UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Facultad de Educación

La resolución de situaciones-problemas, asociada al Pensamiento Relacional en estudiantes de 5° grado

Trabajo presentado para optar al título de Licenciados en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas

YONATAN STIVEN CARDONA GARZÓN
LAURA ISABEL POSADA TORRES

Asesora

Hilduara Velásquez Echavarría

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
Facultad de Educación

Ser Maestro
Nuestra esencia

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
COMITÉ DE PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS

Acta de Aprobación de Trabajo de Grado - Pregrado

En la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia se reunieron los profesores **Hilduara Velásquez Echavarría y José Wilde Cisneros**, en calidad de Jurados del Trabajo de Grado: ***La resolución de situaciones-problemas, asociada al Pensamiento Relacional en estudiantes de 5° grado***, presentado por las estudiantes **Yonatan Stiven Cardona Garzón y Laura Isabel Posada Torres,** del programa de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, quienes realizaron una presentación pública de su Trabajo de grado debidamente aprobado (artículo 25 del Acuerdo 284 de 2012). Una vez terminada la presentación se firmó el acta con la calificación de **APROBADO,** por unanimidad, luego el coordinador de práctica del programa dio a conocer el resultado.

Medellín, 12 de junio de 2018

Hilduara

Hilduara Velásquez Echavarría
Jurado

José Wilde Cisneros
Jurado

Gilberto de Jesús Obando
Coordinador de Práctica Programa Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

Agradecimientos

Queremos expresar los más sinceros agradecimientos a todas las personas e instituciones que, de una u otra manera, contribuyeron en la consolidación de este trabajo de investigación.

A la Institución Educativa la Asunción, por abrirnos sus puertas para desarrollar este proceso investigativo.

A nuestra asesora Hilduara Velásquez, por emprender con nosotros, el difícil pero gratificante camino de la investigación en la práctica como maestros.

A la profesora Verónica Valderrama, por su colaboración, disposición y orientación a lo largo de nuestra formación como maestros.

También agradecemos al comité de práctica de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, porque las sugerencias dadas en los espacios de sustentación de los avances fueron de gran ayuda a lo largo del proyecto.

Resumen

Este proyecto de investigación se realizó en el marco de la Práctica Pedagógica de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas. El análisis de las tareas se enfocó en identificar cómo la resolución de situaciones-problemas, promueve el desarrollo del Pensamiento Relacional en estudiantes de 5° grado de la Institución Educativa La Asunción. La investigación se fundamentó en tres perspectivas teóricas: como enfoque didáctico el Enfoque Ontosemiotico (EOS) (Godino, Batanero, y Font, 2009; Godino, 2014); como objeto matemático el Pensamiento Relacional (Molina, 2006; Castro y Molina, 2007); y como proceso asociado, la Resolución de Situaciones-Problemas (Santos-Trigo, 2008; MEN, 1998-2006).

La investigación se desarrolló bajo el enfoque cualitativo, orientada por la metodología de Investigación Acción Educativa (Restrepo, 2002), en la cual se busca analizar y transformar el proceso de instrucción matemática, orientado hacia el proceso de resolución de situaciones-problemas asociado al Pensamiento Relacional. Como categorías de análisis de las tareas fueron empleados tres de los objetos primarios que emergen de la práctica matemática planteados en el EOS: los argumentos, los procedimientos y los conceptos-definiciones.

La intervención en el aula contribuyó al mejoramiento en aspectos como la interpretación y resolución de situaciones-problemas, la comprensión de las propiedades de la suma y la multiplicación en términos de las relaciones que abarcan y, a la formulación de nuevas situaciones-problemas a partir de unas condiciones determinadas.

Palabras clave: Pensamiento Relacional, Resolución de situaciones-problemas, Enfoque Ontosemiótico, Signo igual, Equivalencia.

Abstract

The resolution of situation-problems, associated with Relational Thinking in 5th grade students

This research project was carried out in the framework of the Pedagogical Practice of the Bachelor in Basic Education with Emphasis in Mathematics. The analysis focused on how the resolution of situation-problems promotes the development of relational thinking in 5th grade students of *La Asunción* primary and secondary school. The research was based on three theoretical perspectives: as a didactic approach, the Onto-Semiotic Approach (OSA) (Godino, Batanero, and Font, 2009; Godino, 2014); as a mathematical object, relational thinking (Molina, 2006, Castro and Molina, 2007); and as an associated process, the Resolution of situation-problems (Santos-Trigo, 2008, MEN, 1998-2006).

The research was developed under the qualitative approach, under the action- research methodology (Restrepo, 2002), which seeks to analyze and transform the mathematical instruction process focused on the resolution of situation-problems process associated with relational thinking. As categories of task analysis, three of the primary objects that emerge from the mathematical practice proposed in the OSA were used: the arguments, the procedures and the concept-definitions.

The intervention in the classroom contributed to the improvement on aspects such as the interpretation and resolution of situation-problems, the comprehension of the properties of the addition and the multiplication in terms of the relations that they cover and, the formulation of new situation-problems based on some specific conditions.

Keywords: Relational Thinking, Resolution of situation-problems, Onto-semiotic Approach, equals sign, equivalence.

Tabla de contenido

Lista de Ilustraciones

Lista de Gráficas

Lista de Esquemas

Lista de Anexos

CAPÍTULO I

Contextualización

La Práctica Pedagógica[1] se desarrolló en la Institución Educativa la Asunción [2] que es de carácter oficial. Está ubicada en la comuna 2, correspondiente al barrio Santa Cruz, en la zona nororiental de la ciudad de Medellín (Colombia). La comunidad educativa adscrita a la Institución se clasifica en los estratos socioeconómicos 1 y 2. La población del sector es vulnerable por aspectos como la violencia intrafamiliar, el consumo y la distribución de estupefacientes, y la presencia de grupos armados al margen de la ley.

En el Proyecto Educativo Institucional (La Asunción, 2013), dentro del componente histórico, se expone que en el año 1964 la comunidad misionera de Jesús y María, inició en el barrio Santa Cruz como un proyecto de formación en artes para los agentes integradores de la comunidad (jóvenes, adultos, madres, entre otros), en busca de promover la socialización entre ellos. Con el tiempo se fue extendiendo a un espacio de formación tanto en lo académico, como en valores y el fortalecimiento espiritual. El proyecto se fue convirtiendo en escuela hacia el año 1971 abalado por la Secretaria de Educación de la ciudad, luego en el año 2003 pasó a ser escuela anexa a la Institución Educativa Ciro Mendía, 11 años después para ampliar la cobertura educativa, en el año 2014 se constituye como la Institución Educativa la Asunción. Inició en un lugar muy reducido y atendiendo

[1] La Práctica Pedagógica es un espacio de conceptualización, para el desarrollo de un proyecto investigativo, en el cual los estudiantes de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemática de la Universidad de Antioquia, inician el proceso de intervención en el aula de clase llevado a cabo en diferentes fases, aplicando estrategias de enseñanza en un grupo en particular.

[2]En los anexos se incluye la autorización de la rectora para aplicar el proyecto y para hacer uso del nombre de la institución educativa.

poca población; actualmente cuenta con múltiples espacios para el desarrollo de las actividades académicas, por ejemplo, 12 aulas de clase y zonas para el desarrollo de actividades deportivas y culturales que complementan los procesos académicos.

En los últimos años, la Institución atiende en promedio 21 grupos de estudiantes, organizados así: 2 grupos en preescolar, 10 que conforman la básica primaria, 7 en la básica secundaria y 2 grupos en la media académica. La básica primaria es mixta y el bachillerato es femenino.

Respecto a los recursos e infraestructura, cuenta con conexión a internet, computador y televisor en cada aula, biblioteca, sala de sistemas, cancha, auditorio, capilla, y específicamente para el área de matemáticas están a disposición algunos materiales didácticos, como bloques lógicos, regletas, ábacos, geoplanos, entre otros. En el Proyecto Educativo Institucional (PEI, 2013) se plantea que, para alcanzar la meta propuesta en la visión, la Institución se guía por el modelo pedagógico cognitivo, y este a su vez se fundamenta en las teorías desarrollistas, constructivistas y conceptuales. El ser humano en proceso de formación, al integrar este enfoque y las teorías, se prepara en lo intelectual y se dispone a vivir, convivir y a participar de la sociedad. Es de aclarar que el modelo pedagógico está en revisión y ajuste, dada la reciente certificación como Institución Educativa.

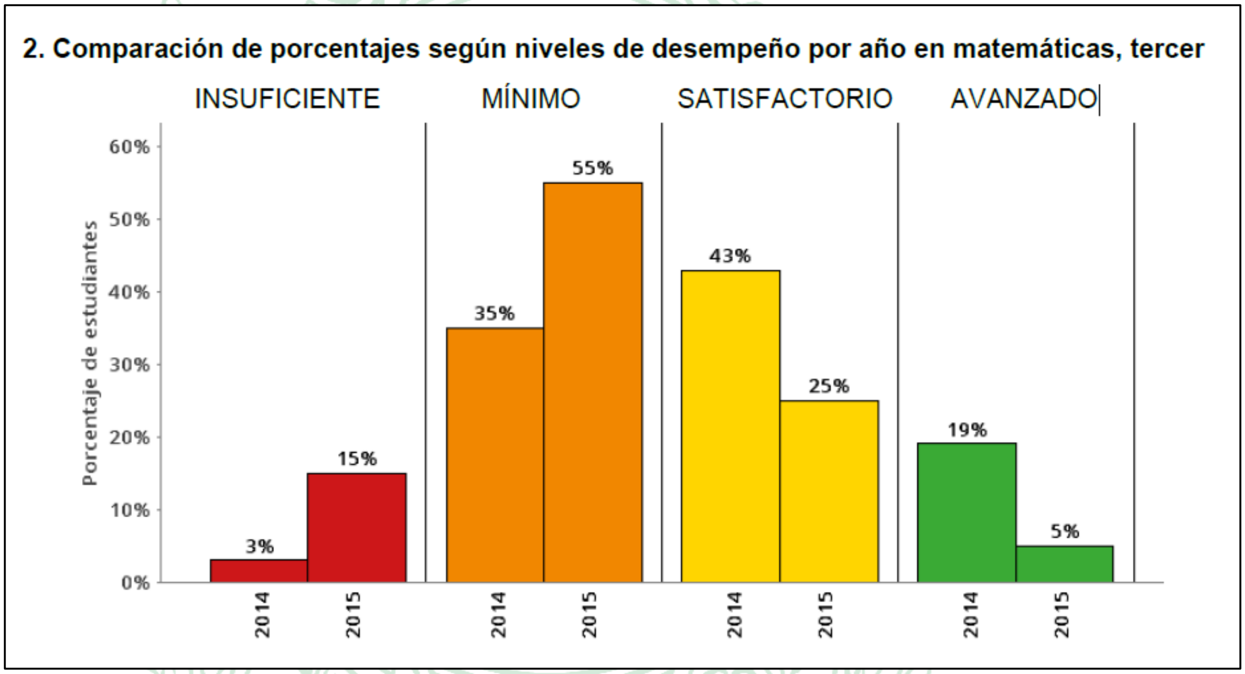
El plan de área de Matemáticas de la Institución, reconoce la faceta práctica y formal a partir de los dos tipos de conocimientos referidos por el (MEN, 2006), conocimiento conceptual y conocimiento procedimental, los cuales se articulan para la formación integral del sujeto, bajo una noción ampliada de competencia que contempla el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo, lo cual implica que se tejan relaciones entre el hacer y el comprender.

El plan de área, igualmente, busca fortalecer la actividad matemática a través del desarrollo de los procesos generales: formulación, comparación y ejercitación de procedimientos; modelación; razonamiento; comunicación; y formulación, tratamiento y resolución de problemas; los pensamientos matemáticos y sistemas asociados: Numérico, Espacial, Métrico, Aleatorio y Variacional (MEN, 1998). En cada período académico se proponen situaciones y preguntas problematizadoras, como herramientas para movilizar los conceptos y componentes propuestos desde los Estándares Básicos de Competencias en matemáticas (MEN, 2006) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998).

Al analizar la estructura de la malla curricular para el grado 5°, se observa que la Institución considera el desarrollo de tres de los cinco procesos generales que dan lugar al conocimiento matemático, los cuales asume como competencias (la resolución de problemas, la comunicación y el razonamiento). Para atender a los cinco pensamientos, asumidos como componentes, la Institución los integra, el Pensamiento Numérico con el Variacional, el Pensamiento Espacial con el Métrico y por último el Pensamiento Aleatorio.

Posterior al análisis de los documentos y de los eventos emergentes en el ámbito institucional, se seleccionó al grado 5°2 como población objetiva para realizar el proyecto de investigación en torno al Pensamiento Relacional, el cual considera las relaciones numéricas y algebraicas explicitas e implícitas en el componente Numérico-Variacional, dado que en él se identificaron algunos aspectos para fortalecer; las evidencias de ello se presentan en los apartados que se desarrollan a continuación.

Al realizar un análisis de los resultados institucionales en las Pruebas Saber[3] de 3° grado de los dos últimos años en el área de matemáticas, se observa un decrecimiento en relación al desempeño de los estudiantes entre los años 2014 y 2015 como se presenta en la gráfica 1.



Gráfica 1. Resultados históricos de las pruebas Saber 3° grado. Tomado de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/historico/reporteHistoricoComparativo.jspx

La gráfica 1 corresponde a los resultados de los estudiantes cuando cursaban el grado 3° en el año 2015, los cuales hacen parte del grupo que participó del proyecto de investigación; dado que el proyecto se desarrolló inicialmente en un grupo de 4° grado, en el semestre 2016-2, y se continuó con la mayoría del grupo para el 2017 en grado 5°. En la gráfica 1 se evidencia un crecimiento en el porcentaje de estudiantes situados en los niveles

[3] El Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (ICFES) es la entidad colombiana que ofrece servicios de evaluación de la educación en todos sus niveles, y en particular apoya al Ministerio de Educación Nacional en la realización de los exámenes de Estado y en adelantar investigaciones sobre los factores que inciden en la calidad educativa, para ofrecer información pertinente y oportuna y así contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación. Recuperado de http://www.icfes.gov.co/quienes-somos, el 12 noviembre del 2017.

de desempeño insuficiente - mínimo, y un decrecimiento en los niveles satisfactorio – avanzado respecto al año anterior.

En los documentos oficiales de Instituto Colombiano de Evaluación de la Educación, (ICFES), el promedio institucional en matemáticas está por debajo del promedio Nacional y esto se evidencia principalmente en los grados de primaria de la institución. Una de las causas de este hecho, podría ser los constantes cambios de profesores durante el proceso de constitución de la institución. Otra causa puede estar asociada a que en la primaria ningún docente tiene formación específica en el área de matemáticas, lo cual se constituye en una debilidad institucional. Una tercera causa que es posible considerar, es la poca motivación que manifiestan los estudiantes por el área.

Planteamiento del problema

Diversos autores (Carraher, Schliemann y Brizuela, 2000; Kaput, 2000; Subramaniam, 2004; Warren, 2004) señalan la importancia de enseñar algebra en los primeros grados de la educación básica a partir de la propuesta Early Algebra, la cual retoma conceptos de la aritmética, y los integra con el desarrollo del pensamiento algebraico. Los autores exponen que la separación del algebra con la aritmética, realza y extiende las dificultades de los estudiantes, por lo tanto, proponen la aplicación de nuevas metodologías que integren ambos componentes con el objetivo de favorecer el desarrollo del Pensamiento Variacional.

Vergel (2010) expone que cada vez es mayor la crítica sobre la enseñanza tradicional del álgebra, fundamentada en el fracaso de los estudiantes, la deserción en el estudio de las matemáticas, la poca conexión entre el álgebra y otros componentes de las matemáticas y la carencia de significado del álgebra en el aprendizaje de los estudiantes.

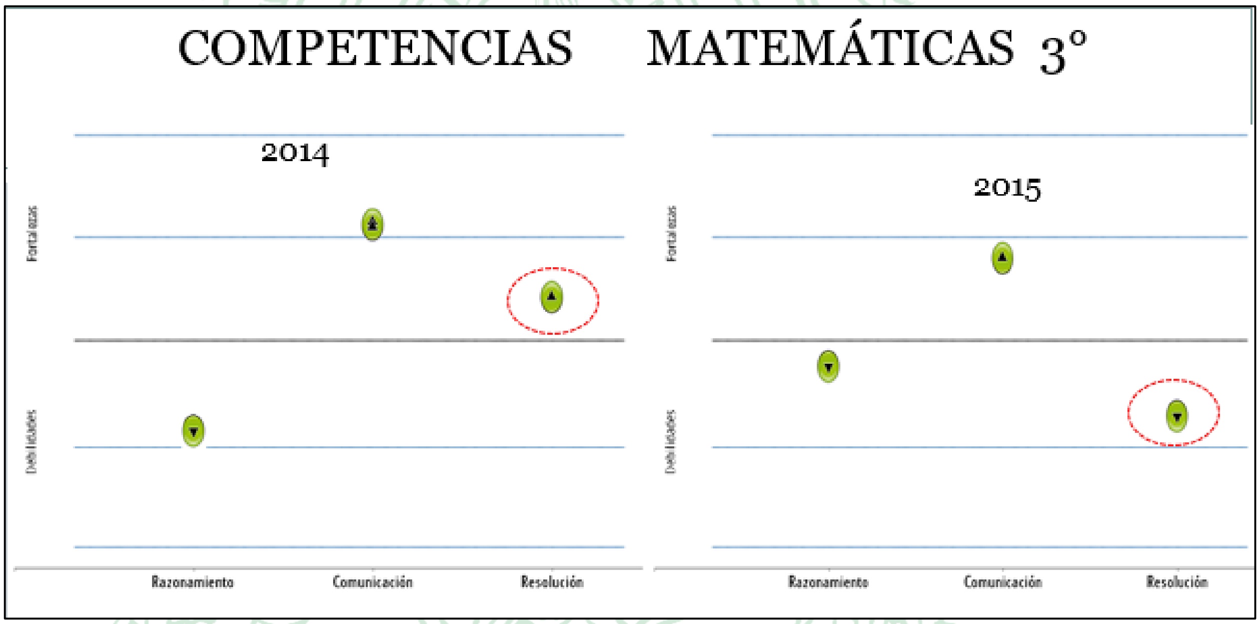
Para atender a estas falencias, algunas investigaciones internacionales reconocen la propuesta Early Algebra como una manera de integrar el álgebra dentro del currículo; en Colombia, el Pensamiento Variacional se contempla desde los primeros niveles de la básica primaria y se extiende hasta la básica secundaria y media. Al respecto, Molina (2006), propone la investigación en torno al Pensamiento Relacional, en la cual presenta el desarrollo de ese pensamiento como una manera de atender a la propuesta Early Algebra; la cual inicia por el reconocimiento de las dificultades en cuanto al desarrollo de la parte aritmética, la comprensión de las propiedades y las relaciones en su interior, y como principal problemática, la comprensión del signo igual y las sentencias numéricas.

Molina (2006) indaga por el uso y desarrollo del Pensamiento Relacional y de los significados del signo igual en un grupo de estudiantes de grado 3°; expresa que las dificultades radican en que los niños conciben este signo solamente como un resultado de una operación específica, omiten la equivalencia que expresa, es decir, la bidireccionalidad del signo igual, por lo tanto presentan dificultades para establecer relaciones y comprobar la veracidad o falsedad de las sentencias numéricas.

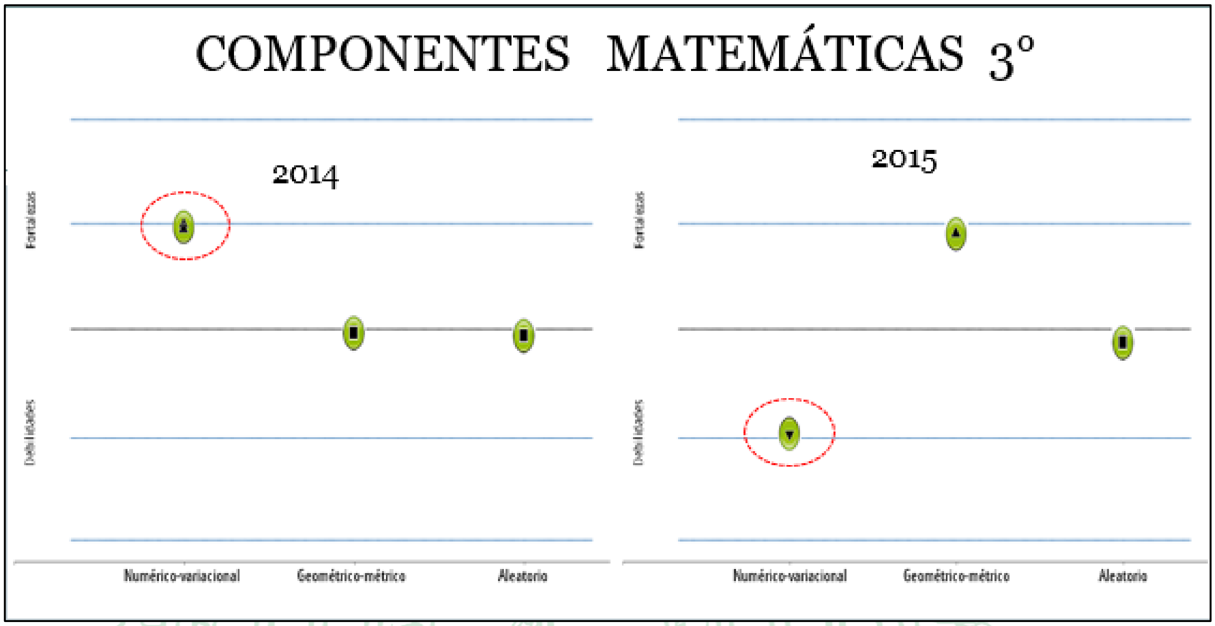
El Pensamiento Variacional desde la básica primaria se plantea en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) y en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), enfocado en el estudio de las relaciones, la variación, el cambio, entre otros; sin embargo, en los contextos escolares este pensamiento se desarrolla desligado de los demás, como se observa en la malla curricular de la Institución, en la cual se plantea el Pensamiento Variacional como un componente del Pensamiento Numérico. De acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) “Muchos de los conceptos de la aritmética y la geometría se suelen presentar en forma estática, pero ganarían mucho en flexibilidad y generalidad y atraerían más el interés de los estudiantes si se presentan en forma dinámica y variacional” (p.69).

Pese a que en los documentos oficiales del MEN se establece la enseñanza del Pensamiento Variacional desde los primeros grados de la enseñanza primaria, en la malla curricular de la Institución , específicamente en el grado 5°, se evidencia un desarrollo insipiente de dicho pensamiento, allí se asume como un subtema dentro del Pensamiento Numérico; en el primer periodo no se consideran temáticas referidas al él, en el segundo y tercero, los contenidos de este son pocos, sólo se toman los conceptos de: igualdad, ecuaciones, secuencias numéricas y desigualdades numéricas. El desarrollo de estos temas gira alrededor de la solución mecánica de situaciones aritméticas, sin analizar aspectos como las relaciones y los patrones, que son propios del Pensamiento Variacional, el cual es asumido como una generalización de la aritmética.

Por otro lado, en los resultados históricos de la Institución en las Pruebas Saber 3°, se evidencia un bajo desempeño en el componente Numérico-Variacional y en la competencia de resolución de problemas como se muestra en las gráficas 2 y 3.



Gráfica 2. Resultados de las Pruebas Saber de los años 2014 – 2015, de la I.E La Asunción. Recuperado de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx, el 12 de noviembre del 2017.



Gráfica 3. Resultados de las Pruebas Saber de los años 2014 – 2015, de la I.E La Asunción. Recuperado de http://www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx, el 12 de noviembre del 2017.

En la gráfica 2 se presenta la comparación de los resultados en las competencias matemáticas entre el año 2014 y 2015, en la gráfica 3 el paralelo de los componentes matemáticos entre los mismos años; el análisis del ICFES muestra que los estudiantes presentan dificultades en el componente numérico-variacional, referente al reconocimiento de equivalencias entre diferentes tipos de representaciones, específicamente las relacionadas con la construcción-descripción de secuencias numéricas y geométricas.

En la competencia de Planteamiento y Resolución de Problemas ligado a dicho componente, presentan dificultades para formular problemas sencillos de proporcionalidad directa; se observa que en el 2014 tanto la competencia como el componente enunciado, eran una fortaleza al estar por encima del promedio nacional, y en el 2015 pasó a ser una debilidad; tales debilidades se confirman en la actividad diagnóstica aplicada en la primera fase de la Práctica Pedagógica.

La actividad diagnóstica se aplicó con la intencionalidad de analizar las estrategias que emplean los estudiantes para dar solución a ciertas situaciones matemáticas, se indagó por conceptos referentes al Pensamiento Relacional, como la identificación de propiedades de los algoritmos de la suma, resta y multiplicación enmarcadas en situaciones-problemas y la jerarquía de las operaciones en relación a sentencias numéricas. En este contexto, como lo plantean Castro y Molina, (2007) "los alumnos pueden desarrollar pensamiento relacional, al buscar estrategias con las que resolver las tareas propuestas y de este modo hacer explícito y desarrollar su conocimiento sobre las operaciones aritméticas" (p.90).

La actividad diagnóstica constó de dos partes, la primera incluía una serie de situaciones donde los estudiantes debían analizar los enunciados para identificar si eran verdaderos o falsos y argumentar la respuesta. La segunda parte, consistía en explorar las representaciones que los estudiantes utilizaban para expresar relaciones de equivalencia y desigualdades; se emplearon balanzas para propiciar situaciones mediante el uso de material concreto. Para la actividad el grupo se dividió en dos subgrupos, con el fin de que la mayor cantidad de estudiantes pudieran interactuar con las balanzas. La actividad fue dirigida por cada maestro en formación, se utilizaron como material concreto: canicas, fichas de dominó, cuerpos geométricos, y una balanza por cada subgrupo.

Al analizar los procedimientos que realizaron los estudiantes en la actividad diagnóstica, se identificó que ellos omiten el uso de las de propiedades de las operaciones para dar respuesta a cada una de las situaciones planteadas; por lo tanto, para establecer la veracidad o falsedad de la sentencia numérica, recurren a operar a ambos lados de la igualdad de forma separada, y posterior a ello, sólo comparan el resultado numérico. A continuación, se presentan algunos de los enunciados propuestos y la resolución a cada uno de ellos.

***1**) Alejandro le dice a María que, si tiene 10 carros en una caja y 13 en otra caja, es lo mismo que tener 10 carros en una caja, 3 en otra y 10 en una última caja. ¿Lo que dice Alejandro es Vedad o Mentira? Explica por qué.*

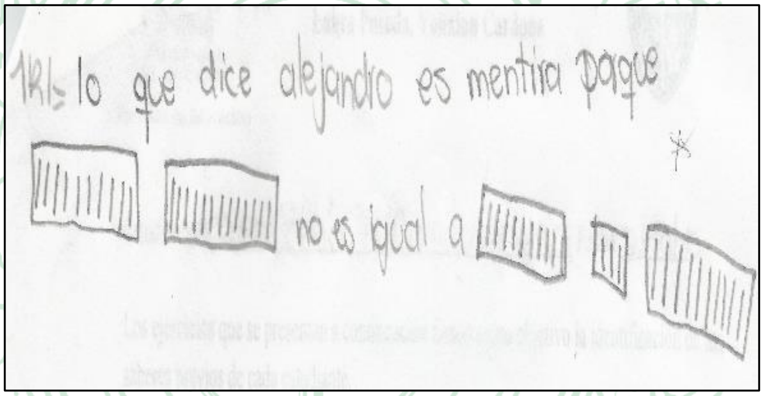


Ilustración 1. Primera parte de la actividad diagnóstica, numeral 1.

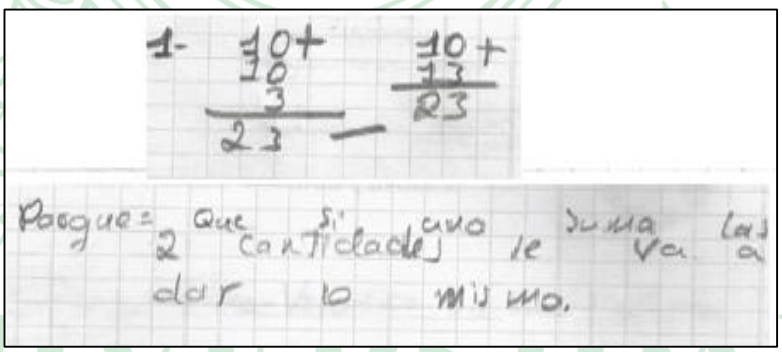


Ilustración 2 . Primera parte de la actividad diagnóstica, numeral 1.

En la ilustración 1, se observa que los estudiantes emplean un lenguaje gráfico-numérico para simbolizar la tarea, aunque la representación muestra una equivalencia en la cantidad de símbolos utilizados (número de rayas), afirma que no es igual. Puede inferirse que ellos concluyen que el enunciado es falso por el número de “cajas” utilizadas.

En la Ilustración 2, los estudiantes utilizan un lenguaje numérico para expresar y resolver la igualdad; resuelven cada lado de la igualdad de forma aislada, proceden a realizar la operación suma y así, concluyen que el enunciado es verdadero porque obtienen el mismo resultado; para resolver la relación de equivalencia, omiten el concepto de descomposición de números (unidad, decena y demás).

3) *Laura estuvo en el Centro de Medellín, allí compró blusas de color Azul, Rojo y Naranja, de cada color compró 4 blusas. Su amiga Mariana estuvo en Cartagena, donde compró blusas de color Amarillo, Verde, Blanco y Negro, de cada color compró 3 blusas. ¿Compraron la misma cantidad de blusas? Explica tu respuesta.*

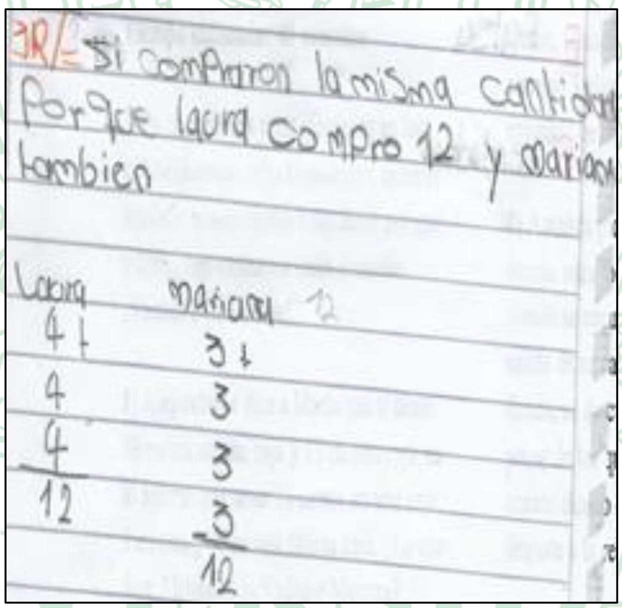


Ilustración 3. Primera parte de la actividad diagnóstica, numeral 3.

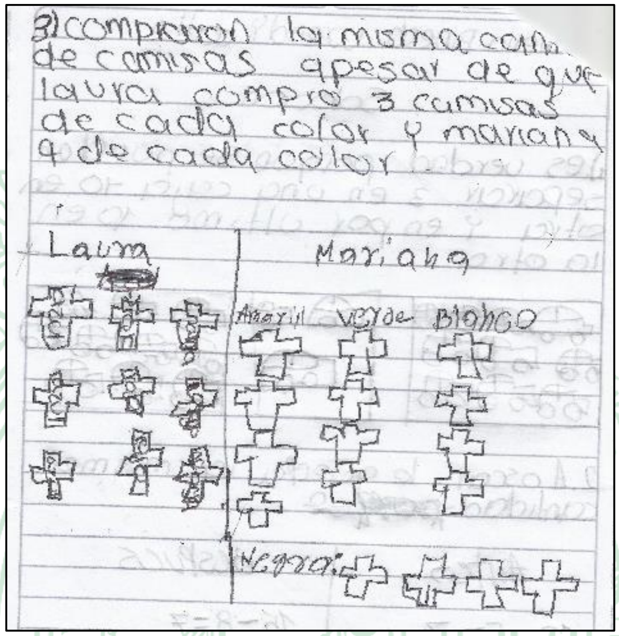


Ilustración 4 . Primera parte de la actividad diagnóstica, numeral 3.

En la ilustración 3, los estudiantes hacen uso de un lenguaje numérico para denotar la situación, recurren a utilizar sumas de sumandos iguales para expresar las relaciones; mientras que en la ilustración 4, resuelven la situación mediante una representación icónica. En ambas situaciones obtienen la respuesta correcta, pero de manera general en los procesos seguidos por los estudiantes, ninguno hace referencia a la propiedad conmutativa de la multiplicación para establecer la relación de equivalencia.

Lo que se presenta a continuación, son algunas sentencias numéricas y los procesos que los estudiantes realizaron para dar respuesta a ellas.

***5**) Alejandra está resolviendo un taller de Matemáticas, y le pide ayuda a su amiga Salomé. Este es el examen de Alejandra.*

Cada ejercicio plantea una igualdad, expresa en cada uno si es verdadero o Falso y Explique su respuesta:

f*) 5 x 3 + 5 x 4 = 5 x (3 + 4)*

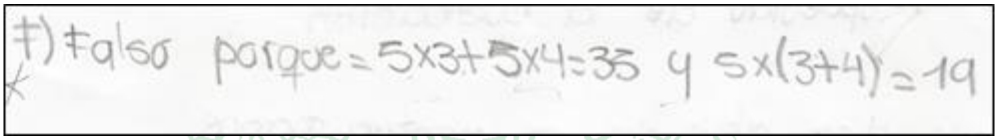


Ilustración 5. Primera parte de la actividad diagnóstica. Numeral 5, inciso F.

En el ejercicio propuesto en el numeral 5, literal f, los estudiantes resuelven la igualdad de manera independiente a cada lado del signo igual, y luego comparan los resultados; en las soluciones presentadas no se tiene en cuenta la jerarquía entre las operaciones para comprobar la equivalencia, y esto los lleva a una conclusión errónea. Tampoco se tiene en cuenta la propiedad distributiva para la comprobación del enunciado, la cual brinda los elementos para establecer la relación de equivalencia.

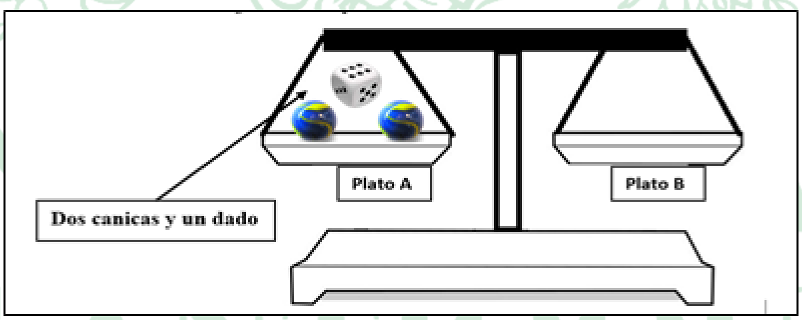
Como se evidencia en las ilustraciones anteriores, los estudiantes utilizan la comparación de resultados como único método para determinar la veracidad o falsedad de las sentencias; el signo igual es percibido como un símbolo que divide la expresión en dos resultados que se pueden comparar, se omite la descomposición de los números y las propiedades de las operaciones para expresar las relaciones de equivalencia, siendo estas propiedades un factor que posibilita la identificación de las relaciones.

En la investigación de Molina (2006), se enuncia un enfoque de resolución de las sentencias numéricas basado en el cálculo, el cual se da cuando los estudiantes se limitan a resolver ambos lados de la igualdad para establecer la veracidad o falsedad de la sentencia numérica. Este recibe el nombre de estrategia VN, y corresponde al modo cómo los estudiantes que participan en el presente proyecto resuelven las sentencias numéricas y esto tiene lugar debido a que los estudiantes perciben el signo igual como un resultado, es decir, lo identifican en igualdades o sentencias de acción, que son aquellas en las que solo se presentan símbolos de operación a un lado de la igualdad.

> Los alumnos que dan muestras de este significado tienden a centrarse en una parte de la igualdad o sentencia de la forma $a \pm b = c$ o a interpretar la igualdad o sentencia como si fuera de acción, procediendo de izquierda a derecha y modificando, en ocasiones, la estructura de la misma. Sólo responden correctamente a igualdades y sentencias de acción en las que las operaciones aparecen en el miembro izquierdo (Molina, 2006, p.438).

En el análisis de la segunda parte de la actividad diagnóstica, a partir del uso de la balanza y las preguntas orientadoras, se logra evidenciar que los estudiantes recurren a la explicación mediante lenguaje natural, y a las representaciones icónicas como única forma de representación, A continuación, se presentan algunos de los enunciados propuestos y la resolución a cada uno de ellos.

5. ¿Qué elementos utilizarías en el plato B para equilibrar la balanza? ¿Por qué esos y no otros? ¿Cómo lo representarías?



Gráfica 4. Segunda parte de la actividad diagnóstica, numeral 5.

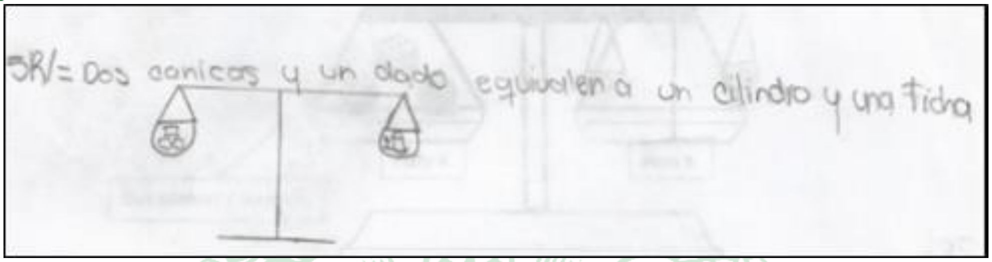
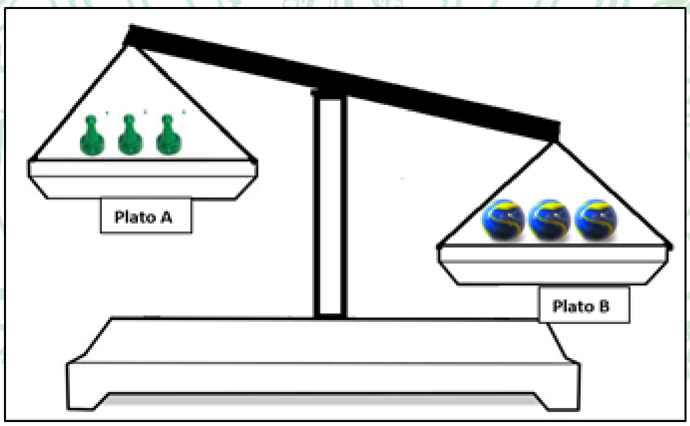


Ilustración 6 . Segunda parte de la actividad diagnóstica, numeral 5.

De manera general, se percibe que los estudiantes logran expresar las diferentes situaciones-problemas y los enunciados propuestos mediante lenguaje natural y lenguaje icónico. Se encuentra que ninguno emplea un lenguaje simbólico (formal) para expresar la relación de equivalencia.

6. ¿Cómo representarías lo que se muestra en la siguiente balanza?



Gráfica. 5 Segunda parte de la actividad diagnóstica, numeral 6.

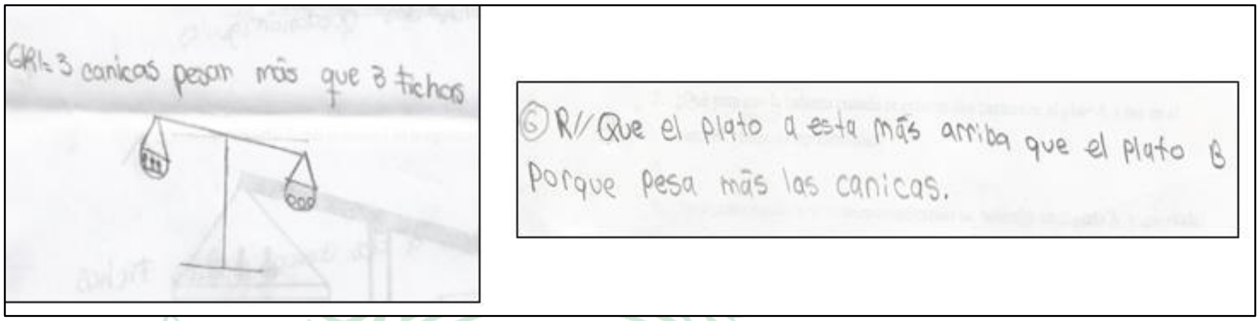


Ilustración 7. Segunda parte de la actividad diagnóstica.

Los estudiantes identifican que el cambio en la balanza se genera por el peso de los objetos que se ponen en cada plato, por ejemplo, cuando el plato A queda arriba, expresan que sucede porque los objetos que hay en él pesan menos que los que hay en el plato B, y esto lo enuncian en términos de, *"pesa más que, o pesa menos que",* no utilizan las representaciones simbólicas ">, <".

Como generalidad, se evidencia que los estudiantes presentan dificultades para interpretar, comprender, y resolver los enunciados propuestos; sólo utilizan el lenguaje natural e icónico como método de representación de las situaciones-problemas, es decir, expresan que hay una equivalencia o desigualdad, pero no recurren al uso de simbolismo formal, lo hacen a través del lenguaje natural y por medio de dibujos, que representan la balanza equilibrada.

Por consiguiente, en este trabajo se indaga por ¿Cómo la resolución de situaciones-problemas, promueve el desarrollo del Pensamiento Relacional en estudiantes de 5° grado de la I.E La Asunción?

Objetivo general

Analizar el proceso de resolución de situaciones-problemas asociado al Pensamiento Relacional en estudiantes de 5° grado de la I.E La Asunción, para transformar el proceso de instrucción matemática.

Objetivos específicos:

- Reconocer los significados que los estudiantes otorgan al signo igual al resolver situaciones-problemas.
- Identificar los argumentos, procedimientos, conceptos-definiciones que emplean los estudiantes para justificar las relaciones inmersas en igualdades numéricas.

Justificación

En el presente apartado se presentan algunos argumentos sobre el potencial del Pensamiento Relacional; en primera instancia, se sitúa tal pensamiento en un contexto internacional (razonamiento algebraico), en cual se identifica la relevancia de iniciar procesos algebraicos a partir de relaciones aritméticas; posteriormente, se ubica en el contexto colombiano con el Pensamiento Variacional, considerado en el currículo escolar desde la básica primaria.

En la propuesta de cambio curricular presentada por Blanton y Kaput (2004-2005), Early Algebra, se expone la importancia de fomentar actividades que den lugar al uso del pensamiento algebraico, con el objetivo de promover el aprendizaje del álgebra, lo cual conlleva a un aprendizaje de las matemáticas; para esto, los docentes deben propiciar espacios donde los estudiantes puedan observar patrones, relaciones y propiedades matemáticas para que el aprendizaje del algebra formal se torne menos tormentoso y difícil a lo largo del proceso de formación.

Hablar de la propuesta Early Algebra, implica pensar en la generalización de la aritmética como un componente que aporta al desarrollo del razonamiento algebraico, con el objetivo de fomentar el uso adecuado de las propiedades de los algoritmos matemáticos por parte de los estudiantes, para dar cuenta de las relaciones entre estas, e iniciar el desarrollo del razonamiento algebraico. Al respecto (Godino y Font, 2003) exponen

> El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las

> ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas concebida como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central (p.774).

Por lo tanto, con base en el planteamiento de Castro y Molina (2007) se considera necesario profundizar en el estudio del razonamiento algebraico a partir del contexto aritmético, a través de sentencias numéricas.

> En la enseñanza de la aritmética, un trabajo adecuado con igualdades numéricas puede favorecer el desarrollo de la comprensión de las igualdades, facilitar el aprendizaje de la aritmética pensada y contribuir a la adquisición de una buena base de conocimiento de la estructura de la aritmética, de gran utilidad en el posterior estudio formal del álgebra (Castro y Molina, 2007, p.91).

Por ende, se reconoce que el Pensamiento Relacional es una parte del razonamiento algebraico. Castro y Molina (2007) definen el Pensamiento Relacional como

> Un tipo de actividad cognitiva que se considera estrechamente ligada al trabajo algebraico. Cuando este tipo de pensamiento surge en el contexto del trabajo con expresiones aritméticas, consiste en la actividad intelectual de examinar las expresiones globalmente (*i.e.*, como totalidades) y aprovechar las relaciones apreciadas, ya sea para resolver un problema, tomar una decisión o aprender más sobre una situación o cierto concepto (p.70).

En el contexto colombiano se plantea el Pensamiento Variacional como eje fundamental para dar estructura y sentido al aprendizaje del razonamiento algebraico en la escuela, (Posada y otros, 2006) por lo cual está en estrecha relación con el Pensamiento Relacional. El MEN (2006) propone que el desarrollo del Pensamiento Variacional inicie en la educación primaria, dado que, permite al estudiante observar, analizar y predecir posibles patrones y regularidades entre cantidades, magnitudes, figuras, entre otros.

> Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de generalización (MEN, 2006, p.67).

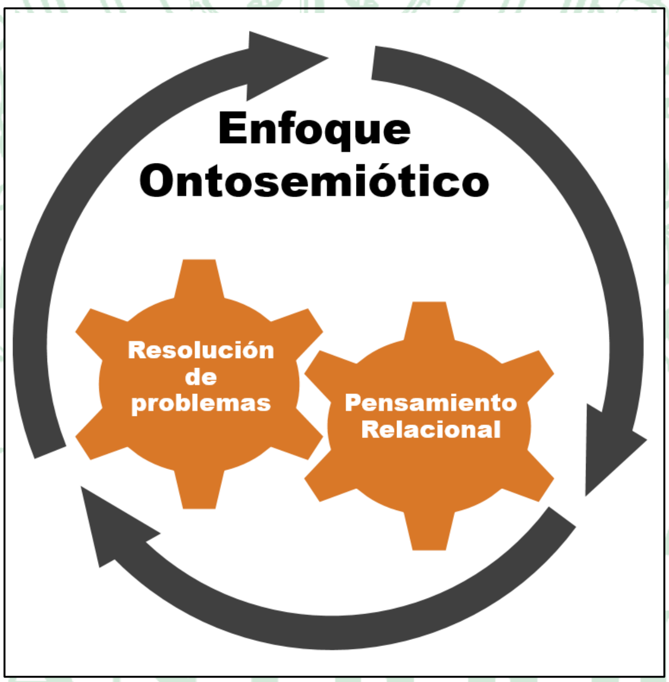
Analizar el proceso de resolución de problemas asociado al uso y desarrollo del Pensamiento Relacional en estudiantes de 5° grado es pertinente, dado que este pensamiento, como su nombre lo indica, se centra en las relaciones al interior de los problemas en lugar de la aplicación de un método mecánico y estandarizado. Permite a los estudiantes comprender las propiedades inmersas en las operaciones aritméticas, frente a lo cual Molina (2006) plantea que “promueve un aprendizaje significativo de la aritmética y contribuye a la adquisición de una base para el posterior estudio formal del álgebra” (p.71).

El Pensamiento Relacional se destaca por el potencial para algebrizar la actividad aritmética y favorecer el aprendizaje de esta, fortalece el conocimiento sobre la estructura de dicha sub-área de las matemáticas, el modo en que lo utilizan para resolver igualdades y sentencias numéricas basadas en propiedades aritméticas, por lo cual es importante desarrollar dicho pensamiento desde los primeros grados de la educación (Molina, 2006).

CAPÍTULO II

Marco teórico

El marco teórico del proyecto se basa en tres fundamentaciones teóricas; el Enfoque Ontosemiótico (Godino, Batanero, y Font, 2009; Godino, 2014) como enfoque didáctico del proyecto; el Pensamiento Relacional (Molina, 2006; Castro y Molina, 2007) como objeto matemático, y la Resolución de problemas (Santos-Trigo, 2008; MEN, 1998-2006) como proceso matemático. En la figura 4 se relacionan las tres fundamentaciones teóricas, las cuales se desarrollan con más detalle en éste capítulo.



Esquema 1. Marco teórico

El Enfoque Ontosemiótico (Godino, et al., 2009) se asume como un enfoque teórico del conocimiento y la instrucción matemática sobre los objetos matemáticos y su naturaleza, ello ligado al lenguaje, los significados y símbolos; para este proyecto se articula dicho enfoque con el Pensamiento Relacional, el cual visto desde un contexto internacional se conecta con el Razonamiento Algebraico que a la vez se encuentra en el marco del Pensamiento Variacional referente al contexto colombiano y en relación directa con ellos, el proceso de resolución de problemas, el cual cumple un papel preponderante en el desarrollo del pensamiento matemático, en el EOS se plantea que la matemática cobra sentido a partir de la resolución de problemas.

Durante el desarrollo del presente capítulo se profundiza en los referentes teóricos mencionados.

Enfoque Ontosemiótico (EOS)

El Enfoque Ontosemiótico se asume como una orientación teórica del conocimiento y la instrucción matemática sobre los objetos matemáticos y su naturaleza, en el cual se adopta una perspectiva global teniendo en cuenta las diversas dimensiones implicadas y la interacción entre ellas.

> El punto de partida del EOS es la formulación de una ontología de los objetos matemáticos que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado, pero teniendo en cuenta además la dimensión cognitiva individual (Godino, et al., 2009, p.20).

La instrucción matemática, es concebida por Godino et al. (2009) como un proceso que integra la enseñanza y el aprendizaje de contenidos específicos, en lo concerniente a los sistemas didácticos. Los autores plantean que “El proceso de instrucción sobre un contenido o tema matemático se desarrolla en un tiempo dado mediante una secuencia de configuraciones didácticas" (p. 12). La Configuración didáctica surge a partir de la interacción entre el profesor y el alumno, mediante la comprensión y desarrollo de objetos y procesos matemáticos ligados a situaciones–problemas, siendo esta, la principal herramienta para el análisis de la instrucción matemática (Godino, 2012).

El EOS es un enfoque integrador que proporciona aproximaciones teóricas en la investigación de la Educación Matemática mediante nociones epistemológicas, antropológicas, cognitivas y semióticas. Estas nociones se clasifican en cinco grupos (Sistema de prácticas, Configuración de objetos y procesos, Configuración didáctica, Dimensión normativa e Idoneidad didáctica) en los cuales se permite analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino, 2012).

En el Sistema de prácticas, la práctica matemática es considerada como aquel conjunto de acciones y expresiones que utiliza un sujeto para resolver, comunicar y validar problemas matemáticos; estas acciones y expresiones pueden ser propias de un sujeto individual (personales) o estar compartidas en una institución (conjunto de personas involucradas en una misma clase de situaciones), dentro de la cual se genera un compromiso alrededor de una misma situación-problema, y este propicia la realización de prácticas sociales que son generalmente condicionadas por los instrumentos disponibles en las prácticas (Godino, 2014).

La Configuración de objetos y procesos matemáticos, hace referencia a perspectivas abstractas o ideales, reales o imaginarias que intervienen en la actividad matemática, y se presentan como expresiones de tipo verbal, gráfico o simbólico. Para Godino et al. (2009) los objetos matemáticos emergen de los sistemas de prácticas

> Dicha emergencia es un fenómeno complejo cuya explicación implica considerar, como mínimo, dos niveles de objetos que emergen de la actividad matemática. En el primer nivel tenemos aquellas entidades que se pueden observar en un texto matemático (problemas, definiciones, proposiciones, etc.). En un segundo nivel tenemos una tipología de objetos que emerge de las distintas maneras de ver, hablar, operar, etc. sobre los objetos del nivel anterior (p.6).

En la Dimensión normativa se enmarcan las normas, hábitos y convenciones que regulan y soportan las prácticas matemáticas, las cuales condicionan a las diversas dimensiones del proceso de estudio. La identificación de las diferentes facetas de esta dimensión permite un análisis e intervención positiva referente al funcionamiento y control de los sistemas didácticos de profesores y estudiantes, esto con vista a una evolución de los significados personales hacia los significados institucionales (Godino, 2012).

Finalmente, la Idoneidad didáctica como componente del proceso de instrucción, se define como la articulación coherente de las dimensiones epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva y ecológica. Se establece como criterio general de adecuación y pertinencia de las acciones, conocimientos y recursos utilizados para la mejora progresiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino, 2014).

Por el interés de este trabajo se amplía la categoría de *práctica matemática*, específicamente se consideran los objetos primarios emergentes de esta categoría, los cuales permiten analizar e interpretar las justificaciones propuestas a situaciones–problemas, mediante el uso del lenguaje como soporte a los procedimientos, proposiciones, conceptos y argumentaciones.

En el contexto específico de la actividad matemática, se utilizan las tareas, concebidas por Godino, Batanero y Font (2004) como todos aquellos proyectos, situaciones-problemas, construcciones, aplicaciones y ejercicios que enmarcan y centran la oportunidad de los estudiantes para aprender matemáticas en la escuela. De acuerdo con el autor, las tareas proporcionan el estímulo y motivación para que los estudiantes piensen sobre conceptos y procedimientos específicos, sus conexiones con ideas matemáticas y de aplicación al contexto. Además, requieren que los estudiantes razonen y comuniquen matemáticamente para promover la capacidad de resolver problemas y establecer conexiones con lo cotidiano y con otras ciencias.

El proyecto de investigación está enfocado en la resolución de situaciones-problemas, estas se definen como las "(...) promotoras y contextualizadoras de la actividad matemática" (Godino, 2002, p. 6). Cada tarea está constituida por situaciones-problemas y ejercicios, siendo estos últimos, enunciados matemáticos en términos netamente numéricos, con el objetivo de analizar los diversos aspectos de la actividad metamatemática (lenguaje, procedimientos, conceptos-definiciones y argumentos).

En las situaciones–problemas interviene **el lenguaje** como la forma para expresar, comunicar y sustentar los *conceptos*, *proposiciones* y *procedimientos* que intervienen en la justificación dada a las situaciones. El lenguaje utilizado puede estar expresado en diferentes registros (escritos y verbales), propiamente de los escritos se pueden caracterizar las representaciones icónicas, simbólicas, numéricas y de lenguaje natural.

Los procedimientos hacen referencia a las acciones promovidas durante la argumentación, en la cual intervienen los *conceptos – definiciones y proposiciones* empleadas simultáneamente, dotando de sentido la solución, y es mediante los *argumentos* que se justifican y se validan los procedimientos, conceptos y preposiciones utilizados a lo largo de la situación-problema (Godino, et al., 2009).

Pensamiento Relacional (PR)

Como eje central del proyecto de investigación se toma la fundamentación teórica del Pensamiento Relacional; el cual, tiene relación en el ámbito internacional con el Razonamiento Algebraico y con el Pensamiento Variacional, en el ámbito colombiano.

En cuanto al Razonamiento Algebraico, Posada y otros (2006) lo enuncian como un conjunto de procesos (representación, generalización, comunicación y formalización) que le permiten al estudiante la aprehensión de conceptos y fenómenos no de manera mecánica, sino interiorizando lo que sucede dentro de cada situación. Estos procesos ayudan al estudiante cada vez a alcanzar un nivel más alto de formalización. Para Godino y Font (2003) razonar algebraicamente.

> Implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas concebida como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central (p.774).

El Pensamiento Variacional tiende a confundirse con el álgebra escolar, pero la realidad es que va más allá, dado que se enfoca en el análisis del cambio y la variación en diferentes contextos a partir de diversos procesos y mediados por distintos tipos de representación; el MEN (2006) expone que uno de los principales propósitos del Pensamiento Variacional es el aprendizaje con sentido de conceptos matemáticos, este tipo de pensamiento se refiere al "reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos" (MEN, 2006, p.66).

Por lo tanto, se infiere que el Pensamiento Variacional se desarrolla con base al Razonamiento Algebraico, dado que es este último el que, a través de diversos procesos, dota de sentido la actividad matemática que se genera mediante el uso del Pensamiento Variacional.

> En este sentido, el pensamiento variacional se entiende como una forma específica de pensar matemáticamente, orientada a la construcción de estructuras conceptuales que fundamentan el estudio de la variación y el cambio. Por su parte, el razonamiento algebraico alude al conjunto de procesos, procedimientos y esquemas que dan forma y sentido al pensamiento variacional (Posada y otros, 2006, p.16)

Dado que el Pensamiento Relacional integra el álgebra y la aritmética, a partir de expresiones en las cuales se buscan relaciones mediante la significación del signo igual, se evidencia que no está alejado del Razonamiento Algebraico; Aké (2013) expone que "Junto con el significado relacional del signo igual, surge el término pensamiento relacional como otro componente central del razonamiento algebraico" (p.42). Por lo tanto, también hay una conexión entre Pensamiento Variacional y el Pensamiento Relacional, la cual se evidencia en el siguiente estándar de competencia para el ciclo de 4° y 5°grado, "Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos" (MEN, 2006, p.83).

Para Molina (2006), el Pensamiento Relacional está asociado a:

> La actividad intelectual de **examinar** expresiones aritméticas (algebraicas), considerándolas como totalidades, **detectar de manera espontánea o buscar relaciones** entre ellas o entre sus términos, **y utilizar** dichas relaciones con una intencionalidad, como puede ser resolver un problema, tomar una decisión o aprender más sobre la situación o los conceptos involucrados (p.65).

El Pensamiento Relacional es un tipo de actividad intelectual que permite a los estudiantes analizar globalmente expresiones aritméticas a partir de las propiedades y las relaciones existentes en su interior. Este pensamiento de manera (no procedimental) transciende al análisis de dichos elementos (propiedades y relaciones) para obtener conclusiones. Este análisis global en niveles formativos posteriores facilita el aprendizaje del algebra, puesto que este se da a partir de las estructuras aritméticas que dan sentido numérico y operacional a cada situación. Cuando el estudiante piensa relacionalmente desarrolla formas diversas para la comunicación de los nuevos conocimientos (Castro y Molina, 2007).

La atención de este proyecto se enfocó en el estudio del P.R, al resolver igualdades y sentencias numéricas, en el contexto de tres de las operaciones básicas (suma, resta y multiplicación), a través de situaciones-problemas como eje transversal, por lo tanto, el uso del Pensamiento Relacional "implica centrar la atención en relaciones referentes a las operaciones y los números que componen las igualdades y sentencias, manteniendo el cálculo de las operaciones en un segundo plano" (Castro y Molina, 2007, p.2).

En la conceptualización del Pensamiento Relacional, se asocian términos como: mismidad, relación, igualdad, equivalencia y sentencia numérica.

Mismidad. Hace referencia como lo plantean Seco, Andrés, y Ramos (1999) a la condición de ser alguien o algo él mismo, es decir, el hecho de ser uno mismo. La mismidad es el término del cual parten los conceptos de Relación y Equivalencia.

Relación. **"**Conexión, correspondencia o situación que se da de una cosa con otra o de una cosa con sí misma, en definitiva, entre un par ordenado, ya sea en la realidad o en la mente" (Molina, 2006, p.61). Una relación se genera entre dos o más objetos matemáticos. Dentro de las expresiones aritméticas, las relaciones se refieren a:

- **La mismidad.** Cuando al interior de las relaciones se expresa una misma operación, por ejemplo 5 x 9 y 10 x 25. Representa en ambos casos la multiplicación de dos números naturales.
- **La no mismidad.** En este caso se involucran los mismos números, pero las operaciones son diferentes, por ejemplo, 15 + 2 y 15 - 2. Con 15 y 2 dos números naturales.
- **Diferencia de magnitud entre dos números.** Entendiendo magnitud como la medida asignada a cada objeto de un conjunto medible, para este caso, las relaciones entre ellos sería la diferencia de sus magnitudes, para indicar que un número es mayor o menor respecto al otro. Por ejemplo "6 es dos unidades mayor que 4".
- **Correspondencia de dos números por medio de una operación.** Al decir por ejemplo que 15 se relaciona con 3 por ser un divisor, o porque al multiplicar 3 por 5 se obtiene el número 15, se está presentando una relación entre ambos números que hace referencia a una dependencia del uno respecto al otro por las operaciones que se realizan con ellos y entre ellos.

Igualdad. Es un "modo gráfico de relacionar en la escritura dos expresiones o representaciones que refieren a un mismo objeto matemático, escribiendo entre ellas un signo igual, así como a la relación existente entre ellas" (Molina, 2006, p.115), por lo tanto, las expresiones que se relacionan dentro de una igualdad siempre son verdaderas y pueden incluir elementos tanto numéricos como simbólicos (variables, letras como objeto, incógnitas, entre otros).

Dentro de este proyecto se consideran diferentes tipos de igualdades:

- **Igualdades abiertas.** Como aquellas igualdades que presentan alguna incógnita o término desconocido. Ej. (10 + □ = 15 + 15), (120 ÷ 3 = 20 x ?). En este tipo de igualdad, el estudiante debe buscar diversas estrategias para encontrar el término que falta, de tal manera que se conserve la igualdad.
- **Igualdades cerradas.** Son igualdades que tienen todos sus términos. Ej. (10 + 15 = 50 - 25). A diferencia de las expresiones anteriores, en estas, el estudiante solo debe inferir si las expresiones son verdaderas o falsas.
- **Igualdades de acción.** Son igualdades que incluyen signos de operación, pero a un solo lado de la igualdad, significan la representación de una acción, es decir el signo igual se emplea como *operador*. Ej: 30 ÷ 3=10. Este es el tipo de igualdad más común en el ámbito educativo, el signo igual como representante de una acción, como un resultado.
- **Igualdades de no-acción.** Son igualdades que incluyen signos de operación en los dos lados de la igualdad, o en ninguno de ellos, es decir la expresión de una relación 50 ÷ 2=5 x 5. Sobre este caso específico de igualdades se analiza la

interpretación del signo igual y cómo entienden las operaciones al interior de la expresión para concluir que es una igualdad.

Equivalencia: es considerada un tipo de igualdad, donde el signo igual es utilizado para relacionar dos representaciones diferentes del mismo objeto matemático, empleando diferentes tipos de representación. Una equivalencia puede ser de tipo *numérico* que hace referencia a la "mismidad de valor numérico de las expresiones aritméticas de ambos miembros de la igualdad" (Molina, 2006, p.150) y de tipo *simbólica,* cuando además de números puede emplearse una representación diferente (variables, letras como objetos, incógnitas, gráficas, entre otros). Para este proyecto la equivalencia tendrá las características ya mencionadas, pero se utiliza para el análisis de las representaciones de las situaciones-problemas que propone el estudiante y a la comprensión que manifiesta del signo igual.

Sentencia numérica: son "expresiones aritméticas que contienen el signo igual y son susceptibles de ser verdaderas o falsas. Constituyen una proposición o enunciado declarativo" (Castro y Molina, 2007, p.72). Toda sentencia numérica verdadera es una igualdad, pero no toda igualdad es una sentencia numérica; dado que, las sentencias numéricas tienen todos sus términos, estas a diferencia de las igualdades, solo pueden ser de dos tipos:

- **Sentencias de no-acción:** cuando presentan operaciones a ambos lados de la igualdad o en ninguno de ellos. Ej: (6 = 6) , (7 x 2 = 28 ÷ 2)
- **Sentencias de acción***:* si presentan operaciones a un solo lado de la igualdad. Ej: 13 – 7 = 6

Para la interpretación de las respuestas de los estudiantes frente a las diferentes sentencias numéricas, Molina (2006) desarrolla dos grupos de estrategias: estrategias tipo HC (hallar y comparar) y estrategias tipo DR (detectar relación).

Por los intereses del proyecto, se define la estrategia tipo HC, que consiste en realizar algún procedimiento para hallar y comparar los valores numéricos de ambos lados de la igualdad. Esta estrategia se subdivide en dos – Operacional (O) e Interrupción del cálculo (IC) -, de las cuales, se toman las estrategias de tipo O que consisten, de manera precisa en la "obtención por medio del cálculo, de los valores numéricos de ambos miembros y su comparación para juzgar la veracidad o falsedad de la sentencia" (Molina, 2006, p.358).

Las estrategias de tipo O, pueden ser de tres clases, O-M, O-R y Otras. Las estrategias O-M se refieren a la inferencia de relaciones a partir de la realización del cálculo en un solo lado de la igualdad, puesto en contraste con los términos y las operaciones del otro lado, sin recurrir a las propiedades de las operaciones. En las estrategias O-R los estudiantes, por un lado, obtienen y comparan los valores numéricos de ambos lados de la igualdad y posterior a ello detectan alguna relación entre los elementos de la expresión dada, lo cual les permite concluir la veracidad o falseada de la expresión valiéndose de los conocimientos aritméticos relacionados.

Resolución de problemas (RP)

En el contexto colombiano la Resolución de Problemas es uno de los cinco procesos matemáticos propuestos en los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006). En ambos documentos se expone que este no se desarrolla de manera aislada, es considerado como uno de los principales procesos en la actividad matemática, debido a que se integra con los cinco pensamientos matemáticos, con los demás procesos y contribuye al desarrollo progresivo del conocimiento matemático, del lenguaje matemático y genera un mayor desarrollo en los niveles de pensamiento en los estudiantes.

> Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos (MEN, 2006. p.52).

La Resolución de Problemas es la actividad esencial dentro del desarrollo del pensamiento matemático, conlleva a la construcción de los objetos matemáticos, su énfasis está lejos de la pura mecanización de procedimientos, se enfoca en el análisis que implica la movilización del conocimiento para abstraer conceptos que pueden ser aplicables a la realidad, por lo cual se constituye en un pilar de la actividad matemática. Chamorro y Vecino (2003) plantean:

> Resolver un problema va más allá de hacer una operación y encontrar su resultado, es algo más que ejecutar un algoritmo, tiene que ver más con hacer preguntas relacionadas con la matematización de un problema real o bien con la construcción de nuevos objetos matemáticos y responder a esas preguntas (p.275).

Todas aquellas situaciones que no arrojan respuestas automáticas ni inmediatas, sino que guía al estudiante a la reflexión, investigación y al análisis para definir estrategias e implican tiempo y dedicación, es lo que asume Gaulin (2001) como Resolución de

Problemas, estas situaciones no se restringen para un momento específico del curso, deben permear el quehacer matemático, "un problema no sólo sirve para aplicarlo al final, puede servir para explorar una nueva idea, consolidar un problema, puede venir antes, durante o después de la «teoría»" (Gaulin, 2001, p.61).

Por otro lado, para Santos-Trigo (2008), la Resolución de Problemas promueve la construcción del pensamiento a partir de la indagación y la investigación con el fin de movilizar el conocimiento matemático a un ámbito más amplio donde emerjan preguntas, conjeturas, relaciones, representaciones que conlleven a reflexiones sobre el proceso de construcción de conocimiento. El mismo autor presenta la Resolución de Problemas como

> …una forma de pensar, donde una comunidad de aprendizaje (los estudiantes y el profesor) buscan diversas maneras de resolver la situación y reconocen la relevancia de justificar sus respuestas con distintos tipos de argumentos. Es decir, la meta no es solamente reportar una respuesta sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema (p.4).

En la misma línea de Santos-Trigo, y bajo la perspectiva del EOS, Godino et al. (2004) exponen la Resolución de Problemas como el medio por el cual se logra el aprendizaje de las matemáticas, dado que a partir de este proceso los estudiantes crean hábitos que les generan confianza para enfrentar situaciones poco comunes "los problemas aparecen primero para la construcción de los objetos matemáticos y después para su aplicación a diferentes contextos" (p.39).

De acuerdo con Santos-Trigo (2008) y los planteamientos del EOS, en este proyecto se asume la Resolución de Problemas como un proceso en el que participan tanto el profesor como el estudiante para explorar diversos caminos en la solución de determinadas situaciones, en la forma de representarlas y comunicarlas. Además, porque en la actividad matemática se articulan varios procesos a medida que el estudiante se enfrenta a situaciones-problemas con el apoyo del maestro, en tanto la Resolución de Problemas, implica exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas.

CAPÍTULO III

Metodología

Considerar la metodología de la investigación cualitativa, implica pensar en ella como un paradigma que se enfoca en el desarrollo de procesos descriptivos de una población en el contexto natural, para interpretar los fenómenos que suceden en el entorno, con el fin de aproximarse conceptualmente a la realidad humana y social al contemplar una mirada histórica de ella.

> El paradigma cualitativo posee un fundamento decididamente humanista para entender la realidad social de la posición idealista que resalta una concepción evolutiva y del orden social. Percibe la vida social como la creatividad compartida de los individuos. El hecho de que sea compartida determina una realidad percibida como objetiva, viva, cambiante, mudable, dinámica y cognoscible para todos los participantes en la interacción social (Martínez, 2011, p.11).

El presente proyecto se enmarca en el paradigma cualitativo por su interés humanista. Se fundamenta en la hermenéutica como corriente epistemológica, lo cual implica la interpretación de los significados y la comprensión de los fenómenos que circundan en el entorno. En la investigación se pretende reconocer, comprender, interpretar, describir, analizar los fenómenos y los significados que emergen de la realización de tareas enfocadas principalmente en solución de las situaciones-problemas asociadas al Pensamiento Relacional en estudiantes de grado 5° de la Institución Educativa La Asunción.

Por la intencionalidad de la investigación, se adopta como método cualitativo la Investigación-Acción (I.A), dado que el interés es transformar y mejorar la práctica en el proceso de instrucción matemática a partir del desarrollo del Pensamiento Relacional mediante la comprensión del signo igual con situaciones-problemas. El objetivo principal de la investigación-acción es

> (…) transformar la realidad, es decir, se centra deliberadamente en el cambio educativo y la transformación social. Para ello, la I-A se orienta hacia la resolución de problemas mediante un proceso cíclico que va desde la 'actividad reflexiva' a la 'actividad transformadora' " (Gómez y Roquet, 2012, p.63).

Respecto a la Investigación-Acción, Restrepo (2006) expone la importancia de relacionar de forma continua el saber práctico y el saber teórico dentro del aula, con la finalidad de que el docente realice prácticas educativas y a su vez asuma el rol de investigador para transformar el trabajo en el aula de manera efectiva, por lo tanto, "el docente tiene que introducir adaptaciones, transformaciones que su práctica le demandan y va extrayendo así un saber pedagógico apropiado, esto es, un saber hacer efectivo, una práctica exitosa que, sistematizada, comentada y fundamentada, puede enriquecer la misma teoría" (p.94).

Dentro de la Investigación Acción (I.A), Restrepo (2006) contempla una variante denominada Investigación Acción Educativa (I.A.E), como una propuesta para analizar los procesos de aula en los cuales la participación del maestro, que a su vez es investigador, es primordial. El objetivo de la I.A.E. es "la búsqueda continua de la estructura de la práctica y sus raíces teóricas para identificarla y someterla a crítica y mejoramiento continuo" (Restrepo, 2002, p.6). De acuerdo con el autor, la I-A-E se desarrolla en tres fases: deconstrucción, reconstrucción y evaluación.

La primera, fase de deconstrucción de la práctica pedagógica, es un proceso que busca identificar las principales problemáticas al interior del aula y la razón por la cual se generan tales problemáticas “La deconstrucción de la práctica debe terminar en un conocimiento y comprensión profunda de la estructura de la práctica, sus fundamentos teóricos, sus fortalezas que explica dicha práctica. Es el punto indispensable para proceder a su transformación” (Restrepo, 2006, p. 96).

En el proyecto, la fase de deconstrucción se realizó durante el semestre 2016-2, en dos momentos. En el primer momento se realizaron observaciones de clase, con el objetivo de determinar las diversas problemáticas del aula. Como método de registro se utilizó una rúbrica, y se generaron diálogos con el maestro cooperador para obtener más información sobre el desempeño de los estudiantes respecto al área de matemáticas. Este momento de la investigación, dio muestra de algunas de las dificultades que presentaban los estudiantes en el área de matemáticas.

En el segundo momento se aplicó una actividad diagnóstica, cuya finalidad era identificar las estrategias que empleaban los estudiantes para analizar y representar igualdades y sentencias numéricas presentadas en situaciones-problemas. De la actividad diagnóstica se pudo concluir que los estudiantes omiten el uso de las propiedades de las operaciones para dar respuesta a las situaciones planteadas; por lo tanto, para establecer la veracidad o falsedad de la sentencia numérica propuesta, recurren a operar a ambos lados de la igualdad de forma separada, y posterior a ello, sólo comparan el resultado numérico.

La segunda fase, de reconstrucción o planteamiento de alternativas, integra los aspectos favorables de las prácticas anteriores con los procesos innovadores desarrollados a partir de las dificultades identificadas en la primera fase, con la finalidad de propiciar una nueva práctica pedagógica; en palabras de Restrepo (2006), una práctica alternativa más efectiva.

Durante el año 2017 se llevó a cabo la fase de reconstrucción mediante la implementación de 5 tareas, que tuvieron como finalidad promover el desarrollo del Pensamiento Relacional a partir de la comprensión del signo igual, en la resolución de situaciones-problemas con igualdades y sentencias numéricas. Para avanzar en esta fase, se realizó de forma constante un rastreo teórico, en la cual se confrontan los referentes teóricos con lo sucedido en el aula cuando los estudiantes resolvían las situaciones-problemas asociadas al Pensamiento Relacional.

En las tareas iniciales se enfatizó en el reconocimiento y en la interpretación de situaciones-problemas para expresarlas en lenguaje matemático, en las fases intermedias el proceso se centró en la comprensión de las relaciones establecidas en las expresiones mediante la interpretación de las propiedades de las operaciones básicas; y la fase final, fue desarrollada con el fin de identificar la comprensión por parte de los estudiantes de las relaciones contenidas en las propiedades a partir de la formulación de la situaciones-problemas y de la expresión matemática.

La última fase, de evaluación de la efectividad de la práctica reconstruida, consiste en el análisis del potencial de la nueva práctica implementada en referencia al cumplimiento de los propósitos de la investigación. Si bien, esta se enuncia como la última fase, la I.A.E se desarrolla como un proceso cíclico, dado que, se debe hacer revisión constante de la práctica.

La fase de análisis y evaluación de la práctica fue realizada durante el semestre 2018-1, la cual tuvo como principal objetivo observar el proceso realizado por el grupo de estudiantes en relación a la resolución, comprensión y planteamiento de situaciones-problemas para verificar la efectividad de las tareas desarrolladas en la práctica, que articulaban los aspectos didácticos en el aula y las propuestas a partir de diversos referentes teóricos.

Para llevar a cabo el análisis de las tareas, se retoman los aportes del Enfoque Ontosemiótico (Godino, et al., 2009) y del Pensamiento Relacional (Molina, 2006; Castro y Molina, 2007) que permiten, evaluar y validar la práctica en todas las fases. Las respuestas generadas por los estudiantes fueron examinadas mediante tres unidades de análisis que corresponden a los elementos primarios propuestos en el EOS: argumentos, procedimientos y conceptos-definiciones.

CAPÍTULO IV

Análisis

En la implementación del proyecto de investigación, se desarrollaron cinco tareas que tuvieron como finalidad proponer y generar situaciones-problemas para propiciar espacios de análisis y solución a tareas matemáticas, las cuales, a su vez, posibilitaron a los maestros en formación, analizar el proceso de resolución de situaciones-problemas asociadas al Pensamiento Relacional.

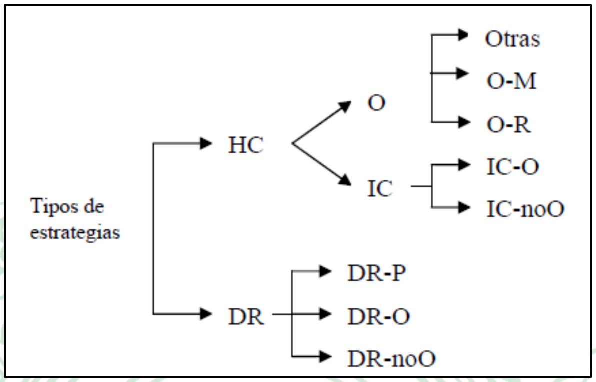
Para el análisis fueron considerados algunos numerales de las tareas propuestas, tal elección se realizó con base en el grado de significancia que representaban para los intereses del proyecto de investigación, en relación tanto al objeto matemático (Pensamiento Relacional), como al enfoque didáctico (Enfoque Ontosemiótico).

Se presenta el análisis del proceso de los estudiantes referente al Pensamiento Relacional, mediante la comprensión del signo igual en la resolución de situaciones-problemas. Para ello, fueron elegidas como unidades de análisis, tres de los objetos primarios que emergen de la práctica matemática planteados por Godino et al. (2009): Los argumentos, los procedimientos y los conceptos-definiciones que están presentes en la solución que dan los estudiantes en los numerales seleccionados de las tareas. El uso del lenguaje es el soporte para las unidades de análisis; dado que, por medio de él, los estudiantes manifiestan las ideas e interpretaciones que surgen frente a determinada situación, y así mismo los procesos que emplean en relación a los conceptos que comprenden para encontrar una solución.

Con el objetivo de presentar el análisis sustentado en los referentes teóricos, se retoma una de las estrategias propuestas por Molina (2006), la estrategia tipo HC, que consiste en realizar algún procedimiento para hallar y comparar los valores numéricos de ambos lados de la igualdad. Esta estrategia se subdivide en dos, de las cuales, por los intereses del proyecto, se toman las estrategias de tipo O (operacional) que consisten, de manera precisa en la "obtención por medio del cálculo, de los valores numéricos de ambos miembros y su comparación para juzgar la veracidad o falsedad de la sentencia" (Molina, 2006, p.358).

Las estrategias de tipo O, pueden ser de tres clases, O-M, O-R y Otras, para el análisis que se presenta a continuación, es empleada la estrategia de tipo O-R (operar y relacionar), mediante la cual se analizan los argumentos y procedimientos de los estudiantes donde, como lo expone Molina (2006) los estudiantes además de obtener y comparar los valores numéricos de ambos lados de la igualdad, logran detectar en la realización del cálculo alguna relación entre los elementos de la expresión dada, lo cual les permite concluir la veracidad o falsedad de la expresión, empleando conocimientos aritméticos relacionados. Por ende,

> Al utilizar esta estrategia con frecuencia los alumnos aportan dos justificaciones de la veracidad o falsedad de la sentencia: una basada en la comparación de los valores numéricos de ambos miembros y otra haciendo uso de las relaciones o alguna característica apreciada (Molina, 2006, p.361).



Gráfica 4. Estrategias utilizadas por los alumnos (Molina, 2006, p.357).

La Tarea 1 estaba conformada por sentencias numéricas de acción, no-acción, igualdades abiertas, y situaciones-problemas que debían ser analizadas y justificadas por los estudiantes. Esta, tuvo como objetivo atender a las debilidades que presentaron los estudiantes durante el desarrollo de la actividad diagnóstica y, en forma paralela, emprender el desarrollo del Pensamiento Relacional. En primera instancia los estudiantes debían generar argumentos, y para ello, llevaron a cabo procesos de comunicación y razonamiento frente a la resolución de los ejercicios y situaciones-problemas presentes en cada punto de la tarea.

En el numeral 1 de la primera tarea, referente a sentencias numéricas de no-acción, los estudiantes debían identificar si era verdadera o falsa y argumentar la respuesta.

1. Indica si la igualdad es verdadera o falsa y explica por qué lo sabes. Cuando la igualdad sea falsa corrígela para que sea verdadera.

A) $\boxed{2000+238=2000+200+30+8}$

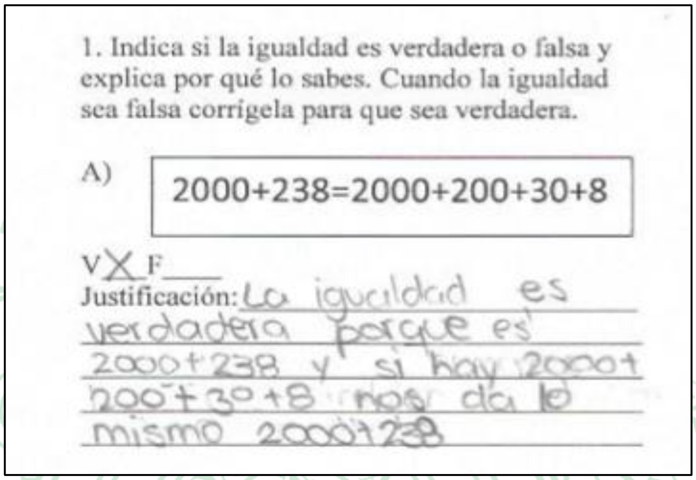
V___F____
Justificación:______________________
____
____
____
____

B) $\boxed{145+85-85 = 230 - 145}$

V___F____
Justificación:______________________
____
____
____
____

Gráfica 5. Enunciado del numeral 1, Tarea 1.

En los argumentos, los estudiantes emplearon lenguaje natural en registro escrito para justificar el inciso A (una sentencia numérica verdadera), se evidenció como generalidad el uso de la estrategia tipo O, dado que, llevaron a cabo un procedimiento en términos operativos para encontrar el resultado de la expresión a cada lado del signo igual, al verificar que el resultado era el mismo, concluyeron que la expresión era verdadera. Los estudiantes omitieron que en el lado derecho de la igualdad se presentaba la descomposición de uno de los sumandos del lado izquierdo, y que, por lo tanto, la igualdad se conservaba.


1. Indica si la igualdad es verdadera o falsa y explica por qué lo sabes. Cuando la igualdad sea falsa corrígela para que sea verdadera.

A) 2000+238=2000+200+30+8

V X F___

Justificación: La igualdad es verdadera porque es 2000+238 y si hay 2000+200+30+8 nos da lo mismo 2000+238

Ilustración 8. Respuesta al inciso A del numeral 1, Tarea 1.

Un mínimo porcentaje de estudiantes empleo la estrategia de tipo O-R para responder al mismo inciso, dado que, lograron identificar características entre los sumandos y a partir de ellas establecieron relaciones, es decir, la descomposición de uno de los sumandos al lado izquierdo de la igualdad

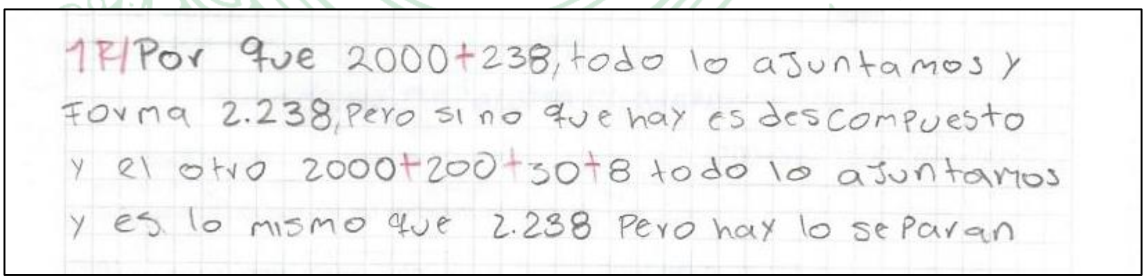

1F/Por que 2000+238, todo lo ajuntamos y forma 2.238, pero si no que hay es descompuesto y el otro 2000+200+30+8 todo lo ajuntamos y es lo mismo que 2.238 pero hay lo separan

Ilustración 9. Respuesta al inciso B del numeral 1, Tarea 1.

En el inciso B, un caso de una sentencia numérica falsa, emplearon el mismo procedimiento del inciso A, pero en este caso el resultado al operar a cada lado de la igualdad fue diferente, por lo cual concluyeron la falsedad y en torno a ello plantearon el argumento. En este caso, los estudiantes omitieron la propiedad del inverso aditivo para confirmar que la expresión era falsa.

A partir de los procesos desarrollados por los estudiantes en el primer numeral, se destaca, como lo plantea Molina (2006) “la utilidad de considerar sentencias verdaderas y falsas para promover el uso de pensamiento relacional y frenar la tendencia computacional de los alumnos” (p.252), dado que, pese a la realización de cálculos para verificar si la sentencia es o no verdadera, se registran casos en los cuales los estudiantes establecen relaciones mediante las cuales sacan conclusiones.

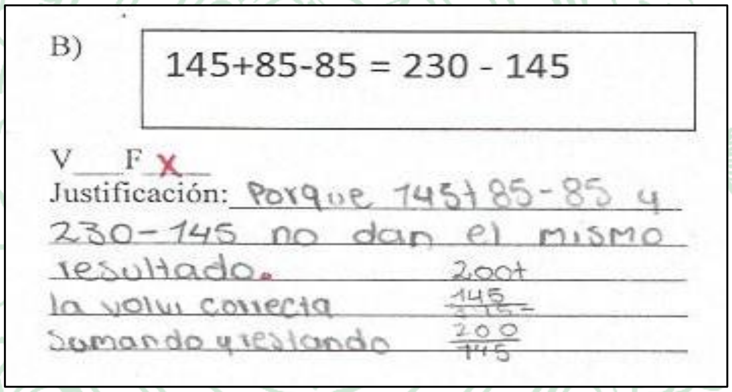

B)
145+85-85 = 230 - 145
V___F X
Justificación: Porque 145+85-85 y 230-145 no dan el mismo resultado.
la volví correcta
sumando y restando

Ilustración 10. Respuesta al inciso B del numeral 1, Tarea 1.

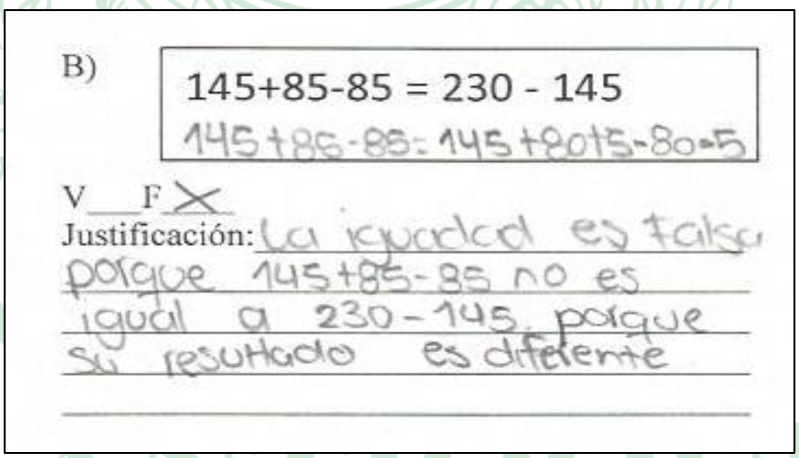

B)
145+85-85 = 230 - 145
145+85-85=145+80+5-80-5
V___F X
Justificación: La igualdad es falsa porque 145+85-85 no es igual a 230-145 porque su resultado es diferente

Ilustración 11. Respuesta al inciso B del numeral 1, Tarea 1.

El numeral 3 de la misma tarea, consistía en expresar matemáticamente una situación-problema y a partir de ella, generar conclusiones orientadas por una pregunta.

3. Expresa matemáticamente la siguiente situación:
- Estefanía estuvo en el Centro de Medellín, allí compró algunos pares de medias de color Azul, Rojo y Naranja, de cada color compró 4 pares. Su amiga Andrea estuvo en Itagüí, donde compró medias de color Amarillo, Verde, Blanco y Negro, de cada color compró 3 pares.

¿Cuál de las dos compró más medias?

____

____

Gráfica 6. Numeral 3, Tarea 1.

Los estudiantes plantearon los argumentos a partir del resultado obtenido en la expresión matemática, recurriendo a crear sentencias numéricas de acción, que, como lo plantea Molina (2006), en tales expresiones el signo igual se presenta como el resultado de una operación. Ningún estudiante empleó una sentencia numérica de no-acción que les permitiera establecer la relación entre las dos expresiones sin tener que remitirse al resultado, lo cual evidencia la implementación de la estrategia tipo O.

3R/ Por que, por que $4+4+4=12$ y $3+3+3+3=12$
entonces las 2 Compraron lo mismo

Ilustración 12. Respuesta al numeral 3.

¿Cuál de las dos compró más medias?
$3\times4=12$ $4\times3=12$
Los 2 Compraron lo mismo

Ilustración 13. Respuesta al numeral 3.

Respecto al mismo numeral, los estudiantes realizaron procedimientos diferentes que van ligados a los conceptos y procedimientos que ya conocían, como las propiedades de las operaciones básicas. Algunos estudiantes recurrieron a representar la situación-problema como una suma reiterada y otros emplearon la multiplicación e identificaron la propiedad conmutativa inmersa en tal situación-problema.

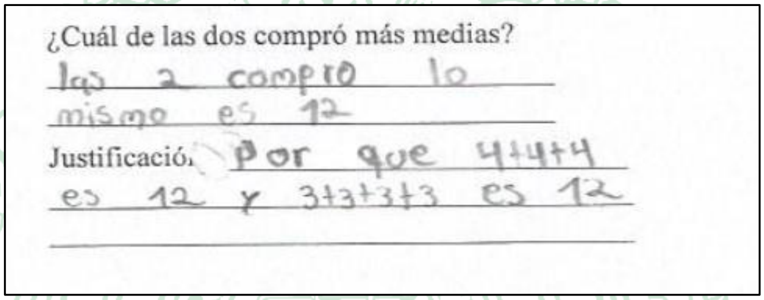

¿Cuál de las dos compró más medias?
las 2 compro lo mismo es 12
Justificación: Por que 4+4+4 es 12 y 3+3+3+3 es 12

Ilustración 14. Respuesta al numeral 3.

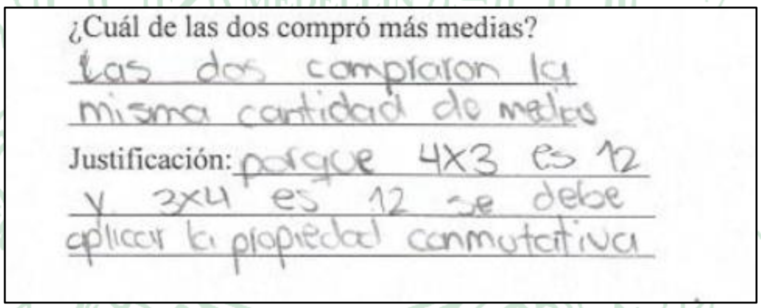

¿Cuál de las dos compró más medias?
Las dos compraron la misma cantidad de medias
Justificación: porque 4X3 es 12 y 3x4 es 12 se debe aplicar la propiedad conmutativa

Ilustración 15. Respuesta al numeral 3.

El numeral cuatro estaba conformado por cuatro incisos, el estudiante debía analizar el significado del signo igual en las expresiones de cada inciso y explicar su respuesta.

4. De acuerdo a lo que ves en las siguientes expresiones ¿qué significa para ti el signo "="?

A) 8 x 5 + 12 – 3 = 49

B) 8 x 8 – 15 + 12 = 64 – 3

C) 5 x (3 + 5) – 4 = 5 x 8 – 4

D) 2+7-2+4 = 11

Gráfica 7. Numeral 4, Tarea 1.

El argumento lo exponen a través del lenguaje natural y en algunos casos se valían de un ejemplo del lenguaje matemático para explicar su razonamiento, donde, un alto porcentaje de estudiantes, asume el signo igual como un resultado, es decir, una sentencia de acción, Molina (2006) expone que

> La enseñanza tradicional de la aritmética contribuye al desarrollo de una comprensión operacional del signo igual, como estímulo para realizar una acción. (…) Los alumnos tienden a proceder de izquierda a derecha, cuando trabajan con expresiones aritméticas, no interpretando las igualdades y sentencias como expresiones de una equivalencia sino como cadenas de cálculos a realizar (p. 249).

4. De acuerdo a lo que ves en las siguientes expresiones ¿qué significa para ti el signo "="?

A) 8 x 5 + 12 – 3 = 49

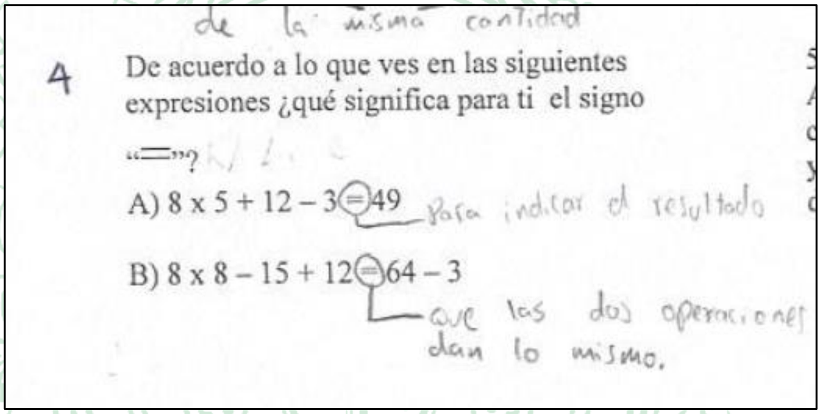
B) 8 x 8 – 15 + 12 = 64 – 3

EJ: 2x8=16

R/ ESe Signo lo Pueden utilizar en cualquier operacion este Signo puede dar el resultado de una operacion

Ilustración 16. Respuesta al numeral 4.

En la ilustración 16 se observa como el signo igual indica un resultado (sentencia numérica de acción); sin embargo, en la ilustración 17 se evidencia como los estudiantes logran diferenciar que en el literal B el signo igual, ya no se asume como un resultado, sino que representaba una relación de equivalencia (sentencia numérica de no-acción).


de la misma cantidad

4 De acuerdo a lo que ves en las siguientes expresiones ¿qué significa para ti el signo "="?

A) 8 x 5 + 12 – 3 = 49 Para indicar el resultado

B) 8 x 8 – 15 + 12 = 64 – 3 que las dos operaciones dan lo mismo.

Ilustración 17. Respuesta al numeral 4.

Referente a ello, Molina (2006) plantea que "el significado operacional del signo igual es válido en algunos tipos de igualdades y sentencias" (p.251) pero que no puede dejarse de lado la comprensión del signo igual como una equivalencia numérica.

La Tarea 2 fue realizada empleando un software (o un elemento virtual) de libre acceso, llamado *pesa pensando*, con dos objetivos principales, el primero, presentar otro tipo de herramienta mediante la cual los estudiantes pudieran desarrollar el Pensamiento Relacional. En el software se presentaban balanzas y diferentes objetos entre los cuales podían establecer equivalencias respecto a la masa de algunos objetos, expresada en gramos. Esto permite ver las igualdades en una situación representativa que puede ser traducida a un lenguaje matemático. Por lo tanto, la acción previa a la elaboración de la tarea fue la exploración del software por parte de los estudiantes, para encontrar diversas formas de equilibrar la balanza y a partir de ahí poder reconocer lo que sucede en las igualdades.

El segundo objetivo, propiciar espacios donde emerjan varios sistemas de representación en coherencia con la faceta mediacional e interaccional del proceso de instrucción matemática (Godino, 2011). La faceta mediacional implica la valoración y adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción; y en la interaccional el análisis del proceso comunicativo que se genera en la práctica matemática.

En el primer numeral de la Tarea 2, los estudiantes debían expresar como una igualdad, tres de las relaciones que encontraron durante la exploración del software, empleando diferentes formas de representación.

Después de explorar el juego de las balanzas realiza los ejercicios que se presentan a continuación:

1. Elige uno de los ejercicios que realizaste y exprésalos como una igualdad utilizando: a) Representación gráfica, b) Lenguaje natural, c) Representación numérica, d) Representación simbólica.

Gráfica 8. Numeral 1, Tarea 2

En la solución de la tarea, se evidenciaron diferentes tipos de representación, que aluden al uso del lenguaje de diversas formas, por lo tanto, se constituyen en argumentos de tipo gráfico o notación matemática y permiten evidenciar los procedimientos que emplean frente a determinada situación. Como se observa el en ilustración 18, el estudiante utiliza diferentes modos de expresión matemática para representar la igualdad, al respecto Godino (2011) plantea que “el logro de una idoneidad epistémica alta requiere también atención, como propone el EOS, a las diversas representaciones o medios de expresión, las definiciones, procedimientos, proposiciones, así como las justificaciones de las mismas” (p.9).

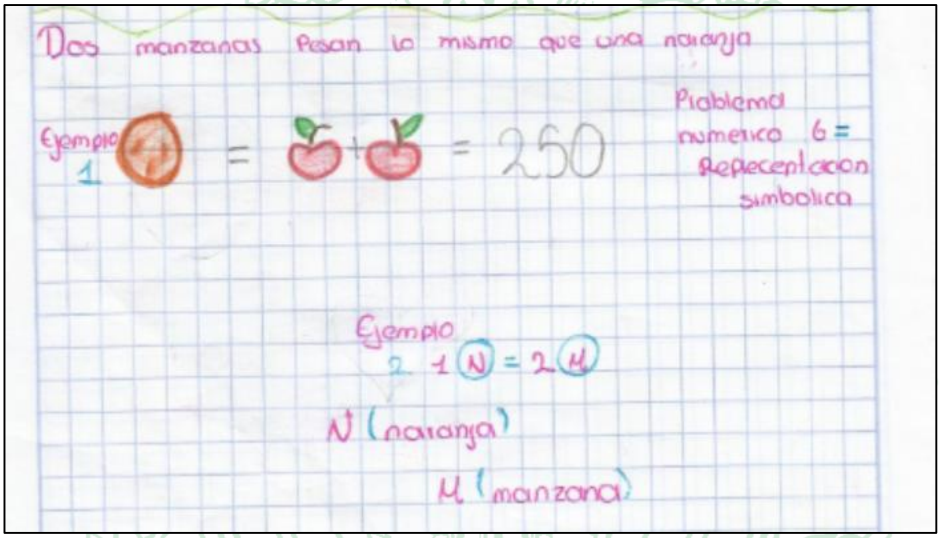


Ilustración 18. Formas de representación utilizadas por los estudiantes

Para esta situación, el estudiante emplea en primera instancia el lenguaje natural, continúa con una representación icónica y finaliza con una representación de tipo simbólica (notación algebraica) para diferenciar el sentido vinculado con los números. Usan las letras para nombrar objetos, en este sentido, la letra no tiene un valor numérico, pero sí un valor nominal para denotar Naranjas y Manzanas y así representar la igualdad.

Al analizar la representación se encuentra que existe una mezcla de íconos y símbolos matemáticos, siendo estos últimos innecesarios en algunas ocasiones como los es el signo “+” para la agrupación de dos “manzanas”. Este tipo de representación es diferente al utilizado institucionalmente, al respecto Godino (2002) plantea que “la comparación entre los significados atribuidos a los objetos matemáticos por dos instituciones o por una persona y un referente institucional nos permite identificar conflictos semióticos entre dichos agentes" (p.14). Estos conflictos hacen referencia a todas aquellas disparidades o diferencias en los significados atribuidos por una persona - institución en la comunicación de una actividad matemática.

La Tarea 3, estaba enmarcada en una situación-problema general que consistía en organizar el algo para el momento del descanso en la institución, con la finalidad de construir e interpretar sentencias numéricas a partir de la situación-problema. Para ello, se entregó a los estudiantes una tabla con 10 de los productos que consumen habitualmente en la tienda del colegio, cada uno con la información de las calorías que contenían.

En el numeral 3, los estudiantes debían expresar la situación-problema en lenguaje matemático y responder la pregunta planteada, para ello podían emplear diferentes formas de representación.

> 3. Estefanía opina que consume menos calorías si se come 3 chocorramos y 3 jugos naturales en un día, en comparación a si se come un chocorramo y un jugo natural al día por tres días
>
> - ¿Tiene razón Estefanía?
> - Escribe la situación como una igualdad, recuerda emplear las propiedades de las operaciones

Gráfica 9. Numeral 3, Tarea 3

Los estudiantes lograron interpretar el lenguaje natural presentado en la situación-problema y lo representaron en lenguaje matemático en forma de sentencia numérica de no-acción. Es pertinente resaltar que, como lo plantean Castro y Molina (2007), el Pensamiento Relacional "implica centrar la atención en relaciones referentes a las operaciones y los números que componen las igualdades y sentencias, manteniendo el cálculo de las operaciones en un segundo plano" (p.2), pero aunque algunos estudiantes concluyeron que la expresión representaba una igualdad porque encontraron el resultado de cada lado de la expresión, también lograron identificar el significado de cada uno de los términos en ambos lados de la expresión, estableciendo la propiedad de las operaciones en la expresión matemática que construyeron a partir de la situación-problema.

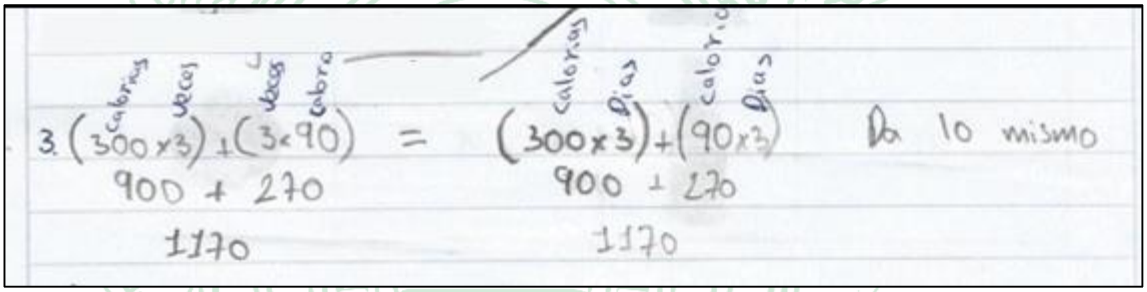


Ilustración 19. Respuesta al numeral 3.

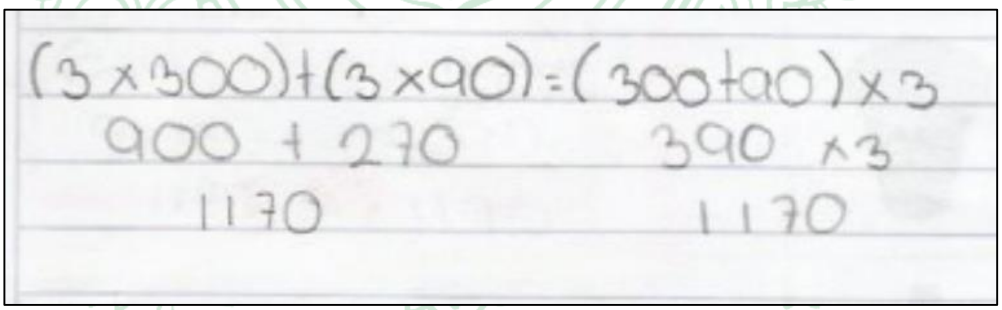


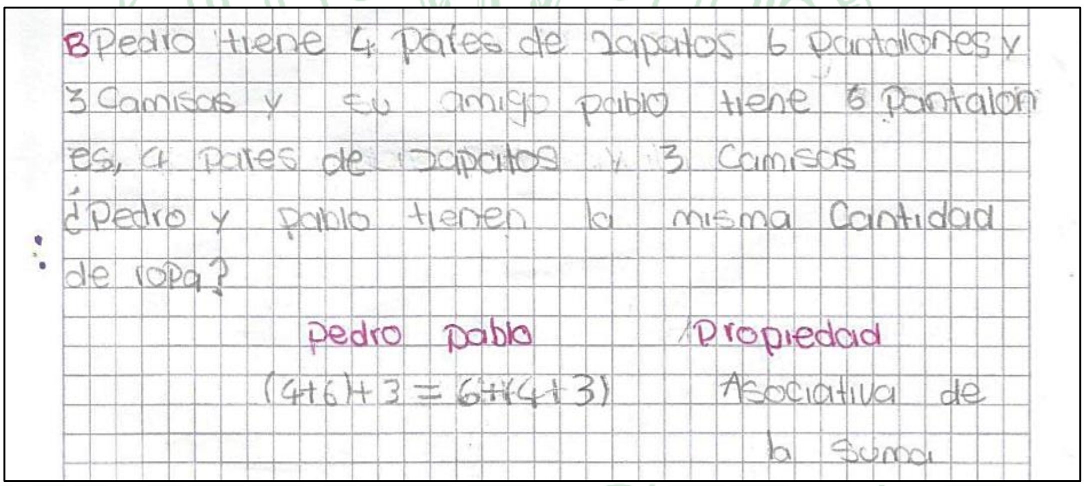
Ilustración 20. Respuesta al numeral 3.

La Tarea 4 estaba conformada por dos puntos; el primero contenía dos incisos, cada uno representaba una sentencia numérica de no-acción que debía ser presentada por el estudiante en lenguaje natural. El segundo punto era una situación-problema que el estudiante debía expresar en lenguaje matemático. En ambos casos los estudiantes debían interpretar las situaciones-problemas y las expresiones en términos de la propiedad que representaba.

En las respuestas dadas al numeral 1, inciso B, se pudo identificar que los estudiantes propusieron una situación-problema que corresponde a la expresión matemática que se les presentó y para ellas nombraron una amplia variedad de elementos de su cotidianidad, como ropa, dulces, implementos escolares, entre otros. Además, lograron identificar la propiedad presente en las sentencias numéricas de no-acción.

Plantea una situación o un problema, donde para resolverlo necesites hacer las operaciones que aparecen en cada uno. ¿Cómo lo resolverías?, ¿Qué propiedad se está aplicando?

***b**. (4 + 6) + 3 = 6 + (4 + 3)*



B Pedro tiene 4 pares de zapatos 6 pantalones y 3 camisas y su amigo pablo tiene 6 pantalon es, 4 pares de zapatos y 3 camisas ¿Pedro y pablo tienen la misma cantidad de ropa?

Pedro Pablo

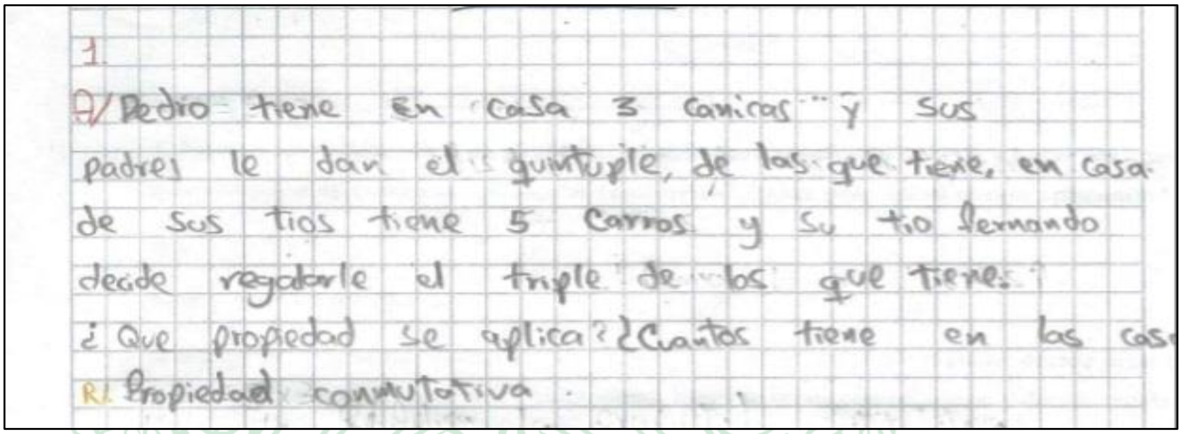
(4+6)+3 = 6+(4+3)

Propiedad

Asociativa de la suma

Ilustración 21. Respuesta al enciso B del numeral 1.

Se identificó una peculiaridad en el lenguaje utilizado en el mismo numeral, los estudiantes expresan la situación-problema empleando lenguaje matemático cuando utilizan términos como *el triple*, *el quíntuple*, lo cual, da cuenta de que reconocen y establecen relaciones multiplicativas en diversas situaciones.

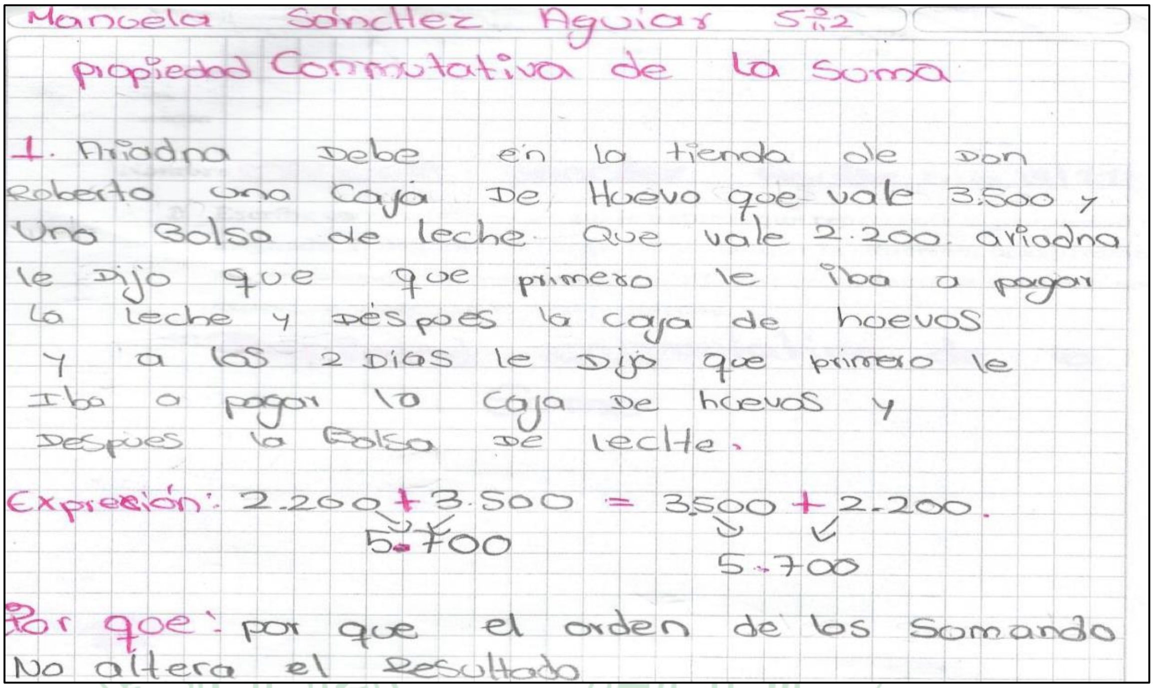


1.
R/ Pedro tiene en casa 3 canicas y sus padres le dan el quintuple, de las que tiene, en casa de sus tios tiene 5 carros y su tio fernando decide regalarle el triple de los que tiene.
¿Que propiedad se aplica? ¿Cuantos tiene en las cas
R/ Propiedad conmutativa.

Ilustración 22. Respuesta al numeral 1.

La Tarea 5 constaba de un enunciado, en el cual se pedía a los estudiantes plantear una situación-problema en lenguaje natural que correspondiera a una propiedad asignada al azar (asociativa, distributiva, conmutativa, el inverso aditivo). Posterior a ello, debían plantear la expresión matemática que representaba la situación-problema. Para finalizar, se pedía argumentar por qué, tanto la situación-problema como la expresión matemática, correspondían a la propiedad indicada. Para el análisis de esta tarea, se tomó un caso representativo de cada propiedad propuesta.

Las situaciones-problemas como lo plantea Godino (2002) son las contextualizadoras de la actividad matemática y permiten crear conexión entre expresiones numéricas y enunciados, reconocidos por los estudiantes, debido a la cercanía a su cotidianidad, o porque les facilitan la comprensión de conceptos y procedimientos. La situación-problema presentada por la estudiante para la propiedad conmutativa de la suma, muestra la comprensión de tal propiedad a partir de un contexto cercano para ella.



Manuela Sánchez Aguiar 5°2

propiedad Conmutativa de la Suma

1. Ariadna debe en la tienda de don Roberto una Caja De Hoevo qoe vale 3.500 y Una Bolsa de leche Que vale 2.200. ariadna le Dijo que que primero le iba a pagar la leche y despues la caja de hoevos y a los 2 Dias le Dijo que primero le Iba a pagar la Caja De hoevos y Despues la Bolsa De lecHe.

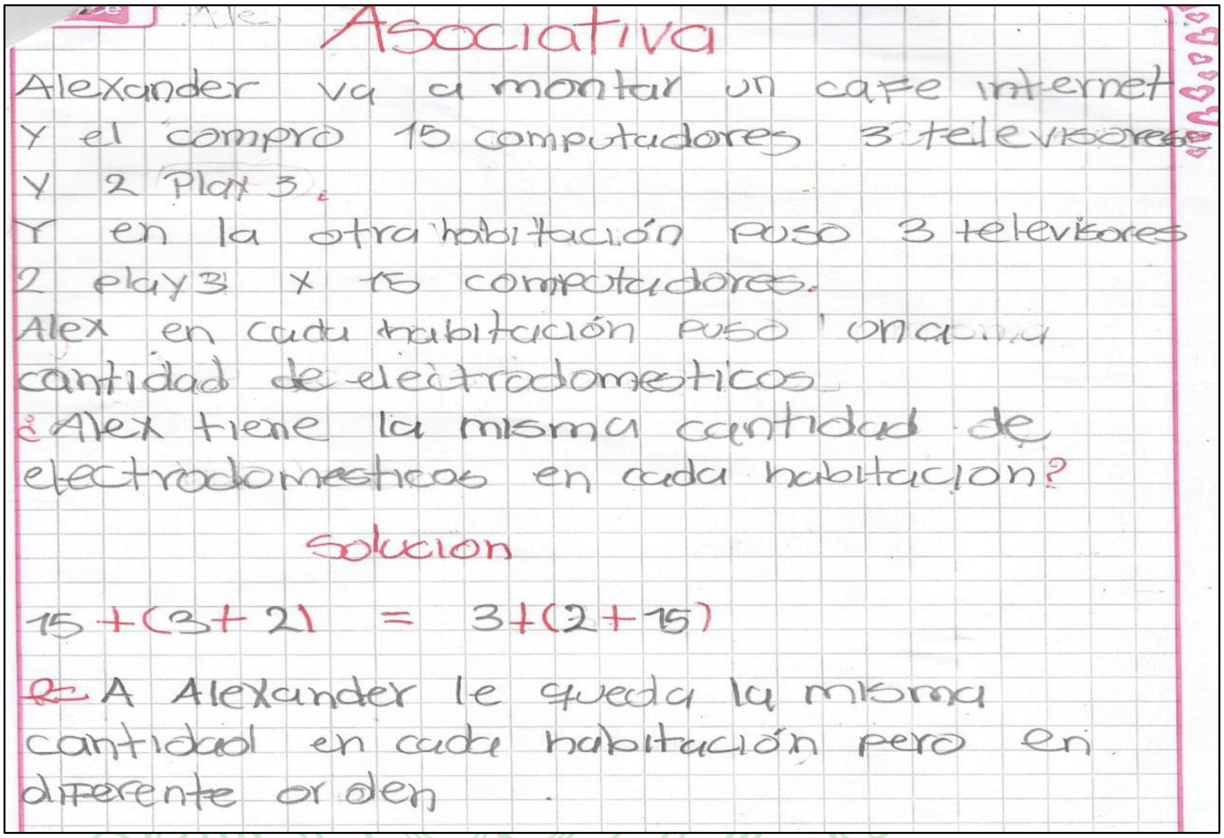
Expreción: 2.200 + 3.500 = 3500 + 2.200.

5.700 5.700

Por qoe: por que el orden de los Somando No altera el Resultado

Ilustración 23. Respuesta acerca de la propiedad conmutativa de la suma.

Molina (2006) resalta “la posible utilidad de contextos físicos en los que representar expresiones numéricas para ayudar a los alumnos a apreciar relaciones y propiedades aritméticas” (p.253). Aquí se observa que la estudiante a partir del conocimiento sobre la propiedad, fue capaz de crear un contexto que generó la conexión entre conceptos y procedimientos.



Asociativa

Alexander va a montar un cafe internet
Y el compro 15 computadores 3 televisores
Y 2 Play 3.
Y en la otra habitación puso 3 televisores
2 play3 y 15 computadores.
Alex en cada habitación puso una [illegible]
cantidad de electrodomesticos
¿Alex tiene la misma cantidad de
electrodomesticos en cada habitacion?

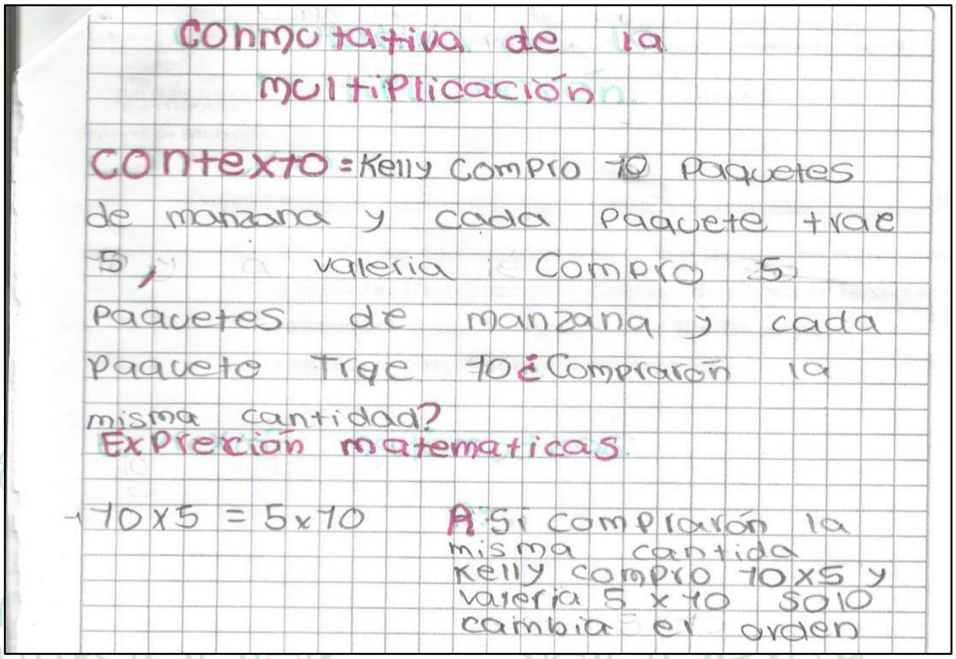
Solucion

$15 + (3 + 2) = 3 + (2 + 15)$

R: A Alexander le queda la misma
cantidad en cada habitación pero en
diferente orden.

Ilustración 24. Respuesta acerca de la propiedad asociativa.

En la situación-problema planteada para la propiedad asociativa se observa que, para representar los dos lados de la igualdad en el lenguaje natural, el estudiante ubicó los electrodomésticos en dos habitaciones, conservando la cantidad y variando el orden, por lo cual, concluyó que el dueño del café internet tenía la misma cantidad de equipos en cada habitación. Finalmente, el estudiante representó la situación-problema en una expresión matemática correspondiente a una sentencia numérica de no-acción, y dio cuenta durante el proceso de la comprensión acerca de la propiedad asociativa.



Conmutativa de la multiplicación

Contexto: Kelly compro 10 paquetes de manzana y cada paquete trae 5, valeria compro 5 paquetes de manzana y cada paquete trae 10 ¿compraron la misma cantidad?

Exprecion matematicas

10 x 5 = 5 x 10

R: Si compraron la misma cantidad kelly compro 10 x 5 y valeria 5 x 10 solo cambia el orden

Ilustración 25. Respuesta acerca de la propiedad conmutativa en la multiplicación.

En el proceso desarrollado para la propiedad conmutativa de la multiplicación, se identificó la implementación de la estrategia O-R, aunque con una variación, dado que, en este caso el estudiante no comparó los resultados de las operaciones (10 x 5 = 50 y 5 x 10 = 50), sino que comparó las expresiones matemáticas, (10 x 5 = 5 x 10) y pudo establecer la relación en términos de los factores. Se evidenció que el estudiante comprendió en términos conceptuales la propiedad conmutativa de la multiplicación, dado que, expresó que por *“solo cambiar el orden”* la cantidad-el resultado no varía.

Para expresar la propiedad del inverso aditivo, los estudiantes plantearon situaciones-problemas de perdida y ganancia de dinero, al respecto Molina (2006) plantea que referente a esta propiedad, “se observa que no es obvia para los alumnos, al menos en el contexto del simbolismo aritmético, siendo necesario que descubran esta propiedad en su experiencia de cálculo y la conecten con su conocimiento previo” (p.253).

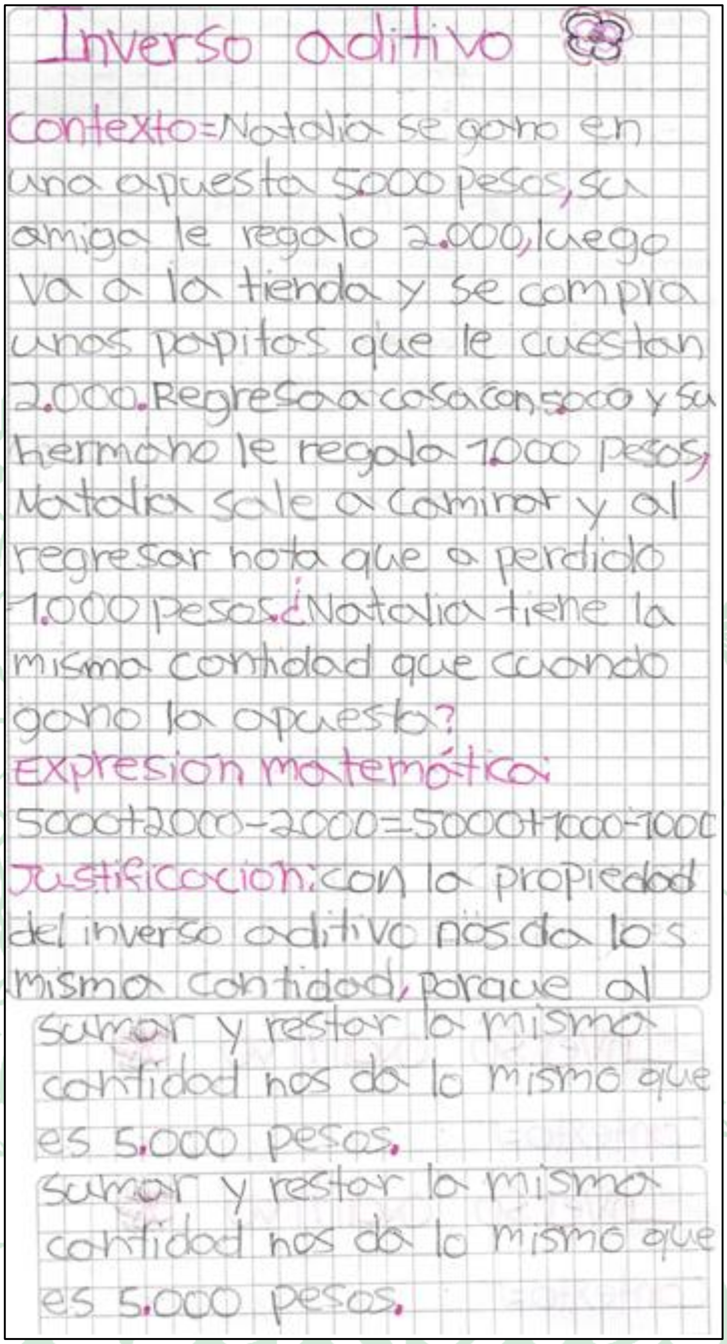
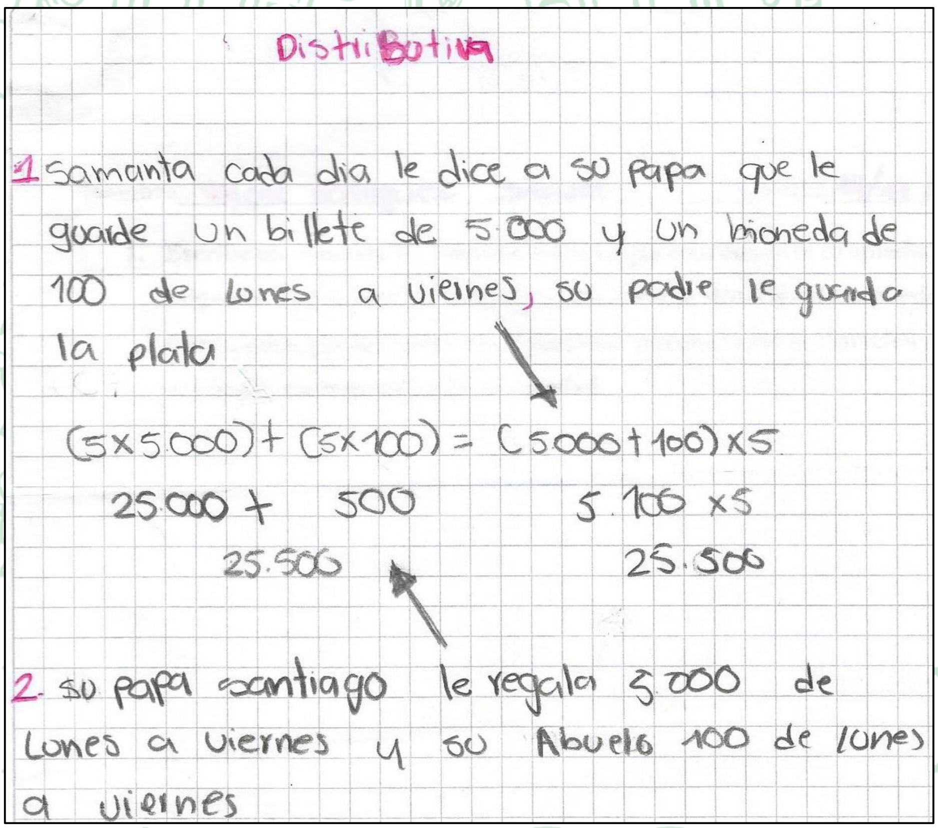

Inverso aditivo
Contexto=Natalia se gano en una apuesta 5000 pesos, su amiga le regalo 2.000, luego va a la tienda y se compra unos papitos que le cuestan 2.000. Regresa a casa con 5000 y su hermano le regalo 1000 pesos, Natalia sale a caminar y al regresar nota que a perdido 1.000 pesos. ¿Natalia tiene la misma cantidad que cuando gano la apuesta?
Expresion matemática:
5000+2000-2000=5000+1000-1000
Justificación: con la propiedad del inverso aditivo nos da los misma cantidad, porque al
sumar y restar la misma cantidad nos da lo mismo que es 5.000 pesos.
sumar y restar la misma cantidad nos da lo mismo que es 5.000 pesos.

Ilustración 26. Respuesta acerca del inverso aditivo.

En la ilustración 26 se presenta la situación-problema planteada por una estudiante, en la cual se identifica:

1. La estudiante logra conservar la igualdad operando con diferentes cantidades en cada lado de la expresión y, tanto el proceso operativo, como la justificación que planteó, da muestra de la comprensión de la propiedad del inverso aditivo.

2. La estudiante plantea una situación-problema correspondiente a la propiedad asignada y conserva la coherencia de la situación-problema incluso en la estructura de la pregunta que plantea al final de ella.


Distributiva

1 samanta cada dia le dice a su papa que le guarde un billete de 5.000 y un moneda de 100 de lunes a viernes, su padre le guarda la plata

$(5 \times 5000) + (5 \times 100) = (5000 + 100) \times 5$

25.000 + 500   5.100 x5

25.500   25.500

2. su papa santiago le regala 5.000 de lunes a viernes y su Abuelo 100 de lunes a viernes

Ilustración 27. Respuesta acerca de la propiedad distributiva.

Para expresar la propiedad distributiva el estudiante propone una situación-problema divida en dos partes, que representan cada lado de la igualdad. Se evidencia la implementación de una estrategia O-R, dado que, aunque en la expresión matemática el estudiante realizó los cálculos para verificar que los resultados eran iguales, también identificó las relaciones que implican la propiedad distributiva, para poder plantear tanto la situación-problema, como la expresión matemática.

Conclusiones

La investigación tuvo como objetivo central, analizar el proceso de resolución de situaciones-problemas, asociado al pensamiento relacional en estudiantes de 5° grado de la I.E La Asunción. Partiendo de este propósito y de la apreciación como maestros en formación, se presentan las consideraciones finales de la investigación.

Las tareas fueron estructuradas con la finalidad de incitar a los estudiantes para que emplearan diversas formas de argumentación, lo cual, redujo el uso del lenguaje natural como única forma de justificación en los enunciados, para implementar otras formas de representación en los argumentos, como lo son las representaciones icónicas y simbólicas, además, los condujo a la formulación de nuevas situaciones-problemas a partir de unas condiciones dadas.

Mediante el uso de situaciones-problemas, los estudiantes pudieron establecer relaciones en consonancia con la comprensión y aplicación de propiedades de las operaciones (suma y multiplicación); lo cual, además de propiciar el desarrollo del Pensamiento Relacional, permitió vincular experiencias cercanas de los estudiantes para el aprendizaje de las matemáticas.

En el análisis que se llevó a cabo respecto a la resolución de situaciones-problemas haciendo uso del Pensamiento Relacional, se evidencian avances significativos en cuanto a la argumentación, la comprensión de conceptos-definiciones y los procedimientos. En cuanto a los argumentos, se evidenció que, en la medida que reconocen las propiedades de las operaciones en términos de las relaciones que representan, logran comprender conceptos-definiciones como forma de establecer igualdades y equivalencias en las situaciones-problemas, por lo cual reducen los procedimientos operativos haciendo uso del Pensamiento Relacional.

También se observó que los estudiantes lograron establecer diferencias cuando las expresiones presentaban al signo igual como operador (sentencia numérica de no-acción) o como equivalencia (sentencia numérica de acción), lo cual, permitió evidenciar el uso del Pensamiento Relacional.

Por lo tanto, el desarrollo del Pensamiento Relacional en la básica primaria, se torna un elemento relevante, dado que, los estudiantes identifican las relaciones de equivalencia numérica, como otro método para hallar soluciones, sin remitirse netamente a la operatividad y por ende, el desarrollo y el uso del Pensamiento Relacional se constituye una base del conocimiento aritmético que, a su vez, contribuye al estudio formal del álgebra.

Es necesario resaltar que, enfocar el PR hacia la resolución de situaciones-problemas, moviliza en los estudiantes procesos como la interpretación y la argumentación mediante diferentes formas de representación, que intrínsecamente se fundamentan en las relaciones encontradas.

Queremos resaltar la importancia de incluir estos procesos en el currículo escolar desde edades tempranas, con el objetivo de proponer herramientas que puedan ser empleadas en el estudio de expresiones algebraicas, y así, se puedan encontrar de manera más natural las relaciones contenidas en ellas.

Por otro lado, como maestro en formación, la práctica pedagógica ligada a un proceso investigativo, nos permitió reflexionar, auto-observarnos y analizar los procesos de la formación como maestros, con el fin de reconstruirla, y así, generar espacios para el fortalecimiento del ejercicio docente. Fue gratificante apreciar grandes avances en cada una de las tareas propuestas y poder reconocer el aula de clase como el espacio para el intercambio de experiencias que dieron lugar a la construcción de conocimientos.

En ese sentido, la práctica pedagógica se constituye en un escenario para poner en acción todos los conocimientos matemáticos, pedagógicos y didácticos apropiados en el proceso formativo como licenciados en matemáticas.

Finalmente, como ideas de futuras investigaciones, se propone pensar en el uso del Pensamiento Relacional en el trabajo con igualdades y equivalencias de corte algebraico, dando la oportunidad al estudiante de interpretar, resolver y proponer, tanto expresiones como situaciones-problemas.

¿Cómo contribuye el desarrollo del Pensamiento Relacional en el manejo de expresiones algebraicas?

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aké, L. (2013). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación*. (Tesis doctoral). Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Lilia_Ake_tesis.pdf

Blanton, M. L., y Kaput, J. (2005). Characterizing a Classroom Practice that Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, *36*(5), 412–446.

Blanton, M. L., y Kaput, J. (2004). Elementary Grades Students' Capacity for Functional Thinking. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Pyschology of Mathematics Education*, *2*, 135–142.

Carraher, D. W., Schliemann, A. D. y Brizuela, B. M. (2000). Early algebra, early arithmetic: Treating operations as functions. *XXII Annual Meeting of the International Group for the Psycology of Mathematics Education*, (June 2016), 1–26.

Castro, E., y Molina, M. (2007). Desarrollo de pensamiento relacional mediante trabajo con igualdades numéricas en aritmética básica. *Educación Matemática*, *19*(2), 67–94.

Chamorro, M., y Vecino, F. (2003). El tratamiento y la resolución de problemas. *Didácticas de Las Matemáticas*, 273–299.

Gaulin, D. C. (2001). Tendencias actuales de la resolución de problemas. *Sigma*, (1), 51–63.

Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des Mathématiques*. 1, *22*, 1–32.

Godino, J. D. (2011). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME)*, 1–20.

Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva Ontosemiótica de investigación en didáctica de la matemática. *Investigación En Educación Matemática XVI*, 49–68.

Godino, J. D. (2014). Síntesis del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática : motivación, supuestos y herramientas teóricas. *Universidad de Granada*, (2014), 1–60. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf%5CnJuan

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2004). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/9_didactica_maestros.pdf

Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2009). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, *39*, 127–135. Recuperado de http://www.ugr.es/local/jgodino

Godino, J. D., y Font, V. (2003). Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. *Matemáticas y su Didáctica para Maestros*, 767–826.

Gómez, D., y Roquet, J. (2012). Metodología de la investigación. *Universitat Oberta de Catalunya*, 613. Recuperado de http://www.casadellibro.com/libro-metodologia-de-la-investigacion-5-ed-incluye-cd-rom/9786071502919/1960006

Kaput, J. J. (2000). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by "algebrafying" the k-12 curriculum. *The Nature and Role of Algebra in the K-14 Curriculum : Proceedings of a National Symposium May 27 and 28, 1997*, (Ccm), 21.

Martínez, J. (2011). Métodos de investigación cualitativa. *Silogismo*, *8*, 34. Recuperado de http://doi.org/10.1093/intqhc/14.4.329

MEN. (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. *Cooperativa Editorial Magisterio*, 1-103.

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. *Estándares Básicos de Competencias En Lneguaje, Matemáticas, Ciencias Y Cuidadanas*, 46–95.

Molina, M. (2006). *Desarrollo de pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria* (Tesis doctoral). Universidad de Granada. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/544/1/MolinaM06-2822.PDF

Posada, F., y otros. (2006). Módulo 2 Pensamiento Variacional y Razonamiento Algebraico. *Gobernación de Antioquia. Secretaria de Educación Para La Cultura de Antioquia. Dirección de Fomento a La Educación Con Calidad*, 1–196.

Restrepo, B. (2002). Una variante pedagógica de la investigación-acción edicativa. *OEI-Revista Iberoamericana de Educación*, *40*, 1–10. Recuperado de http://doi.org/1681-5653

Restrepo, B. (2006). La investigación-Acción Pedagógica, variante de la investigación-Acción Educativa que se viene validando en colombia. *Revista Universidad de La Salle*, *42*(2), 92–101. Recuperado de http://doi.org/10.1007/s13398-014-0173-7.2

Santos-Trigo, M. (2008). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. *Investigación en Educación Matemática XII*, 1–27.

Seco, M., Andrés, O., y Ramos, G. (1999). Diccionario del español actual, 1280.

Subramaniam, K. (2004). Naming practices that support reasoning about and with expressions. *Presentado En the 10th International Congress on Mathematical*

Education, (November).

Vergel, R. C. (2010). La Perspectiva de Cambio Curricular Early-Algebra como Posibilidad para desarrollar el Pensamiento Algebraico en Escolares de Educación Primaria : Una Mirada al Proceso Matemático de Generalización, *Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 69–81.

Warren, E. (2004). Generalising Arithmetic : Supporting the Process in the Early Years. *Psychology*, *4*, 417–424.

ANEXOS

Consentimiento informado de la Institución Educativa La Asunción

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA ASUNCIÓN
Resolución Municipal 10033 del 11 de Octubre de 2013
CODIGO DANE 105001000163 **NIT.** 900704752-7 **CODIGO ICFES** 188763
NUCLEO EDUCATIVO 915 5217466 ie.laasuncion2014@gmail.com
"FORMAMOS EN EQUIDAD Y SOLIDARIDAD AL SERVICIO DE LA COMUNIDAD"

LA RECTORA DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA ASUNCIÓN

HACE CONSTAR QUE:

En calidad de rectora de la I.E.L.A autorizo el desarrollo del proyecto de investigación "*La resolución de situaciones-problemas, asociada al Pensamiento Relacional en estudiantes de 5° grado*"; el cual se aplica en el grado 5°, en el marco de la Práctica Pedagógica de la Licenciatura en Básica Matemática de la Universidad de Antioquia, por los maestros en formación: YONATAN STIVEN CARDONA GARZÓN y LAURA ISABEL POSADA TORRES.

La implementación de este proyecto pretende contribuir al mejoramiento del desempeño de los niños y niñas de dicho grado.

Dada en la ciudad de Medellín, a los 15 días del mes de septiembre de 2016.

Para constancia firma:

Hilduara Velásquez Echavarría
C.C 43086105
Rectora

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
Facultad de Educación

Actividad Diagnóstica – Primera parte

Estudiante ______________________________________Fecha. 7 de octubre de 2016

Los ejercicios que se presentan a continuación tienen como objetivo la identificación de los saberes previos de cada estudiante.

Primera parte
Tiempo estimado: 40 minutos

Aquí encontrarás unos ejercicios en los que se plantean unas situaciones, deberás analizar si son ciertas o no, decir por qué y cómo representarías cada situación. **¡Vamos a intentarlo!**

1) Alejandro le dice a María que si tiene 10 carros en una caja y 13 en otra caja, es lo mismo que tener 10 carros en una caja, 3 en otra y 10 en una última caja. ¿Lo que dice Alejandro es Vedad o Mentira? Explica por qué.

2) El año pasado los papás de Oscar, le daban cada semana 12 mil pesos, de los cuales él se gastaba 5 mil pesos en la escuela. Sus Papás este año comenzaron a darle 15 mil pesos, pero ahora Oscar se gasta en la escuela 8 mil pesos. ¿Le quedaba más, menos o la misma cantidad de dinero el año pasado a este? Explica por qué.

3) Laura estuvo en el Centro de Medellín, allí compró blusas de color Azul, Rojo y Naranja, de cada color compró 4 blusas. Su amiga Mariana estuvo en Cartagena, donde compró blusas de color Amarillo, Verde, Blanco y Negro, de cada color compró 3 blusas. ¿Compraron la misma cantidad de blusas? Explica tu respuesta.

4) Amanda pide a su hijo Simón ir a la tienda, para lo cual le da 2000 pesos; Simón se encuentra 1000 pesos en la salida de su casa, pero cuando llega a la tienda, se da cuenta que ha perdido 1000 pesos de los que le dio su madre, ¿Con cuánto dinero quedo? Explica como llegaste a la respuesta.

5) Alejandra está resolviendo un taller de Matemáticas, y le pide ayuda a su amiga Salomé. Este es el examen de Alejandra.

Cada ejercicio plantea una igualdad, expresa en cada uno si es verdadero o Falso y Explique su respuesta:

a) 10 + 23 = 10 + 20 + 3
b) 25 – 12 = 18 – 5
c) 5 x 3 = 3 x 5
d) 23 – 10 – 2 = 10 + 1
e) 3 x (4 + 5) = 3 x 4 + 5
f) 5 x 3 + 5 x 4 = 5 x (3 + 4)

Si tú le estuvieras ayudando a Alejandra, ¿Qué respuestas darías en cada punto?

Actividad Diagnóstica – Segunda parte

Estudiante ____Fecha: 7 de octubre de 2016

Los ejercicios que se presentan a continuación tienen como objetivo la identificación de los saberes previos de cada estudiante

Segunda Parte

Tiempo estimado: 25 minutos

Cuestionario sobre la balanza

Con base en las relaciones que lograste establecer con el uso de la balanza, responde las siguientes preguntas:

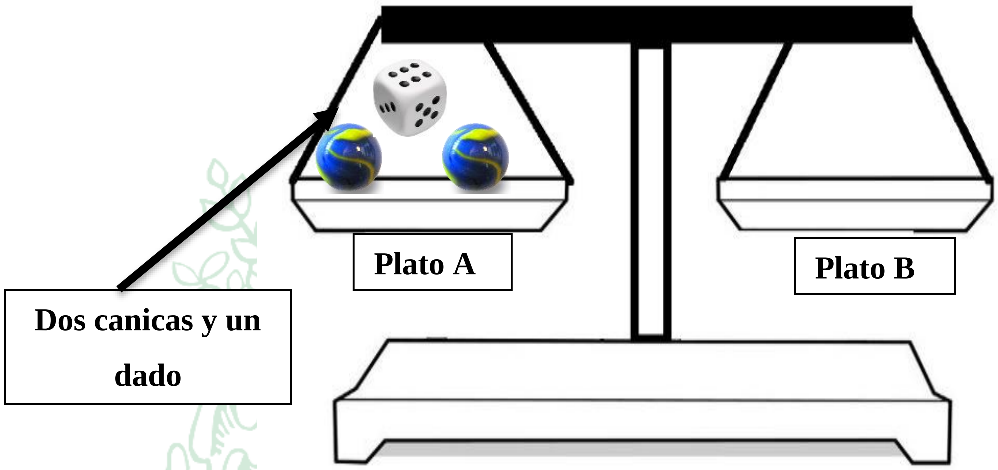
1. ¿Qué pasa con la balanza cuando se colocan dos canicas en el plato A y dos en el plato B? ¿cómo lo representarías?

2. ¿Qué pasa cuando en la balanza encontramos un boloncho en el plato A y cuatro canicas en el plato B y le quito dos canicas del plato B? ¿cómo lo representarías?

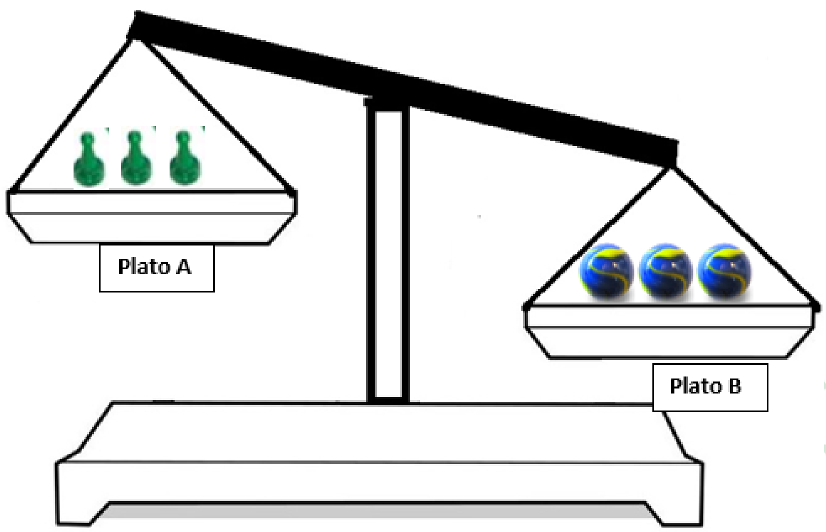
3. Tengo la balanza desequilibrada, con una canica pequeña en el plato A y un cilindro en el plato B, ¿qué debo hacer para equilibrarla? ¿cómo lo representarías?

4. ¿Puedo equilibrar la balanza utilizando canicas, bolonchos cubos y paralelepípedos alargados? ¿cómo lo representarías?

5. ¿Qué elementos utilizarías en el plato B para equilibrar la balanza? ¿Por qué esos y no otros? ¿Cómo lo representarías?



6. ¿Cómo representarías lo que se muestra en la siguiente balanza?



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
Facultad de Educación

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
1803
Facultad de Educación

Tarea 1

Nombre____ Fecha: 5 de abril del 2017

1. Indica si la igualdad es verdadera o falsa y explica por qué lo sabes. Cuando la igualdad sea falsa corrígela para que sea verdadera.

A) $\boxed{2000+238=2000+200+30}$

V___F____
Justificación:_________________________
____
____
____
____

B) $\boxed{145+85-85 = 230 -}$

V___F____
Justificación:_________________________
____
____
____
____

2. Completa la igualdad con el número que la hace verdadera y explica debajo cómo la has resuelto.

A) $\boxed{200+10= \square +210}$

Justificación:
____

B) $\boxed{1200+59= 1000+ \square}$

Justificación:_________________________
____
____
____
____
____

3. Expresa matemáticamente la siguiente situación:

- Estefanía estuvo en el Centro de Medellín, allí compró algunos pares de medias de color Azul, Rojo y Naranja, de cada color compró 4 pares. Su amiga Andrea estuvo en Itagüí, donde compró medias de color Amarillo, Verde, Blanco y Negro, de cada color compró 3 pares.

¿Cuál de las dos compró más medias?
____
____
____
____

____
____

4. De acuerdo a lo que ves en las siguientes expresiones ¿qué significa para ti el signo "="?

A) 8 x 5 + 12 – 3 = 49

B) 8 x 8 – 15 + 12 = 64 – 3

C) 5 x (3 + 5) – 4 = 5 x 8 – 4

D) 2+7-2+4 = 11

Volver al análisis de esta tarea

Tarea 2

Nombre____ Fecha: 3 de mayo del 2017

Después de explorar el juego de las balanzas realiza los ejercicios que se presentan a continuación:

1. Elige uno de los ejercicios que realizaste y exprésalos como una igualdad utilizando: a) Representación gráfica, b) Lenguaje natural, c) Representación numérica, d) Representación simbólica.

2. Elige uno de los ejercicios que realizaste y exprésalos como una desigualdad utilizando: a) Representación gráfica, b) Lenguaje natural, c) Representación numérica, d) Representación simbólica.

3. Completa la igualdad con el número que la hace verdadera y explica debajo cómo la resolviste

$$10kg + 100kg + 30kg - 10kg = 50kg + \boxed{}$$

____
____
____

4. A partir del juego de la balanza, escribe una igualdad que sea verdadera en la que aparezcan sumas y restas:

____
____
____

Volver al análisis de esta tarea

Tarea 3

Nombre____ Fecha: 17 de agosto del 2017

La siguiente tabla contiene información del número de calorías que tiene cada producto, a partir de ella resuelve las preguntas propuestas

Producto	Calorías (aproximadas)	Producto	Calorías (aproximadas)
	140		100
	300		90
	50		110
	200		120
	70		130

1. ¡Arma tu algo!

Con los productos de la tabla debes armar un algo en el que las calorías de los sólidos se equilibren con las calorías de las bebidas y las frutas, luego expresa tu elección como una equivalencia.

2. Si quería comprar un DeTodito o un Chocoramo pero están agotados en la tienda, y deseo comerme la misma cantidad de calorías, ¿Qué productos me puedo comprar?

3. Estefanía opina que consume menos calorías si se come 3 chocorramos y 3 jugos naturales en un mismo día, en comparación a si se come un chocorramo y un jugo natural al día durante tres días

- ¿Tiene razón Estefanía?
- Escribe la situación como una igualdad, recuerda emplear las propiedades de las operaciones

4. ¿Se consumen más calorías al comer una manzana y luego unas papitas de limón o cuando comes primero las papitas de limón y luego comes la manzana?

- Escribe la situación como una igualdad y justifícala empelando las propiedades de las operaciones

[Volver al análisis de esta tarea]

Tarea 4

Nombre: ________________________________ Fecha: 21 de septiembre del 2017

1. Plantea una situación-problema para cada punto, en la cual necesites hacer las operaciones que indican ¿Cómo lo resolverías? ¿Qué propiedad se está aplicando?

a. 3 x 5 = 5 x 3

b. (4 + 6) + 3 = 6 + (4 + 3)

2. Mateo tiene en la sala de su casa 10 camionetas y 10 volquetas de juguete; decide jugar con ellas y a la salida de la casa se encuentra 8 camionetas, luego se reúne con un amigo y decide regalarle 4 camionetas. Mateo regresa a casa y se da cuenta que además de las camionetas que regaló, perdió 4 volquetas. ¡Mateo regresa a casa después de jugar con la misma cantidad de carros?

¿Cómo resolverías la situación?

Volver al análisis de esta tarea

Tarea 5

Nombre____ Fecha: 14 de noviembre del 2017

1. Escribe una situación-problema en lenguaje natural en la cual representes la propiedad que te fue asignada. Debes escribir después de plantear la situación-problema, la expresión matemática que lo representa y justificar por qué, tanto la situación como la expresión corresponde a tal propiedad.

Volver al análisis de esta tarea