UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Procesos de Generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos

Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica Matemática

ANDREA ARCILA GIRALDO

SILVANA MAZO MUÑOZ

Asesores

CATALINA BERMUDEZ GALEANO

CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ

Medellín 2017

AGRADECIMIENTOS

Detrás de este proceso de investigación se encuentran muchas personas e instituciones, las cuales con su acompañamiento y apoyo, hicieron posible que este estudio se llevase a cabo.

Agradecemos, entonces:

A nuestros padres por su apoyo constante en todo nuestro proceso formativo.

A nuestros orientadores Catalina Bermúdez Galeano y Carlos Julio Echavarría Hincapié por orientarnos en nuestra práctica pedagógica y en la escritura de este trabajo de investigación.

A la Universidad de Antioquia por posibilitar espacios de formación en los cuales nos pensamos y formamos como profesiones en el campo de la Educación.

A la profesora Luz Cristina Agudelo Palacio por ayudarnos con el enfoque epistemológico de nuestro trabajo investigativo.

A los directivos y profesores del Colegio Alemán Medellín y de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur, por su acompañamiento y disposición en la realización de las actividades propuestas en este proceso de investigación.

A nuestros estudiantes del grado quinto y sexto por su disposición, motivación y apertura para aprender juntos. Gracias a ellos cada una de las actividades adquirió sentido dentro del proceso de investigación.

A todos los autores que han servido como referentes teóricos y metodológicos para la realización de este estudio.

RESUMEN

La investigación que presentamos a continuación tuvo como propósito analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos. Para alcanzar este objetivo, llevamos a cabo una investigación cualitativa, bajo la sistematización de experiencias, con un enfoque histórico-dialéctico, enmarcada en la perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática.

En relación con el objetivo, la pregunta orientadora fue: ¿Cómo se desarrollan procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos? Con el fin de dar respuesta a este interrogante, llevamos a cabo una serie de *actividades orientadoras de enseñanza* en espacio de Semillero de Matemáticas con estudiantes pertenecientes al grado quinto y sexto del Colegio Alemán Medellín y de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur.

En el análisis en esta investigación, encontramos, en primer lugar tres problemas en los procesos de generalización, estos problemas fueron: un *problema fenomenológico*, planteado alrededor de las determinaciones sensibles, en el cual participan la intuición, la atención y la sensibilidad. Estas determinaciones sensibles dan lugar al reconocimiento de propiedades comunes y por medio de la abstracción se da paso al segundo problema, llamado *problema epistemológico*, que consiste en la generalización propiamente dicha y por medio de la cual se produce el nuevo objeto. El tercer problema, llamado *problema semiótico*, resulta de los medios a través de los cuales se denota el objeto generalizado.

Finalmente, encontramos que las acciones propuestas dentro de las *Actividades Orientadoras de Enseñanza*, definidas desde unas necesidades y motivos claros y por medio del uso de artefactos, se constituyeron en caminos que facilitaron el desarrollo de procesos de generalización, esto nos permitió que como profesoras reconociéramos que no sólo hay generalización algebraica cuando los alumnos recurren al simbolismo algebraico alfanumérico, la denotación de la generalización algebraica puede ser efectuada a través de otros sistemas semióticos.

Palabras-clave: *Perspectiva Histórico-Cultural de la Educación; Actividad pedagógica; Educación Matemática, sistematización de experiencias.*

ABSTRACT

The investigation we here present, had as a purpose to analyse the development of generalization processes in students from fifth and sixth grade, based on orienting teaching activities associated to patterns or figural sequences and arithmetic mediated by artefacts usage. To attain this objective, we carried out a qualitative investigation, under the systematization of experiences, with an historic-dialectic focus, masked in the historic-cultural perspective of Mathematics Education.

In relation with the objective, the orienting question was: ¿How are the generalization processes in fifth and sixth grade students, starting from orienting teaching activities associated to patterns of figural and arithmetic sequences mediated by the use of artefacts?. With the final purpose of answering this question, we did a series of orienting teaching activities in the Mathematics research seed space with students belonging to grades fifth and sixth from the <<Colegio Alemán Medellín>> and the <<Institución Educativa Comercial Antonio Roldán

Betancur>>, the first institution being private, located in Itagüi (Colombia) and the second one being a public institution, located in the municipality of Bello (Colombia).

As a theoretical-methodological alternative in the research seed we proposed a series of orienting teaching activities focused towards the production of generalization processes. From the analysis of this investigation, we found, in first place three problems in the generalization processes, these problems were: a phenomenological problem, posed around sensible determinations, in which took place, the institution, the attention and sensibility. These sensible determinations lead to the acknowledgement of common properties and by means of abstraction it paves the way to the second problem, called epistemological problem, consisting of generalization properly said and by means of which the new object is produced. The third problem, called semiotic problem, is a result of the means through which the generalized object is denoted.

Finally, we found actions proposed inside the orienting teaching activities, defined from some necessities and clear motives and by means of artefacts usage, the paths that eased the development of generalization processes were constituted, this allowed us, as teachers to recognize that there is not just algebraic generalization when the students resort to alphanumeric algebraic symbolism, the denotation of the algebraic generalization can be effectuated through the other semiotic systems, in which the perception, gesture, mathematical symbols and natural language intervened.

Key-words: Historical-Cultural Perspective of Education; Pedagogical activity; mathematical education; systematization of experiences.

CONTENIDO

ILUSTRACIONES

TABLAS

PRESENTACIÓN

La generalización es una actividad no exclusiva de las matemáticas, sino que caracteriza todas las formas de conocimiento. Los sujetos de forma constante, estamos en la tarea de clasificar objetos, definir conceptos, tomar decisiones a partir de la repetición de sucesos, entre otros elementos que caracterizan el proceso de generalización. En Educación Matemática, uno de los objetivos de la actividad del docente es lograr que el estudiante alcance esquemas generales de pensamiento, que pueda reconocer elementos particulares de una clase general de situaciones, que establezca relaciones entre las variables y que logre formalizar los objetos de conocimiento.

En este sentido, en nuestro proyecto de investigación la generalización es entendida como la esencia, el corazón de las matemáticas, idea reforzada por Mason (1996). Bajo esta afirmación la Educación Matemática debe estar orientada a proponer situaciones en las cuales los alumnos logren desarrollar procesos de generalización, incorporando a la cotidianidad del aula de clase situaciones para el aprendizaje y el desarrollo de habilidades relacionadas con la elaboración, validación y sistematización de conjeturas.

Los fundamentos teóricos para analizar el proceso de generalización fueron abordados desde la perspectiva sociocultural de la educación Matemática, para la cual nos apoyamos de autores como Leontiev (1981), Vygotski (1995), Moura (2010) y Radford (2002, 2004, 2006, 2008, 2013, 2017).

Por otro lado, según el pensamiento Histórico -Cultural de Vygotsky (1995) la actividad humana es producto de las interacciones con el otro y a su vez el conocimiento matemático se constituye como una elaboración humana, es por ello que el saber es generado por los individuos en el curso de las prácticas sociales histórica y culturalmente constituidas, en este sentido la cultura se relaciona con el saber, ya que proporciona los objetos de conocimiento.

Dicho abordaje histórico-cultural propuesto por Vygotsky (1995) se torna importante en nuestra investigación, ya que en él se incorpora un componente social, en el cual el medio y la cultura legitiman el proceso de objetivación del conocimiento. Según Vygotsky (1995) la actividad humana es producto de las relaciones con el otro, este otro puede ser un objeto o un sujeto, puesto que el aprendizaje es una experiencia mediada por instrumentos culturales que vinculan las relaciones y acciones humanas.

Acorde con esta perspectiva epistemológica, en nuestra investigación asumimos el aprendizaje como una experiencia mediada a partir de las interacciones del sujeto con el otro. En dicho carácter mediatizado del pensamiento, los artefactos (llamados objetos, instrumentos, sistemas de signos, etc.) se constituyen como mediadores de la actividad. Entendiendo los artefactos no solo con un objeto material, algo fabricado por el ser humano sino un aspecto del mundo material que ha se modificado a lo largo de la historia a partir de la incorporación de la acción humana dirigida a metas, en relación de esos cambios los artefactos son ideas y materiales. Así, según Radford (2008) los artefactos no son simplemente ayudas para pensar, ni simples amplificadores, sino más bien partes constitutivas y consustanciales del pensamiento, es decir, pensamos con y a través de artefactos culturales.

Los artefactos constituyen una dialéctica entre el sujeto y el objeto, los cuales se transforman en un proceso continuo, es por ello que para Radford (2006) el aprendizaje no consiste en construir o reconstruir un conocimiento. Se trata de dotar de sentido los objetos conceptuales que encuentre el alumno en su cultura. Así la adquisición del saber es un proceso de elaboración activa de significados.

Nuestro trabajo de investigación pretendió abordar los procesos de generalización en el caso particular la generalización de patrones o secuencias figúrales y aritméticas, ya que, a pesar de que desde los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1998) y en los Estándares Básicos de Matemáticas (2003) se establece la introducción de los diferentes tipos de pensamientos matemáticos (numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio) y la importancia de implementar al interior del aula procesos como modelación, comunicación, la resolución de problemas, el razonamiento y la ejercitación de procedimientos. Los estudiantes no alcanzan a desarrollar procesos de generalización simbolización y formalización, dichos procesos se constituyen eje fundamental para dar estructura y sentido al aprendizaje del razonamiento algebraico en la escuela.

Asumiendo esta problemática, nuestra investigación pretendió dar respuesta a la pregunta **¿Cómo se desarrollan procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos?**

Consecuentemente, el objetivo de nuestra investigación fue**: Analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos.**

Nuestro estudio estuvo basado en un abordaje cualitativo, bajo la sistematización de experiencia como metodología que nos permite articular la teoría y la práctica, con el fin de entender y transformar las prácticas sociales. En este sentido, la sistematización de experiencias nace de la relación sujeto-objeto, relación que culmina en la objetivación de saberes, es por ello que la dialéctica es el sustento de nuestro estudio, ya que el sujeto es ser un social por naturaleza, que vive en una comunidad y por ende requiere de los otros y los objetos para dotar de sentidos los conocimientos.

Las técnicas e instrumentos empleados para la recolección de los datos de la investigación fueron registros escritos, diario de campo, materiales audio-visuales y entrevistas. Estas técnicas nos permitieron bajo la sistematización de experiencias analizar los procesos de generalización alcanzados por los estudiantes.

Bajo la metodología de sistematización de experiencias, diseñamos actividades basadas en *Actividad Orientadora de Enseñanza,* dirigidas a promover el diálogo entre nosotras como investigadoras, los estudiantes y el conocimiento matemático. Dicho conocimiento construido desde una necesidad, con unas acciones y una finalidad, de tal forma que el conocimiento estuviese dotado de sentido y significado para el estudiante.

Durante el desarrollo de la investigación diseñamos una serie de guías, en las cuales a partir de los registros de cada clase, las grabaciones, observaciones, producciones de los estudiantes e información de los diarios de campo, seleccionamos la información que consideramos pertinente para responder a nuestra pregunta de investigación.

Con base en la información seleccionada, dividimos el estudio en seis capítulos, en los cuales mostraremos el recorrido que realizamos, presentado en cada uno de ellos los aspectos que permitieron observar los procesos de generalización desarrollados por estudiantes de quinto y sexto.

En el capítulo uno, camino recorrido, describimos cual fue la problemática que sustentó nuestra investigación, nuestra pregunta, objeto y objetivo de investigación, el paradigma de investigación empleado y una descripción de las instituciones educativas y de los estudiantes con los cuales desarrollamos la práctica pedagógica.

En el capítulo dos, propuesta teórica-metodológica, exponemos nuestra definición de generalización, patrones y secuencias figúrales y aritméticas, *Actividad Orientadora de Enseñanza*, el proceso de mediación instrumental (artefactos), una descripción de las *Actividad Orientadora de Enseñanza* aplicadas en la práctica y una breve explicación de las técnicas empleadas para la sistematización de experiencias.

En el capítulo tres, problema fenomenológico, exponemos los procesos de determinación sensibles sobre objetos que realizan los estudiantes a la hora de analizar los elementos que tienen en común los patrones y secuencias figúrales y aritméticas, para proceder a la abstracción.

En el capítulo cuatro, problema epistemológico, presentamos los criterios de selección realizados por los estudiantes para abstraer, inducir o generalizar a fin de producir un objeto de conocimiento.

En el capítulo cinco, problema semiótico, analizamos la denotación efectuada por los estudiantes para expresar la generalización; dicha denotación puede hacerse a través de los gestos, el lenguaje natural o el simbolismo.

Finalmente en el capítulo seis, a modo de cierre, presentamos reflexiones sobre el trabajo realizado y los hallazgos o discusiones en relación con la pregunta que nos planteamos desde el inicio de nuestro estudio, en donde develamos las reflexiones que surgieron a partir del dialogo de saberes, recomendaciones y posibles preguntas para suscitar próximas investigaciones.

CAPÍTULO 1: CAMINO RECORRIDO

El proceso llevado a cabo en la investigación constituye un camino en el cual diversos elementos permitieron dar lugar a un problema, una pregunta, un objeto y a un objetivo de investigación. Elementos que emergieron desde la sistematización de experiencias bajo la perspectiva histórico-cultural de la educación matemática.

A continuación, presentamos el camino recorrido, marcado inicialmente por el planteamiento del problema, la pregunta, el objeto, el objetivo de la investigación y paradigma investigativo, seguido de la descripción de las instituciones educativas en donde fue realizada la práctica pedagógica y los estudiantes (sujetos de la investigación).

Planteamiento del problema

A partir de una serie de aspectos de orden teórico, práctico y metodológico, en el campo de la educación, que analizaremos más adelante, surge nuestro problema de investigación. En primer lugar, a partir de reflexiones sobre nuestra labor docente en el Colegio Alemán de Medellín y en la Institución Antonio Roldán Betancur; en segundo lugar, respecto a la inclusión de los procesos de generalización en el ámbito escolar; y, en tercer lugar, desde las directrices a nivel curricular en el área de matemáticas.

Nuestras experiencias como docentes

La experiencia que hemos tenido como profesoras del área de matemáticas en Educación Básica en la institución Colegio Alemán Medellín y en la Institución Antonio Roldán Betancur, nos ha permitido reflexionar sobre las estrategias metodológicas, los discursos e instrumentos que utilizamos para el trabajo en el aula y las maneras en las que podemos propiciar espacios que promuevan el aprendizaje del conocimiento matemático en los estudiantes. De igual forma en los diferentes espacios de formación de la Licenciatura en Educación Básica Matemática y en el seminario de práctica pedagógica, hemos reflexionado respecto a las situaciones que proponemos en el aula de clase y cómo, a partir de la relación de los estudiantes con el contexto, facilitamos una comprensión con sentido frente a los objetos de conocimiento matemáticos. Gracias a lo anterior pudimos percibir que probablemente producto de la relación que establecen los estudiantes con las situaciones que se les proponen en la aula de clase y su cotidianidad, se da lugar una mayor interacción entre sujetos (estudiantes) y objetos matemáticos.

Producto de dichas reflexiones, hemos llegado a considerar como elementos sustanciales, el espacio en el cual se encuentran los sujetos, sus necesidades y motivos propios, que movilizan las formas de actividad de aprendizaje.

Todos estos pensamientos nos posibilitaron cuestionar nuestra práctica como profesoras y analizar el proceso de aprendizaje de los sujetos (estudiantes) frente a los objetos de conocimiento matemático. De esta forma, apareció un aspecto clave en esta investigación: el desarrollo de los procesos de generalización, debido al interés por promover en nuestros estudiantes procesos de generalización, que les permitieran ser analíticos, deductivos y lógicos en sus procesos de constitución de conocimiento matemático y con la intención por hacer del aula de clase un lugar de encuentro de saber, diálogo y reflexión.

Inclusión de la generalización en el ámbito escolar

A raíz de todos los elementos que se entremezclan en el aula de clase, los intereses de los estudiantes y profesores, sus necesidades y acciones. Nos hemos interesado por contribuir en el desarrollo de los procesos de generalización de los estudiantes, puesto que la generalización no es una actividad exclusiva de las matemáticas, los estudiantes están en la tarea permanente de tratar de definir conceptos, clasificar objetos, tomar decisiones a partir de la repetición de una serie de sucesos. Azarquiel (1993), por ejemplo, reconoce la necesidad de desarrollar procesos de pensamiento que permitan a los estudiantes la constitución de un pensamiento algebraico, insistiendo en que la construcción de tal pensamiento tiene lugar a lo largo de un proceso paralelo y continúo dentro del trabajo aritmético y geométrico que se inicia en los primeros años.

La necesidad de la inclusión de la generalización en el ámbito escolar es una problemática desde la perspectiva del estudiante y del docente. Desde la perspectiva del estudiante, sí se asume como una meta fundamental del aprendizaje de las matemáticas la construcción de los conceptos matemáticos, como las relaciones entre ellos, expresadas a través de teoremas o axiomas, es entonces la generalización un proceso fundamental para acceder a dichos aprendizajes.

Es claro que la dificultad en el desarrollo de procesos de generalización no es una problemática exclusiva de los estudiantes del Colegio Alemán Medellín o de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur. Diversas investigaciones (Wagner y Kieran, 1989, Bednarz, Kieran y Lee, 1996; Filloy, Puig y Rojano, 2008) han expresado las dificultades que presentan los estudiantes en el tránsito desde la aritmética hasta el álgebra en la escuela secundaria, dichas dificultades se centran en la necesidad de manipular letras y de dotar de significado los cambios en las convenciones usadas en la aritmética. Dificultades como éstas son presentadas por Kieran (1992, 2004): a) una limitada interpretación del igual, b) errores sobre el significado de las letras, c) rechazo a aceptar una expresión 3a + 7 como respuesta a un problema, d) dificultad al resolver ecuaciones con variables en ambos lados del igual, y e) el hecho de que para cubrir su falta de comprensión los estudiantes tienden a recurrir a la memorización de reglas y procedimientos y, llegan a creer que esto es la esencia del álgebra.

Desde nuestra experiencia como docentes hemos observado que algunas de las dificultades que presentan los estudiantes en el grado 8 con la inserción del algebra escolar, se deben a los pocos procesos de simbolización, de generalización y de formalización movilizados a lo largo del ciclo escolar.

En este mismo sentido, desarrollar en los estudiantes la capacidad de razonar algebraicamente es una recomendación importante en la mayoría de los currículos de matemáticas en diferentes países. Sin embargo, existe la conciencia de que lo profesores, sobre todo los que enseñan en los primeros años de la educación básica, tienen limitaciones para el desarrollo de prácticas apropiadas que permitan a los alumnos, de los primeros años escolares, el contacto con experiencias que lleven, desde su formación inicial con la aritmética, a dar los primeros acercamientos en la construcción de esquemas asociados al razonamiento algebraico.

> *Si bien los docentes de los primeros grados tienen un papel muy importante para implementar los cambios necesarios en los primeros grados de la educación básica, la mayoría de ellos tienen muy poca experiencia con el álgebra, y por lo tanto, para ellos el álgebra es una colección de técnicas para factorizar, simplificar expresiones, solucionar ecuaciones, y así sucesivamente. Como es muy poco probable que ellos hayan explorado el sentido y significado de las expresiones o de las ecuaciones, entonces, se entiende por qué no pueden proponer a sus estudiantes formas diferentes de aproximarse al aprendizaje del álgebra. (Kaput, 2002, p.2).*

Lo anterior expresado por Kaput (2002) nos permite comprender la necesidad de diseñar e implementar situaciones orientadoras de enseñanza, en las cuales los estudiantes desarrollen formas de razonamiento algebraico en diferentes contextos, a través de experiencias escolares.

Para ello, desde los primeros años de la educación básica, se deben transformar las prácticas pedagógicas de los docentes, lo anterior implica:

En primer lugar, algebrizar las situaciones diseñadas para la enseñanza, lo cual supone, la posibilidad de generar actividades orientadas a la búsqueda de regularidades, generalizaciones, justificaciones, reconocimiento de variaciones y formalizaciones. Mediante actividades que permitan identificar, caracterizar y argumentar en contextos de regularidades y patrones; elaborar, verificar y justificar conjeturas sobre hechos y relaciones matemáticas, las cuales permitan formalizar o sintetizar las relaciones encontradas.

En segundo lugar, identificar las acciones que promuevan el razonamiento algebraico en los estudiantes, en las cuales se reconozcan situaciones de forma discursivas, gestuales y procedimentales que evidencien en los estudiantes intentos de construir formas de generalizar.

Y finalmente, fomentar en el aula de clase una cultura que promueva el razonamiento algebraico, en donde se incorporen situaciones que desarrollen habilidades para elaborar, validar y sistematizar conjeturas.

Directrices a nivel curricular

El conocimiento matemático es entendido por el MEN (1998) como una actividad social resultado de una evolución histórica, que debe dar cuenta de los intereses de los niños o jóvenes. Es una tarea social que debe ofrecer respuestas a las demandas del mundo actual, debe dar sentido a una serie de prácticas individuales y colectivas, debe valorar la importancia que tiene los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y reconocer el impacto de las nuevas tecnologías. Esta visión expuesta por el MEN (1998) sobre las matemáticas escolares se relaciona con el enfoque histórico-cultural de la

Educación Matemática, la cual debe conducir al estudiante a la apropiación de los elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos.

La formación matemática según el MEN (1998) debe hacer énfasis en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos. Para ello consideraron tres grandes aspectos para organizar el currículo, estos son, los procesos generales, tales como, el razonamiento, la resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos; los conocimientos básicos, los cuales tienen relación con procesos específicos como el desarrollo del pensamiento numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional y el contexto, que tiene que ver con los ambientes en los cuales se le dan sentido a la matemáticas.

Con los Lineamientos curriculares se establece una propuesta para orientar el álgebra escolar, hacia la perspectiva del estudio de la variación y el cambio, nombrado por el MEN (1998) pensamiento variacional. Los estándares de Matemáticas (2003) dan fuerza a la noción de pensamiento variacional como eje fundamental para dar estructura y sentido al aprendizaje del razonamiento algebraico en la escuela. En este sentido, se entiende por pensamiento variacional la forma específica de pensar matemáticamente orientada a la construcción de estructuras conceptuales que orientan el estudio de la variación y del cambio. Vasco (2002) define el pensamiento variacional en los siguientes términos:

> *El pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionan sus variables internas, de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de*

covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad (Vasco, 2002, p 70)

Así pues, las anteriores reflexiones en torno a los procesos de razonamiento matemático que se deben proponer en las escuelas, orientan nuestro trabajo de investigación, con el fin de reconstruir los procesos de enseñanza de forma tal que la generalización esté presente en el quehacer cotidiano del aula de clase.

Pregunta, objeto y objetivo de investigación

Según la perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática los individuos llegan a conocer cuando participan en prácticas sociales, es así como el saber no puede ser algo que se posee o se trata de alcanzar sino en palabras de Radford (2017) algo que encontramos, que nos objeta, es decir nos opone. La objetivación es precisamente el proceso de reconocimiento de lo que nos objeta, sistemas de ideas, significados culturales, formas de pensamiento, etc.

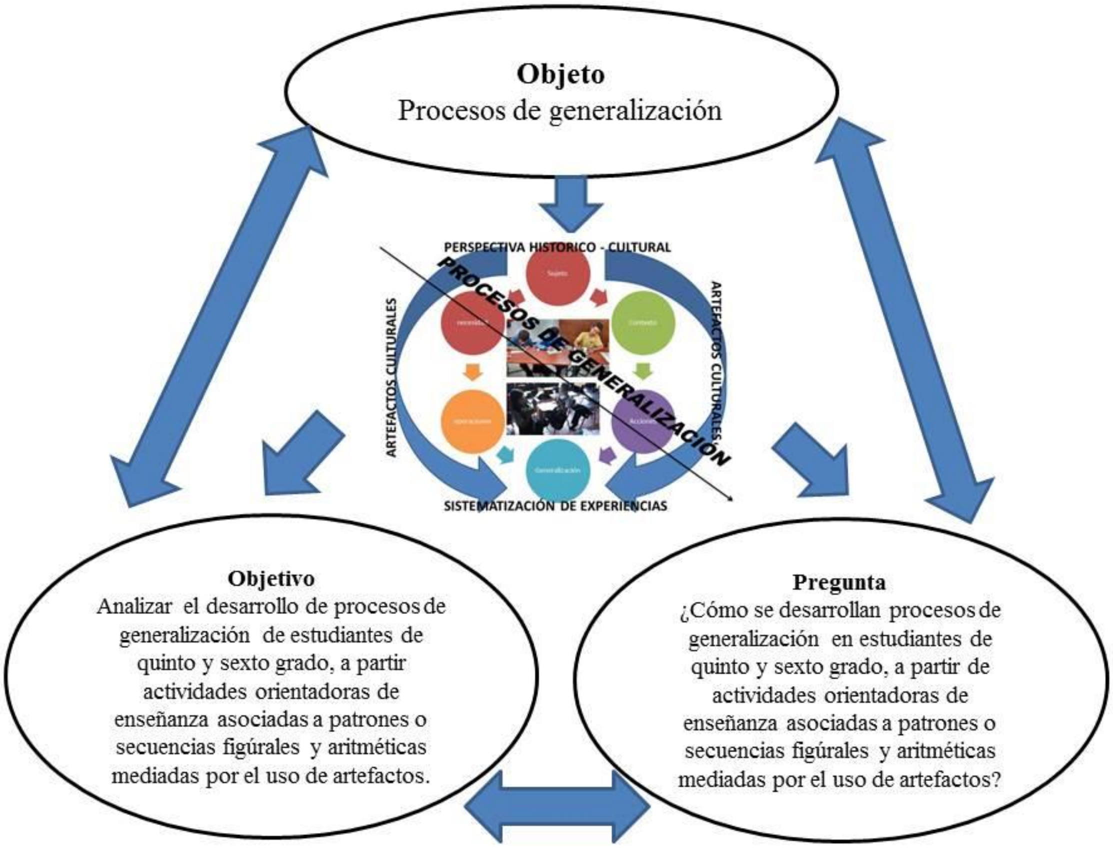
El encuentro y reconocimiento de sistemas de pensamiento, significados culturales, su objetivación, etc. nos permite analizar la generalización como uno de los procedimientos principales de producción de conocimiento, pero el cual no está apartado de las prácticas individuales y colectivas.

A continuación, en la Ilustración 1, presentamos de manera general, el ideograma de la investigación, en el cual establecemos la relación entre el horizonte conceptual que orientó la investigación y el planteamiento del problema.

Ilustración 1: Ideograma de la investigación.

A partir de las relaciones teóricas y metodológicas que enunciamos en el ideograma de la investigación, emergieron la pregunta, el objeto y el objetivo que orientaron este estudio. Estos son presentados en la Ilustración 2.

Ilustración 2: Objeto, objetivo y pregunta de investigación.



Paradigma de investigación

Teniendo en cuenta lo anteriormente descrito, en este estudio pretendimos dar respuesta a la pregunta **¿Cómo se desarrollan procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de A*ctividades Orientadoras de Enseñanza* asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos?**

Para ello, el paradigma de investigación cualitativa posibilitó el análisis de los procesos de generalización desarrollados por parte de los estudiantes, en donde nuestra preocupación estuvo focalizada en los problemas y las formas de generalización empleados por los estudiantes para denotar las regularidades o patrones.

Según Denzin y Lincon (1994), citados por Vasilachis (1996), "la investigación cualitativa es multimetódica, naturalista e interpretativa. Es decir que las investigadoras e investigadores indagan en situaciones naturales, intentando dar sentido o interpretar los fenómenos en los términos de los significados que las personas le otorgan"(p.25).

De esta forma, en esta investigación pretendimos analizar los fenómenos desde su contexto y dinámica propia, mirada del enfoque histórico-cultural de la Educación Matemática, la cual nos posibilitó poner de manifiesto todos los elementos que se entremezclan en el aula de clase y que hace parte del proceso de objetivación de un saber, en este caso de la generalización.

Del mismo modo, asumimos la sistematización de experiencias como nuestra metodología de investigación ya que gracias a que en esta se privilegia lo cualitativo, nos permitió entrelazar la teoría y la práctica con los participantes, con el fin de entender y transformar las prácticas sociales.

La sistematización de experiencias nace de la relación sujeto-objeto, relación que culmina en la objetivación de saberes, es por ello que la dialéctica es el sustento de nuestro estudio, ya que el sujeto es ser un social por naturaleza, que vive en un ambiente social y por ende requiere de los otros y los objetos para constituir conocimientos.

Gutiérrez (2008) plantea que “La Concepción Metodológica Dialéctica entiende la realidad como proceso histórico. En este sentido, concibe la realidad como una creación de los seres humanos que, con nuestros pensamientos, sentimientos y acciones, transformamos el mundo de la naturaleza y construimos la historia otorgándole un sentido.”

Se entendió entonces la sistematización de experiencias bajo la concepción de Oscar Jara (2010) quien plantea que: “(…) Se trata de un proceso de reflexión e interpretación crítica sobre la práctica y desde la práctica, que se realiza con base en la reconstrucción y ordenamiento de los factores objetivos y subjetivos que han intervenido en esa experiencia, para extraer aprendizajes y compartirlos (…)"

En este sentido, el enfoque de la sistematización de experiencias en el que nos basamos fue el histórico-social. Ruiz (2010) dentro de las fundamentaciones epistemológicas de la sistematización propone que en el enfoque histórico-social "Las experiencias hacen parte de una práctica social histórica, dinámica, compleja y contradictoria, que puede leerse y comprenderse de manera dialéctica en tanto son ricas y contradictoras"

Ahora bien, retomando el proceso de sistematización de experiencias, Oscar Jara (1994) propone seguir los siguientes cinco pasos 1. Punto de partida, 2. Las preguntas iniciales, 3. Recuperación del proceso vivido, 4. La reflexión de fondo, ¿por qué pasó lo que pasó? y 5. Los puntos de llegada.

Es preciso aclarar que dicho proceso no se desarrolla de forma lineal, sino que admite omisiones de algunos puntos pero es importante mantener el sentido y la originalidad de la sistematización de experiencias.

Cabe resaltar que las utilidades de la implementación de la sistematización de experiencias están basadas en una constante reflexión crítica sobre el quehacer docente y las situaciones que se desarrollan en el aula de clase. Ayuda además a repensar las prácticas educativas con miras al mejoramiento y a la contribución de sentido de los aprendizajes.

Lugares de la experiencia

La investigación se desarrolló en las instituciones educativas, colegio Alemán Medellín (Itagüí) y Comercial Antonio Roldan Betancur (Bello), en espacio de semillero, con estudiantes del grado quinto y sexto.[1]

El Colegio Alemán Medellín es una institución con una visión multicultural, es de naturaleza privada y de carácter mixto, perteneciente al programa académico del calendario A, hace parte de la organización de Colegios Alemanes en el exterior (ZfA), ubicada en el municipio de Itagüí, en el sector de Ditaires, departamento de Antioquia. Cuenta con aproximadamente 1.200 estudiantes desde el grado pre-kinder hasta klasse 12. Su población se encuentra entre los estratos 5 y 6.

Ilustración 3: Escudo y bandera del Colegio Alemán

Por otro lado, La institución Educativa Comercial Antonio Roldan Betancur es de carácter pública, está ubicada en el barrio Niquia Camacol del municipio de bello, cuenta con dos sedes, la primera tiene grados desde preescolar hasta 11° y la segunda sede ubicada en el barrio Niquia Quitasol solo tiene los grados de primaria desde preescolar hasta el grado 5°. Cuenta con aproximadamente 2.000 estudiantes, Su población se encuentra entre los estratos 1 y 2 la gran

[1] La información obtenida de las Instituciones Educativas fue tomada del PEI del Colegio Alemán Medellín y de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur.

mayoría de los alumnos son niños de bajos recursos económicos.

Ilustración 4: Escudo de la Institución Educativa Antonio Roldán Betancur

Ilustración 5: Estudiantes de la Institución Educativa Comercial Antonio Roldan Betancur. 13 de mayo de 2016.

Semillero de Matemáticas

La práctica pedagógica y la investigación se desarrollaron en espacio de semillero de matemáticas de forma extracurricular. A principios del año 2016 se formaron los semilleros en ambas instituciones con estudiantes de grado quinto, con el propósito de promover actividades que desarrollaran los procesos de generalización de los estudiantes. Se les envió una circular a los padres de familia de los estudiantes interesados en hacer parte del semillero, donde se describía el trabajo que se quería hacer con los estudiantes y también donde se dejara constancia del permiso de asistencia. De acuerdo a lo anterior, los estudiantes que asistieron al semillero, lo hicieron porque les interesó la propuesta planteada.

En el año 2017 se continuó con el proceso estando ya en grado sexto, bajo el mismo propósito, analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir *Actividad Orientadora de Enseñanza* asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos.

Ilustración 6: Semillero de Matemáticas Institución Educativa Antonio Roldán Betancur. 2016[2]

[2] Dentro de los anexos de la investigación se encuentran las cartas de consentimiento informativo de los estudiantes y de sus acudientes legales; en estos documentos se autoriza el uso de sus nombres, fotografías y otra información obtenida en la producción conjunta de registros y datos.

Sujetos de la Investigación

Los estudiantes que participaron en el semillero de matemáticas, tenían entre 11 y 13 años. Fueron estudiantes que desde un principio les interesaron las *actividades* llevadas a cabo en el semillero y tenían un gusto por las matemáticas. Por ello, cada *actividad* que se planteó, la desarrollaron con esfuerzo y dedicación, entendiendo que lo que se lograra en el proceso de desarrollo de la *actividad* les iba a servir para fortalecer su conocimiento matemático.

Es de anotar, que debido a que cada estudiante estuvo en el semillero de matemáticas por interés propio, participaron con iniciativa, dedicación, esfuerzo y sobre todo con motivación por entender y aprender lo que se presentó en cada *actividad*.

Ilustración 7: Participantes Semillero de Matemáticas de la institución educativa comercial Antonio roldan Betancur.10 de octubre de 2017

CAPÍTULO 2: PROPUESTA TEÓRICO-METODOLÓGICA

La construcción de un horizonte teórico-metodológico en nuestra investigación, estuvo permeado por las concepciones empleadas en nuestro estudio frente a los procesos de generalización, patrones y regularidades, artefactos culturales y *Actividades Orientadoras de Enseñanza*. En el siguiente capítulo, en primer lugar hacemos una descripción de las concepciones anteriores, en segundo lugar presentamos las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* aplicadas en el estudio y en tercer lugar, los instrumentos empleados para el análisis de la información.

Procesos de generalización

Entendemos la generalización como uno de los procedimientos principales de producción de conocimiento, en ella subyacen procesos de abstracción, definición de conceptos, clasificación de objetos, análisis, entre otros elementos que posibilitan el desarrollo de los procesos de generalización.

En nuestro estudio entendemos el proceso de generalización como un proceso que se constituye a través de tres problemas fundamentales. Radford (2013) los nombró como *problema fenomenológico, problema epistemológico y problema semiótico.*

El *problema fenomenológico* es planteado a partir de la escogencia de algunas determinaciones sensibles, en las cuales se encuentra la intuición, la atención y la sensibilidad. Cuando analizamos una serie de objetos desde un plano fenomenológico notamos en primer lugar sus diferencias de un objeto frente a otro, posteriormente procedemos a encontrar sus características en común. Esto es lo que se constituye como el problema fenomenológico.

Ahora bien, para poder generalizar una secuencia determinada los estudiantes deben realizar en primer lugar determinaciones sensibles y notar similitudes y diferencias. En dicho proceso los artefactos, ya sean sensibles o intangibles son el medio en el cual los estudiantes logran encontrar las diferencias y similitudes, según la comprensión que se hacen frente al objeto de la actividad. En este sentido hay una diferencia clara entre el objeto de la actividad para el maestro y estudiante, el objeto de la actividad para el docente es reconocer una manera de razonar algebraicamente sobre secuencias, sin embargo la intención del estudiante no es la misma, es por ello que, en ocasiones los estudiantes se centran en dimensiones cuantitativas y olvidan las otras características que constituyen la secuencia como la espacialidad.

Después de reconocer diferencias y lo que tienen en común, se procede a una especie de abstracción, esta abstracción constituye el segundo problema, el problema epistemológico. Cuando la propiedad común encontrada por los estudiantes debe ser empleada para hallar otros términos de una secuencia, se vuelve impráctica la propiedad en común, es por ello que los estudiantes tratan de encontrar una forma más rápida para producir cualquier término. Para ello proponen estrategias a partir del ensayo y error, enuncian frases como hay que seguir añadiendo una determinada cantidad de números y proponen una ley de formación para una cantidad *n*. Sin embargo este procedimiento no es aún algebraico, sino aritmético.

Al notar de alguna forma el nuevo objeto encontrado, surge el tercer problema, el problema semiótico. En el caso de los patrones, la denotación se puede hacer según Radford (2003) a través de lo gestual, el lenguaje natural o el simbolismo alfanumérico. En el proceso de creación de significado social, los sujetos pueden emplear objetos, herramientas o dispositivos lingüísticos y signos que dotan de sentido propio las actividades, a esto es lo Radford (2003) llama medios semióticos de objetivación, el uso de estas formas aparecen arraigadas a su cultura y explican las formas en las cuales tienen contacto con signos, artefactos o algún medio de objetivación.

> *Llamamos medios semióticos de objetivación a todo el arsenal de recursos que los individuos movilizan en la realización de sus actividades y su naturaleza social. Los medios semióticos de objetivación aparecen incrustados en procesos de creación de significado socio-psico-semiótico enmarcados por medios de conocer que alientan y legitiman formas particulares de signo y herramientas para el descarte de otros. Radford (2003, p.44)*

Radford (2013, p. 6) sugiere que la generalización algebraica de secuencias figúrales y numéricas está basada en los siguientes puntos; "(a) la toma de conciencia de una propiedad común que se nota a partir de un trabajo en el terreno fenomenológico de observación sobre ciertos términos particulares (por ejemplo, p_1, p_2, p_3, …, pk), (b) la generalización de dicha propiedad a todos los términos subsecuentes de la secuencia (p_{k+1}, p_{k+2}, p_{k+3}) y (c) la capacidad de usar esa propiedad común a fin de deducir una expresión directa que permite calcular el valor de cualquier término de la secuencia."

Para mostrar mejor estas ideas en la ilustración 8, Radford (2013) presenta el siguiente esquema de relaciones, en el cual emplea flechas bidireccionales para denotar el proceso de ida y vuelta entre los diferentes elementos.

Ilustración 8: Estructura de la generalización algebraica de secuencias figúrales. Radford (2013, p.7)

Radford (2003) clasifica la generalización en tres niveles, el primero de ellos es la *generalización factual*, como un esquema abstracto de acciones que realizan los sujetos en forma de esquemas operativos, aunque limitados por un nivel concreto. El segundo de ellos es la *generalización contextual*, en este nivel se introduce un nuevo objeto abstracto en el discurso, en este los estudiantes deben calcular una figura cualquiera empleando una ley de formación. Este nivel aparece como la abstracción de acciones concretas en forma de esquemas operativos, pero no en un nivel concreto, como en el nivel anterior.

Esta generalización contextual difiere de las generalizaciones algebraicas, pues son temporales y utilizan puntos de referencia, por ejemplo, enuncian expresiones como “en la figura”, en las generalizaciones algebraicas no se tiene punto de referencia, ni temporalidad. Y por el último la *generalización simbólica*, en este nivel se excluyen términos lingüísticos que trasmiten características espaciales y se suprime el lenguaje simbólico propio del individuo, este proceso de subjetivación, nombra así por Radford (2003) posibilita la creación de una ley de formación entendible universalmente.

En los capítulos tres, cuatro y cinco de esta investigación se encuentra una descripción de los problemas anteriormente enunciados y los niveles de generalización, todos ellos abordados desde las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* aplicadas en el semillero de matemáticas, con los estudiantes de quinto y sexto de las instituciones Colegio Alemán Medellín e Institución Educativa Antonio Roldán Betancur.

Patrones y regularidades

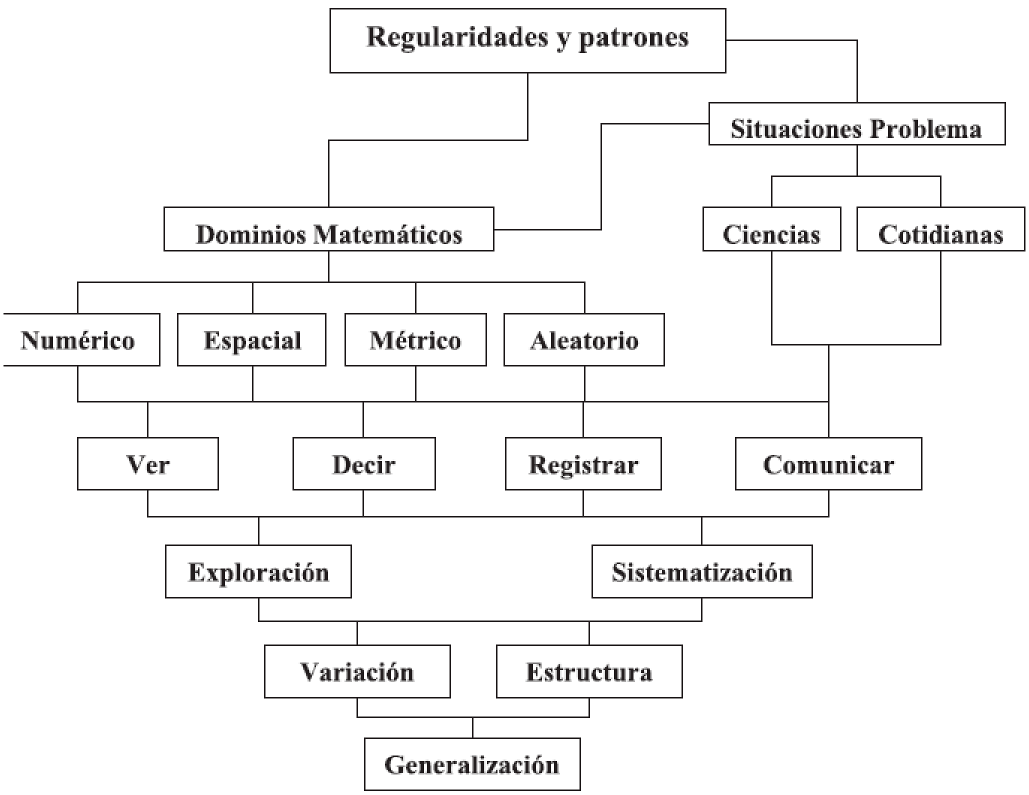
Entendemos un patrón como una propiedad, una regularidad, algo que no cambia y el cual expresa una relación estructural entre los elementos, determinando una configuración, una construcción. John Mason (1999) citado en Múnera, J. & otros (2006) expresa las habilidades que se pueden movilizar desde el estudio de patrones, tales como, ver, decir, registrar.

> *"Ver" hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación… y con frecuencia esto sucede cuando se logra la identificación de un algo común… El "decir", ya sea a uno mismo o alguien en particular, es un intento de articular, en palabras, esto que se ha reconocido. "Registrar" es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita (incluyendo los dibujos) (Mason y otros, 1999. P.17)*

Estos patrones y regularidades tienen unas características que pueden adquirir los estudiantes hasta en una temprana edad. Múnera, J. & otros (2006) expresan que estas características son "(1) Los patrones y regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas y en otras áreas del saber. Estos pueden ser reconocidos, ampliados y generalizados mediante la construcción de situaciones que involucren procesos de variación y cambio… (2) se puede ser más eficaz, al expresar las generalizaciones, de patrones y relaciones usando símbolos.

Todo este trabajo permite poner de manifiesto diferentes procesos matemáticos tales como el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas. (3) El nivel de las representaciones ayuda a diferentes contextos propios de los tipos de pensamiento". El siguiente esquema presentado en la ilustración 9, orienta el trabajo que se puede desarrollar mediante el uso de patrones y regularidades.

Ilustración 9: Regularidades y Patrones. Múnera. J. & Otros (2006, p. 52)



Actividades Orientadoras de Enseñanza

La propuesta teórico-metodológica que adoptamos a lo largo del desarrollo del semillero de matemáticas para esta investigación fue la *Actividades Orientadoras de Enseñanza*. Antes de explicar en qué consiste esta propuesta, es importante remitirnos a los conceptos de *actividad* y *actividad pedagógica*.

Es común que en la escuela se utilice, tanto por docentes como por estudiantes, el termino actividad, sin embargo aquí se presenta con un sentido diferente teniendo en cuenta las necesidades y los intereses que se generan en la misma escuela.

En este sentido, Jaramillo (2013) plantea que:

> *La actividad se refiere a las formas de organización al interior de una cultura, orientadas a un fin determinado. Parafraseando a Davidov (1988) considero que la actividad no puede verse, entonces, como una reunión de personas que se encuentran para resolver una tarea; una actividad, en el sentido de Leontiev debe considerarse como una secuencia interconectada de acciones a través de las cuales los individuos se relacionan no solamente con el mundo de los objetos sino también con otros individuos, adquiriendo, en el curso de ese proceso, la experiencia humana* (p.491)

Según lo anterior, es importante que en el proceso de la *actividad*, intervengan no solo las necesidades encontradas, sino que también esté encaminada hacia un motivo que permita la movilidad de la *actividad.* En el contexto educativo, en particular, podemos abordar la *actividad* desde la *actividad pedagógica*.

Dentro de la *actividad pedagógica*, parafraseando a Jaramillo (2013), intervienen dos actividades presentes en el aula de clase generando una unidad dialéctica, las cuales son: la *actividad de enseñanza* del maestro y la *actividad de aprendizaje* del estudiante.

Al respecto Rigon, Bernardes, Moretti y Cedro (2010) dicen que:

> *En lo que se refiere al desarrollo humano vinculado al proceso educativo, se debe dar énfasis al estudio de la actividad pedagógica, como unidad dialéctica entre la enseñanza y el aprendizaje, mediada por los significados sociales elaborados por el hombre y*

constituyentes de los individuos que tienen acceso al conocimiento elaborado históricamente. (p. 65).

Cuando se concibe esa unidad dialéctica entre la *actividad de enseñar* y la *actividad de aprender*, se genera la *Actividades Orientadoras de Enseñanza*. Moura et al. (2010) al respecto, considera que:

> *Una Actividad Orientadora de Enseñanza es una actividad que se estructura de modo que permita que los sujetos interactúen, mediados por un contenido negociando significados, con el objetivo de solucionar colectivamente una situación presente en su contexto. Las Actividades Orientadoras de Enseñanza se constituyen en una unidad entre la Actividad de Enseñanza y la Actividad de Aprendizaje pues surge como una posibilidad para poner en diálogo las acciones de maestros y estudiantes para legitimar colectivamente un saber específico. (p. 492)*

En este mismo sentido, Pérez (2014) manifiesta que " *Actividades Orientadoras de Enseñanza* dan pie a otra mirada de la enseñanza y del aprendizaje como *actividades* que aportan al desarrollo del pensamiento teórico de los estudiantes" (p.19).

Desde nuestra perspectiva y teniendo en cuenta las concepciones anteriormente descritas, consideramos que la propuesta metodológica de las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* permiten que los estudiantes, a partir de la negociación de significados con los otros y desde la interacción con el contexto social lleguen a una constitución del conocimiento matemático. Se puede decir que este proceso parte de la *actividad de enseñanza* reflejándose en la *actividad de aprendizaje*.

Artefactos

Para lograr evidenciar los procesos de generalización de los estudiantes del semillero de matemáticas, y en concordancia con lo propuesto desde *Actividades Orientadoras de Enseñanza,* implementamos los artefactos como mediadores en dicho proceso. A continuación, presentamos la definición de artefacto.

Usualmente el concepto de artefacto se ha usado para designar un objeto material, sin embargo esta definición se queda corta cuando hablamos desde la perspectiva histórico-cultural como lo fue en el caso de nuestra investigación.

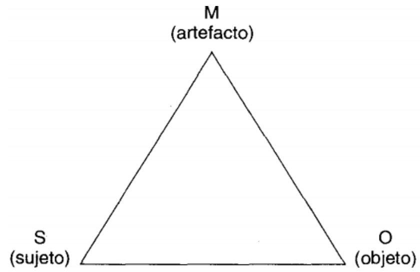
La concepción de artefacto ha sufrido ciertos cambios relacionados con el proceso de creación y uso. Al respecto Cole plantea que "un artefacto es un aspecto del mundo material que se ha modificado durante la historia de su incorporación a la acción humana dirigida a metas" (2003. p.114).

En este sentido, los artefactos pueden ser *ideales* y *materiales* a la misma vez. Son ideales ya que su forma material ha sido permeada por la interacción otorgándole un sentido. Ahora bien, entendiendo el artefacto desde lo material y conceptual, Cole (2003) citando a Bakhurst propone que

> (…) La forma de un artefacto es más que un aspecto puramente físico. "Por el contrario, al ser creado como una encarnación del propósito e incorporado de una cierta manera a la actividad de la vida- al ser fabricado por una *razón* y puesto en *uso*- el objeto natural adquiere una significación. Esta significación es la 'forma ideal' del objeto (…) (Bakhurst. 1990, p. 182)

Ahora bien, la relación del sujeto con el ambiente generado por las acciones logradas a través de la mediación por artefactos se muestra en la ilustración 10.

Ilustración 10. Cole, M (2003). El triángulo mediacional básico en el que sujeto y objeto se ven no sólo relacionados "directamente" sino al mismo tiempo "indirectamente" por un medium constituido de artefactos (cultura).



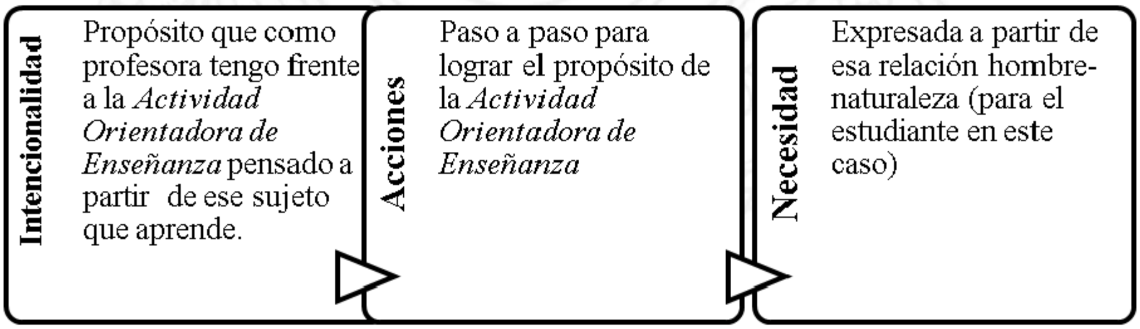
Las funciones denominadas "naturales" (o "no mediadas") son las que están en la base del triángulo; las funciones "culturales" ("mediadas") son aquellas en las que la relación entre el sujeto y el ambiente están unidas a través de la cima del triángulo (los artefactos). (Cole 2003).

En este punto, es importante aclarar que la mediación de los artefactos propuesta desde el modelo anterior no necesariamente excluye los procesos naturales, es decir, los artefactos son una ayuda para la constitución del conocimiento aunque en ocasiones esta mediación no sea necesaria ya que el sujeto abstrajo sus ideas solo con la interacción con el objeto.

En esta investigación pretendimos resaltar como la mediación de los artefactos ayudaban a la constitución del conocimiento matemático, en este caso a los procesos de generalización. En relación con lo anterior Radford (2006) propone que "Los artefactos no son meras ayudas al pensamiento (como lo plantea la psicología cognitiva) ni simples amplificadores, sino partes constitutivas y consustanciales de éste. Se piensa con y a través de los artefactos culturales" (p. 107)

A continuación presentamos las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* que implementamos en la investigación. Para su creación retomamos la estructura planteada por Agudelo, L. (2016) en la ilustración 11.

Ilustración 11: Términos en los cuales se describen las Actividades Orientadoras de Enseñanza. Agudelo, L. (2016, p. 50)



Actividad Orientadora de Enseñanza # 1: "ideograma: ¿Qué son las matemáticas?"

La primera actividad se enfocó en identificar las ideas que tenían los estudiantes del semillero frente a lo que son las matemáticas y a forjar un espacio de participación que generó mayor interacción y confianza entre ellos mismos y también con nosotras como docentes.

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Identificar las nociones que tienen los estudiantes frente a las matemáticas para posibilitar el desarrollo de las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* frente a *procesos de generalización* • Forjar espacios de participación donde los estudiantes puedan expresar sus ideas frente a las matemáticas y generar a su vez confianza que ayuden a la interacción y a la constitución del conocimiento matemático.	• Pensar sobre las ideas que se tienen frente a las matemáticas. • Realizar un ideograma donde se expresen dichas ideas. • Socializar cada ideograma que se construyó y explicar las ideas que se plasmaron.	• Reconocer las ideas que se tienen sobre las matemáticas y cómo estas han influenciado en la vida de los estudiantes.

Tabla 1: Actividad Orientadora de Enseñanza # 1: "ideograma. ¿Qué son las matemáticas?"

Para comenzar el semillero de matemáticas, se propuso a los estudiantes la realización de un ideograma donde ellos plasmaran sus ideas frente a las matemáticas.

En un primer momento se les pidió a los estudiantes que pensaran sobre las ideas que ellos tenían de matemáticas, teniendo en cuenta todo lo que habían aprendido en clase, los elementos que les gustaban o que les disgustaba de las matemáticas y también que pensaran como las reflejaban en su vida cotidiana.

En un segundo momento, se pasó a la construcción de un ideograma donde se plasmaran las ideas que habían surgido en el primer momento.

Y en el tercer momento se hizo la socialización de los trabajos obtenidos, cada estudiante explicó las ideas que dibujó en su ideograma.

En las Ilustraciones 12 y 13, mostramos algunos de los ideogramas realizados por los estudiantes.

Ilustración 12: Realización del ideograma. ¿Qué son las matemáticas?, 12 de Julio de 2016

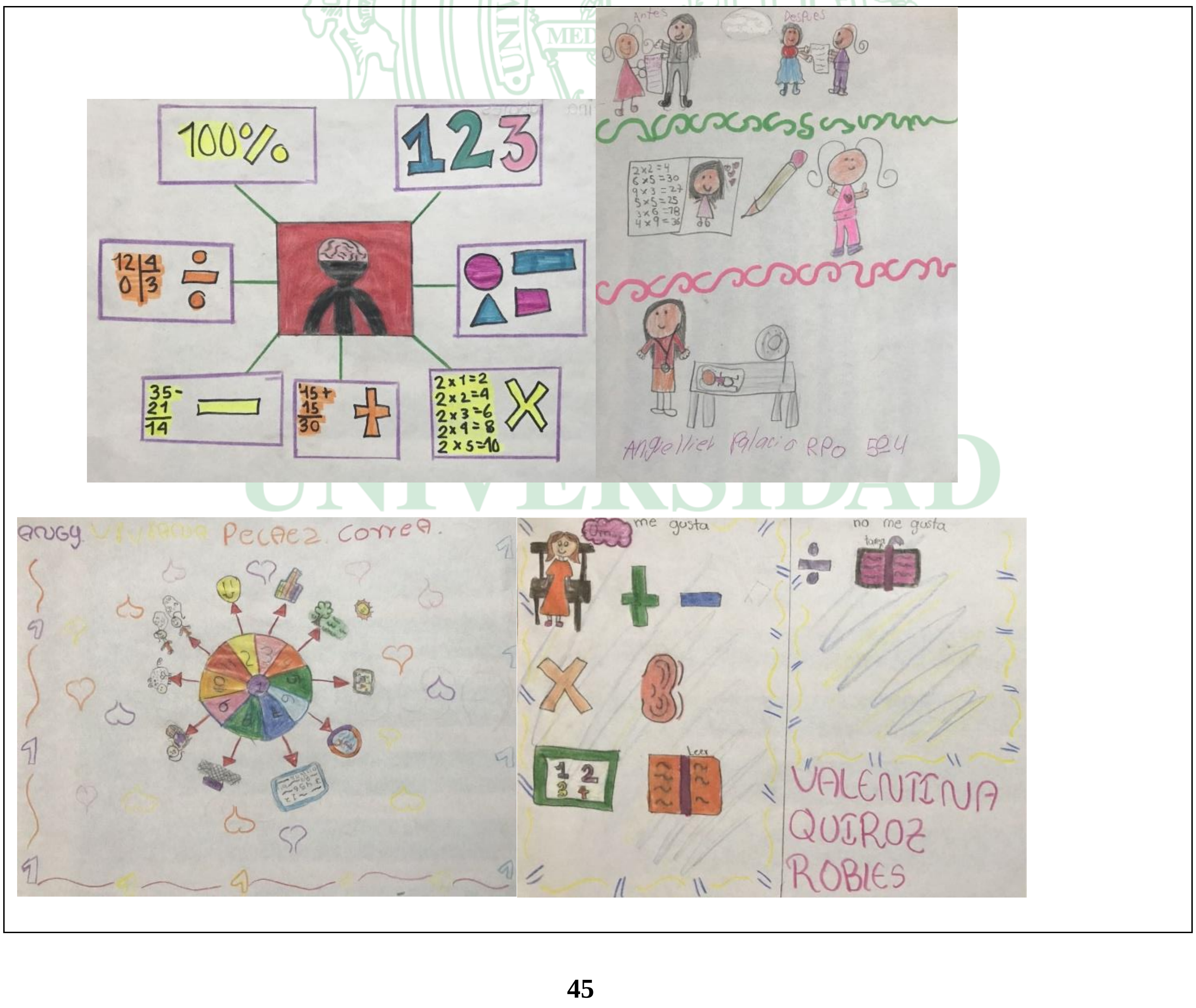


Ilustración 13: Construcción del ideograma. 12 de Julio 2016

Actividad Orientadora de Enseñanza # 2: "Cuerpos geométricos"

La segunda *Actividades Orientadoras de Enseñanza* pretendió analizar la información obtenida con la guía de solidos geométricos en el espacio de semillero de matemáticas, observando los procesos de generalización que subyacen de las actividades desarrolladas.

Ilustración 14: Cuerpos geométricos.27 de julio de 2016

INTENCIONALIDAD

- Reconocer las características de algunos cuerpos geométricos a través del uso de artefactos.
- Clasificar los cuerpos geométricos implementados en las actividades propuestas.
- Clasificar los prismas y las pirámides promoviendo un proceso de generalización con respecto a las características de los cuerpos.

ACCIONES

- Reconocer las caracteristicas de los sólidos geométricos.
- Construir sólidos geométricos utilizando diferentes artefactos.
- Emplear el software geogebra para clasificar los sólidos geométricos, observar el número de aristas, vértices y caras de los primas y piramides.
- Completar la guía para la clasificación de prismas y pirámides.
- Socializar la guía.

NECESIDAD

- Reconocer los diferentes argumentos y procesos que realizan los estudiates para saber cuántas aristas, caras y vertices tienen las piramides y prismas según el número de sus lados.

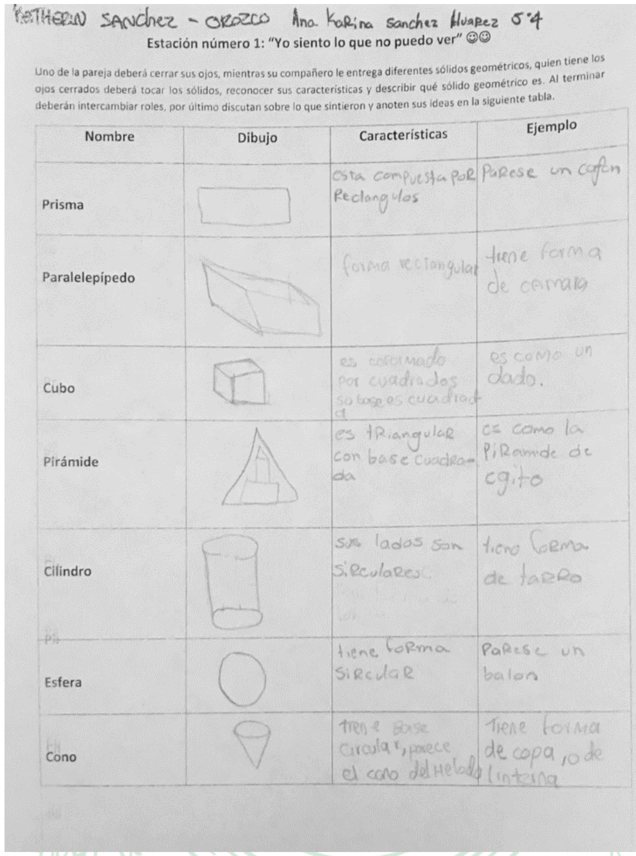
Tabla 2: Actividad Orientadora de Enseñanza #2. Cuerpos geométricos

La experiencia con los cuerpos geométricos se dividió en tres momentos. El primer momento tenía como objetivo conocer los saberes previos de los estudiantes sobre los cuerpos geométricos, para ello se realizó un trabajo por estaciones, el cual consistía en cuatro estaciones, las cuales los estudiantes debían desarrollar en parejas, en grupos o individual.

La estación número 1 debía ser realizada en parejas, en ella uno de la pareja debía cerrar sus ojos, mientras su compañero le entregaba diferentes sólidos geométricos, quien tenía los ojos cerrados debía tocar los sólidos, reconocer sus características y describir qué sólido geométrico es. Al terminar deberán intercambiar roles y por último discutían sobre lo que sintieron y anotaban sus ideas en una tabla.

Ilustración 15: Cuerpos geométricos. 26 de Julio de 2016

Ilustración 16: Características sólidos geométricos 27 de Julio de 2016.



KETHERIN SANchez - OROZCO Ana Karina Sanchez Alvarez 5°4

Estación número 1: "Yo siento lo que no puedo ver" ☺☺

Uno de la pareja deberá cerrar sus ojos, mientras su compañero le entrega diferentes sólidos geométricos, quien tiene los ojos cerrados deberá tocar los sólidos, reconocer sus características y describir qué sólido geométrico es. Al terminar deberán intercambiar roles, por último discutan sobre lo que sintieron y anoten sus ideas en la siguiente tabla.

Nombre	Dibujo	Características	Ejemplo
Prisma		esta compuesta por Rectangulos	Parese un cofen
Paralelepípedo		forma rectangular	tiene forma de camara
Cubo		es conformado por cuadrados su base es cuadrad a	es como un dado.
Pirámide		es triangular con base cuadrada	es como la Piramide de egito
Cilindro		sus lados son Sirculares	tieno forma de tarro
Esfera		tiene forma Sircular	Parese un balon
Cono		tiene base circular, parece el cono del Helado	Tiene forma de copa, o de linterna

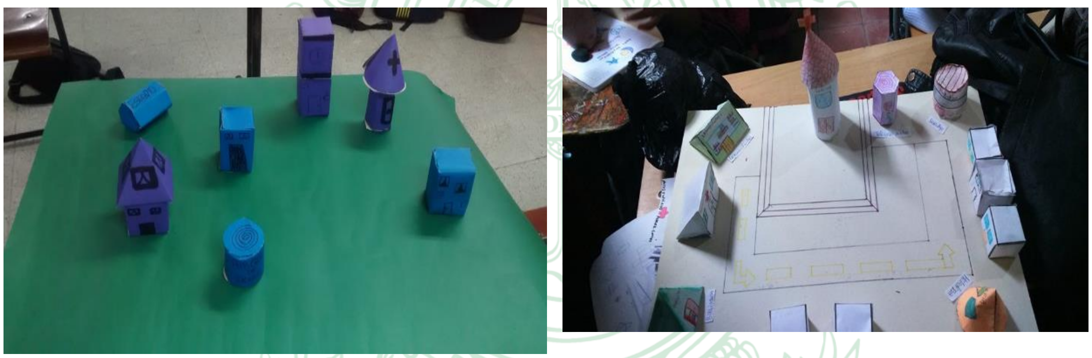
Después de escribir las características de los cuerpos y ejemplos de objetos que tuvieran su forma, los estudiantes construyeron un cubo con cubos pequeños y expresaron la cantidad de cubos empleados para dicha actividad.

Al iniciar, los estudiantes sólo unieron cubos y formaron ortoedros (paralelepípedos rectangulares), luego recordaron cuáles eran las características de los cubos y concluyeron que con cubos pequeños no necesariamente se pueden construir cubos, sino que también se pueden construir paralelepípedos. En la estación número dos los estudiantes observaron el pueblo geométrico que se encuentra en la siguiente imagen, nombrando los cuerpos que la componen y posteriormente diseñaron su propio pueblo geométrico.

Ilustración 17: Cuerpos geométricos. 27 de julio de 2016

Los pueblos geométricos creados se muestran en la ilustración 18:

Ilustración 18: Cuerpos geométricos. 27 de Julio de 2016



Algunas construcciones realizadas por los niños, reflejan la relación que encontraron ellos con los cuerpos y las características de los lugares donde ellos viven, por ejemplo casas, iglesias, parques, heladerías; son lugares que se encuentran en los barrios donde ellos viven.

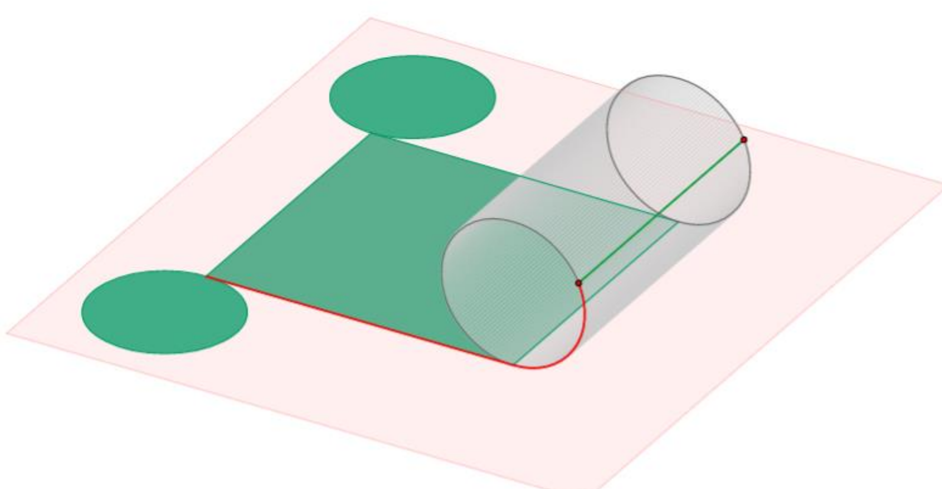
Por último los estudiantes en la estación número 3 observaron las diferentes vistas de los cuerpos geométricos, observando que no importaba sí el cuerpo era visto de forma frontal o lateral, continuaba siendo el mismo cuerpo geométrico.

En un segundo momento, se utilizó el software Geogebra, ya que dicho artefacto posibilita hacer y analizar construcciones, a través del establecimiento de relaciones entre los elementos que constituyen un concepto y facilitan a su vez la observación regularidades pertenecientes a los sólidos geométricos.

Ilustración 19: Cuerpos geométricos. 3 de Agosto.

Por medio de las actividades de geogebra los estudiantes clasificaron los sólidos geométricos, observaron la cantidad de aristas, vértices, caras de los prismas y pirámides y la construcción de cada uno de los sólidos.

Ilustración 20: Cuerpos geométricos. 3 de Agosto 2016

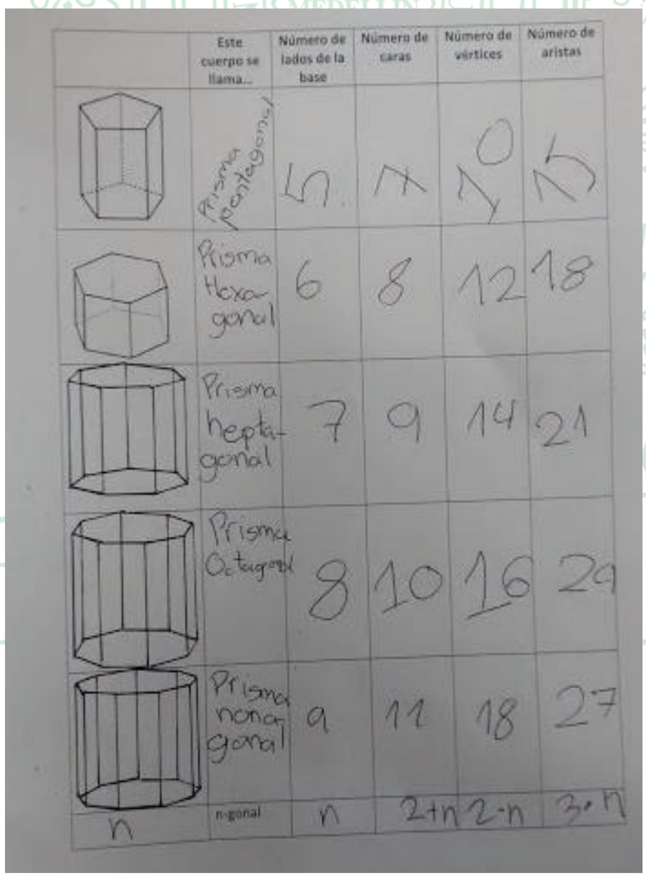


En un tercer momento se realizó con los estudiantes un cuadro para clasificar los prismas, reconociendo el número de caras, vértices y aristas. Los estudiantes iniciaron a contar los vértices de los sólidos que se tenían en el escritorio y a completar la información de la tabla.

Para completar la tabla los estudiantes podían coger el sólido y contar de forma manual el número de vértices, caras y aristas.

Sin embargo no se tenían todos los tipos de prismas, a raíz de lo anterior los estudiantes debían proponer una forma de generalizar el número de caras, vértices y aristas, con respecto al número de lados del prisma. Dicho análisis fue registrado en tablas, como muestra la ilustración 21:

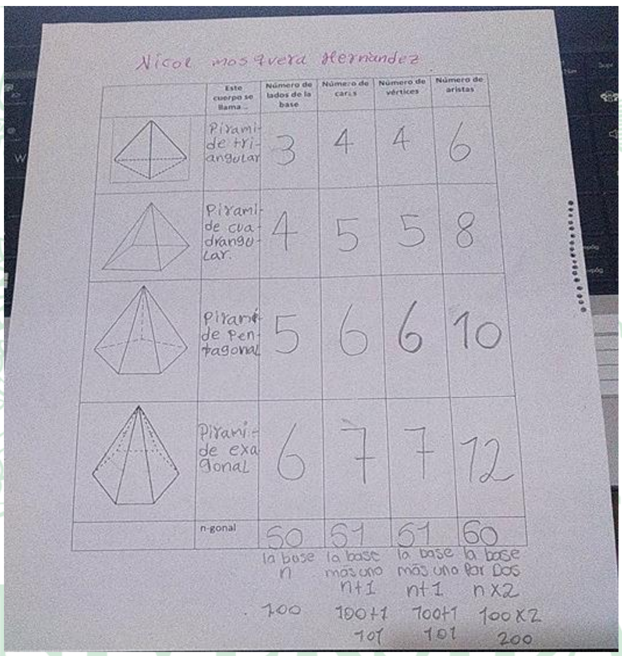
Ilustración 21: Cuerpos geométricos. 10 de Agosto 2016



	Este cuerpo se llama...	Número de lados de la base	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas
	Prisma pentagonal	5	7	10	15
	Prisma Hexagonal	6	8	12	18
	Prisma heptagonal	7	9	14	21
	Prisma Octagonal	8	10	16	24
	Prisma nonagonal	9	11	18	27
n	n-gonal	n	2+n	2·n	3·n

Del mismo modo, se realizó la clasificación de las pirámides, con el propósito de alcanzar a generalizar la relación entre el número de lados de la base, el número de vértices, de caras y de aristas. Uno de los trabajos realizados en esta actividad, se presenta en la ilustración 22. En ella se puede observar, cómo la estudiante logra relacionar el número de lados de la base con los demás elementos de las pirámides.

Ilustración 22: Cuerpos geométricos. 10 de Agosto de 2016



Nicol mosquera Hernández

	Este cuerpo se llama…	Número de lados de la base	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas
	Piramide de triangular	3	4	4	6
	Piramide de cuadrangular.	4	5	5	8
	Piramide de Pentagonal	5	6	6	10
	Piramide de exagonal	6	7	7	12
	n-gonal	50	51	51	60
		la base n	la base más uno n+1	la base más uno n+1	la base Por Dos nX2
		100	100+1 101	100+1 101	100X2 200

Actividad Orientadora de Enseñanza # 3: "Torre de bloques"

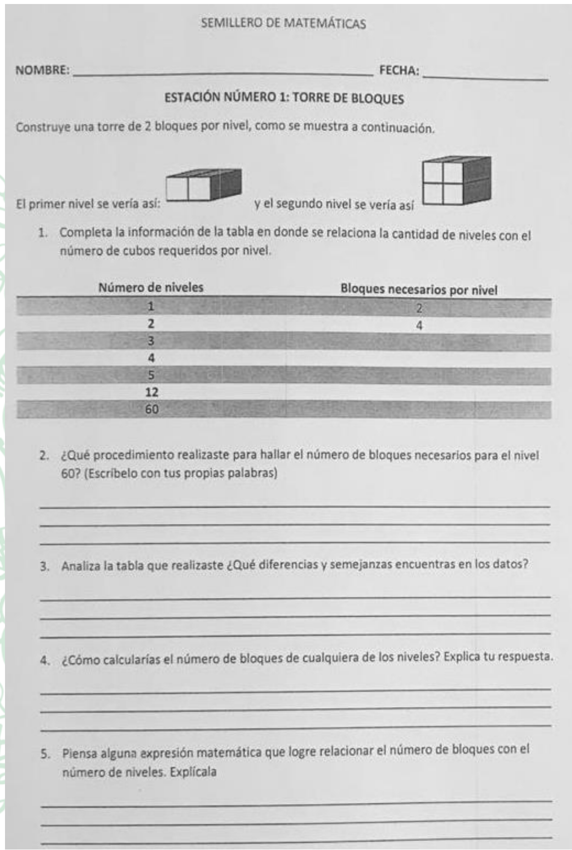
La tercera actividad consistió en una torre de bloques, la cual contenía por nivel dos bloques (en el primer nivel había dos bloques, en el segundo otros dos bloques, para un total de 4 bloques, en el tercer nivel otros dos bloques, para un total de seis bloques, etc). La actividad tenía como propósito, reconocer las características que generaban los niveles y su cantidad de bloques, para luego llegar a una expresión, simbólica o descrita, que representara cuantos bloques se necesitaría para determinado nivel.

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Proponer una situación donde los estudiantes, por medio de un artefacto, (en este caso los bloques) puedan reconocer las caracteristicas emergentes de la construcción de los niveles. • Llevar a los estudiates a pensar sobre una manera práctica de calcular el número de bloques de determinado nivel, sin necesidad de utilizar los bloques.	• Leer la guía de la actividad "Torre de bloques". • Construir los niveles con los bloques como se indica en la guía. • Completar la guía. • Socializar la guía.	• Reconocer los diferentes argumentos y procesos que realizan los estudiates para saber cuantos bloques se necesitan para determinado nivel.

Tabla 3: Actividad Orientadora de Enseñanza # 3. "Torre de bloques"

Ilustración 23: Artefacto, Bloques

Ilustración 24: Guía "Torre de bloques"



SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: ______________________ FECHA: __________

ESTACIÓN NÚMERO 1: TORRE DE BLOQUES

Construye una torre de 2 bloques por nivel, como se muestra a continuación.

El primer nivel se vería así: y el segundo nivel se vería así

1. Completa la información de la tabla en donde se relaciona la cantidad de niveles con el número de cubos requeridos por nivel.

Número de niveles	Bloques necesarios por nivel
1	2
2	4
3	
4	
5	
12	
60	

2. ¿Qué procedimiento realizaste para hallar el número de bloques necesarios para el nivel 60? (Escríbelo con tus propias palabras)

3. Analiza la tabla que realizaste ¿Qué diferencias y semejanzas encuentras en los datos?

4. ¿Cómo calcularías el número de bloques de cualquiera de los niveles? Explica tu respuesta.

5. Piensa alguna expresión matemática que logre relacionar el número de bloques con el número de niveles. Explícala

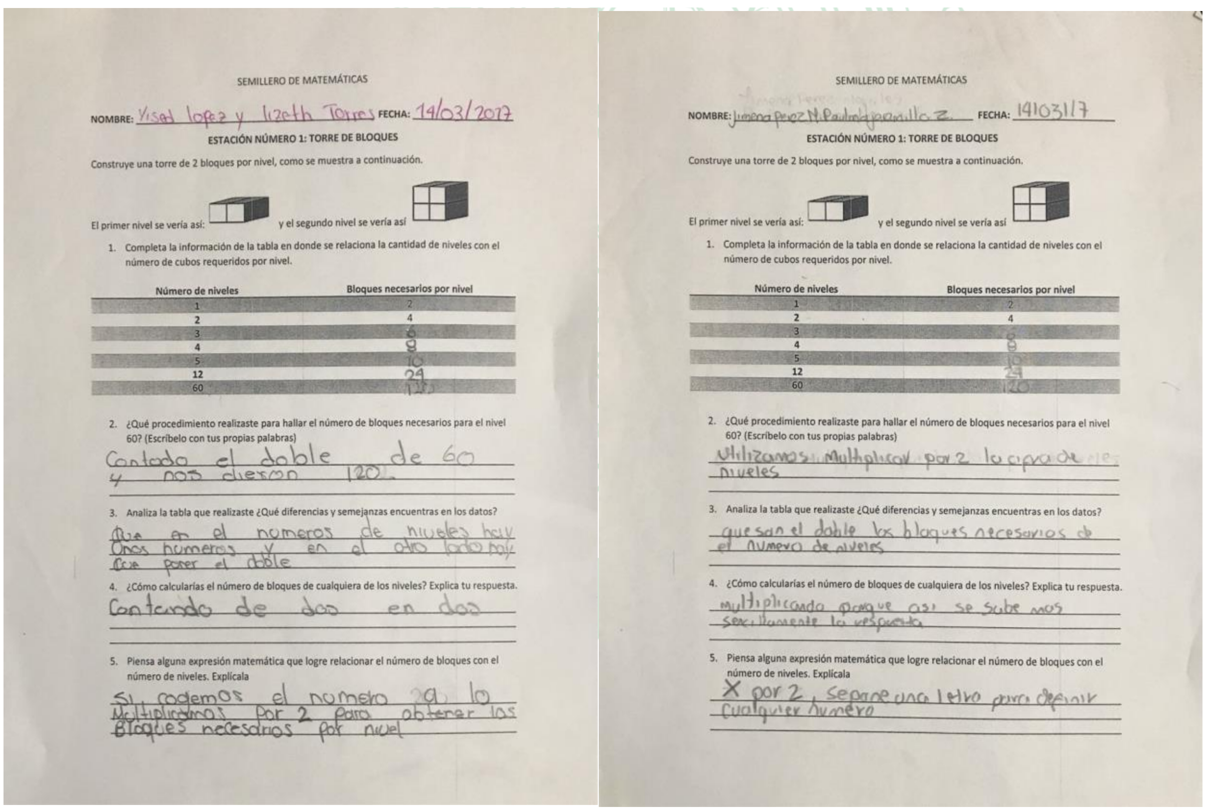
Por parejas, se les entregó a los estudiantes la guía de "torre de bloques" y los bloques. En un primer momento se familiarizaron con los bloques y además construyeron los niveles como se indicaba.

En el segundo momento, pasaron a completar la guía, teniendo en cuenta lo observado en la construcción de los niveles, aquí debían contestar algunas preguntas que los llevaron a buscar una manera de calcular el número de bloques necesarios para la construcción de un nivel más alto, ya que no se contaba con los bloques necesarios.

En el tercer momento, se realizó la socialización de las guías y los resultados obtenidos, donde cada grupo explicó su manera de calcular los niveles a los compañeros. De esta manera, se logró establecer que la mejor forma de saber la cantidad de bloques necesarios para un nivel, era multiplicando el número de nivel por dos, ya que el número de bloques era el doble del número de niveles.

En las ilustraciones 25 y 26, se muestran algunas guías desarrolladas por los estudiantes y una fotografía de la interacción con los bloques respectivamente.

Ilustración 25: Guías desarrolladas: "Torre de bloques". 14 de Marzo de 2017



SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Yisad lopez y lizeth Torres FECHA: 14/03/2017

ESTACIÓN NÚMERO 1: TORRE DE BLOQUES

Construye una torre de 2 bloques por nivel, como se muestra a continuación.

El primer nivel se vería así: y el segundo nivel se vería así

1. Completa la información de la tabla en donde se relaciona la cantidad de niveles con el número de cubos requeridos por nivel.

Número de niveles	Bloques necesarios por nivel
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
12	24
60	120

2. ¿Qué procedimiento realizaste para hallar el número de bloques necesarios para el nivel 60? (Escríbelo con tus propias palabras)

Contado el doble de 60 y nos dieron 120.

3. Analiza la tabla que realizaste ¿Qué diferencias y semejanzas encuentras en los datos?

Que en el numeros de niveles hay Onos numeros y en el otro lado hay que poner el doble

4. ¿Cómo calcularías el número de bloques de cualquiera de los niveles? Explica tu respuesta.

Contando de dos en dos

5. Piensa alguna expresión matemática que logre relacionar el número de bloques con el número de niveles. Explícala

Si cogemos el numero 20 lo Multiplicamos por 2 para obtener los Bloques necesarios por nivel

SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Jimena perez M. Paulina Jaramillo Z. FECHA: 14/03/17

ESTACIÓN NÚMERO 1: TORRE DE BLOQUES

Construye una torre de 2 bloques por nivel, como se muestra a continuación.

El primer nivel se vería así: y el segundo nivel se vería así

1. Completa la información de la tabla en donde se relaciona la cantidad de niveles con el número de cubos requeridos por nivel.

Número de niveles	Bloques necesarios por nivel
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
12	24
60	120

2. ¿Qué procedimiento realizaste para hallar el número de bloques necesarios para el nivel 60? (Escríbelo con tus propias palabras)

Utilizamos Multiplicar por 2 la cifra de niveles

3. Analiza la tabla que realizaste ¿Qué diferencias y semejanzas encuentras en los datos?

que son el doble los bloques necesarios de el numero de niveles

4. ¿Cómo calcularías el número de bloques de cualquiera de los niveles? Explica tu respuesta.

multiplicando porque así se sabe mas sencillamente la respuesta

5. Piensa alguna expresión matemática que logre relacionar el número de bloques con el número de niveles. Explícala

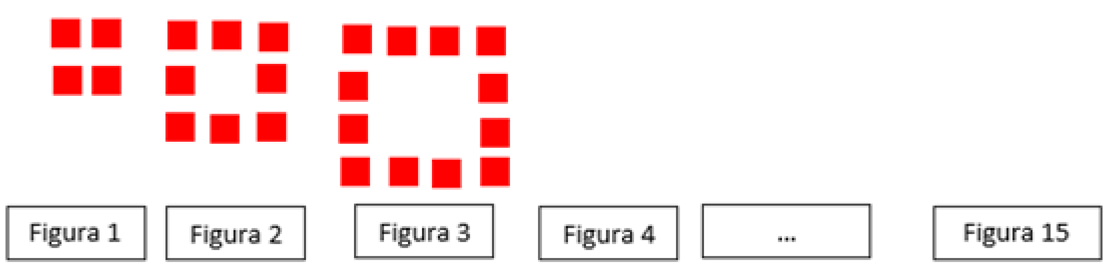
X por 2, se pone una letra para definir cualquier numero

Ilustración 26: Construcción de los niveles con los bloques.

Actividad Orientadora de Enseñanza # 4: “Formando cuadrados”

Esta actividad consistía en una secuencia de figuras compuestas por cuadrados, los cuales a su vez formaban cuadrados. La ilustración 27 muestra la sucesión de figuras.

Ilustración 27: Sucesión Actividad Orientadora de Enseñanza. Formando Cuadrados.29 de Marzo de 2017



El objetivo de la actividad era que los estudiantes lograran encontrar una ley de formación que reconociera la cantidad de cuadrados de cada figura, con el número de la figura.

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Proponer una situación donde los estudiantes, por medio de un artefacto (una secuencia de figuras compuestas por cuadrados) encuentren y describan una ley de formación para la cantidad de cuadrados correspondientes a una figura determinada. • Propiciar un espacio donde los estudiantes puedan expresar y argumentar sus respuestas a las preguntas de la guía.	• Leer la guía "formando cuadrados". • Realizar los cuadrados con cubos pequeños como se indicaba en la imagen de la guía. • Responder las preguntas plateadas en la guía. • Socializar con los demás compañeros la descripción de la ley de formación de cuadrados con los palillos.	• Obtener una ley de formación de la cantidad de cuadrados correspondientes a una figura determinada.

Tabla 4: Actividad Orientadora de Enseñanza # 4. "Formando cuadrados"

En un primer momento los estudiantes observaron la sucesión y construyeron la secuencia empleando cubos pequeños. La ilustración 28 muestra la construcción realizada por los estudiantes.

Ilustración 28: Secuencia con cubos. Actividad Orientadora de Enseñanza # 4. "Formando cuadrados". 29 de Marzo de 2017

En un segundo momento los estudiantes completaron la guía de actividades, completando las preguntas sobre cuántos cuadrados conforman la figura 4 y 15 y la ley de formación que emplearon para encontrar la cantidad de cuadrados correspondiente a la figura.

Ilustración 29 Guía Actividad orientadora de Enseñanza 4. Formando cuadrados

SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: ______________________________ FECHA: ______________

ESTACIÓN NÚMERO 2: FORMANDO CUADRADOS

Observa la siguiente sucesión de figuras:

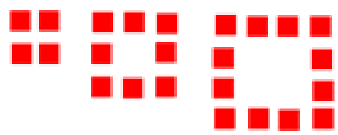


Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4	...	Figura 15

1. Encuentra la figura que corresponde a la posición 4 y a la posición 15. Dibújalas.

2. ¿Cuántos cuadrados conforman la figura 4 y la figura 15? Explica cómo obtuviste el resultado.

   ____
   ____
   ____

3. ¿Cuál de las siguientes reglas podrían servir para encontrar el número de cubos de cualquiera de las figuras de la sucesión?

   a. Los números pares.
   b. Multiplicar por 4 el número de la figura.
   c. Multiplicar por 3 el número de la figura y sumar 1 al resultado.
   d. El número de cuadrados de la figura anterior más cuatro.

Explica tu respuesta:

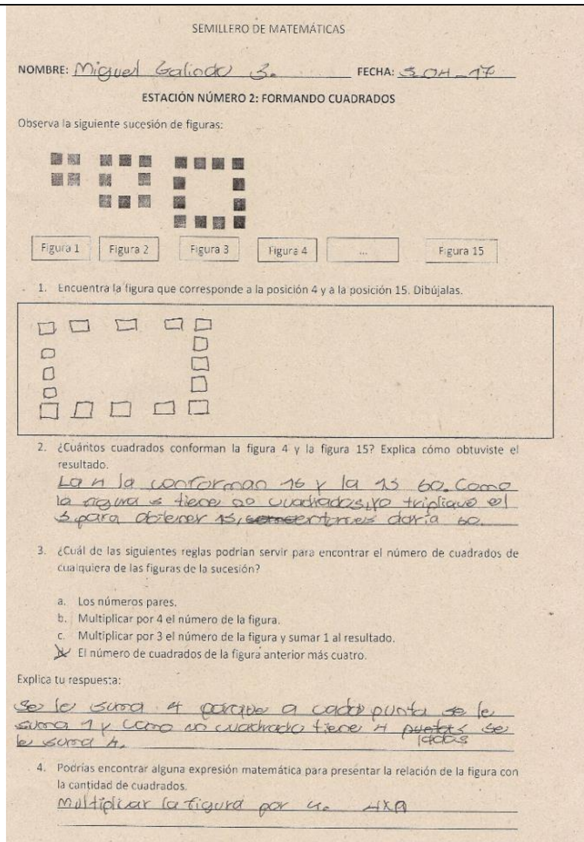
____
____
____

4. Podrías encontrar alguna expresión matemática para presentar la relación de la figura con la cantidad de cubos.

   ____
   ____

Algunas actividades realizadas se presentan en la ilustración 30:

Ilustración 30: Guía "Formando cuadrados" desarrollada por los estudiantes. 29 de Marzo y 5 de Abril de 2017


SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Miguel Galindo 3. FECHA: 5.04.17

ESTACIÓN NÚMERO 2: FORMANDO CUADRADOS

Observa la siguiente sucesión de figuras:

Figura 1 | Figura 2 | Figura 3 | Figura 4 | ... | Figura 15

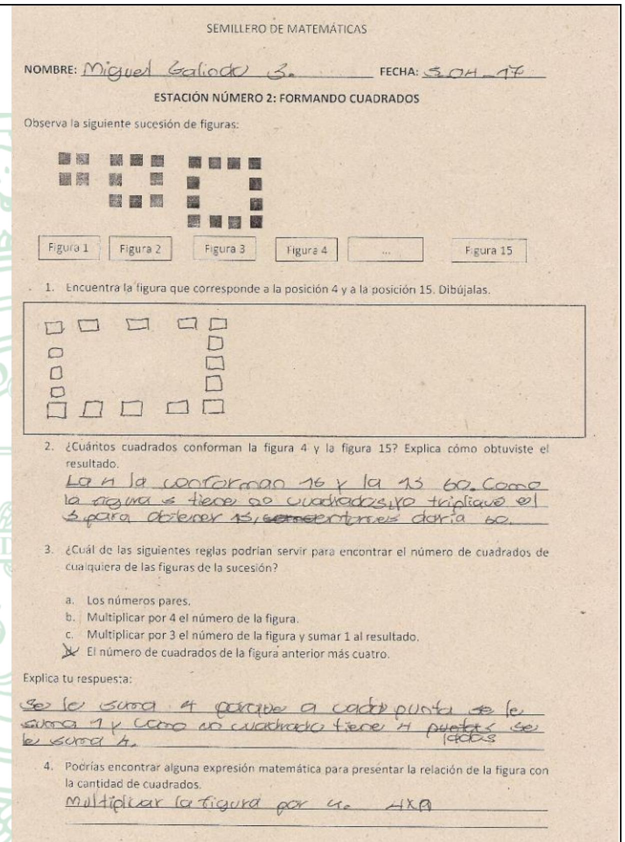
1. Encuentra la figura que corresponde a la posición 4 y a la posición 15. Dibújalas.

2. ¿Cuántos cuadrados conforman la figura 4 y la figura 15? Explica cómo obtuviste el resultado.
La 4 la conforman 16 y la 15 60. Como la figura 5 tiene 20 cuadrados, yo triplique el 5 para obtener 15, entonces daría 60.

3. ¿Cuál de las siguientes reglas podrían servir para encontrar el número de cuadrados de cualquiera de las figuras de la sucesión?
   a. Los números pares.
   b. Multiplicar por 4 el número de la figura.
   c. Multiplicar por 3 el número de la figura y sumar 1 al resultado.
   X El número de cuadrados de la figura anterior más cuatro.

Explica tu respuesta:
Se le suma 4 porque a cada punta se le suma 1 y como un cuadrado tiene 4 puntas (lados) se le suma 4.

4. Podrías encontrar alguna expresión matemática para presentar la relación de la figura con la cantidad de cuadrados.
Multiplicar la figura por 4. 4XA


SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Miguel Galindo 3. FECHA: 5.04.17

ESTACIÓN NÚMERO 2: FORMANDO CUADRADOS

Observa la siguiente sucesión de figuras:

Figura 1 | Figura 2 | Figura 3 | Figura 4 | ... | Figura 15

1. Encuentra la figura que corresponde a la posición 4 y a la posición 15. Dibújalas.

2. ¿Cuántos cuadrados conforman la figura 4 y la figura 15? Explica cómo obtuviste el resultado.
La 4 la conforman 16 y la 15 60. Como la figura 5 tiene 20 cuadrados, yo triplique el 5 para obtener 15, entonces daría 60.

3. ¿Cuál de las siguientes reglas podrían servir para encontrar el número de cuadrados de cualquiera de las figuras de la sucesión?
   a. Los números pares.
   b. Multiplicar por 4 el número de la figura.
   c. Multiplicar por 3 el número de la figura y sumar 1 al resultado.
   X El número de cuadrados de la figura anterior más cuatro.

Explica tu respuesta:
Se le suma 4 porque a cada punta se le suma 1 y como un cuadrado tiene 4 puntas (lados) se le suma 4.

4. Podrías encontrar alguna expresión matemática para presentar la relación de la figura con la cantidad de cuadrados.
Multiplicar la figura por 4. 4XA

En un tercer momento, se socializaron las leyes de formación presentadas por los estudiantes y la forma en la cual las habían encontrado.

Actividad Orientadora de Enseñanza # 5: “Palillos”

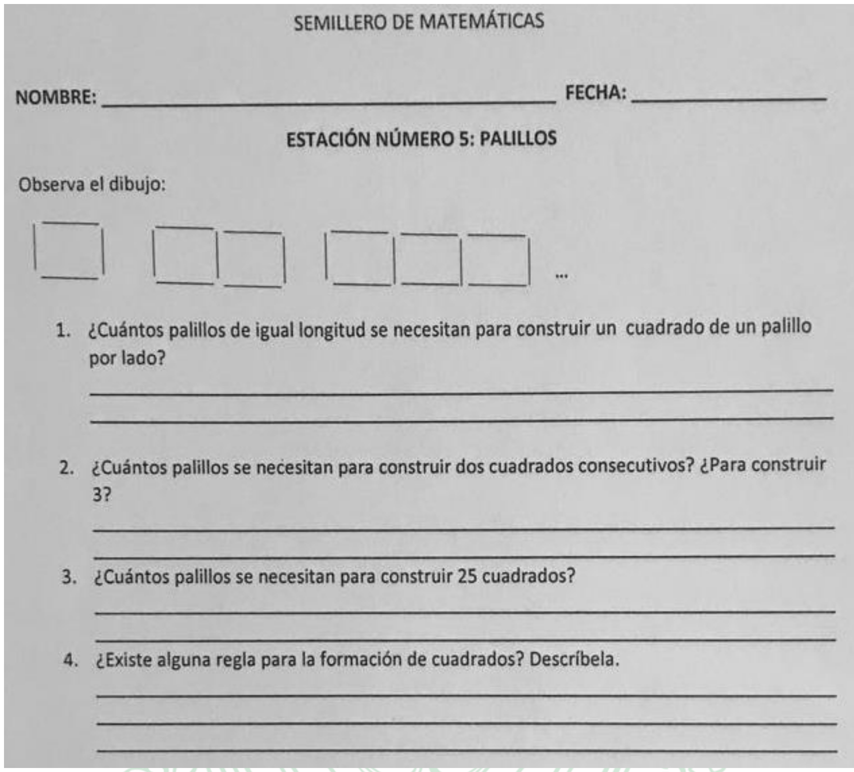
En la tercera actividad se debía encontrar el número de palillos necesarios para la construcción de un número determinado de cuadrados de un palillo de longitud por lado.

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Proponer una situción donde los estudiantes, por medio de un artefacto (en este caso palillos) encuentren y describan una ley de formación para la contrcucción de los cuadrados con ls palillos. • Propiciar un espacio donde los estudiantes puedan expresar y argumentar sus respuestas a las preguntas de la guía.	• Leer la guía de "Palillos". • Realizar los cuadrados con los palillos, como se indicaba en la imagen de la guía. • Responder las preguntas plateadas en la guía. • Socializar con los demás compañeros la descripción de la ley de formación de cuadrados con los palillos.	• Obtener una ley de formación de los cuadrados construidos con los palillos.

Tabla 5: Actividad Orientadora de Enseñanza # 5. "Palillos"

Ilustración 31: Artefacto, palillos

Ilustración 32: Guía "palillos"



SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: ______________________________ FECHA: ______________

ESTACIÓN NÚMERO 5: PALILLOS

Observa el dibujo:

...

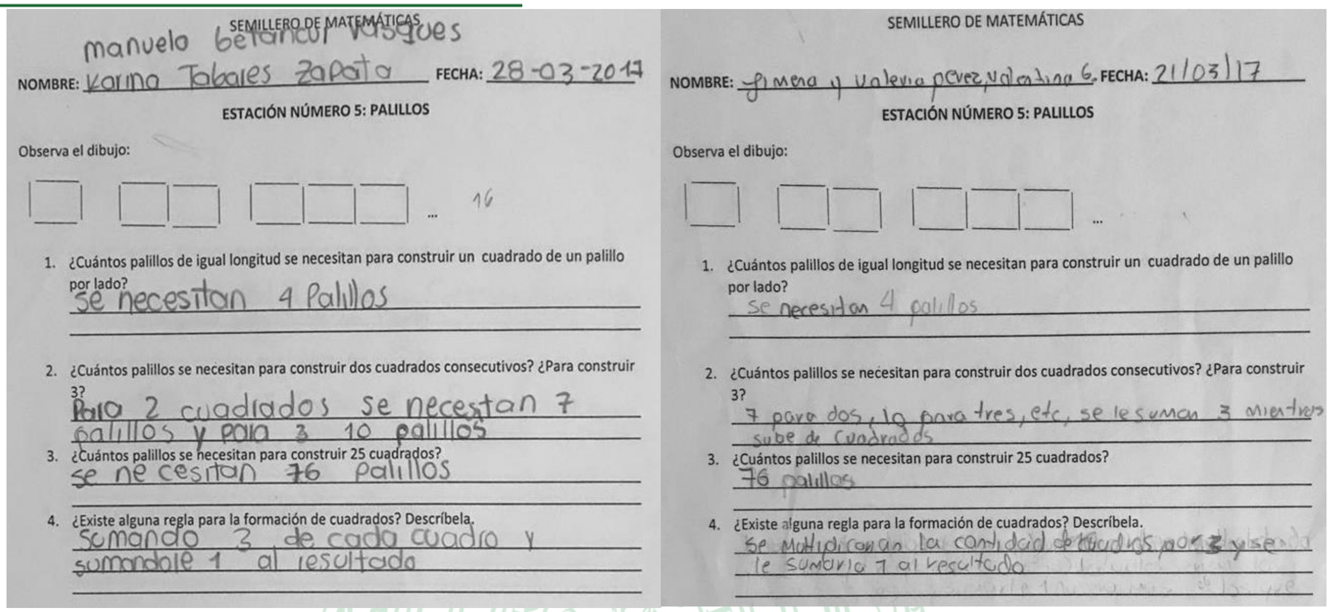
1. ¿Cuántos palillos de igual longitud se necesitan para construir un cuadrado de un palillo por lado?
2. ¿Cuántos palillos se necesitan para construir dos cuadrados consecutivos? ¿Para construir 3?
3. ¿Cuántos palillos se necesitan para construir 25 cuadrados?
4. ¿Existe alguna regla para la formación de cuadrados? Descríbela.

Para esta actividad, se les entregó a los estudiantes, por grupos de 2 o 3 personas, la guía y los palillos. En un primer momento se procedió a la construcción de los cuadrados de un palillo por lado, aquí en cada grupo se debía ir discutiendo sobre las características emergentes de cada figura.

En un segundo momento se pasó a responder las preguntas plateadas en la guía donde se debía justificar las respuestas dadas.

Y como tercer momento, se pasó a la socialización de las respuestas de todos los grupos enfocándonos en la respuesta del numeral 4, ya que algunos estudiantes expresaron la dificultad que les dio enunciar una ley de formación para la construcción de los cuadrados. Por lo tanto los estudiantes que sí lograron hacerlo, explicaron a sus compañeros de qué manera lo hicieron.

Ilustración 33: Guías desarrolladas: "palillos". 21 y 28 de marzo de 2017



SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: manuela betancur vasques Karina Tobares Zapata FECHA: 28-03-2017

ESTACIÓN NÚMERO 5: PALILLOS

Observa el dibujo:

1. ¿Cuántos palillos de igual longitud se necesitan para construir un cuadrado de un palillo por lado?
se necesitan 4 Palillos
2. ¿Cuántos palillos se necesitan para construir dos cuadrados consecutivos? ¿Para construir 3?
Para 2 cuadrados se necesitan 7 palillos y para 3 10 palillos
3. ¿Cuántos palillos se necesitan para construir 25 cuadrados?
se ne cesitan 76 palillos
4. ¿Existe alguna regla para la formación de cuadrados? Descríbela.
Sumando 3 de cada cuadro y sumandole 1 al resultado

SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Jimena y Valeria perez valentina G. FECHA: 21/03/17

ESTACIÓN NÚMERO 5: PALILLOS

Observa el dibujo:

1. ¿Cuántos palillos de igual longitud se necesitan para construir un cuadrado de un palillo por lado?
se necesitan 4 palillos
2. ¿Cuántos palillos se necesitan para construir dos cuadrados consecutivos? ¿Para construir 3?
7 para dos, 10 para tres, etc, se le suman 3 mientras sube de cuadrados
3. ¿Cuántos palillos se necesitan para construir 25 cuadrados?
76 palillos
4. ¿Existe alguna regla para la formación de cuadrados? Descríbela.
Se Multiplican la cantidad de cuadros por 3 y se le sumaria 1 al resultado

Actividad Orientadora de Enseñanza # 6: “Triángulos”

La cuarta actividad, consistió en determinar cuántos triángulos se necesitaban para construir un triángulo más grande ubicado en una figura indicada

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
•Propiciar una situación donde los estudiantes, por medio de un artefacto, (en este caso triángulos) puedan encontrar una ley de formación para las figuras dadas. •Llevar a que los estudiantes encuentren una expresión matemátematica que les permita conocer el número de triángulos necesarios para las figuras determinadas.	•Leer la guía de "Triángulos. •Utilizar los triángulos para la construcción de las figuras indicadas. •Completar la guía con lo observado. •Socializar los resultados obtenidos con los demás compañeros.	•Lograr que los estudiantes expliquen como llegaron a la generalización emergente de las figuras formadas por los triángulos.

Tabla 6: Actividad Orientadora de Enseñanza # 6. "Triángulos".

Ilustración 34: Artefacto, Triángulos.

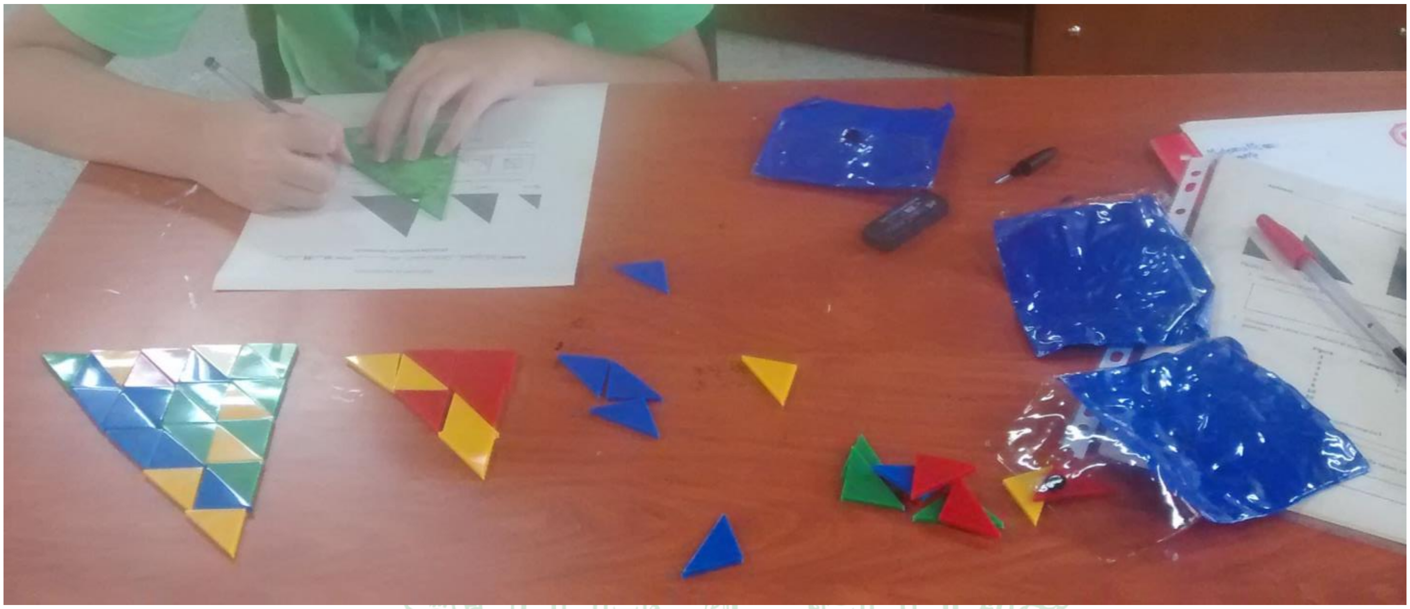
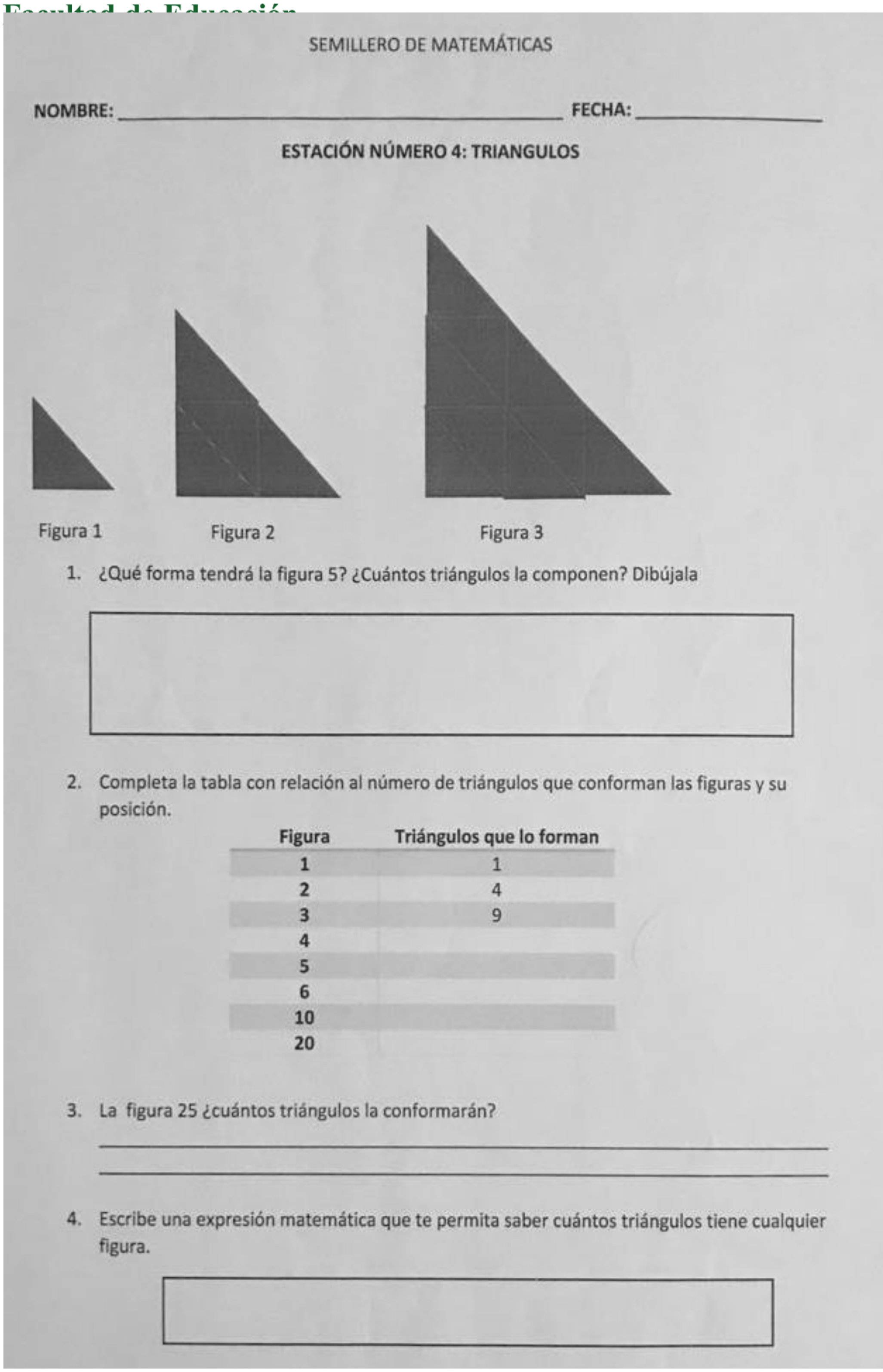


Ilustración 35: Guía: "Triángulos"


SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: ______________________________ FECHA: ______________

ESTACIÓN NÚMERO 4: TRIANGULOS

Figura 1 Figura 2 Figura 3

1. ¿Qué forma tendrá la figura 5? ¿Cuántos triángulos la componen? Dibújala

2. Completa la tabla con relación al número de triángulos que conforman las figuras y su posición.

Figura	Triángulos que lo forman
1	1
2	4
3	9
4	
5	
6	
10	
20	

3. La figura 25 ¿cuántos triángulos la conformarán?
____
____

4. Escribe una expresión matemática que te permita saber cuántos triángulos tiene cualquier figura.

Por parejas se les entregó a los estudiantes la guía de “triángulos” y los triángulos para la construcción de las figuras.

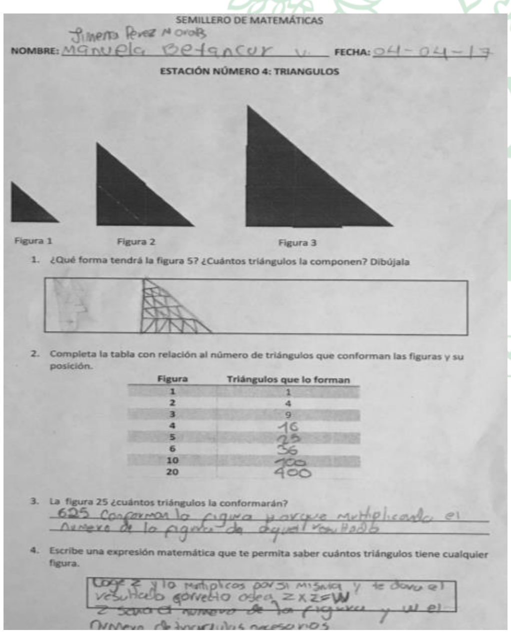
En el primer momento, los estudiantes se relacionaron con el material construyendo las figuras indicadas en la guía.

En el segundo momento se pasó a la realización de la guía, completando la tabla y respondiendo las preguntas planteadas en ella.

Y en el tercer momento, se realizó la socialización grupal donde cada grupo explicó lo que realizó en cada punto de la actividad. En la discusión generada, nosotras como docentes guiamos a los estudiantes a que escribieran la ley de formación implementando símbolos, sin embargo, los estudiantes lo hicieron pero de manera retórica.

En la ilustración 36, mostramos algunas de las guías realizadas por los estudiantes y la explicación de la ley de formación.

Ilustración 36: Guías desarrolladas, “Triángulos”. 4 de abril de 2017


SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Manuela Betancur V. FECHA: 04-04-17

ESTACIÓN NÚMERO 4: TRIANGULOS

Figura 1 Figura 2 Figura 3

1. ¿Qué forma tendrá la figura 5? ¿Cuántos triángulos la componen? Dibújala

2. Completa la tabla con relación al número de triángulos que conforman las figuras y su posición.

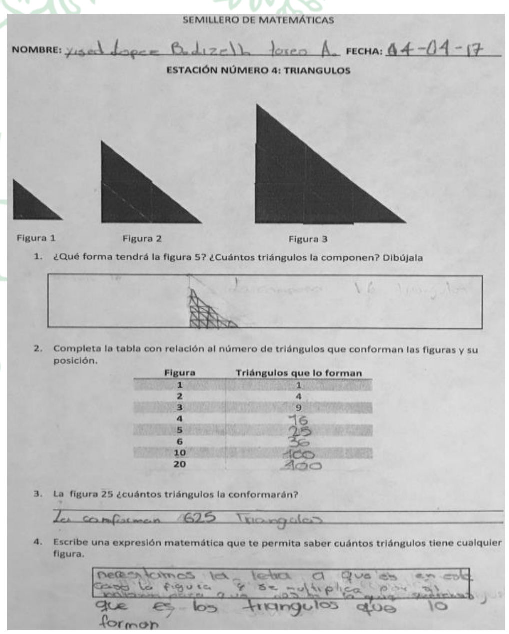
Figura	Triángulos que lo forman
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
10	100
20	400

3. La figura 25 ¿cuántos triángulos la conformarán?

625 conforman la figura porque multiplicando el número de la figura da igual resultado

4. Escribe una expresión matemática que te permita saber cuántos triángulos tiene cualquier figura.

Coge Z y lo multiplicas por sí misma y te dara el resultado correcto osea Z x Z = W
Z sería el número de la figura y W el número de triángulos necesarios


SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: [illegible] FECHA: 04-04-17

ESTACIÓN NÚMERO 4: TRIANGULOS

Figura 1 Figura 2 Figura 3

1. ¿Qué forma tendrá la figura 5? ¿Cuántos triángulos la componen? Dibújala

2. Completa la tabla con relación al número de triángulos que conforman las figuras y su posición.

Figura	Triángulos que lo forman
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
10	100
20	400

3. La figura 25 ¿cuántos triángulos la conformarán?

La conforman 625 Triangulos

4. Escribe una expresión matemática que te permita saber cuántos triángulos tiene cualquier figura.

necesitamos la letra a que es en cada caso la figura y se multiplica por sí [illegible]
que es los triangulos que lo forman

Actividad Orientadora de Enseñanza # 7: "Situaciones problema"

En la quinta actividad, los estudiantes debían responder algunas preguntas emergentes de una situación problema.

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Establecer una situación donde los estudiantes puedan expresar sus ideas y buscar diferentes maneras de responder a las preguntas establecidas. • Llevar a los estudiantes a pensar sobre una forma de generalizar las situaciones problema que se presentan.	• Leer la guía de "Situaciones problema". • Responder las preguntas plateadas en la guía a partir de las situaciones problema. • Socializar las respuestas dadas a las preguntas propuestas en la guía.	• Exponer las diferentes maneras de expresar la generalización emergente de las situaciones problemas.

Tabla 7: Actividad Orientadora de Enseñanza # 7. "Situaciones problema"

Ilustración 37: Guía: "Situaciones problema"

SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: ______________________________ FECHA: ______________

ESTACIÓN NÚMERO 6: SITUACIONES PROBLEMA

1. DON PEPE

Don Pepe el zapatero tiene un encargo de una cantidad de zapatos para dentro de ocho días, él calculó que haciendo dos pares de zapatos por día alcanza a tener el pedido listo para el día señalado. Completa la tabla con la información proporcionada.

DÍA	PARES DE ZAPATOS
1	2
2	4
3	6
4	
5	
6	
7	
8	

1. ¿Cuántos pares de zapatos tienen don Pepe al cabo de seis días? Explica tu respuesta.

____

2. ¿Cuántos pares de zapatos entregará don Pepe a primera hora en pasados nueve días? Explica tu respuesta.

____

3. Le preguntaron a Don Pepe como realizó el cálculo para saber cuántos pares de zapatos tendría cada día, a lo que contestó "sólo multiplique". Explica en tus palabras ¿cómo crees que lo hizo?

____

SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

4. ¿Cuántos pares de zapatos tendría don Pepe transcurridos quince días, produciendo dos pares de zapatos por día? Explica tu respuesta.

____

2. LA SOPA

En una receta de cocina dice: "Para cocinar una sopa que alcance para 16 personas se necesitan cuatro litros de agua".

1. ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para una sopa para ocho personas? ¿Por qué?

____

2. ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para cuatro personas? ¿Por qué?

____

3. ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para 32 personas? ¿Por qué?

____

4. ¿Cómo calcularías la cantidad de agua para hacer la sopa para un banquete para 64 personas? Haz un dibujo y/o tabla que te permita explicarlo.

SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

5. Con los valores de la cantidad de agua que requieres para hacer la sopa necesaria para el número de personas indicado en cada caso, llena la tabla siguiente:

NÚMERO DE PERSONAS	LITROS DE AGUA PARA PREPARAR LA SOPA
4	
8	
16	
32	
64	

6. Describe el procedimiento que realizarías para encontrar la cantidad de litros que necesitas para hacer la sopa, para cualquier cantidad de personas.

____

De manera individual, los estudiantes recibieron la guía de "situaciones problema". En primer momento los estudiantes, leyeron y de manera conjunta discutieron sobre las preguntas y las posibles respuestas que debían dar.

En un segundo momento cada estudiante trató de responder las preguntas teniendo en cuenta lo que se pedía en cada una de ellas.

Y en el tercer momento se realizó la socialización, donde cada estudiante explicó el procedimiento que llevo a cabo para responder a las preguntas establecidas y cuál fue la generalización a la que logró llegar cada uno.

En la ilustración 38, se muestra una de las guías desarrollada por una estudiante del semillero.

Ilustración 38: Desarrollo de la guía: "Situaciones problema". 28 de marzo de 2017

SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

NOMBRE: Jimena perez Morales FECHA: 28/03/17

ESTACIÓN NÚMERO 6: SITUACIONES PROBLEMA

1. DON PEPE

Don Pepe el zapatero tiene un encargo de una cantidad de zapatos para dentro de ocho días, él calculó que haciendo dos pares de zapatos por día alcanza a tener el pedido listo para el día señalado. Completa la tabla con la información proporcionada.

DÍA	PARES DE ZAPATOS
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10
6	12
7	14
8	16

1. ¿Cuántos pares de zapatos tienen don Pepe al cabo de seis días? Explica tu respuesta.

12 porque el hace 2 pares de zapatos cada dia se Multiplica por 2 el número de dias

2. ¿Cuántos pares de zapatos entregará don Pepe a primera hora en pasados nueve días? Explica tu respuesta.

18 porque cada dia se le suman 2 pares

3. Le preguntaron a Don Pepe como realizó el cálculo para saber cuántos pares de zapatos tendría cada día, a lo que contestó "sólo multiplique". Explica en tus palabras ¿cómo crees que lo hizo?

Multiplico el numero de dias por los zapatos.

SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

4. ¿Cuántos pares de zapatos tendría don Pepe transcurridos quince días, produciendo dos pares de zapatos por día? Explica tu respuesta.

30 porque si hace dos por dia 2 por 15

2. LA SOPA

En una receta de cocina dice: "Para cocinar una sopa que alcance para 16 personas se necesitan cuatro litros de agua".

1. ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para una sopa para ocho personas? ¿Por qué?

2 litros porque es la mitad de personas

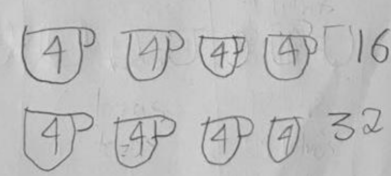
2. ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para cuatro personas? ¿Por qué?

1 litro porque es la mitad de la mitad de las personas

3. ¿Cuántos litros de agua se necesitarán para hacer una sopa para 32 personas? ¿Por qué?

8 litros de agua porque es la mitad de la mitad de 32

4. ¿Cómo calcularías la cantidad de agua para hacer la sopa para un banquete para 64 personas? Haz un dibujo y/o tabla que te permita explicarlo.



SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

5. Con los valores de la cantidad de agua que requieres para hacer la sopa necesaria para el número de personas indicado en cada caso, llena la tabla siguiente:

NÚMERO DE PERSONAS	LITROS DE AGUA PARA PREPARAR LA SOPA
4	1
8	2
16	4
32	8
64	16

6. Describe el procedimiento que realizarías para encontrar la cantidad de litros que necesitas para hacer la sopa, para cualquier cantidad de personas.

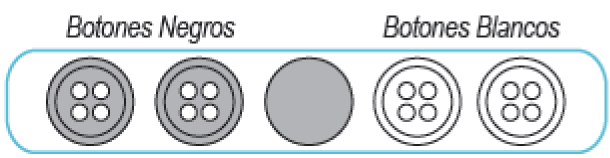
dividir por 4 el numero de personas

Actividad Orientadora de Enseñanza # 8. Botones Saltarines

Los botones saltarines es un juego matemático que contiene una plantilla de juego y botones de dos colores diferentes. El objetivo del juego es intercambiar las posiciones de los botones en el menor número de movimientos posibles. Las reglas del juego son:

- Sólo se puede mover un botón a la vez.
- Los botones no pueden retroceder, los que esttán a la derecha solo pueden moverse hacia la iquierda y los que están a la izquierda solamente pueden moverse hacia la derecha.
- Mover cada botón hacia una casilla vacia: Deslizando, sí es contigua y saltando sobre un botón contrario, sí la siguiente está vacia.
- No se puede saltar sobre un botón del mismo color, tampoco sobre más de un botón contrario.

Ilustración 39: Botones saltarines



INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Establecer una situación donde los estudiantes puedan expresar sus ideas y buscar diferentes maneras de responder a las preguntas establecidas. • Llevar a los estudiantes a pensar sobre una forma de generalizar la cantidad de movimientos necesarios para pasar los botones de un lado a otro.	• Leer la guía botones saltarines. • Emplear los botones para calcular el número mínimo de movimientos necesarios para pasar los botones de un lado a otro. • Responder las preguntas plateadas en la guía a partir de las situaciones problema. • Encontrar una ley de formación que relacione el número mínimo de movimientos con respecto al total de botones. • Socializar las respuestas dadas a las preguntas propuestas en la guía.	• Exponer las diferentes maneras de expresar la generalización emergente del mínimo de movimientos necesarios para pasar los botones de un lado a otro.

Tabla 8: Actividad Orientadora de Enseñanza #8. Botones Saltarines

La guía de actividades fue tomada de Velásquez, S. (2013). Esta actividad pretendió que los estudiantes alcanzaran una expresión que generalizara la cantidad de movimientos necesarios para pasar los botones de un lado a otro, con respecto a la cantidad de botones.

En un primer momento los estudiantes jugaron con los botones, con el fin de encontrar la menor cantidad de movimientos necesarios para pasar dos botones, tres botones y cuatro botones al otro lado del tablero de juego.

Ilustración 40: Botones Saltarines. 19 de Julio de 2017

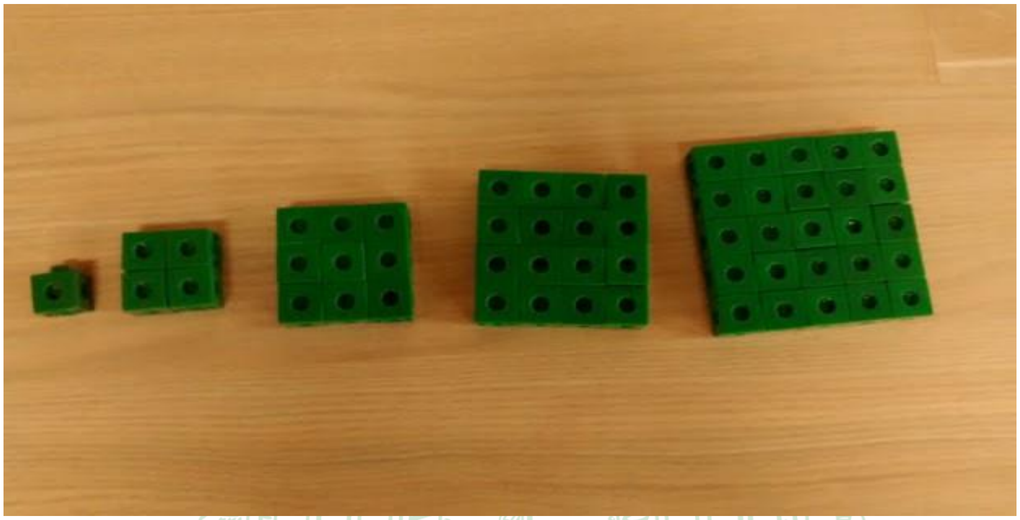
Posteriormente, se ubicaron los datos en una tabla, la cual relacionaba la cantidad de botones por color, la cantidad de botones en total y la reescritura de los movimientos según el número total de botones y el número cuadrado correspondiente.

Ilustración 41: Botones saltarines 19 de Julio de 2017

N° de botones de cada color.	N° total de botones.	N° de movimientos necesarios para el intercambio.	Re-escribe el resultado anterior empleando los números de la columna 2 como el primer sumando.
1	2	3	3 = 2 + 1
2	4	8	8 = 4 + 4
3	6	15	15 = 6 + 9
4	8	24	24 = 8 + 16

Luego, junto con los estudiantes analizamos el segundo sumando que se empleaba en la reescritura de la cantidad de movimientos. Para ello se emplearon cubos para reconocer los números cuadrados, que eran necesarios para entender después la ley de formación de la menor cantidad de movimientos para cualquier cantidad de botones, completando la secuencia.

Ilustración 42: Botones saltarines. 19 de Julio de 2017



Lo anterior, les permitió completar el siguiente cuadro, empleando 10 botones de cada color, 15 botones, hasta llegar a una cantidad n.

Ilustración 43: Botones saltarines. 19 de Julio de 2017

N° de botones de cada color.	N° total de botones.	N° de movimientos necesarios para el intercambio.	Re-escribe el resultado anterior empleando los números de la columna 2 como el primer sumando.
10	20	120	120 = 20 + 100
15	30	255	255 = 30 + 225
...			= +
n	$2n$	$2n + n^2$	$2n + n^2 = 2n + n^2$

Actividad Orientadora de Enseñanza # 9 Misioneros y Caníbales

La actividad "misiones y caníbales" inició con una historia "hay tres misioneros y tres caníbales que quieren cruzar de un lado del río a otro para llegar a un resguardo, en una barca en la cual caben máximo dos personas. Las reglas del juego fueron:

- Ni en el resguardo, ni en la orilla pueden haber más caníbales que misioneros, pues los primeros se comen los segundos.
- Cada vez que en la orilla opuesta a la salida hay un misionero y un caníbal y la barca está al otro lado, estos se van al resguardo.

Esta actividad tenía como propósito que los estudiantes descubrieran la cantidad de movimientos para que lo caníbales y los misionero cruzaran al otro lado del rio, cumpliendo con las normas del juego.

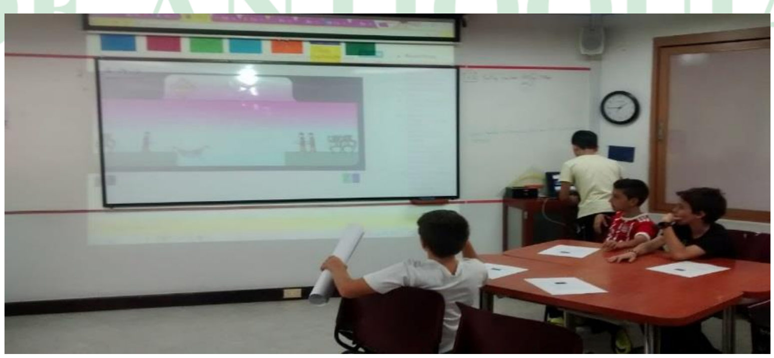
En un primer lugar, los estudiantes jugaron con el Software online[3], encontrando la menor cantidad de movimientos necesarios para hacer pasar los misioneros y los caníbales al otro lado del río.

[3] El Software "Misioneros y Caníbales" se encuentra disponible en http://echandola.com/juegos/cruza-canibales-y-misioneros/

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Establecer una situación donde los estudiantes puedan expresar sus ideas y buscar diferentes maneras de responder a las preguntas establecidas. • Llevar a los estudiantes a pensar sobre una forma de generalizar la cantidad de movimientos necearios para cruzar los misioneros y caníbales de un lado a otro del río.	• Leer la guía misioneros y caníbales. • Emplear el juego online para encontrar la menor cantidad de movimientos necesarios para pasar los misioneros y canibales de un lado a otro del río. • Responder las preguntas plateadas en la guía a partir de las situaciones problema. • Encontrar una ley de formación que relacione el número mínimo de movimientos con respecto al número de misioneros y canibales. • Socializar las respuestas dadas a las preguntas propuestas en la guía.	• Exponer las diferentes maneras de expresar la generalización emergente del mínimo de movimientos necesarios para pasar los misioneros y canibales de un lado a otro del río.

Tabla 9: Actividad Orientadora de Enseñanza # 9. Misioneros y caníbales

Ilustración 44: Estudiantes jugando Misioneros y Caníbales. 9 de Agosto 2017

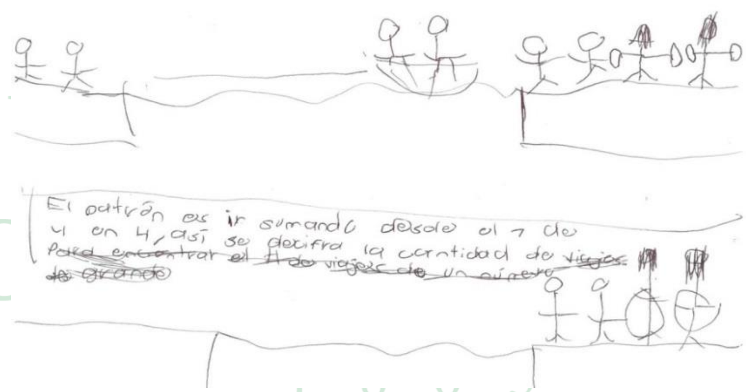


Posteriormente, los estudiantes elaboraron un registro con la cantidad de viajes, con respecto a la cantidad de misiones y caníbales. Ubicando primero dos misioneros y dos caníbales, luego tres, cuatro, cinco, ocho, etc.

Ilustración 45: registro misioneros y caníbales. 9 de Agosto de 2017

Después averiguaron una ley de formación para encontrar la cantidad de viajes, dependiendo de la cantidad de misioneros y caníbales.

Ilustración 46: Análisis realizado por un estudiantes sobre la ley de formación para actividad misioneros y caníbales. 9 de Agosto de 2017



Actividad Orientadora de Enseñanza # 10. Torres de Hanói

Las torres de Hanói son un juego matemático que consta de tres postes (A, B y C), en uno de ellos hay una pirámide de discos de distintos tamaños. El objetivo del juego es mover todos los discos de un poste a otro, pero solo se puede mover un disco a la vez, además de que no se puede poner un disco grande encima de uno pequeño.

Ilustración 47: Torres de Hanói. 13 de Septiembre de 2017

El propósito de la actividad fue encontrar una ley de formación que relacionara la cantidad de discos con respecto al número de movimientos.

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Establecer una situación donde los estudiantes puedan expresar sus ideas y buscar diferentes maneras de responder a las preguntas establecidas. • Llevar a los estudiantes a pensar sobre una forma de generalizar la cantidad de movimientos necearios para mover los discos del poste A al poste C.	• Leer la guía. • Emplear las torres de Hanói y el juego online para encontrar la menor cantidad de movimientos necesarios para pasar los discos del poste A al poste C. • Responder las preguntas plateadas en la guía a partir de las situaciones problema. • Encontrar una ley de formación que relacione el número minimo de movimientos con respecto al número de discos. • Socializar las respuestas dadas a las preguntas propuestas en la guía.	• Exponer las diferentes maneras de expresar la generalización emergente del mínimo de movimientos necesarios para pasar los discos del poste A al poste C.

Tabla 10: Actividad Orientadora de Enseñanza #10. Torres de Hanói

En un primer momento los estudiantes utilizaron las torres de Hanói para encontrar la menor cantidad de movimientos posibles para pasar un disco, dos discos y tres discos del poste A al C.

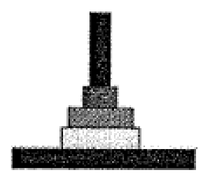
Ilustración 48: Estudiantes jugando con las torres de Hanói.13 de Septiembre de 2017

Los estudiantes registraron el número de movimientos para pasar los discos del poste A al C, en la guía de actividades como se muestra en la ilustración 49.

Ilustración 49: Actividades guía Torres de Hanói.

Ahora realiza el ejercicio **con tres discos ¿Cuál es la menor cantidad de movimientos posibles para pasar tres discos del poste A al C?** Registra la información en la siguiente tabla.

CANTIDAD DE DISCOS	NÚMERO DE MOVIMIENTOS
3	7



Al finalizar socializa con tus compañeros el resultado. Para ello utiliza el juego online.

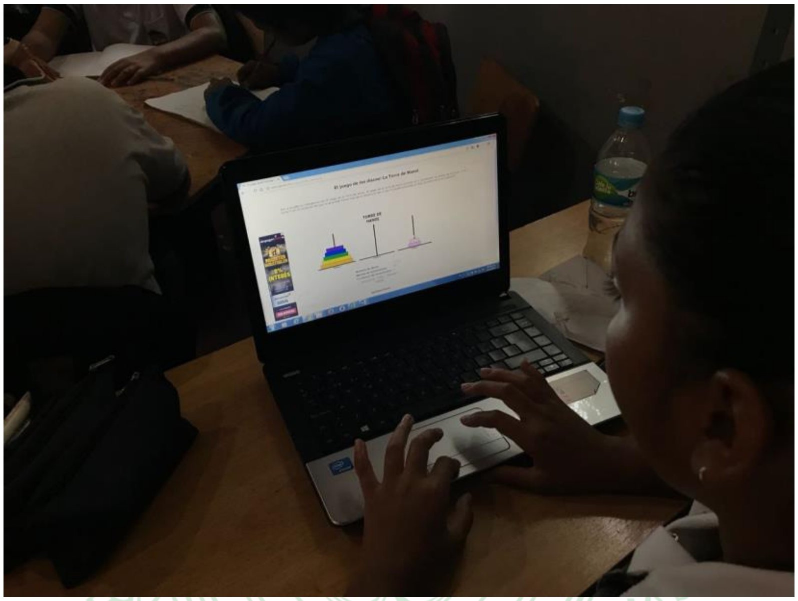
https://www.juegos-mentales.com/juego/Torre+de+Hanoi

Con cuatro discos. ¿Cuál es la menor cantidad de movimientos posibles para pasar los discos del poste A al C? Registra la información en la siguiente tabla.

CANTIDAD DE DISCOS	NÚMERO DE MOVIMIENTOS
4	15

En un segundo momento, emplearon el juego de las torres de Hanói online[4] para dar a conocer a sus compañeros los resultados encontrados como se muestra en la ilustración 50.

Ilustración 50: Estudiantes utilizando el juego de las torres de Hanói online. 13 de septiembre de 2017



Registraron la información en la guía y encontraron una forma de reescribir la cantidad de movimientos efectuados para mover los discos de la torre A a la torre C con respecto a la cantidad de discos.

[4] El juego Online de Torres de Hanói se encuentra disponible en https://www.juegos mentales.com/juego/Torre+de+Hanoi.

Ilustración 51: Tabla cantidad de movimientos respecto a la cantidad de discos.

CANTIDAD DE DISCOS	NÚMERO DE MOVIMIENTOS	REESCRITURA DEL NÚMERO DE MOVIMIENTOS
1	1	$2-1=1$
2	3	$4-1=3$
3	7	$8-1=7$
4	15	$16-1=15$
5	31	$32-1=31$
6	63	$64-1=63$

Expresaron cuántos movimientos eran necesarios con una cantidad determinada de discos.

Ilustración 52: Tabla cantidad de movimientos respecto a la cantidad de discos 2.

CANTIDAD DE DISCOS	NÚMERO DE MOVIMIENTOS	REESCRITURA DEL NÚMERO DE MOVIMIENTOS
7	127	$2^7-1=128-1=127$
10		$2^{10}-1=$
15		$2^{15}-1=$
20		$2^{20}-1=$

¿Cómo encontraste la cantidad de movimientos para cada uno de los discos?

Haciendo primero la reescritura de número en la cual necesitas hacer 2 a la "cantidad de discos" -1.

Y por último pensaron en una ley de formación para una cantidad *n* de discos.

Ilustración 53: Ley de formación actividad torres de Hanói.

Sí tuviéramos una cantidad ***n*** de discos. ¿Cuál es el mínimo de movimientos posibles para pasar esos *n-discos* de la torre A a la C?

convirtiendo n en una potensiación de 2 y a eso le resto 1 y esa respuesta es el número de movimientos

Puedes hacer uso para ello de la siguiente tabla:

CANTIDAD DE DISCOS	NÚMERO DE MOVIMIENTOS	REESCRITURA DEL NÚMERO DE MOVIMIENTOS
n	r	$2^n-1=r$

Actividad Orientadora de Enseñanza # 11 El cumpleaños de Sara.

Esta actividad se basó en analizar el proceso realizado por Sara en su ahorro semanal de dos pesos. Para luego tratar de llegar a una ley de formación, que averiguara el total de dinero recogido por Sara en determinada semana.

INTENCIONALIDAD	ACCIONES	NECESIDAD
• Identificar las características que se presentan en el ahorro de Sara. • Ayudar a los estudiantes a que encuentren una forma de generalizar el proceso de ahorro que Sara lleva a cabo.	• Leer la guía. • Utilizar los vasos y las fichas para entender el ahorro que realizó sara. • Con lo observado responder las preguntas planteadas en la guía. • Socializar las respuestas dadas a las preguntas de la guía.	• Encontrar la ley de formación emergente del ahorro que realizó Sara. • Explicar las diferentes maneras de explicar la generalización emergente del ahorro de Sara.

Tabla 11: Actividad Orientadora de Enseñanza #11. El cumpleaños de Sara

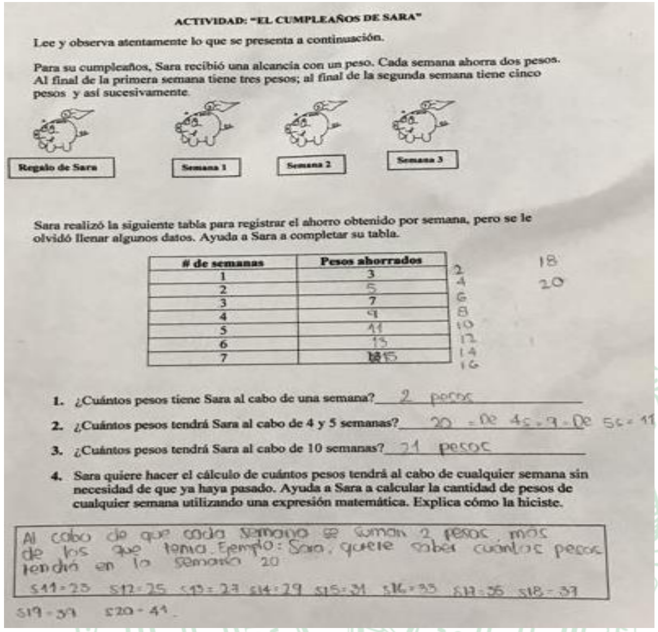
En primer momento los estudiantes leyeron la guía para comprender el proceso realizado por Sara en su ahorro, después, con vasos plásticos y fichas de colores, simularon las alcancías por semana y el dinero que se tendría.

En segundo momento se pasó a completar la guía teniendo en cuenta lo realizado con las alcancías y lo que se había entendido de ello.

En el tercer momento se realizó la socialización de cada pregunta con su respectiva respuesta, es importante mencionar que antes de la socialización, los estudiantes llegaron a comprender el proceso de ahorro que Sara realizó, pero después de la socialización, lograron establecer una ley de formación para saber cuánto dinero se puede ahorrar en determinada semana sin necesidad que haya pasado.

Ilustración 54: Actividad el cumpleaños de Sara. 26 de septiembre de 2017

Ilustración 55: Guía actividad el cumpleaños de Sara. 26 de septiembre de 2017



ACTIVIDAD: "EL CUMPLEAÑOS DE SARA"

Lee y observa atentamente lo que se presenta a continuación.

Para su cumpleaños, Sara recibió una alcancía con un peso. Cada semana ahorra dos pesos. Al final de la primera semana tiene tres pesos; al final de la segunda semana tiene cinco pesos y así sucesivamente.

Regalo de Sara   Semana 1   Semana 2   Semana 3

Sara realizó la siguiente tabla para registrar el ahorro obtenido por semana, pero se le olvidó llenar algunos datos. Ayuda a Sara a completar su tabla.

# de semanas	Pesos ahorrados
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	~~13~~15

2 4 6 8 10 12 14 16 18 20

1. ¿Cuántos pesos tiene Sara al cabo de una semana? 2 pesos
2. ¿Cuántos pesos tendrá Sara al cabo de 4 y 5 semanas? 20 = De 4s = 9 = De 5s = 11
3. ¿Cuántos pesos tendrá Sara al cabo de 10 semanas? 21 pesos
4. Sara quiere hacer el cálculo de cuántos pesos tendrá al cabo de cualquier semana sin necesidad de que ya haya pasado. Ayuda a Sara a calcular la cantidad de pesos de cualquier semana utilizando una expresión matemática. Explica cómo la hiciste.

Al cabo de que cada semana se suman 2 pesos más de los que tenía. Ejemplo: Sara quiere saber cuántos pesos tendría en la semana 20
s11=23 s12=25 s13=27 s14=29 s15=31 s16=33 s17=35 s18=37
s19=39 s20=41

Por otra parte, para el producto de los análisis de las actividades anteriormente descritas, se registró la información a través de las siguientes técnicas e instrumentos.

Técnicas e instrumentos

Durante nuestro proceso de investigación, sucedieron diversos acontecimientos que permitieron la fomentación de los análisis posteriores a la experiencia. Las técnicas e instrumentos empleados para la recolección de los datos fueron los siguientes:

Diario de Campo

A lo largo del proceso de investigación, construimos un diario de campo donde consignamos, en primer lugar, el paso a paso de *las Actividades Orientadoras de Enseñanza* que pretendíamos llevar a cabo. En segundo lugar, las experiencias suscitadas del desarrollo de las *actividades* tanto por parte de los alumnos como también por parte de nosotras como docentes. Y en tercer las lugar las interpretaciones y reflexiones respectivas a la experiencia vivida.

Incluimos también elementos propuestos por Hernández, Fernández y Baptista (2006) como: Mapas, diagramas cuadros y esquemas (vinculación entre conceptos del planteamiento, ideogramas. Entre otros), descripciones de lugares y participantes, relaciones y eventos relacionados con el planteamiento. En este caso, relacionados con los procesos de generalización matemática.

Cabe anotar que las evidencias consignadas en el diario de campo nos sirvieron como ayuda para recuperar el momento vivido de la experiencia y posteriormente hacer el análisis respectivo de los procesos de generalización alcanzados por los estudiantes en el desarrollo de *las Actividades Orientadoras de Enseñanza*.

Materiales audio-visuales

Durante el desarrollo de las *actividades*, tomamos registro tanto fotográfico como auditivo de las diversas acciones realizadas por los estudiantes para tener un registro grupal e individual de información. Los audios fueron utilizados como ayuda para el análisis de los procesos de generalización realizados por los estudiantes y las fotos fueron empleadas como evidencia de la experiencia vivida con su respectiva descripción.

Registros escritos

En cada clase del semillero de matemáticas, los estudiantes debían realizar una guía referente a la *actividad* planteada. Nosotras como docentes, recolectamos todas estas guías y las guardamos como registros escritos que posteriormente nos proporcionaron información para llevar a cabo nuestro análisis. Hernández, Fernández y Baptista (2006) definen este tipo de registro como un documento individual.

Entrevistas

Este instrumento que es fundamental en una investigación cualitativa, nos permitió conocer diferentes ideas que tenían los estudiantes frente a los procesos llevados en el semillero de matemáticas. También sus maneras de razonar y de accionar frente a las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* y a los procesos de generalización matemática. Hernández, Fernández y Baptista (2006) la entienden como una reunión para intercambiar información entre una persona (entrevistador) y otra (entrevistado) u otras (entrevistados)

CAPÍTULO 3: PROBLEMA FENOMENOLÓGICO

El *problema fenomenológico* es planteado a partir de la escogencia de algunas determinaciones sensibles, en las cuales se encuentra la intuición, la atención y la sensibilidad. Para abordar este problema, analizamos las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* descritas en el capítulo anterior, tratando de hacer alusión a las determinaciones sensibles que permitieron reconocer las características en común que contribuyeron a un proceso de abstracción.

En la ***Actividad orientadora de enseñanza* número 2 "cuerpos geométricos"** aplicada con los estudiantes de quinto y sexto en el semillero de matemáticas se pudo observar cómo los estudiantes emplearon la atención y la sensibilidad para reconocer las características de algunos cuerpos geométricos. En un primer momento los estudiantes con los ojos cerrados tocaron diferentes solidos geométricos, enunciaron cuales eran las características de estos sólidos y adivinaban su nombre; acto seguido discutían entre ellos sobre las caracterizas de los cuerpos y registraron la información en una tabla (ver ilustración 16. Características sólidos geométricos).

Episodio 1: Dialogo entre los estudiantes sobre las características de los sólidos geométricos.[5]

Estudiante 1: El objeto que estoy sintiendo debe ser un cuadrado, porque tiene todos sus lados iguales.

Estudiante 2: Pero no podría ser un cuadrado, porque un cuadrado es una figura plana.

(El estudiante 1 hace una pausa y después de una aclaración de su docente concluye)

Estudiante 1: Entonces sí no es un cuadrado debe ser un cubo, porque en un cubo todos sus lados son cuadrados.

En el diálogo anterior podemos observar que hay un problema a lo hora de nombrar los sólidos geométricos como figuras planas, es decir, nombrar el cubo como cuadrado, al ortoedro

[5] Transcripción a los diálogos efectuados en el semillero de matemáticas.

como rectángulo, a la pirámide como triángulo y a la esfera como círculo; responde a un problema llamado síndrome de planitud, se caracteriza porque el estudiante nombra o representa figuras tridimensionales como figuras planas, dando una representación bidimensional a un objeto tridimensional, esto se debe quizás, a que a pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias geométricas que se le proporcionan a los estudiantes son bidimensionales. Al respecto Weinzweig (1978) citado en Dickson L. & otros (1991) afirma que “Las primeras experiencias de carácter espacial del niño, tienen lugar con objetos tridimensionales y que, inicialmente, las figuras bidimensionales aparecen como superficies de objetos sólidos como cubos, conos, cilindros, esferas, cajas rectangulares, prismas, pirámides, etc.”

La percepción espacial como la habilidad de reconocer y discriminar algunos estímulos espaciales y asociarlos a experiencias previas, posibilitó que los estudiantes caracterizaran los sólidos geométricos. En el siguiente episodio los estudiantes lograron relacionar algunos sólidos geométricos con objetos de su cotidianidad.

Episodio 2:

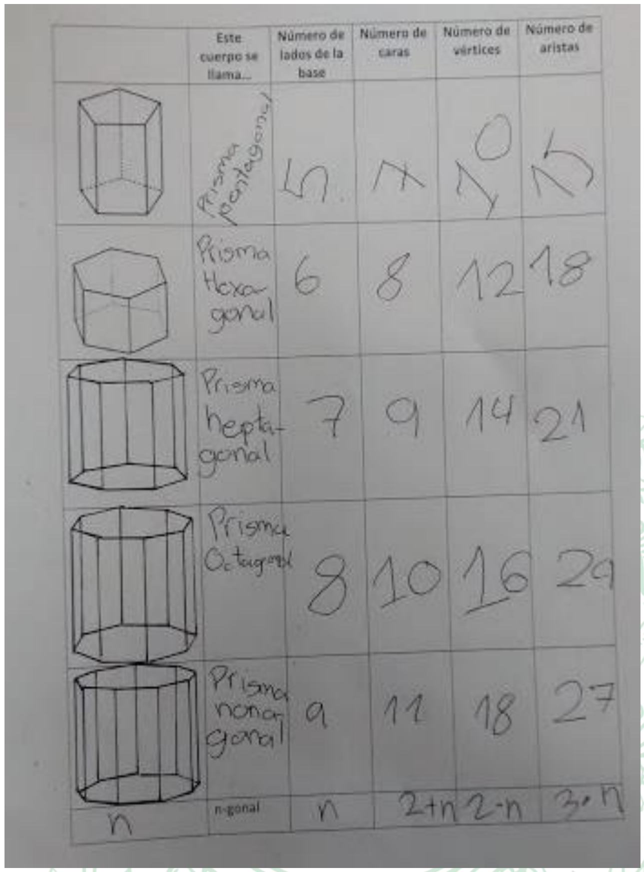
Estudiante 1: La figura que estoy tocando es un prisma, la cual tiene seis lados en la base. (Señalando los lados del prisma)

Estudiante 2: Este es el prisma hexagonal. Pero ¿qué tipo de cosas de nuestro alrededor tienen forma de prisma hexagonal?

Estudiante 1: Ya sé. Nuestro salón de clase. Este tiene forma de prisma hexagonal, tiene 6 paredes, que son los lados de la base del prisma.

Reconocer las características de los sólidos geométricos posibilitó que los estudiantes completaran la siguiente tabla analizando la cantidad de aristas, lados y vértices que los prismas y las pirámides poseen.

Ilustración 56: Tabla clasificación de prismas, a partir de sus aristas, lados y vértices. 10 de Agosto 2016.



	Este cuerpo se llama...	Número de lados de la base	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas
	Prisma pentagonal	5	7	10	15
	Prisma Hexagonal	6	8	12	18
	Prisma heptagonal	7	9	14	21
	Prisma Octagonal	8	10	16	24
	Prisma nonagonal	9	11	18	27
n	n-gonal	n	2+n	2·n	3·n

Para determinar cuántos vértices, aristas y lados tenían cada uno de los primas, los estudiantes utilizaron los prismas de la actividad 1 y contaron sus lados, vértices y aristas. Pero no se tenían todos los prismas, es allí en donde el uso del artefacto (concreto) se vuelve insuficiente y es necesario encontrar una forma de hallar la conceptualidad general que se estaba buscando. En el episodio 3 se encuentra un dialogo entre los estudiantes y la docente que enuncia el proceso llevado a cabo para enunciar las características en común entre el número de caras, número de vértices y número de aristas.

Episodio 3

Profesora: ¿Cuántos lados en la base tiene el primer prisma de la guía? ¿Y cuál es su nombre?

Estudiante: Es un prisma pentagonal, porque tiene cinco lados y es este prisma (levantado el prisma)

Profesora: ¿Cuántas caras tiene el prisma pentagonal?

Estudiante: Tiene 7 lados (contando los lados en la figura)

Profesora: ¿Cuántos vértices tiene?

Estudiante: Tiene 10 vértices (contando los vértices en la figura)

Profesora: ¿Y cuántas aristas tiene?

Estudiante: tiene 15 aristas (contando las aristas)

Al igual que este proceso los estudiantes completaron los siguientes prismas, el hexagonal y el octagonal. Sin embargo dentro de los materiales no se encontraba el prisma heptagonal, es por ello que los estudiantes comenzaron a analizar el comportamiento de los vértices, aristas y lados de los prismas anteriores y propusieron:

Episodio 4:

Estudiante 1: Nosotros ya sabemos siempre el número de lados de la figura, por el nombre que cada una de ellas tiene, por ejemplo, el prisma hexagonal se llama así porque su base tiene seis lados y el octagonal tiene 8 lados, entonces el heptagonal debe tener siete lados.

Estudiante 2: sí observamos el primer prisma, el prisma pentagonal su número de lados es 5 y el número de caras es 7, el prisma hexagonal tiene 6 lados y el número de caras es 8. Entonces, yo creo que para encontrar el número de caras se debe sumar dos.

En este momento la docente interviene y pide el estudiante aclare su afirmación.

Docente: Entonces ¿cuál es el número de caras de un cubo, sí la cantidad de lados de su base es 4?

Estudiante 2: Es 6 contando el número de caras de un cubo.

Docente: Muy bien, ¿será posible entonces establecer una relación como esta al número de aristas y vértices?

Estudiante 1: El número de vértices es el doble del número de lados, por ejemplo, en el prisma pentagonal, el número de lados es 5 y el número de vértices es 10. Esto equivale a multiplicar 5 por 2. Entonces para el heptágono como el número de lados es 7, el número de vértices debe ser 7 por 2, o sea 14.

Profesora: ¿Y ahora cómo encontramos el número de aristas?

Estudiante 1: Al número de vértices se le suma 5. Sí en el prisma pentagonal sumamos 5 a 10 que es el número de vértices, obtenemos 15.

Estudiante 2: Pero no siempre ocurre eso, porque sí a la cantidad de vértices del prisma hexagonal que son 12 le sumamos 5, nos da 17 y no 18. Y la figura tiene 18 aristas.

Después de analizar el número de aristas de los prismas hexagonales, pentagonales y octogonales, los estudiantes encuentran una relación entre el número de lados de la base de cada prisma, con el número de aristas y concluyen que el número de aristas es el triple del número de lados de la base.

El análisis alcanzado por el estudiantes sobre las características en común que presentaban los prismas y la aproximación a la creación de una ley general para reconocer el número de lados, aristas y vértices, todo lo anterior operado en un plano fenomenológico, orientó en los estudiantes una especie de abstracción que dará paso al siguiente problema, el problema epistemológico.

Analicemos otra *Actividad Orientadora de Enseñanza* bajo una perspectiva fenomenológica. En ***la Actividad orientadora de enseñanza*** **número 3 "torre de bloques".** Los estudiantes crearon una torre de bloques como la que se muestra en la ilustración 57.

Ilustración 57: Torre de bloques.

Se les pidió a los estudiantes que enunciaran cuántos bloques eran necesarios para los niveles 2, 3, 4, 5, 12 y 60. Los razonamientos propuestos por los estudiantes se encuentran en el siguiente episodio.

Episodio 5:

Estudiante 1: La cantidad de bloques por piso es 2, entonces en el piso 2 se ubican otros dos bloques, para un total de cuatro bloques

Estudiante 2: Entonces para el piso 3 le sumamos otros 2 y nos daría 6 bloques, lo mismo para el cuarto piso, le sumamos a 6 dos y nos da 8 y para 5 pisos serán 10 bloques.

Profesora: ¿Pero qué sucede entonces en el piso 12?

Estudiante 1: A la cantidad de bloques en el piso 11 le sumo dos y esto me da la cantidad de bloques del piso 12.

Profesora: Eso significa que necesitaríamos saber la cantidad de bloques que tiene el piso 11 y ¿cómo sabes cuántos bloques tiene el piso 11?

Estudiante 2: A la cantidad de bloques del piso 10 le sumo dos y esto es la cantidad de bloques del piso 11.

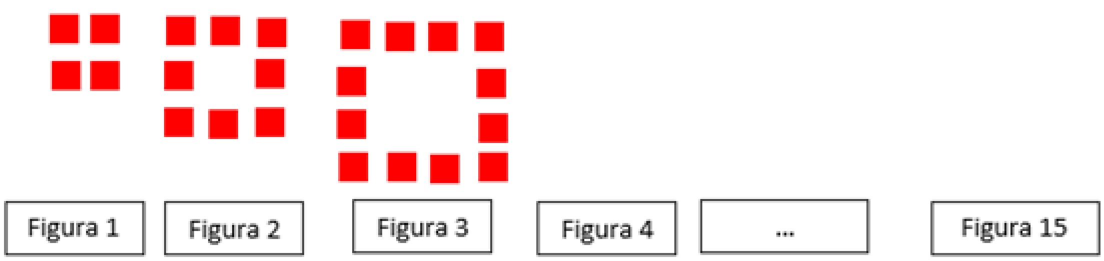
Profesora: Pero entonces siempre voy a necesitar saber la cantidad de bloques del nivel anterior para saber cuántos bloques son necesarios para el nivel. ¿Creen que hay una forma más rápida de encontrar la cantidad de bloques por nivel?

Esta pregunta suscita más discusiones entre los estudiantes y los aproxima a una especie de abstracción, la cual será presentada en el problema epistemológico, en el siguiente capítulo.

Los estudiantes en esta A*ctividad Orientadora de Enseñanza*, haciendo uso de la intuición, la atención y la sensibilidad lograron encontrar una característica en común en la constitución de los niveles y la cantidad de bloques.

En **la *Actividad orientadora de enseñanza* número 4 “formando cuadrados**” los estudiantes analizaron la siguiente secuencia mostrada en la ilustración 58.

Ilustración 58: Secuencia Formando cuadrados. Actividad Orientadora de Enseñanza 4



En un primer momento, los estudiantes analizaron la secuencia y empleando cubos pequeños, replicaron la secuencia. Al preguntarles por cuántos cuadrados eran necesarios para la figura 4, los estudiantes respondieron:

Episodio 6:

Estudiante 1: En la figura 1 hay 4 cuadrados, luego en la dos hay 8 y en la tercera hay 12 cuadrados. En la figura cuatro deberán haber 16 cuadrados, ya que 12 más 4 es 16.

Profesora: ¿y por qué se debe sumar siempre 4 cuadrados?

Estudiante 2: Profe, porque un cuadrado tiene 4 lados y a cada lado se le agrega un cuadrado, entonces en total son 4 cuadrados en toda la figura.

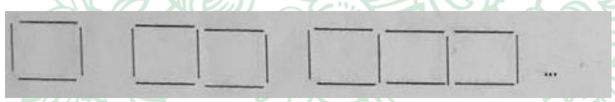
En el episodio anterior se puede observar que los estudiantes encontraron una característica en común para la formación de la secuencia, emplearon la aritmética para calcular la siguiente figura de la secuencia y el pensamiento espacial, al reconocer la posición en la cual se debían agregar los cuadrados.

Sin embargo, el problema adquiere un grado de dificultad mayor, al pedir la cantidad de cuadrados en la figura 15. Este análisis supone un grado de abstracción que trasciende los terrenos fenomenológicos y será abordado en el siguiente capítulo, el problema epistemológico.

Analicemos ahora las determinaciones sensibles empleadas por los estudiantes para notar similitudes y diferencias en la ***Actividad orientadora de enseñanza* número 5 “palillos”.**

Aquí los estudiantes debían analizar y comprender la siguiente secuencias de cuadrados formados por palillos.

Ilustración 59: Secuencia de cuadrados formados por palillos. Actividad Orientadora de Enseñanza 5



Al preguntarles a los estudiantes por la formación de los cuadrados y la formación de las siguientes figuras, ellos contestaron

Episodio 7:

Estudiante 1: En la figura 1 hay 4 palillos los cuales forman un cuadrado.

Profesora: ¿y por qué es un cuadrado?

Estudiante 2: porque los palillos tienen el mismo tamaño y están formando una figura de cuatro lados iguales, la cual llamamos cuadrado.

Profesora: Muy bien, ¿Ahora cómo saber cuántos cuadrados consecutivos se forman en la figura 5?

Estudiante 1: Profe pues, para formar un cuadrado más, hay que sumarle de a tres palillos, ya que dos cuadrados comparten un palillo ahí estaría el cuarto palillo para formar el cuadrado de la siguiente figura.

Estudiante 2: Entonces para cada figura hay que irle sumando de a tres palillos más para formar el siguiente cuadrado consecutivo

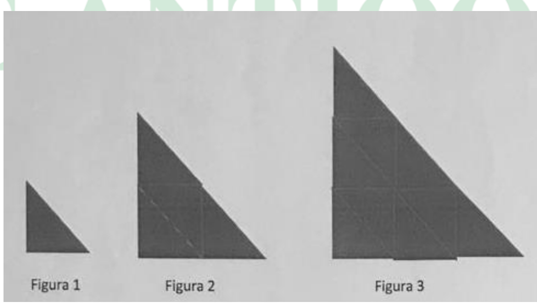
En el episodio anterior, se evidenció que los estudiantes entendieron la formación de los cuadrados consecutivos a partir de los palillos. Se valieron de ideas espaciales y aritméticas para explicar la formación de las siguientes figuras de las secuencia.

En esta *actividad,* era fundamental reconocer las características de un cuadrado para continuar con las figuras, los estudiantes comprendieron que a pesar que los cuadrados se formaban por cuatro palillos, en la secuencias dos cuadrados compartían un lado por lo que para la formación de la siguiente figura se debía de sumar solo tres palillos más.

El proceso posterior al reconocimiento de las características de la secuencias se analizó en el siguiente capítulo en el problema *epistemológico*.

En **la *Actividad orientadora de enseñanza* número 6 denominada "triángulos,** los estudiantes en primer lugar observaron la siguiente secuencia formada por triángulos.

Ilustración 60: Secuencia de triángulos formados por más triángulos. Actividad Orientadora de Enseñanza 6



Las ideas suscitadas a partir de la interacción con el artefacto y con la realización de las figuras obtenidas por los triángulos, dejaron ver que los estudiantes, primero reconocieron que el artefacto eran triángulos, segundo que las figuras que se pretendían formar a partir de los triángulos, eran otros triángulos de mayor tamaño y tercero que al aumentar la figura, aumentaba la cantidad de triángulos.

En el siguiente episodio se muestran las respuestas de algunos estudiantes al preguntarles por la descripción de las figuras de la secuencia de triángulos.

Episodio 8:

Profesora: ¿Qué características encuentran en las figuras formadas por triángulos?

Estudiante 1: que las figuras se forman por triángulos.

Estudiante 2: yo veo que los lados de los triángulos son iguales y coinciden para formar un triángulo más grande

Estudiante 3: a la figura anterior, se le agrega una línea más de triángulos de tal manera que coincidan sus lados para lograr formar el triángulo grande.

Con el episodio anterior, logramos evidenciar que lo estudiantes se valieron de ideas espaciales y aritméticas para establecer características en común en la formación de la secuencia de triángulos, aquí era necesario identificar la importancia de la forma de los triángulos para comprender la formación del triángulo propuesto en las figuras. Los estudiantes lo lograron establecer.

En la ***Actividad orientadora de enseñanza* número 7 "situaciones problema",** los estudiantes debían encontrar las características emergentes, ya no de una secuencia figural sino de un patrón. Se propusieron dos situaciones, la primera llamada "don pepe" el cual era un zapatero y producía dos pares de zapatos por día, al preguntarles a los estudiantes sobre cuántos zapatos producía don pepe en 6 días ellos respondieron:

Episodio 9:

Estudiante 1: Don pepe al cabo de 6 días ha producido 12 pares de zapatos.

Profesora: y ¿Cómo hicieron para saber esto?

Estudiante 2: al leer el enunciado, entendimos que don pepe hacia dos pares de zapatos por día, entonces comenzamos a sumar de a dos hasta llegar al sexto día y nos dio 12, lo que significa que son 12 pares de zapatos.

Profesora: Bien, ¿Ahora cómo explicar que don pepe haya dicho que "solo multiplique" para saber el número de pares de zapatos producidos por día?

Estudiante 1: como cada día produce de a dos pares de zapatos, entonces para saber cuántos pares produce por ejemplo en 8 días, tuvo q multiplicar 8 por 2

La segunda actividad llamada "la sopa" proponía una receta donde se relacionaba la cantidad de personas con la cantidad de litros de agua para la preparación de una sopa. Al hacer la actividad, los estudiantes encontraron que las características emergentes de dicha situación eran multiplicar por cuatro o dividir por cuatro dependiendo de las preguntas establecidas.

Con lo anterior, pudimos evidenciar que los estudiantes entendieron las características emergentes de las situaciones, además comprendieron la forma de encontrar tanto el número de par de zapatos como la cantidad de litros de agua para la preparación de la sopa. Los resultados obtenidos con esto, los retomamos en el problema epistemológico.

Ahora, en ***Actividad orientadora de enseñanza*** **número 8 denominada "botones saltarines"** los estudiantes comenzaron jugando con los botones y las plantillas para realizar el intercambio utilizando la menor cantidad de movimientos. Al preguntarles que características evidenciaron en el intercambio de los botones, algunos estudiantes contestaron.

Episodio 10:

Estudiante 1: Profe ya pude ver que para intercambiar los botones siguiendo las reglas deben quedar los bonotes intercalados por colores.

Estudiante 2: Si, porque al mover los botones, si me quedaban dos botones del mismo color juntos ya no era posible seguir con los movimientos.

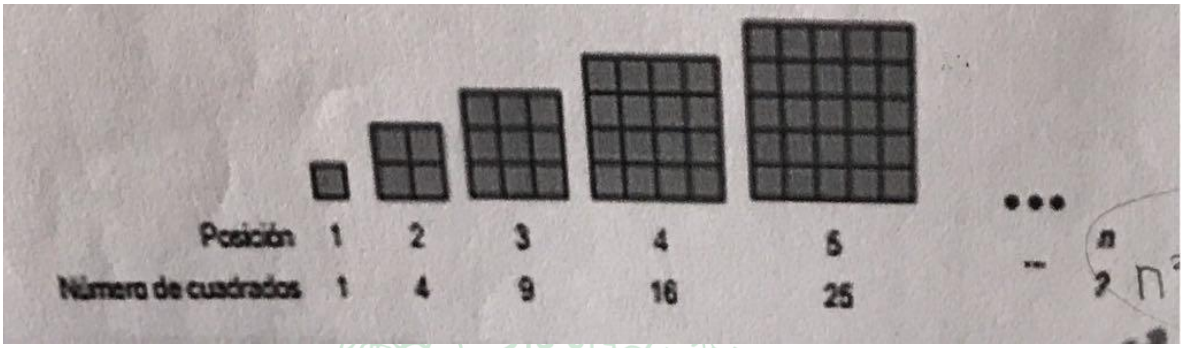
Después de jugar con los botones, los estudiantes completaron el siguiente cuadro teniendo en cuenta las características que habían encontrado durante el juego con los botones. También se valieron de ideas aritméticas para entender y luego completar la última columna donde debían recordar las partes de una suma para poder obtener los sumandos

Ilustración 61: Botones saltarines 19 de Julio de 2017

N° de botones de cada color.	N° total de botones.	N° de movimientos necesarios para el intercambio.	Re-escribe el resultado anterior empleando los números de la columna 2 como el primer sumando.
1	2	3	3 = 2 + 1
2	4	8	8 = 4 + 4
3	6	15	15 = 6 + 9
4	8	24	24 = 8 + 16

Luego de completar el cuadro y encontrar los sumandos que hacían falta, los estudiantes los relacionaron con la siguiente secuencia presentada en la ilustración 62.

Ilustración 62: Secuencia de números cuadrados. En la actividad de los botones saltarines



Se les pregunto por lo observado en la secuencia a lo que ellos respondieron lo siguiente

Episodio 11:

Estudiante 1: yo observo que los sumandos de la tabla anterior corresponden a la cantidad de cuadrados que hay en cada figura.

Profesora: Muy bien, ahora si queremos darle un nombre a estos número, ¿cuál podría ser?

Estudiante 2: mirando la figura que se forma yo los llamaría cuadrados.

Profesora: y para encontrar el número cuadrado de la posición 6 qué podemos hacer

Estudiante 3: los números de la posición anteriores se multiplicaron por ellos mismos para saber la cantidad de cuadrados en esa figura, para el cuadrado 6 multiplicamos 6 por 6 y nos da 36, que es la cantidad de cuadros que componen la figura.

Profesora: Ahora si tenemos 1x1, 2x2, 3x3, 4x4, 5x5, 6x6. ¿Cómo podríamos reescribir esas multiplicaciones?

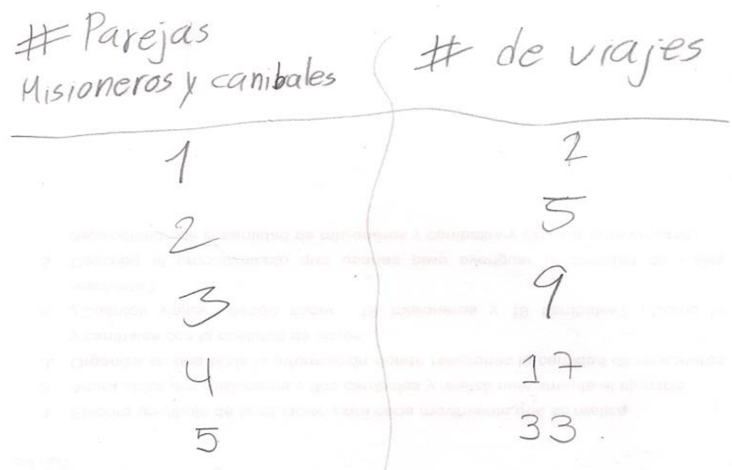
Estudiante 1: en potencias, yo recuerdo que cuando un número se multiplica por sí mismo se puede escribir como potencias.

Estudiante 2: Si, en este caso sería en potencias de 2.

Ahora bien, posteriormente al análisis de las características de la secuencia de números cuadrados y de los movimientos en el juego con los botones, se pasó a completar otro cuadro que será analizado en el siguiente problema epistemológico.

En la ***Actividad orientadora de enseñanza* número 9 “Misioneros y caníbales”**, los estudiantes en primer lugar jugaron con el juego online y contaron los movimientos del barco para transportar a los misioneros y caníbales siguiendo las reglas del juego. Anotaron los movimientos en la siguiente tabla presentada en la ilustración 63.

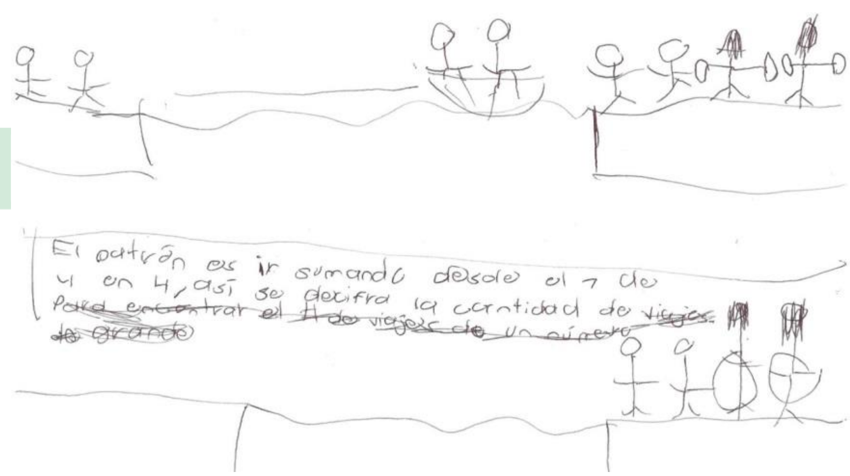
Ilustración 63: Tabla movimientos Misioneros y Caníbales



# Parejas Misioneros y canibales	# de viajes
1	2
2	5
3	9
4	17
5	33

Para encontrar la cantidad de viajes los estudiantes se basaron en dibujos e iban registrando la cantidad de viajes.

Ilustración 64: Estrategias de los estudiantes para encontrar la cantidad de viajes.



Para acercarse a la cantidad de viajes que debían llevarse a cabo, según la cantidad de misioneros y caníbales. Los estudiantes discutieron en grupos de tres.

Episodio 12:

Estudiante 1: Sabemos que para transportar a un misionero y a un caníbal se necesitan dos viajes, además que para transportar a dos misioneros y dos caníbales se requiere de 5 viajes, la diferencia entre el primer viaje y el segundo es de 3. Esta podría ser la ley de formación para las otras parejas.

Estudiante 2: Pero eso no tiene sentido, porque para tres caníbales y tres misioneros se necesitan 9 viajes y la diferencia entre 5 y 9 no es 3, es 4.

Estudiante 3: Y para el cuatro misioneros y cuatro caníbales el número de viajes es de 17, y la diferencia entre 9 y 17 es 8. Entonces no hay ninguna relación entre las diferencias en las parejas.

Esta *Actividad Orientadora de Enseñanza* se quedó en el terreno de lo fenomenológico, los estudiantes no lograron encontrar una relación que les ayudara a encontrar la cantidad de viajes para 19 misioneros y 19 caníbales, los análisis de los estudiantes fueron aritméticas y no relacionaron la cantidad de parejas con la cantidad de viajes. Las diferencias entre la cantidad de viajes no posibilitaron el análisis, la abstracción y la generalización.

Debido a lo anterior, propusimos una nueva A*ctividad Orientadora de Enseñanza* similar a la de los misioneros y caníbales, pero con un artefacto que permitiera la visualización de una ley de formación. Esta actividad la llamamos ***Actividad orientadora de enseñanza* número 10 "Torres de Hanói".**

En un primer momento los estudiantes jugaron con las torres de Hanói con el objetivo de encontrar la menor cantidad de movimientos para pasar los discos del poste A al poste C. Ellos realizaban los movimientos con la torres de Hanói y lo socializaban con sus compañeros por medio del juego online. Posteriormente completaron la siguiente tabla presentada en la ilustración 65.

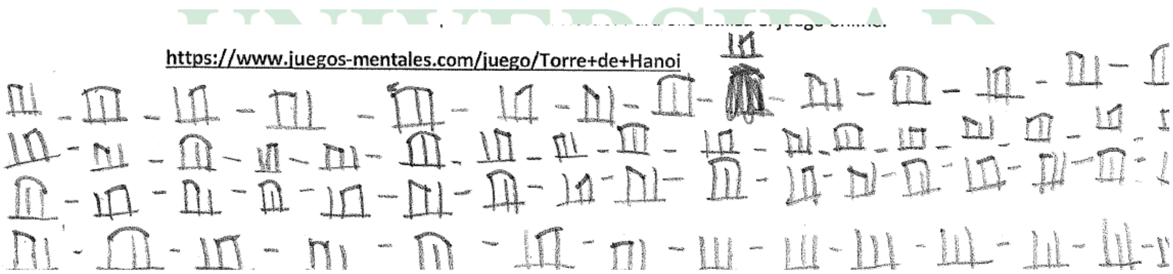
Ilustración 65: Tabla número de movimientos con respecto a la cantidad de discos. Actividad Orientadora de Enseñanza 10 Torres de Hanói.

Reescribe la información anterior en la siguiente tabla. Ten presente el ejemplo.

CANTIDAD DE DISCOS	NÚMERO DE MOVIMIENTOS	REESCRITURA DEL NÚMERO DE MOVIMIENTOS
1	1	2 – 1 = 1
2	3	4 – 1 = 3
3	7	8-1=7
4	15	16-1=15
5	31	32-1=31
6	63	64-1=63

La tabla anterior fue completada por los estudiantes al jugar con la torres de Hanói, los estudiantes emplearon técnicas como escribir sus movimientos para evitar equivocarse o sí llevaban a equivocarse encontrar de forma más rápida el error. Una de las estrategias de los estudiantes es registrada en la ilustración 66.

Ilustración 66: Estrategia para el conteo de movimientos. Actividad Orientadora de Enseñanza 10. Torre de Hanói.



La actividad fue para los estudiantes fácil hasta 4 discos, pero para 5 y 6 discos requería de un trabajo mayor. Es por ello que los estudiantes propusieron algunas estrategias para encontrar la cantidad de movimientos dependiendo de la cantidad de discos.

Episodio 13:

Estudiante 1: Profe… Ya sé cuál es el patrón para saber la cantidad de movimientos, necesitamos multiplicar la cantidad de movimientos anteriores por dos y luego sumarle 1.

Profesora: Podrías ejemplificar tu argumento.

Estudiante 1: Sí. Por ejemplo, para dos discos debemos multiplicar el número de movimientos anteriores que es 1 por 2 y sumar 1. Para tres discos, debo multiplicar el número de movimientos anteriores que es 3 por 2 y sumarle uno esto da 7, para 4 discos multiplicamos 7 por dos y sumamos 1 esos es 15. Entonces para 5 discos el número de movimientos será 31 y para 6 discos será 63.

Profesora: ¿Y qué te llevo a pensar una ley de formación?

Estudiante 1: Que con la ley de formación es mucho más rápido saber el número de movimientos, además sí jugando me daba un número mayor, ya sé que ese no es el resultado.

Profesora: Pero eso implicaría saber siempre cuál es la cantidad de movimientos anteriores ¿qué sucedería si tuviéramos que calcular para 7, 10, 15 y 20 discos?

Estas aproximaciones expuestas por los estudiantes sobre una ley de formación que agilizara reconocer el número de movimientos, aunque basados en elementos aritméticos, posibilitó la siguiente reflexión.

Episodio 14:

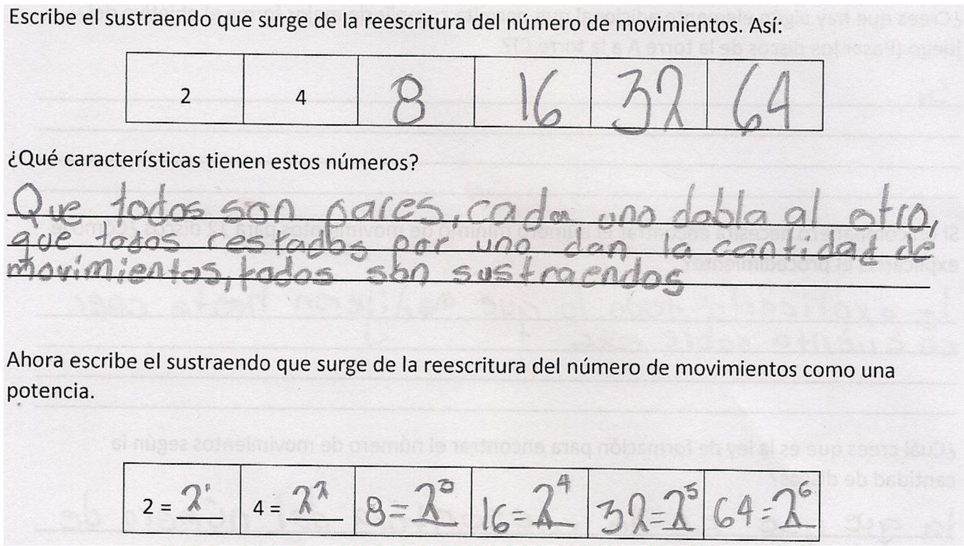
Profesora: Analicemos ahora la reescritura del número de movimientos. ¿Qué elementos hay en común en la reescritura del número de movimientos de cada disco?

Estudiante 1: Que para que de la cantidad de movimientos siempre restamos 1.

Profesora: Muy bien. Ahora observemos el sustraendo de cada una de las reescrituras.

Los estudiantes registraron los sustraendo en la guía y respondieron las características que tenían estos números. Los registros de los estudiantes se exponen en la ilustración 67.

Ilustración 67: Reescritura número de movimientos. Actividad Orientadora de Enseñanza 10. Torre de Hanói.


Escribe el sustraendo que surge de la reescritura del número de movimientos. Así:

2	4	8	16	32	64

¿Qué características tienen estos números?

Que todos son pares, cada uno dobla al otro, que todos restados por uno dan la cantidad de movimientos, todos son sustraendos

Ahora escribe el sustraendo que surge de la reescritura del número de movimientos como una potencia.

$2 = 2^1$	$4 = 2^2$	$8 = 2^3$	$16 = 2^4$	$32 = 2^5$	$64 = 2^6$

Como se puede observar en la ilustración anterior los estudiantes exponen que la característica en común que tienen los sustraendos es que “cada uno dobla al otro”. En el siguiente episodio vemos como la profesora aprovecha esta respuesta para promover la reescritura del sustraendo como una potencia del dos.

Episodio 15:

Profesora: ¿Qué significa que cada número dobla al anterior?

Estudiante 1: En el caso del 4, estos es 2 por 2, en el caso del 8, esto es 4 por 4, en el caso del 16 esto es 8 por 8.

Profesora: Y sí pensamos estos números como el resultado de una potencia del dos, ¿cómo reescribiríamos este resultado?

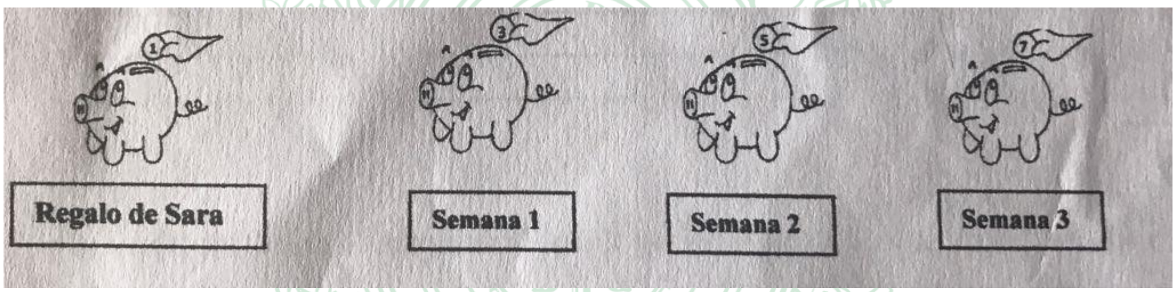
Estudiante 1: El número 2 es resultado de elevar el dos a la 1, el número 4 es el resultado de elevar el 2 a la 2 y así con los otros.

Los estudiantes registraron el número de movimientos como una potencia del dos en la guía de actividades como se presenta en la imagen anterior.

Reconocer esta característica en común en la cantidad de movimientos posibilitó un proceso de abstracción para 7, 10, 15, 20 y *n* discos. Este proceso de abstracción será analizado en el siguiente capítulo *Problema Epistemológico*.

En la ***Actividad orientadora de enseñanza*** **número 11 llamada "el cumpleaños de Sara"**, los estudiantes simularon las alcancías y el ahorro de Sara por medio de vasos y fichas de colores, con ello recrearon la siguiente secuencia.

Ilustración 68: Secuencia del ahorro de Sara. Actividad Orientadora de Enseñanza 11



Al analizar las alcancías y el ahorro semanal, los estudiantes concluyeron que la cantidad de pesos ahorrados por semana correspondían a un número impar comenzando desde el tres. La atención de los estudiantes se centró en acciones aditivas secuenciales, es decir, en añadir dos fichas más cada semana.

En el siguiente episodio se evidencia el proceso realizado por los estudiantes para comprender que cada semana Sara obtiene un número impar de pesos en su ahorro.

Episodio 16:

Profesora: ¿Cómo es el ahorro de Sara realizado en cada semana?

Estudiante 1: Como dice en el enunciado, Sara ahorra cada semana de a dos pesos más que la anterior.

Estudiante 2: Si, y como comenzó con el peso que le regalaron entonces en la semana 1 tiene tres pesos.

Profesora: ¿Por qué?

Estudiante 2: porque ahorró dos pesos y ya tenía uno, eso da tres pesos para la semana 1.

Estudiante 3: Así sumando de a dos pesos podemos saber cuántos pesos ahorró en las siguientes semanas, por ejemplo en la semana 2 hay que sumarle dos pesos más a la cantidad de la semana 1, eso daría 5 y así sucesivamente.

En este punto, los estudiantes también se valieron de la siguiente tabla para corroborar que cada semana Sara tendría un número impar de pesos.

Ilustración 69: Registro del ahorro de Sara por semanas. 26 de septiembre de 2017

# de semanas	Pesos ahorrados
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	~~13~~15

Después de estos análisis, surgieron otras ideas referentes a encontrar una forma de saber cuánto dinero puede ahorrar Sara en cualquier semana sin necesidad que ya haya pasado la semana. Esta discusión será analizada en el siguiente capítulo *problema epistemológico*.

CAPÍTULO 4: PROBLEMA EPISTEMOLÓGICO

En el problema fenomenológico se constituyeron, primero, a través de un proceso de determinaciones sensibles sobre los objetos las diferencias y características en común y luego a través de la abstracción se logra constituir el concepto. Este proceso de escogencia de lo que van a dejar de lado y lo que se va a conservar, no se constituye más como un proceso fenomenológico, sino de orden epistemológico. En el problema epistemológico se toman en cuenta los criterios de selección, para ser abstraídos, inducidos y generalizados, con el fin de producir un nuevo objeto de conocimiento.

Analicemos ahora, como se evidenció el problema epistemológico en las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* desarrolladas en el Semillero de Matemáticas.

En la ***Actividad Orientadora de Enseñanza*** **número 1 "cuerpos geométricos"**, en primer lugar los estudiantes establecieron diferencias y similitudes con relación al número de vértices, aristas y caras. Los estudiantes manifestaron que para encontrar el número de caras, era necesario sumar dos al número de lados de la base, del mismo modo, para encontrar la cantidad de vértices, debían multiplicar por dos el número de lados de la base y para el número de aristas debían multiplicar por tres el número de lados. Los procedimientos efectuados para encontrar estas relaciones fueron basados en procedimientos de ensayo y error y dan cuenta de una observación en el terreno fenomenológico.

Luego se les planteó a los estudiantes una actividad que requería de un proceso de abstracción mayor, encontrar una ley de formación para un prisma con *n* lados de la base. A lo que los estudiantes respondieron con asombro -¿qué significa esa letra? Después de aclarar que esta letra podría ser cualquier prisma con una cantidad determinada de lados en la base, los estudiantes trabajan en parejas para encontrar una solución. En el siguiente episodio se presenta la transcripción a uno de los diálogos efectuados entre los estudiantes inicialmente y luego con su profesora.

Episodio 1:

Estudiante 1: Sí fuese para un prima con 10 lados en la base, el número de caras sería 12, el número de vértices sería 20 y el número de aristas sería 30.

Estudiante 2: Probemos con un número más grande. Por ejemplo, el 50. Sí hay un prisma con 50 lados en la base, sus caras serán 52, la cantidad de vértices que tendría serían 100 y el número de aristas serían 300.

Profesora: Y sí alguien nos pidiera ayuda para encontrar la cantidad de aristas, vértices y caras de una figura con una cantidad determinada de lados de la base. ¿Cómo le explicarían el proceso?

Estudiante 2: Le diría que sí necesita encontrar el número de caras, al número de lados de la base le debe sumar dos, sí necesita encontrar el número de vértices debe multiplicar por dos el número de lados de la base y sí debe encontrar las aristas deberá multiplicar por tres.

Como puede verse en el episodio anterior, el procedimiento efectuado por los estudiantes no obedece a una generalización algebraica, sino más bien aritmética.

Otros estudiantes propusieron:

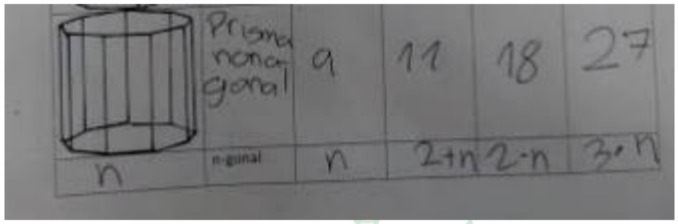
Episodio 2:

Estudiante 3: Profe, sí sabemos que el número de lados de la base es n. Entonces para el número de caras vamos a sumarle dos, esto sería n+2, para el número de vértices multiplicaríamos por dos el número de lados de la base, o sea n x 2. Y para el número de aristas multiplicamos por tres, esto sería n x 3.

Estudiante 4: miremos sí eso sí funciona, con los prismas que ya sabes su resultado. Por ejemplo con el prisma pentagonal, n sería 5. El número de caras sería 5 +2 o sea 7, para el número de vértices 5 x 2 o sea 10 y el número de aristas, sería 5 x 3, o sea 15. Y esto corresponde con lo que tenemos anotado en la tabla. Entonces sí funciona.

Los resultados del procedimiento anterior fueron anotados por los estudiantes en la tabla de clasificación de los prismas, la cual se presenta en la ilustración 70.

Ilustración 70: Primas n-gonal



El procedimiento anterior también es basado en procedimientos de ensayo y error, pero refleja un proceso de simbolización, el cual será analizado en el próximo capítulo *problema semiótico*.

Analicemos ahora la ***Actividad Orientadora de Enseñanz*a número 3 "torre de bloques"**. En un primer momento, en el terreno fenomenológico, los estudiantes encontraron que la construcción de los niveles se realizaba de dos en dos. Es por ello, que al pedirles la cantidad de bloques en el cuarto nivel, los estudiantes necesitaron saber cuántos bloques tenía el nivel anterior y a esta cantidad sumarle dos. Sin embargo, este método se volvió impráctico cuando se trató de saber cuántos bloques hay hasta el nivel 12 o 60. Al respecto, surgió la siguiente discusión:

Episodio 3:

Profesora: ¿Pero qué sucede entonces en el piso 12?

Estudiante 1: A la cantidad de bloques en el piso 11 le sumo dos y esto me da la cantidad de bloques del piso 12.

Profesora: Eso significa que necesitaríamos saber la cantidad de bloques que tiene el piso 11 y ¿cómo sabes cuántos bloques tiene el piso 11?

Estudiante 2: A la cantidad de bloques del piso 10 le sumo dos y esto es la cantidad de bloques del piso 11.

Profesora: Pero entonces siempre voy a necesitar saber la cantidad de bloques del nivel anterior para saber cuántos bloques son necesarios para el nivel. ¿Creen que hay una forma más rápida de encontrar la cantidad de bloques por nivel?

Estudiante 1: En el primer nivel son dos bloques, el segundo nivel son cuatro, en el tercero son seis, en el cuarto son ocho,… Esta es la tabla del dos.

Estudiante 2: Entonces sí en el nivel cuatro son ocho, lo que se hizo fue multiplicar el nivel por 2, esto da 8, por eso son ocho bloques.

Estudiante 1: Lo que quiere decir que en el nivel 12 solo debemos multiplicar 12 por dos y obtenemos 24, esto será el número de niveles. Y en el nivel 60 habrán 120 bloques, porque 60 por 2 es 120.

El procedimiento anterior realizado por los estudiantes corresponde a un nivel de generalización, en el próximo capítulo analizaremos la denotación empleada por los estudiantes en esta actividad.

Acto seguido, la docente pregunta ¿Cómo calcularían el número de bloques de cualquiera de los niveles? Para dar respuesta a esta pregunta los estudiantes trabajaron en parejas, llegando a las siguientes discusiones:

Episodio 4:

Profesora: ¿Cómo calcularías el número de bloques de cualquiera de los niveles?

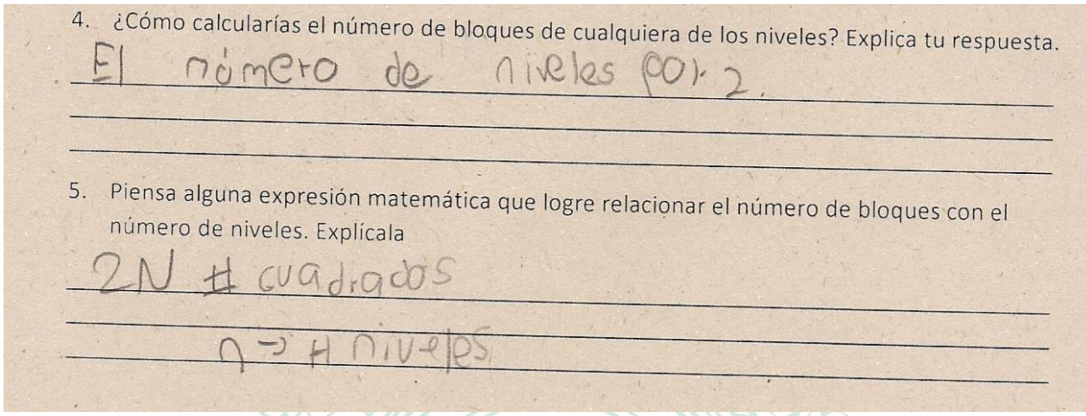
Estudiante 1: el número de niveles lo multiplicaría por 2.

Profesora: Sí el número de niveles es n ¿cuál sería la cantidad de bloques del nivel n?

Estudiante 2: Sí n es el nivel, tendríamos que multiplicar n por 2.

Las reflexiones de los estudiantes fueron escritas en la guía de actividades, la cual se muestra en la ilustración 71.

Ilustración 71: Generalización Torre de bloques



4. ¿Cómo calcularías el número de bloques de cualquiera de los niveles? Explica tu respuesta.

El número de niveles por 2.

5. Piensa alguna expresión matemática que logre relacionar el número de bloques con el número de niveles. Explícala

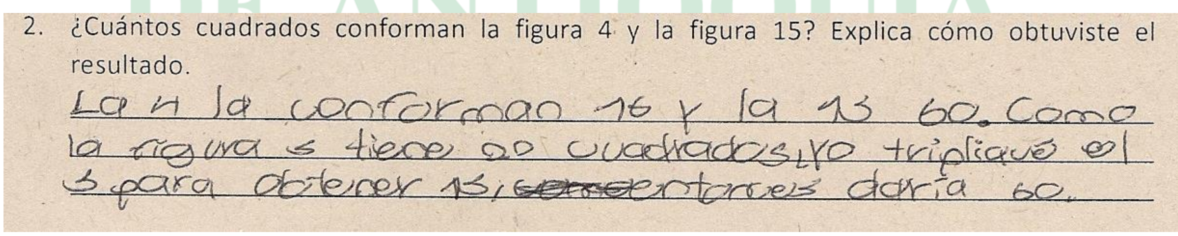
2N # cuadrados

n → # niveles

Esta generalización propuesta por los estudiantes será analizada en el siguiente capítulo, con relación a la denotación empleada.

En la ***Actividad orientadora de Enseñanza* número 4 "Formando cuadrados"**, en el terreno fenomenológico lograron los estudiantes establecer relaciones en la formación de la secuencia. Planteando que para saber la cantidad de cuadrados de la figura se debían sumar cuatro cuadrados a la cantidad de cuadrados de la figura anterior. Sin embargo, este método se volvió impráctico a la hora de reconocer cuántos cuadrados componían a la figura 15. Para ello los estudiantes expusieron lo siguiente mostrado en la ilustración 72:

Ilustración 72: Cantidad de Cuadrados en la figura 15. Actividad Orientadora de Enseñanza 4. Formando Cuadrados.



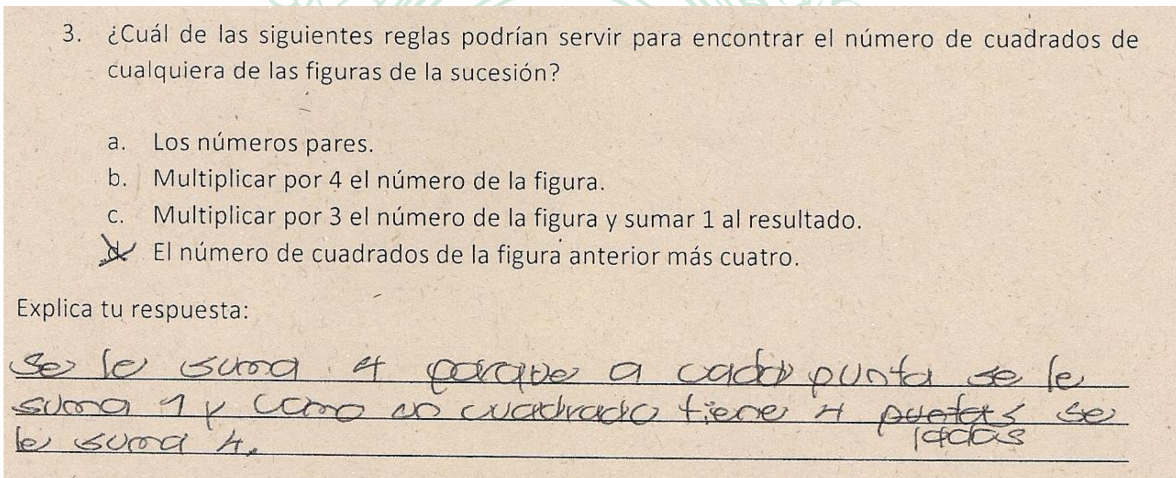
2. ¿Cuántos cuadrados conforman la figura 4 y la figura 15? Explica cómo obtuviste el resultado.

La 4 la conforman 16 y la 15 60. Como la figura 5 tiene 20 cuadrados, yo tripliqué el 5 para obtener 15, entonces daría 60.

Esta forma de denotar el procedimiento efectuado para encontrar la cantidad de cuadrados de la figura 15, será analizado en el próximo capítulo Problema semiótico.

Al preguntarles a los estudiantes por cuál de las siguientes reglas podrían servir para encontrar el número de cuadrados de cualquiera de las figuras de la sucesión. Todos los estudiantes respondieron la opción (d) El número de la figura anterior más cuatro.

Ilustración 73: Regla para encontrar el número de cuadrado de la sucesión. Actividad Orientadora de Enseñanza 4. Formando cuadrados.


3. ¿Cuál de las siguientes reglas podrían servir para encontrar el número de cuadrados de cualquiera de las figuras de la sucesión?

a. Los números pares.
b. Multiplicar por 4 el número de la figura.
c. Multiplicar por 3 el número de la figura y sumar 1 al resultado.
~~d.~~ El número de cuadrados de la figura anterior más cuatro.

Explica tu respuesta:

Se le suma 4 porque a cada punta se le suma 1 y como un cuadrado tiene 4 ~~puntas~~ lados se le suma 4.

Esta regla descrita por los estudiantes expone procedimientos aritméticos, que se vuelven imprácticos a la hora de calcular una figura mayor de la secuencia. Es por ello, que decidimos hacer un trabajo conjunto para llevar a que los alumnos tomaran conciencia de la estructura espacial de la secuencia como un primer paso para la objetivación de las características en común bajo un sentido numérico y espacial.

Episodio 5:

Profesora: Bueno… Observemos los cuadrados de la figura 1. ¿Cuántos cuadrados hay?

Estudiantes: 4

Profesora: Cuántos cuadrados hay en la figura 2 adicionales a la figura 1.

Estudiantes: 4 más que en la figura 1.

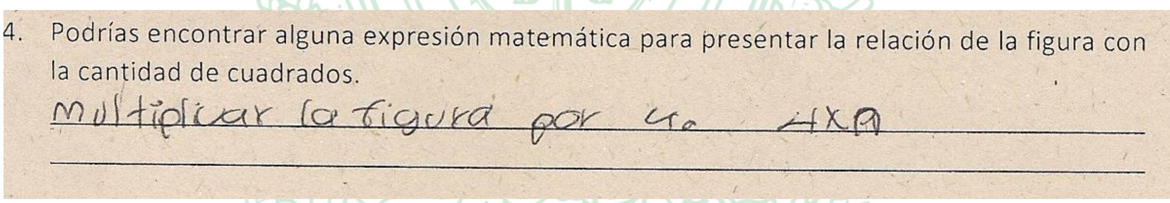
Profesora: Muy bien. Pero supongamos que necesitamos calcular la figura 10, vamos a necesitar saber cuántos cuadrados tiene la figura 9 y luego sumarle 4 ¿No les parece que es un método demorado? Podríamos hacerlo más rápido.

Estudiante 1: Profe… nosotros sabemos que un cuadrado tiene 4 lados y cada uno sus lados son paralelos entre sí. Es por ello que a cada figura se le agrega 1 cuadrado a cada lado, en total son 4, para que continúe siendo cuadrado.

Estudiante 2: En la figura 1 hay 4 cuadrados, en la dos hay 8 cuadrados, en la tres hay 12. O sea que cada figura se multiplico por 4.

Al preguntarles a los estudiantes por una expresión matemática para presentar la relación de la figura *n* con la cantidad de cuadrados. Los estudiantes discutieron entre ellos y anotaron sus ideas en la guía.

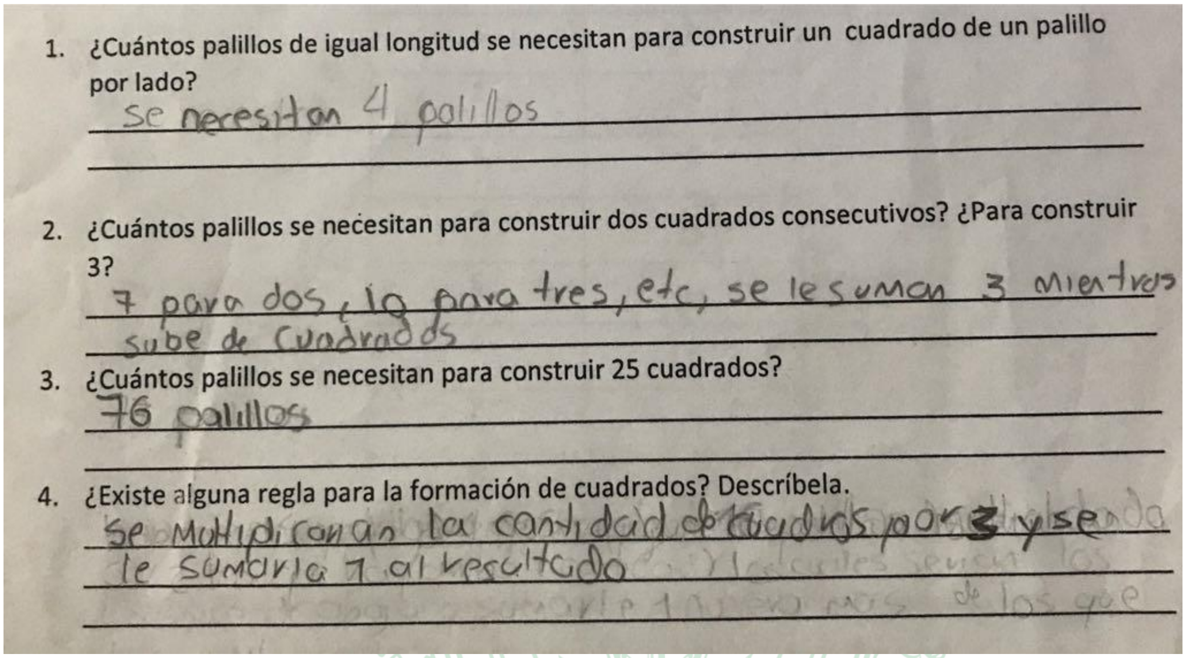
Ilustración 74: Expresión matemática para presentar la relación de la figura con la cantidad de cuadrados.


4. Podrías encontrar alguna expresión matemática para presentar la relación de la figura con la cantidad de cuadrados.
multiplicar la figura por 4. 4xn

Esta notación empleada por los estudiantes para denotar la generalización será analizada en el siguiente capítulo.

En la ***Actividad orientadora de enseñanza* número 5 "palillos",** desde el problema fenomenológico los estudiantes lograron encontrar relaciones para la formación de los cuadrados a partir de los palillos. Posterior a esto, respondieron las preguntas planteadas en la guía, como en la ilustración 75.

Ilustración 75: Preguntas de la guía "palillos". 21 de marzo de 2017



1. ¿Cuántos palillos de igual longitud se necesitan para construir un cuadrado de un palillo por lado?
se necesitan 4 palillos

2. ¿Cuántos palillos se necesitan para construir dos cuadrados consecutivos? ¿Para construir 3?
7 para dos, 10 para tres, etc, se le suman 3 mientras sube de cuadrados

3. ¿Cuántos palillos se necesitan para construir 25 cuadrados?
76 palillos

4. ¿Existe alguna regla para la formación de cuadrados? Descríbela.
se Multiplican la cantidad de cuadros por 3 y se le sumaría 1 al resultado

De estas respuestas surgió el siguiente episodio.

Episodio 6:

Profesora: ¿Cuántos palillos se necesitan para formar la figura 1? Y ¿por qué?

Estudiante 1: 4 palillos, porque la figura que forman los palillos son un cuadrado y se necesitan 4 para cada uno de sus lados.

Profesora: muy bien, ahora ¿cuántos palillos se necesitan para formas dos cuadrados consecutivos y tres cuadrados consecutivos?

Estudiante 1: para dos cuadrados se necesitan 1 y para tres cuadrados se necesitan 10, cada vez que se van formando los cuadrados hay que sumarle tres palillos más para formar la siguiente figura.

Profesora: y ¿por qué tres más y no cuatro si se están formando cuadrados?

Estudiante 1: porque como son cuadrados consecutivos compartes un palillo de lado, entonces solo hay que sumarle tres palillos para completar el cuadrado.

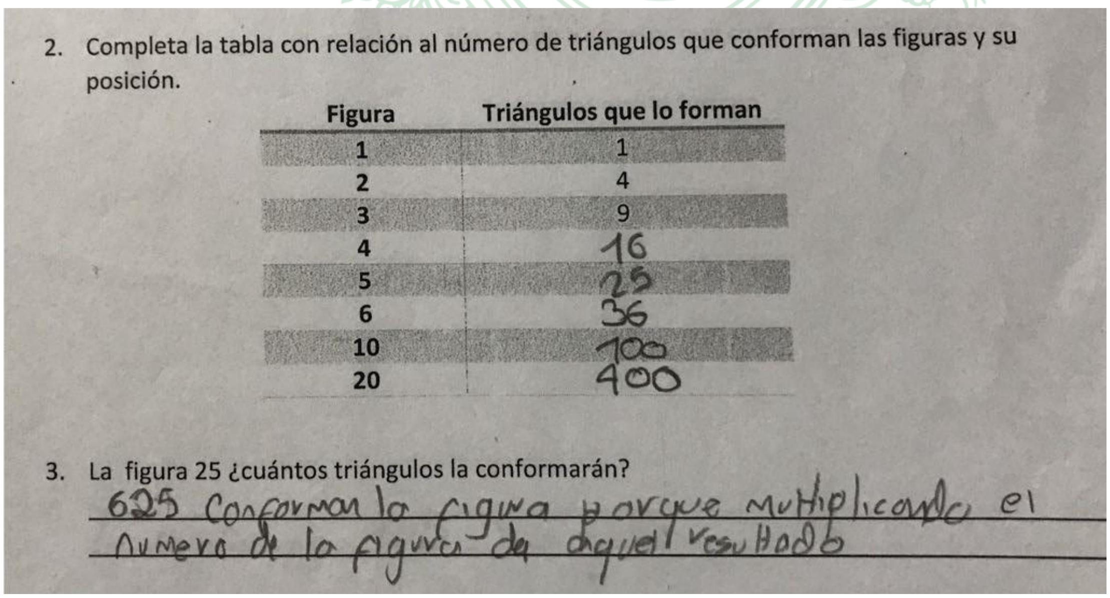
Profesora: Bien, ahora ¿cómo hiciste para saber que 76 era la cantidad de palillos necesarios para formar 25 cuadrados consecutivos?

Estudiante 1: yo empecé a analizar las figuras formadas y conté los palillos de las primeras tres figuras, primero me di cuenta que se le sumaban tres palillos para conformar la siguiente figura, por lo que multiplique por 3 la cantidad de cuadrados formados, pero me hacía falta un palillo más entonces después de multiplicar sume 1 más. Y así logre encontrar una forma para saber cuántos palillos necesitaban para formar cualquier cantidad de cuadrados consecutivos.

En el episodio anterior se pudo evidenciar que los estudiantes lograron generalizar la formación de los cuadrados a partir de los palillos. La notación empleada por los estudiantes será analizada en el siguiente capítulo.

En la A***ctividad Orientadora de Enseñanza*** **número 6 "triángulos"** después de haber encontrado las características de la formación de los triángulos, los estudiantes lograron identificar a través de la tabla propuesta en la guía una forma de saber la cantidad de triángulos que componen cada figura.

Ilustración 76: preguntas de la guía "triángulos". 4 de Marzo de 2017



2. Completa la tabla con relación al número de triángulos que conforman las figuras y su posición.

Figura	Triángulos que lo forman
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
10	100
20	400

3. La figura 25 ¿cuántos triángulos la conformarán?

625 Conforman la figura porque multiplicando el numero de la figura da aquel resultado

Al preguntarle a los estudiantes sobre cómo lograron abstraer estas ideas, ellos respondieron.

Episodio 7:

Estudiante 1: Después de haber armados los triángulos comenzamos a llenar la tabla y relacionamos el número de la figura con la cantidad de triángulos que la formaban.

Estudiante 2: Luego miramos que para obtener la columna de la cantidad de triángulos que formaban las figuras era necesario multiplicar el número de la figura por sí mismo.

Profesora: Entonces, según lo que me acabaron de decir ¿cuántos triángulos conformarían la figura 25?

Estudiante 1: 625 triángulos

Profesora: ¿por qué?

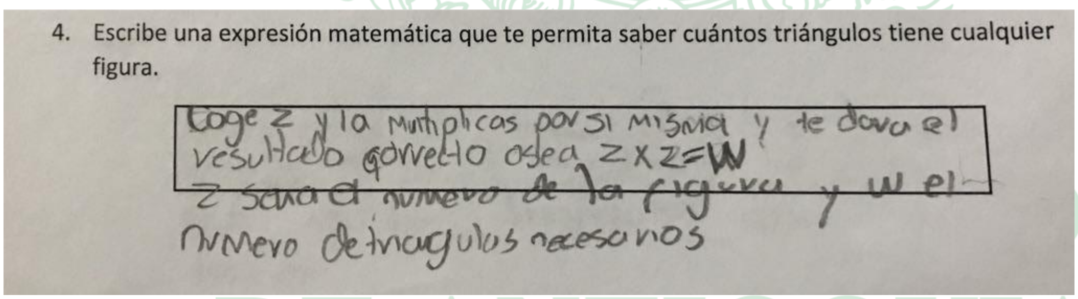
Estudiante 2: porque multiplicamos 25 que es la figura por 25 y eso nos da 625.

Profesora: Ahora, ¿pueden encontrar una expresión matemática que permita saber cuántos triángulos tiene cualquier figura?

Estudiante 2: si, el número de la figura la multiplicamos por ella misma y nos da la cantidad de triángulos que la conforman.

Estudiante 1: Profe mire, así como respondimos en la guía.

Ilustración 77: Pregunta 4 de la guía "triángulos"


4. Escribe una expresión matemática que te permita saber cuántos triángulos tiene cualquier figura.

Coge z y la multiplicas por si misma y te dara el resultado correcto osea $z \times z = w$
z sera el numero de la figura y w el numero de triangulos necesarios

Con lo anterior, pudimos evidenciar que los estudiantes lograron llegar a una ley de formación generalizada que permitiera encontrar la cantidad de triángulos que formaban las figuras. La notación empelada para esta ley de formación será analizada en el siguiente capítulo.

En la A***ctividad Orientadora de Enseñanza* número 7 "Situaciones problema"** los estudiantes en ambas situaciones lograron encontrar las características emergentes de ellas, luego pudieron establecer una forma de determinar primero la cantidad de pares de zapatos hechos en determinado día y segundo, la cantidad de litros de aguas necesarios para hacer la sopa para determinadas personas.

Ilustración 78: Proceso para determinar la cantidad de pares de zapatos hechos por Don pepe en determinado día.

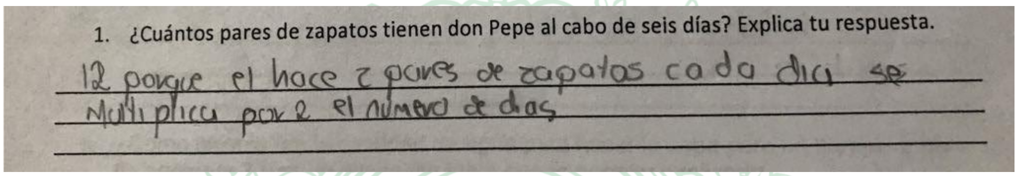
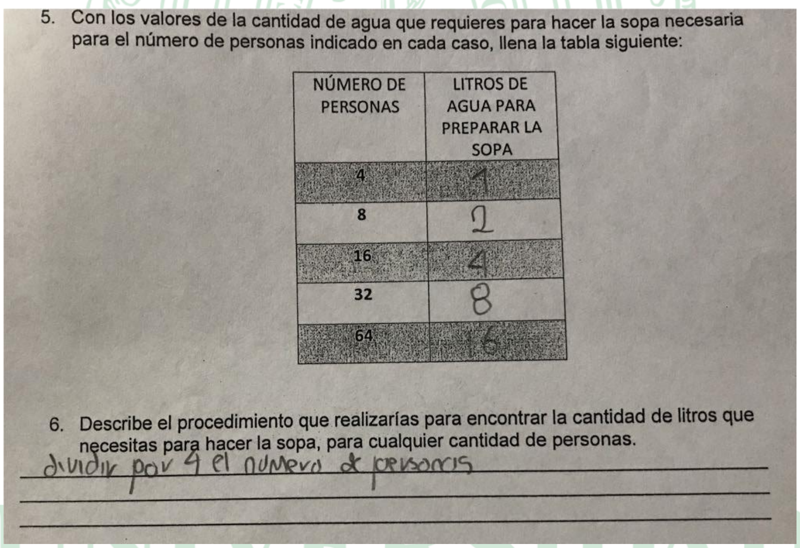

1. ¿Cuántos pares de zapatos tienen don Pepe al cabo de seis días? Explica tu respuesta.
12 porque el hace 2 pares de zapatos cada dia se Multiplica por 2 el número de dias

Ilustración 79: Proceso para determinar la cantidad de litros de agua necesarios para la preparación de una sopa para cierta cantidad de personas.


5. Con los valores de la cantidad de agua que requieres para hacer la sopa necesaria para el número de personas indicado en cada caso, llena la tabla siguiente:

NÚMERO DE PERSONAS	LITROS DE AGUA PARA PREPARAR LA SOPA
4	1
8	2
16	4
32	8
64	16

6. Describe el procedimiento que realizarías para encontrar la cantidad de litros que necesitas para hacer la sopa, para cualquier cantidad de personas.
dividir por 4 el número de personas

El siguiente episodio muestra como fue el razonamiento realizado por los estudiantes con respectos a ambas situaciones.

Episodio 8:

Profesora: Comencemos con la situación de "Don pepe". ¿Cómo saber cuántos pares de zapatos realizaba por día?

Estudiante 1: Bueno profe, al completar la tabla nos dimos cuenta que cada día el realizaba dos pares de zapatos.

Estudiante 2: Entonces sumamos de a dos cada día que pasa

Profesora: Si queremos saber cuántos pares de zapatos hizo Don pepe al cabo de 9 días, y no sabemos cuántos pares logro hacer el día 8. ¿Cómo lo sabremos?

Estudiante 2: Podemos multiplicar 9 por 2,

Profesora: ¿Por qué? ¿Qué representa el 9 y qué representa el 2?

Estudiante 1: Podemos realizar esa multiplicación porque al multiplicar por dos es como si estuviéramos sumando dos a cada día, y el número 9 representa el día y el número 2 representa la cantidad de pares de zapatos realizados por día.

Profesora: Muy bien, ahora miremos la situación de "la sopa". ¿Cómo saber la cantidad de litros necesarios para preparar una sopa para determinadas personas?

Estudiante 2: Al analizar el cuadro que completamos pudimos observar que si se disminuye la cantidad de personas hay que dividir por 4 y si aumenta hay que multiplicar por 4.

Profesora: Y ¿Cómo lograron entender eso?

Estudiante 1: Pues profe con las preguntas de la guía dedujimos que los litros de agua son la mitad de la mitad de la cantidad de personas por eso dividimos y multiplicamos por 4.

Ahora bien, la notación empleada en estas dos situaciones, será analizada en el siguiente capítulo.

Analicemos ahora bajo el terreno epistemológico la ***actividad Orientadora de Enseñanza* 8 "botones saltarines"**. En el capítulo anterior problema fenomenológico se expuso que los estudiantes encontraron una relación en la reescritura del número de movimientos necesarios para el intercambio de botones, esta relación consistía en una suma, cuyo resultado era el número de movimientos necesarios para el intercambio y cuyos sumandos eran el número total de botones y los números cuadrados. Al preguntarles ¿Cómo saber el número de cuadrados que se necesitaban para 6 botones de cada color? Los estudiantes discutieron en grupos, la transcripción a este dialogo se encuentra en el siguiente episodio.

Episodio 9:

Estudiante 1: Sí tenemos dos botones de cada color, en total tendríamos 4 botones, ya sabemos que el número de movimientos necesarios para el intercambio es 9, esto se puede reescribir como el número total de botones que es 4 más 4, siendo 4 el cuadrado de dos, o sea 2^2.

Estudiante 2: Escribiendo esto tendríamos para dos botones de cada color el número de movimientos será $4 + 2^2 = 8$

Estudiante 1: Entonces para seis botones de cada color, el número de movimientos necesarios para el intercambio será 12 que es el número total de botones más 6^2 *o sea 48.*

Profesora: Muy bien. ¿Cuál creen entonces que debe ser la cantidad de movimientos para una cantidad determinada de botones por color?

Estudiante 2: Primero hay que saber cuál es el total de botones, como siempre son dos colores, entonces el número total de botones es el doble. Para saber el número de movimientos para el intercambio sumo el número total de botones con el cuadrado del número de botones por color.

Estudiante 1: Espera, probemos para 10 y miremos sí es cierto. Con 10 botones de cada color, el número total de botones será 2×10 *esto es 20. Y el número de movimientos será el total de botones, que es 20 + el cuadrado de 10 o sea* 10^2. *Entonces el resultado sería* $20 + 10^2 = 120$. *Así que el número de movimientos necesarios para el intercambio será 120.*

Los estudiantes registraron la cantidad de movimientos para 10 botones y 15 botones en la siguiente tabla presentada en la ilustración 80.

Ilustración 80: Tabla número de botones con respecto al número de movimientos. Actividad Orientadora de Enseñanza 8. Botones saltarines.

N° de botones de cada color.	N° total de botones.	N° de movimientos necesarios para el intercambio.	Re-escribe el resultado anterior empleando los números de la columna 2 como el primer sumando.
10	20	120	120 $= 20 + 10^2 = 20 + 100$
15	30	225	225 $= 30 + 15^2 = 30 + 225$
...			= +
n	$2n$	$2n + n^2$	$= 2n + n^2$

Al preguntarles a los estudiantes por el número total de movimientos para n botones de cada color, ellos propusieron.

Episodio 10:

Estudiante 1: Sí n es el número de botones de cada color, el número de botones será 2 x n y el número de movimientos será el total de botones 2n más el cuadrado de botones por color, o sea n^2.

Profesora: Entonces el número de movimientos necesarios para el intercambio es $2n + n^2$

Esta expresión fue compleja de entender por los estudiantes, es por ello que esta notación será analizada en el terreno semiótico en el siguiente capítulo.

En la ***Actividad Orientadora de Enseñanza*** **número 10 "Torre de Hanói"** en el terreno fenomenológico los estudiantes encontraron similitudes y diferencias haciendo uso de las determinaciones sensibles como la intuición, la atención y la sensibilidad. Los estudiantes encontraron por ejemplo un elemento en común en el número de movimientos según la cantidad de discos. Este fue: "*multiplicar los movimientos anteriores por dos y al resultado sumarle 1".* Aunque el modelo era plausible, resultó de poca utilidad para responder las preguntas sobre la cantidad de movimientos para 7, 10, 15 y 20 discos. Es por ello que en conjunto con los estudiantes decidimos analizar la reescritura del número de movimientos, logrando concluir que la reescritura era una potencia de dos menos uno. Para ello, los estudiantes discutieron la cantidad de movimientos necesarios para 7, 10, 15 y 20 discos, la siguiente discusión presenta este proceso.

Episodio 11:

Estudiante 1: Para 6 discos la reescritura del número de movimientos es el resultado de 64 -1 estos es 63. O sea que la potencia de dos es 2^6 *y son 6 discos, lo que quiere decir que el exponente de la potencia es el número de discos.*

Estudiante 2: Entonces para 7 discos la reescritura sería 2^7-1 *esto es igual a 127. Para 10 discos sería* $2^{10}-1$

Los estudiantes anotan los resultados en la siguiente tabla presentada en la ilustración 81.

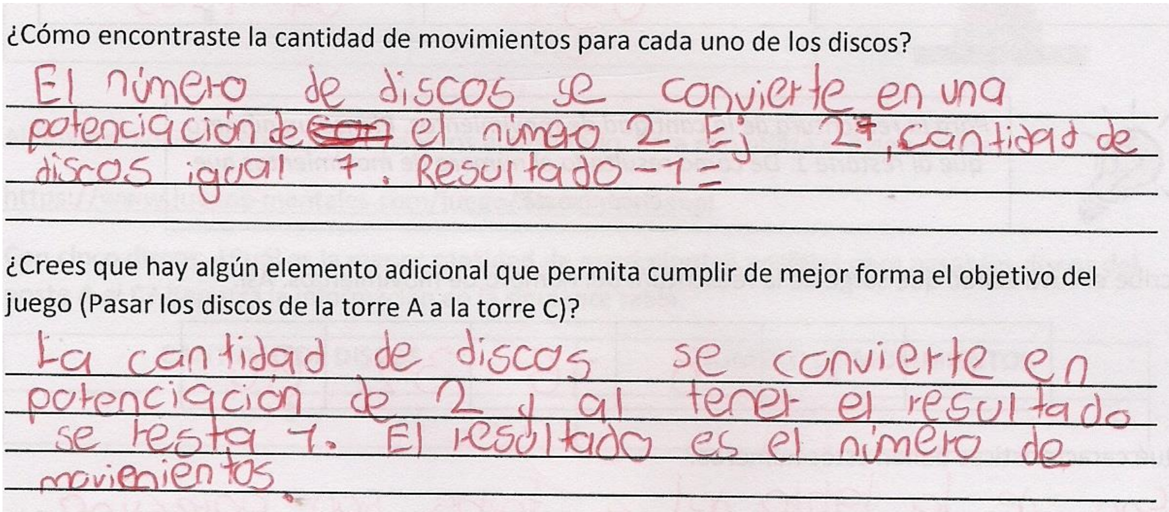
Ilustración 81: Tabla para el número de movimientos para 7, 10, 15 y 20 discos. Actividad Orientadora de Enseñanza 10 Torres de Hanói.

CANTIDAD DE DISCOS	NÚMERO DE MOVIMIENTOS	REESCRITURA DEL NÚMERO DE MOVIMIENTOS
7	127	$2^7=128-1=127$
10	1023	$2^{10}=254-1=1023$
15		2^{15}
20		2^{20}

Al preguntarles sobre cómo encontraron la cantidad de movimientos para cada uno de los discos. Los estudiantes expresaron que "*la cantidad de discos se convierte en potenciación de 2 y al tener el resultado se resta 1. Esto es el número de movimientos*"

Ilustración 82: Cantidad de movimientos para cada uno de los discos. Actividad Orientadora

de Enseñanza 10. Torre de Hanói.



¿Cómo encontraste la cantidad de movimientos para cada uno de los discos?

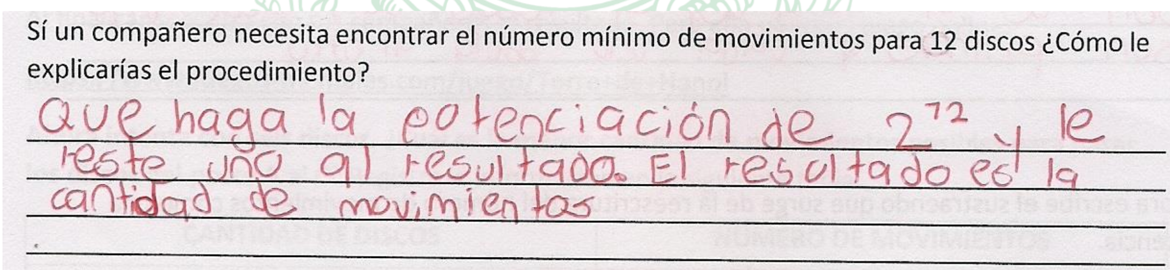
El número de discos se convierte en una potenciación de ~~con~~ el número 2 Ej 2^7, cantidad de discos igual 7. Resultado $-1=$

¿Crees que hay algún elemento adicional que permita cumplir de mejor forma el objetivo del juego (Pasar los discos de la torre A a la torre C)?

La cantidad de discos se convierte en potenciación de 2 y al tener el resultado se resta 1. El resultado es el número de movimientos

Acto seguido, se les preguntó a los estudiantes que sí un compañero necesitaba encontrar el número mínimo de movimientos para 12 discos, ¿Cómo le explicarían el procedimientos? La respuesta de los estudiantes se encuentra en la ilustración 83.

Ilustración 83: Análisis del número de movimientos pata 12 discos. Actividad Orientadora de Enseñanza 10. Torres de Hanói.



Sí un compañero necesita encontrar el número mínimo de movimientos para 12 discos ¿Cómo le explicarías el procedimiento?

Que haga la potenciación de 2^{12} y le reste uno al resultado. El resultado es la cantidad de movimientos

Posteriormente se les pregunta a los estudiantes por el número de movimientos para *n* discos. Las discusiones de los estudiantes se presentan en el siguiente episodio.

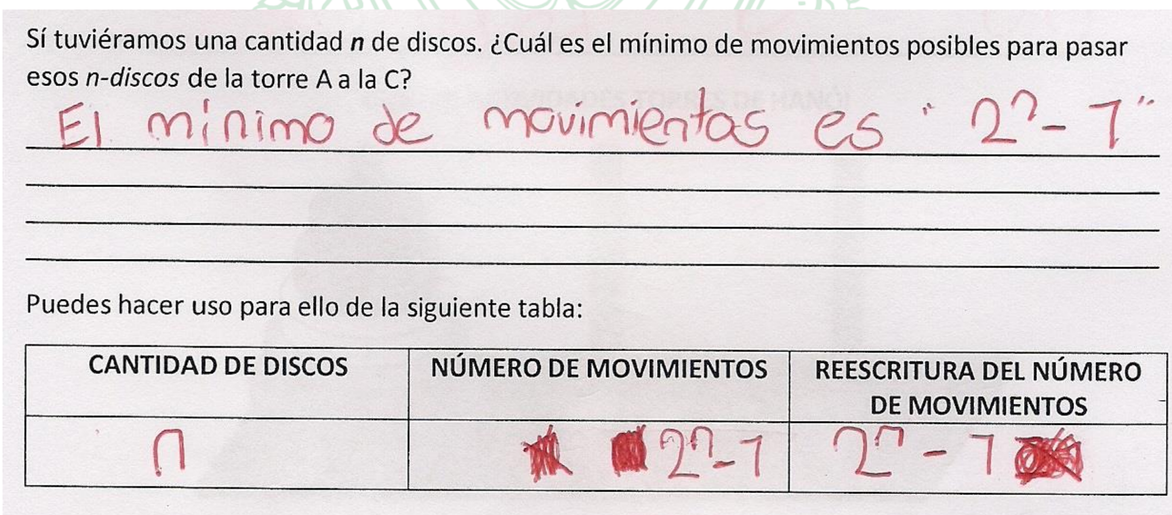
Episodio12:

Estudiante 1: Sí la cantidad de discos es n, entonces el número de movimientos va a ser $2^n - 1$.

Estudiante 2: Probemos que eso es cierto. Por ejemplo para 3 discos, sí reemplazamos n por 3. Tendríamos $2^3 - 1 = 7$ *. Entonces el número mínimo de movimientos es* $2^n - 1$.

El resultado de los estudiantes es registrado en la siguiente tabla presentada en la ilustración 84.

Ilustración 84: Ley de formación para n discos. Actividad Orientadora de Enseñanza 10. Torre de Hanói.


Sí tuviéramos una cantidad *n* de discos. ¿Cuál es el mínimo de movimientos posibles para pasar esos *n-discos* de la torre A a la C?

El minimo de movimientas es "2^n-1"

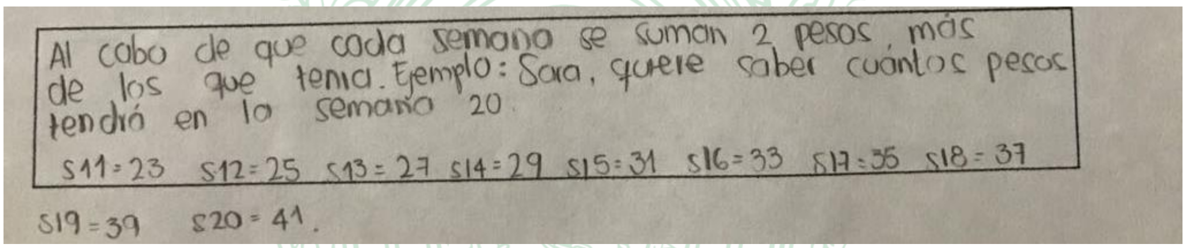
Puedes hacer uso para ello de la siguiente tabla:

CANTIDAD DE DISCOS	NÚMERO DE MOVIMIENTOS	REESCRITURA DEL NÚMERO DE MOVIMIENTOS
n	2^n-1	2^n-1

La denotación empleada por los estudiantes para enunciar la generalidad será objeto de estudio en el siguiente capítulo *problema semiótico*.

En la ***Actividad Orientadora de Enseñanza* número 11 llamada "el cumpleaños de Sara",** en un primer momento los estudiantes lograron identificar las características emergentes del ahorro realizado por Sara cada semana. Dedujeron que la cantidad de pesos por semana correspondía a un número impar. Al preguntarles por una forma de saber cuántos pesos se ahorraba en determinada semana los estudiantes respondieron como se muestra en la ilustración 85.

Ilustración 85: Forma de encontrar la cantidad de pesos ahorrados en determinada semana.



En el siguiente episodio se muestran los razonamientos realizados por los estudiantes con respecto al proceso de ahorro realizado por Sara.

Episodio 13:

Profesora: ¿Cómo saber cuántos pesos puede ahorra Sara al cabo de cualquier semana?

Estudiante 1: Bueno profe, al cabo de cada semana se suman dos pesos más de los que tenía en la semana anterior, por ejemplo Sara quiere saber cuántos pesos tendrá en la semana 20. S11=23, S12=25, S13=27, S14=29, S15=31, S16=33, S17=35, S18=37, S19=39 y S20=41

Profesora: Bueno y si quiero saber por ejemplo cuánto tendrá Sara en la semana 100, ¿es práctico sumar de a dos más comenzando desde la semana 1 hasta la semana 100?

Estudiante 2: No, nos cansamos

Profesora: Si, la suma sería muy larga. Entonces ¿cómo podemos saber cuántos pesos tendrá Sara al cabo de la semana 100 sin sumar de dos en dos?

Estudiantes: No sabemos como

Profesora: Bueno pues escribamos al lado de la tabla que completaron de la guía los números pares en orden (ver la ilustración 86). Ahora ¿qué relación tiene los números pares con los pesos ahorrados por Sara?

Estudiante 1: Que los números impares son un número más que los números pares

Profesora: Muy bien, ahora ¿cómo encontramos los números pares?

Estudiante 2: utilizando la tabla del dos.

Profesora: O sea, multiplicando por dos cada números

Estudiantes: si

Profesora: Muy bien, entonces después de encontrar los números pares, ¿cómo podemos encontrar el número impar?

Estudiante 1: sumándole uno más al número par, por ejemplo a 2x2 le sumo 1 y me da el número impar 5.

Profesora: ¿Qué relación tiene los números pares e impares con el ahorro que hizo Sara en cada semana?

Estudiante 2: que el número de semana se multiplica por dos y me da un número par, y luego le sumo 1 más para obtener los pesos ahorramos esa semana

Profesora: ahora sí, ¿podemos saber una forma de encontrar los pesos ahorrados por Sara en determinada semana?

Estudiante 1: Si, Es fácil encontrarla ya que simplemente buscamos los números pares multiplicando por 2 y a ellos le sumamos 1 ya que Sara comenzó con 1 peso y cada semana le agregó 2 pesos más. Ejemplo S100= 100x2 = 200 + 1 = 201

Ilustración 86: Tabla del ahorro realizado por Sara semanalmente

# de semanas	Pesos ahorrados	
1	3	2
2	5	4
3	7	6
4	9	8
5	11	10
6	13	12
7	~~13~~15	14
		16

En el episodio anterior se evidencio que los estudiantes entendieron el proceso de ahorro realizado por Sara, pero fue necesario la intervención de nosotras como profesoras para mostrarles un camino el cual les permitiera encontrar la cantidad de pesos ahorras en cualquier semana. De esta manera pudieron llegar a una generalización, la notación implementada será analizada en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 5: PROBLEMA SEMIÓTICO

El problema semiótico surge de los medios a través de los cuales se denota el objeto generalizado. En nuestra investigación a partir del trabajo realizado por los estudiantes con el objeto de reconocer una manera histórica y culturalmente constituida de razonar algebraicamente sobre patrones y secuencias figúrales y aritméticas, encontramos diferentes formas de denotar la generalización. En este capítulo hacemos alusión a las denotaciones efectuadas por los estudiantes en el proceso de generalizar.

Con frecuencia se cree que hay generalización algebraica cuando los estudiantes utilizan simbolismos alfanuméricos para denotar la ley de formación. Sin embargo Radford (2003) afirma que esto no es cierto, la denotación de la generalización puede realizarse a través de otros sistemas semióticos.

En la ***Actividad Orientadora de Enseñanza*** **número 2 "cuerpos geométricos",** los estudiantes propusieron la siguiente ley de formación para encontrar el número de caras, aristas y vértices de un prisma con *n* lados de base.

Episodio 1:

Estudiante 1: Para encontrar el número de caras, al número de lados de la base se le debe sumar dos, sí se necesita encontrar el número de vértices debe multiplicar por dos el número de lados de la base y sí se debe encontrar las aristas deberá multiplicar por tres.

El procedimiento efectuado por el estudiante para encontrar el número de caras, aristas y vértices de un prisma con *n* lados de base, obedece a lo que Radford (2003) llama *generalización factual*, lo que los estudiantes logran abstraer son las acciones emprendidas sobre los objetos en un nivel concreto, en la forma de un esquema numérico. La expresión *al número de lados de la* *base se le debe sumar dos*, refleja un significado semiótico que requiere de un esquema de acciones concretas, estos procedimientos de generalización son aritméticos.

La otra ley de formación alcanzada por otro de los estudiantes para encontrar el número de caras, aristas y vértices de un prisma con *n* lados de base fue:

Episodio 2:

Estudiante 2: Sí sabemos que el número de lados de la base es n. Entonces para el número de caras vamos a sumarle dos, esto sería n+2, para el número de vértices multiplicaríamos por dos el número de lados de la base, o sea n x 2. Y para el número de aristas multiplicamos por tres, esto sería n x 3.

Esta nueva forma de generalización obedece según Radford (2003) a una *generalización contextual*, esta aparece como la abstracción de acciones concretas, en forma de esquemas operativos, pero no funciona en el nivel de números concretos. La expresión "número de lados de la base" es un término lingüístico que implica una referencia concreta, que posibilita establecer con base en ella una relación que transmite la generalidad.

Por otro lado, en la A*ctividad Orientadora de Enseñanza* número 3 "torre de bloques", los estudiantes propusieron la siguiente generalización:

Episodio 3:

Estudiante 1: En el primer nivel son dos bloques, el segundo nivel son cuatro, en el tercero son seis, en el cuarto son ocho,… Esta es la tabla del dos.

Estudiante 2: Entonces sí en el nivel cuatro son ocho, lo que se hizo fue multiplicar el nivel por 2, esto da 8, por eso son ocho bloques.

Estudiante 1: Lo que quiere decir que en el nivel 12 solo debemos multiplicar 12 por dos y obtenemos 24, esto será el número de niveles. Y en el nivel 60 habrán 120 bloques, porque 60 por 2 es 120.

La generalización expuesta por los estudiantes corresponde según Radford (2003) a una generalización factual. Los estudiantes ilustraron el procedimiento anterior con ayuda de acciones concretas y lo relacionaron con ideas aritméticas previas. Radford (2003) afirma que una revisión de la literatura indicó que los enfoques pedagógicos para la generalización generalmente requieren que los estudiantes realicen una investigación aritmética preliminar. En este caso los estudiantes compararon la construcción de la torre con la tabla de dos, esto da cuenta de una relación con sus conocimientos aritméticos.

Sin embargo, cuando se les pidió a los estudiantes que calcularan el número de bloques de cualquiera de los niveles, ellos plantearon: *El número de niveles por 2*. Esta expresión además de presentar un elemento social-comunicativo, da a conocer un nuevo objeto abstracto que ha sido introducido al discurso de los estudiantes. Esta forma de generalización es nombrada por Radford (2003) como generalización contextual, la expresión "el número de niveles" es una expresión lingüística que transmite un grado de generalidad e indica una operación a efectuar para encontrar la cantidad total de bloques.

Por otro lado, el preguntarle a los estudiantes por la cantidad de bloques para un nivel *n*. Los estudiantes propusieron "*sí n es el nivel, tendríamos que multiplicar n por 2, o sea 2n*". Este tipo de expresión corresponde a una representación simbólica de la generalidad. Esta expresión implica la supresión de términos lingüísticos que transmiten características espaciales como al siguiente nivel, suprimiendo el lenguaje simbólico del individuo y produciendo un *proceso de desubjetivación* como lo nombra Radford (2003), en donde el sujeto excluye todos los términos lingüísticos y los reemplaza por un simbolismo alfanumérico.

El proceso llevado a cabo por los estudiantes para denotar la generalización en la ***Actividad Orientadora de Enseñanza* número 3 "torre de bloques"** se presenta en la ilustración 87.

Ilustración 87: Proceso de generalización. Actividad Orientadora de Enseñanza 3. Torre de bloques.

En el primer nivel son dos bloques, el segundo nivel son cuatro, en el tercero son seis, en el cuarto son ocho,… Esta es la tabla del dos.
(Generalización Factual)

↓

El número de niveles por 2
(Generalización contextual)

↓

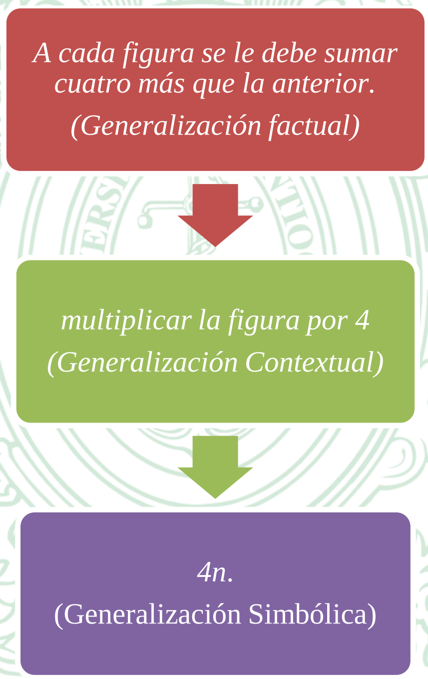
2n
(Generalización simbólica)

En la ***Actividad Orientadora de Enseñanza*** **número 4 "formando cuadrados"** los estudiantes en un primer momento a través de una serie de acciones a nivel concreto establecieron que *a cada figura se le debía sumar cuatro más que la anterior*, para encontrar la cantidad de cuadrados que componen a la figura en la secuencia dada. Esta forma de denotar la generalización corresponde a una *generalización Factual*, marcada por una relación aritmética.

Sin embargo, al intervenir la docente, los estudiantes proponen *multiplicar la figura por 4*. La expresión "la figura" es un término genérico lingüístico que transmite una generalidad y temporalidad. Es por ello que esta forma de generalizar corresponde a una *generalización contextual*. Para representar la expresión en un lenguaje alfanumérico, los estudiantes deben realizar un proceso de desubjetivación, evitando el lenguaje simbólico del individuo. Para ello los estudiantes propusieron que la expresión matemática para presentar la relación de la figura con la cantidad de cuadrados era *4n*. Esta forma de denotar la generalidad corresponde a una *generalización simbólica*.

Ahora bien, el proceso de generalización desarrollado por los estudiantes en su paso por la generalidad factual, contextual y simbólica es presentada en la ilustración 88.

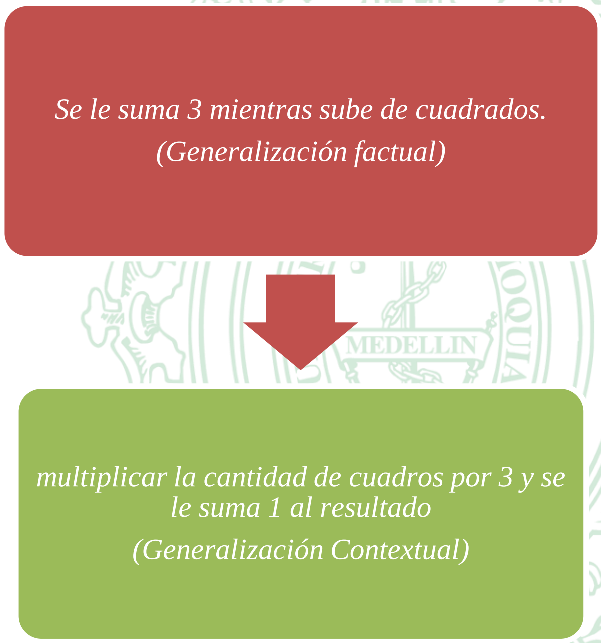
Ilustración 88: Proceso de generalización. Actividad Orientadora de Enseñanza 4. Formando cuadrados



En la ***Actividad Orientadora de enseñanza*** **número 5 "palillos"** los estudiantes lograron describir una forma de encontrar la cantidad de palillos que forman ciertos cuadrados consecutivos. En primer momento los estudiantes describieron que para encontrar la cantidad de palillos *se le suma 3 mientras sube de cuadrados.* Esta denotación corresponde a una *generalización factual*. En segundo momento, después de preguntarles cuántos palillos eran necesarios para formar 25 cuadrados consecutivos, ellos contestaron que la forma para hacerlo era *multiplicar la cantidad de cuadros por 3 y se le suma 1 al resultado*. Esta denotación corresponde a la *generalización contextual*. En esta actividad los estudiantes no lograron llegar a un proceso de *generalización simbólica*.

El proceso de generalización alcanzado por los estudiantes se muestra en la ilustración 89.

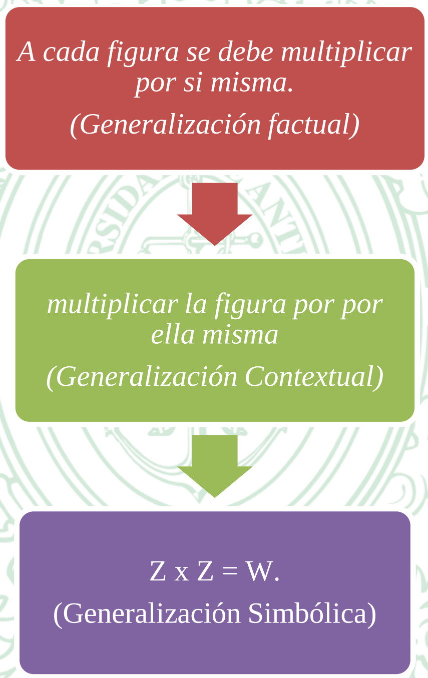
Ilustración 89: Proceso de generalización. Actividad Orientadora de Enseñanza 5. Palillos.



En la A***ctividad Orientadora de Enseñanza* número 6 "triángulos"** los estudiantes después de encontrar las características de la formación de los triángulos dijeron que *"hay que multiplicar el número de la figura por ella misma"* de esta manera llegaron a una *generalización factual.* Después de seguir completando la guía reafirmaron esta idea diciendo que *"hay que multiplicar el número de la figura por ella misma para obtener la cantidad de triángulos que la conforman"* esto constituye la *generalización contextual.* Y por último, al pedirles que describieran una ley de formación para la formación de los triángulos llegaron a la siguiente expresión matemática, Z x Z = W, Z será el número de la figura y W el número necesario de triángulos para formar la figura, de esta manera se generó la *generalización simbólica.*

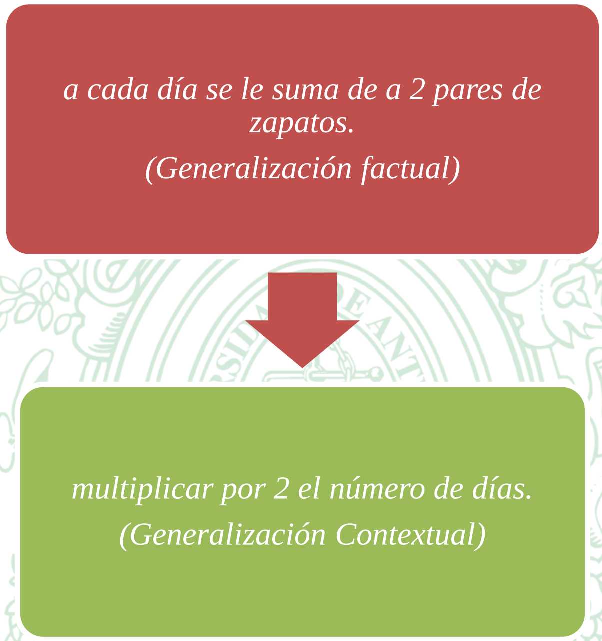
En la ilustración 90 se muestra el proceso de generalización logrado por los estudiantes en esta a*ctividad* de los triángulos.

Ilustración 90: Proceso de generalización. Actividad Orientadora de Enseñanza 6. Triángulos.



En la A***ctividad Orientadora de Enseñanza* número 7 "Situaciones problema",** en la primera situación denominada "Don pepe" los estudiantes lograron abstraer la siguiente generalización después de haber encontrado las características comunes. Entendieron que *"a cada día se le suma de a 2 pares de zapatos"* lo que corresponde a la *generalización factual.* Completaron la idea diciendo que *"don pepe hace dos pares de zapatos por día, entonces hay que multiplicar por 2 el número de días para saber la cantidad de pares de zapatos producidos"* esto constituye ya una generalización contextual. En esta situación los estudiantes no lograron llegar a una *generalización simbólica*. En la ilustración 91 se describe el proceso de generalización lograda por los estudiantes.

Ilustración 91: Proceso de generalización. Actividad Orientadora de Enseñanza 7. "Don pepe".



En la segunda situación denominada "la sopa" los estudiantes llegaron al siguiente proceso de generalización. Entendieron que cada vez que disminuía la cantidad de personas bajaban a la mitad pero la cantidad de litros de agua disminuía relacionando la mitad de la mitad. Los estudiantes explicaron que *"se necesita la mitad de la mitad de litros de agua"* esta afirmación corresponde a una *generalización factual*. Luego explicaron que la expresión anterior indicaba que se debía *"dividir por cuatro la cantidad de personas para saber la cantidad de litros de agua para la sopa"*. Esto corresponde a una *generalización contextual*. En esta segunda situación los estudiantes tampoco lograron establecer una *generalización simbólica*. En la ilustración 92 se describe el proceso de generalización lograda por los estudiantes.

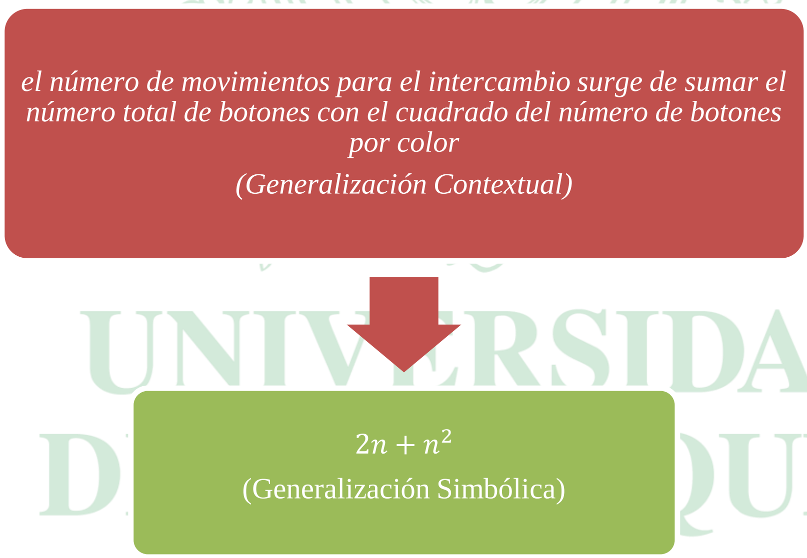
Ilustración 92: Proceso de generalización. ***Actividad Orientadora de Enseñanza 7. "la sopa"***

Exploremos ahora las denotaciones expuestas por los estudiantes en **la A*ctividad Orientadora de Enseñanza* número 8 "Botones Saltarines".** Para encontrar la cantidad de movimientos necesarios para el intercambio los estudiantes propusieron "*Primero hay que saber cuál es el total de botones, como siempre son dos colores, entonces el número total de botones es el doble. Para saber el número de movimientos para el intercambio sumamos el número total de botones con el cuadrado del número de botones por color"*. Esta notación empleada por los estudiantes se puede considerar como una generalización contextual, ya que esta forma de generalizar aparece como resultado de acciones concretas en forma de esquemas operativos, bajo la aritmética. Al respecto Radford (2003) expone que la experiencia aritmética está marcada por el significado del lenguaje natural, es por ello que términos como el doble, se presentan en un lenguaje natural, pero indican una operación aritmética clara.

Por otro lado, al pedirles a los estudiantes el número de movimientos necesarios para intercambiar *n* botones de cada color, ellos propusieron: *Sí n es el número de botones de cada* *color, el número de botones será 2 x n y el número de movimientos será el total de botones 2n mas el cuadrado de botones por color, o sea n^2.La expresión para representar el número de movimientos es $2n + n^2$*. Esta expresión corresponde a una generalización simbólica, la cual supuso para los estudiantes un gran esfuerzo, ya que requirió un proceso de desubjetivación, excluyendo los términos lingüísticos por un lenguaje alfanumérico, también el dejar indicado $2n + n^2$ y no sumarlo, esto corresponde a un problema que Radford (2003) llama problema de posicionamiento y es propio de los problemas que el lenguaje algebraico trae consigo en el cambio de lo aritmético a lo algebraico.

El proceso de generalización realizado por los estudiantes a través de la *Actividad Orientadora de Enseñanza* 8 “botones saltarines” se presenta en la ilustración 93.

Ilustración 93: Proceso de generalización. Actividad Orientadora de Enseñanza 8. Botones Saltarines



Analicemos ahora las denotaciones empleadas por los estudiantes en la ***Actividad Orientadora de Enseñanza* número 10 “Torre de Hanói”.** Los estudiantes propusieron primero como ley de formación para encontrar la cantidad de movimientos necesarios para intercambiar una cantidad determinada de discos de la torre A a la torre C, "*multiplicar los movimientos anteriores por dos y al resultado sumarle 1".* Esta denotación empleada corresponde a una *generalización factual,* resultado de un esquema abstracto de acciones. Sin embargo cuando se les pidió a los estudiantes que número de movimientos eran necesarios para 20 discos, se dieron cuenta que el artefacto en este caso la torre de Hanói y el juego online no era una opción práctica para que comenzaran a analizar en profundidad la cantidad de movimientos. Es por ello que esta notación estuvo limitada a un nivel concreto.

El término "*movimientos anteriores*" expresado por los estudiantes ilustra un esquema de acciones concretas, cuando expresaron "*3 por 3 más uno*" ofrecen un esquema generalizador factual.

Sin embargo, al analizar la reescritura del número de movimientos y proponer que la cantidad de movimientos se encuentra cuando "*la cantidad de discos se convierte en una potencia en base 2 y al resultado se le resta 1"*. Los estudiantes alcanzaron un nivel de *generalización contextual*. Esta notación expresa un elemento comunicativo aritmético, que relaciona los saberes previos de los estudiantes para nombrar un nuevo objeto abstracto que ha sido introducido a su discurso.

Por último, al preguntarles a los estudiantes por la cantidad de movimientos para n discos los estudiantes respondieron con una notación alfanumérica $2^n - 1$. Esta notación implicó la exclusión de términos lingüísticos y la supresión del lenguaje simbólico de los estudiantes, para ser reemplazado por un lenguaje simbólico que legitima el proceso de generalización.

En la ilustración 94 se presenta el proceso de generalización vivido por los estudiantes con el objeto de reconocer una manera constituida de razonar algebraicamente sobre el movimiento de discos del juego Torres de Hanói.

Ilustración 94: Proceso de generalización. Actividad Orientadora de Enseñanza 10. Torre de Hanói.

En la ***Actividad Orientadora de Enseñanza*** **número 11 llamada "el cumpleaños de Sara"** los estudiantes lograron establecer una generalización del proceso de ahorro realizado por Sara a partir de la realización de la guía y del dialogo producido en la intervención de nosotras como profesoras. Llegaron a que "*al cabo de cada semana se suman 2 pesos más de los que tenía en la semana anterior"* esta idea corresponde a una *generalización factual.*

Después de relacionar los pesos ahorrados escritos en la tabla propuesta en la guía con los números pares los estudiantes lograron una *generalización contextual* proponiendo la siguiente idea *“simplemente buscamos los números pares multiplicando por 2 y a ellos le sumamos 1 más ya que Sara comenzó con 1 peso y cada semana le agregó 2 más”*. En esta *actividad* los estudiantes no lograron la *generalización simbólica*. En la ilustración 95 se describe el proceso de generalización lograda por los estudiantes.

Ilustración 95: Proceso de generalización. Actividad Orientadora de Enseñanza 11. “El cumpleaños de Sara”

CONCLUSIONES

Para dar respuesta a la pregunta **¿Cómo se desarrollan procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de A*ctividades Orientadoras de Enseñanza* asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos?,** en primer lugar, entendimos que la generalización en matemáticas no está asociada solamente a la simbolización alfanumérica, sino que se puede dar a través de un proceso donde se evidencian los tres problemas de la generalización enunciados por Radford.

En segundo lugar, pudimos concluir que precisamente los estudiantes pertenecientes al semillero de matemáticas lograron generalizar las actividades propuestas llevando a cabo el proceso de generalización descrito por Radford.

En este mismo sentido, la *actividad de aprendizaje* de los estudiantes de quinto y sexto grado del Colegio Alemán Medellín y de la Institución Educativa Comercial Antonio Roldán Betancur entorno a los procesos de generalización se desarrolló a través del fomento de espacios que se caracterizaron por la interacción social, en los cuales los estudiantes exploraron diversas formas para comunicar sus ideas sobre la generalización. Esta interacción social les posibilitó comprender que el conocimiento es producto de una apropiación conjunta de saberes, caracterizado por el reconocimiento y la importancia de las ideas del otro y del respecto a las relaciones reciprocas que se pueden establecer entre estudiantes y profesor.

Los nuevos sentidos que se generaron alrededor del trabajo cooperativo, facilitaron el desarrollo de la *actividad de aprendizaje*. La pregunta fue entendida como un dispositivo de análisis y producción de ideas, los estudiantes no se conformaron con el hallazgo de una respuesta simple, asunto que dio lugar a acontecimientos interlocutivos, caracterizados por las interpretaciones discursivas, comprensiones y relaciones que establecieron con el conocimiento teórico.

El desarrollo de *la actividad de aprendizaje* de los estudiantes de quinto y sexto grado se dio a través de la implementación de las *Actividades Orientadoras de Enseñanza*, concebidas como una serie de acciones que mediadas por el uso de *artefactos* se constituyeron en caminos para la apropiación del conocimiento matemático. Sí bien el uso de *artefactos* como un objeto material, en ocasiones eran insuficientes para ayudar a los estudiantes a revelar la conceptualidad general que estábamos buscando, dieron paso a procesos de abstracción mediados por *artefactos* en este caso no materiales, sino ideales incorporados a la acción humana dirigida a metas.

Las *Actividades Orientadoras de Enseñanza* como propuesta teórica y metodológica al interior del semillero, posibilitaron la convergencia del objeto/motivo de la actividad de aprendizaje del estudiante y del objeto /motivo de la actividad de enseñanza de nosotras como profesoras. La unidad dialéctica que incorporó la sistematización de experiencias y que constituyó la actividad, a través de la apropiación del conocimiento matemático y del desarrollo de del pensamiento teórico, reafirmó el carácter social de la actividad humana, ya que fue en la relaciones sociales en las que la actividad tuvo lugar.

Nuestra investigación cumplió con el objetivo de **analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales y aritméticas mediadas por el uso de artefactos.** Durante el desarrollo de las *actividades orientadoras de enseñanza* observamos diferentes estrategias y notaciones que emplearon los estudiantes en el proceso de generalización. Esto nos permitió que como profesoras reconociéramos que no sólo hay generalización algebraica cuando los alumnos recurren al simbolismo algebraico alfanumérico, la denotación de la generalización algebraica puede ser efectuada a través de otros sistemas semióticos, en los cuales intervinieron la percepción, los gestos, los símbolos matemáticos y el lenguaje natural.

Del mismo modo, en el proceso de generalización llevado a cabo por los estudiantes encontramos que los alumnos tienden a centrase en la dimensión numérica y en ocasiones olvidan la estructura espacial. Es por ello que sus generalizaciones están cargadas de términos lingüísticos que implican una operación aritmética determinada.

El análisis llevado a cabo en la sistematización de experiencias nos permitió como docentes reconocer que el aprendizaje es el encuentro con el saber y su transformación subjetiva en gestos y palabras que evocan los nuevos conceptos.

Por último, los procesos de generalización a los que llegaron los estudiantes nos permiten afirmar que la generalización puede ser promovida en todos los grados de escolaridad, ya que la construcción del conocimiento matemático requiere de la generalización y los estudiantes pueden dar cuenta de los procesos de simbolización, de generalización y de formalización.

PREGUNTAS PARA SUSCITAR A OTRAS INVESTIGACIONES

Al finalizar este trabajo de investigación cuyo objeto de estudio fueron los procesos de generalización, se proponen una serie de preguntas para suscitar a otras investigaciones en torno a la generalización en el ámbito escolar. Éstas son:

¿De qué manera se debe modificar el currículo escolar para desarrollar los procesos de generalización de forma permanente en el aula de clase?

¿En qué medida el desarrollo de los procesos de generalización en los primeros grados fortalece el álgebra en los estudiantes del grado octavo?

¿Cómo inciden los procesos de generalización en la constitución de conocimientos en otras asignaturas?

¿Cómo puede el docente promover procesos de generalización al interior del aula de clase?

RECOMENDACIONES

Para finalizar se propone una serie de recomendaciones con el fin de cualificar el proceso llevado a cabo en este trabajo para ser incorporadas en próximas investigaciones.

En primer lugar, es importante que el investigador reconozca que no sólo hay generalización cuando los estudiantes recurren al simbolismo alfanumérico, la denotación de la generalización puede ser efectuada a través de otros sistemas semióticos.

En segundo lugar, los problemas de generalización enunciados como categorías de análisis en nuestra investigación (problema fenomenológico, problema epistemológico y problema semiótico) no surgen de forma lineal, son consecuencia de las abstracciones que hacen los sujetos con el fin de proponer una ley de formación que exprese la generalidad.

En tercer lugar, la denotación empleada por los estudiantes para expresar la generalidad está dotada de elementos culturales. En el proceso de creación de significado social, los sujetos pueden emplear objetos, herramientas o dispositivos lingüísticos que dotan de sentido propio las actividades, estos signos llamados medios semióticos de objetivación aparecen arraigados a la cultura y explican la forma en la cual tienen contacto con signos, artefactos o algún medio de objetivación.

Por último, alrededor del término artefacto hay múltiples definiciones que surgieron a partir de las traducciones de los libros de texto, es por ello que los investigadores deben tener claro el sentido dado a este término y su sentido en la investigación.

Facultad de Educación

REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

AGUDELO-PALACIO, L. (2016) Actividades de aprendizaje de estudiantes de sexto grado, desde las Actividades Orientadoras de Enseñanza de las Medidas de Tendencia Central. (Tesis de Maestría no publicada). Medellín: Facultad de Educación, Universidad de Antioquia.

BEDNARZ, N., KIERAN, C., Y LEE, L. (1996). Approaches to Algebra. Dordrecht: Kluwe Academic Publishers.

COLE, M. (2003). Poner la cultura en el centro. Psicología cultural. (pp.113-135). Madrid: Morata.

D'AMORE, B. & RADFORD, L. (2017) Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. Bogotá, Colombia: Universidad distrital Francisco José de Caldas.

DAVÍDOV, V. (1988). La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico. (M. Shuare, Trad.) Moscu: Progreso.

DICKSON, L. & OTROS (1991). El aprendizaje significativo de las matemáticas. 1ª ed. Trad. Bou, Luis. P.15-63. Barcelona: Labor, S.A.

FILLOY, E., PUIG, L., Y ROJANO, T (2008). Educational algebra. A theorical and empirical approach. New York: Springer.

GUTIÉRREZ, D. (2008). Hablemos sobre la sistematización de experiencias. Apuntes sobre la metodología de investigación. Universidad pedagógica de Durango.

HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C., & BAPTISTA, P. (2006). Metodología de la Investigación. (Cuarta ed.). México: McGraw Hill Interamericana.

JARA, O. (1994). Para sistematizar experiencias. Guadalajara, Jalisco. IMDEC/ ALFORJA

JARA, O. (2010). La sistematización de experiencias: aspectos teóricos y metodológicos. Entrevista a Oscar Jara para la Revista Matinal. 4 5, 1-8.

JARAMILLO, D. (2013). Movilización del sentido Personal del profesor que enseña matemáticas sobre su Actividad Pedagógica desde y para las Actividades Orientadoras de Enseñanza. Educación científica y tecnológica. 489-493.

KAPUT, J. & BLANTON M (2002, April). Instructional contexts that support students transition from arithmetic to algebraic reasoning: Elements of tasks and culture. Paper presented at the NCTM Annual Conference Research Pre-session. Las Vegas, NV, April 19-21, 2002. (with M. Blanton) [download PDF file]. Tomado de: http://merg.umassd.edu/members/jkaput/kaput_cv.html#books

KIERAN, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. En D. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (390-419). New York: Macmillan

KIERAN, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it. The Mathematics Educator, 18(1), 139-151.

LEONTIEV, A. N. (1981). Actividad, conciencia, personalidad. La Habana: Ed. Pueblo y Educación.

MASON J. (1996) Expresing generality and roots if algebra, En N. Bednarz, C. Kieran and Lee, L. (Eds.), Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching, Dordrecht: Kluwer Academic Publischers.

MOURA, M. O., ARAUJO, E. S., RIBEIRO, F. D., PANOSSIAN, M. L., & MORETTI, V. D. (2010). A Atividade Orientadora de Ensino como Unidade entre Ensino e Aprendizagem. En M. O. Moura, A atividade pedagógica na teoría HistóricoCultural (pp. 81-109). Brasilia: Liber Livro.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. (1995). Ley General de Educación. Ley 115 del 8 de Febrero de 1994. Bogotá, Colombia: Empresa Editorial Universidad Nacional.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. (1998). Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. Serie Lineamientos. Áreas Obligatorias y Fundamentales. Bogotá, Colombia: Creamos Alternativas Soc Ltda.

MOURA (2010). A actividade pedagógica na teoria histórico-cultural. Brasília-DF:Liber Livro Editorial Ltda.

MUNERA, J.; MARIN, A.; CÁRDENAS, M.; CARVAJAL, B. & BASTIDAS, M. (2006). Pensamiento Variacional y sistemas algebraicos y analíticos. En Posada, M. (Ed), Interpretaciones e implementación de los estándares básicos de matemáticas (pp. 47-08). Medellín, Colombia; Secretaria de Educación para la cultura de Antioquia.

PÉREZ, D. (2014). Movilización del sentido personal del maestro que enseña matemáticas sobre su actividad pedagógica desde las actividades orientadoras de enseñanza. Medellín: Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

RADFORD, L. (2002) Algunas reflexiones sobre la enseñanza del álgebra a través de la generalización cap. 7 En Aproximaciones al álgebra. Perspectivas para la investigación y enseñanza. Bednarz N., Kieran C. y Lee L. Traducción de Urbano R.

RADFORD, L. (2003) Gestures, speech and the sprouting of sings. Mathematical Thinking and Learning, 5(1), 37 – 70.

RADFORD, L. (2004). Semiótica cultural y cognición. Conferencia plenaria dada en la Decimoctava Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Universidad Autónoma de Chiapas, Tuxtla Gutiérrez, México.

RADFORD, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking, pp. 103-129.

RADFORD, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. PNA, 4("), 37 – 62.

RADFORD, L. (2013). En torno a tres problemas de la generalización. En L. Rico, M.C, Cañadas, J.Gutierrez, M. Molina e I.Segovia (Eds.), *Investigación en didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro* (pp, 3-12). Granada, España: Editorial Comares.

RUIZ, L. (2001) la sistematización de prácticas. Liceo Nacional Marco Fidel Suárez. Recuperado de:

VASCO, C. El pensamiento Variacional, la modelación y las Nuevas Tecnologías. En Tecnologías Computacionales en el currículo de matemáticas. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá. 2002.

VASILACHIS DE GIALDINO, I. (coord.) (2006) Estrategias de investigación cualitativa, 23-64. Barcelona: Gedisa.

VELÁSQUEZ, S. 4^2 Aventuras matemática para docentes. Alianza: Una educación de calidad con equidad. 2013.

VYGOSTKI, L.S. (1995). Pensamiento y lenguaje. Barcelona: Paidós.

WAGNER, S., Y KIERAN, C. (1989). Research issues in the learning and teaching of algebra. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Hillsdale, NJ: ErlbaumKieran.

ANEXO 1: Carta de autorización de las instituciones

Bello, 3 de Octubre de 2017

Señores

INSTITUCIÓN EDUCATIVA COMERCIAL ANTONIO ROLDAN BETANCUR

Reciban un cordial saludo.

Durante el presente año y el año pasado realicé mi práctica pedagógica en el marco del programa Licenciatura en Educación Básica Matemática de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, por medio del semillero de matemáticas que orienté, con algunos estudiantes de grado sexto I. E. Comercial Antonio Roldan Betancur.

El producto de dicha práctica pedagógica es un trabajo investigativo que tiene por objetivo "analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos". Este trabajo de investigación se titula "Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."

A través de esta comunicación queremos solicitarles, formalmente, la autorización para que la institución haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros de los estudiantes de grado sexto, pertenecientes al semillero de matemáticas, en forma de videos, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el espacio de semillero. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos.

Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales y vigentes en investigaciones en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

Silvana Mazo Muñoz.

Carlos J. Echavarría H.

SILVANA MAZO MUÑOZ
Docente
I. E. COMERCIAL ANTONIO ROLDAN BETANCUR
Estudiante
Universidad de Antioquia

CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

En calidad de rector de la INSTITUCIÓN EDUCATIVA COMERCIAL ANTONIO ROLDAN BETANCUR autorizo su participación, según lo dicho arriba, en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Walter Augusto Zapata Jaramillo
Rector
I. E. Comercial Antonio Roldan Betancur

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Itaguí, 28 de Septiembre de 2017

Señores

COLEGIO ALEMÁN MEDELLÍN

Reciban un cordial saludo.

Durante el presente año y el año pasado realicé la práctica pedagógica, en el marco del programa Licenciatura en Educación Básica Matemática de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, por medio del semillero de matemáticas que orienté, con algunos estudiantes de klasse 6 en el Colegio Alemán Medellín.

El producto de dicha práctica pedagógica es un trabajo investigativo que tiene por objetivo "analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos". Este trabajo de investigación se titula "Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."

A través de esta comunicación queremos solicitarles, formalmente, la autorización para que la institución haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros de los estudiantes de Klasse 6, pertenecientes al semillero de matemáticas, en forma de vídeos, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el espacio de semillero. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1 8 0 3

Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales y vigentes en investigaciones en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

Andrea Arcila G.

Carlos J. Echavarría H.

ANDREA ARCILA GIRALDO
Docente
Colegio Alemán Medellín
Estudiante
Universidad de Antioquia

CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

En calidad de representante legal del COLEGIO ALEMÁN MEDELLÍN autorizo su participación, según lo dicho arriba, en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Jan Benedikt Simon Wels
Representante legal
Colegio Alemán Medellín

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, 17 de Octubre de 2017

Estimada Familia: Valencia Escobar

Reciban un cordial saludo.

Durante el año 2016 y 2017, en nuestro Colegio contamos con un semillero de Matemáticas orientado por nuestra Profesora Andrea Arcila. Fue orientado con algunos estudiantes de Klasse 6 en el marco de una investigación académica de su licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo *"analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos"*.

Por ser de interés de nuestra institución, hemos dado autorización para su desarrollo y para que oriente decisiones de mejoramiento de nuestro Colegio.

Por lo anterior, a través de esta comunicación, queremos solicitarle formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de Klasse 6, José Miguel Valencia, su autorización para que el menor haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación académica, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos; que en todo momento será de manera ANONIMA, CONFIDENCIAL y CON EXCLUSIVOS FINES ACADÉMICOS. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

D. Scheuten
DOMINIK SCHEUTEN
Rector
Colegio Alemán Medellín

Carlos J. Echavarría H.
CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

DAS Deutsche Auslandsschulen International
WDA Weltverband Deutscher Auslandsschulen

CORPORACIÓN COLEGIO ALEMÁN · DEUTSCHER SCHULVEREIN
NIT 890.906.574-4 Entidad sin ánimo de lucro, resolución 257 Dic. 18/68
Cra. 61 Nº 34-62 Itagüí · Colombia · PBX (+574) 2818811 · Fax (+574) 3726311
info@colegioalemanmedellin.edu.co www.colegioalemanmedellin.edu.co

ANEXO 2: Formato de consentimiento informado solicitado a estudiantes y padres de familia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Bello, Septiembre 6 de 2016

DE: RECTORÌA Y COORDINACIÒN ACADÈMICA
PARA: PADRES DE FAMILIA Y ESTUDIANTES GRADO 5
ASUNTO: INSCRIPCIÒN SEMILLERO DE MATEMÀTICAS

Con el fin de potenciar las habilidades de los estudiantes del grado 5 con talento para las matemáticas, la Institución propone desarrollar un semillero. A través de diversas actividades experimentales y mediante la estrategia Aula-taller los estudiantes serán acompañados en el desarrollo y fortalecimiento de sus destrezas para las matemáticas.

El semillero se llevará a cabo los días Miércoles en el horario de (6:00pm – 7:30pm) y estará dirigido por la profesora Silvana Mazo Muñoz.

Es necesario aclarar que no se trata de una actividad de refuerzo para estudiantes con dificultades, ni una nivelación. Por lo tanto los inscritos deben tener interés y habilidad en el área de Matemáticas.

Los padres de los estudiantes interesados en participar de esta actividad deben llenar el desprendible adjunto y devolverlo el miércoles 7 de septiembre a su respectiva profesora de Matemáticas.

WALTER ZAPATA
Rector

HERNANDO CARDONA
Coordinador

COMUNICADO INSCRIPCIÒN SEMILLERO DE MATEMÀTICAS

Como padres del estudiantes____ del grado 5 ______, estamos interesados en que participe del Semillero de Matemáticas que se ofrecerá los Miércoles de 6:00pm – 7:30pm y autorizamos su participación en ella. En constancia de ello y de hallarnos conformes con las condiciones de la actividad suscribimos la presente autorización.

_________________________________ NOMBRE DEL PADRE

_________________________________ NOMBRE DE LA MADRE

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Bello, 3 de Octubre de 2017

Señor (a)
Dary luz Becerra
Giovany Marin Suárez
Acudiente (s) de:
Yised valeria López B

Reciban un cordial saludo.

Durante este año y el año pasado, en el semillero de Matemáticas orienté, con algunos estudiantes de grado sexto de la I. E. Comercial Antonio Roldan Betancur, realicé una investigación en el marco de la licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo "analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos". Este trabajo de investigación se titula "Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."

El desarrollo de esta investigación tiene autorización del rector de la Institución Educativa ya mencionada.

A través de esta comunicación, queremos solicitarle, formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de grado sexto, 6-4 Yised Lopez, su autorización para que el menor haga parte de la investigación como sujeto de la misma.

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, 17 de Octubre de 2017

Estimada Familia: Galindo Salazar.

Reciban un cordial saludo.

Durante el año 2016 y 2017, en nuestro Colegio contamos con un semillero de Matemáticas orientado por nuestra Profesora Andrea Arcila. Fue orientado con algunos estudiantes de Klasse 6 en el marco de una investigación académica de su licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo *"analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos".*

Por ser de interés de nuestra institución, hemos dado autorización para su desarrollo y para que oriente decisiones de mejoramiento de nuestro Colegio.

Por lo anterior, a través de esta comunicación, queremos solicitarle formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de Klasse 6, Miguel Galindo Salazar, su autorización para que el menor haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación académica, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos; que en todo momento será de manera ANONIMA, CONFIDENCIAL y CON EXCLUSIVOS FINES ACADÉMICOS. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

D. Scheuten

DOMINIK SCHEUTEN
Rector
Colegio Alemán Medellín

Carlos J. Echavarría H.

CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

DAS Deutsche Auslandsschulen International

WDA Weltverband Deutscher Auslandsschulen

CORPORACIÓN COLEGIO ALEMÁN - DEUTSCHER SCHULVEREIN
NIT 890.906.574-4 Entidad sin ánimo de lucro, resolución 257 Dic. 18/68
Cra. 61 Nº 34-62 Itagüí - Colombia - PBX (+574) 2818811 - Fax (+574) 3726311
info@colegioalemanmedellin.edu.co www.colegioalemanmedellin.edu.co

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

En calidad de acudientes del estudiante Miguel Galindo Salazar
autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Acudiente del Estudiante

Acudiente del Estudiante

Miguel Galindo S.
Estudiante de Klasse 6
Colegio Alemán Medellín

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, 17 de Octubre de 2017

Estimada Familia: Uribe Arboleda.

Reciban un cordial saludo.

Durante el año 2016 y 2017, en nuestro Colegio contamos con un semillero de Matemáticas orientado por nuestra Profesora Andrea Arcila. Fue orientado con algunos estudiantes de Klasse 6 en el marco de una investigación académica de su licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo *"analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos"*.

Por ser de interés de nuestra institución, hemos dado autorización para su desarrollo y para que oriente decisiones de mejoramiento de nuestro Colegio.

Por lo anterior, a través de esta comunicación, queremos solicitarle formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de Klasse 6, Nicolas Uribe Arboleda, su autorización para que el menor haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación académica, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos; que en todo momento será de manera ANONIMA, CONFIDENCIAL y CON EXCLUSIVOS FINES ACADÉMICOS. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

D. Scheuten
DOMINIK SCHEUTEN
Rector
Colegio Alemán Medellín

Carlos J. Echavarría H.
CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1 8 0 3

DAS Deutsche Auslandsschulen International

WDA Weltverband Deutscher Auslandsschulen

CORPORACIÓN COLEGIO ALEMÁN · DEUTSCHER SCHULVEREIN
NIT 890.906.574-4 Entidad sin ánimo de lucro, resolución 257 Dic. 18/68
Cra. 61 Nº 34-62 Itagüí · Colombia · PBX (+574) 2818811 · Fax (+574) 3726311
info@colegioalemanmedellin.edu.co www.colegioalemanmedellin.edu.co

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

En calidad de acudientes del estudiante Nicolas Uribe Arboleda
autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Nicolás Uribe A.
Acudiente del Estudiante

Acudiente del Estudiante

Estudiante de Klasse 6
Colegio Alemán Medellín

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, 17 de Octubre de 2017

Estimada Familia: Mejía Quintero.

Reciban un cordial saludo.

Durante el año 2016 y 2017, en nuestro Colegio contamos con un semillero de Matemáticas orientado por nuestra Profesora Andrea Arcila. Fue orientado con algunos estudiantes de Klasse 6 en el marco de una investigación académica de su licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo *"analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos"*.

Por ser de interés de nuestra institución, hemos dado autorización para su desarrollo y para que oriente decisiones de mejoramiento de nuestro Colegio.

Por lo anterior, a través de esta comunicación, queremos solicitarle formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de Klasse 6, Tomás Mejía Quintero, su autorización para que el menor haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación académica, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos; que en todo momento será de manera ANONIMA, CONFIDENCIAL y CON EXCLUSIVOS FINES ACADÉMICOS. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

D. Scheuten

DOMINIK SCHEUTEN
Rector
Colegio Alemán Medellín

Carlos J. Echavarría H.

CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

DAS Deutsche Auslandsschulen International

WDA

CORPORACIÓN COLEGIO ALEMÁN · DEUTSCHER SCHULVEREIN
NIT 890.906.574-4 Entidad sin ánimo de lucro, resolución 257 Dic. 18/68
Cra. 61 Nº 34-62 Itagüí · Colombia · PBX (+574) 2818811 · Fax (+574) 3726311
info@colegioalemanmedellin.edu.co www.colegioalemanmedellin.edu.co

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

En calidad de acudientes del estudiante Tomás Mejía Quintero autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Acudiente del Estudiante

Acudiente del Estudiante

Tomás Mejía Quintero
Estudiante de Klasse 6
Colegio Alemán Medellín

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, 17 de Octubre de 2017

Estimada Familia: Montoya Pineda

Reciban un cordial saludo.

Durante el año 2016 y 2017, en nuestro Colegio contamos con un semillero de Matemáticas orientado por nuestra Profesora Andrea Arcila. Fue orientado con algunos estudiantes de Klasse 6 en el marco de una investigación académica de su licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo *"analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos"*.

Por ser de interés de nuestra institución, hemos dado autorización para su desarrollo y para que oriente decisiones de mejoramiento de nuestro Colegio.

Por lo anterior, a través de esta comunicación, queremos solicitarle formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de Klasse 6, Lucas Montoya Pineda, su autorización para que el menor haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación académica, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos; que en todo momento será de manera ANONIMA, CONFIDENCIAL y CON EXCLUSIVOS FINES ACADÉMICOS. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

D. Scheuten

DOMINIK SCHEUTEN
Rector
Colegio Alemán Medellín

Carlos J. Echavarría H.

CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803

DAS Deutsche Auslandsschulen International

WDA Weltverband Deutscher Auslandsschulen

CORPORACIÓN COLEGIO ALEMÁN · DEUTSCHER SCHULVEREIN
NIT 890.906.574-4 Entidad sin ánimo de lucro, resolución 257 Dic. 18/68
Cra. 61 Nº 34-62 Itagüí · Colombia · PBX (+574) 2818811 · Fax (+574) 3726311
info@colegioalemanmedellin.edu.co www.colegioalemanmedellin.edu.co

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, 17 de Octubre de 2017

Estimada Familia: Angulo Mahecha

Reciban un cordial saludo.

Durante el año 2016 y 2017, en nuestro Colegio contamos con un semillero de Matemáticas orientado por nuestra Profesora Andrea Arcila. Fue orientado con algunos estudiantes de Klasse 6 en el marco de una investigación académica de su licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo *"analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos"*.

Por ser de interés de nuestra institución, hemos dado autorización para su desarrollo y para que oriente decisiones de mejoramiento de nuestro Colegio.

Por lo anterior, a través de esta comunicación, queremos solicitarle formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de Klasse 6, Santiago Angulo, su autorización para que el menor haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación académica, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos; que en todo momento será de manera ANONIMA, CONFIDENCIAL y CON EXCLUSIVOS FINES ACADÉMICOS. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

D. Scheuten
DOMINIK SCHEUTEN
Rector
Colegio Alemán Medellín

Carlos J. Echavarría H.
CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

CORPORACIÓN COLEGIO ALEMÁN · DEUTSCHER SCHULVEREIN
NIT 890.906.574-4 Entidad sin ánimo de lucro, resolución 257 Dic. 18/68
Cra. 61 Nº 34-62 Itagüí · Colombia · PBX (+574) 2818811 · Fax (+574) 3726311
info@colegioalemanmedellin.edu.co www.colegioalemanmedellin.edu.co

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

En calidad de acudientes del estudiante Santiago Angulo Mohecha
autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Adriana Mahecha A.
Acudiente del Estudiante

Acudiente del Estudiante

Santiago Angulo
Estudiante de Klasse 6
Colegio Alemán Medellín

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, 17 de Octubre de 2017

Estimada Familia: Caicedo Moreno

Reciban un cordial saludo.

Durante el año 2016 y 2017, en nuestro Colegio contamos con un semillero de Matemáticas orientado por nuestra Profesora Andrea Arcila. Fue orientado con algunos estudiantes de Klasse 6 en el marco de una investigación académica de su licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo *"analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos".*

Por ser de interés de nuestra institución, hemos dado autorización para su desarrollo y para que oriente decisiones de mejoramiento de nuestro Colegio.

Por lo anterior, a través de esta comunicación, queremos solicitarle formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de Klasse 6, David Esteban Caicedo, su autorización para que el menor haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de video, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación académica, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos; que en todo momento será de manera ANONIMA, CONFIDENCIAL y CON EXCLUSIVOS FINES ACADÉMICOS. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

D. Scheuten
DOMINIK SCHEUTEN
Rector
Colegio Alemán Medellín

Carlos J. Echavarría H.
CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

DAS Deutsche Auslandsschulen International

WDA Weltverband Deutscher Auslandsschulen

CORPORACIÓN COLEGIO ALEMÁN · DEUTSCHER SCHULVEREIN
NIT 890.906.574-4 Entidad sin ánimo de lucro, resolución 257 Dic. 18/68
Cra. 61 Nº 34-62 Itagüí · Colombia · PBX (+574) 2818811 · Fax (+574) 3726311
info@colegioalemanmedellin.edu.co www.colegioalemanmedellin.edu.co

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1 8 0 3

En calidad de acudientes del estudiante David Esteban Caicedo Moreno autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

José Alino Caicedo C.
Acudiente del Estudiante

CC 52-779.543
Acudiente del Estudiante

David E. Caicedo
Estudiante de Klasse 6
Colegio Alemán Medellín

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, 17 de Octubre de 2017

Estimada Familia: Pereira Insignares.

Reciban un cordial saludo.

Durante el año 2016 y 2017, en nuestro Colegio contamos con un semillero de Matemáticas orientado por nuestra Profesora Andrea Arcila. Fue orientado con algunos estudiantes de Klasse 6 en el marco de una investigación académica de su licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo *"analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos"*.

Por ser de interés de nuestra institución, hemos dado autorización para su desarrollo y para que oriente decisiones de mejoramiento de nuestro Colegio.

Por lo anterior, a través de esta comunicación, queremos solicitarle formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de Klasse 6, Juan Sebastian Pereira, su autorización para que el menor haga parte de la investigación. Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación académica, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos; que en todo momento será de manera ANONIMA, CONFIDENCIAL y CON EXCLUSIVOS FINES ACADÉMICOS. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

D. Scheuten

DOMINIK SCHEUTEN
Rector
Colegio Alemán Medellín

Carlos J. Echavarría H.

CARLOS JULIO ECHAVARRIA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

DAS Deutsche Auslandsschulen International

WDA

CORPORACIÓN COLEGIO ALEMÁN · DEUTSCHER SCHULVEREIN
NIT 890.906.574-4 Entidad sin ánimo de lucro, resolución 257 Dic. 18/68
Cra. 61 Nº 34-62 Itagüí · Colombia · PBX (+574) 2818811 · Fax (+574) 3726311
info@colegioalemanmedellin.edu.co www.colegioalemanmedellin.edu.co

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

En calidad de acudientes del estudiante Juan Sebastián Pereira Insignares autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Acudiente del Estudiante

Fernando Pereira Paternina

Acudiente del Estudiante

Zoila N. Insignares
CC. 57.442.053

Estudiante de Klasse 6
Colegio Alemán Medellín

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

Silvana Mazo Muñoz.	Carlos J. Echavarría H.
SILVANA MAZO MUÑOZ Docente I. E. COMERCIAL ANTONIO ROLDAN BETANCUR Estudiante Universidad de Antioquia	CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ Orientador práctica pedagógica Docente Universidad de Antioquia.

En calidad de acudientes del estudiante Lizeth Torres Arenas. autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Elizabeth Arenas	Cesar Torres.
Acudiente del Estudiante	Acudiente del Estudiante

Lizeth Torres A.

Estudiante de grado sexto

I. E. Comercial Antonio Roldan Betancur

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

Silvana Mazo Muñoz.

SILVANA MAZO MUÑOZ
Docente
I. E. COMERCIAL ANTONIO ROLDAN BETANCUR
Estudiante
Universidad de Antioquia

Carlos J. Echavarría H.

CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

En calidad de acudientes del estudiante Yised Valería lopez B autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Dary luz Becerra B.
Acudiente del Estudiante

Giovanny Marín
Acudiente del Estudiante

Yised Valeria LopezB.
Estudiante de grado sexto
I. E. Comercial Antonio Roldan Betancur

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1 8 0 3

Bello, 3 de Octubre de 2017

Señor (a)
Diana Restrepo
Richard Palacio
Acudiente (s) de:
Angiellier Palacio Rpo.

Reciban un cordial saludo.

Durante este año y el año pasado, en el semillero de Matemáticas orienté, con algunos estudiantes de grado sexto de la I. E. Comercial Antonio Roldan Betancur, realicé una investigación en el marco de la licenciatura en Educación Básica Matemática de la Universidad de Antioquia.

Esta investigación tiene por objetivo "analizar el desarrollo de procesos de generalización de estudiantes de quinto y sexto grado, a partir actividades orientadoras de enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos". Este trabajo de investigación se titula "Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."

El desarrollo de esta investigación tiene autorización del rector de la Institución Educativa ya mencionada.

A través de esta comunicación, queremos solicitarle, formalmente, en su calidad de acudiente responsable del estudiante de grado sexto, Angiellier Palacio, su autorización para que el menor haga parte de la investigación como sujeto de la misma.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Dicha autorización se hace extensiva para producir algunos registros del estudiante en forma de vídeo, grabaciones, y fotografías, que se generaron en el semillero de matemáticas. De igual forma, se hace extensiva para hacer públicos los resultados de esta investigación, después de la sistematización de los registros y el análisis de los datos. Vale aclarar que el análisis y la divulgación de estos resultados atenderán a las normas éticas legales vigentes en investigación en educación.

Agradecemos su atención y colaboración.

Silvana Mazo Muñoz.

SILVANA MAZO MUÑOZ
Docente
I. E. COMERCIAL ANTONIO ROLDAN BETANCUR
Estudiante
Universidad de Antioquia

Carlos J. Echavarría H.

CARLOS JULIO ECHAVARRÍA HINCAPIÉ
Orientador práctica pedagógica
Docente
Universidad de Antioquia.

En calidad de acudientes del estudiante Richard Palacio autorizamos su participación, según lo dicho arriba en el trabajo de investigación *"Procesos de generalización en estudiantes de quinto y sexto grado, a partir de Actividades Orientadoras de Enseñanza asociadas a patrones o secuencias figúrales mediadas por el uso de artefactos."*

Diana Rpo
Acudiente del Estudiante

Richard Palacio
Acudiente del Estudiante

Angiellier Palacio Rpo
Estudiante de grado sexto
I. E. Comercial Antonio Roldan Betancur

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

ANEXO 3: Formato de inscripción para el semillero de matemáticas

Bello, Septiembre 6 de 2016

DE: RECTORÍA Y COORDINACIÓN ACADÉMICA
PARA: PADRES DE FAMILIA Y ESTUDIANTES GRADO 5
ASUNTO: INSCRIPCIÓN SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

Con el fin de potenciar las habilidades de los estudiantes del grado 5 con talento para las matemáticas, la Institución propone desarrollar un semillero. A través de diversas actividades experimentales y mediante la estrategia Aula-taller los estudiantes serán acompañados en el desarrollo y fortalecimiento de sus destrezas para las matemáticas.

El semillero se llevará a cabo los días Miércoles en el horario de (6:00pm – 7:30pm) y estará dirigido por la profesora Silvana Mazo Muñoz.

Es necesario aclarar que no se trata de una actividad de refuerzo para estudiantes con dificultades, ni una nivelación. Por lo tanto los inscritos deben tener interés y habilidad en el área de Matemáticas.

Los padres de los estudiantes interesados en participar de esta actividad deben llenar el desprendible adjunto y devolverlo el miércoles 7 de septiembre a su respectiva profesora de Matemáticas.

WALTER ZAPATA
Rector

HERNANDO CARDONA
Coordinador

COMUNICADO INSCRIPCIÓN SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

Como padres del estudiantes______________________________________ del grado 5 _____, estamos interesados en que participe del Semillero de Matemáticas que se ofrecerá los Miércoles de 6:00pm – 7:30pm y autorizamos su participación en ella. En constancia de ello y de hallarnos conformes con las condiciones de la actividad suscribimos la presente autorización.

______________________________ ______________________________
NOMBRE DEL PADRE NOMBRE DE LA MADRE

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Facultad de Educación

Bello, Febrero 21 de 2017

DE: RECTORÍA Y COORDINACIÓN ACADÉMICA
PARA: PADRES DE FAMILIA Y ESTUDIANTES GRADO 6
ASUNTO: INSCRIPCIÓN SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

Con el fin de potenciar las habilidades de los estudiantes del grado 6 con talento para las matemáticas, la Institución propone desarrollar un semillero. A través de diversas actividades experimentales y mediante la estrategia Aula-taller los estudiantes serán acompañados en el desarrollo y fortalecimiento de sus destrezas para las matemáticas.

El semillero se llevará a cabo los días Martes en el horario de (11:00am – 12:30m) y estará dirigido por la profesora Silvana Mazo Muñoz.

Es necesario aclarar que no se trata de una actividad de refuerzo para estudiantes con dificultades, ni una nivelación. Por lo tanto los inscritos deben tener interés y habilidad en el área de Matemáticas.

Los padres de los estudiantes interesados en participar de esta actividad deben llenar el desprendible adjunto y devolverlo el jueves 23 de Febrero a su respectiva profesora de Matemáticas.

WALTER ZAPATA
Rector

HERNANDO CARDONA
Coordinador

COMUNICADO INSCRIPCIÓN SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

Como padres del estudiantes____ del grado 6 ______, estamos interesados en que participe del Semillero de Matemáticas que se ofrecerá los Martes de 11:00am a 12:30m y autorizamos su participación en ella. En constancia de ello y de hallarnos conformes con las condiciones de la actividad suscribimos la presente autorización.

____
NOMBRE DEL PADRE

____
NOMBRE DE LA MADRE

COLEGIO ALEMÁN
DEUTSCHE SCHULE MEDELLÍN

Itagüí, julio 26 de 2016

DE: RECTORÍA Y DIRECCIÓN SECCIÓN MITTELSTUFE
PARA: PADRES DE FAMILIA Y ESTUDIANTES KLASSE 5
ASUNTO: INSCRIPCIÓN SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

Con el fin de potenciar las habilidades de los estudiantes de Klasse 5 con talento para las matemáticas, el Colegio Alemán propone desarrollar un semillero. A través de diversas actividades experimentales y mediante la estrategia Aula-taller los estudiantes serán acompañados en el desarrollo y fortalecimiento de sus destrezas para las matemáticas.

El semillero se llevará a cabo los días Miércoles en el horario de ATL (1:35 – 3:10) y estará dirigido por la profesora Andrea Arcila.

Es necesario aclarar que no se trata de una actividad de refuerzo para estudiantes con dificultades, ni una nivelación. Por lo tanto los inscritos deben tener interés y habilidad en el área de Matemáticas.

Los padres de los estudiantes interesados en participar de esta actividad deben llenar el desprendible adjunto y devolverlo antes del lunes 1 de agosto a su respectiva profesora de Matemáticas.

DOMINIK SCHEUTEN
Rector

OSCAR CEBALLOS
Director Sección Mittelstufe

COMUNICADO INSCRIPCIÓN SEMILLERO DE MATEMÁTICAS

Como padres del estudiantes_______________________________________ de Klasse 5 _____, estamos interesados en que participe del Semillero de Matemáticas que se ofrecerá los Miércoles de 1:35 a 3:10 y autorizamos su participación en ella. En constancia de ello y de hallamos conformes con las condiciones de la actividad suscribimos la presente autorización.

____
NOMBRE DEL PADRE

____
NOMBRE DE LA MADRE