



1 8 0 3

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Facultad de Educación

**Desarrollo de competencias y del pensamiento matemático asociados a la  
resolución de problemas**

**JOHN FREDY SÁNCHEZ GONZÁLEZ**

**Asesor**

**JOSE WILDE CISNEROS**

**Magíster en Educación**

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación**

**Básica con Énfasis en Matemáticas**

**Universidad de Antioquia**

**Facultad de Educación**

**Medellín**

**2018**



1 8 0 3

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Facultad de Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
COMITÉ DE PRÁCTICAS PEDAGÓGICA

### Acta de Aprobación de Trabajo de Grado - Pregrado

En la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia se reunieron los profesores **Jose Wilde Cisneros** y **Rubén Darío Borja Tamayo**, en calidad de Jurados del Trabajo de Grado: *Desarrollo de competencias y del pensamiento matemático asociados a la resolución de problemas*, presentado por el estudiante **John Fredy Sánchez González**, del programa de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, quienes realizaron una presentación pública de su Trabajo de grado debidamente aprobado (artículo 25 del Acuerdo 284 de 2012). Una vez terminada la presentación se firmó el acta con la calificación de **APROBADO**, por unanimidad, luego el coordinador de práctica del programa dio a conocer el resultado.

Medellín, 12 de junio de 2018.

**José Wilde Cisneros**

Jurado

**Rubén Darío Borja Tamayo**

Jurado

**Gilberto de Jesús Obando**

Coordinador de Práctica Programa Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas



### Tabla de contenidos

Introducción .....	8
Resumen.....	10
Agradecimientos.....	13
<b>CAPÍTULO I</b> .....	14
Contextualización .....	14
Misión institucional.....	15
Visión institucional.....	15
Planteamiento Del Problema .....	15
Justificación.....	20
Pregunta .....	23
Objetivo general.....	23
Objetivo específico.....	23
<b>CAPÍTULO II</b> .....	24
Marco Teórico .....	24
Enfoque Ontosemiótico (EOS).....	24
Idoneidad epistémica.....	27
Idoneidad ecológica. ....	27
Idoneidad cognitiva. ....	28



## Facultad de Educación

Idoneidad afectiva.....	28
Idoneidad interaccional.....	28
Idoneidad mediacional.....	29
La Resolución de Problemas.....	30
Desarrollo del Pensamiento Matemático.....	31
Pensamiento matemático.....	31
Desarrollo de Competencias y Capacidades.....	32
Componente disciplinar.....	32
Competencias.....	32
Competencias matemáticas.....	33
La competencia matemática de razonamiento.....	34
Habilidades y actitudes.....	35
Justificar o refutar.....	35
<i>Formular hipótesis</i> .....	36
Capacidades.....	36
CAPÍTULO III.....	37
Metodología.....	37
Diseño de la Investigación.....	39
Fase 1.....	39
Fase 2.....	40



## Facultad de Educación

<b>Fase 3.</b> .....	40
<b>Diseño y Análisis de Información</b> .....	40
<b>CAPÍTULO IV</b> .....	43
<b>Análisis de Resultados</b> .....	43
<b>Momento antes de la Intervención: Fase diagnóstica</b> .....	43
<b>Diagnosis del problema.</b> .....	43
<b>Problema 1.</b> .....	44
<b>Análisis epistémico mediante la GROS.</b> .....	45
<b>Problema 2.</b> .....	46
<i>Comentario sobre los elementos lingüísticos identificados.</i> .....	47
<i>Comentario sobre los conceptos identificados.</i> .....	48
<i>Comentario sobre los conceptos identificados.</i> .....	49
<b>Problema2, ítem 2.</b> .....	49
<i>Comentarios sobre los procedimientos identificados por los estudiantes.</i> .....	50
<b>Problema 3.</b> .....	51
<i>Comentarios sobre los elementos lingüísticos identificados.</i> .....	52
<i>Comentarios sobre los procedimientos identificados.</i> .....	52
<i>Conflictos identificados.</i> .....	53
<b>Momento de desarrollo de la práctica pedagógica: Fase de Praxis</b> .....	53
<b>Problema 1.</b> .....	55



## Facultad de Educación

<i>Comentario sobre los conceptos identificados.</i> .....	56
<i>Comentario sobre los elementos lingüísticos identificados.</i> .....	57
<i>Comentarios sobre los procedimientos identificados.</i> .....	58
<i>Comentarios sobre las propiedades identificadas.</i> .....	61
<b>Problema 2</b> .....	61
<i>Comentarios sobre los conceptos identificados.</i> .....	62
<i>Comentarios sobre los elementos lingüísticos identificados.</i> .....	64
<i>Comentarios sobre los procedimientos identificados.</i> .....	65
<b>Momento posterior a la intervención dentro del aula: Análisis comparativo</b> .....	66
<b>Conclusiones</b> .....	70
<b>Recomendaciones</b> .....	71
<b>Referencias</b> .....	73
<b>Anexos</b> .....	76
<b>Anexo 1: Guía diagnóstica presentada al grado sexto</b> .....	76
<b>Anexo 2: Guía presentada en la segunda fase (Praxis)</b> .....	77
<b>Anexo 3: Guía presentada en la segunda fase (Praxis)</b> .....	78

1 8 0 3

### Listado de figuras

<i>Figura 1: Resultados pruebas saber 2016 grado 5° IEPV. Tomado de icfes.com</i> .....	17
<i>Figura 2: Respuesta de un estudiante a la secuencia propuesta</i> .....	18



## Facultad de Educación

Figura 3: Análisis a la respuesta de un estudiante .....	18
<i>Figura 4: Problema de razonamiento geométrico Tomado del libro Olimpiadas del Conocimiento</i>	
2016. U de A.....	19
<i>Figura 5: Respuesta de un niño.....</i>	19
<i>Figura 6: Indicadores de Idoneidad didáctica Godino (2011) pág. 6 .....</i>	26
<i>Figura 7: Problema propuesto en la primera fase .....</i>	44
<i>Figura 8: Respuesta dada por uno de los estudiantes al problema propuesto en la Figura 7 .....</i>	45
<i>Figura 9: Problema propuesto a los estudiantes en la segunda fase.....</i>	46
<i>Figura 10: Respuesta dada por un estudiante al problema propuesto en la Figura 9 .....</i>	47
<i>Figura 11: ítem 2 Problema2 propuesto a los estudiantes en la primera fase. ....</i>	49
<i>Figura 12: Respuesta dada por estudiante al ítem2 problema2.....</i>	49
<i>Figura 13: Problema propuesto a los estudiantes en la segunda fase de la intervención .....</i>	51
<i>Figura 14: Respuesta dada por un estudiante al problema propuesto en la Figura 13 .....</i>	51
<i>Figura 15: Respuesta dada por otro estudiante al problema propuesto en la Figura 13.....</i>	51
<i>Figura 16: Contexto del problema propuesto en la fase II de la intervención pedagógica .....</i>	55
Figura 17: Procedimiento realizado por un estudiante .....	56
Figura 18: Respuesta de un estudiante al problema anterior .....	57
Figura 19: Procedimiento multiplicativo por múltiplos de diez .....	58
Figura 20: Procedimiento de división simplificado mediante uso de calculadora.....	59
Figura 21: Planteamiento para la solución de una regla de tres simple directa .....	60
<i>Figura 22: Problema propuesto a los estudiantes, donde se debe tener en cuenta que un bulto de maíz</i>	
trillado cuesta \$53.583 pesos .....	62
Figura 23: Procedimiento realizado para el problema anterior.....	63



**Facultad de Educación**

Figura 24: Respuesta (argumentativa) dada por el estudiante ..... 64

Tabla 1: Identificación de Elementos lingüísticos ..... 47

Tabla 2: Identificación de Conceptos ..... 48

Tabla 3: Identificación de Procedimientos ..... 48

Tabla 4: Identificación de Procedimientos Problema 2 ..... 50

Tabla 5: Identificación de Propiedades – Problema 2 ..... 50

Tabla 6: Identificación de Objetos Lingüísticos – Problema 3 ..... 52

Tabla 7: Identificación de Procedimientos - Problema 3 ..... 52

Tabla 8: Identificación de Conceptos ..... 56

Tabla 9: Identificación de Elementos Lingüísticos ..... 57

Tabla 10: Identificación de Procedimientos ..... 58

Tabla 11: Identificación de Propiedades ..... 61

Tabla 12: Identificación de Conceptos ..... 62

Tabla 13: Identificación de Elementos Lingüísticos ..... 64

Tabla 14: Identificación de Procedimientos ..... 65



En el presente proyecto de investigación se aborda la resolución de problemas (RP a partir de este momento) como estrategia metodológica para el desarrollo y fortalecimiento de competencias y capacidades asociadas a éste (RP), de forma tal que los estudiantes reconozcan objetos y significados al momento de resolverlos y, a la vez, interpretar otros aspectos de igual relevancia como las disposiciones, habilidades y destrezas que poseen.

La característica fundamental de este tipo de metodología, radica en el análisis minucioso que se realiza bajo el Enfoque Ontosemiótico EOS (Godino, Batanero y Font, 2007) de aquellas interpretaciones que los estudiantes realizan de un problema o situación problema en específico y, mediante la implementación de la Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados GROS, todo los recursos y representaciones que conlleva la resolución de problemas.

Para la realización del presente proyecto fue necesario estudiar la población estudiantil del grado séptimo de la Institución Educativa Prados Verdes de la ciudad de Medellín en el año 2017; para lo cual fue indispensable analizar los resultados de pruebas nacionales (Pruebas Saber 5) del año 2015 en las que se evidenciaron debilidades en el componente de resolución de problemas. Además, de los procesos de observación y diagnóstico llevados a cabo durante el primer seminario de Práctica Pedagógica en el semestre 2016-2 donde fue notorio el poco contacto que los estudiantes tiene con el desarrollo de este componente (resolución de problema) y más con el fortalecimiento de ejercitación de procedimientos.

De esta manera, se parte para realizar intervenciones en el aula y empezar a familiarizar a los estudiantes con nuevas estrategias metodológicas que involucraban la solución de problemas



cotidianos y que, como se mencionará más adelante, no tienen un algoritmo ni responden a un orden específico para llegar a una respuesta, sino que, por el contrario, podemos identificar diversos caminos sustentados en procesos matemáticos que conducen a una misma respuesta.

El proyecto de investigación es fundamentado en el EOS, luego no podemos aislar lo que implica el aprendizaje y es el desarrollo de otras capacidades y competencias que se asocian con la resolución de problemas; hablamos entonces del desarrollo de competencias tales como: comunicativas y capacidades lingüísticas, razonamiento lógico y la capacidad de pensamiento matemático, interpretativas y la capacidad de análisis de conjeturar, etc.

Ahora bien, la pregunta de investigación gira en torno a ¿Cómo la resolución de problemas permite el desarrollo de competencias básicas, genéricas y específicas? Para lo cual el principal objetivo de trabajo consiste en el desarrollo de estas competencias las cuales se encuentran asociadas a otros factores, como ya se ha mencionado, y a la resolución de problemas. El proyecto de investigación está dividido en cuatro capítulos que muestran el proceso y el desarrollo del mismo: el capítulo 1, contextualiza a la población, sus principales características y los resultados de la fase de observación y diagnóstico. El capítulo 2, muestra el contenido teórico y epistemológico que circunda la investigación, haciendo énfasis en la resolución de problemas, el EOS y la GROS. El capítulo 3, describe los procesos metodológicos llevados a cabo. El capítulo 4, muestra los análisis del que se realizó durante los tres semestres de práctica y finalmente las conclusiones y consideraciones a modo de sugerencia para fortalecer la enseñanza de la matemática en el grado séptimo en la Institución Educativa Prados Verdes.



### Resumen

El presente proyecto de investigación se fundamentó en la identificación y desarrollo de competencias y capacidades asociadas a la resolución de problemas en los estudiantes del grado séptimo de la institución educativa Prados Verdes, mediante el reconocimiento de objetos y significados que otorga la GROS (Guía para el reconocimiento de objetos y significados) para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático.

El proceso de investigación se dividió en tres fases: La primera fase llamada Diagnósis: en esta fase se diseñaron actividades con las que se pudiera realizar un análisis detallado de las estrategias y lenguajes que los estudiantes utilizan ante una situación problema. La segunda recibió el nombre de praxis: es aquí donde se logró hacer una intervención en el aula y diseñar unidades didácticas que permitieran a los estudiantes desarrollar competencias (la comunicación, el razonamiento, el pensamiento matemático). Y la tercera fase llamada análisis: en ésta, se profundizó en aquellos aspectos que suponían una red de significados. Estamos hablando de los procesos rigurosos de análisis en los que se reconocieron e identificaron las particularidades en la escritura y las simbologías que los estudiantes desarrollaban para resolver problemas.

El trabajo estuvo enmarcado, bajo una metodología cualitativa El proyecto se centró en la investigación cualitativa (Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K., 2007), la cual permite analizar, describir e interpretar las competencias que manifiestan los estudiantes en la resolución de problemas, estableciendo así la pregunta: ¿Cómo la resolución de problemas permite desarrollar competencias básicas (comunicativa y tratamiento de la información), genéricas (comunicativa-oral, crítica) (razonamiento) y específicas (razonamiento lógico) que permita favorecer el



desarrollo del pensamiento matemático, en los estudiantes del grado séptimo de la IE Prados

Verdes?

Se llega a la conclusión que hay factores que motivan a que un estudiante quiera aprender matemáticas y que, además, la resolución de problemas genera espacios de pensamiento donde los estudiantes se sienten intrigados y como tal, proponen, argumentan, discuten, dudan, pero, sobre todo, aprenden y comprenden y desarrollan el pensamiento matemático.

**Palabras clave:** Enfoque Ontosemiótico, GROS, Resolución de problemas, competencias, capacidades.

### **Abstract**

This research project was based on the identification and development of skills and abilities associated with the resolution of problems in the seventh grade students of the Prados Verdes educational institution, through the recognition of objects and meanings granted by the GROS (Guide for the recognition of objects and meanings) to favor the development of mathematical thought.

The research process was divided into three phases: The first phase called Diagnosis: in this phase activities were designed with which a detailed analysis of the strategies and languages that students use in a problem situation could be made. The second received the name of praxis: it is here that an intervention was made in the classroom and design teaching units that allowed students to develop competences (communication, reasoning, mathematical thinking). And the third phase called analysis: in this one, it was deepened in those aspects that supposed a network of meanings. We are talking about the rigorous processes of analysis in which the particularities in writing and the symbolologies that students developed to solve problems were recognized and identified.



## Facultad de Educación

The work was framed, under a qualitative methodology. The project focused on qualitative research (Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K., 2007), which allows analyzing, describing and interpreting the competencies that manifest students in solving problems, thus establishing the question: ¿How problem solving allows to develop basic competences (communicative and information processing), generic (communicative-oral, critical) (reasoning) and specific (logical reasoning) that allows favoring the development of mathematical thinking, in seventh grade students of the IE Prados Verdes?

It is concluded that there are factors that motivate a student to learn mathematics and that, in addition, problem solving generates spaces of thought where students are intrigued and as such, propose, argue, argue, doubt, but, above all, they learn and understand and develop mathematical thinking.

**Key words:** Ontosemiotic Approach, GROS, Problem solving, competences, capacities.



### Agradecimientos

Agradecer es un acto tan puro que es sencillo hacerlo cuando se es consciente de ello. Haría una inmensa lista de aquellas personas que han acompañado mi proceso de formación como docente en matemáticas, pero no tengo tan buena memoria. Sin embargo, comenzaré por reconocer el esfuerzo de una mujer talante, esmerada, desinteresada y muy enorgullecida, mi madre; me sobran las palabras para relatar sus grandes esfuerzos y su apoyo incondicional, pero me basta con saber que puede disfrutar de este gran logro conmigo.

He tenido grandes maestros que me enseñaron cómo ser una persona en la que los demás pueden reflejarse, a ellos debo todo lo que aprendí por este corto tiempo que pasé en la universidad. Al docente José Wilde Cisneros, por orientar y asesorar cada proceso por el que atravesó el presente proyecto, ya que siempre estuvo presente en cada una de las fases de desarrollo del trabajo.

Y claramente, la Universidad de Antioquia, institución que durante cinco o seis años me recibió en sus espacios e hicieron de mí un excelente docente de matemáticas.

A cada uno de ellos debo mi profesión, mi oficio y lo que ahora soy. Muchas gracias.

*“Siempre hay que encontrar el tiempo para agradecer a las personas que hacen una diferencia en nuestras vidas”. — John F. Kennedy*

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### CAPÍTULO I

#### Contextualización

La Institución Educativa Prados Verdes, espacio en el cual realizó la práctica pedagógica, se encuentra en un sector de estrato socioeconómico 4 y 5. Ubicado en el centro de la ciudad (comuna 10 La Candelaria), cercano a la estación Prado del Metro. Una institución de carácter Privado, con un sistema educativo semi-personalizado (Los grupos no superan los 16 estudiantes, lo que permite una mejor apropiación de las temáticas y una debida articulación de los significados dados a los objetos matemáticos en los cuales presentan algún tipo de dificultad en la aprehensión de los contenidos.)

Los estudiantes que se encuentran en procesos de formación académica en la institución, pertenecen a familias con un estrato socioeconómico 4, 5, o 6; lo que da una perspectiva clara en cuanto a la obtención de recursos para la sostenibilidad en el aspecto económico.

La planta de docentes cuenta con profesionales en las distintas áreas del saber específico. En relación con al área de matemáticas, la docente encargada en los grados Preescolar y primero, es una docente licenciada en Pedagogía infantil; el docente en cargo de segundo, tercero y los grados de octavo a undécimo es un estudiante en décimo nivel de profesionalización (Licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas) y en los grados cuarto, quinto, sexto y séptimo una docente graduada en Administración de Empresas e informática.



## **Facultad de Educación** **Misión institucional.**

La Institución Educativa Prados Verdes tiene como misión la formación integral de los educandos de los niveles preescolar, básica y media, a través del modelo crítico-social con procesos pedagógicos basados en la literatura, la investigación y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) para posibilitar en los estudiantes el fortalecimiento de sus valores, a apropiación de los referentes de investigación y el desarrollo de proyectos en ciencia y tecnología, en pro del fortalecimiento de las dimensiones del desarrollo del ser humano, constituyéndolo en un ser polivalente capaz de ser líder en el entorno donde se desempeñe.

### **Visión institucional.**

La Institución Educativa Prados Verdes en el 2020 a través de la implementación del su PEI, se habrá posicionado como un referente educativo que desarrolla una propuesta educativa de innovación en cuanto a literatura, ciencia y tecnología con apropiación de una cultura literaria, investigativa y con el uso de las TIC, liderando el desarrollo de emprendimientos significativos entre estilos y lenguajes de comunicación e investigación en pro de los seres humanos con competencias ciudadanas y de comunicación en sus desempeños que aporten para que Colombia sea un mejor país.

### **Planteamiento Del Problema**

En Colombia se ha evidenciado en los Estándares Básicos en Competencias Matemáticas (2006) (Ministerio de Educación Nacional (MEN)) la forma de relacionar los fines y metas de la educación en términos de las competencias que deberían desarrollar los estudiantes al término de cada grado escolar. Este interés también se pone de manifiesto en proyectos como PISA (OCDE, 2005); y en los currículos de varios países como Canadá (Ministerio de Educación de Ontario,



2005; Scallon, 2004), Perú (Ministerio de Educación de Perú, 2001), o Portugal (Abrantes, 2001), donde las competencias son el marco orientador del sistema educativo. En cada país, los objetivos de la educación se enuncian en términos de las capacidades o competencias que sería deseable que los niños y niñas desarrollaran a lo largo del proceso educativo.

Se entiende “competencia matemática general referida a las capacidades de los estudiantes para razonar y comunicar eficazmente analizar, cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones” (Rico, 2006, p. 276). En este sentido, favorecer el fortalecimiento de las competencias, comunicativa – ejercitación de procedimientos – razonamiento lógico, que deben adquirir los estudiantes, enriquece y afianza los objetos matemáticos que ayudan al desarrollo de pensamiento; además de fortalecer tal capacidad, conceden al estudiante la posibilidad de pensar matemáticamente Alsina (2006).

Si bien los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) hacen una propuesta de la resolución y planteamiento de problemas, en la Institución Educativa Prado Verdes se presentan carencias focalizadas en el desarrollo de los contenidos y en la aplicación de tareas, ello debido a que el rol del maestro en el aula refleja poca fomentación de la competencia como tal, se limita a la ejercitación cíclica de procedimientos y algoritmos y en ocasiones a la aplicación de modelos funcionales (fórmulas matemáticas). Esta práctica resulta inconveniente para desarrollar habilidades, la poca comprensión de los objetos matemáticos y destrezas asociadas al razonamiento lógico-matemático. En este sentido, Polya (1968) afirma que “limitar la enseñanza de la Matemática a la ejecución mecánica de operaciones rutinarias es colocarla al nivel de un manual de instrucciones” p. 86

**Facultad de Educación**

Lo anterior se puede evidenciar, en los resultados que muestran las pruebas SABER

ICFES, para los estudiantes del grado 5° 2016



*Figura 1:* Resultados pruebas saber 2016 grado 5° IEPV. Tomado de icfes.com

La figura 1 muestra el registro de los resultados por competencias, donde la resolución de problemas no es un aspecto fuerte a marcar dentro de los resultados.

Por nuestra parte, en el marco de la práctica profesional se realizó una prueba diagnóstica (Ver anexo 1) en la cual se evalúa el componente resolución de problemas y los procesos de pensamiento matemático de los estudiantes.

En la figura 2 se plantea un problema el cual hace referencia a la búsqueda de patrones en números, los estudiantes sitúan los números en los rectángulos.



¿Qué números corresponden a las posiciones 1,3 y 5?

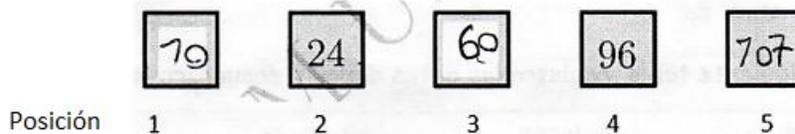


Figura 2: Respuesta de un estudiante a la secuencia propuesta

Se evidencia que el estudiante, no reconoce la formación del patrón numérico que se le pide; la figura 3 muestran los argumentos dados por el estudiante:

1A lo divide y lo multiplica  
 Bse encuentra en su misma tabla  
 C corresponde en su primer espacio  
 Para sumar de 2 en 2

Figura 3: Análisis a la respuesta de un estudiante

El estudiante analiza, razona y comunica un resultado, enunciando los objetos matemáticos suma y multiplicación. No obstante, el proceso para obtener un patrón numérico usado como herramienta para desarrollar el razonamiento algebraico, centrándose en la predicción del siguiente o anterior elemento en un conjunto ordenado, es poco apropiado, debido a que no logra establecer relaciones numéricas ni realiza un análisis de la situación, pues es claro que intenta multiplicar el número de la posición por otro número que se acomode. Claro ejemplo de esto es cuando en la primera posición ubica al 10 o en la tercera posición que ubica al 60.



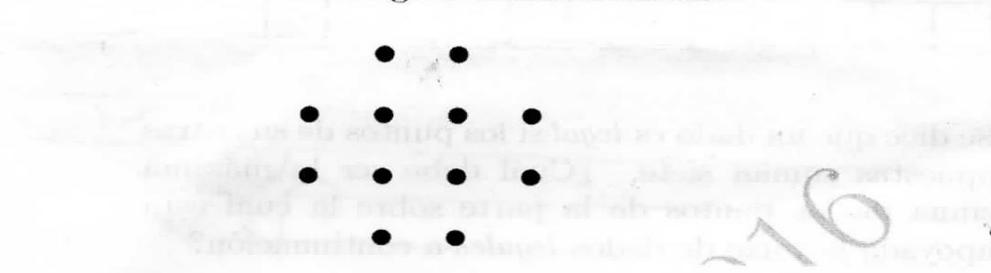
**Facultad de Educación**

Además, no tiene muy clara la noción o la concepción de secuencia y por ende “juega” con las posiciones.

Sus argumentos son poco válidos para justificar un procedimiento algorítmico con la operación suma o división. Se basan en simples suposiciones. No logra expresar el porqué de sus respuestas y solo sintetizar a modo de ensayo y error.

Un segundo problema se muestra en la figura 4

Doce puntos se marcan en una parrilla rectangular como se muestra en la figura a continuación:



- a) ¿Cuántos cuadrados se pueden formar?
- b) ¿Cuántos rectángulos se pueden formar?

Figura 4: Problema de razonamiento geométrico Tomado del libro Olimpiadas del Conocimiento 2016. U de A

Un estudiante dio la siguiente respuesta:

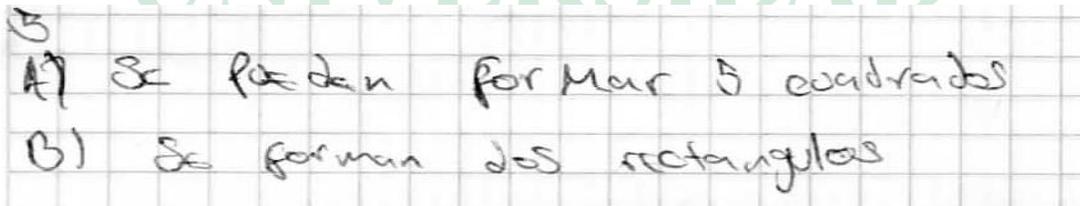


Figura 5: Respuesta de un niño



## Facultad de Educación

Los estudiantes, se forman modelos mentales de la situación y no los representan externamente en los diferentes registros (simbólicos, gráficos); se observa pocas posibilidades para transformar una representación de un objeto matemático en otra, de tal forma que estas transformaciones permitan nuevos tratamientos para la construcción de una solución. A los estudiantes se les dificulta integrar el razonamiento en tanto poseen pocos argumentos para expresar las ideas matemáticas y transformarlas en diferentes registros, justificar el análisis realizado y dar validez a los resultados obtenidos, por lo tanto, no hay un desarrollo eficaz del pensamiento matemático.

Para el presente trabajo se tendrá en cuenta el desarrollo de las competencias (razonamiento, comunicación, interpretativa) desde la concepción de un contenido específico que los estudiantes deben fortalecer en el trascurso de la educación primaria y secundaria, tal y como lo plantean los Estándares Básicos en Competencias Matemáticas al afirmar que la formulación y resolución de problemas permite desarrollar capacidades de pensamiento en el estudiante (MEN, 2006).

### **Justificación**

Diversos estudios (Escudero, 1999; Abrantes, 1996; Polya, 1945; De Guzman, 1984; Santos, 1997; Schoenfeld, 1985; Villarreal, 2001; Villarreal, 2001) informan sobre la importancia que tiene la resolución de problemas sobre el desarrollo del pensamiento matemático y del rol fundamental que desempeña en el proceso de enseñanza y aprendizaje, así, la resolución de problemas es asumida por los maestros como guía de enseñanza y por los estudiantes como fuente de aprendizaje para desarrollar diferentes formas de pensamiento.



Godino, Batanero y Font (2007) indican que el (EOS) articula diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático y la instrucción matemática, con la asignación de un rol fundamental a la actividad de resolución de problemas. Castro, Godino y Rivas (2011) afirman que “se ha introducido la noción de configuración de objetos y significados como un recurso para describir los conocimientos matemáticos puestos en juego en la resolución de un problema matemático” (p. 5). El recurso al cual se hace mención, se conoce como Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS), herramienta que permite ampliar los conceptos, procedimientos, propiedades y argumentos, asociados a dar sentido y significado a los objetos matemáticos en la resolución de problemas y cómo esto se articula a las distintas competencias.

La resolución de problemas cumple un papel fundamental en el proceso de enseñanza-aprendizaje, dicha actividad es asumida por los maestros como guía de enseñanza, y por los estudiantes como fuente de aprendizaje; en este sentido, se debe establecer que la resolución de problemas se constituyen como un contenido y una actividad que los estudiantes deben desarrollar a lo largo de su proceso académico (Nieto & Cárdenas Lizarazo , 2013)

Por otro lado, los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (MEN, 1998) plantean que la resolución de problemas debe verse como un eje central en el currículo de matemáticas, en la medida que logre permear cada objeto y dotar de contextos y herramientas estratégicas que conlleven a un objetivo en cuanto comprender y dotar de sentido y significado a los objetos matemáticos que subyacen en la resolución de problemas.

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) uno de los procesos generales que se deben desarrollar en el área de matemáticas, es la resolución de problemas, la



## Facultad de Educación

cual permite a partir de “situaciones de la vida cotidiana identificar y establecer relaciones entre sus componentes y con situaciones semejantes, formarse representaciones mentales y representarlos en diferentes registros” (MEN, 2006, p.51). A partir de diferentes registros, tanto gráficos como simbólicos aritméticos o algebraicos, se permite integrar los distintos pensamientos asociados a la actividad resolución de problemas en tanto se exige precisar argumentos que justifiquen los procesos y la validez de las soluciones obtenidas.

“Todas estas dimensiones se entrelazan claramente con una noción amplia de competencia como conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio-afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (MEN, 2006, p.49)

De igual manera, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) plantean:

Se hace necesario pasar de una enseñanza orientada sólo hacia el logro de objetivos específicos relacionados con los contenidos del área y hacia la retención de dichos contenidos, a una enseñanza que se oriente a apoyar a los estudiantes en el desarrollo de competencias matemáticas, científicas, tecnológicas, lingüísticas y ciudadanas (MEN, P. 48).

Asimismo, en los Lineamientos Curriculares en Matemáticas (1988) se aprecia las relaciones existentes entre cultura y las matemáticas, allí se expone que “se reconoce hoy el contexto cultural como elemento importante que puede proveer al individuo de aptitudes, competencias y herramientas para resolver problemas y para representar las ideas matemáticas” (MEN, p.15)

Se manifiesta que una determinada cultura puede desarrollar más significativamente algunas de las tareas de la matemática, como en las dimensiones de la comprensión que se incluye no sólo los contenidos y sus estructuras conceptuales, sino que se proponen los aspectos



## Facultad de Educación

relacionados con los métodos y con las formas de expresar y comunicar lo comprendido y su relación con la praxis cotidiana.

### Pregunta

¿Cómo la resolución de problemas permite desarrollar competencias básicas (comunicativa y tratamiento de la información), genéricas (comunicativa-oral, crítica) (razonamiento) y específicas (razonamiento lógico) que favorezca el desarrollo del pensamiento matemático, en los estudiantes del grado séptimo de la IE Prados Verdes?

### Objetivo general

Desarrollar competencias matemáticas básicas, genéricas y específicas asociadas a las habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas por medio de la GROS, cuando los estudiantes resuelven problemas, para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático.

### Objetivo específico.

Implementar la guía GROS como una estrategia que permite analizar e interpretar el significado que otorgan los estudiantes a los objetos matemáticos en el desarrollo de competencias que favorezca el desarrollo del pensamiento matemático.



### CAPÍTULO II

#### Marco Teórico

En este capítulo presentamos y desarrollamos las ideas que dan sustento al proyecto que planteamos al inicio. En la primera parte hacemos una síntesis del modelo teórico sobre el conocimiento y la instrucción matemática propuesta por el EOS, de la herramienta GROS, de las competencias básicas matemáticas, genéricas y específicas, habilidades, actitudes, la cognición y la comprensión. En la segunda parte emprendemos la resolución de problemas y su importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Y en la tercera parte afrontamos el concepto de competencia desde lo interpretativo, propositivo y lo argumentativo, con el fin de desarrollar y fortalecer la resolución de problemas.

#### **Enfoque Ontosemiótico (EOS)**

Godino y Batanero (1994) emprendieron la tarea de fundamentar las bases de un modelo ontológico, epistemológico y cognitivo inherente al conocimiento matemático sobre pilares antropológicos y semióticos para tratar de responder qué es un objeto matemático y cuál es su significado. Para ello inician definiendo las nociones de práctica matemática, la cual es constitutiva del pensamiento matemático en la forma en que el sujeto piensa y conoce los objetos matemáticos, referente al significado en tanto no solo orienta la actividad resolución de problemas, sino que le imprime cierta forma. Las prácticas institucionales y personales, objeto institucional y personal, significado de un objeto institucional y personal, conocimiento y comprensión del objeto. Igualmente, imprimen el rol principal que se atribuye a la actividad de



resolución de problemas y los supuestos pragmáticos y realistas sobre el significado de los objetos matemáticos que emergen durante la actividad matemática.

La emergencia de objetos matemáticos se relaciona con la adaptación de situaciones que le permiten al estudiante una mejor comprensión de los contenidos. Godino (2012) establece que según la Teoría de las Situaciones Didácticas se asume que, para cada objeto matemático, existe una situación matemática cuya resolución da origen y sentido a dicho objeto y, por tanto, el aprendizaje por parte del estudiante debe partir de situaciones o adaptaciones apropiadas de los mismos objetos. Dando respuesta inmediata a las exigencias curriculares de pensarse nuevas estrategias que vayan vinculadas con los objetivos de la educación matemática.

En este orden de ideas, el EOS permite dotar de significados a los objetos matemáticos en la medida en que estos emergen a partir de prácticas matemáticas y además, admite entrever aspectos cognitivos y cognoscitivos ligados al análisis institucional y personal. Gascón (2018) plantea que las dimensiones cognitivas y cognoscitivas se derivan o son dependientes de la didáctica matemática y de las adaptaciones curriculares que se puedan hacer de ella.

Por otro lado, hablamos del carácter de idoneidad didáctica la cual permite como proceso de instrucción la adaptación de significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos (enseñanza) Godino (2011) plantea que dicha idoneidad se debe interpretar según el contexto y los recursos disponibles.

Lo anterior supone la articulación coherente y sistémica de seis facetas o dimensiones  
Figura 6 (Godino, 2011, pág. 6)

## Facultad de Educación

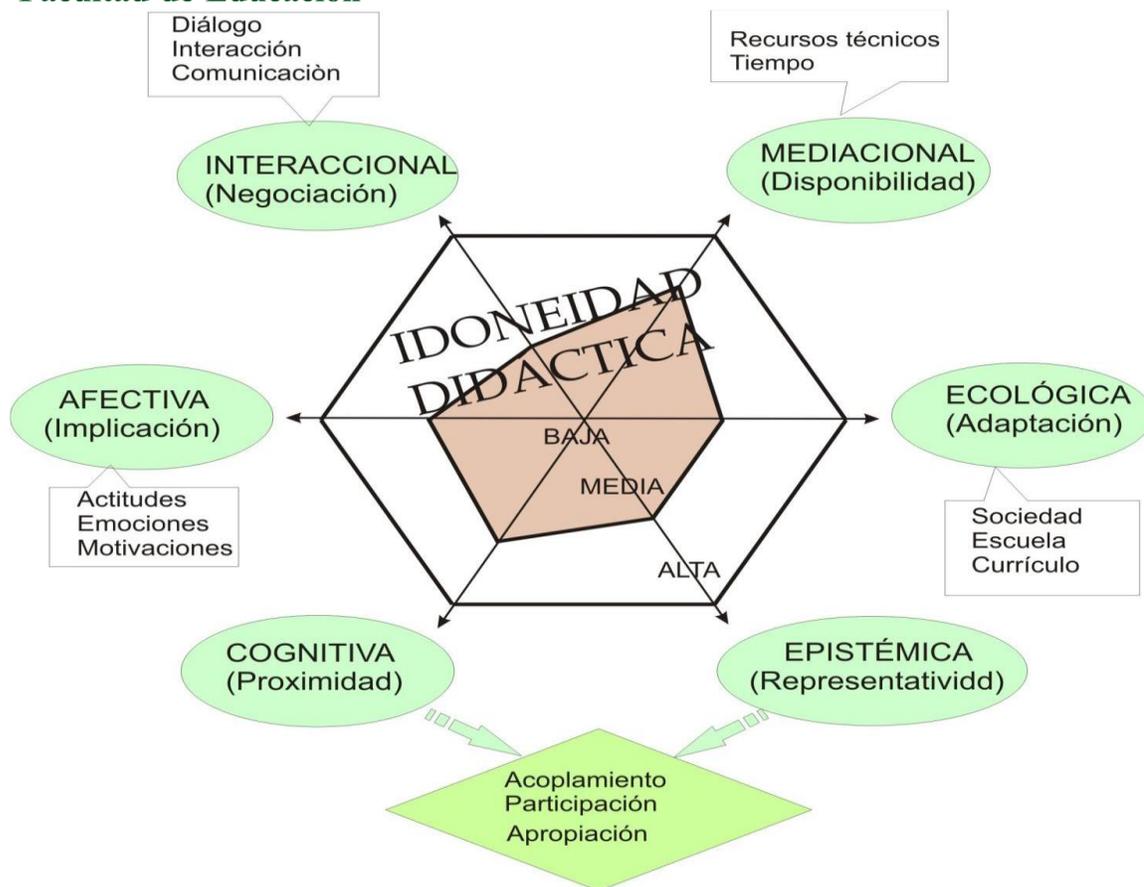


Figura 6: Indicadores de Idoneidad didáctica Godino (2011) pág. 6

Cuando se habla de idoneidad didáctica, se hace referencia a las intervenciones que son efectivas dentro del aula, donde se tienen en cuenta ciertos criterios o dimensiones específicas al momento de vincularlo con el currículo de áreas del conocimiento (matemáticas en este caso). Por su parte, Godino, Batanero y Font (2007) plantean que la idoneidad didáctica es la articulación coherente y sistémica de seis componente (Epistémico, cognitivo, interaccional, mediacional, afectivo y ecológico) con el currículo, las cuales al interior del aula aparte que puede aportar elementos y significados para la elaboración de una teoría del diseño instruccional, permite una valoración del proceso de enseñanza y aprendizaje que se lleva a cabo, tanto en el aula como en otros ambientes.



## Facultad de Educación Idoneidad epistémica.

Hablar de una idoneidad epistémica, como lo sugiere el EOS, es dedicar especial atención a las diversas representaciones o medios de expresión que los estudiantes suelen hacer de los objetos matemáticos tratados en el aula de clase con el propósito que realicen conjeturas o apreciaciones de forma argumentativa. El significado no puede identificarse solamente con una representación, ello puede reducir el aprendizaje y el pensamiento matemático a una sola coordinación, por esto, las diferentes representaciones deben ser coordinaciones de cuantiosas representaciones con denotaciones distintas, ello implica el favorecimiento del pensamiento matemático. En este sentido, se identifican componentes e indicadores propios de idoneidad epistémica que permiten una mejor apreciación sobre la operatividad de la misma (Lenguaje, argumentación, relaciones, situaciones problemas y reglas)

### **Idoneidad ecológica.**

Se habla de una idoneidad ecológica en la medida que un plan de acción para la enseñanza de la matemática resulta ser el adecuado para el entorno en el que se encuentra el estudiante. Esto quiere decir que el entorno lo comprenden aquellos espacios donde el sujeto se relaciona fuera del aula, es decir, aquellos parámetros definidos en la sociedad, en la escuela y, por qué no, también dentro del aula. En esta fase de la idoneidad didáctica hacemos especial mención a las relaciones que se pueden presentar entre las matemáticas y otros espacios de formación. Así, se constituye un indicador de la idoneidad ecológica, la conexión del contenido matemático con otras áreas curriculares de formación académica.



## Facultad de Educación Idoneidad cognitiva.

En esta fase de la idoneidad didáctica se habla de la pertinencia de los contenidos que se enseñan a los estudiantes, es decir, permiten un desarrollo potencial de las capacidades comunicativas mediante los significados que se logran construir a través de la participación efectiva generada en el aula. Supone, además, un proceso progresivo entre los saberes previos y los que se forman a medida que son implementados los nuevos contenidos. Así, el desarrollo del pensamiento se favorece no solo con la verbalización sino también a partir de procesos de interacción, la cual posibilita conocer los diferentes significados de los objetos matemáticos involucrados en la actividad, además, de reconocer algunas justificaciones que posibilitan la asignación y articulación de sentido al objeto puesto en escena.

### **Idoneidad afectiva**

Cuando un estudiante se enfrenta a una situación problema, no solamente pone en escena sus conocimientos en matemáticas o la capacidad de resolverlo, también logra movilizar sus creencias, actitudes y emociones. Por eso, esta fase constituye un elemento muy importante en la resolución de problemas, en la medida que condiciona, en menor o mayor proporción, la solución requerida para el problema propuesto.

### **Idoneidad interaccional.**

Las distintas interacciones que suscita el aula de clase (estudiante – docente o estudiante – estudiante) y las diferentes comprensiones y aportaciones acerca de un objeto matemático definido, genera una mayor asimilación de contenidos. Es aquí donde se define la enseñanza de la matemática como una actividad social que provoca en cada uno de los actores una serie de



reflexiones a partir de lo que aporta los demás y de esta manera dar cabida a la asimilación y comprensión de procesos más elaborados o de mayor complejidad.

### **Idoneidad mediacional.**

En las anteriores facetas se ha hablado de los diferentes actores dentro del proceso de enseñanza, es pues, disposición de la idoneidad mediacional mencionar indicadores relevantes acerca de las adecuaciones de los diversos recursos que conllevan el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. Es decir, entrar en la discusión y considerar las relaciones que se establecen entre docentes y estudiantes, además del tiempo que es asignado a los procesos de formación como tal.

En este orden de ideas, las facetas más adecuadas para el desarrollo de las competencias mediadas por la resolución de problemas son aquellas en las que los aspectos relacionales entre docentes y estudiantes se constituyen como factor determinante durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. Las facetas a las que se hace alusión son: La idoneidad epistémica en la medida que son asignados significados a los objetos matemáticos de acuerdo al contexto, que a su vez está relacionado con la idoneidad mediacional y la idoneidad cognitiva que, establece las relaciones entre el currículo y las potencialidades de desarrollo del pensamiento del estudiante.

Ahora bien, dentro del proyecto que estamos realizando, es propio identificar a qué tipo de idoneidad podemos hacer referencia y cómo se ve reflejada intrínsecamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se habla de una idoneidad cognitiva que adecua los contenidos a las capacidades que pudiera desarrollarse dentro de la resolución de problemas por parte de los estudiantes, idoneidad epistémica y mediacional que vincula los significados que emergen en la labor con conceptos matemáticos y cómo se relacionan desde la cotidianidad.



## Facultad de Educación La Resolución de Problemas

Para los fines de este proyecto de investigación, la resolución de problemas será vista como una estrategia metodológica, en la medida que es considerada como una herramienta que moviliza el pensamiento y desarrolla capacidades de razonamiento. Lo que conlleva a desarrollar capacidades subyacentes (pensamiento lógico y creativo). Trigo (2007) plantea que la resolución de problemas permite al estudiante, continuamente, desarrollar diversas habilidades en su aprendizaje matemático. Igualmente, permite el estudio y la comprensión de las nociones de objetos matemáticos y significados que incluye los símbolos, las representaciones, las gráficas, los términos y las expresiones matemáticas; los conceptos matemáticos, los procedimientos, las operaciones y los algoritmos; las propiedades y los argumentos que pueden ser justificaciones, demostraciones o pruebas de las proposiciones, propuestos en todo problema matemático.

Por otro lado, se tiene que la resolución de problemas de un grado elevado de complejidad, o los llamados problemas difíciles, permiten al estudiante pensar matemáticamente. Según Schoenfeld (1985) lo difícil hace referencia a que, en una situación en la que su solución no es inmediata, el éxito de éste depende de los conocimientos y de las habilidades previas que disponga el estudiante. Todo esto atiende a las exigencias que el docente pretenda exteriorizar de los estudiantes por medio del uso de problemas. Además, Polya (1966) muestra cómo el bastimento de situaciones problemas por parte del docente, pueden ser aprovechadas con el fin de permitirle al estudiante un aprendizaje matemático.

Asimismo, el papel que desempeña el docente, durante el proceso de enseñanza y aprendizaje y mediante la utilización de problemas que logran vincular los objetos matemáticos



en cuestión, depende de cómo él logre guiar dicho proceso. Pues tiene la tarea de promover y movilizar el desarrollo de conocimiento matemático inmerso en las situaciones problema que se plantean. En este sentido, Chevallard (1991) afirma que el aula de clase debe ser una micro-sociedad científica que permita movilizar el pensamiento y las capacidades de razonamiento alrededor de la resolución de problemas con el principal fin de generar conocimiento significativo.

No obstante, es importante resaltar que en las estrategias que Polya plantea en su libro “*How to solve it*” no se hace una definición puntual de lo que es realmente un problema. Sin embargo, en su libro “*Mathematical Discovery*” (1961) logra definir los problemas como situaciones que suscitan la búsqueda de acciones propias que conllevan a la solución del problema que no se resuelve de forma inmediata.

Ahora bien, cuando se habla de qué es un problema, se hace referencia a aquellas situaciones que representan un reto para el estudiante, que no poseen una solución inmediata y se debe recurrir a otro tipo de estructuras algorítmicas para darle solución.

### **Desarrollo del Pensamiento Matemático**

#### **Pensamiento matemático.**

Antes de definir someramente en qué consiste el pensamiento matemático, es importante reconocer que este no es propio de una sola dimensión del pensamiento. El pensamiento matemático abarca más allá de las comprensiones que se dan a nivel cognitivo; abarca dimensiones concretas. Ernest (1999) plantea que el conocimiento y el pensamiento matemático comprende



## Facultad de Educación

aquellas dimensiones donde los sujetos puedan realizar cálculos, resolver problemas, modelar situaciones y aplicaciones del mismo.

El pensamiento matemático, como se ha mencionado, va más allá de lo explícito y está ligado a las situaciones particulares con las que el sujeto haya tenido un acercamiento. Con estas experiencias se formaliza el conocimiento y el pensamiento matemático emerge de forma, casi inmediata.

Además, el conocimiento constituye un referente de control y dominio, socialmente hablando. *“To have knowledge is to have the power to give a successful performance”* (Ayer, 1956) El aula de clase es un símil del comportamiento de una sociedad medianamente organizada, aquellos sujetos que desarrollen habilidades en matemáticas, suponen un referente para aquellos que no lo son, por tanto, constituye en una motivación para mostrar mejorías en el área.

## Desarrollo de Competencias y Capacidades

### Componente disciplinar.

#### *Competencias.*

La noción de competencia se relaciona con el saber hacer en diferentes contextos, incluida en el aula de clase; los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006), que se basan en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, Novak y Gowin (1968) y a la teoría del aprendizaje para la comprensión de Perkins, Gardner, Wiske (1999), definen la competencia como: “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el

desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retos” (p.49).

La UNESCO citada por Argudín (2001) define competencia como “el conjunto de comportamientos socio afectivos y habilidades cognoscitivas, psicológicas, sensoriales y motoras que permiten llevar a cabo adecuadamente un desempeño, una función, una actividad o una tarea” (p. 12).

Ambas definiciones abordan las dimensiones sociales, psicológicas, afectivas, cognitivas y físicas del ser humano, aspectos que se deben tener en cuenta durante el aprendizaje.

### *Competencias matemáticas.*

OCDE, 2006, define competencia como:

La capacidad para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo. (OCDE, citado en Rico, 2006, p. 49)

Para los Estándares Básicos de Competencia Matemática, ser matemáticamente competente está en relación a:

Formular, plantear y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas [...]; utilizar diferentes registros



## Facultad de Educación

de representación o sistemas de notación simbólica [...]; usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar o rechazar conjeturas y avanzar en el camino hacia la demostración; dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y porqué usarlos de manera flexible y eficaz [...] (p. 51).

La anterior definición pone de manifiesto el papel de las matemáticas en la formación del ciudadano y sobre todo cuando se enfrenta a la resolución de problemas en la vida cotidiana, además las competencias matemáticas, se asocian con capacidades de “análisis, comunicación, razonamiento, modelación y representación que los estudiantes ponen en juego cuando resuelven o formulan problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones” (PISA, año, p. 78).

### *La competencia matemática de razonamiento.*

El razonamiento como competencia matemática implica el desarrollo de conocimientos, habilidades y actitudes como:

[...] percibir regularidades y relaciones; hacer predicciones y conjeturas; justificar o refutar esas conjeturas; dar explicaciones coherentes; proponer interpretaciones y respuestas posibles y adoptarlas o rechazarlas con argumentos y razones. [...]

trabajar directamente con proposiciones y teorías, cadenas argumentativas e intentar validar o invalidar conclusiones; apoyarse intermitentemente en comprobaciones e interpretaciones en modelos, materiales, dibujos y otros artefactos; [...] formular hipótesis [...] intentar comprobar la coherencia de una proposición con otras



## Facultad de Educación

aceptadas previamente como teoremas, axiomas, postulados o principios o intentar refutarla por su contradicción con otras o por la construcción de contraejemplos

(Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, 2006, p. 54).

### *Habilidades y actitudes*

Cuando se habla de habilidades se debe hablar de competencias, no como sinónimos, sino como complemento. El desarrollo de competencias está ligado al desarrollo de destrezas que posee un propósito (habilidad). Attewell (1990) define *skills* (habilidades) como un conjunto de acciones que se relacionan y están asociadas a un conocimiento específico. Además, es importante reconocer que se pueden definir diferentes tipos de habilidades.

Ahora bien, un factor determinante en la formalización de habilidades es la actitud, entendida esta como las disposiciones emocionales y sicosociales con las que cuenta el sujeto. Argudin (2001) se refiere a la actitud como una relación entre los valores y la disciplina, una relación subyacente en los procesos de adaptación y asimilación de contextos.

### *Justificar o refutar.*

Cuando se habla de justificación, se habla de argumentación que se define como un proceso en el que el estudiante manifiesta razones y porqués de los procedimientos realizados, mediante la exposición de razonamientos; es importante reconocer que, para poder lograr una adecuada justificación se debe partir de la identificación del problema de tal manera que se pueda emitir juicios desde el saber matemático. Es evidente que dicho proceso se puede realizar desde dos puntos diferentes: el lenguaje escrito y el verbal; en este sentido, los argumentos que logra desarrollar el estudiante durante el proceso de aprendizaje de un concepto matemático se evidencia



## Facultad de Educación

por la capacidad de comunicarlo mediante una sucesión de enunciados que establezcan una relación de coherencia entre lo que el sujeto piensa, dice y demuestra durante la resolución de un problema particular.

### ***Formular hipótesis.***

La formulación y elaboración de hipótesis en matemáticas, nace de la necesidad de encontrar patrones y semejanzas entre aspectos aparentemente diferentes, de tal manera que permitan obtener una solución satisfactoria ante una situación.

La hipótesis puede definirse como una “conjetura plausible”; esto significa que, frente a una pregunta, la hipótesis es la respuesta más satisfactoria que se pueda proponer, esta permite orientar el trabajo, relacionando datos aparentemente inconexos, no necesariamente tiene que ser cierta, por tanto, no es un punto de llegada, su validez es determinada por los estudiantes.

### ***Capacidades.***

¿Qué se entiende por Capacidades? (Nussbaum, 2012) Las define en palabras que constituyen los elementos más importantes de la calidad de vida de las personas, Se definen en plural porque actúan conjuntamente: Hablamos, de la integridad física, la educación, la salud, etc. Las cuales son llamadas *capacidades combinadas* relacionadas con las *capacidades centrales*. (Nussbaum, 2012)

Por todo lo anterior, en el presente trabajo asumirá la competencia definida en términos de capacidades, ya que las capacidades son el conjunto de disposiciones físicas y psicológicas



que desarrolla un sujeto a lo largo de la vida y que constituyen una herramienta importante para la resolución de problemas.

### CAPÍTULO III

#### Metodología

En este proyecto participan el grupo de niños del grado séptimo y el maestro en formación de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas; se realiza en el marco de la práctica pedagógica durante los semestres 2016-2 hasta el 2018-1. En el 2017 se realizó la intervención directa en el aula, durante las clases (cuatro horas semanales) se desarrolló el currículo institucional previsto para el grado 7° y, en forma simultánea, se diseñaron y aplicaron problemas enfocados al desarrollo de competencias matemáticas asociadas a la resolución de problemas. Integrarlos al Plan de área de matemáticas para este grado.

El grado séptimo es un grupo formado inicialmente por 16 estudiantes que se encuentran entre los once y trece años con estratos socioeconómicos 4, 5 o 6. Son estudiantes que les gusta las matemáticas, responsables, les llama la atención la forma como se les enseña la matemática y poseen grandes capacidades para aprender. Sin embargo, su desempeño en las pruebas SABER 2015 no fue el más óptimo y, por lo tanto, se tomó la iniciativa de realizar un proyecto que les permitiera desarrollar tanto el pensamiento matemático como otras capacidades, todo ello para favorecer al mismo tiempo el desempeño en las pruebas SABER para el año 2019. En el proyecto se realiza un análisis cualitativo de los datos obtenidos; los cuales constituyen la



## Facultad de Educación

esencia en el análisis de la resolución de problemas realizados por los estudiantes cuando se enfrentan a dar solución a tareas asociadas a la competencia comunicativa y al desarrollo de competencias lógico-matemáticas.

De esta manera y como lo plantea Creswell (1998) concebimos la investigación cualitativa como un proceso interrogativo que se lleva a cabo desde diferentes metodologías, donde se realiza un análisis a problemas de carácter social y humano por medio de la indagación. En palabras de (Denzin & Lincoln, 1994) diremos que este tipo de investigación (cualitativa) es multimétodica, naturalista e interpretativa. Es decir, que los investigadores indagan en situaciones naturales, intentando dar sentido o interpretar fenómenos en los términos del significado que las personas le otorgan (en nuestro caso, lo que representa los objetos matemáticos para los estudiantes). Por otra parte, (Stake, 1998) hace una distinción entre investigaciones cuantitativa y cualitativa, en el sentido que la última destaca la comprensión de las complejas relaciones entre todo lo que existe; ya sea factores sociales, culturales e históricos.

En el presente proyecto tenemos en cuenta las diferentes posturas de los autores anteriores, con lo cual se busca comprender<sup>1</sup> lo que comunica el estudiante, ya sea discursivamente o en los procedimientos, en palabras de Sampieri, Fernandez-Collado y Lucio (2006), describir e interpretar los fenómenos a través de las percepciones y significados producidos por la experiencia de los participantes. En este caso en particular, los niños de séptimo grado de la I. E Prados Verdes. La interpretación de los significados y sentido de los objetos matemáticos se

---

<sup>1</sup> Comprender: “entendido como la captación, del sentido de lo que el otro o los otros quieren decir a través de sus palabras, sus silencios, sus acciones y sus inmovilidades a través de la interpretación y el diálogo” (Sandoval, 2002, p. 32)



## Facultad de Educación

realiza desde el soporte teórico del EOS. En este sentido, el enfoque interpretativo ayuda a explicar, comprender e interpretar los significados de las acciones, las argumentaciones, representaciones y percepciones de los niños durante las clases y la solución que éstos dan a los problemas matemáticos.

La metodología entrelaza la descripción de los eventos con el análisis de éstos, destaca las acciones más relevantes y se esfuerza por representar “lo que es”, lo que sucede en el proceso de enseñanza y aprendizaje, para tomar en primer plano la realidad de los hechos (Cohen, Manion y Morrison, 2007).

### **Diseño de la Investigación**

La investigación se realiza en tres fases durante cuatro semestres que es la duración de la práctica pedagógica, éstas corresponden al reconocimiento del contexto, la intervención en el aula y la sistematización del informe.

#### **Fase 1.**

Reconocimiento institucional. En el primer semestre de la práctica pedagógica (semestre 2016– 2) se hace un reconocimiento del contexto institucional, a través del análisis del Plan de área de matemáticas, el Proyecto Educativo Institucional (PEI), los resultados de las Pruebas Saber de los grados quinto en los dos últimos años, algunas observaciones de clases, diálogo con la maestra cooperadora y revisión bibliográfica para soporte de la investigación. Finalizando el semestre se aplicaron algunas pruebas diagnósticas referidas a la resolución de problemas, con el



## Facultad de Educación

propósito de analizar las soluciones que daban los estudiantes y lograr identificar las dificultades referentes a las competencias que se van a analizar y plantear el problema de investigación.

### **Fase 2.**

La intervención en el aula. En esta fase se diseñan y aplican diversos problemas asociados al componente resolución de problemas, correspondiente al segundo y tercer semestre de la intervención (semestres 2017 – 1 y 2017– 2), tomando como referencia los Estándares Básicos de Competencia Matemáticas para este grupo de grados (sexto y séptimo) y la fundamentación teórica. Para la aplicación de los problemas se realizó una adecuación a problemas formulados que respondan a las necesidades de la práctica y del contexto en el cual se ubica la institución educativa.

### **Fase 3.**

Análisis de información y sistematización del informe. Durante el último semestre de la práctica pedagógica (semestre 2018 – 1) se hace el análisis de las soluciones de los problemas resueltos por los niños, teniendo en cuenta los diferentes momentos en que se aplicaron; es decir, al inicio, durante y al final de la intervención. Además, se tuvo en cuenta que los problemas correspondieran a objetos matemáticos referidos a las diferentes temáticas y que éstos se evidenciaran en las soluciones y la posibilidad de que éstas correspondieran a los diferentes objetos matemáticos.

### **Diseño y Análisis de Información**

En este apartado informamos acerca de la manera cómo se realizó el diseño del proyecto de investigación. El estudio lo centramos en un enfoque de investigación cualitativa, de tipo



## Facultad de Educación

descriptivo e interpretativo, (Creswell, 1998; Sampieri, Fernandez-Collado & Lucio, 2006 y Stake, 1998) lo definen como un campo en el que se interrelacionan aspectos interpretativos, descriptivos y analíticos. Desde esta óptica, se elabora una descripción del problema, en este caso, el desarrollo de competencias matemáticas asociadas a la resolución de problemas en estudiantes de séptimo de la I. E. Prados Verdes. Es decir, estamos interesados cómo, desde el desarrollo de las competencias matemáticas, analizar e interpretar el significado que otorgan los estudiantes a los objetos matemáticos cuando solucionan problemas, donde se hace énfasis en los diferentes procesos que desarrollan al momento de resolverlos, lo que se llamaría una realidad subjetiva, asociada a comportamientos y similitudes (Sampieri, Fernandez-Collado, & Lucio, 2006). Así mismo, “determinar el significado que los alumnos atribuyen a los términos y símbolos matemáticos, a los conceptos y proposiciones, así como la construcción de estos significados como consecuencia de la instrucción” (Godino, 1994, p. 2)

Desde la perspectiva de Cohen, Manion, & Morrison, 2007; Goetz & LaCompte (1988) enriquecemos el proceso de fiabilidad y validez, al realizar progresos durante la investigación suministrando información en relación con: los problemas propuestos sobre los distintos objetos de estudio propios del plan de estudio de la institución y los propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) dentro de los cuales resaltamos proporcionalidades, relaciones inversas y directas, áreas y perímetros de figuras planas conocidas, elaboración de tablas de frecuencias y sistemas de medidas; donde se desarrolla la práctica de aula tanto el trabajo colaborativo (Docente – estudiante) como individual (estudiante a solas).

La validez, por su parte, se fortalece al realizar una permanente comparación en tres momentos, un antes, un durante y un después de la intervención, momentos en los cuales se



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

efectúa la descripción cada vez más ampliada y detallada posible del análisis realizado a la solución de los problemas realizado por los niños. De acuerdo con Cohen *et al.* (2007), Soneira (2006), es necesario hacer máxima la explicación y comprensión de un fenómeno con el mínimo de conceptos y formulaciones. Ello es fundamental en el proceso de comparación de los análisis de los datos a través de similitudes y diferencias en cada uno de los momentos.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



**Análisis de Resultados**

A continuación, presentamos un análisis de los problemas que se realizaron en cada una de las fases: la primera la denominamos como *Diagnosis del problema*, ella nos proporcionó elementos para tomar decisiones en relación con la forma de replantear problemas a trabajar en el aula de clase. La segunda llamada *La Praxis* durante la práctica, espacio que nos permitió en primera instancia relacionar los procesos de enseñanza y aprendizaje llevados a cabo dentro y fuera del aula de clase. Luego, el diseño y la aplicación de problemas a resolver asociados a las diferentes temáticas, que dieran como resultado final una muestra de los procesos de comunicación que los estudiantes tienen para dar a conocer una idea o un procedimiento. En la última fase llamada *Análisis y Resultados* se efectúa una revisión comparativa entre las pretensiones iniciales del trabajo a realizar desde cuando se realizó la diagnosis y los resultados obtenidos durante la segunda fase. Indudablemente hay aspectos que sobresalen (disciplina y actividades extraacadémicas) y que, para contrarrestar la poca disposición para las clases, desvía la atención de los estudiantes; lo que deja en segundo plano el libre desarrollo de las actividades planteadas para el momento y como tal, se pierde el interés por aprender.

**Momento antes de la Intervención: Fase diagnóstica**

**Diagnosis del problema.**

La fase diagnóstica se realizó en el semestre 2016-2 (agosto – diciembre). El grupo con el cual trabajamos estuvo conformado por 18 estudiantes, de edades comprendidas entre los 11 y 14

**Facultad de Educación**

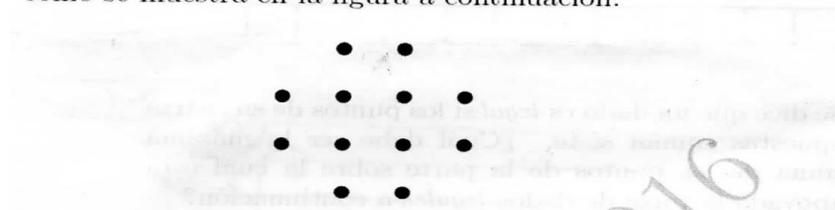
años, de la I. E. Prados Verdes. Los problemas propuestos intentaban involucrar a los estudiantes en actividades que permitiera evidenciar la forma cómo ellos resuelven problemas, nos interesaba detectar los diferentes procedimientos que los estudiantes realizan para dar solución a un problema, asociar habilidades, actitudes comprensiones y disposiciones cognitivas y lograr identificar el desarrollo del pensamiento matemático.

Los problemas planteados a los estudiantes fueron tomados y ajustados de acuerdo a las indicaciones del MEN referente a los estándares básicos y al desarrollo de competencias básicas.

En la primera parte de los problemas presentamos una guía de trabajo conformada por cinco problemas los cuales debían resolver según sus conocimientos básicos. Allí pudimos evidenciar la poca capacidad que poseen los estudiantes para resolver, razonar, identificar y establecer relaciones entre sus componentes cuando resuelven problemas matemáticos.

**Problema 1.**

Doce puntos se marcan en una parrilla rectangular como se muestra en la figura a continuación:



- a) ¿Cuántos cuadrados se pueden formar?
- b) ¿Cuántos rectángulos se pueden formar?

Figura 7: Problema propuesto en la primera fase

La respuesta dada al problema por uno de los estudiantes se muestra a continuación.

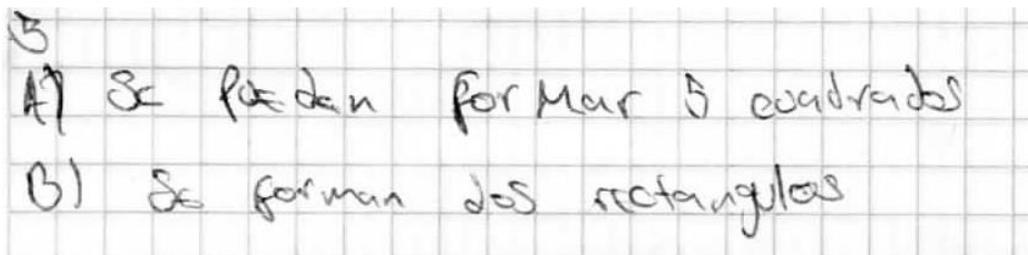


Figura 8: Respuesta dada por uno de los estudiantes al problema propuesto en la Figura 7

La anterior respuesta – figura 8 – da cuenta de la poca comprensión que poseen algunos estudiantes para relacionar figuras geométricas con características similares, no logrando percibir la propiedad que todo cuadrado es rectángulo, mas no todo rectángulo es cuadrado o con el carácter de reciprocidad. Se ciñen a la clásica definición que un rectángulo es una figura geométrica que posee dos pares de lados paralelos, unos con mayor longitud que los otros. Puede decirse que, los estudiantes no dan significado ni comprenden cada una de las representaciones específicas del objeto matemático, al parecer, no posibilitan un vínculo alguno entre sí que facilite su articulación.

### **Análisis epistémico mediante la GROS.**

El EOS favorece describir las representaciones gráficas a la vez circunscribir la práctica matemática al estudio de diferentes tipos de entidades (elementos lingüísticos, conceptos, procedimientos, propiedades y argumentos (Font, Godino y D'Amore, 2007)). En este apartado, mostramos los análisis que se lograron realizar a los respuestas e interpretaciones que los estudiantes hicieron a los problemas propuestos referido al uso y reconocimiento de objetos y significados matemáticos, con el fin de identificar conflictos potenciales, que sirven para fortalecer las habilidades en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes cuando resuelven problemas.

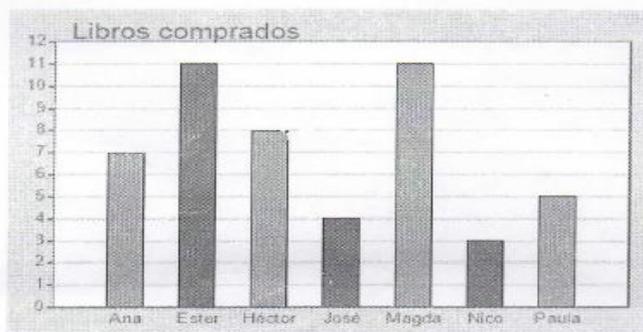
**Facultad de Educación**

La GROS, por su parte, permite identificar y analizar, en la resolución de problemas, las competencias que promueven la comunicación, la justificación de conceptos y la realización de procedimientos, además, de permitir un análisis más riguroso a las comprensiones que los estudiantes hacen en relación a los objetos matemáticos tratados en cada problema. Sin embargo, nos centraremos en aquellos análisis donde el desarrollo de capacidades comunicativas, críticas y propositivas es más prominente, desde allí, rescataremos elementos lingüísticos, operativos, e interpretativos.

**Problema 2.**

Al grupo de estudiantes se le propuso el siguiente problema

La siguiente gráfica muestra la cantidad de libros que compraron un grupo de amigos en el mes de mayo de 2017.



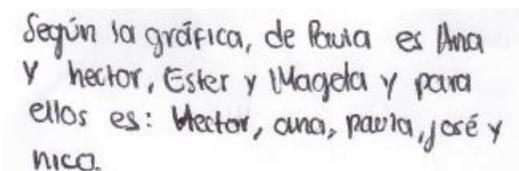
1) ¿Quiénes compraron más libros que Paula y menos que Ester y Magda?

Figura 9: Problema propuesto a los estudiantes en la segunda fase

Los integrantes de este grupo proponen una solución que se limita a decir algunos de los nombres de los amigos que compraron libros, lo cual poco favorece la solución del problema. Sin embargo, parecen tener un conflicto epistémico asociado a la conjunción (y). Los estudiantes,

**Facultad de Educación**

orientan su atención más en la representación gráfica que en el enunciado de la pregunta y no logran establecer relaciones de orden, como se evidencia en la figura 10.



Según la gráfica, de Paula es Ana y hector, Ester y Magela y para ellos es: hector, ana, paula, José y nica.

Figura 10: Respuesta dada por un estudiante al problema propuesto en la Figura 9

Tabla 1  
*Identificación de Elementos lingüísticos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Elementos lingüísticos: representaciones (Términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones gráficas, ...)	
Gráfica	Diagrama de barras que contiene una frecuencia absoluta. Sirve para contar elementos.
Cantidad	Número que relaciona cuántos libros compró cada persona.
Quienes compraron más libros que Paula y menos que Ester y Magda	La conjunción <i>no</i> es un conector que posibilita el cumplimiento de ambas condiciones

*Comentario sobre los elementos lingüísticos identificados.*

Las condiciones planteadas en el problema no sugieren una solución de carácter aritmético, pero sí un análisis y comparación de las frecuencias de cada uno de los amigos, representadas en las barras. Al parecer, los términos lingüísticos “más libros que” y “menos que” son las relaciones de orden, que no logran identificar y puede apreciarse que los estudiantes desconocen la implicación del uso de conjunciones copulativas, que dentro de lenguaje matemático posee el mismo significado que el lenguaje español.



Tabla 2:  
*Identificación de Conceptos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Conceptos (Entidades matemáticas para las cuales se puede formular una definición)	
Frecuencia	Repetición de un dato en una encuesta o censo
Suma	Operación que nos permite añadir elementos de un conjunto a otro
Más que	Un conjunto que tiene elementos de más que otro
Menos que	Un conjunto que tiene menos elementos que otro

*Comentario sobre los conceptos identificados.*

Aunque los conceptos de relación de orden (mayor que y menor que) están inmersos en la solución del problema, no ha sido específicamente mencionado en él, no son explícitos en el texto. Sin embargo, aparece en forma incipiente, una comparación basada en la observación del diagrama de barras y la respectiva frecuencia absoluta que representa. Al parecer, el objeto matemático *relación de orden* no es accesible perceptualmente ni cognitivamente, por ello, para los estudiantes no fue posible encontrar la relación entre el diagrama de barras y la representación de dicho objeto; no les fue posible resolver el problema.

Tabla 3:  
*Identificación de Procedimientos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Procedimientos (Técnicas, operaciones, algoritmos)	
Diferencia	Operación que permite determinar cuán distanciados se hallan dos cantidades
Comparación	Operación que permite identificar qué número es mayor o menor que otro dado.



Las evidencias dan muestra de la poca comprensión y determinación para la utilización de estos elementos operacionales y que, posiblemente, ayudan a la solución del problema. Los estudiantes no reconocen el concepto de relación de orden como herramientas que facilitan la comprensión del problema y mucho menos como un camino hacia el desarrollo y solución del problema.

El siguiente apartado muestra que, si bien la GROS nos permite identificar objetos, no es de obligatoriedad relacionar los cuatro tipos de objetos mencionados (Lingüísticos, Conceptos, Procedimientos y Propiedades). En el siguiente problema, que hace parte del primero ya mostrado con anterioridad, solo posee elementos conceptuales, procedimentales y propiedades en sí; pues al estar aferrado a un mismo enunciado, lo lingüístico carga el mismo significado.

***Problema2, ítem 2.***

**2) Si cada libro tiene un costo de \$ 22500  
¿cuál es la diferencia entre lo que pagaron  
Nico y Ester?**

*Figura 11: ítem 2 Problema2 propuesto a los estudiantes en la primera fase.*

UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA

ester. paga por  
los libros \$ 247500.  
y nico paga \$ 27500.

*Figura 12: Respuesta dada por estudiante al ítem2 problema2.*



## Facultad de Educación

Tabla 4:

*Identificación de Procedimientos Problema 2*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Procedimientos (Técnicas, operaciones, algoritmos)	
Multiplicación	Suma de sumandos iguales, abreviación de una suma
Diferencia	Resta entre dos cantidades numéricas

*Comentarios sobre los procedimientos identificados por los estudiantes.*

El concepto de multiplicación no ha sido específicamente utilizado como operación, pues si bien no se hace explícita la procedencia del resultado que se muestra, pudo haber sido producto del uso de alguna herramienta como la calculadora o celular. Sin embargo, emerge en los significados que surgen en la identificación de procedimientos inmersos en la solución del problema. Es de anotar, cómo emerge aquí una característica de la GROS: la instrucción dada obliga al surgimiento de objetos vinculados con el problema que emergen a lo largo del análisis epistémico (Castro, Godino, Rivas, 2011). Por otro lado, se nota que el concepto de diferencia lo realizan entre dos cantidades, por lo tanto, no es tenido en cuenta por los estudiantes, según la instrucción dada en el problema la respuesta carece de sentido. Los estudiantes no reconocen la diferencia como resta ampliada a más de dos cantidades y simplemente se remiten a dejarla de lado y no entrar en reflexiones con el docente.

Tabla 5:

*Identificación de Propiedades – Problema 2*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Propiedades (Enunciados para las cuales se requiere una justificación o prueba)	
Clausurativa o Cerradura	El producto de dos o más números naturales, es otro número natural



Un tercer problema propuesto a los estudiantes fue el siguiente:

**Ocho granjeros cosechan veinte kilos de tomates en dieciocho días ¿cuántos kilos de tomates podrán cosechar siete granjeros en quince días?**

Figura 13: Problema propuesto a los estudiantes en la segunda fase de la intervención

20.000  $\div$  18 = 1,111 - cada día  
 1,111 x 75 = 16,665  
 R/ Los 8 granjeros cosecharán en 15 días 16.665 kilos de

Figura 14: Respuesta dada por un estudiante al problema propuesto en la Figura 13

Kilos	granjeros	días		
20.000	8	18	20.000 x 8 ----- 160.000	160.000 x 18 ----- 1280.000 160.000 ----- 200.000
?	7	15		

$= \frac{20.000 \times 8 \times 18}{7 \times 15} =$

Figura 15: Respuesta dada por otro estudiante al problema propuesto en la



## Facultad de Educación

Tabla 6:

*Identificación de Objetos Lingüísticos – Problema 3*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Elementos lingüísticos: representaciones (Términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones gráficas, ...)	
Cuántos	Expresión interrogativa que representa una cantidad numérica

*Comentarios sobre los elementos lingüísticos identificados.*

Para considerar la solución dada por los estudiantes, es importante tener presente que un resultado hace parte de la solución del problema, pero abandona completamente la parte comunicativa la cual supone la capacidad que posee el estudiante para expresar un logro obtenido mediante el lenguaje. Es decir, la idea principal del problema era que el estudiante respondiera la pregunta y no se remitiera solamente al hallazgo de un resultado.

Tabla 7:

*Identificación de Procedimientos - Problema 3*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Procedimientos (Técnicas, operaciones, algoritmos)	
Proporcionalidad directa	Si aumenta una cantidad, la otra también lo hará. Y viceversa si disminuyen.
Proporcionalidad inversa	Si aumenta una cantidad, la otra también lo hará.
División	Repartición exacta de dos cantidades
Multiplicación	Operación que constituye la abreviación de iguales sumandos.

*Comentarios sobre los procedimientos identificados.*

Los estudiantes presentan procedimentalmente una forma de llegar a la respuesta concerniente a la figura 13, sin embargo, presentan una confusión que es evidente al pretender la



solución de un problema de proporcionalidad directa como uno de proporcionalidad inversa (ver figura 15), esto expresa claramente la necesidad que posee el estudiante de comprender los conceptos involucrados de forma conveniente.

### *Conflictos identificados.*

Los estudiantes podrían tener dificultades para resolver problemas que involucran la proporcionalidad, al parecer para ellos tiene el mismo significado la proporcionalidad directa que la inversa. Se puede observar que los estudiantes plantean y resuelven los problemas de acuerdo a sus interpretaciones en el contexto matemático en el cual se sitúan (numérico, variacional), realizan representaciones diferentes del mismo problema y efectúan un acercamiento a la solución del problema, aunque un tanto sesgada en la medida que los significados tienden a ser tomados de forma disjunta y no como un colectivo. Un ejemplo claro de esto es lo presentado en la figura 9 (mostrada con anterioridad) donde se pretendía que los estudiantes comprendieran el uso de las conjunciones dentro del lenguaje matemático y cómo cambia el sentido de la solución del problema.

### **Momento de desarrollo de la práctica pedagógica: Fase de *Praxis***

En la segunda fase del proceso de la práctica pedagógica llevada a cabo en año 2017 (enero – noviembre) se realiza la intervención en el aula de clase, en correspondencia con las exigencias de la Institución Educativa y lo que el PEI tiene constituido para el grado séptimo.

De igual manera, se propone el desarrollo de guías que permita, además de fortalecer los conceptos que los estudiantes han formalizado hasta el momento, identificar debilidades presentes en la resolución de problemas y que nos lleve a desarrollar nuevas estrategias de enseñanza que le



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

permitan pensarse las matemáticas desde un contexto más cercano, a su vez que desarrollan competencias asociadas a la resolución de problemas.

En este orden de ideas, uno de los problemas propuestos que se relaciona con las magnitudes físicas, específicamente el peso, es el siguiente:



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



### Problema 1.

La Centra Mayorista de Abastecimiento en la ciudad de Medellín ha comenzado a circular la lista de precios para grandes compradores:

Arroz de 1era.	Bulto 45 kg	\$117.250	Ahuyama	Bulto 70 kg	\$34.000
Arroz de Segunda.	Bulto 45 kg	\$109.292	Aji dulce topito	Bulto 40 kg	\$148.542
Alpiste	Kilogramo	\$2.150	Ajo Importado	Caja 10 kg	\$31.708
Arveja verde Imp.	Kilogramo	\$1.600	Cebolla Blanca	Bulto 48 kg	\$40.875
Guandul	Kilogramo	\$1.650	Cebolla Junca	Mazo 24 kg	\$32.271
Lenteja	Kilogramo	\$2.433	Cebolla Roja Peruana	Bulto 45 kg.	\$68.208
Maíz amarillo duro Imp.	Kilogramo	\$688	Cilantro Bogotano	Mazo 8 kg	\$19.333
Maíz Blanco trillado	Bulto 40 kg	\$53.583	Lechuga Batavia	Kilogramo	\$1.158
Ñame Espino	Bulto 50 kg	\$81.667	Remolacha Bogotana	Bulto 55 kg	\$40.875
Ñame Espino Mejorado	Bulto 50 kg	\$97.396	Tomate de Mesa	Caja 24 kg	\$41.167
Papa R 12	Bulto 50 kg	\$61.604	Zanahoria	Bulto 60 kg	\$59.583
Papa Única	Bulto 50 kg	\$53.313	Banano Uraba	Kilogramo	\$540
Papa Criolla	Bulto 50 kg	\$66.938	Ciruella Importada	Caja 9 kg	\$45.000
Plátano Hartón	Kilogramo	\$1.106	Guayaba	Caja 10 kg	\$18.083
Yuca	Bolsa 40 kg	\$35.271	Limon Común	Bulto 80 kg	\$123.750

Gregorio ha llegado al realizar las compras de la semana para abastecer su minimercado. Y ha comprado:

- Cinco bultos de arroz de primera
- Cinco bultos de arroz de segunda
- 30 kilos de lentejas
- Cuatro bultos de papa única
- 40 kilos de papa criolla
- 20 kilos de yuca
- Medio bulto de cebolla blanca
- Un mazo de cebolla junca
- Medio bulto de ahuyama
- 36 libras de limón común
- Una caja de guayaba
- Media caja de tomate

- 1) Mientras realizaba la lista, hacía cálculos mentales y llegó a la conclusión que con \$ 1'650.000 pesos le alcanza y sobra para comprar diez kilogramos de bananos. ¿Es correcto lo que Gregorio concluyó? ¿Por qué?

Figura 16: Contexto del problema propuesto en la fase II de la intervención pedagógica

Dado que el problema es un poco extenso, resulta dispendioso mostrar todo el procedimiento realizado por los estudiantes por lo que solo se mostrarán partes del mismo como muestra del registro que hicieron al respecto.



## Facultad de Educación

Tabla 8:

*Identificación de Conceptos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Conceptos (Entidades matemáticas para las cuales se puede formular una definición)	
Multiplicación	Relación directa entre la cantidad y el precio
División	Operación que permite hallar el valor unitario de un producto.

### *Comentario sobre los conceptos identificados.*

Los significados conferidos a los conceptos de multiplicación y división son expresados en términos de operaciones y relaciones, que son usados en la solución del problema, como se muestra en la Figura 17

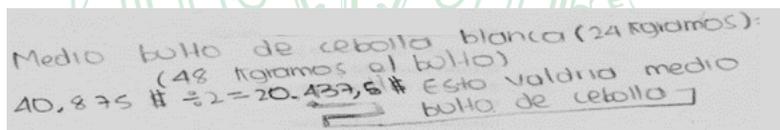


Figura 17: Procedimiento realizado por un estudiante

Los estudiantes realizan conversiones como medio bulto y lo relaciona con 24 kg, invocando el significado conferido al concepto de equivalencia, lo cual usan para asignar el valor de medio bulto de cebolla en términos de igualdad, aquí se resalta la forma como los estudiantes dan un significado relacional al signo igual, “El pensamiento relacional implica el uso de propiedades de número y operaciones para transformar expresiones matemáticas en lugar de simplemente calcular una respuesta siguiendo una secuencia prescrita de procedimientos” (Carpenter , Levi, Megan , & Koehler, 2005).



## Facultad de Educación

Tabla 9:

*Identificación de Elementos Lingüísticos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Elementos lingüísticos: representaciones (Términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones gráficas, ...)	
Tabla	Sirve para la recopilación de información de manera organizada y fácil de comprender.
Llegó a la conclusión	Que termina de hacer los cálculos y dice...
Le alcanza y le sobra	Que tiene lo suficiente para hacer la compra

*Comentario sobre los elementos lingüísticos identificados.*

Las interpretaciones dadas a los elementos lingüísticos “*llegó a la conclusión*” y “*le alcanza y le sobra*” hacen parte de las condiciones propuestas en el problema para los cuales hay un procedimiento matemático que facilita y ayudan a dar una solución aritmética al problema.

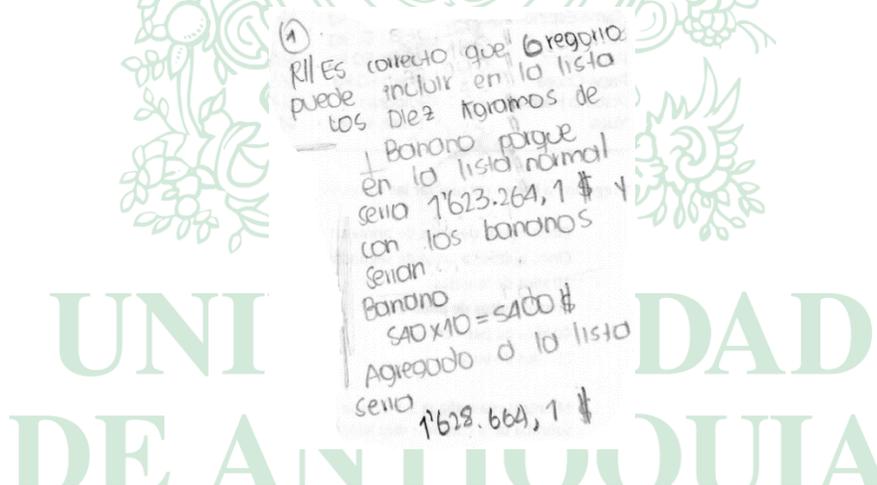


Figura 18: Respuesta de un estudiante al problema anterior

Los términos lingüísticos usados: “*le alcanza para*” introducen conceptos tales como: igualdad, relación, cuyos significados, propiedades y procedimientos se relacionan argumentativamente de manera compleja y favorecen la solución del problema, los estudiantes



## Facultad de Educación

usan expresiones que relacionan datos aritméticos (Castro & Godino, 2009) . Lo anterior da muestra del nivel de comprensión que poseen los estudiantes y cómo emergen competencias asociadas con la comprensión y la comunicación, en la medida que logran manifestar lo lingüístico de forma matemática.

Se evidencia un dominio de la competencia comunicativa porque manifiestan las ideas centrales que resuelven el problema con la cual incorpora sus conocimientos matemáticos, o como lo expresa el MEN (2006) “se utilizan los conceptos, proposiciones, sistemas y estructuras matemáticas como herramientas eficaces mediante las cuales se llevaban a la práctica determinados tipos de pensamiento lógico y matemático” (p. 48).

Tabla 10:  
*Identificación de Procedimientos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Procedimientos (Técnicas, operaciones, algoritmos)	
Conversión	Convertir una magnitud en términos de otra.
Comparación	Operación que permite identificar qué número es mayor o menor que otro dado.
Diferencia	Operación que permite relacionar dos cantidades.

*Comentarios sobre los procedimientos identificados.*

$$\begin{array}{r}
 66.938 \\
 \times 40 \text{ kg} \\
 \hline
 2677.5200
 \end{array}$$

Figura 19: Procedimiento multiplicativo por múltiplos de diez

La figura 19 da muestra que la mayoría de los estudiantes comprenden el desarrollo y la estructura de las multiplicaciones que se realizan por múltiplos de diez, resulta fácil comprender



## Facultad de Educación

que se valen de este concepto para agilizar los procedimientos que le permiten llegar a una respuesta. Sin embargo, puede interpretarse que manejan artefactos o herramientas que facilitan y agilizan la operatividad, los estudiantes tienen aptitudes, competencias y herramientas para resolver problemas y para representar las ideas matemáticas (MEN, 1998), estamos hablando del uso de calculadoras, de lápiz y papel como artefactos propios de la cultura, que poco a poco se han convertido en una herramienta útil en la escuela que le permite al estudiante fortalecer procedimientos y convalidar hipótesis. Por su parte, Bigode (1997) plantea que el uso de calculadoras en el aula de clase permite a los estudiantes la reinterpretación de resultados y confrontarlos de acuerdo con el contexto planteado.

$$26.77.5200 \div 50kg = 53.5504.$$

Figura 20: Procedimiento de división simplificado mediante uso de calculadora

Por otro lado, la división es una operación tanto más compleja y plantear la inmediatez del resultado por simple inspección, es una clara evidencia del manejo de la calculadora y que, como se ha mencionado con anterioridad, es una herramienta que también hace parte del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se puede interpretar, además, que los estudiantes poseen un significado implementado (Godino, 2003) del sistema de prácticas que tiene lugar en el aula, visto como una competencia donde los estudiantes realizan cálculos en forma adecuada con el uso de artefactos.

La práctica en el aula por parte del docente, ha logrado promover y movilizar el desarrollo de conocimiento matemático, es decir se ha logrado que desde el aula se permita



desarrollar las capacidades de razonamiento que permiten generar conocimiento significativo

(Chevallard, 1991).

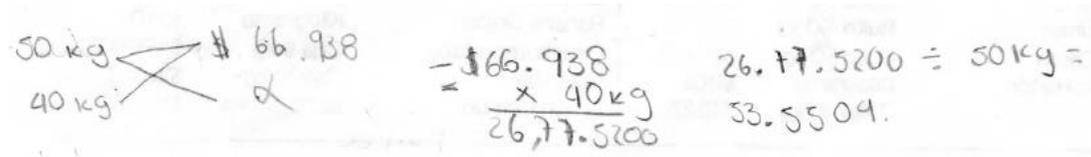


Figura 21: Planteamiento para la solución de una regla de tres simple directa

Además, los estudiantes desarrollan técnicas que les posibilitan la comprensión y desarrollo de algoritmos más complejos, como es el caso de las reglas de tres. Los estudiantes marcan un “camino” a seguir con el fin de identificar las operaciones inmersas dentro del algoritmo y poder obtener el resultado necesario para dar una respuesta acertada.

La evidencia del uso del símbolo  indica que en el sistema de prácticas se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso de instrucción, lo que se conoce como significado pretendido (Godino, 2003). Los estudiantes demuestran ser matemáticamente competentes debido a la forma como utilizan diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica (MEN, 2006).

Se interpreta que el aprendizaje de los estudiantes no se reduce a un plano personal, sino que se extiende a un sistema de prácticas social en la cual se aprecia la relación de la comprensión y reinterpretación de un problema con las técnicas, métodos y formas de expresar lo comprendido (MEN, 2006).



## Facultad de Educación

Tabla 11:

*Identificación de Propiedades*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Propiedades (Enunciados para las cuales se requiere una justificación o prueba)	
Clausurativa o Cerradura	El producto de dos o más números racionales, es otro número racional.
Conmutatividad	El orden los factores no altera el producto

### *Comentarios sobre las propiedades identificadas.*

Los estudiantes evidencian el manejo de la propiedad conmutativa y clausurativa (en la medida que reconocen con claridad que los números que forman parte del resultado pertenecen al mismo conjunto numérico con el cual se está trabajando) las cuales resultan un tanto más sencillo comprender sus conceptos y cómo pueden ser utilizadas. En este caso puntual, comprender que se puede dividir la cantidad necesitada o el valor total de lo que cuesta, en este caso con las ahuyamas.

$$\text{Bulto } 70 \text{ kg} = 34.000 = 35\text{k} = 17.0000$$

Además, los estudiantes realizan operaciones casi que inmediatas y, sin importar si primero divide y luego multiplica, el resultado siempre será el mismo.

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

### **Problema 2**

El siguiente problema presentado a los estudiantes se relaciona a continuación (ver lista de precios de La Central Mayorista – figura 16)



Arepas "La Parrilla Dorada" dispone de un capital de \$1'300.000 pesos para comprar una tonelada de maíz trillado y poder elaborar los pedidos que le han solicitado los supermercados de la ciudad. ¿Pueden comprar la tonelada como se menciona en la situación anterior? En caso contrario, ¿Cuántos kilogramos pueden comprar con dicha cantidad de dinero?

Figura 22: Problema propuesto a los estudiantes, donde se debe tener en cuenta que un bulto de maíz trillado cuesta \$53.583 pesos

Tabla 12:  
*Identificación de Conceptos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Conceptos (Entidades matemáticas para las cuales se puede formular una definición)	
Multiplicación	Operación que permite saber el precio de la cantidad de bultos
División	Operación que se hace para saber la cantidad de bultos/kilogramos a comprar
Diferencia	Operación que se hace para saber si el dinero es suficiente

### *Comentarios sobre los conceptos identificados.*

El reconocimiento de la estructura que posee el problema y encaminar la resolución del mismo, supone el conocimiento de la importancia, el manejo y el tratamiento que se le debe dar a los conceptos matemáticos. Saber en qué consiste una división o una multiplicación es una muestra de que se puede pensar matemáticamente y dar solución a problemas con un nivel de complejidad más elevado. Estamos hablando de la capacidad de pensamiento lógico matemático que el



estudiante ha logrado desarrollar hasta el momento para dar una respuesta, como se muestra en la respuesta dada por el estudiante y en la figura 23 al problema planteado con anterioridad.

Maiz molido 40kg  $53,583 \times 25 = 1,339,5$   
 $1'300,000$

$40 \text{ kl} \times 25 = 1000 \text{ kl}$

$40 \rightarrow 53,583 \text{ kl} = 1,300,000 \times 40$   
 $25 \leftarrow 1'300,000 \quad 53,583 = 970,5$

Figura 23: Procedimiento realizado para el problema anterior

El estudiante establece relaciones existentes entre las magnitudes expresadas en el problema y tomo de este los elementos necesarios para su solución. Tanto como saber la equivalencia en kilogramos de una tonelada o determinar en qué momento es susceptible o no realizar una compra. Y todos estos procesos se logran realizar en cortos lapsos en los que el estudiante sabe qué hacer; es decir, sabe utilizar el medio y los recursos que posee para dar respuestas. (Nussbaum, 2012) Reconoce la importancia del desarrollo de capacidades centrales (pensamiento y razonamiento) en la medida que los sujetos logran desenvolverse en las situaciones problemas de forma espontánea.



## Facultad de Educación

Tabla 13:

*Identificación de Elementos Lingüísticos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Elementos lingüísticos: representaciones (Términos y expresiones matemáticas; símbolos, representaciones gráficas, ...)	
Tabla	Sirve para la recopilación de información de manera organizada y fácil de comprender.
¿Puede comprar la tonelada como se menciona en la situación anterior?	Cantidad correspondiente a mil kilos
Dispone de un capital para...	Cantidad de dinero que posee una persona

*Comentarios sobre los elementos lingüísticos identificados.*

R// Ya que comprando una tonelada se pasa del presupuesto solo para comprar 970,5 KI de maíz - 1 KI

*Figura 24: Respuesta (argumentativa) dada por el estudiante*

Los estudiantes son más discursivos, identifican la estructura del problema y responden de acuerdo con lo que se plantea, identifican los términos tonelada y capital e indican cómo se pasa del presupuesto y sólo pueden comprar una cantidad determinada de maíz con un \$1300000. A diferencia del proceso de análisis realizado en la primera fase en la que solían confundir resultado con respuesta, en esta fase es más evidente el desarrollo de competencias comunicativa y argumentativa, los estudiantes saben hacer en contexto basados en tareas y problemas diferentes de aquellos a los cuales aprendió a responder en el aula. Todo esto ha sido el resultado del debido



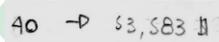
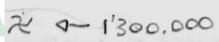
## Facultad de Educación

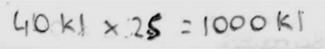
acompañamiento que el docente ha realizado durante el proceso y de las disposiciones de los estudiantes al enfrentarse a un tipo nuevo de situaciones más allá del simple ejercicio. En el caso de cuando los problemas representan un reto para los estudiantes, lo motiva, de lo contrario será contraproducente la enseñanza mediada por ejercicios en consonancia con las propuestas iniciales de la resolución de problemas como competencia que fortalece el desarrollo del pensamiento matemático (Alsina, 2006).

Tabla 14:  
*Identificación de Procedimientos*

TIPOS DE OBJETOS	SIGNIFICADOS
Procedimientos (Técnicas, operaciones, algoritmos)	
Conversión	Convertir una magnitud en términos de otra.
Comparación	Operación que permite identificar qué número es mayor o menor que otro dado.
Diferencia	Operación que permite saber cuánto debo o resto.

### *Comentarios sobre los procedimientos identificados.*

Son claros los procedimientos realizados por los estudiantes, tiene claro cuando dos magnitudes pueden relacionarse de forma directa o inversa y plantean técnicas para resolverlas de forma rápida y eficiente. El simple hecho de plantearla   deja claro que reconocen los objetos inmersos al interior de esta y que representan los necesarios para resolverlo.

Además, es importante los procedimientos mentales que los estudiantes logran hacer cuando se enfrentan a situaciones como estas y establecer relaciones cuantitativas para poder “lograrlo”  Es aquí donde se consideran aquellas estrategias que utilizan



para dar con el resultado correcto, es decir, para saber cuántos bultos se deben comprar hasta alcanzar la tonelada (25Kg) sabiendo que cada bulto contiene 40 kg.

Lo que hemos logrado describir anteriormente es una forma del desarrollo de la capacidad de pensamiento asociado a las competencias básicas, en la medida que los elementos mencionados en la GROS constituyen un punto de partida para el fortalecimiento de capacidades específicas y generales enmarcados en la metodología de la resolución de problemas.

### **Momento posterior a la intervención dentro del aula: Análisis comparativo**

Este momento se realiza con el propósito de mostrar los avances que se obtuvieron en términos de competencias y capacidades desarrolladas por los estudiantes, es un proceso de reconocimiento de las destrezas, habilidades y estrategias que logran interiorizar cuando se presentan situaciones problema y que representan un reto. En este orden de ideas, se logran identificar tres elementos que abarcan: los elementos procedimentales, que apuntan al desarrollo de competencias de orden genéricas tales como el razonamiento lógico, la creatividad al generar algoritmos, planeación y ejecución de estrategias; los elementos lingüísticos, que giran en torno a las competencias básicas o capacidades comunicativas en el sentido de expresar ideas o puntos de vistas de acuerdo con la información dada en una situación determinada, como es el caso de la capacidad argumentativa y discursiva; y los elementos conceptuales, también asociados a las competencias genéricas y específicas, en función del razonamiento y el pensamiento lógico matemáticos.



Elementos	Diagnosis	Praxis	Competencia Alcanzada
<b>Lingüísticos</b>	Al analizar las respuestas dadas por los estudiantes en este aspecto, es claro que no poseen la habilidad de leer y comprender un problema y de realizar un proceso de reinterpretación al momento de expresar con palabras propias lo que éste menciona.	Paulatinamente y atendiendo a las intervenciones realizada durante el periodo de práctica II y III, se ha evidenciado que los estudiantes comprenden las estructuras de las situaciones planteadas y logran desarrollar estrategias (procedimientos) empíricas para poder resolverlas y que, al momento de llevarlas a un contexto definido, toman significado	Se logra que los estudiantes den cuenta de los objetos matemáticos que se encuentran inmersos en las situaciones planteadas. De un lado se hace evidente el fortalecimiento en la forma de expresar resultados obtenidos de manera argumentativa y procedimental respaldando al desarrollo de habilidades de comprensión y comunicación. De otro lado, la vinculación de los estudiantes al proceso de enseñanza y aprendizaje permitió un acercamiento a sus debilidades y fortalezas comunicativas; haciendo uso de sus procesos cognitivos fortalecidos para apropiarse de los objetos matemáticos emergentes.

Elementos	Diagnosis	Praxis	Competencia Alcanzada
<b>Conceptuales</b>	Respecto a los conceptos matemáticos presentes en las situaciones planteadas, era evidente que los estudiantes relacionaban los conceptos con las nociones tradicionales que la escuela ha	Es muy común que, cuando un estudiante se enfrente a un problema, remita conceptos conocidos de forma tal que extraiga elementos que le suscite una posible solución al problema planteado.	El diseño de problemas matemáticos pertinentes fortaleció el desarrollo del Pensamiento matemático y, además los estudiantes lograron definir, enunciar y justificar los conceptos, procedimientos y propiedades de los objetos



impartido a lo largo de la historia, por ejemplo, el concepto de multiplicación como suma reiterativa de sumandos iguales. Eso, por un lado; por otro, las definiciones de objetos matemáticos es muy arraigadas a lo que los libros de texto logran expresar. Es decir, están acostumbrados a lo literal y textual, no a lo contextual.

El pensar estratégicamente es considerar aquellos factores que componen el problema e identificar los objetos matemáticos que posibilitan resolverlo; ya sea a través de relaciones existentes (implícitas y explícitas) o compararlo con situaciones anteriores; y tomar la decisión más adecuada (en términos de operatividad, procedimientos y tiempo) en la medida que sea más sencillo y eficiente.

matemáticos que emergieron en la solución de los problemas.

Elementos	Diagnosis	Praxis	Competencia Alcanzada
<b>Procedimentales</b>	Es importante reconocer que, de la mano de los elementos lingüísticos, van los procedimentales, es decir, cuando el problema es comprendido conlleva una estructura mental que permite desarrollar la forma de resolverlo. Los estudiantes no conciben estructuras sólidas que posibilite la solución de un problema y simplemente se remiten a – ensayo y error – y uso de la calculadora para realizar operaciones, lo que quiere decir que no poseen estrategias para llegar a un propósito definido.	<p>Durante el desarrollo de la práctica fue evidente la importancia de la implementación de una estrategia metodológica basada en el desarrollo de situaciones problema que permitiera a los estudiantes generar estructuras mentales que los guiese a la solución.</p> <p>Todas las herramientas (evocadas por experiencias propias y desde la misma matemática) que formaron parte de este proceso, lograron transmitir a los estudiantes diversos mecanismos para resolver problemas, no</p>	<p>El fortalecimiento de habilidad algorítmica es muestra de que los procesos llevados al aula permitieron estudiantes generar sus propias metodologías y estrategias para acercarse a la solución de un problema.</p> <p>Es relevante resaltar los procesos cognitivos que los estudiantes evocan para, de cierta forma, pensar en planes y la ejecución de los mismos mediante el uso de conocimientos matemáticos previos. Por ejemplo, si bien ellos interiorizan los algoritmos de adición, multiplicación y división, les representaba</p>



solo matemáticos que atiendan a la clase, sino también desde lo cotidiano.

cierto grado de dificultad las reglas de tres, para lo cual diseñaron procedimientos como el siguiente:



Que dan cuenta de una estrategia algorítmica que es funcional y práctica al momento de resolver problemas. Ahora bien, los estudiantes comprenden claramente la operatividad que circunda las relaciones directas e inversas, por lo que desarrollar un medio creativo, como ya mostrado, supone habilidad en la comprensión y en la ejecución del problema.

Estamos diciendo entonces, que los procesos de enseñanza llevados a cabo durante las prácticas pedagógicas apuntaron a dotar al estudiante de herramientas lingüísticas (capacidad comunicativa), teóricas (objetos matemáticos), sistémicas (técnicas y procedimientos) y contextuales (situaciones problema) de forma tal que se lograra desarrollar capacidades ligadas a la argumentación, al razonamiento y a la formación del pensamiento matemático. Además, ese espacio debe entenderse como la posibilidad de determinar el nivel de desarrollo de cada competencia, en progresivo crecimiento y en forma relativa a los contextos institucionales en donde se desarrolla. Como se manifiesta en el MEN (2006) cuando se menciona que las competencias matemáticas no emergen espontáneamente, sino que los ambientes de aprendizaje



deben ser enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos.

### Conclusiones

Lo que hemos mencionado hasta el momento, y en consonancia con la tercera fase, deja claro un aspecto que resulta muy importante destacar y que se evidenció a lo largo de las intervenciones en el aula; estamos hablando del desarrollo de competencias matemáticas. Durante todo el proceso emergieron formas de pensamiento matemático y lingüístico, diversos análisis que los estudiantes expresaban y los resultados obtenidos en cada una de las situaciones de forma tal que era indiscutible un fortalecimiento en la escritura, descripción e interpretación de las situaciones.

Es importante reconocer que las situaciones problemas diseñadas de forma abierta llegan a convertirse en una herramienta que facilita la comprensión de contextos cercanos a los estudiantes. Esto les permite a ellos realizar indagaciones de los hechos cotidianos a los cuales están acostumbrados y con los cuales interactúan, casi, de forma inmediata. Esto conlleva a que los estudiantes se concentren en los objetos matemáticos, muestren mayor interés y proponen soluciones alternativas.

Las configuraciones epistémicas y cognitivas, del EOS, permiten una visión que integra las nociones de competencia, problema y conocimiento, pues éstos se consideran en algunos de los objetos matemáticos que interactúan en la configuración, a saber, resolución de problemas,



## Facultad de Educación

conceptos, algoritmo, procedimientos y argumentos. Lo característico de una solución que involucra la competencia a un problema que es contextualizado, es que la argumentación no queda explícita o se limita a invocar a la evidencia.

Finalmente, el uso de la herramienta GROS de análisis didáctico, permitió reconocer la emergencia y desarrollo de competencias y formas del conocimiento matemático, así como realizar un análisis a los objetos matemáticos que los estudiantes lograron encontrar a través de la experiencia. Así mismo permitió relacionar un objeto con una representación cotidiana, de forma tal que la asimilación de conceptos nuevos no fuera ajena a ellos; es decir, que el objeto matemático cuando se pone en constante interacción con el contexto, toma mayor relevancia para los sujetos.

## Recomendaciones

Desde el punto de vista investigativo y lo que el presente trabajo logró evidenciar a través de un proceso de intervención al interior del aula es recomendable que futuras aportaciones que se lograran realizar en el campo del desarrollo de competencias y habilidades, apuntaran a aquellas habilidades y capacidades que le permiten al estudiante desenvolverse en la sociedad del conocimiento y de la información. Además, que las próximas investigaciones giren en torno al reconocimiento de objetos ostensivos y no ostensivos que logran emerger de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas adaptadas a un contexto real y específico.

Planteamos un par de preguntas que pueden ser de utilidad para próximos trabajos relacionados con la resolución de problemas:

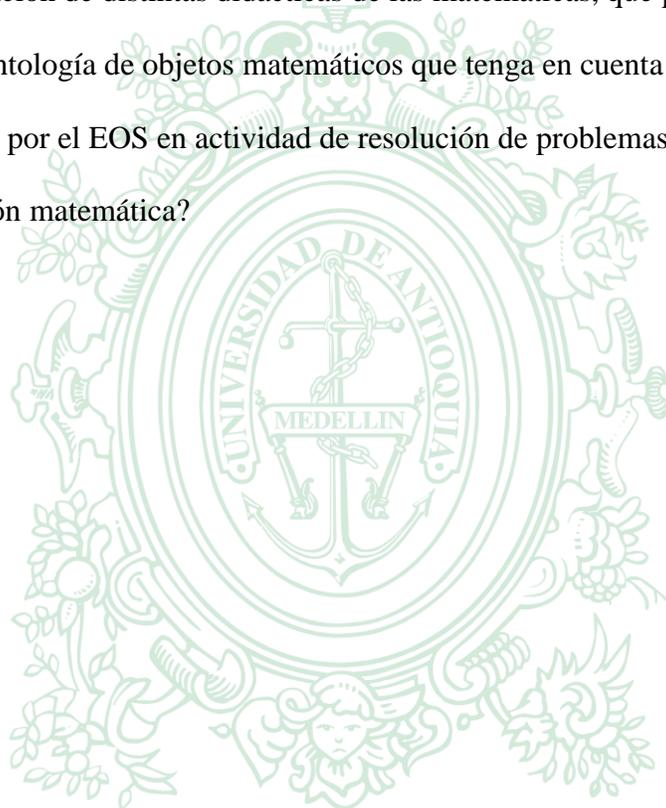


**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

**Facultad de Educación**

¿Qué tipo de formación debe ser ofrecida a los maestros en formación para que puedan reconocer los diferentes contextos que involucran la resolución de problemas que permita favorecer el desarrollo del pensamiento matemático en los escolares?

¿Es posible la articulación de distintas didácticas de las matemáticas, que permitan compartir la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tenga en cuenta el triple aspecto de la matemática propuesta por el EOS en actividad de resolución de problemas y, en cierta medida favorecer la instrucción matemática?



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



## **Referencias**

- Abrantes, P. (1996). El papel de la resolución de problemas en un contexto de innovación curricular. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 8, pp 7-18.
- Alsina, Á. (2006). ¿Para qué sirven los problemas en la clase de matemáticas? *Revista Uno* 43, 4.
- Argudín, Y. V. (2001). Educación basada en competencias. *Revista de Educación, Nueva Época*, pp 1-7.
- Attewell, P. (1990). What is skill? *SAGE journals* , pp 422 - 448.
- Ayer, A. J. (1956). *The Problem of Knowledge*. London: Penguin Books.
- Bigode, A. J. (1997). Explorando o uso da calculadora no ensino da Matemática. *Projeto SESC Ler- Encontro de Formação Continuada: "Aprofundando a Língua Portuguesa e Matemática"*. RSSSB.
- Carpenter , T., Levi, L., Megan , L., & Koehler, J. (2005). Algebra in Elementary School: Developing Relational Thinkin. *International Journal on Mathematics Education*, 37(1), pp53-59.
- Castro, W., & Godino, J. (2009). Cognitive configurations od pre-service teachers when solving an arithmetical-algebraic problem. *Proceedings of the Sixth Conference of European Research in Mathematics Education*. Lyon, France: Univesité Claude Bernard.
- Chevallard, Y. (1991). *La Transposición didáctica, Del Saber Sabio al Saber Enseñado*. Buenos Aires: Aique Grupo Editorial.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Researchs Methods in Education*. New York: Routledge.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative inquiry and research desing*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Denzin, N. K., & Lincoln, Y. S. (1994). *Introduction: Entering the field of qualitative research* . London: Sage Publications .
- Ernest, P. (1999). Forms of Knowledge in Mathmatics and Mathematics Education: Philosophical and Rhetorical Perspectives. En D. Tirosh, *Forms of Mathematics Knowledge: Learning and Teaching with Understanding* (págs. 67 - 84). Tel Aviv, Israel: Kluwer Academic Publisher.



## Facultad de Educación

Escudero, J. (1999). *Resolución de problemas matemáticos*. Obtenido de Creadotecnia:

<http://www.creadotecnia.es/descargas/escudero-2.pdf>

Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, pp 7-33.

Godino. (2011). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Recife, Brasil.

Godino, J. (2003). *Teoría de las funciones seioticas: enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática*. España: Memoria presentada para optar a una plaza de catedrático en el Departamento de Didáctica de la Universidad de Granada.

Godino, J. (2012). *Orígenes y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de la investigación en didáctica de la matemática*.

Godino, J. D., Batanero, M. d., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, pp 127-135.

Goetz, J. P., & LaCompte, M. D. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación*. Madrid: Morata.

Guzman, M. D. (1984). Juegos Matemáticos en la enseñanza. *IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*.

J., G. (2012). *Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótico de investigación en didáctica de las matemáticas*.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de educación Nacional.

MEN. (2006). *Estándares Básicas de Competencias en Matemáticas*. Bogotá.

Nieto, L. J., & Cárdenas Lizarazo, J. A. (2013). La Resolución de Problemas como contenido en el Currículo. *Campo Abierto* 32(1), pp 137-156.

Nussbaum, M. (2012). *Crear Capacidades*. Madrid, España: Artes Gráficas Huertas S. A.

Polya, G. (1945). *How solve it : A new aspect of mathematical model*. New Jersey.



**Facultad de Educación**

Polya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*.

Polya, G. (1968). *Mathematics and Plausible reasoning*. New Jersey: Priceton University PRES.

Rico, L. (2006). problemas, Marco Teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de.  
*Revista de Educación*, pp 275-294.

Sampieri, R. H., Fernandez-Collado, C., & Lucio, P. B. (2006). *Metodología de la Investigación*. México: McGraw-Hill.

Santos Trigo, L. (1997). La transferencia del conocimiento y la formulación o rediseño de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Mexicana de Investigación Educativa*, enero-junio, 2(3), pp 11-30

Scallon, G. (2004). *La evaluation des apprentisages dans une approche par competences*. Québec: Du Renouveau Pédagogique.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. New York: Academic Press.

Soneira, A. J. (2006). La Teoría fundamentada en los datos de Glaser y Strauss. En I. V. Gialdino, *Estrategias de Investigación Cualitativa* (págs. 153 - 173). Barcelona, España: Gidesa S. A. .

Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata

Trigo, L. M. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Editorial Trillas.

Villarreal, G. (2001). *Informe Proyecto Enlace Montegrande, Centro Comenius Universidad de Santiago de Chile*. Santiago de Chile: Ministerio de Educación de Chile.



### Anexos

A continuación, se presentan las guías que hicieron parte de la investigación. Solo se adjuntarán las guías de las cuales fueron tomadas las evidencias, ya que no resulta eficiente adjuntar aquellas que no aparecen dentro del conjunto de figuras relacionadas.

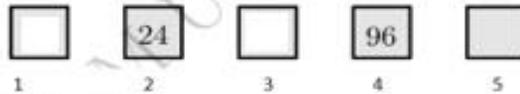
#### Anexo 1: Guía diagnóstica presentada al grado sexto



INTITUCIÓN EDUCATIVA PRADOS VERDES  
PRUEBA DIAGNÓSTICA 6° GRADO  
SEMINARIO DE PRÁCTICA PROFESIONAL I  
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS



1. Qué números corresponde a las posiciones 3 y 5?

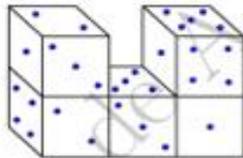


- ¿Cómo hiciste para obtenerlos?
- ¿Qué relación encuentra entre cada número y su posición.
- ¿Qué número corresponde a la posición 10?

2. Si  $\frac{1}{2}$  de  $\frac{2}{3}$  de los doce pequeños cuadrados en la figura a continuación son removidos, ¿Cuántos cuadrados restan?



3. Se dice que un dado es *legal* si los puntos de sus caras opuestas suman siete. ¿Cuál debe ser la máxima suma de los puntos de la parte sobre la cual esta apoyada la torre de dados *legales* a continuación?



3. En una cierta comunidad de 300 personas se tiene que 110 son mayores de 20 años, 120 son mujeres y 50 mujeres son mayores de 20 años. El número de hombres de esta comunidad que son menores de 20 años es:



Institución Educativa  
Prados Verdes

Estudiante: \_\_\_\_\_

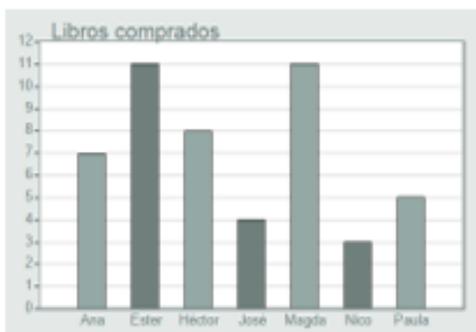
Grado: 7° - 2017

Área: Matemáticas

Docente: John Fredy Sánchez González

Fecha: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

La siguiente gráfica muestra la cantidad de libros que compraron un grupo de amigos en el mes de mayo de 2017.



1) ¿Quiénes compraron más libros que Paula y menos que Ester y Magda?

2) Si cada libro tiene un costo de \$22500, ¿Cuál es la diferencia entre lo que pagaron Nico y Ester?

3) ¿Qué personas compraron menos libros que Ana?

4) Ocho granjeros cosechan veinte mil kilos de tomates en dieciocho días. ¿Cuántos kilos de tomates podrán cosechar siete granjeros en quince días?

5) Resolver teniendo en cuenta los datos del cuadro.

Trabajadores	Días	Casetas	Horas diarias
5	16	1	6
?	10	2	8

6) Teniendo en cuenta los datos del ítem 4, si cada kilo de tomate tiene un valor de \$1850 pesos, ¿Cuál es el valor total de la cosecha hecha por los ocho granjeros?

7) Continuando con el problema anterior, ¿Cuál es el valor de la cosecha de los siete granjeros?

8) Resolver teniendo en cuenta los datos del cuadro.

Grifos	Capacidad del tanque	Horas diarias	Días
12	30000 litros	3	6
?	40000 litros	5	4



## Facultad de Educación

### Anexo 3: Guía presentada en la segunda fase (Praxis)



Institución Educativa  
Prados Verdes  
Grado 7°

Área: Matemáticas

Docente: John Fredy Sánchez González

Estudiante: \_\_\_\_\_ Nota: \_\_\_\_\_

La Centra Mayorista de Abastecimiento en la ciudad de Medellín ha comenzado a circular la lista de precios para grandes compradores:

Arroz de 1era.	Bulto 45 kg	\$117.250	Ahuyama	Bulto 70 kg	\$34.000
Arroz de Segunda.	Bulto 45 kg	\$109.292	Aj dulce topito	Bulto 40 kg	\$148.542
Alpiste	Kilogramo	\$2150	Ajo Importado	Caja 10 kg	\$31.708
Arveja verde Imp.	Kilogramo	\$1.600	Cebolla Blanca	Bulto 48 kg	\$40.875
Guandul	Kilogramo	\$1.650	Cebolla Junca	Mazo 24 kg	\$32.271
Lenteja	Kilogramo	\$2.433	Cebolla Roja Peruana	Bulto 45 kg.	\$68.208
Maíz amarillo duro Imp.	Kilogramo	\$688	Cilantro Bogotano	Mazo 8 kg	\$19.333
Maíz Blanco trillado	Bulto 40 kg	\$53.583	Lechuga Batavia	Kilogramo	\$1158
Ñame Espino	Bulto 50 kg	\$81.667	Remolacha Bogotana	Bulto 55 kg	\$40.875
Ñame Espino Mejorado	Bulto 50 kg	\$97.396	Tomate de Mesa	Caja 24 kg	\$41167
Papa R 12	Bulto 50 kg	\$61.604	Zanahoria	Bulto 60 kg	\$59.583
Papa Única	Bulto 50 kg	\$53.313	Banano Uraba	Kilogramo	\$540
Papa Criolla	Bulto 50 kg	\$66.938	Cinuela Importada	Caja 9 kg	\$45.000
Plátano Hartón	Kilogramo	\$1106	Guayaba	Caja 10 kg	\$18.083
Yuca	Bolsa 40 kg	\$35.271	Limon Común	Bulto 80 kg	\$123.750

Gregorio ha llegado al realizar las compras de la semana para abastecer su minimercado. Y ha comprado:

- Cinco bultos de arroz de primera
- Cinco bultos de arroz de segunda
- 30 kilos de lentejas
- Cuatro bultos de papa única
- 40 kilos de papa criolla
- 20 kilos de yuca
- Medio bulto de cebolla blanca
- Un mazo de cebolla junca
- Medio bulto de ahuyama
- 36 libras de limón común
- Una caja de guayaba
- Media caja de tomate

1) Mientras realizaba la lista, hacía cálculos mentales y llegó a la conclusión que con \$ 1'650.000 pesos le alcanza y le sobra para comprar diez kilogramos de bananos. ¿Es correcto lo que Gregorio concluyó? ¿Por qué?

2) ¿Teniendo en cuenta la anterior lista, podemos decir que es más barata la libra de ajo dulce que la de ajo importado? ¿Por qué?

3) Arepas "La Parrilla Dorada" dispone de un capital de \$1'300.000 pesos para comprar una tonelada de

maíz trillado y poder elaborar los pedidos que le han solicitado los supermercados de la ciudad.

¿Pueden comprar la tonelada como se menciona en la situación anterior? En caso contrario, ¿Cuántos kilogramos pueden comprar con dicha cantidad de dinero?