácticamente.

8.3.4. LUIS MORENO ARMELLA:

La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, en donde deben involucrarse implícitamente los conceptos que se van a aprender, debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él y de igual forma debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores. Aquí el estudiante utiliza los conocimientos que posee para resolver la situación que se le plantea.

Dichos autores coinciden en afirmar que se hace necesario replantear la función del estudiante dentro del ámbito educativo, donde éste se convierta en un ser pensante, capaz de plantear, formular y resolver problemas, un ser activo que investiga, aprende a pensar, aprende a aprender y donde la interacción con el profesor que deja de ser un transmisor de un conocimiento estático se producen conocimientos mucho más significativos y mucho más duraderos.

8.4. CONSTRUCCIÓN DE APRENDIZAJES MATEMÁTICOS DESDE EL ENFOQUE DE SITUACIONES PROBLEMA[20]

8.4.1. Introducción

Las discusiones actuales en torno al mejoramiento del currículo de la matemática escolar, privilegian la presencia de unos contenidos básicos, que al ser reorganizados desde contextos significativos propician la construcción de aprendizajes matemáticos por consiguiente fomentan la movilización de procesos de pensamiento matemático.

En este sentido la contribución hacia la cualificación de los procesos de matematización es posible desde la implementación de un modelo activo, que se caracterice por la problematización del aprendizaje, el trabajo por procesos y la dinamización de relaciones entre los contenidos; de tal forma que ayude a estructurar los conceptos y genere en los estudiantes nuevas maneras de expresión frente a los conceptos matemáticos.

Una alternativa para dinamizar la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar puede ser la del enfoque de situaciones problema, ya que los estudiantes al incursionar en éstas desarrollan niveles amplios de participación, ponen en juego su saber previo para reorganizar, con ayuda de sus compañeros y el docente, una red dinámica de relaciones en función de la nueva información. Es decir, las situaciones problema se vuelven el contexto para la construcción de significados para los conceptos, en el que se recrea la actividad individual y colectiva, se auto-controla los procesos de matematización y se sistematizan los nuevos aprendizajes.

8.4.2. Que son las situaciones problema

Una situación problema la podemos interpretar como un espacio dotado de actividad matemática en la cual, los estudiantes al intentar resolver los interrogantes, interactúan con los conocimientos implícitos y dinamizan la actividad cognitiva, generando procesos de reflexión conducentes a la adquisición de nuevos conceptos. En el caso de la matemática, una situación problema la podemos entender, como un espacio para generar movilizar procesos de pensamiento que permitan la construcción sistemática de conceptos matemáticos.

[20] John Jairo Múnera Córdoba

El diseño de situaciones problema requiere del dominio del saber específico, que se suponen deben aprender los estudiantes, para recontextualizarlo de acuerdo a los saberes previos y a las condiciones cognitivas de los educandos: para luego decidir las actividades que hacen posible la relación entre el estudiante, los conceptos y el profesor. Es decir, se trata de tomar el saber disciplinar y reorganizarlo de acuerdo a las condiciones del contexto, esto es, en términos de Guy Brosseau, hacer una transposición didáctica.

La participación de los estudiantes en la adquisición de los aprendizajes, desde este enfoque, les exige desplegar la actividad mental para poder poner en acción los saberes previos que les permita explorar y sistematizar las ideas matemáticas implícitas en la situación. En estos espacios se ven enfrentados a procesos de razonamiento matemático mediados por el contexto de la citación. También aparecen involucrados los procesos de comunicación mediados por los niveles de representación.

Por los tanto las situaciones planteadas deben tender a familiarizar al alumno con procesos de uso común en la matemática, tales como la formulación y validación de hipótesis (chamorro, 1992, p11). Además, debe propiciar momentos que le permita particularizar, generalizar, conjeturar y verificar; como utilizar algoritmos, características que son propias del razonamiento matemático.

Las situaciones problema pueden asumirse como un instrumento de enseñanza y aprendizaje que propicia niveles e conceptualización y simbolización de manera progresiva hacia la significación matemática. Para ello, es importante establecer relaciones entre los conceptos, a modo de redes conceptuales, entendiendo por red conceptual como una especie de malla donde los nudos son el centro de las distintas relaciones existentes entre los conceptos asociados a los conocimientos que situación permite trabajar. La estructura y desarrollo de la misma dinamiza el currículo de la matemática, en el sentido que elimina el carácter absoluto y acabado de las temáticas. Por el contrario, estas son recreadas desde la variedad de significados entre ellas.

En este sentido Orlando Mesa plantea que: “una red conceptual requiere de innovaciones y contactos inesperados. Se construye momentáneamente para buscar significados nuevos. No es deductiva sino constructiva; es decir, pueden aparecer relaciones no establecidas por el saber aceptado y organizado por la cultura formal […]. Para iniciar una red conceptual es necesario conocer sobre el saber específico. ¿Cuáles son los conceptos fundamentales que lo definen? ¿Qué relaciones significativas se imponen desde la información aceptada por la cultura? ¿Qué otras relaciones podrían establecerse?" (1997, p 22)

Las actividades y preguntas deben orientar la movilización de los preconceptos que poseen los estudiantes y los conceptos básicos que giran en torno a la temática, es decir, no son más que otra manera de dinamizar la enseñanza vinculando la actividad cognitiva del estudiante, fundamental para su propicio aprendizaje. Esto es posible si se promueve en el desarrollo de la situación, por ejemplo, la búsqueda de diferentes estrategias, respuestas, relaciones, maneras de explicación y representación, y formulación de conjeturas. "El promover un ambiente instruccional que motive a los estudiantes a participar activamente en actividades donde el resolver un problema o entender un idea matemática, involucre la utilización y exploración de conjeturas, el uso de diversas representaciones, y la comunicación de resultados tanto en forma oral y escrita, es un paso inicial para alcanzar tal discusión matemática" (Santos trigo. 1997)

8.4.3. Sobre la intervención en el aula

En adelante se describe el procedimiento seguido durante la intervención en el aula desde la perspectiva del enfoque de situaciones problema.

Trabajo grupal:

Los estudiantes se organizan en equipos y emprenden un trabajo de discusión con base en la situación planteada. El profesor asume el papel de facilitador pasa por los diferentes equipos observando las estrategias implementadas en el desarrollo de las actividades confrontando las adquisiciones con nuevas preguntas y creando espacios para que ellos mismos las formulen e inicien alternativas para su solución.

En este espacio surge la utilización del saber de los estudiantes, insumo fundamental para establecer relaciones con los nuevos aprendizajes, los cuales les permite generar una serie de ideas y de significados asociados a los nuevos aprendizajes. Es decir, los conocimientos nuevos siempre tendrán como soporte contextual las mediaciones con los ya construidos con anterioridad. Al respecto Carmen Chamorro expresa, "los aprendizajes previos de los estudiantes se deben tener en cuenta para construir nuevos conocimientos, ya que estos no se producen a partir de la nada, su elaboración está sometida a adaptaciones, rupturas y a estructuraciones, a veces radicales, de los conocimientos anteriores" (2003, p. 45)

Socialización colectiva

Después de un tiempo adecuado (una o dos sesiones de clase, a veces mas) se realiza una plenaria, orientada por el profesor, en la que cada equipo hace aportes frente al trabajo realizado. Lo que permite comparar las diferentes estrategias llevadas a cabo. En este espacio se organizan sistemáticamente las relaciones matemáticas y conceptos que estaban implícitos en la situación. Este momento es también conocido como la institucionalización del saber.

“Esta etapa se constituye quizás en un elemento fundamental del trabajo, ya que en la institucionalización del saber, el profesor organiza, sistematiza, da cuerpo y estructura a los objetos matemáticos que se quería fueran objetos de aprendizaje en los estudiantes a través de las situaciones problema. En este momento el maestro retoma la responsabilidad del trabajo, pues debe organizar de manera clara los objetos de conocimiento matemático presentes en la situación y así, ayudar a los estudiantes a organizar los esquemas generales de pensamiento a través de los cuales estructura su conocimiento” (Obando, G; Múnera, J, 2003, p 197).

Espacio de ejercitación

Después de la socialización, los estudiantes se ven enfrentados al desarrollo de actividades (talleres), para trabajar en equipos, que los convoque a la retroalimentación y ejercitación de las competencias básicas asociadas a los conceptos construidos desde la situación problema. Es de aclarar que el énfasis de las tareas aquí presentes deben fortalecer la fluidez conceptual de los estudiantes, más que el planteamiento, como ocurre usualmente, de ejercicios para aplicar algoritmos mecánicamente. Claro esta que aparece la necesidad de aplicar procedimientos, propiedades y algoritmos ya construidos.

“El desarrollo de las destrezas procedimentales se refiere a conocer los procedimientos matemáticos, conocer cómo y cuándo usarlos apropiadamente y adaptarlos a las diferentes tareas propuestas […] en cierta medida, el desarrollo de las destrezas debe estar vinculado con la comprensión conceptual de los conceptos que fundamentan los procedimientos” (Chamorro, 2003, p 16)

Indagación de resultados:

Desde los mismos procesos generados en el desarrollo de las actividades, la evaluación aparece implícita: a través de la asesoría a los pequeños grupos, se observan los avances en las conceptualizaciones de los estudiantes, y, a partir de la plenaria colectiva, se hacen aportes asociados a los conceptos involucrados. Tanto desde este proceso, como del vivido en el desarrollo de los talleres de ejercitación; se recogen elementos sobre la manera de apropiación del conocimiento para emprender acciones que cualifiquen los procesos (actividades de refuerzo)

En un posición pedagógica orientada en lo fundamentos de las situaciones problema, la evaluación empieza a tomar un cuerpo dentro de las mismas situaciones diseñadas, de manera tal, que el término evaluación empiece a hacerse invisible, en la medida que no perdamos de vista que las aproximaciones a las soluciones (no respuestas) acertadas o con errores son canalizadoras del aprendizaje y a la vez para que den luz verde a los procesos de matematización siguientes. La evaluación puntual, casi siempre al final de un bloque de contenidos, empieza a reorganizarse para privilegiar una evaluación más integral, caracterizada por procesos en los que se tienen en cuenta aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

8.5. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS

Cada autor ha puesto el acento en unas determinadas estrategias. Se centra aquí en tres, aunque ya clásicos, de los más seguidos: Polya, Schoenfeld y Kantowsky.

8.5.1. ESTRATEGIAS DE POLYA

Para Polya (1957, citado en Resnick, 1990), un problema se resuelve correctamente si se siguen los siguientes pasos:

- Comprender el problema
- Concebir un plan para descubrir la solución
- Ejecutar el plan y verificar el procedimiento
- Comprobar el resultado

Cada una de estas fases requiere una serie de estrategias: responder a algunas preguntas o realizar actividades específicas:

a. Comprensión del problema:

Responder a estas preguntas	Realizar estas actividades
- ¿Cuál es la incógnita? - ¿Cuáles son los datos? - ¿Cuáles son las condiciones? - ¿Es posible cumplir las condiciones? - ¿Son suficientes las condiciones para hallar la incógnita? - ¿O son insuficientes? - ¿O son redundantes? - ¿O son contradictorias?	- Dibuje una figura - Adopte una notación adecuada - Separe las diferentes partes de las condiciones - ¿Puede ponerlas por escrito?

b. Concepción de un plan:

Descubra las relaciones entre los datos y la incógnita. Puede verse obligado a tomar en cuenta problemas auxiliares si no encuentra una relación inmediata. Deberá llegar a tener un plan de resolución, y para ello ayudará responder a estas preguntas:

¿Se ha encontrado antes con el problema?

¿Lo ha visto antes de forma diferente?

¿Conoce algún problema relacionado?

¿Conoce algún teorema que pueda ser útil?

También pueden ser pertinentes estas estrategias

Mire la incógnita e intente recordar algún problema familiar que tenga una incógnita igual o parecida. Se trata de hacer suyo el problema, relacionarlo con la experiencia personal. He aquí un problema relacionado con el suyo, y que se ha resuelto antes. En tal caso trate de responder:

¿Podría utilizarlo?

¿Podría utilizar su resultado?

¿Podría utilizar su método?
¿Debería introducir algún elemento auxiliar que pueda utilizar?
¿Podría replantear el problema?
¿Podría volverlo a replantear de otra forma diferente todavía?
Vuelva al planteamiento original.

Si no puede resolver el problema propuesto, intente resolver primero algún problema que se relacione con el mismo. Las siguientes cuestiones le ayudarán:

¿Podría imaginarse algún problema más sencillo, relacionado con este?
¿Algún problema más general?
¿Algún problema más particular?
¿Algún problema análogo?
¿Podría resolver alguna parte del problema?

Mantenga sólo una parte de las condiciones, abandone la otra parte:

¿Hasta qué punto se determina entonces la incógnita?, ¿cómo puede variar?
¿Podría extraer algo práctico a partir de los datos?
¿Podría pensar en otros datos adecuados para hallar la incógnita?
¿Podría cambiar la incógnita, o los datos, o las dos cosas si hace falta, para que la incógnita esté más próxima a los datos nuevos?
¿Ha utilizado todas las condiciones?
¿Ha tenido en cuenta todos los conceptos esenciales que intervienen en el problema?

c. Ejecución del plan:

Cuando lleve a cabo su plan de resolución, compruebe cada paso:
¿Puede ver claramente que el paso es correcto?
¿Puede demostrar que es correcto?

d. Verificación de la solución:

Examine la solución obtenida. Conteste:
¿Puede comprobar el resultado?
¿Puede comprobar el razonamiento?
¿Puede extraer el resultado de otra manera?

¿Puede percibirlo a primera vista?

¿Puede utilizar el resultado, o el método, para algún otro problema?

e. Otras estrategias:

Además, Polya propuso el empleo de diversos métodos heurísticos tales como:

- Descomponer el problema en subproblemas más simples.
- Usar diagramas o gráficas
- Trabajar el problema hacia atrás.

8.5.2. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS SCHOENFELD

Schoenfeld (Santos, 1992) se dedicó desde 1985 a proponer actividades de aprendizaje en el aula; su interés se centraba en la necesidad de propiciar situaciones similares a las condiciones que los matemáticos experimentan en el proceso del desarrollo de las matemáticas. Asume una postura de novato-experto. Su modelo de resolución aborda las siguientes fases:

Análisis, Exploración, Comprobación de la solución.

a. Análisis del problema.

Tres estrategias nos ayudan:

a) Trazar un diagrama, si es posible.

b) Examinar casos particulares, y para ello:

-Elegir valores especiales que sirvan para ejemplificar el problema.

-Examinar casos límites, para explorar la gama de posibilidades.

-Asignar a los parámetros valores y buscar una pauta inductiva.

-Probar a simplificar el problema:

-Sacando partido de posibles simetrías, o

-Mediante razonamientos sin perdida de generalidad (incluidos los cambios de escala).

b. Exploración:

Nos plantea tres posibles estrategias de exploración del problema:

1. Examinar problemas esencialmente equivalentes. Con varios métodos:

a) Por sustitución de las condiciones por otras equivalentes.

b) Por recombinación de los elementos del problema de distintos modos.

c) Introduciendo elementos auxiliares.

d) Replanteando el problema mediante:

- El cambio de perspectiva o notación.
- Considerando el razonamiento por contradicción o el contrarrecíproco.
- Suponiendo que se dispone de una solución y determinando cuáles serían sus propiedades.

2. Examinar problemas ligeramente modificados. También con varios métodos:

   a) Eligiendo subobjetivos (por satisfacción parcial de las condiciones).

   b) Relajando una condición y tratando de volverla a imponer.

   c) Descomponiendo el problema en casos y estudiando caso por caso.

3. Examinar problemas ampliamente modificados. Para ello podemos:

   a) Construir problemas análogos con menos variables.

   b) Mantener fijas todas las variables menos una, para determinar qué efectos tiene esa variable.

   c) Tratar de sacar partido de problemas afines que tengan parecida forma, datos o conclusiones.

c. Comprobación de la solución obtenida

Se ha de responder a cuestiones como:

a. ¿Verifica la solución obtenida los siguientes criterios específicos?
b. ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
c. ¿Esta acorde con predicciones o estimaciones razonables?
d. ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?
e. ¿Es posible obtener la solución por otro metido?
f. ¿Puede quedar concretada en casos particulares?
g. ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?
h. ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

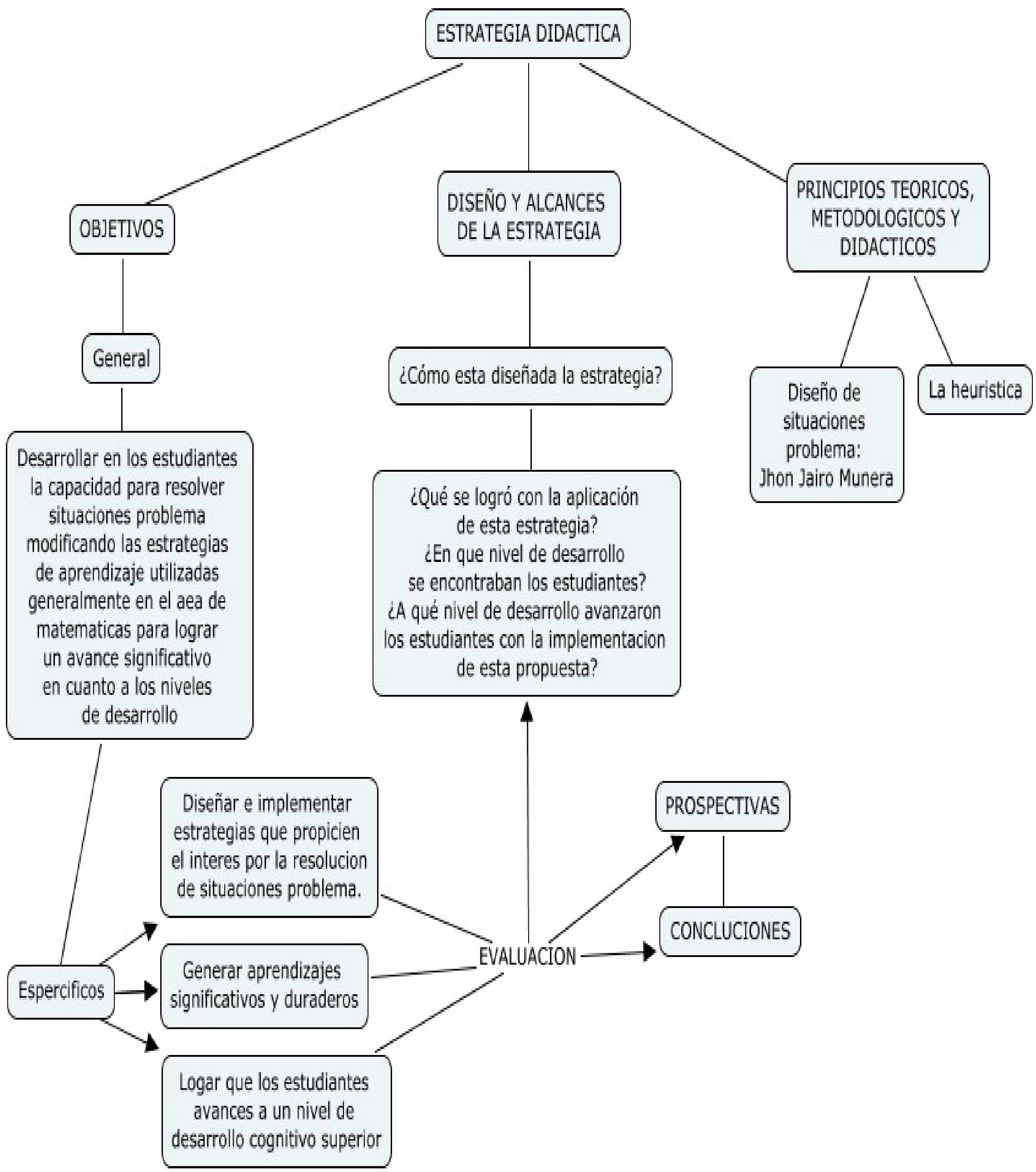
8.5.3. ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS KANTOWSKY

Por último, Kantowsky (1980 citado en Alsina) propone los siguientes procesos heurísticos que se pueden emplear en un proceso de solución de problemas matemáticos:

1. Dibujar un diagrama (figura, esquema, tabla).
2. Examinar un caso especial.
3. Identificar lo que se busca y lo que se da.
4. Identificar información relevante e irrelevante (examinar toda la información dada).
5. Trabajar hacia adelante desde el principio con la información dada.
6. Trabajar hacia atrás desde la conclusión.
7. Buscar un patrón o encontrar una generalización.
8. Buscar un problema relacionado (énfasis en estructura similar).
9. Buscar un teorema, definición, operación o algoritmo que se aplique al problema.
10. Resolver parte del problema.
11. Verificar la solución.
12. Examinar si existe otra manera de encontrar la solución (soluciones alternas).
13. Examinar si se puede obtener otra solución (originalidad), y
14. Estudiar el proceso de resolución.

9. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA

9.1. PRESENTACION



9.2. OBJETIVOS

9.2.1. OBJETIVO GENERAL

Desarrollar en los estudiantes la capacidad para resolver problemas modificando las estrategias de aprendizaje utilizadas generalmente en el área de matemáticas para lograr un avance significativo en cuanto a la adquisición de competencias matemáticas.

9.2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Diseñar e implementar estrategias metodológicas y didácticas que propicien el interés y la motivación por la resolución de problemas dentro del contexto en el que se desenvuelve el estudiante.

- Generar aprendizajes significativos y duraderos a través de la resolución de problemas que potencie competencias matemáticas en los estudiantes.

- Lograr que los estudiantes avancen de un nivel de desarrollo a otro mediante la resolución de problemas.

9.3. DISEÑO Y ALCANCES DE LA ESTRATEGIA

Esta propuesta de intervención esta diseñada desde el punto de vista pedagógico de las situaciones problemas eje central de la educación matemática en la actualidad. De esta manera se busca convencer a los docentes y a los estudiantes de los beneficios que trae consigo la implementación de esta metodología dentro del aula.

Desde este punto de vista se pensó en el diseño de algunas situaciones problema basadas en los planteamientos hechos por reconocidos autores como el profesor Orlando Mesa Jhon Jairo Múnera, Polya entre otros con el propósito de dinamizar los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas dentro del aula para un avance significativo de los estudiantes en cuanto a procesos generales del área. Así mismo se pretende mostrar la matemática como una disciplina que no solo se limita a la resolución mecánica de ejercicios y a la aplicación de algoritmos y fórmulas sino a procesos amplios de análisis y abstracción tendientes al desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes.

Las situaciones diseñadas permitieron en primera instancia determinar el nivel de desarrollo en el que se encontraban los estudiantes en el área de matemáticas y seguidamente lograr un avance significativo en cuanto al desarrollo de competencias para la resolución de situaciones problemas. (Ver anexo ficha diagnostica)

Basados en los niveles de desarrollo de los Van Hiele se pudo determinar que los estudiantes a intervenir se encontraban en un nivel 1 de análisis pues ellos estaban en la capacidad de visualizar superficialmente los componentes de un problema sin lograr un análisis profundo de las variables que intervienen en él para solucionarlo correctamente.

Los estudiantes no estaban en la capacidad de reconocer dentro de un problema las propiedades que son aplicables para su correcta resolución y tampoco establecían relaciones entre esas propiedades ni las consecuencias de esas relaciones. Además algunos estudiantes no alcanzaban a identificar las operaciones adecuadas para resolver una situación problema aunque si sabían resolver una determinada operación (el estudiante no identifica que un problema se resuelve con una multiplicación pero si sabe multiplicar.)

De acuerdo a las líneas anteriores el avance al nivel dos de ordenación y clasificación se convierte en la meta de esta propuesta. Se busca que los estudiantes accedan a un nivel más profundo de análisis de las situaciones propuestas mediante el establecimiento de relaciones entre las variables que las componen y de las propiedades que están inmersas en ellas.

Para esto se crearon algunas situaciones tendentes a que el estudiante desarrollara la capacidad de reconocer en una situación problema las variables que la conforman de establecer relaciones entre dichas variables de reconocer la operación u operaciones que permiten resolver dicha situación y finalmente dar solución a esta. Además desarrollar habilidades de razonamiento que le permitan al estudiante enfrentarse de manera segura y adecuada a situaciones menos convencionales y que den muestra de procesos de abstracción y análisis mas elaborados. (Ver anexos estrategas didácticos implementados)

Después de implementar las estrategas didácticas mencionadas se observa en los estudiantes en primera instancia un cambio de actitud hacia las matemáticas y mas específicamente al momento de enfrentarse a situaciones problemas. Se nota mayor seguridad para darle solución a las situaciones propuestas abstracciones mejor estructuradas y explicaciones mucho mas precisas de los procedimientos realizados.

De igual manera se evidencia una mejor apropiación de las temáticas desarrolladas ya que los estudiantes le encuentran un mayor sentido y significado a estas en su aplicación a situaciones reales. Así mismo, los estudiantes adquirieron habilidades de pensamiento que les permiten enfrentarse a situaciones que les exigen un mayor grado de abstracción y razonamiento por su propio nivel de complejidad, ya que más que conocimientos específicos requieren del estudiante una competencia matemática más avanzada. Además los estudiantes están ahora en la capacidad de crear sus propias situaciones problemas y de darles solución.

Esta propuesta presenta novedades en cuanto a la enseñanza y a la forma de concebir la matemática, pues muestra un camino por el cual esta disciplina toma verdadero sentido dejando ver que es aplicable a la realidad rompiendo con algunos paradigmas que han existido durante mucho tiempo y que muestran la matemática como una área difícil de trabajar y con poca aplicación a las situaciones cotidianas.

Para los docentes de matemáticas tanto en ejercicio como en formación esta propuesta constituye uno de los tantos aportes significativos en cuanto a la enseñanza de la matemática que los invita a replantear sus prácticas pedagógicas y hacer de ellas el mejor camino para que los estudiantes adquieran los conocimientos y desarrollen las competencias que el mundo actual les exige para un buen desenvolvimiento en todos los aspectos de la vida.

Sin embargo esta propuesta es solo el inicio de un trabajo mancomunado de todos los docentes de matemáticas que creen en la revolución curricular de la educación matemática el cual debe propender por el mejoramiento de los procesos de enseñanza aprendizaje para alcanzar los objetivos que se plantean.

9.4. PRINCIPIOS TEÓRICOS, METODOLÓGICOS Y DIDÁCTICOS QUE SUSTENTAN LA PROPUESTA

9.4.1. CARACTERÍSTICAS DE LAS MEJORES PRÁCTICAS PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS

El objetivo al enseñar matemáticas es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen capacidad matemática. Los estudiantes deben desarrollar la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos. Deben estar en capacidad de ver y creer que la matemática hace sentido y que es útil para ellos. Maestros y estudiantes deben reconocer que la habilidad matemática es parte normal de la habilidad mental de todas las personas, no solamente de unos pocos dotados.

Enseñar capacidad matemática requiere ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación. Se debe alentar a los estudiantes a formular y resolver problemas relacionados con su entorno para que puedan ver estructuras matemáticas en cada aspecto de sus vidas. Experiencias y materiales concretos ofrecen las bases para entender conceptos y construir significados. Los estudiantes deben tratar de crear su propia forma de interpretar una idea, relacionarla con su propia experiencia de vida, ver cómo encaja con lo que ellos ya saben y qué piensan de otras ideas relacionadas.

La solución de problemas es el núcleo de un currículo que fomenta el desarrollo de la capacidad matemática. Ampliamente definida, la solución de problemas es parte integral de toda actividad matemática. En lugar de considerarse como un tópico separado, la solución de problemas debería ser un proceso que permea el currículo y proporciona contextos en los que se aprenden conceptos y habilidades. La solución de problemas requiere que los estudiantes investiguen preguntas, tareas y situaciones que tanto ellos como el docente podrían sugerir. Los estudiantes generan y aplican estrategias para trabajarlos y resolverlos.

Los estudiantes necesitan muchas oportunidades de usar el lenguaje para comunicar ideas matemáticas. Discutir, escribir, leer y escuchar ideas matemáticas profundiza el entendimiento en esta área. Los estudiantes aprenden a comunicarse de diferentes maneras relacionando activamente materiales físicos, imágenes y diagramas con ideas matemáticas; reflexionando sobre ellas y clarificando su propio pensamiento; estableciendo relaciones entre el lenguaje cotidiano con ideas y símbolos matemáticos; y discutiendo ideas matemáticas con sus compañeros.

Razonar es fundamental para saber y hacer matemáticas. El estudiante debe entender que la matemática tiene sentido, que no es simplemente un conjunto de reglas y procedimientos que se deben memorizar. Por ese motivo necesitan experiencias en las que puedan explicar, justificar y refinar su propio pensamiento, no limitarse a repetir lo que dice un libro de texto. Necesitan plantear y justificar sus propias conjeturas aplicando varios procesos de razonamiento y extrayendo conclusiones lógicas.

Los conceptos de números, operaciones, y cálculos deben ser definidos, concebidos, y aplicados, ampliamente. Los problemas del mundo real requieren una diversidad de herramientas para poder manejar la información cuantitativa. Los estudiantes deben tener una buena cantidad de experiencias para poder desarrollar un sentido intuitivo de números y operaciones; una forma de "sentir" lo que está ocurriendo en las distintas situaciones en las que se podrían utilizar varias operaciones.

Uno de los mayores propósitos de la evaluación es ayudar a los maestros a entender mejor qué saben los estudiantes y a tomar decisiones significativas sobre actividades de enseñanza y aprendizaje. Debe usarse una diversidad de métodos de evaluación para valorar a los estudiantes individualmente, incluyendo pruebas escritas, orales y demostraciones, las cuáles deben todas concordar con el currículo. Todos los aspectos del conocimiento matemático y sus relaciones deben ser valorados y utilizados para ayudar al profesor a planear actividades de enseñanza y aprendizaje. Las pruebas estandarizadas cumplen una mejor función en la evaluación de programas que en la evaluación de estudiantes individuales.

9.4.2. LA HEURISTICA

La enseñanza a través de la resolución de problemas es actualmente el método más invocado para poner en práctica el principio general de aprendizaje activo y de inculturación. Lo que en el fondo se persigue con ella es transmitir en lo posible de una manera sistemática los procesos de pensamiento eficaces en la resolución de verdaderos problemas.

Tengo un verdadero problema cuando me encuentro en una situación desde la que quiero llegar a

otra, unas veces bien conocida, otras un tanto confusamente perfilada, y no conozco el camino que me puede llevar de una a otra. Nuestros libros de texto están, por lo general, repletos de meros ejercicios y carentes de verdaderos problemas. La apariencia exterior puede ser engañosa.
El estudiante tiene los caminos bien marcados. Si no es capaz de resolver un problema semejante, ya sabe que lo que tiene que hacer es aprenderse la lección primero.

La enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

Se trata de considerar como lo más importante:

- Que el estudiante manipule los objetos matemáticos;
- Que active su propia capacidad mental;
- Que ejercite su creatividad;
- Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento a fin de mejorarlo conscientemente;
- Que, en lo posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental;
- Que adquiera confianza en sí mismo;
- Que se divierta con su propia actividad mental;
- Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana;
- Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

¿Cuáles son las ventajas de este tipo de enseñanza? ¿Por qué esforzarse para conseguir tales objetivos? He aquí unas cuantas razones interesantes:

- Porque es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas;
- Porque el mundo evoluciona muy rápidamente: los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos;
- Porque el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio, autorrealizador y creativo;
- Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de la matemática;

- Porque es aplicable a todas las edades.

¿En qué consiste la novedad? ¿No se ha enseñado siempre a resolver problemas en nuestras clases de matemáticas?

Posiblemente los buenos profesores de todos los tiempos han utilizado de forma espontánea los métodos que ahora se propugnan. Pero lo que tradicionalmente se ha venido haciendo por una buena parte de nuestros profesores se puede resumir en las siguientes fases:
Exposición de contenidos - ejemplos - ejercicios sencillos - ejercicios más complicados - ¿problemas?

La forma de presentación de un tema matemático basada en el espíritu de la resolución de problemas debería proceder más o menos del siguiente modo:

- Propuesta de la situación problema de la que surge el tema (basada en la historia, Aplicaciones, modelos, juegos...)
- Manipulación autónoma por los estudiantes
- Familiarización con la situación y sus dificultades
- Elaboración de estrategias posibles
- Ensayos diversos por los estudiantes
- Herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados)
- Elección de estrategias
- Ataque y resolución de los problemas
- Recorrido crítico (reflexión sobre el proceso)
- Afianzamiento formalizado (si conviene
- Generalización
- Nuevos problemas
- Posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas...

En todo el proceso el eje principal ha de ser la propia actividad dirigida con tino por el profesor, colocando al estudiante en situación de participar, sin aniquilar el placer de ir descubriendo por sí mismo lo que los grandes matemáticos han logrado con tanto esfuerzo. Las ventajas del procedimiento bien llevado son claras: actividad contra pasividad, motivación contra aburrimiento, adquisición de procesos válidos contra rígidas rutinas inmotivadas que se pierden en el olvido....

El método de enseñanza por resolución de problemas presenta algunas dificultades que no parecen aún satisfactoriamente resueltas en la mente de algunos profesores y mucho menos en la forma práctica de llevarlo a cabo. Se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir, la atención a los procesos de pensamiento, y los contenidos específicos del pensamiento matemático.

Sobre la preparación necesaria para la enseñanza de la matemática a través de la resolución de problemas

La preparación para este tipo de enseñanza requiere una inmersión personal, seria y profunda. No se trata meramente de saber unos cuantos trucos superficiales, sino de adquirir unas nuevas actitudes que calen y se vivan profundamente.

Esta tarea se realiza más efectivamente mediante la formación de pequeños grupos de trabajo. **El trabajo en grupo en este tema tiene una serie de ventajas importantes:**

- Proporciona la posibilidad de un gran enriquecimiento, al permitirnos percibir las distintas formas de afrontar una misma situación-problema;
- Se puede aplicar el método desde diferentes perspectivas, unas veces en el papel de moderador del grupo, otras en el de observador de su dinámica;
- El grupo proporciona apoyo y estímulo en una labor que de otra manera puede resultar dura, por su complejidad y por la constancia que requiere;
- El trabajo con otros nos da la posibilidad de contrastar los progresos que el método es capaz de producir en uno mismo y en otros;
- El trabajo en grupo proporciona la posibilidad de prepararse mejor para ayudar a nuestros estudiantes en una labor semejante con mayor conocimiento de los resortes que funcionan en diferentes circunstancias y personas.

Algunos de los aspectos que es preciso atender en la práctica inicial adecuada son los siguientes:

- Exploración de los diferentes bloqueos que actúan en cada uno de nosotros, a fin de conseguir una actitud sana y agradable frente a la tarea de resolución de problemas.
- Práctica de los diferentes métodos y técnicas concretas de desbloqueo.

- Exploración de las aptitudes y defectos propios más característicos, con la elaboración de una especie de autorretrato heurístico.
- Ejercicio de diferentes métodos y alternativas.
- Práctica sostenida de resolución de problemas con la elaboración de sus protocolos y su análisis en profundidad.

9.4.3. PAUTAS PARA EL DISEÑO DE SITUACIONES PROBLEMA EN LA ENSEÑANZA DE CONTENIDOS MATEMÁTICOS[21]

En general podemos considerar una situación problema como un espacio de informaciones e interrogantes a los cuales el sujeto está convocado a responder, con el fin de generar y movilizar niveles de respuestas y preguntas frente a un saber específico. El objetivo principal de una situación es desencadenar un aprendizaje.

Crear situaciones problema desde esta perspectiva significa: primero, conocer el saber específico que se propone enseñar; segundo, recontextualizarlo de acuerdo a las condiciones del educando, lo que confirma la importancia de tener conocimiento de las competencias mentales y los saberes previos del individuo.

En el caso de la matemática, un problema "clásico", puede ser mediador para desencadenar aprendizajes significativos. Una de las dificultades en este campo, es que la solución de problemas ha sido llevada a cabo, al final de la presentación teórica del tema, a manera de ejercicios de aplicación, y lo que es peor, resueltos a través de estrategias aceptadas e impuestas.

En términos de Carmen Chamorro[22] las situaciones planteadas deben tender a: "familiarizar al estudiante con procesos de uso común en la matemática, tales como la formulación y validación de hipótesis". Además también, creemos que debe propiciar espacios que le permitan particularizar, generalizar, conjeturar y verificar; características que son propias del razonamiento matemático.
Al respecto afirma John Mason[23]: "El pensamiento matemático se apoya en una atmósfera de interrogantes, desafíos y reflexión con abundante tiempo y espacio, creando desafío, sorpresa y contradicción".

---

[21] Por: John Jairo Múnera Córdoba

[22] CHAMORRO, Carmen. El Aprendizaje Significativo en el área de las matemáticas. España, 1992, p. 11.
[23] MASON, John y otros. Pensar Matemáticamente.1a Edición. España: Ed. Labor, 1984, p.167. Traducción de Mariano Martínez

En estos espacios de interacción, el estudiante va cambiando sus comportamientos e ideas frente al "objeto" en cuestión, razón por la cual es importante que el profesor conozca lo que está en la mente del estudiante durante todo el proceso de adquisición de conocimiento y no sólo con motivo de las evaluaciones.

Elementos constitutivos de una situación problema

El profesor Mesa, de acuerdo a su interpretación de la orientación constructivista, propone abordar el diseño de las estrategias de intervención pedagógica hacia el aprendizaje matemático, de acuerdo al siguiente orden: La selección de un motivo o problema inicial , la organización básica de los contenidos temáticos que el motivo permite trabajar, la estructuración de niveles de conceptualización, la selección de preguntas y actividades fundamentales, las posibilidades de motivación hacia otros aprendizajes y la evaluación de los procesos de aprendizaje. La interpretación que hace de estos elementos la presenta a través de un ejemplo[24] basado en el "Triángulo de Pascal" que le viene permitiendo un trabajo didáctico bastante interesante.

En adelante se pretende armar de significado cada uno de estos elementos, con el fin de que puedan servir de apoyo a los docentes para la creación de sus propias situaciones de aprendizaje.

Selección de un motivo o problema inicial

Entendemos por "motivo" todo aquel "medio" que se convierte en mediador para facilitar una situación de aprendizaje. Lo que aquí es motivo, para Puig Adam[25] es modelo matemático, del que afirma "Un modelo matemático es todo aquel material capaz de traducir o de sugerir ideas matemáticas".

Un motivo, no necesariamente se reduce a un objeto físico. En un sentido más amplio, es todo material concreto o abstracto que posibilite desencadenar conceptos matemáticos acordes con las competencias del individuo y los contenidos curriculares.

Podemos entonces considerar como objetos concretos, todos aquellos que son manipulados a la luz de la acción física. Los objetos abstractos, son aquellos tenidos como "ideas" y que ya se comprenden a la luz de las operaciones mentales; serían aquellos que según el profesor Vasco se

[24] Este ejemplo puede estudiarse en: MESA B, Orlando. Propuesta para el Diseño de Estrategias Pedagógicas en la Enseñanza de las Matemáticas. Universidad de Antioquia, 1.994, p. 24-28

[25] PUIG A, Pedro. Modelos preparados y Modelos hechos. En: El material para la enseñanza de las matemáticas. Versión española de Gonzalo Medina. p. 192-221

denominan saberes concretos. Por ejemplo: la tabla de multiplicar, el Triángulo de Pascal, un gráfico, una definición, un teorema, entre otros.

Los objetos físicos para las actividades matemáticas, suelen agruparse en dos grandes grupos: discretos y continuos. Los primeros se caracterizan por ser rígidos, es decir que si se les somete a deformaciones cambian sus características principales, por ejemplo: palitos, canicas, tablas, tapas de envases, figuras geométricas. Los segundos se caracterizan por ser moldeables como el caso de: bandas elásticas, aserrín, arcilla, plastilina, agua, arena, etc.

Cada uno de estos objetos posibilita trabajos importantes en la enseñanza de la matemática. En este sentido escribe el profesor Mesa[26]: "Los objetos discretos facilitan el trabajo hacia el cálculo aritmético puesto que, cuando el niño los junta o separa está percibiendo las propiedades cuantitativas entre colecciones: ¿dónde hay más, dónde hay menos?, poniendo en funcionamiento el pensamiento lógico, propio de los comportamientos de clasificación y seriación.

Los objetos continuos movilizan más el llamado por Piaget, pensamiento infralógico; esto es el pensamiento que relaciona un objeto con sus partes constituyentes. Se manifiesta, por ejemplo, cuando el niño construye un objeto cualquiera a partir de otros objetos, o construye un objeto juntando las partes conocidas de él (rompecabezas). Este pensamiento facilitará el aprendizaje de las relaciones geométricas".

Organización básica de los contenidos temáticos

Como ya se dijo antes, para el diseño de una situación problema, además de conocer las estructuras asimilativas del individuo y su entorno, es necesario "dominar" el saber cultural que se quiere enseñar; se debe consultar cada área del conocimiento específico, con el fin de seleccionar el tema que se desea dar a conocer y los contenidos que le subyacen.

Específicamente, nos corresponde consultar la matemática para comprender en ella su carácter jerárquico y formal, y escoger los contenidos propuestos por el currículo escolar, para su posterior organización al interior de la situación; es decir, se trata de establecer niveles de conceptualización y simbolización que permitan un acercamiento progresivo a la significación matemática.

[26] MESA B, Orlando. Criterios y Estrategias para la enseñanza de las matemáticas. Universidad de Antioquia. Medellín, 1994.

Al respecto, escribe Carmen Chamorro[27]: "El carácter jerárquico de los contenidos obliga a una elección minuciosa que respete los procesos de construcción de la ciencia matemática; cualquier currículo que desconociese o ignorase esta jerarquía provocaría grandes discontinuidades del pensamiento y haría imposible la comprensión por parte del estudiante".

La estructuración de niveles de conceptualización

Según Mario Carretero, el conocimiento que se transmite en cualquier situación de aprendizaje debe estar estructurado no sólo en sí mismo, sino respecto al conocimiento que ya posee el estudiante. En términos del profesor Mesa[28], "se trata de diseñar redes conceptuales entre las concepciones que el motivo genera en los estudiantes y los conceptos formales de la matemática. Redes que se caracterizan por aceptar aproximaciones empíricas, tanteos, búsqueda de algoritmos, verificaciones, confrontaciones e intuición de conjeturas".

Las reorganizaciones conceptuales no son invariantes, estas se modifican en la medida que las conductas de los estudiantes lo exijan. Lo importante es buscar que adecuen los contenidos a los estados de conocimiento de los estudiantes y, cuando las condiciones lo exijan, presentar una síntesis o información teórica que los estructure semántica y sintácticamente; es decir, con sentido y con la simbolización respectiva.

La selección de preguntas y actividades fundamentales

Las preguntas deben constituirse como una alternativa de iniciar la movilización de los conceptos básicos que giran en torno a un determinado tema, es decir no son más que otra manera de dinamizar la enseñanza, vinculando la actividad del estudiante a su propio aprendizaje.

Los interrogantes deben planearse desde las pretensiones curriculares, de tal manera que permitan alcanzar los logros propuestos.

No podemos desconocer que durante la intervención, también surgen otros interrogantes en los estudiantes, los cuales se deben tener en cuenta para ayudarlos a encontrar las respuestas por ellos mismos.

---

[27] CHAMORRO, op. cit., p. 12.

[28] Puede encontrarse más información sobre este tema en: MESA B, Orlando. Criterios y Estrategias para la Enseñanza de las Matemáticas. Universidad de Antioquia. Medellín, 1.994, p. 8.

Para concluir este tópico, son adecuadas las palabras de Mario Carretero[29], al respecto: "La estrategia que se ha mantenido desde la posición constructivista es la creación de conflictos cognitivos o contradicciones. Se trata de que el profesor produzca situaciones que favorezcan la comprensión por parte del estudiante, de que exista un conflicto entre su idea sobre un determinado fenómeno y la concepción científicamente correcta".

Posibilidades de motivación hacia otros aprendizajes

Las preguntas planteadas durante la intervención deben ser de dos clases: cerradas y abiertas:

Las cerradas, con el fin de registrar los logros alcanzados al rededor de los aprendizajes básicos.

Las abiertas, para promover la reflexión, la creatividad y la investigación. Estas pueden estar relacionadas con la motivación hacia otros conceptos que se derivan de los contenidos básicos. Es decir, de producir interés por la búsqueda de otros aprendizajes no planeados desde la situación problema.

9.4.4. LA EVALUACIÓN DE LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE

Los procesos de evaluación han sido objeto de una amplia discusión en los círculos académicos dedicados a la educación. Mario Carretero[30] escribe: "Además de las ideas previas, es importante analizar el proceso de interacción entre el conocimiento nuevo y el que ya poseen. De esta manera, no es tan importante el producto final que emite el estudiante, como el proceso que lleva a dar una determinada respuesta".

Desde esta perspectiva, se pone de manifiesto, que el profesor debe prestar atención a las concepciones de los estudiantes, no sólo antes de que comience el proceso de aprendizaje, sino también a las que se van generando durante el mismo. Es decir, que es importante conocer lo que está en la mente de los estudiantes durante todo el proceso de enseñanza. En oposición a como se ha evaluado hasta ahora: todo el proceso se reduce a sacar "notas" a través de un "examen"

Según el profesor Mesa[31], "Evaluar el proceso de aprendizaje significa aproximarse al estado de comprensión logrado por los estudiantes". Se busca, entonces, cualificar los niveles de comprensión durante toda la intervención.

---

[29] CARRETERO, Op. cit., p. 58.
[30] Ibíd. p. 58.
[31] Mesa, Op. Cit., p. 11

De lo planteado hasta el presente, se deduce que esta manera de evaluar debe respetar los ritmos de aprendizaje y que los errores presentes en las respuestas deben ser canalizados como agentes mediadores para provocar cambios conceptuales en los estudiantes.

Los programas educativos se han caracterizado por planear cada área a través de objetivos "específicos" con tiempos preestablecidos, de tal manera que sean alcanzados en el mismo tiempo por todos los estudiantes.

La evaluación por procesos sugiere un cambio en la planeación curricular, en la que se precisen los logros básicos, para ser alcanzados en diferentes tiempos, respetando los diferentes ritmos de aprendizaje. Esto, "rompe" con aquella enseñanza que se ha caracterizado, en general, por la presentación sucesiva y lineal de contenidos que se supone genera un avance en los estudiantes.

Carmen Chamorro[32] se refiere a los ritmos de aprendizaje de la siguiente manera: "El tiempo de aprendizaje corresponde al ritmo real del individuo que aprende, es característico de cada individuo y se sabe que no es continuo. Es decir, el tiempo de aprendizaje implica avances y retrocesos, que dependen, entre otras cosas, de las retroacciones"

El papel del error en la evaluación es fundamental cuando éste es considerado por el profesor para acompañar al estudiante o grupo de estudiantes, con miras a motivar las diferentes respuestas a través de la confrontación o presentación de nuevos interrogantes que conduzcan a la creación de un ambiente interesante y, por consiguiente, poco tensionante para el estudiante. Al respecto afirma, Carmen Chamorro[33]:

El error pone de manifiesto las concepciones erróneas o incompletas, la construcción defectuosa de conceptos o relaciones, o, simplemente, las lagunas de conocimientos, y sólo tomándolos en consideración pueden reorientarse las actividades de aprendizaje. Es decir, el error, que habitualmente es interpretado como índice de lo que el estudiante no sabe hacer, debe tomarse como índice de que el estudiante sabe alguna cosa incorrecta o incompleta, para, partiendo de ahí, ayudarle a construir el conocimiento correcto.

[32] CHAMORRO, Op. cit., p. 23
[33] Ibíd. p. 38

9.5. UNIDAD DIDACTICA IMPLEMENTADA EN ESTA PROPUESTA

Situación problema: La tienda

INTRODUCCION

Hoy la enseñanza de la matemática ha tomado un rumbo distinto pues los educadores han cambiado la enseñanza que se basaba en orientar y realizar ejercicios a desarrollar las habilidades para resolver problemas y despertar el pensamiento critico en los niños y las niñas.

Las investigaciones más recientes sobre la psicología evolutiva señalan que los niños antes de ingresar a la escuela ya poseen un conocimiento matemático que es adquirido a través de las observaciones y el contacto con el mundo que le rodea. Este es un conocimiento que se denomina conocimiento informal y hace que los niños nombren conceptos numéricos y operen con dichos conceptos.

Cuando el niño ingresa a la escuela este conocimiento se vuelve formal pues adquieren su aprendizaje a través de la organización de los conceptos por medio de una educación sistemática. El niño aprende matemática cuando desarrolla la capacidad para pensar y no cuando memoriza o adquiere conductas para obtener respuestas correctas, este aprendizaje solo se logra cuando la enseñanza solo se adapta a los procesos de pensamiento y a las estrategias naturales de solución que los niños emplean. Los niños no aprenden matemáticas mediante la exposición magistral, solo aprende cuando desarrolla la capacidad de asimilar e interpretar su propio esquema mental.

Antes de aprender a usar los sistemas de notación simbólica de numeración y cálculo los niños son capaces de hacer operaciones mentales y expresar el resultado en forma oral. La implementación del cálculo mental en la escuela trae grandes beneficios a los alumnos, pues ayudan a darle sentido a las matemáticas, proporcionan la base conceptual para los algoritmos pero lo mas importante es que llegan a valorizar y disfrutar del pensamiento matemático y abandonan la obsesión por obtener la respuesta correcta.

JUSTIFICACIÓN

La matemática, lo mismo que otras áreas del conocimiento, están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que pueden asumir los retos del siglo XXI. Se propone pues una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no solo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamientos ampliamente aplicables y útiles para aprender cómo aprender.

Por esto, es importante, para lograr los niveles de calidad educativa que se exigen a nivel nacional, que los maestros de matemáticas se interesen por crear nuevas estrategias pedagógicas para la enseñanza de los conocimientos y por la creación de currículos renovados mucho más atractivos para los estudiantes, puesto que, el aprendizaje de la matemática debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a los demás.

Igualmente, es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlo y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista.

Por estas razones, esta unidad didáctica cobra realmente importancia dentro de la enseñanza de las matemáticas, puesto que partiendo del medio donde el estudiante vive y conoce, se enseñan los conocimientos que el necesita para desenvolverse dentro de la sociedad como un miembro activo y participativo.

ADAPTACIÓN CURRICULAR

MOTIVO:

La tienda

GRADOS: TERCERO Y CUARTO

Los estándares curriculares que se trabajan en la presente Unidad Didáctica pertenecen a los grados tercero y cuarto según parámetros del Ministerio de Educación Nacional, de ahí que la Unidad esté dirigida a este grupo de grados.

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar la habilidad del pensamiento lógico reflexivo en los estudiantes del grado tercero y cuarto, para la resolución de problemas de la vida diaria en las matemáticas, posibilitando el uso y la consolidación de diferentes conocimientos que involucran los pensamientos numérico y pensamiento métrico y sistemas de medidas

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Mejorar en los estudiantes su capacidad de análisis deductivo y habilidades para formular y resolver problemas de la vida diaria.
- Describir procedimientos y estrategias utilizadas en la resolución de problemas matemáticos, utilizando las cuatro operaciones básicas, a partir de información recopilada en su entorno inmediato
- Aplicar los conocimientos aritméticos para comprender y analizar diferentes situaciones.
- Encontrar diferentes relaciones matemáticas en el contexto cotidiano donde se desenvuelve el estudiante

CONCEPTOS

- Números naturales y decimales
- Operaciones
- Masa

- Fracción
- Datos
- frecuencia

CONTENIDOS

SISTEMA DE NUMERACION DECIMAL

- Adición de números naturales
- Sustracción de números naturales
- Prueba de la resta
- La multiplicación de números naturales
- División de números naturales
- Prueba de la división
- Números decimales
- Operación con números decimales

FRACCIONES

- Interpretaciones de una fracción.
- Comparación de fracciones

SISTEMA MÉTRICO

- Unidades de medida.
- Múltiplos del gramo

ACTITUDES:

- Valoración de la importancia de las matemáticas para resolver situaciones cotidianas.
- Interés por la presentación clara y ordenada de los trabajos: operaciones, gráficos, dibujos...
- Interés por desarrollar estrategias personales en la resolución de problemas.
- Persistencia en la búsqueda de soluciones.
- Valoración positiva del trabajo y esfuerzo personal y del de los compañeros
- Valoración de la necesidad de conocer y utilizar un vocabulario específico para referirnos a conceptos matemáticas.
- Mostrar curiosidad por las situaciones lúdicas de la matemática.

- Valoración del sistema métrico decimal como sistema de medida aceptado a nivel internacional.
- Promover el mejoramiento de la autoestima de cada estudiante y su valoración del otro, por medio del trabajo colaborativo
- Valorar la autoestima, responsabilidad individual y colectiva frente a trabajos y tareas.
- Respetar y valorar las ideas y creencias diferentes a las propias.

PENSAMIENTO DIRECTO:

- Pensamiento Numérico y Sistemas numéricos

PENSAMIENTO INDIRECTO:

- Pensamiento Aleatorio y recolección de datos
- Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
- Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas
- Pensamiento geométrico

ESTANDARES CURRICULARES DE MATEMÁTICA: (Tercero y Cuarto)

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SIST EMAS NUMÉRICOS

- Reconocer significados de los números en diferentes contextos.
- Describir, comparar y cuantificar situaciones con diversas representaciones de los números en diferentes contextos.
- Usar representaciones principalmente concretas y pictóricas para expresar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.
- Reconocer el efecto que tienen las operaciones básicas sobre los números.
- Identificar regularidades y propiedades de los números mediante diferentes instrumentos de cálculo.
- Resolver y formular problemas aditivos de composición y transformación.
- Interpretar las fracciones en diferentes contextos:
  - Situaciones de medición
  - Razones y Proporciones.
- Analizar y explicar las distintas representaciones de un mismo número (naturales, fracciones, decimales, porcentajes).
- Utilizar la notación decimal para expresar las fracciones en diferentes contextos.

- Resolver y formular problemas cuy a estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones
- Resolver y formular problemas aditivos de composición, transformación, comparación e igualación.
- Usar diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Identificar, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
- Justificar regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones utilizando calculadoras o computadores.

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SIS TEMAS DE MEDIDAS

- Diferenciar atributos mensurables de los objetos y eventos (longitud, superficie, volumen, capacidad, masa-peso, tiempo y amplitud angular) en diversas situaciones.
- Seleccionar unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Utilizar y justificar el uso de la estimación en situaciones de la vida social, económica y en las ciencias

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SIS TEMAS DE DATOS

- Representar datos usando tablas y gráficas (de barras, diagramas de líneas, Diagramas circulares).
- Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Interpretar información presentada en tablas y gráficas (de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas y experimentos.

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SIS TEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

- Describir e interpretar variaciones representadas en gráficos.

MEDIOS:

Objetos físicos: Los materiales que se requieren para el diseño y aplicación de esta Unidad Didáctica son los siguientes:

- ✓ Hojas de bloc
- ✓ Cartulina
- ✓ Papel boom
- ✓ Cuaderno
- ✓ Colores
- ✓ Marcadores
- ✓ Lápiz
- ✓ Regla
- ✓ Tizas
- ✓ Borrador
- ✓ Billetes de papel

Objetos abstractos:

El manejo de información sobre las tiendas visitadas, para representarlos en gráficos, y todo lo relacionado con los diferentes conjuntos numéricos (operaciones, relaciones, medición, conteo, comparación, codificación, entre otros)

Documentos escritos:

- ✓ Guías
- ✓ Talleres
- ✓ Cronograma
- ✓ Documento sobre matemática formal.

Instrumentos:

- ✓ Balanza
- ✓ Calculadora

AMBIENTES DE APRENDIZAJE:

Las tiendas cercanas al colegio: En este lugar los alumnos podrán recolectar la información necesaria para realizar las actividades que se llevarán a cabo en la unidad didáctica.

Salón de clase: en este caso el aula tradicional nos sirve para llevar a cabo los procesos de inducción, institucionalización, evaluación y socialización que les permitan adentrarse más en la unidad didáctica.

La cancha de microfútbol: En este espacio se hará el simulacro de la tienda y la venta de los productos que serán llevados por los mismos alumnos

El restaurante escolar: este lugar servirá para que los alumnos preparen las recetas sugeridas por cada grupo.

ROLES:

ROL DEL DOCENTE:

Salón de clase:

- ✓ Es el encargado de organizador y guiar la situación.
- ✓ Es el que institucionaliza.
- ✓ Es un guía y observador

En las tiendas visitadas:

Orientador

Acompañamiento permanente

Hacer sugerencias y correcciones

En la cancha de microfútbol:

- Es el encargado de organizador y guiar la situación.
- Acompañara al estudiante durante el proceso
- Ayudarle en caso de ser necesario
- Observador y guía

En el restaurante:

- Dar las orientaciones pertinentes para evitar accidentes.
- Orientar la preparación de las recetas.
- Observador y guía.

ROL DEL ESTUDIANTE:

Salón de clase

- Ejecutor de actividades, hipótesis y planes de acción.
- Cumplidor de compromisos y responsabilidades
- Elaborador de generalizaciones, inquietudes, interrogantes e hipótesis.
- Su papel es pasivo durante las explicaciones de las actividades y activo a la hora de desarrollara las actividades

En la tienda

- Es un rol activo y participativo dentro de la actividad.
- Elaborador de generalizaciones, inquietudes, interrogantes e hipótesis.
- Ejecutar la actividades propuestas

Cancha de microfútbol

- Es un rol activo y participativo dentro de la actividad.
- El estudiante es creador de la mayoría de las actividades.
- Ejecutar la actividades propuestas

En el restaurante

- Es un rol activo y participativo dentro de la actividad.
- El estudiante es creador de la mayoría de las actividades.
- Ejecutar la actividades propuestas

MEDIADORES.

Objetos físicos: Van a permitir la realización de la actividad; como por ejemplo las hojas de bloc van a servir para que ello anoten la información recogida en las visitas realizadas a las tiendas. La calculadora le va a facilitar la acción de hallar el resultado de algunas operaciones a realizar; los colores le van a permitir el colorear sus dibujos; la cartulina y los marcadores permitirán hacer fichas con precios para jugar a la tienda; La balanza para comparar el peso de algunos productos.

EVALUACIÓN:

Entendemos la evaluación como un proceso integral, en el que se contemplan diversas dimensiones o vertientes: análisis del proceso de aprendizaje de los alumnos y alumnas, análisis del proceso de enseñanza y de la práctica docente.

La evaluación se concibe y practica de la siguiente manera:

- Individualizada, centrándose en la evolución de cada alumno y en su situación inicial y particularidades.
- Integradora, para lo cual contempla la existencia de diferentes grupos y situaciones y la flexibilidad en la aplicación de los criterios de evaluación que se seleccionan.
- Cualitativa, en la medida en que se aprecian todos los aspectos que inciden en cada situación particular y se evalúan de forma equilibrada los diversos niveles de desarrollo del alumno, no sólo los de carácter cognitivo.
- Orientadora, dado que aporta al alumno o alumna la información precisa para mejorar su aprendizaje y adquirir estrategias apropiadas.
- Continua, ya que atiende al aprendizaje como proceso, contrastando los diversos momentos o fases. Se contemplan tres modalidades:

1. Evaluación inicial: Proporciona datos acerca del punto de partida de cada alumno, ofreciendo una primera fuente de información sobre los conocimientos previos y características personales, que permiten una atención a las diferencias y una metodología adecuada.

2. Evaluación formativa: Concede importancia a la evolución a lo largo del proceso, confiriendo una visión de las dificultades y progresos de cada caso.

3. Evaluación sumativa: Establece los resultados al término del proceso total de aprendizaje en cada período formativo y la consecución de los objetivos.

Asimismo, se contempla en el proceso la existencia de elementos de auto evaluación y coevaluación que impliquen a los alumnos y alumnas en el mismo.

En la **autoevaluación** se busca que los estudiantes evalúen su propio proceso y reflexionen acerca de las posibles dificultades encontradas en el trabajo.

En la **coevaluación** se busca que todo el grupo evalúe la función ejercida por cada estudiante y la ejercida por todo el equipo, ello con el objetivo de realizar observaciones que favorezcan el desarrollo de futuras actividades.

En la **heteroevaluación** el profesor hará las observaciones necesarias frente al desempeño de cada estudiante y del grupo en general.

COMPETENCIAS:

***INTERPRETATIVA*:**

- Reconocimiento Del conjunto de números naturales como elementos de un sistema numérico y como parte de la cotidianidad.
- Reconocimiento de los distintos significados de las fracciones

***ARGUMENTATIVA*:**

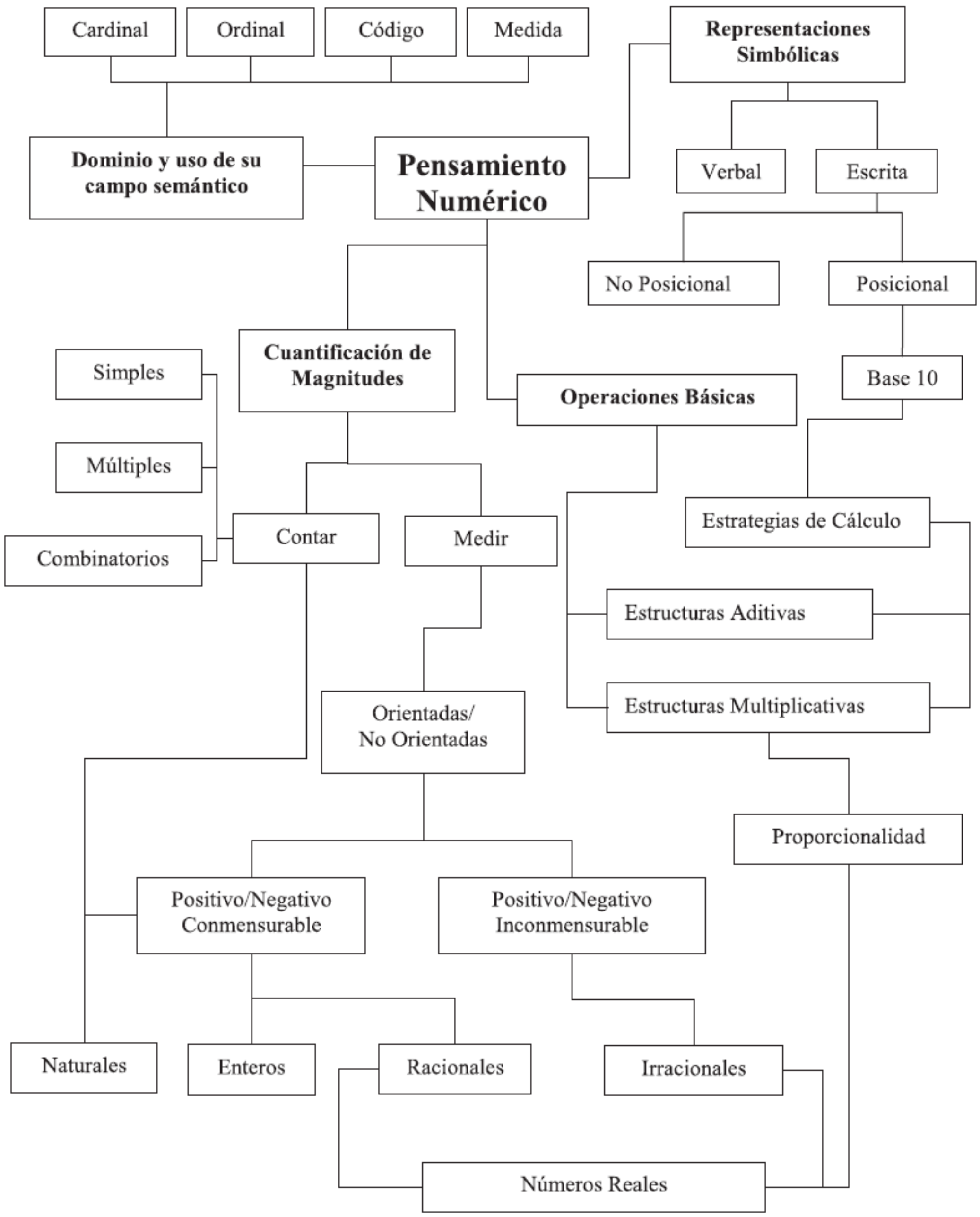
- Justificación a partir de las relaciones y operaciones que pueden realizarse en el conjunto de los números naturales.
- Relación de fracciones con expresiones cotidianas del lenguaje común

***PROPOSITIVA*:**

- Solución de situaciones utilizando las operaciones definidas en el conjunto de los números naturales y los modelos específicos.
- Resolución de problemas utilizando los distintos significados de las fracciones.

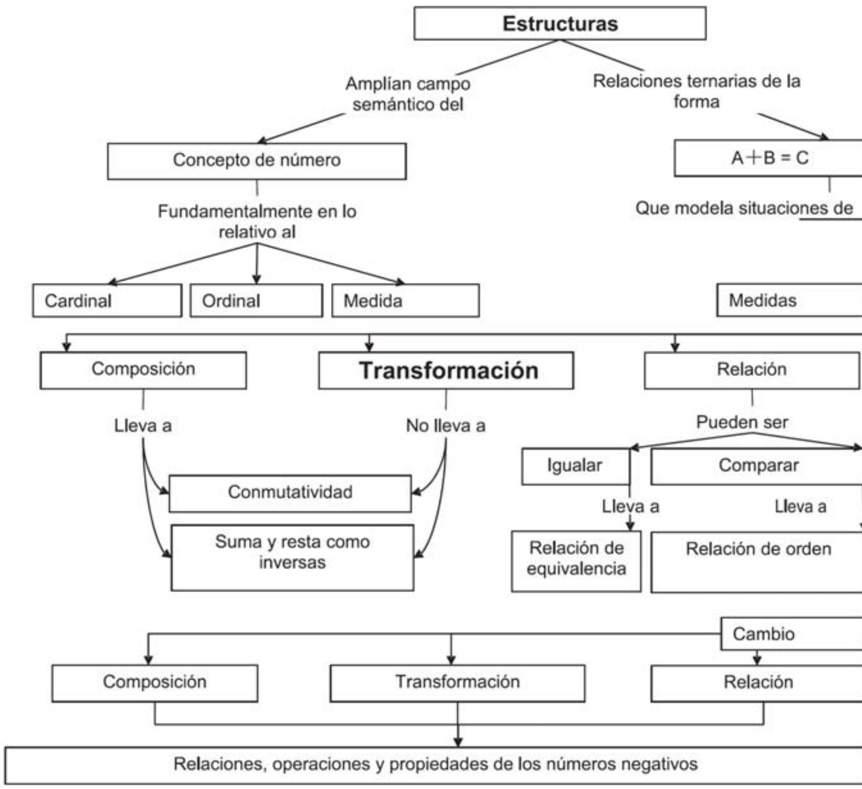
REDES CONCEPTUALES

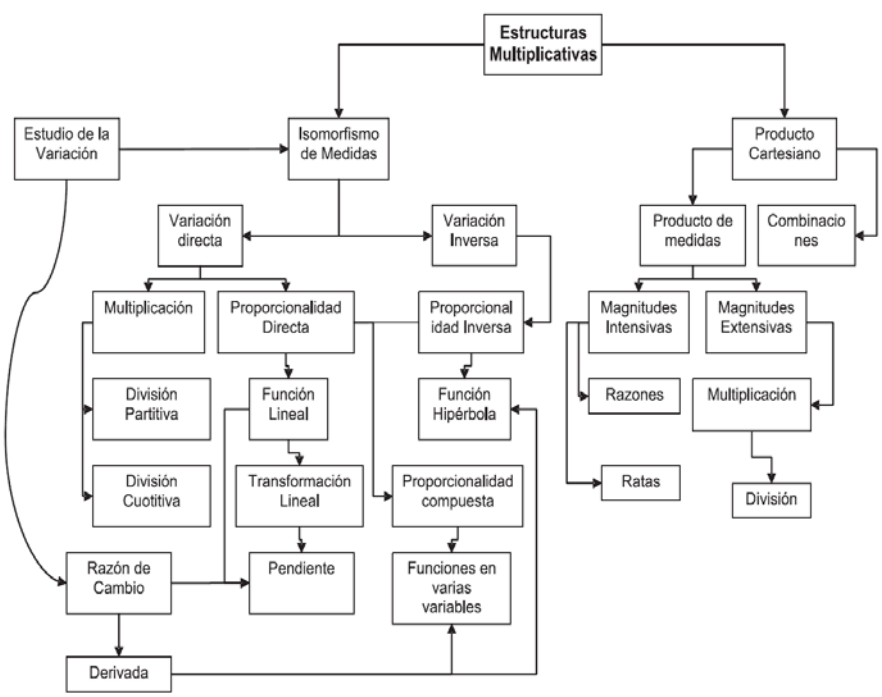
PENSAMIENTO NUMERICO Y SISTEMAS NUMERICOS[34]



[34] POSADA, MARÍA EUGENIA y otros autores. Interpretación e implementación de los estándares básicos de matemáticas. María Eugenia posada y otros autores secretaria de educación para la cultura de Antioquia. Primera edición, 2005. P 21

ESTRUCTURAS ARITMÉTICAS[35]





---

[35] Ibíd. P 25

SECUENCIA DIDACTICA

Esta unidad se desarrollará en cuatro momentos:

PRIMER MOMENTO.

Los alumnos y alumnas divididos en grupos visitarán las cuatro tiendas más cercanas al colegio y harán una entrevista a los tenderos para realizar un registro de cuales son los diez productos más vendidos en cada tienda y la variación de precios de una tienda a otra.

SEGUNDO MOMENTO:

Los alumnos y alumnas llevaras revistas de supermercados donde muestren artículos de los cuales se vendan en las tiendas, los recortarán y se plantearan problemas donde se apliquen las operaciones de suma, resta, y multiplicación.

TERCER MOMENTO:

Se realizará un simulacro de una tienda, con productos llevados por los mismos alumnos, y con billetes de papel, los alumnos jugarán a comprar y a vender, cada artículo tendrá una tarjeta de cartulina con su respectivo precio.

CUARTO MOMENTO:

Los grupos que se repartieron al inicio de la unidad escogerán una receta que será preparada para degustarla con sus compañeros, la presentaran al grupo con la lista de productos necesarios para su elaboración y el costo total de la receta.

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES:

CLASE N° 1

- Presentación del cronograma de trabajo a desarrollar en la unidad didáctica
- Construcción de acuerdos que favorezcan el desarrollo de la unidad.
- Entrega de la guía n-1 para realizar las visitas a las tiendas más cercanas.

Materiales: cronograma de trabajo escrito.

Ambientes de aprendizaje: El salón de clase

Metodología: Explicación a los alumnos sobre las intenciones de la unidad didáctica a desarrollar. Se distribuirán a los alumnos el cronograma de actividades, y si tienen sugerencias serán tenidas en cuenta.

Producto: Tener claridad en las actividades sugeridas.

Evaluación: se evaluará la atención y disposición de los alumnos y alumnas

CLASE N° 2

Trabajo en grupo para recoger la información, visita a las tiendas.

Materiales: Hojas de block, lápiz, lapiceros.

Ambientes de aprendizaje: tiendas del barrio.

Metodología: Se hará las visitas a las tiendas y se hará el registro de los 10 productos más vendidos con su respectivo precio.

Producto: Traer la lista de los 10 productos más vendidos en la tienda

Evaluación: Se tendrá en cuenta la forma como cada alumno realizó la entrevista al tendero, el lenguaje utilizado, y el orden al presentar dicha información

CLASE N° 3

Reunidos en el salón de clase harán comparaciones de los cuadros hechos con la información de cada tienda

Materiales: Calculadora, cuaderno y lápiz.

Ambientes de aprendizaje: el salón de clase.

Metodología: Tomarán la información de dos tiendas, compararán los productos más vendidos en cada una y la variación de precios de una tienda a otra.

Realizaran gráficos de barras con dicha información.

Producto: Gráficos donde muestren la información obtenida.

Evaluación: Se tendrá en cuenta la agilidad para presentar los cambios en la venta de productos con su variación en el precio.

CLASE N° 4

Los alumnos llevarán revistas que distribuyen los supermercados donde aparecen productos de los cuales se venden en la tienda con su respectivo precio.

Materiales: Revistas y periódicos, calculadora, lápiz.

Ambientes de aprendizaje: El salón de clase

Metodología: Recortar 20 productos con sus respectivos precios, inventarse problemas donde se apliquen las diferentes operaciones, realizar ordenaciones según el costo más alto al más bajo.

Producto: entregar 5 problemas resueltos.

Evaluación:

CLASE N° 5

Los alumnos llevarán billetes de diferente denominación, y harán compras de un artículo, calculando los billetes con los cuales deben pagar.

Materiales: Billetes. Fichas con artículos

Ambientes de aprendizaje: El aula taller.

Metodología: Cada alumno sacará una ficha de cartulina donde habrá un producto, el alumno o alumna le asignará un valor y luego dirá que billetes puede utilizar para pagar dicho producto.

Producto: Utilización adecuada de los billetes**.**

Evaluación: Se tendrá en cuenta la capacidad que tienen los alumnos para utilizar de forma adecuada los billetes.

CLASE N° 6 y 7

Adecuar la cancha para jugar a la tienda con productos traídos de la casa

Materiales: productos que conformen un mercado ya sea en grano, verduras y vegetales, billetes, cartulina y marcadores.

Ambientes de aprendizaje: Cancha de microfútbol.

Metodología: Se harán varios kioscos donde se expondrán los productos llevados por los mismos niños, en cartulina harán fichas con los precios que serán asignados a cada producto.

Se hará un recorrido por cada kiosco para establecer las diferencias en los precios.

En la clase n- 7 los alumnos llevarán billetes para efectuar sus compras, teniendo en cuenta el lugar donde sea más favorable el precio.

Producto: Habilidad para realizar compras.

Evaluación: Se tendrá en cuenta la creatividad para organizar el kiosco, la asignación de los precios, y la habilidad para realizar cálculos al momento de comprar.

CLASE N° 8

Trabajar con productos que se puedan fraccionar.

Materiales: Una manzana, un queso, una libra de panela

Ambientes de aprendizaje: El salón de clase.

Metodología: Se tomará cada uno de estos productos y se partirán en pedazos iguales, así: la manzana en dos partes, el queso en ocho partes, la libra de panela en cuatro partes. Se irá explicando el tema de las fracciones y se establecerán equivalencias entre una fracción y otra.

Producto: Nombrar fracciones**.**

Evaluación: Realizar graficas de fracciones, comparar fracciones,

CLASE N° 9

Buscar en la biblioteca libros de cocina para seleccionar una receta de fácil preparación

Materiales: Enciclopedias, revistas

Ambientes de aprendizaje: La biblioteca.

Metodología: Realizar la búsqueda de recetas en diferentes libros, tener en cuenta aquellas de fácil preparación y que los productos se puedan conseguir en las tiendas del barrio.

Producto: Selección de una receta.

Evaluación: Conseguir los materiales necesarios para la elaboración de la receta.

CLASE N° 10

Preparación de la receta seleccionada

Materiales: diferentes productos, la balanza

Ambientes de aprendizaje: La cocina del restaurante.

Metodología: Se llevarán los productos necesarios para la preparación de la receta, con la balanza Irán pesando las cantidades necesarias

Producto: Degustación de la receta.

Evaluación: Se tendrá en cuenta la forma de alistar los materiales necesarios, y el orden en la preparación.

CLASE N° 11

Presentar una lista de materiales utilizados en la receta, con sus respectivos precios.

Materiales: Hoja se papel, lápiz, calculadora.

Ambientes de aprendizaje: El salón de clase.

Metodología: Cada grupo presentará en un cartel la lista de materiales que utilizó en la preparación de la receta, se le pondrá el precio y se harán los cálculos para determinar el costo de cada una.

Producto: Costo total de la receta preparada**.**

Evaluación: Se evaluará la presentación del cartel con los precios de cada producto y los cálculos realizados para determinar el costo total.

CLASE N° 12

Se hará una evaluación del cómo se sintieron en el desarrollo de está unidad didáctica.

Materiales: Evaluación escrita

Ambientes de aprendizaje: el salón de clase.

Metodología: Conversa torio con los alumnos sobre los conocimientos adquiridos con este trabajo realizado. Cuales fueron sus fortalezas y cuales sus dificultades, que tema creen se debe profundizar más.

Producto:

Evaluación: Se tendrá en cuenta la participación de cada uno.

MATEMATICA FORMAL

El sistema de numeración decimal

Los números nos sirven para contar seres, objetos..., cualquier cantidad de todo lo que nos rodea. Para poder escribir cualquier número, hemos de usar caracteres o símbolos, que hemos de combinar según unas reglas que forman lo que llamamos un sistema de numeración.

A lo largo de la historia ha habido distintos sistemas de numeración, como el maya, el chino o el sistema romano, con símbolos y reglas diferentes a los nuestros. Nuestro sistema de numeración decimal procede de la India, aunque fueron los árabes los que lo introdujeron en Europa.

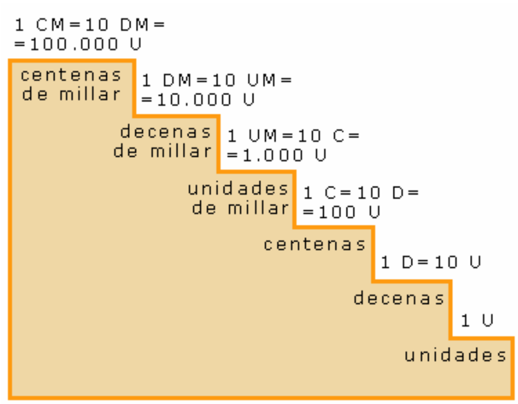
REGLAS DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Utilizamos diez caracteres, llamados cifras, que son:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Se llama sistema decimal porque 10 unidades de un orden cualquiera forman 1 unidad del orden inmediato superior. Te puedes imaginar cada orden de unidades como si fuera el peldaño de una escalera. Para subir un peldaño hay que reunir 10 unidades en el peldaño en el que estés situado. En cambio, si bajas la escalera, 1 unidad del peldaño en el que estés equivale a 10 unidades del peldaño siguiente, al que bajas.

Los seis primeros órdenes de unidades son:



Es un sistema posicional porque el valor de una cifra depende de la posición que ocupe dentro del número que estemos considerando. Por ejemplo, cuando escribimos el número 235.733:

CM	DM	UM	C	D	U
2	3	5	7	3	3

Decenas de millar Decenas Unidades

El primer 3 que escribimos pertenece a las decenas de millar (DM), y vale 30.000 unidades;
El segundo 3 pertenece a las decenas (D), y vale 30 unidades;
El tercer y último 3 pertenece a las unidades (U).

Así pues, podemos descomponer un número como suma de los valores de sus cifras. Por ejemplo, el número 456.789 es la suma de:

CM	DM	UM	C	D	U
4	5	6	7	8	9

456.789 = 4 centenas de millar + 5 decenas de millar + 6 unidades de millar + 7 centenas + 8 decenas + 9 unidades = 4 CM + 5 DM + 6 UM + 7 C + 8 D + 9 U

¿CÓMO SE LEEN LOS NÚMEROS?

Para leer cualquier número hemos de formar grupos de tres cifras, contándolas desde la derecha y recorriendo el número hacia la izquierda. Después se lee cada uno de los grupos, empezando por el primero de la izquierda y avanzando hacia la derecha.

Por ejemplo, para leer el número 215.367.498:

1. Formamos grupos de tres cifras:

$$\underbrace{215}_{\text{millones}}.\underbrace{367}_{\text{millares}}.\underbrace{498}_{\text{unidades}}$$

2. Leemos los grupos empezando por el primero de la izquierda: “doscientos quince millones trescientos sesenta y siete mil cuatrocientos noventa y ocho”.

Fíjate que entre el primer y el segundo grupo va la palabra “millones” y entre el segundo y el tercer grupo la palabra “mil”.

Si quieres, puedes practicar leyendo algunos números con diferente número de cifras:

35	Treinta y cinco
204	Doscientos cuatro
3.879	Tres mil ochocientos setenta y nueve
61.422	Sesenta y un mil cuatrocientos veintidós
856.310	Ochocientos cincuenta y seis mil trescientos diez
1.425.316	Un millón cuatrocientos veinticinco mil trescientos dieciséis
25.436.978	Veinticinco millones cuatrocientos treinta y seis mil novecientos setenta y ocho
100.000.000	Cien millones

La suma

En muchas ocasiones necesitamos añadir una cantidad a otra o juntar varias cantidades de algo: tenemos que calcular el total o, lo que es lo mismo, tenemos que sumar.

Cada número que se suma se llama sumando, y al resultado lo llamamos suma o total. Para sumar dos o más números, debemos aprender primero a sumar cada dos de las diez cifras con las que escribimos todos los números:

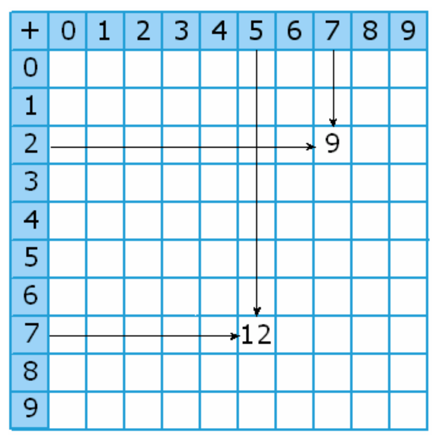
1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

TABLA DE SUMAR

Si a una cualquiera de las cifras de la primera fila o línea horizontal le sumas una cualquiera de las cifras de la columna o línea vertical, obtienes el resultado que aparece en la casilla correspondiente:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Por ejemplo, los resultados de 5 + 7 y 7 + 2 son:



SUMA DE NÚMEROS NATURALES

Para sumar dos o más números naturales seguimos estos pasos:

1. Escribimos los números uno debajo del otro, de manera que queden alineadas las cifras de las unidades, las de las decenas, las de las centenas…, y trazamos una raya horizontal bajo ellos.

Por ejemplo, vamos a efectuar estas dos sumas:

a) 36 + 42; b) 47 + 58.

a)

$$\begin{array}{r} 36 \\ +\,42 \\ \hline \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 47 \\ +\,58 \\ \hline \end{array}$$

2. Comenzamos sumando las unidades:

Si su suma es menor que 10, la escribimos justo bajo las unidades y pasamos a sumar las decenas.

a)

$$\begin{array}{rcc} & 3 & 6 \\ + & 4 & 2 \\ \hline & & 8 \end{array}$$

Si su suma es igual o mayor que 10, escribimos la cifra de las unidades (5) y llevamos el 1 (la cifra de las decenas) a sumar a la columna de las decenas.

b)

$$\begin{array}{rccc} & 1 & & \\ & 4 & & 7 \\ + & 5 & & 8 \\ \hline & & 1 & 5 \end{array}$$

3. Sumamos las decenas, de forma similar a las unidades:

a)

$$\begin{array}{rcc} & 3 & 6 \\ + & 4 & 2 \\ \hline & 7 & 8 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rccccc} & & & 1 & & \\ & & & 4 & & 7 \\ + & & & 5 & & 8 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 1 & 5 \end{array}$$

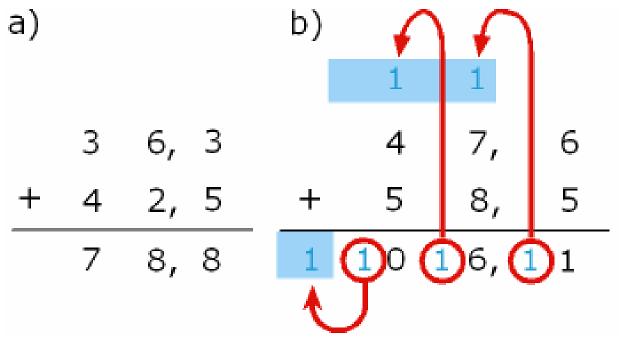
Como la suma de las decenas es 10, dejamos el 0 y pasamos el 1 a la cifra de las centenas.

Así pues: a) 36 + 42 = 78 y b) 47 + 58 = 105.

SUMA DE NÚMEROS DECIMALES

Para sumar dos o más números decimales seguimos los mismos pasos que para sumar números naturales, añadiendo las cifras decimales.

Por ejemplo, vamos a realizar estas dos sumas: a) 36,3 + 42,5 y b) 47,6 + 58,5.



Así resulta: a) 36,3 + 42,5 = 78,8 y b) 47,6 + 58,5 = 106,1.

LA RESTA

Si en un paquete de golosinas que hemos comprado entran cincuenta unidades, y nos hemos comido siete, ¿cuántas quedan en el paquete? Si queremos parar cuando lleguemos a quince, ¿cuántas más podemos comer?

Cuando necesitamos quitar una cantidad de otra mayor, o calcular cuánto nos falta para alcanzar una cantidad, tenemos que restar. El minuendo, que es el primer término de la resta, es la cantidad de la que se resta; el sustraendo, el segundo término, es la cantidad que se resta, y la diferencia es el resultado de la operación. A la resta también se le llama sustracción.

RESTA DE NÚMEROS NATURALES

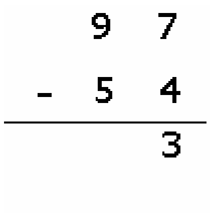
Para restar dos números naturales seguimos estos pasos:

1. Comparamos ambos números, para asegurarnos de que el minuendo es mayor que el sustraendo. En caso de que el sustraendo sea mayor, la resta no se puede realizar.

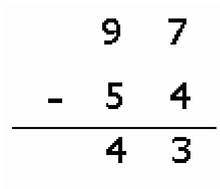
2. Los escribimos uno debajo del otro, de manera que queden alineadas las cifras de las unidades, las de las decenas, las de las centenas…, y trazamos una raya horizontal debajo de ellos.

3. Efectuamos la resta de las unidades, de las decenas…, pudiendo resultar una resta sin llevar o llevando una unidad de la cifra de las decenas, de las centenas…Veámoslo con varios ejemplos.

Efectuemos primero una resta sin llevar: 97 – 54. Colocamos el sustraendo debajo del minuendo, trazamos la raya y comenzamos restando las unidades:



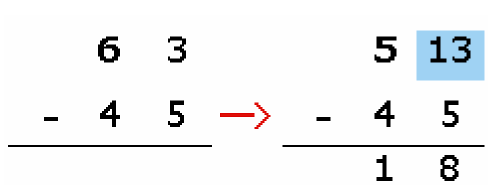
Como la cifra de las unidades del minuendo (7) es mayor que la del sustraendo (4), restamos sin más, escribimos la diferencia justo bajo las unidades y pasamos a restar las decenas:



Al final, debemos escribir así el resultado:

97 – 54 = 43

Vamos a calcular ahora una resta en la que hay que llevar una unidad de la cifra de las decenas a las unidades, por ejemplo, 63 – 45:



Como la cifra de las unidades del sustraendo (5) es mayor que la del minuendo (3), para poderlas restar hemos de pasar una de las decenas del minuendo (6) a unidades.

Escribimos así el resultado:

63 – 45 = 18

LA PRUEBA DE LA RESTA

Si una resta está bien hecha, al sumar el sustraendo más la diferencia nos debe dar el minuendo.

LA MULTIPLICACIÓN

“He comprado 5 sobres de cromos, y en cada uno vienen 4 cromos. ¿Cuántos cromos he comprado en total?” Podemos calcular el número de cromos de dos maneras:

1. Sumando cuatro cinco veces,

$4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 8 + 4 + 4 + 4 = 12 + 4 + 4 = 16 + 4 = 20$

2. Efectuando la multiplicación de cuatro por cinco,

$4 \times 5 = 20$

Como ves, es más fácil y rápido hacer la multiplicación que la suma.

A los números que intervienen en una multiplicación los llamamos factores, y al resultado, producto. También se le llama producto a la misma multiplicación.

LAS TABLAS DE MULTIPLICAR

Para multiplicar dos o más números, primero has de aprender a multiplicar cada cifra por las diez cifras que usamos para escribir todos los números.

Deberías memorizar estas multiplicaciones “básicas” para realizar con facilidad otras más complicadas. Son las tablas de multiplicar.

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES

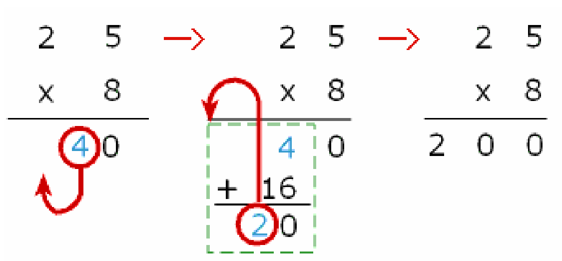
Para multiplicar dos números naturales seguimos estos pasos:

1. Escribimos los factores uno debajo del otro, arriba el de más cifras, de manera que queden alineados: las unidades con las unidades, las decenas con las decenas…, y trazamos una raya horizontal por debajo de ellos.

2. Multiplicamos la cifra de las unidades del factor de abajo por cada una de las cifras del factor de arriba, y en los casos en que el producto resulte 10 o mayor que 10, nos llevamos la decena a sumársela al producto siguiente.

Por ejemplo, vamos a efectuar paso a paso los productos: a) 25 × 8; b) 329 × 7.

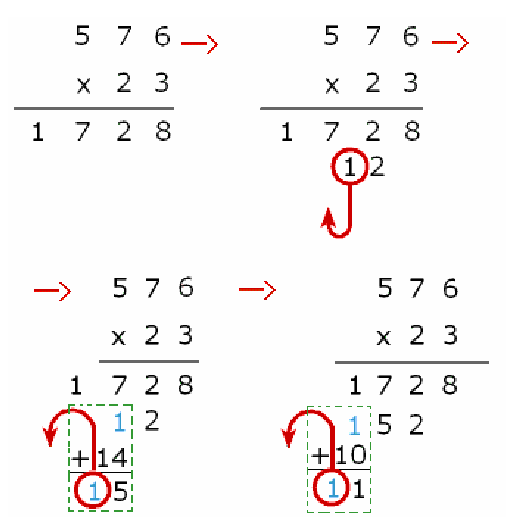
a)



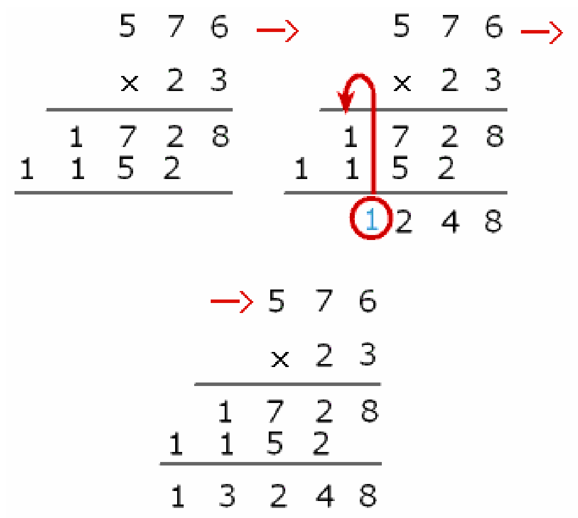
Por tanto, 25 × 8 = 200.

3. Si el segundo factor tiene dos cifras, después de multiplicar por su cifra de las unidades, pasamos a multiplicar por la de las decenas. Veámoslo con un ejemplo: 576 × 23.

Multiplicamos por la primera cifra, el 3, y a continuación por la segunda, el 2, teniendo en cuenta que el primer resultado (2 × 6 = 12) se escribe debajo, desplazado un lugar a la izquierda, en la columna de las decenas:

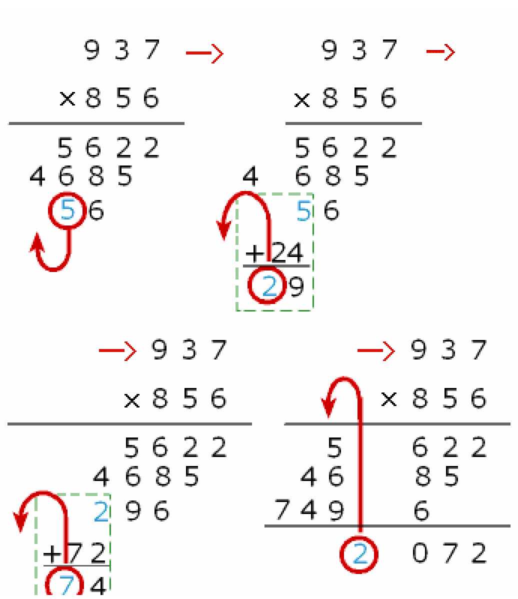


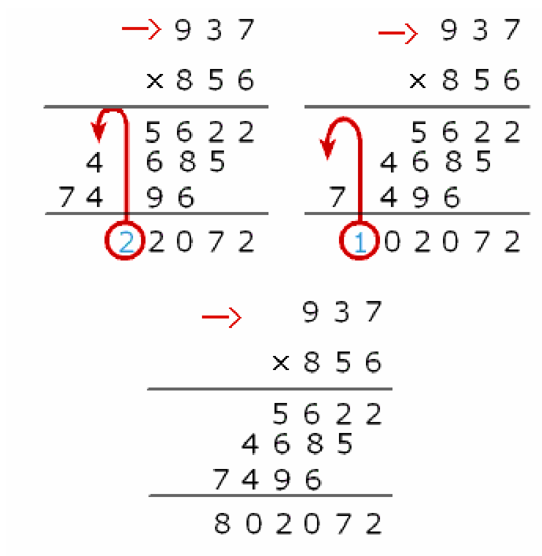
Al terminar de multiplicar por el 2, trazamos una raya horizontal y sumamos por columnas:



El resultado es: 576 × 23 = 13.248.

4. Si el segundo factor tuviera más cifras, proseguiríamos la operación multiplicando por su tercera cifra (la de las centenas), desplazando su primer producto un lugar hacia la izquierda, y así sucesivamente. Al terminar de multiplicar, sumaríamos por columnas. Veámoslo con este ejemplo: 937 × 856.





El resultado es: 937 × 856 = 802.072.

5. En el caso de que en el segundo factor haya uno o más ceros intermedios entre sus cifras, efectuamos la operación siguiendo los pasos anteriores, pero cada vez que haya que multiplicar por uno de los ceros, se pasa a la siguiente cifra, moviendo los resultados una posición más a la izquierda.

Veámoslo con un ejemplo; efectuamos la multiplicación 214 × 105:

Ahora habría que multiplicar por el 0, pero no lo hacemos: pasamos a multiplicar por la siguiente cifra, el 1, y el primer resultado, 1 × 4 = 4, lo situamos una columna más a la izquierda.

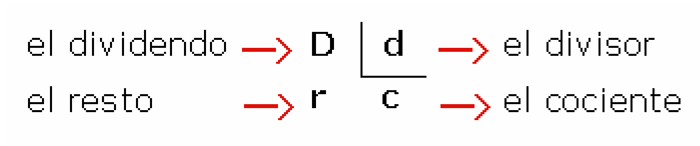
El resultado es: 214 × 105 = 22.470.

LA DIVISIÓN

Entre seis amigos hemos comprado treinta y ocho caramelos, que ahora queremos repartir en partes iguales. Si empezamos a repartir uno a uno, ¿cuántos caramelos tendremos al final cada uno de los seis amigos? ¿Sobrará algún caramelo? ¿Se te ocurre otra forma de hacer el reparto que no sea ir dando uno a uno?

LOS TÉRMINOS DE LA DIVISIÓN

Para efectuar repartos en partes iguales de una cantidad entre otra, efectuamos una operación llamada **división**. Los términos o componentes de una división son:



El **dividendo** es la cantidad que se reparte. El **divisor** son las partes entre las que se reparte el dividendo. El **cociente** es la cantidad que le corresponde a cada parte del dividendo. El **resto** es la cantidad que sobra tras el reparto, y que es siempre menor que el divisor.

Cuando el resto es cero, decimos que la división es **exacta**. En este caso podemos escribir la división en una línea horizontal, usando el símbolo ":" entre el dividendo y el divisor. Por ejemplo, 6÷ 2 = 3.

Cuando el resto es distinto de cero, decimos que la división es **entera** o inexacta. Si escribimos la división en horizontal, con el símbolo ÷, hemos de añadir tras el cociente que el resto es igual a. Por ejemplo, 7÷2 = 3 y resto = 1.

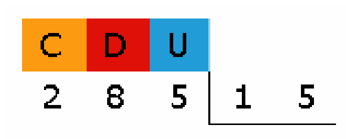
En el caso del reparto de caramelos, si dividimos 38 (que es el dividendo) entre 6 (que es el divisor), a cada amigo le corresponden 6 (que es el cociente) y sobran 2 (que es el resto) caramelos:

38 ÷ 6 = 6, resto = 2

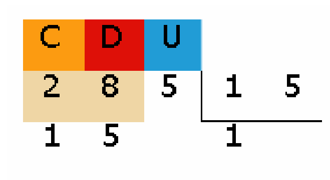
DIVISIÓN DE NÚMEROS NATURALES

Para dividir un número natural entre otro, por ejemplo 285 entre 15, se siguen unos pasos que vemos a continuación.

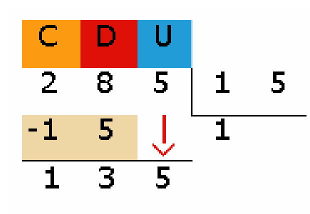
1. Nos fijamos en cuántas cifras tiene el divisor: dos. Tomamos entonces del dividendo tantas cifras como tiene el divisor, empezando desde la cifra que está más a la izquierda, en este caso la de las centenas; el número formado es 28.



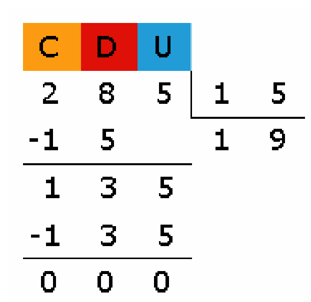
2. Comparamos ese número (28) con el divisor (15). Como 28 > 15, podemos dividir 28 entre 15, y para ello buscamos un número que multiplicado por 15 dé 28 o un número menor, pero el más próximo a él. Como 15 × 2 = 30, el número buscado es 1 (se suele decir “cabe a 1”), y lo escribimos en el cociente. Hacemos la multiplicación 1 × 15 = 15, y escribimos el producto bajo el dividendo:



3. Efectuamos la resta (28 – 15 = 13), y bajamos a continuación la siguiente cifra del dividendo, en este caso la de las unidades (5):



4. Ahora dividimos el número formado (135) entre el divisor (15); operamos igual que en el paso 2: como 15 × 8 = 120 y 15 × 9 = 135, el número buscado es el 9, y lo colocamos en el cociente, a continuación del 1. Efectuamos la multiplicación 15 × 9 = 135, y escribimos el producto debajo del nuevo dividendo, y restamos:



Ya hemos dividido 285 entre 15, el resultado es 19, y vemos también que la división es exacta porque el resto = 0...

LA PRUEBA DE LA DIVISIÓN

Si una división está bien hecha se debe cumplir que:

Dividendo = divisor × cociente + resto

Si la división es exacta, entonces, como el resto es cero, debe cumplirse que:

Dividendo = divisor × cociente

Como ejemplo, podemos hacer la prueba a algunas de las divisiones anteriores.

Al dividir 285 entre 15 obteníamos: cociente = 19 y resto = 0. Multiplicando divisor por cociente:

15 × 19 = 285 = dividendo

Es decir, la división está bien hecha.

LAS FRACCIONES

Si partimos una pizza en ocho trozos iguales y comemos dos de ellos, decimos que hemos comido de la pizza “dos octavas partes”:

$$\frac{2}{8}$$

En un partido de baloncesto, que está dividido en cuatro tiempos iguales de diez minutos, se han jugado ya tres tiempos; decimos que se llevan jugadas del partido “tres cuartas partes”:

$$\frac{3}{4}$$

En la vida diaria, usamos las fracciones con más frecuencia de lo que pensamos...

TÉRMINOS DE UNA FRACCIÓN

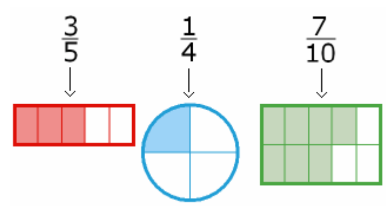
Las fracciones representan partes de una unidad. Constan de dos términos:

- el **numerador**, que indica las partes iguales que se toman de la unidad;
- el **denominador**, que indica las partes iguales en que se divide la unidad.

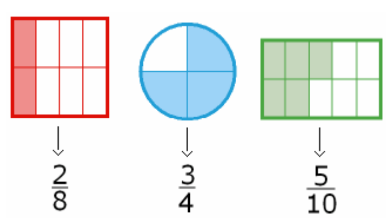
REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES

Podemos representar una fracción, por ejemplo, mediante un círculo, un rectángulo o un cuadrado: dividimos la figura en tantas partes **iguales** como indique el denominador y sombreamos tantas partes como indique el numerador.

Por ejemplo:



Si quieres, puedes practicar hallando la fracción que representa cada uno de los dibujos siguientes:



¿CÓMO SE LEEN LAS FRACCIONES?

Para leer una fracción primero se nombra el numerador y después el denominador, de la siguiente forma:

1. El numerador se nombra tal cual.

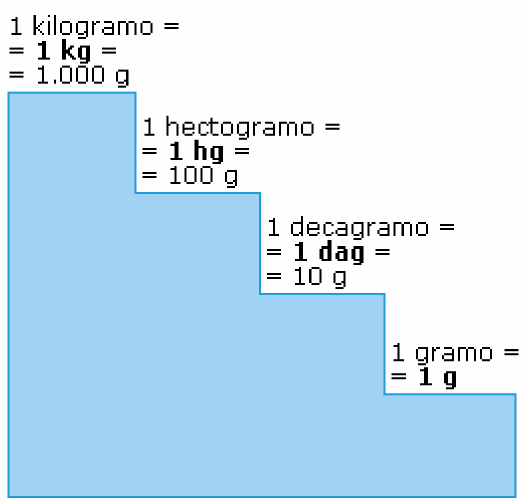
2. Si el denominador es 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 o 10, se lee, respectivamente: medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, séptimos, octavos, novenos o décimos. Si es un número mayor que 10, se lee el número terminado en *avo*, por ejemplo: 11, once*avos*; 12, doce*avos*; 90, novent*avos* (ten en cuenta que, si el nombre del número del denominador termina en a, se elimina esta letra).

MASA

¿Cómo expresarías la masa de un elefante? ¿Y la de un ratón? Para medir la masa de los cuerpos utilizamos dos unidades principales: el kilogramo y el gramo, cuyos símbolos son kg y g, respectivamente. Según sea de grande el valor de la masa, elegimos la unidad más adecuada. Por ejemplo, la masa de un ratón la expresaríamos en gramos, mientras que para dar la de un elefante utilizaríamos kilogramos, o incluso una unidad mayor, la tonelada.

LOS MÚLTIPLOS DEL GRAMO

Para medir masas grandes, usamos unidades mayores que el gramo, como el kilogramo, el hectogramo y el decagramo, que son sus **múltiplos**:



Para bajar cada escalón hay que multiplicar por 10 la unidad que ocupa el escalón superior. En cambio para subirlo hay que dividir entre 10 la unidad del escalón inferior.

Para bajar de unidad
1 kg = 1 × 10 hg = 10 hg
1 hg = 1 × 10 dag = 10 dag
1 dag = 1 × 10 g = 10 g

Para subir de unidad
1 hg = 1:10 kg = 0,1 kg
1 dag = 1:10 hg = 0,1 hg
1 g = 1:10 dag = 0,1 dag

Para bajar tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que multiplicar por 1.000:

1 kg = 1 × 1.000 g = **1.000 g**

Para subir tres unidades (tres escalones de golpe) habrá que dividir entre 1.000:

1 g = 1 : 1.000 kg = **0,001 kg**

Si quieres, puedes practicar los cambios de unidades entre múltiplos del gramo con los dos ejemplos siguientes.

1. Convierte a gramos las masas siguientes: 7,8 hg; 0,5 kg y 4,9 dag.

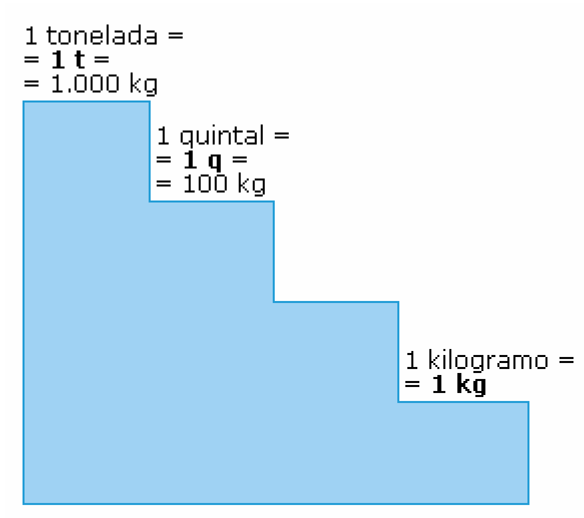
	Hay que bajar... escalones	**Habrá que multiplicar por...**	
7,8 hg	2	100	7,8 × 100 = 780 g
0,5 kg	3	1.000	0,5 × 1.000 = 500 g
4,9 dag	1	10	4,9 × 10 = 49 g

2. Convierte a kilogramos las masas siguientes: 33 hg; 2.000 g y 870 dag.

	Hay que subir... escalones	**Habrá que dividir entre...**	
33 hg	1	10	33 : 10 = 3,3 kg
2.000 g	3	1.000	2.000 : 1.000 = 2 kg
870 dag	2	100	870 : 100 = 8,7 kg

LOS MÚLTIPLOS DEL KILOGRAMO

Para medir masas muy grandes, usamos unidades mayores que el kilogramo, como la tonelada y el quintal:



Estas dos unidades se consideran **múltiplos** del kilogramo porque su valor se suele relacionar con él, pero, lógicamente, también son múltiplos del gramo, y sus equivalencias son:

1 t = **1.000 kg** = 1.000 × 1.000 g = **1.000.000 g**

1 q = **100 kg** = 100 × 1.000 g = **100.000 g**

RECUENTO DE DATOS. FRECUENCIAS

Para manejar los resultados de una encuesta, de una votación o de cualquier estudio estadístico, lo primero que hemos de hacer es organizar los resultados obtenidos, ordenándolos y clasificándolos, es decir, haciendo lo que se llama un recuento de los datos.

FRECUENCIA ABSOLUTA

Se llama **frecuencia absoluta** de un dato al número de veces que ha salido ese dato o resultado.

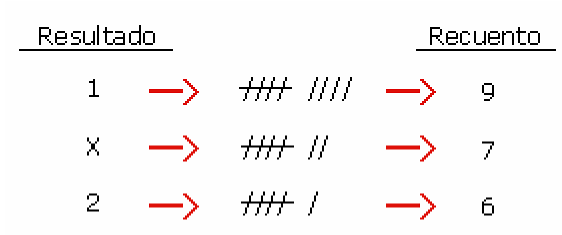
La suma de las frecuencias absolutas de todos los datos que se han obtenido en la encuesta o estudio, ha de ser igual al **número total de datos**.

Vamos a hacer un recuento de datos y a ver su frecuencia relativa en el ejemplo siguiente: Hemos preguntado a los 22 alumnos y alumnas de clase sobre cuál será el resultado del próximo derby entre dos clubes de fútbol rivales, obteniendo estos resultados:

1 - 2 - X - X - 1 - 1 - 2 - X - 1 - 1 - X - 2 - 1 - 1 - 1 - X - X - 2 - 1 - 2 - 2 – X

Donde el 1 significa que gana el equipo de casa, la X que empatan y el 2 que gana el equipo visitante.

Efectuamos el recuento de los datos, anotando el número de veces que ha aparecido cada uno de los resultados.



Ahora construiríamos una tabla, llamada **tabla de frecuencias**, en la que pondríamos en la segunda columna las frecuencias absolutas:

Resultado del partido	Frecuencia absoluta
1	9
x	7
2	6

La suma de las frecuencias absolutas es:

9 + 7 + 6 = 22

Lo primero que hemos de hacer es comprobar que no nos hemos dejado ningún resultado sin contar: en este caso hemos preguntado a 22 alumnos de clase, que coincide con el resultado de la suma anterior.

Estas tablas son una forma sencilla de presentar los datos y hacen más fácil interpretar los resultados.

FRECUENCIA RELATIVA

Se llama **frecuencia relativa** de un dato al cociente entre su frecuencia absoluta y el número total de datos.

La suma de todas las frecuencias relativas de los datos de un estudio tiene que ser **igual a 1.**

Para los resultados de la encuesta anterior, escribimos una nueva columna a la derecha de la tabla de frecuencias en la que vamos calculando cada una de las frecuencias relativas:

Resultado del partido	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
1	9	$\frac{9}{22}$
X	7	$\frac{7}{22}$
2	6	$\frac{6}{22}$

La suma de las frecuencias absolutas es:

9 + 7 + 6 = 22

La suma de las frecuencias relativas es:

$$\frac{9}{22}+\frac{7}{22}+\frac{6}{22}=\frac{9+7+6}{22}=\frac{22}{22}=1$$

Hay una mayoría que piensan que ganará el equipo de casa, el resultado 1.

Veamos ahora otro ejemplo: Hemos hecho una votación entre los 22 alumnos y alumnas para elegir de entre cuatro candidatos al delegado de nuestra clase, obteniéndose los siguientes resultados:

Carlos - Paula – Carmen – Ana – Carmen – Paula – Paula – Carlos – Ana – Paula – Carlos – Paula – Ana – Carmen - Paula – Carmen – Carlos – Carlos – Paula – Carlos - Paula – Carmen

Hacemos, en primer lugar, el recuento de los datos:

Candidato				Recuento
Carlos	$\longrightarrow$	~~////~~ /	$\longrightarrow$	6
Paula	$\longrightarrow$	~~////~~ ///	$\longrightarrow$	8
Carmen	$\longrightarrow$	~~////~~	$\longrightarrow$	5
Ana	$\longrightarrow$	///	$\longrightarrow$	3

Una vez efectuado el recuento, construimos la tabla de frecuencias:

Nombre del candidato	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Carlos	6	$\frac{6}{22}$
Paula	8	$\frac{8}{22}$
Carmen	5	$\frac{5}{22}$
Ana	3	$\frac{3}{22}$

La suma de las frecuencias absolutas es:

6 + 8 + 5 + 3 = 22

La suma de las frecuencias relativas es:

$$\frac{6}{22}+\frac{8}{22}+\frac{5}{22}+\frac{3}{22}=\frac{6+8+5+3}{22}=\frac{22}{22}=1$$

La más votada ha sido Paula, que será la delegada de clase.

TALLER N° 1

Estudiante: ____ N. ____________

VISITA A LA TIENDA

NOMBRE DE LA TIENDA____

NOMBRE DEL PROPIETARIO____

DIRECCION____

LISTA DE LOS 20 ARTICULOS MÁS VENDIDOS

PRODUCTO	PRECIO

TALLER Nº 2

Estudiante: ____

¡DIME QUÉ ACCIÓN DEBES REALIZAR
Y TE DIRÉ QUÉ OPERACIÓN DEBES USAR!

Para resolver problemas matemáticos, debes realizar acciones como juntar, quitar, comparar, hallar cuánto falta, etc. La acción que realices, te indica qué operación debes usar. Ejemplo:

ACCIÓN QUE DEBES REALIZAR	OPERACIÓN QUE DEBES USAR
Juntar, agregar, averiguar cuánto hay en total.	SUMAR O ADICIÓN
Quitar, hallar cuánto falta, comparar, averiguar cuánto hay en una parte del grupo.	RESTA O SUSTRACCIÓN
Juntar o reunir cantidades iguales.	MULTIPLICACIÓN O PRODUCTO
Repartir, averiguar cuántos grupos iguales hay, hallar cuántos hay para cada grupo.	DIVISIÓN O COCIENTE

Si lees con atención varios problemas matemáticos, verás que casi todos ellos constan de:

1. Una situación inicial.
2. Una o más acciones que modifican la situación inicial.
   Una o más preguntas sobre la situación final o el resultado de la acción.
3. La acción del problema de pistas o claves sobre la operación que se debe usar para resolverlo.

EJEMPLOS:

	1. SITUACIÓN	2. ACCIÓN Y PREGUNTAS	3. OPERACIÓN
1	Susy tiene en su alcancía $25.450	Su papá le regaló $4.500 y su mamá $5.000. ¿Cuánto dinero tiene ahora?	Como debo reunir el dinero que tenía en la alcancía, con el dinero que le dieron el papá y la mamá, entonces procedo a hacer una suma.
2	En un árbol habían 15 pajaritos	Se volaron 8. ¿Cuántos pajaritos quedaron en el árbol?	Como del total de pajaritos que había en el árbol, debo quitar los que se volaron, entonces la operación que tengo que realizar es una resta.

3	Sara compra huevos para hacer varios desayunos	Compra 8 canastas de 12 huevos cada una. ¿Cuántos huevos compró en total?	Como debo reunir la cantidad que hay en 8 canastas iguales, entonces tengo que hacer una multiplicación.
4	Tengo 68 fresas,	Voy a repartirlas entre 9 amigos. ¿Cuántas fresas le corresponden a cada uno	Como hay que repartir y averiguar cuántas le corresponde a cada amigo, entonces debo hacer una división

Es muy importante que siempre que te enfrentes a un problema, tengas en cuenta las siguientes estrategias para solucionarlo:

1. Comprende el problema	Lee con atención el problema e identifica: a. ¿Qué información tengo? b. ¿Qué me preguntan? c. ¿Qué debo averiguar?
2. Planea qué hacer	Escoge la operación que te ayudará a resolver el problema. Para ello responde preguntas como: ¿Tengo que agregar? ¿Tengo que quitar? ¿Tengo que reunir conjuntos iguales? ¿Tengo qué repartir?
3. Realiza las operaciones	Realiza las operaciones planteadas
4. Verifica las respuestas	Es importante comprobar que la operación se realizó de manera adecuada. Luego hay que preguntarse: ¿He respondido la pregunta del problema matemático planteado? ¿Es razonable mi respuesta?

Resuelve los problemas anteriores teniendo en cuenta las estrategias aprendidas

"Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno; es encontrar la forma de salir de una dificultad utilizando los medios adecuados"

George Polya

TALLER N° 3

Estudiante: ____ N. ___________

Logro: Soluciona problemas con las cuatro operaciones básicas

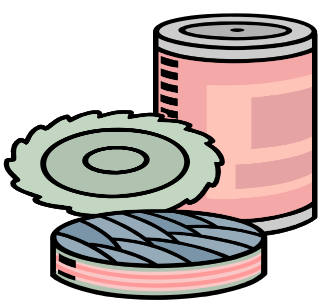
¡EXPERIMENTO LA UTILIDAD DE LAS MATEMÁTICAS!

EL DINERO

En Colombia contamos el dinero en pesos y usamos estos billetes y monedas:

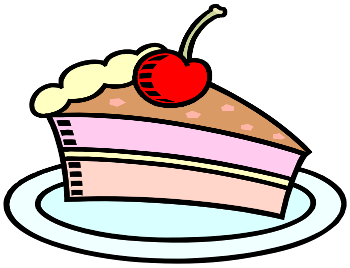
Escribimos el signo $ antes del número y leemos "pesos".

1. Coloca al frente de cada producto, que billetes puedo utilizar para pagarlo, según lo indique su valor. Recuerda que puede haber varias opciones. Lo importante es que llegues al precio correcto.



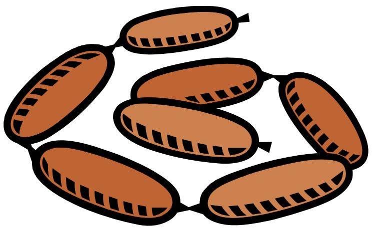
$8.700

Billetes de $ 5.000 _____
Billetes de $ 2.000 _____
Billetes de $1.000 _____
Monedas de $500 _____
Monedas de $ 200 _____



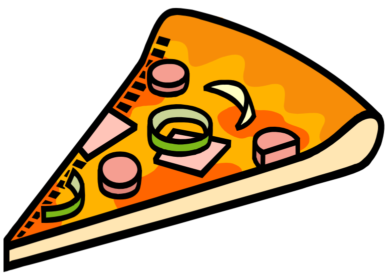
$5.300

Billetes de $ 5.000 _____
Billetes de $ 2.000 _____
Billetes de $1.000 _____
Monedas de $500 _____
Monedas de $ 200 _____
Monedas de $100 _____



$12.500

Billetes de $ 10.000____
Billetes de $ 2.000 _____
Billetes de $1.000 _____
Monedas de $500 _____
Monedas de $100 _____



$2.800

Billetes de $ 2.000 _____
Billetes de $1.000 _____
Monedas de $500 _____
Monedas de $ 200 _____
Monedas de $100 _____

$39.600

Billetes de 20.000 _____
Billetes de10.000 _____
Billetes de $ 5.000 _____
Billetes de $ 2.000 _____
Billetes de $1.000 _____
Monedas de $500 _____
Monedas de $ 200

2. A cada niña se le entregará una hoja de periódico para que recorte y pegue dos productos con su respectivo precio y escriba el menor número de billetes y monedas que se necesitan para comprarlos.

3. Inventa un problema con los dos artículos pegados, que contenga dos operaciones. Luego lo resuelves.

"La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles"

Bertrand Russell

TALLER N° 4

Estudiante: ____ N. ____________

Logro: soluciona problemas con las cuatro operaciones básicas

¡EXPERIMENTO LA UTILIDAD DE LAS MATEMÁTICAS!

1. Valeria ayudó a la mamá en la atención de su tienda. Para entregar las cuentas ordenadas elaboró una tabla. Después se las pasó a unos amigos y amigas con datos incompletos y les pidió que le ayudaran a completarla."

A Patricia y Jorge les dio la tabla siguiente y les pidió que le ayudaran a determinar con cuánto pagó cada cliente:

Completar la tabla.

CLIENTE	**Paga con**	**Valor de la compra**	**Recibe de vuelto**
1	$	$ 1.300	$ 700
2	$	$ 3.900	$ 100
3	$	$ 4.950	$ 50
4	$	$ 8.650	$ 350
5	$	$ 18.000	$ 2.000

Por su parte, a Fernanda y Tomás les pidió que le ayudaran a averiguar cuánto gastó cada cliente a partir de la siguiente tabla:

CLIENTE	**Paga con**	**Valor de la compra**	**Recibe de vuelto**
1	$ 2.000	$	$ 700
2	$ 4.000	$	$ 100
3	$ 5.000	$	$ 50
4	$ 9.000	$	$ 350
5	$ 20.000	$	$ 2.000

Comparar ambas tablas en relación a los datos entregados en cada una y en cuanto a la información que se pide.

Establecer las operaciones que se realizaron para completar cada tabla y su relación. Explica.____

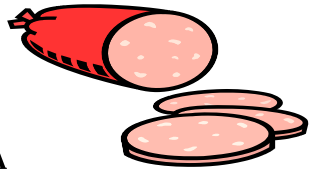
____

4. ¿Cuál cliente tenía menos dinero? ____

5. ¿Cuál cliente tenía más dinero? ____

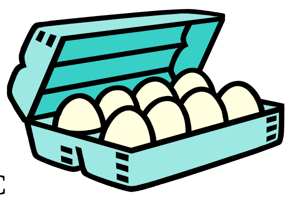
6. ¿Cuánto dinero más tenía el cliente 5 que el cliente 4? ______________________

7, Coloca la letra correspondiente al lado del precio que creas cuesta el producto.

A  ____________ $ 4.200

B 

____________ $ 600

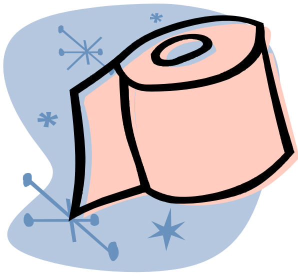
C  ____________ $ 1.750

D 

____________ $ 1.200

E 

____________ $ 3.400



F ____________

$ 1.300

G ____________

$ 1.600

H ____________

$ 2.150

____

$ 6.300

"La matemática es la ciencia del orden y la medida, de bellas cadenas de razonamientos, todos sencillos y fáciles"

Bertrand Russell

TALLER N° 5

Estudiante: ____ N. ___________

Logro: Soluciona problemas con las cuatro operaciones básicas.

¡QUÉ DIVERTIDO RESOLVER SITUACIONES PROBLEMA!

Lee con atención y responda:

1. Encierra en un círculo la operación que se necesita para resolver los siguientes problemas. Luego, resuelva la operación y digan cuál es la respuesta correcta.

   a. Gonzalo tiene 25 cintas de video de ciencias sociales y su hermana Laura 12 cintas de ciencias naturales. ¿Cuántas cintas de video tiene más Gonzalo que Laura?

   25 + 12 = _________ 25 – 12 = ________

   b. En el salón hay 6 filas de pupitres y cada fila tiene 5 pupitres. ¿Cuántos pupitres hay e en el salón?

   6 ÷ 5 = ________ 6 x 5 = _______

2. Subraya las dos operaciones que se deben realizar para resolver el siguiente ejercicio. Resuelve el problema.

Olivia tenía $3.000. Se compró un yogur de $1.000 y un pan de $500. ¿Cuánto dinero le quedó?

$1.000 + $5.000 = $1.500 $3.000 - $1.500 = $1.500	$3.000 + $1.000 = $4.000 $4.000 - $500 = $3.500

3. Lea y complete la respuesta.

Pedro tenía 38 canicas, Rosa tenía 4 veces más. ¿Cuántas canicas tenía Rosa?
Respuesta: La operación que se debe realizar para resolver el problema es ____________________
porque ____.

4. Formule la pregunta adecuada y resuelva el problema:

La mamá de Laura empaca bocadillos en cajas de 8 unidades. Ayer empacó 92 bocadillos.

Pregunta: ____

____

Respuesta: ____

____

5. Para esta operación inventa un problema y lo resuelves.

$$5.687 \;\big|\!\underline{\;25\;\;\;\;\;}$$

____

____

____

____

____

____

"Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno; es encontrar la forma de salir de una dificultad utilizando los medios adecuados"

George Polya

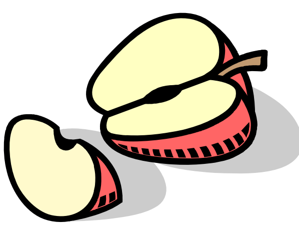
TALLER N° 6

Estudiante: ____ N. __________

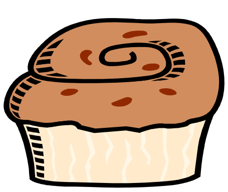
Calcula el precio de la cantidad de productos indicados

$ ____________ 8 unidades ______

$ ____________ 18 unidades _______



$ ____________ 25 unidades _______



$ ____________ 15 unidades ________

TALLER N° 7

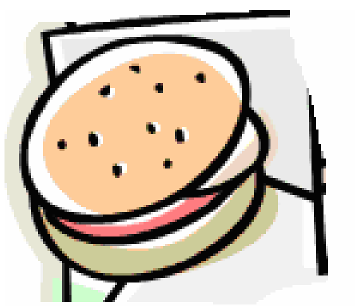
Estudiante: ____ N. ___________

Logro: Soluciona problemas con las cuatro operaciones básicas

¡EXPERIMENTO LA UTILIDAD DE LAS MATEMÁTICAS!

Comidas rápidas

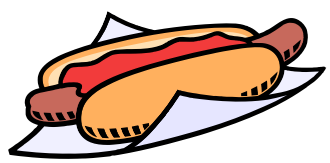
En un expendio de comidas rápidas se ofrece las siguientes comidas



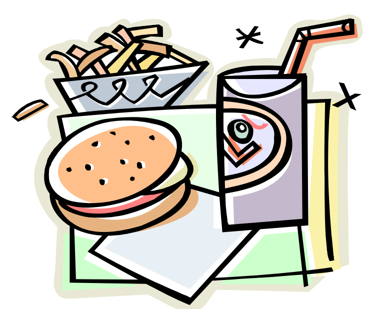
Hamburguesa júnior	$ 4.500
Hamburguesa de 1/ 2 lb	$ 5.500
Hamburguesa especial expres	$ 6.000
Porción de papas a la francesa	$ 2.000
Porción de yuca a la francesa	$ 2.200
Jugo	$ 800
Gaseosa en botella de 350 ml	$ 750
Gaseosa en botella de 250 ml	$ 550

También ofrecen algunos combos

Combo 1



Hamburguesa especial expres
Porción de papas a la francesa
Gaseosa en botella de 350 ml
--------------------------- $ 8.000



Combo 2

Hamburguesa de 1/ 2 lb.
Porción de yuca a la francesa
Gaseosa en botella de 250 ml
---------------------------- $ 7.900

- Andrés compra un combo para almorzar y de los dos el mas económico, teniendo encuesta la lista de precios y el valor de cada combo. Comparo y escribo cual combo escogió Andrés _________________

¿Porque escogió ese y no el otro? _________________________________

- ¿Cuál será el valor de cada combo con base en los precios de la lista?
  ____

Escribo una nueva lista de precios descontando $ 300 a cada Hamburguesa,
$ 200 a las papas y a la yuca y $ 100 a los líquidos. Luego armo dos combos y al precio total de cada uno le descuento $ 500

Combo 1	**Combo 2**
________________________	________________________
________________________	________________________
________________________	________________________
________________________	________________________
________________________	________________________
________________________	________________________
Ahora ____________________	Ahora ____________________
Antes ____________________	Antes ____________________

"El poder que radica en el aprendizaje de la matemática, es la capacidad de usarla"
Wertheimer

RUBRICAS

RUBRICAS PARA CALIFICAR GUIAS

CATEGORIAS	EXCELENTE	SOBRESALIENTE	ACEPTABLE	INSUFICIENTE
Guías trabajadas	Todas las guías asignadas estaban desarrolladas y escritas excelentemente.	Casi todas las guías estaban hechas y bien escritas.	La mayoría de las guías estaban hechas y escritas satisfactoriamente. Faltan preguntas por desarrollar	Faltan muchas preguntas de la guía por responder. La mayoría de las preguntas poseen inconsistencias.
Presentación	La guía presenta claridad en la escritura. Hay excelente redacción.	Gran parte de la guía está ordenada facilitando su lectura.	La mayoría de las preguntas y diseños presentan claridad, pero aún hay mucho por mejorar.	Necesita mejorar la letra. Es difícil leer trabajo escrito.
Requisitos	Cumple a cabalidad con las actividades propuestas.	Generalmente cumple bien los requisitos	Cumple adecuadamente los requisitos	No cumple con los requisitos.
Nivel y Esfuerzo	Presenta un nivel alto en el desarrollo de las actividades manifestando un notorio esfuerzo.	Trabajo de nivel avanzado. Toma riesgos. Trata de mejorar y aplicar su conocimiento.	Trabajo adecuado. Necesita aplicar más su conocimiento y tomar riesgos.	Trabajo de nivel bajo. Necesita mejorar y aplicarse más.

NOTA ACLARATORIA

En cualquiera de las categorías obtendrá **Deficiente** quien, ante las actividades planteadas, no realice ninguna de ellas.

RUBRICAS PARA CALIFICAR EXPOSICIONES

CATEGORIAS	EXCELENTE	SOBRESALIENTE	ACEPTABLE	INSUFICIENTE
Habla claramente	Habla claramente dándose a entender con su discurso	Habla claramente pero la mala pronunciación de algunas palabras dificulta la comunicación de los conceptos.	Pronuncia de manera inadecuada la gran parte de las palabras utilizadas en su discurso	A menudo habla entre dientes o no se le puede entender o tiene mala pronunciación.
Tiempo	La duración de la presentación es de 4 a 5 minutos.	La duración de la presentación es de 3 minutos.	La duración de la presentación es de 2 minutos.	La duración de la presentación es de menos de 2 o más de 5
Vocabulario	Usa vocabulario apropiado para los compañeros. Define las palabras que podrían ser nuevas para éste.	Usa vocabulario apropiado para los compañeros. Incluye 1-2 palabras que podrían ser nuevas para la mayor parte de la audiencia, pero no las define.	Usa vocabulario apropiado para los demás estudiantes. No incluye vocabulario que podría ser nuevo para los oyentes.	Usa varias (5 o más) palabras o frases que no son entendidas por los demás estudiantes.
Contenido	Demuestra un excelente dominio del tema	Demuestra un buen dominio del tema.	Demuestra un buen entendimiento de partes del tema.	Parece no entender muy bien el tema.
Escucha otras Presentaciones	Escucha atentamente. No hace movimientos o ruidos que son molestos	Escucha atentamente pero tiene un movimiento o ruido que es molesto.	Algunas veces aparenta no estar escuchando, pero no es molesto.	Algunas veces no aparenta escuchar y tiene movimientos y ruidos que son molestos.

RUBRICAS PARA CALIFICAR DESEMPEÑO DE GRUPOS COLABORATIVOS

CATEGORIAS	EXCELENTE	SOBRESALIENTE	ACEPTABLE	INSUFICIENTE
Control de la Eficacia del Grupo	Continuamente se preocupa por la eficacia del grupo y propone alternativas para mejorarla.	Casi siempre controla la eficacia del grupo y trabaja para que el grupo sea más efectivo.	Ocasionalmente controla la eficacia del grupo y trabaja para que sea más efectivo.	Rara vez controla la eficacia del grupo y no trabaja para que éste sea más efectivo
Calidad del Trabajo	Presenta trabajos con todas las normas sugeridas	Presenta trabajos olvidando algunas normas sugeridas	Presenta trabajos que deben ser reelaborados por otros grupos para mejorar su calidad.	Presenta trabajo que generalmente necesita ser comprobado por otros grupos
Trabajo con Otros	Contribuye siempre escuchando a los otros y velando por la unión de los miembros del grupo...	Generalmente escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros. No causa "problemas" en el grupo.	A veces escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros.	Raramente escucha, comparte y apoya el esfuerzo de otros. Causa “problemas” en los grupos
Contribuciones	Proporciona continuamente ideas útiles cuando participa en el grupo y en la discusión en clase.	Generalmente, proporciona ideas útiles cuando participa en el grupo y en la discusión en clase.	Algunas veces proporciona ideas útiles cuando participa en el grupo y en la discusión en clase.	Rara vez proporciona ideas útiles cuando participa en el grupo y en la discusión en clase.
Enfocándose en el	Se mantiene	La mayor parte del	Algunas veces se	Raramente se

Trabajo	enfocado en el trabajo que se necesita hacer.	tiempo se enfoca en el trabajo que se necesita hacer.	enfoca en el trabajo que se necesita hacer, ocasionando que algún integrante lo reconduzca.	enfoca en el trabajo que se necesita hacer. Deja que otros hagan el trabajo.

RÙBRICAS PARA CALIFICAR PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÒN DE SITUACIONES PROBLEMA

Solución de problemas planteados				
	E	S	A	I
Razonamiento Matemático	Usa razonamiento matemático complejo.	Usa razonamiento matemático efectivo.	Alguna evidencia de razonamiento matemático.	Poca evidencia de razonamiento matemático.
Errores Matemáticos	Los pasos y soluciones no tienen errores matemáticos.	En los pasos y soluciones presenta pocos errores matemáticos.	Le falta coherencia en la aplicación de los pasos y soluciones.	Casi todos los pasos y soluciones tienen errores matemáticos.
Estrategia/Procedimientos	Usa una estrategia eficiente y efectiva para resolver problemas.	Por lo general, usa una estrategia efectiva para resolver problemas.	Algunas veces usa una estrategia efectiva para resolver problemas, pero no lo hace consistentemente.	Usa una estrategia poco efectiva para resolver problemas.
Formulación de problemas	Formula problemas coherentemente	Generalmente formula problemas con coherencia.	Falta coherencia en la formulación de problemas.	Se le dificulta la formulación de problemas.
Explicación	La explicación es detallada y clara.	La explicación dada, se acerca mucho a la solución del problema.	La explicación es un poco difícil de entender, pero se acerca a la solución que se requiere.	La explicación es difícil de entender y no propone la solución adecuada.

ENCUESTA INICIAL PARA LOS ESTUDIANTES

INSTITUCIÓN: ____

NOMBRE: ___________________________________ **GRADO**: _______ **EDAD**: _________

1. ¿Te gusta el área de matemáticas? ¿por que?

2. ¿Crees que las matemáticas son necesarias en la vida de las personas?

3. ¿Consideras que eres habilidoso para el área de matemáticas?

4. ¿Tus padres te motives a que estudies?

5. ¿Hay algún tema en especial de matemáticas que te da dificultad entenderlo?

6. ¿Las matemáticas tienen relación con otras áreas? ¿con cuales?

RESULTADO DE ALGUNAS OBSERVACIONES

TIEMPO MES	DÍA	HORA	SITUACIÓN QUE OBSERVO	DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN	EVENTOS RELEVANTES O SIGNIFICATIVOS	EXPLICACIONES, INTERPRETACIONES
			Trabajo individual. Taller sobre solución de situaciones problema.	Elaboración de una guía sobre el reconocimiento del dinero utilizado en nuestro país. Taller N. 3	Después de observar los billetes y monedas y explicar su valor, se pide que escriban qué billetes se necesitan para comprar 5 artículos dados En la segunda preguntase les pide pegar dos productos y escribir qué billetes se necesitan para comprarlos La última pregunta consistía en inventar un problema combinado y resolverlo empleando los dos artículos pegados en el punto anterior	Pocos alcanzan a responder correctamente la pregunta completa En la mayoría aun se observan dificultades para reconocer los billetes y monedas. Se observó incoherencia al inventar problemas. Y algunos niños, ni siquiera lo intentaron ya que presentan grandes dificultades en este aspecto.

TIEMPO MES I DÍA I HORA			SITUACIÓN QUE OBSERVO	DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN	EVENTOS RELEVANTES O SIGNIFICATIVOS	EXPLICACIONES, INTERPRETACIONES
			Soluciona situación problema de suma y resta.	Elaboración de la guía “experimento la utilidad de la matemática”, situación problema que se desarrolla en un expendio de comidas rápidas. Taller N. 7	Para un lector desprevenido esta pregunta es fácil de responder, pero analizándola bien, los niños tenían que sumar y restar, para averiguar cuál es el combo más económico. La 2 pregunta pedía realizar una suma de varios artículos, sólo requería un poco de atención para elegir la cantidad correcta para sumar y varios niños se equivocaron al operar. La tercera pregunta requería de más concentración porque pedía hacer un nuevo listado de precios descontando a cada artículo una cantidad diferente, luego armar dos combos con la nueva lista y a cada combo restarle $500. Es una cadena de razonamientos que se tenían qué hacer paso a paso.	La mayoría respondió bien, un pero al pedirles que explicaran por qué escogió ese y no el otro, algunos no supieron explicar su respuesta, pues aun se les dificulta argumentar. Fue relativamente bajo el número de niños que se equivocaron al realizar la operación. La mayoría lo lograron, pues hicieron bien la nueva lista, lograron armar los dos combos, y pudieron terminar bien toda la pregunta que pedía hacer un descuento de $500 pesos a cada combo y escribir el precio final.

RESULTADOS FINALES

Comparación de los resultados de la prueba diagnostica aplicada al inicio y al final de la intervención.

Las instituciones intervenidas fueron:

1. Institución educativa San Fernando de Amaga.
2. Institución educativa Santo Tomas De Aquino, de Titiribí.
3. Colegio Bethlemitas de Bello
4. CEDEPRO de Medellín

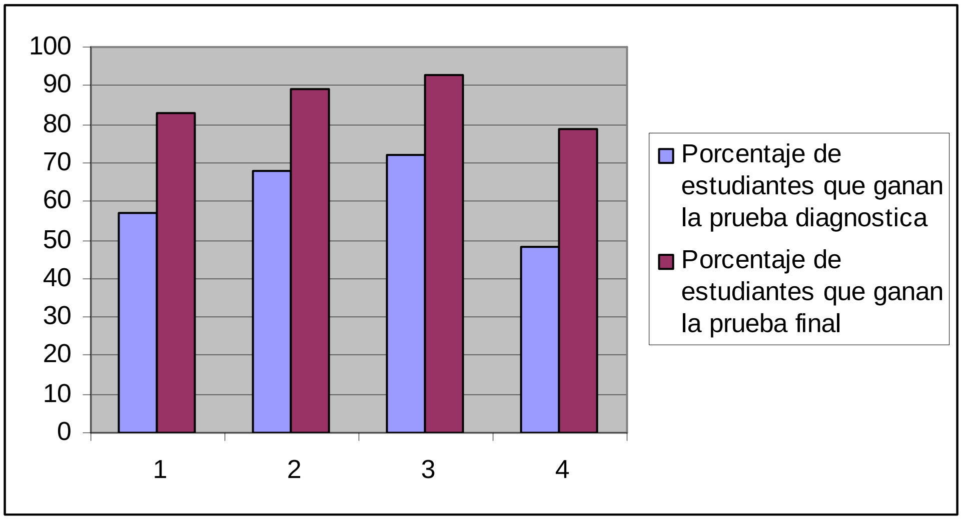
Aprobaron la prueba diagnostica:

1. Institución educativa San Fernando de Amaga. 57 %
2. Institución educativa Santo Tomas De Aquino, de Titiribí. 68 %
3. Colegio Bethlemitas de Bello. 72 %
4. CEDEPRO de Medellín. 48 %

Aprobaron la prueba final:

1. Institución educativa San Fernando de Amaga. 83 %
2. Institución educativa Santo Tomas De Aquino, de Titiribí. 89 %
3. Colegio Bethlemitas de Bello. 93 %
4. CEDEPRO de Medellín 79 %

RESULTADOS DE LA INTERVENCION



Se puede observar un avance en cuanto al número de estudiantes que ganan una prueba de matemáticas en la que se les pide solucionar problemas con las operaciones básicas, lo cual nos demuestra que la intervención a partir de esta propuesta arrojo productos positivos.

Los estudiantes mejoraron significativamente su habilidad de argumentación, asi como la capacidad para analizar situaciones problema y operar correctamente.

9.6. PROSPECTIVAS DE INVESTIGACION

Terminado el proceso de investigación y analizando los resultados obtenidos se puede afirmar que en los estudiantes con los cuales se implementó esta propuesta pedagógica, se observó un avance significativo en cuanto a su actitud frente al estudio y trabajo con las matemáticas, así como en el desarrollo de habilidades para la formulación y resolución de situaciones problema, generando en ellos un mejor desarrollo de sus competencias matemáticas.

Es evidente que para lograr el desarrollo de habilidades en cuanto a la formulación y resolución de problemas, es necesario como maestros hacer de las situaciones problema una práctica pedagógica permanente, donde se propicien espacios de reflexión, análisis y síntesis, mediante diferentes propuestas que permitan integrar los saberes matemáticos con otras áreas y en otros contextos.

De aquí se vislumbra el punto de partida para los maestros en ejercicio y en formación para que tomen conciencia de los grandes beneficios que trae consigo el implementar las situaciones problema como herramienta metodológica y didáctica dentro y fuera del aula generando así la movilización de esquemas de pensamiento rompiendo así con algunos paradigmas que durante mucho tiempo han prevalecido en la enseñanza de la matemática.

Aunque se es consciente de que este no es el primer trabajo en el que se proponen las situaciones problema como estrategia didáctica, sí se está ratificando su efectividad en el avance intelectual, académico y de fortalecimiento de las competencias matemáticas de los estudiantes. Convirtiéndose en un modelo o guía para futuros trabajos a desarrollar en este campo, pues se espera que sean muchos los maestros interesados en continuar investigando e implementado este tipo de trabajo en las aulas.

9.7. CONCLUSIONES

- La estrategia de resolución de situaciones problema ofrece una excelente alternativa a los educadores del área de matemáticas para el mejoramiento de los procesos de aprendizaje y para lograr la adquisición de habilidades y conocimientos más duraderos por parte de los estudiantes. Sin embargo, la preparación para este tipo de enseñanza requiere una inmersión personal, seria y profunda. No se trata meramente de saber unos cuantos trucos superficiales, sino de adquirir unas nuevas actitudes que calen y se vivan profundamente.

- Así mismo, el método de enseñanza por resolución de problemas presenta algunas dificultades que no parecen aún satisfactoriamente resueltas en la mente de algunos profesores y mucho menos en la forma práctica de llevarlo a cabo. Se trata de armonizar adecuadamente las dos componentes que lo integran, la componente heurística, es decir, la atención a los procesos de pensamiento, y los contenidos específicos del pensamiento matemático.

- Basados en la experiencia docente se pueden observar algunas estrategias didácticas planteadas por algunos autores como Polya, Schoenfeld, John Jairo Múnera, Miguel de Guzmán y Kantowsky, entre otros, que permiten que los estudiantes adquieran una mayor habilidad en cuanto a la formulación y resolución de problemas, ya que el estudiante se encuentra en una actitud de análisis profundo, de interpretación de datos, de busca de caminos y principalmente de razonamiento lógico que le permiten de una u otra forma buscar y encontrar soluciones a las situaciones que se les plantee.

- Los procesos de aula en cuanto al trabajo con la matemática deben sufrir una reestructuración que permita hacer de esta asignatura un área de total agrado y de un verdadero sentido en cuanto a lo que se aprende y la mejor manera de lograr esto es implementar nuevas estrategias didácticas, todas ellas basadas en el planteamiento y la resolución de problemas.

- Para generar en los estudiantes un gusto y agrado hacia el planteamiento y resolución de situaciones problema con respecto al área de matemáticas se recomienda que este trabajo sea empezado desde los primeros años de la escuela, para que de esta forma el estudiante a través de un largo proceso adquiera habilidades que le permitan desempeñarse correctamente al momento de resolver alguna situación que le exige pensar y analizar para luego proceder.

- En lo que corresponde a la pedagogía dentro del campo matemático el planteamiento y resolución de situaciones problema posibilitan espacios para interiorizar conceptos de aplicación comprensiva de algoritmos, simbolización y abstracción como vía práctica para no solo resolver problemas, sino para adquirir una competencia matemática eficaz.

- Antes de enfrentar al estudiante a la resolución de situaciones problemas, éste debe haber recibido una buena orientación en cuanto al método y a los pasos a seguir, porque de lo contrario se puede generar apatía frente al tema por parte del estudiante y fácilmente caerá en errores que pudieron haber sido evitados con anticipación a través de un trabajo bien orientado.

- Es importante que a nivel educativo se dé un cambio en cuanto a la formación que en la actualidad están recibiendo los maestros, se necesitan docentes que replanteen sus prácticas educativas y que hagan que sus estudiantes se enamoren de la matemática y las conviertan en un aspecto inherente a su realidad y cotidianidad. Al respecto M. de Guzmán (1984) comenta que "lo que sobre todo deberíamos proporcionar a nuestros alumnos a través de la matemática es la posibilidad de hacerse con hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos." ¿De qué les puede servir hacer un hueco en su mente en que quepan unos cuantos teoremas y propiedades relativas a entes con poco significado si luego van a dejarlos allí herméticamente emparedados? A la resolución de problemas se le ha llamado, con razón, el corazón de las matemáticas, pues ahí es donde se puede adquirir el verdadero sabor que ha traído y atrae a los matemáticos de todas las épocas. Del enfrentamiento con problemas adecuados es de donde pueden resultar motivaciones, actitudes, hábitos, ideas para el desarrollo de herramientas, en una palabra, la vida propia de la matemática».

10. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- MEN. Estándares curriculares para la enseñanza de la matemática. 2003. Santafé de Bogotá.
- MEN. Lineamientos Curriculares en matemáticas. 1998. Santafé de Bogotá
- www.indexnet.santillana.es
- yperelman.ifrase.com/problemasrecreativos/problemasrecreativos25.html
- descartes.cnice.meca.es/Geometría/Resolucióndeproblemas/resoluciondeproblemas.htm
- Enciclopedia Encarta 2005.
- Amigos de las matemáticas grado cuarto editorial Santillana
- Pirámide 5. Editorial Norma.
- http:www.sectormatematica,cl/básica/probays.htm.
- A.R Luria y L.S Tsvetkova. La Resolución de Problemas y sus Trastornos. S.e. Barcelona 1981. Editorial Fontanella. 268 pág.
- MESA, Betancur Orlando. Contextos para el desarrollo de situaciones problemas en la enseñanza de las matemáticas. Colombia. 1ra. Edición.
- POLYA, George. Como plantear y resolver problemas. Método heurística. México: trillas 2da. Edición. 2002.
- Documento: TIPOS DE PROBLEMAS. Por José Joaquín García García.
- Evaluación de logros en matemáticas. MEN. Santa Fe de Bogotá. 1997. pág. 51 – 57.

- Alsina, Y. (1990). La resolución de problemas matemáticos por estudiantes mexicano-norteamericanas, Educación Matemática, 2

- Bonilla, G. (1991). Métodos prácticos de inferencia estadística. Editorial Trillas.

- De la Vega, M. (1984). Introducción a la psicología cognitiva, Alianza, Madrid.

- Gagné, E. (1991). La psicología cognitiva del aprendizaje escolar, Visor, Madrid.

- Hernández Sampieri, R. y otros. (1996). Metodología de la Investigación. Editorial Mc. Graw Hill. México.

- Langford, P. (1990). El desarrollo del pensamiento conceptual en la Escuela Secundaria, Paidós. MEC (col. Temas de Educación), Barcelona.

- Maris, V. S. (1990). Rendimiento escolar, estilos cognitivos y pensamiento formal, Revista Española de Pedagogía, 48.

- Monereo, C.; Castelló, M.; Clariana, M.; Palma, M.; Pérez, M. L., (1998). Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Formación del profesorado y aplicación en el aula, Grao, Barcelona.

- Marzano, R. (1997), Dimensiones del aprendizaje, Iteso, Guadalajara.

- Niaz, M. (1987). Estilo cognitivo y su importancia para la enseñanza de las ciencias. Enseñanza de las Ciencias.

- Nickerson, R.; Perkins, D.; Smith, E. (1985), Enseñar a pensar, Paidós, Barcelona.

- Nisbet, J. y Shucksmith, J. (1986), Estrategias de aprendizaje, Santillana, Madrid.

- Parra, B., (1990) "Dos concepciones de resolución de problemas", Revista Educación Matemática, vol. 2, núm. 3, (1991) "La resolución de problemas en la construcción de esquemas de razonamiento", Revista Educación Matemática

- Pozo Municio, J.R. y otros (1997), La solución de problemas. Editorial Santillana. Madrid

- Resnick, L. B., Y Ford, W. W. (1990), La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidos. México

- Santos, L. M. (1992), "Resolución de problemas: el trabajo de Alan Schoenfeld: una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas", Revista Matemática Educativa, vol. 4, núm. 2...