



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

La comprensión de los conceptos área y perímetro en las estudiantes de grado sexto del CEFA a través de la metodología Aula Taller.

Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

JONATHAN STORY VARELA SÁNCHEZ

Asesores:

Carlos Julio Echavarría Hincapié

Catalina Bermúdez Galeano

Medellín-Colombia

1 8 0 3
2017



AGRADECIMIENTOS

Este trabajo de grado quiero agradecerlo a mi madre Luz Elena Sánchez Loaiza y a mi padre Nelson Dairon Varela Restrepo, que con su esfuerzo, pujanza, fortaleza y amor lograron formar a sus cuatro hijos con suficientes bases para andar por caminos correctos sin hacerle daño a las demás personas, por formarme a mí y apoyarme en este proceso que se suma a las experiencias más significativas de mi vida.

A los asesores de practica Carlos Julio Echavarría y Catalina Bermúdez que con sus sabías palabras, experiencias e ideas compartidas, dejaron fragmentos que me motivan a hacer las cosas diferentes y bien hechas, y por supuesto por tener tanta paciencia en este proceso.

A la profesora Diana patricia Vergara que con sus palabras, conocimientos, saberes, compartidos durante dos años, que me llevan a reflexionar de forma positiva, la manera en cómo saberle llegar al estudiante, por la frustraciones compartidas, las historias de su vida, por esa parte humana, gentil y respetuosa que siempre lleva consigo.

Al Centro Formativo de Antioquia y a la Universidad de Antioquia por permitir hacer parte de esos espacios llenos de experiencias para nunca olvidar, donde se crearon lazos que solo la muerte puede romper, por formarme como profesional crítico y consiente ante la sociedad.

1 8 0 3



El presente trabajo se realizó en el Centro Formativo de Antioquia, con estudiantes de grado sexto, donde se sistematizaron las experiencias vividas durante la práctica profesional. Se respondió a la pregunta ¿Cómo comprenden los conceptos área y perímetro las estudiantes de grado sexto del CEFA a través de la metodología Aula Taller?, por medio del análisis que se hizo.

Este proyecto tuvo como objetivo posibilitar y analizar la comprensión de los conceptos área y perímetro en las estudiantes de grado sexto del Centro Formativo de Antioquia a través de la metodología Aula Taller, para cumplir tal objetivo se tuvo en cuenta la metodología antes mencionada, la sistematización de experiencias, desarrolladas en el aula como metodología de investigación, con la narración del proceso vivido y la teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud.

Al finalizar la experiencia se observó que al abordar los conceptos área y perímetro a través de la metodología Aula Taller, las estudiantes lograron acercarse a la comprensión de estos, identificando diferentes unidades de medida correspondientes para cada magnitud, además emerge el reconocimiento de diferencias, patrones y regularidades entre los conceptos.

PALABRAS CLAVE: Área, perímetro, unidad de medida, metodología Aula Taller, Sistematización de experiencias y campos conceptuales.



This work was carried out at the Antioquia Training Centre, with sixth grade students, where the experiences experienced during professional practice were systematized. The question answered was: how do the sixth grade students of the CEFA understand the concepts of area and perimeter, using the classroom workshop methodology?

This project aimed to enable and analyze the understanding of the concepts area and perimeter in the sixth grade students of the training center of Antioquia through the methodology Classroom Workshop, to fulfil this objective was taken into account the methodology Previously mentioned, the systematization of experiences developed in the classroom as a research method, with the narration of the lived process and the theory of the conceptual fields of Gerard Vergnaud.

At the end of the experience it was observed that by addressing the area and perimeter concepts through the Classroom workshop methodology, the students managed to approach the understanding of these, identifying the corresponding units of measure for each magnitude, plus The recognition of differences, patterns and regularities between the concepts emerges.

Key words: area, perimeter, unit of measure, classroom methodology Workshop, systematization of experiences and conceptual fields.



ÍNDICE

	Pág.
AGRADECIMIENTOS	II
RESUMEN	III
PALABRAS CLAVE	III
ABSTRACT	IV
ILUSTRACIONES.....	6
CAPÍTULO 1.....	9
PARA NUNCA OLVIDAR:	9
1.1. Hablando del entorno:	13
1.2. Nacimiento del problema de investigación	15
1.3 Estribo del proyecto	17
CAPÍTULO 2.....	21
GIRANDO EN EL SENTIDO DE LAS MANECILLAS DEL RELOJ.	21
2.1. Pregunta de investigación:	21
2.2. Objetivo general:	21
2.3. Objetivos específicos:	21
CAPÍTULO 3.....	23
ALGUNOS TRABAJOS DE ÁREA Y PERÍMETRO.	23
CAPÍTULO 4	29
UN SENDERO PARA RECORRER, FUNDAMENTANDO LA PRÁCTICA EN LA TEORÍA, ACOMPAÑADO POR VERGNAUD.	29
4.1. Geometría	29
4.2. La unidad de medida	30
4.3. Área y perímetro	31
4.4. Aprendizaje de los conceptos área y perímetro.	33
4.5 acompañado de gerard vergnaud y su teoria de los campos conceptuales	34
CAPÍTULO 5.....	42



EL FARO EN LA ISLA: METODOLOGÍA DE SISTEMATIZACIÓN Y AULA TALLER. 42

CAPÍTULO 6:..... 48

SISTEMATIZACIÓN DEL PROCESO VIVIDO...... 48

Descripción de las guías abordadas...... 48

Reconstruyendo el proceso vivido y análisis de la comprensión de los conceptos área y perímetro por parte de las estudiantes. 53

CAPÍTULO 7 106

HASTA AQUÍ LLEGUÉ...... 106

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS. 109

ANEXOS. 111

ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Estudiantes en acto cívico 13

Ilustración 2: Escudo del CEFA 13

Ilustración 3 - Espacio aula taller - fuente: Jonathan Story Varela 53

Ilustración 4 - Estudiante 3 del proceso de observación - evidencia..... 55

Ilustración 5 - Estudiante dos del proceso de observación - evidencia. 55

Ilustración 6 - Pelota con peso - material del CEFA 55

Ilustración 7 - Estudiante de 3 57

Ilustración 8 - Estudiante 2 57

Ilustración 9 - Estudiante 1 57

Ilustración 10 - Torre con regletas - estudiante que participó en la actividad..... 57



Ilustración 11 - Estudiante 1	58
Ilustración 12 - Estudiante 2.....	59
Ilustración 13 - Estudiante 1, 2 y 3 respectivamente	60
Ilustración 14 - Construcción del tangram - guía 2	61
Ilustración 15 - Estudiante 3 - tangram construido	62
Ilustración 16 - Figura y guía de estudiantes que participaron en la actividad.	62
Ilustración 17 - Guía 2 -actividad 4.....	63
Ilustración 18 - Estudiante 2.....	64
Ilustración 19 - Estudiante 1.....	64
Ilustración 20 - Estudiante 2.....	65
Ilustración 21 - Estudiante 1.....	66
Ilustración 22- Estudiante 3.....	66
Ilustración 23 - Estudiante 2.....	67
Ilustración 24 - Estudiante 3.....	67
Ilustración 25 - Estudiante 1.....	67
Ilustración 26 - Estudiante 3.....	68
Ilustración 27 - Guía 3 - recordando el teorema de Pitágoras	69
Ilustración 28 - Estudiante 2.....	69
Ilustración 29 - Estudiante 1.....	69
Ilustración 30 - Estudiante 1.....	70
Ilustración 31 - Estudiante 2.....	70
Ilustración 32 - Estudiante 1.....	71
Ilustración 33 - Estudiante 2.....	72
Ilustración 34 - Estudiante que participó en la actividad.....	73
Ilustración 35 - Estudiante 2.....	73



Facultad de Educación

Ilustración 36- Estudiante 1	77
Ilustración 37 - Estudiante 2.....	78
Ilustración 38 - Estudiante 3.....	78
Ilustración 39 - Imagen de guía 2 - actividad 4	82
Ilustración 40 - Estudiante 1	83
Ilustración 41 - Estudiante 2.....	84
Ilustración 42 - Estudiante 3.....	84
Ilustración 43 - Estudiante 3.....	85
Ilustración 44 - Proceso de estudiante 1	86
Ilustración 45 Proceso estudiante 2	87
Ilustración 46 Proceso estudiante 3	87
Ilustración 47 - Estudiante 1.....	90
Ilustración 48 - Estudiante 1.....	93
Ilustración 49 - Estudiante 2.....	93
Ilustración 50 - Estudiante 3.....	94
Ilustración 51 - Estudiante 1.....	96
Ilustración 52 - Estudiante 1, respuestas	97
Ilustración 53 - Estudiante 1, proceso para hallar área.....	97
Ilustración 54 Estudiante 1, proceso para hallar perímetro	97
Ilustración 55, Estudiante 2.....	98
Ilustración 56 - Estudiante 2, proceso para hallar área.....	98
Ilustración 57 - Estudiante 2, proceso para hallar perímetro.....	99
Ilustración 58 - Estudiante 3.....	99
Ilustración 59 - Respuestas de estudiante 3.....	100



CAPÍTULO 1

PARA NUNCA OLVIDAR:

Mi primera experiencia y estudiantes que hicieron parte del análisis.

Todo inicia a finales del año 2015, no tenía idea alguna sobre el tema que iba a trabajar en el proyecto, Carlos Julio Echavarría se presentó con una sola diapositiva, despertando en mí un interés el cual giraba alrededor de la enseñanza de la matemática, especialmente partiendo de la geometría con la metodología aula taller, no pintó las mayores expectativas, algo que fue cambiando en todo el proceso, aun así fue la única idea que más me gustó sin saber qué era eso de “aula taller”. El 4 de febrero del 2016, el primer encuentro con todos los que comenzamos este proceso, los compañeros: Asdrúbal Pardo, Darwin Cartagena, Andrea Arcila, Silvana Mazo, Mónica Gómez, Julián Ochoa y mi persona, acompañados por nuestros asesores oficiales, Carlos Echavarría y Catalina Bermúdez, iniciamos con discusiones de ¿Qué son las matemáticas?, ¿Cómo enseñarías matemáticas? Acompañado de la primera guía, los profesores siempre recalcaron que estábamos en un taller, y así fue, tijeras, colbón, trozos de papel, ideas que se me ocurrieron, apenas las entendí con esta actividad del teorema de Pitágoras, así fue todo el proceso, acompañado de lecturas de los diarios de campo que hacíamos en cada encuentro, tanto del trabajo que se desarrollaba en la institución, también de construcciones de los cuerpos geométricos, la carta celeste, el tangram, los cohetes propulsados con agua, el caleidoscopio, las tortas fraccionarias, la parábola, juegos, con las regletas Cuisenaire, con los bloques lógicos, el ábaco, los palillos entre otras actividades, juegos y tareas que



propusieron los profesores para tener ideas de cómo pueden ser abordados en el aula de clase.

El semanario de práctica no solo se tornó en juegos y construcción, también nos formamos para aprender a sistematizar, retomando algunos documentos de Oscar Jara, otro de Textos Narrativos, y el “proyecto” a recopilar información en nuestro proceso durante estos 4 semestres, Carlos Julio y Catalina recalcan siempre; que lo más importante era nuestro proceso formativo como maestros, donde la práctica y la experiencia que íbamos desarrollando en el colegio nos serviría de base para enfrentar nuestra práctica profesional en un futuro cercano.

La primera vez que fui al CEFA, fue algo exaltante, y voy a retomar lo escrito de ese día: *“Me encontraba en el centro pedaleando con el sol amenazando mi piel, tipo 1:20 pm, iba lento en mi bicicleta recordando cómo empezó este día. Me levanté entusiasmado por ser mi primer día en el CEFA, ya nos habíamos presentado con la profesora Diana Patricia Vergara, quien fue mi maestra cooperadora durante todo este proceso, a mi lado estaban Julián y Asdrúbal, sonó el timbre 7:00 am, segunda hora de clase, en el segundo piso Diana nos esperaba, un saludo fugaz seguido de una pregunta, ¿qué les parece más conveniente, seguir viendo geometría analítica o trigonometría? Ya que ustedes están aquí podemos abordar estos temas con los conocimientos que ustedes traen. De inmediato nos miramos confundidos y respondimos que dejara todo como lo tenía porque no teníamos experiencia, ni potestad para decir que es o no es lo más adecuado. Entramos a clases miradas fijas y silenciosas, la profesora Diana nos hace una presentación para las*



estudiantes de grado 10, seguido de la nuestra, estábamos en clase resolviendo el taller que la profesora había preparado, era del concepto de pendiente y hallar distancias entre puntos e intercepto con ejes, me sentí sin memoria, recordaba muy poco y mis compañeros me refrescan las ideas, no hubo preguntas por parte de la estudiantes, ellas al igual que nosotros nos encontrábamos ansiosos y con poca confianza, el tiempo era fugaz, luego nos dirigimos a la siguiente clase, era de física con 10°, las estudiantes desarrollaron la actividad que tenía la profesora, medir distancias en relación con el tiempo, habían 23 estaciones, una tras otra separadas por metro, en la primera estación el cronometro comenzaba de 00:00 seg, cuando la estudiante caminaba normalmente al llegar a la segunda estación estaba en 1 seg, en la 3ra estaba en 2,5 seg, y así sucesivamente, se repitió este ejercicio tres veces para que en cada estación fuera posible obtener un promedio y así graficar en el plano cartesiano, donde X =tiempo y Y =los metros, esto se hizo con la intención de hallar la velocidad, aunque el tiempo no alcanzó, la profesora introdujo la primera parte y algunas estudiantes hallaron la velocidad. Al terminar esta clase nos dirigimos a la oficina del coordinador académico Humberto, donde nos acogió y nos dio un tipo de consejo o sugerencia: “no basar la enseñanza que brindamos tanto en algoritmos, si no, en didactizar objetos que permitan la enseñanza de la matemática”, nos comentó que era egresado de la Universidad de Antioquia de la licenciatura de Matemáticas y Física, esta reunión tardó 30 minutos, y por último nos dirigimos al grado sexto para terminar la jornada con las últimas dos horas de clase, la actividad que se realizó fue de área y perímetro, las estudiantes un poco confundidas, nos remitimos a acompañar la profesora con la actividad, siempre estamos para aprender, decía la profesora, también decía que las estudiantes las últimas dos horas de clase un viernes solo



piensan en descansar. De repente frené, un semáforo en rojo de inmediato pensé que el tiempo el colegio como profesor transcurre más rápido que en las clases de la universidad”.

Cautivado por la manera en que la profesora Diana hizo llegar las ideas a las estudiantes durante todo este proceso, me dediqué a dar lo mejor de mí. Mis compañeros acordaron otros días para ir al CEFA con la profesora, ya que no podíamos estar todos a la vez en clase, esas dos últimas horas me llamaron mucho la atención e identifiqué el problema que me hizo pensar en el proyecto, además el grado sexto fue mi primer grupo donde se crearon lazos de saberes, conocimientos, dudas, familia. Sexto tenía algo especial, la mayoría de profesores que dictaban clase allí hablaban no bien de ellas, decían que eran indomables las estudiantes, era ese margen de error para muchos, pero para mí, fue mi primer grupo, ellas al igual que yo éramos nuevos en CEFA, risas, sonrisas, peleas, niñas de 10 años hasta 15 años, pequeñas, grandes, dedicadas, no dedicadas, había de todo. Las tres niñas en las que me focalicé para hacer el proyecto, no fueron elegidas de vista, recuerdo que la profesora Diana y yo, les hicimos una evaluación, y solo me sabía el nombre de las tres niñas que de una u otra manera el proceso de comprensión iba a favorecer este análisis, me era imposible imaginar quedarme en cada estudiante, en cada palabra que traían más palabras, la participación de estas tres estudiantes siempre fue activa, preguntaban y tenían buena relación con sus compañeras. Sé que las estudiantes de grado sexto todas poseían algo que me hizo crecer, fueron dos años compartiendo cada semana con ellas, y la vez con las estudiantes de 10° salud 3, 10° alimentos 2, 10° comercio 4, 10° informática 1 y 2, 11° diseño 1 y 2, en ese compartir mi formación como maestro

estaba construyéndose, y cada día más seguro que mi futuro es ser profesor, esta primera experiencia es para siempre recordar y nunca olvidar eso esencial que me hizo enamorar de la educación. Compartiendo en el seminario experiencias, comida (esta nunca podía faltar), risas, conocimiento y sabiduría en diferentes espacios, en el CEFA, en la universidad, en Santa fe de Antioquia.

1.1. Hablando del entorno:



Ilustración 2: escudo del CEFA

¹El Centro Formativo de Antioquia actualmente es una institución con un alto nivel académico, donde tiene como reto de educar a las nuevas generaciones brindándole una educación pertinente y adecuada según las necesidades de la comunidad educativa del contexto y de la ciudad de Medellín, cuenta con 7 especialidades en educación media técnica, que son: seguridad ocupacional, comercio, salud, ciencia y tecnología de alimentos, ciencias químicas, informática, diseño y profundización en matemáticas, las cuales tienen convenios con el Sena para terminar su proceso de técnica. El fin de esta institución es formar mujeres de calidad, competentes, íntegras y activas en la sociedad, prudentes y críticas que sean seres felices y exitosos. El ambiente académico ha sido enriquecido con actividades científicas e investigativas, proyectos en saberes específicos, talleres creativos y grupos



Ilustración 1: estudiantes en acto cívico

¹ Imágenes tomadas de la página del Centro Formativo de Antioquia (escudo y estudiantes en acto cívico) información obtenida de la página del CEFA <http://www.cefa.edu.co/principios.htm>



cooperativos y aprendizaje con los diferentes convenios. Los últimos tiempos han permitido que el CEFA esté a la delantera de la formación de la mujer en la ciudad de Medellín, correspondiendo a su lema histórico “Ser un colegio de ciudad para la ciudad” en el 2007 recibió el premio como mejor institución oficial de la ciudad y recibió la certificación por parte del Icontec de los procesos acordes con los estándares internacionales ISO, dándole la confianza para una educación de calidad.

El Centro Formativo de Antioquia está ubicado en la Calle 50 No. 41-55, en el centro de Medellín cerca de la placita de flores donde asisten estudiantes de diferentes sectores de la ciudad, barrios, de los diferentes municipios vecinos, estratos 1, 2, 3 hasta 4, donde son admitidas por un examen que tiene la intención de mirar con qué conocimientos vienen las nuevas alumnas.

El Centro Formativo de Antioquia fue fundado por Joaquín Vallejo Arbeláez, en 1935 el cual dejó objetivos, tales como:

- Acercar la mujer a la fuerza laboral, para que así puedan ser calificada y participe en trabajos productivos.
- Implantar una reforma pedagógica liberal con ideas de revolución en marcha, basadas en la preeminencia de las clases populares: la obligatoriedad, gratitud, mérito y laicidad de la educación.
- Finalmente, ofrecer igualdad de oportunidades a la mujer antioqueña y colombiana, por lo tanto posibilitar su acceso a las universidades.

Visión: El CEFA debe ser la mejor institución educativa de la ciudad de Medellín y el eje central de la ciudad educadora donde, te formes como mujer con una cultura



ciudadana, alta competitividad académica y sentido visionario para que explores horizontes para la iniciación básica a la vida laboral y el ingreso a la Educación Superior.

Misión: Con el lema “que vuestra luz resplandezca” el centro formativo de Antioquia CEFA, tiene como misión tu promoción y formación, en el nivel de educación media académica y media técnica, fundamentada en una cultura ciudadana que te prepara para la iniciación básica laboral y el ingreso a la educación superior. El CEFA forma ciudadanas comprometidas con la ciudad y el país.

1.2. Nacimiento del problema de investigación

Al iniciar la práctica y el proyecto, las expectativas volaban al lado de un águila, alto pero con turbulencia, esta era ocasionada por un sin fin de ideas que surgieron con el primer acercamiento en la práctica pedagógica profesional, ésta se realizó en el Centro Formativo de Antioquia con estudiantes de grado sexto. El primer acercamiento permitió detectar las dificultades que las estudiantes tenían a la hora de comprender, entender y trabajar con los conceptos de área y perímetro.

La situación inicial se presenta en el período de observación, la profesora Diana Patricia Vergara quien era la profesora cooperadora, pregunta a las estudiantes ¿qué es área? y ¿qué es perímetro? y las respuestas no florecieron, en la segunda situación se ejecutó la actividad con el tangram en el espacio de aula taller para visualizar cuáles eran los conocimientos previos que poseían las estudiantes sobre los conceptos área y perímetro,



de allí también partiría las situaciones que posiblemente servirían para el planteamiento de la pregunta de investigación, surgiendo el objetivo principal que era empezar a construir los conceptos de cierta manera que además permitiera analizar la manera en que las estudiantes comprendían estos dos conceptos, porque quizá sea la primera vez que las estudiantes se acercan a estos conceptos.

En busca de que las estudiantes comprendan, asimilen y se relacionen con los conceptos área y perímetro me basaré en lo que propone Vergnaud en su teoría de los Campos Conceptuales para analizar el proceso de comprensión y el aprendizaje de estos conceptos, pues como lo menciona Moreira (2002):

Se trata de una teoría de base piagetiana, pero que se aleja bastante de Piaget al tomar como referencia el propio contenido de conocimiento y el análisis conceptual del progresivo dominio de ese conocimiento y también al ocuparse del estudio del desarrollo cognitivo del sujeto-en-situación en vez de operaciones lógicas generales y de estructuras generales del pensamiento. Al hacer eso, la teoría de Vergnaud presenta un gran potencial para describir, analizar e interpretar aquello que pasa en el aula en el aprendizaje de matemática y de ciencias. Probablemente, ese tipo de teoría es el de mayor utilidad para fundamentar la enseñanza y la investigación en enseñanza en esa área. (p. 25)

La idea que propone Vergnaud en su teoría de los campos conceptuales, va de la mano con este trabajo, ya que propone se entiende que el campo conceptual de área y perímetro es entonces, un conjunto de situaciones cuyo abordaje implica obtener información, y la concepción de estos parte de las estudiantes, permite analizar estas situaciones, para tal fin es necesaria la conceptualización y el dominio de esquemas, reconociendo en sí la organización invariante de la conducta. Para alcanzar un esquema



general es necesario entonces analizar un gran número de situaciones (problemas, tareas, gráficos, etc.) con el fin de reconocer las características comunes en los casos y poder organizar las acciones necesarias expuestas en las guía. El uso de estas guías son consecuentes para posibilitar y analizar la comprensión de los conceptos área y perímetro, sin olvidar que el principal posibilitador que permitirá la comprensión de estos conceptos será la metodología de intervención aula taller, que cuenta con material concreto y el uso de guías que permiten generar un ambiente de taller priorizando la construcción de conceptos por las estudiantes y la metodología investigativa permitirá analizar y recopilar la información obtenida, estas últimas acciones hacen parte de la sistematización de experiencias.

1.3 Estribo del proyecto

Con el presente trabajo se pretende mostrar que por medio de la metodología aula taller y sistematización de experiencias se puede posibilitar y analizar la comprensión de los conceptos de área y perímetro en las estudiantes del grado sexto del Centro Formativo de Antioquia. Se entiende que la metodología de Aula Taller en un medio que facilita el material didáctico, guías de trabajo, generando ambientes propicios para el aprendizaje. Ahora la sistematización de experiencias es la metodología de investigación, la cual se recopila y analiza los resultados de las actividades planeadas.

Se considera pertinente el abordaje del tema de esta investigación en el ámbito educativo, pues aporta a la enseñanza de los conceptos área y perímetro, permitiendo que



las estudiantes se apropien de dichos conceptos en las instituciones, ya que estos pertenecen a una rama de las matemática fundamental, la geometría, pues esta es una ciencia base que permite el desarrollo del pensamiento espacial, el pensamiento argumentativo, moviliza los procesos cognitivos, ayuda a la intuición, a la resolución de problemas: no sólo matemáticos sino también cotidianos y por ello, el modo en cómo se enseña y se muestra a las estudiantes debe ser intencionado, con objetivos claros, por fuera de la limitación de figuras descontextualizadas y poco comunes con su entorno.

Para esto, se propone utilizar metodologías que permitan la experimentación y construcción del concepto con el uso de material tangible, posibilitando una nueva forma de aprender las matemáticas, ya que se parte de la experiencia, juegos, preguntas orientadoras y actividades intencionadas. La metodología Aula Taller, en ese sentido, permite una intervención teniendo en cuenta los diferentes ritmos de aprendizaje de cada estudiante; por eso se piensa en un planteamiento de etapas exploratorias, de orientación, de construcción e imitación para facilitar la interiorización de los conceptos de área y perímetro.

En ese sentido, se habla del desarrollo del pensamiento matemático en las instituciones educativas que se basa en lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional, como lineamientos curriculares, los cuales son orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares para apoyar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los contenidos obligatorios, de una forma estandarizada y homogénea, con el objetivo de que los estudiantes adquieran y asimilen un saber, de tal manera que se enseña de manera lineal,



así pues con la metodología aula taller propician aprendizajes atendiendo a las necesidades formativas.

Así pues, la comunidad académica del Centro Formativo de Antioquia debe seguir los estándares básicos de competencias, que dan la ruta de lo que el estudiante en determinado ciclo debería comprender. Los estándares de matemáticas planteados por el MEN para el grado sexto giran en torno a la resolución de problemas y guardan una relación entre el pensamiento geométrico y el pensamiento métrico, esta relación se evidencia cuando la geometría pasa de representaciones espaciales mentales a representaciones espaciales con medidas concretas, por eso se hace necesario la metrización que permite en un futuro la formalización de la geometría, que es un paso más adelante de la comprensión de las propiedades de la geometría, como menciona el MEN (2006) *“El estudio de estas propiedades espaciales que involucran la métrica son las que, en un tercer momento, se convertirán en conocimientos formales de la geometría”* (p. 61) tomando como primer momento la importancia de las relaciones de los objetos con el espacio, y como segundo momento la necesidad de la metrización que se refiere a saltar de lo cualitativo a lo cuantitativo.

La primera experiencia en el CEFA permitió el acercamiento a unas de las dificultades que presentan las estudiantes de sexto a la hora de comprender los conceptos de área y perímetro, tales como; confusión de los conceptos área y perímetro en el sentido que cuando se le da la tarea de hallar el área halla el perímetro o viceversa, unidades de medida no correspondientes, desconocimiento de los conceptos, entre otras, que



independientemente de los factores que se visualicen a la hora de abordar los conceptos, se debe enseñar el currículo, los contenidos que como instituciones responden a un proyecto institucional que va de la mano con el Ministerio de Educación, estos contenidos deben ser comprendidos y aprendidos por parte de las estudiantes, para ello, se utiliza la metodología Aula Taller, con la que se pretende identificar ciertos problemas de aprendizaje en algunas de la estudiantes de grado sexto, a su vez posibilitarles la comprensión de los conceptos de área y perímetro y logren establecer relaciones entre ellos para enfrentar situaciones relacionadas con los conceptos a trabajar, planteando una serie de actividades didácticas prácticas en el aula, en resonancia con esta metodología, como una estrategia que permite la resolución de problemas no sólo con fórmulas sino que puedan comprender de donde se obtienen algunas algoritmos y fórmulas, donde las estudiantes construyen sus propias actitudes invariantes (comportamiento o relación hacía/con algo que ya conoce) a la hora de referirse a estos conceptos, identificando figuras y métodos con los que se puede hallar el área y perímetro, con el objetivo de que dicha comprensión posibilite y potencie el desarrollo del pensamiento espacial, el pensamiento argumentativo, movilizandolos los procesos cognitivos, ayudando a la intuición y a la resolución de problemas: no sólo matemáticos sino también en la vida escolar y social.



CAPÍTULO 2

GIRANDO EN EL SENTIDO DE LAS MANECILLAS DEL RELOJ.

Para observar la idea fundamental del proyecto, se observa los tres siguientes puntos, a partir de ellos, gira el desarrollo y sentido a la investigación.

2.1. Pregunta de investigación:

¿Cómo comprenden los conceptos área y perímetro las estudiantes de grado sexto del CEFA a través de la metodología Aula Taller?

2.2. Objetivo general:

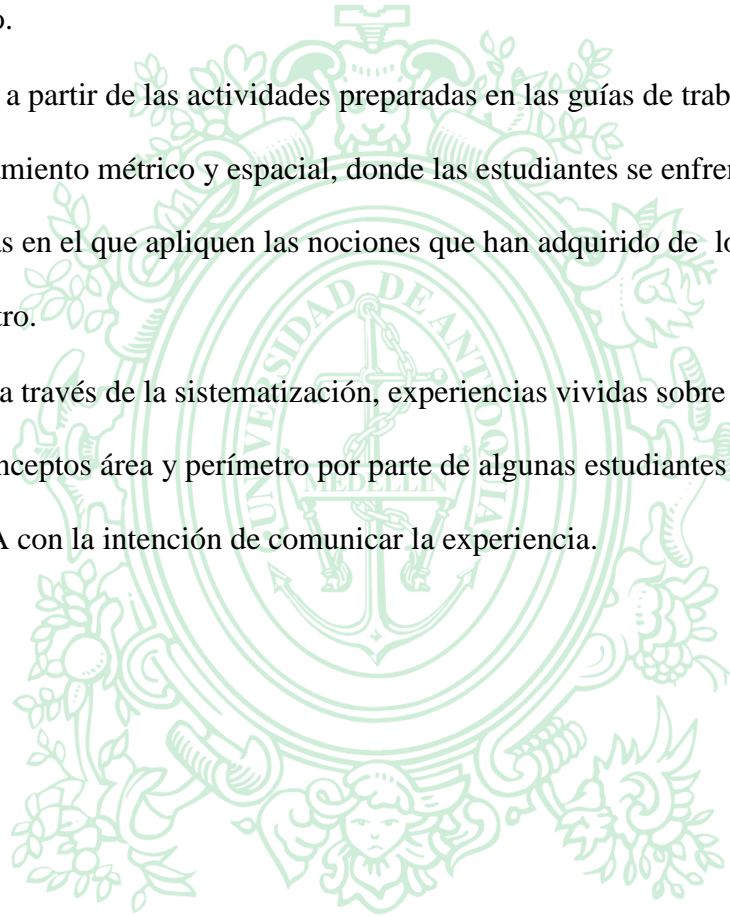
Posibilitar y analizar la comprensión de los conceptos área y perímetro en las estudiantes de grado sexto del CEFA a través de la metodología Aula Taller.

2.3. Objetivos específicos:

- Provocar interés y deseo de aprender en las estudiantes de grado sexto con los elementos que genera el aula taller, para la comprensión de los conceptos área y perímetro.



- Diseñar y plantear actividades presentadas en guías donde se posibilita que las estudiantes de grado sexto diferencien los conceptos de área y perímetro
- Favorecer la comprensión de las diferentes unidades de medida y los usos más adecuados acorde a los problemas que se plantean en las actividades sobre área y perímetro.
- Propiciar a partir de las actividades preparadas en las guías de trabajo, el desarrollo del pensamiento métrico y espacial, donde las estudiantes se enfrenten y resuelvan problemas en el que apliquen las nociones que han adquirido de los conceptos área y perímetro.
- Analizar a través de la sistematización, experiencias vividas sobre la comprensión de los conceptos área y perímetro por parte de algunas estudiantes del grado sexto del CEFA con la intención de comunicar la experiencia.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



CAPÍTULO 3

ALGUNOS TRABAJOS DE ÁREA Y PERÍMETRO.

Las investigaciones que se han realizado con respecto a la geometría han sido muchas, al igual que investigaciones donde abordan los conceptos área y perímetro. A continuación se presentan tesis de pregrado y maestrías realizadas en diferentes instituciones y espacios, las cuales muestran cómo se desarrollan y comprenden dichos conceptos, esto se hace con la intención de abrir un poco el panorama de investigaciones sobre este tema, además de cómo son abordadas de diferentes maneras logrando sus objetivos.

Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas, por Arenas, M. (2012). Este trabajo se presentó para optar a título de magister en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales y fue realizado en la Universidad Nacional sede Medellín de Colombia, este se presenta con una línea de investigación: Descriptiva-cualitativa; Cuasi- experimental, y con el diseño de estrategias didácticas buscando favorecer el proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Barrio Santander sección estado de Israel, con el uso de herramientas TIC como el programa de Moodle y el tangram, el cual fue el material concreto con los que estudiantes interactuaron y construyeron conceptos por medio de actividades intencionales, con secuencias que pretendían formar valores, desarrollar habilidades comunicativas y sociales, y llevar a solucionar problemas a los estudiantes.

1 8 0 3



En la actividades iniciales se presentaba un ejemplo con la fórmula a los estudiantes, debían hallar el valor del área de cualquier figura, aquí se movilizó los conceptos de área y perímetro porque el estudiante pudo usar un medio el cual fue las TIC para una mejora y mayor provecho de las actividades planteadas, estas fueron las fortalezas de este trabajo de maestría.

La propuesta de este trabajo partió de la teoría sociocultural de Vigotsky y la teoría psicológica de David Ausubel, las cuales se basan en la construcción del aprendizaje significativo en los estudiantes teniendo en cuenta el lugar donde se hizo la práctica pedagógica.

Para terminar, las conclusiones de este trabajo realizado se presentaron recomendaciones que al momento de implementar las TIC en los procesos de enseñanza y aprendizaje, se debe tener una intención que permita llevar a cabo la actividad y construir el aprendizaje, ya que el uso de los computadores además de motivarlos puede llevar a que los estudiantes se distraigan, y se debe tener una actividad con una intención definida.

Estrategia para el estudio del área y el perímetro de figuras planas articulada al modelo socio crítico para los estudiantes de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez. Por Roldán, G. & Rendón, H (2014). Este trabajo se presentó para optar a título de Magíster en Educación Matemática del Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad de Medellín, la propuesta de este trabajo se origina mediante los resultados obtenidos en las pruebas saber ICFES del año 2012 en el componente



geométrico- métrico, en este se desarrolló el estudio de los conceptos área y perímetro de figuras planas para los alumnos de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano Márquez, para trabajar los conceptos de área y perímetro se tuvo en cuenta el modelo pedagógico que tiene la institución el cual es: socio crítico.

La metodología de investigación de este trabajo es de enfoque cualitativo, teniendo en cuenta que se ejecuta desde la parte subjetiva de los estudiantes. Las técnicas que permitieron promover la estrategia del estudio de los conceptos área y perímetro fueron la observación, el diálogo y la entrevista semiestructurada, con el objetivo de identificar las dificultades frente a los conceptos y su entorno desde la geometría.

Las actividades que se propusieron en este proyecto, evidencian la confusión que los estudiantes presentan con los conceptos área y perímetro, además de que permiten pensar la práctica del maestro en el aula de clase, ya que esta también es un factor de aprendizaje por parte de estos. El trabajo en sus conclusiones menciona lo pertinente de hacer dinámica una clase, que no se limite al aula sino también que sea fuera de ésta, por otro lado, los alumnos bajo el modelo socio crítico se les permitió que ellos mismos construyeran el conocimiento y que establecieran diferencias entre los conceptos. En este trabajo se rescata el desarrollo de las actividades propuestas, ya que gracias a ellas se llegó a la comprensión de los conceptos.

Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas en el contexto de la agricultura del café. Por González, J (2014). Este trabajo se



presentó para optar a título de Magister en la línea de Educación Matemática, en la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia de Colombia, este se realizó bajo el enfoque cualitativo y como apoyo la metodología de estudio de casos, el cual permitió el análisis de los procesos de comprensión de los estudiantes y los participantes en el trabajo realizado. La investigación se orientó a la caracterización de los conceptos área y perímetro y la independencia de sus medidas, en tres estudiantes del grado 5° de una institución educativa rural del municipio de Andes.

Aquí se tuvo presente las experiencias del investigador, ya que este en su práctica diaria encontró problemas y dificultades a la hora de la comprensión y la enseñanza de tales conceptos, propuso trabajar con la parte histórica, su importancia, y la vigencia de los conceptos, a su vez también realizó una guía curricular que aportaba soluciones a tales problemas y dificultades. Tenían como objetivo aumentar los niveles de comprensión de los estudiantes. Los investigadores hicieron sus observaciones y comprender el aumento de estos niveles de comprensión, utilizaron la rúbrica, un tipo de descriptores por nivel.

Las conclusiones del trabajo muestran que los estudiantes obtuvieron un mayor nivel a la hora de comprensión de los conceptos área y perímetro por medio de cultivo del café, al inicio a los estudiantes se les hizo un cuestionamiento sobre la noción de los conceptos se le llamó fase de exploración, luego una actividad para adoptar y acordar términos propios de la cultivo del café para crear relación con los términos a trabajar con los de su contexto, también se evidenció que crearon independencia de las medidas de los



conceptos, puesto que son diferentes. Este trabajo permitió crear una diferencia de los conceptos por parte de los estudiantes.

Trabajando la diferencia de los conceptos de área y perímetro con actividades didácticas en los alumnos de cuarto grado de primaria. Por López, L. & Suárez, N. (2010). Este trabajo se presentó para optar a título de licenciadas en matemáticas, en la facultad de ciencias de la Universidad Industrial de Santander. Este trabajo se realizó en la institución educativa las Américas, bajo el enfoque cualitativo y estudio de casos, el cual se ejecutó en el aula de clases por medio de actividades didácticas concretas, una de estas fue el geoplano, en el cual los estudiantes cubrían una figura con un cuerda y se permitía el reconocimiento del contorno por parte de estos, la confusión de los conceptos igual se presentó tanto en la actividad diagnóstica que realizaron, como en el desarrollo de las otras 5 guías, la dificultad observada llevó a las investigadores a implementar varias actividades que permitieron aclarar los conceptos por parte de los estudiantes respetando el ritmo de aprendizaje de cada grupo.

En estas guías propuestas se permitió el desarrollo analítico, crítico e investigativo por parte de los estudiantes con material concreto porque permitía imaginar los objetos relacionarlos con las situaciones que se proponían. Para rescatar en este trabajo en las conclusiones afirman según lo vivido, que se debe propiciar un ambiente dando lugar a la geometría de tipo práctico, permitiendo el acercamiento a los conceptos y que su vez los estudiantes mejoren el lenguaje geométrico y se conviertan en herramientas para el razonamiento, por esto, en el trabajo que actualmente se ejecuta, se enfatiza en la



metodología aula taller para posibilitar la comprensión de los conceptos de área y perímetro por parte de las estudiantes.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



CAPÍTULO 4

UN SENDERO PARA RECORRER, FUNDAMENTANDO LA PRÁCTICA EN LA TEORÍA, ACOMPAÑADO POR VERGNAUD.

Para el desarrollo del planteamiento del problema es necesario abordar conceptos que permiten responder a las dinámicas encontradas en el Centro Formativo de Antioquia, dicho rastreo parte de cinco categorías conceptuales: geometría, unidad de medida, área y perímetro, aprendizaje y comprensión de los conceptos de la mano con la teoría de Vergnaud, las cuales serán descritas a continuación:

4.1. GEOMETRÍA

La geometría se configura como la medición de la tierra, pues es la ciencia base encargada de estudiar las medidas y propiedades de una figura en un plano o en un espacio, es *“un método que puede visualizar formas y figuras, visualizar conceptos o procesos sistemáticos, etc.”*. La geometría, es entonces, una rama de las matemáticas, la cual tiene cierta contribución al desarrollo social y cultural de las personas al permitir explicar y discutir conceptos, dándole importancia a la demostración y ejecución de problemas matemáticos y cotidianos. (Alsina, C. Fortuny, J. & Pérez, R. 1997, p. 25)

Asimismo, ha sido considerada como un pilar en la formación de los sujetos, por su aplicación a los diversos contextos y entornos, por permitir desarrollar la capacidad del razonamiento lógico, adquisición de habilidades para visualizar, ser crítico y deductivo,



resolver problemas, razonar, y argumentar de forma lógica. Como lo proponen Hernández y Villalba al ser citados por Gamboa, R. & Ballester, E. (2010), la geometría es:

La ciencia del espacio, vista esta como una herramienta para describir y medir figuras, como base para construir y estudiar modelos del mundo físico y fenómenos del mundo real; un método para las representaciones visuales de conceptos y procesos de otras áreas en matemáticas y en otras ciencias; por ejemplo, gráficas y teoría de gráficas, histogramas, entre otros; un punto de encuentro en una matemática teórica y una matemática como fuente de modelos; una manera de pensar y entender; un ejemplo para la enseñanza del razonamiento deductivo; un modelo para la enseñanza del razonamiento deductivo; una herramienta en aplicaciones, tanto tradicionales como innovadoras, como por ejemplo, graficas por computadora, procesamiento y manipulación de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica, investigación de operaciones. (p. 126)

4.2. LA UNIDAD DE MEDIDA

La unidad de medida es lo que se debe tener más claro a la hora de medir, de allí se puede determinar cuántas veces se repite en la extensión que se desea medir; hay unidades de medidas antropométricas convencionales y no convencionales, las cuales corresponden al cuerpo o a objetos de medida no normalizados, hay medidas que con los años se han constituido en medidas normales, sin embargo, es necesario conocer los tamaños relativos de las unidades utilizadas para así tener una mayor exactitud en los resultados en los diferentes lugares geográficos en donde se haga uso de las matemáticas. En el libro: “el aprendizaje de las matemáticas” muestran una definición muy general de lo que es una unidad de medida:

Ya hemos mencionado varias veces que la acción de medir supone la repetición de una unidad de medida; es decir, cierta noción de subdivisión expresada en función de cierta unidad de medida, que es repetida sobre la totalidad de la extensión de la magnitud que se



esté considerando, ya sea área, tiempo, etc.; y esta repetición ha de ser tal que el intervalo que hay que medir esté cubierto o lleno por la unidad de manera que no haya huecos ni superposiciones. Así mismo, uno de los rasgos distintivos del proceso de medida es que se pueden utilizar diferentes unidades de medida para medir la misma cantidad. Así pues, otro de los aspectos cruciales en el desarrollo de las nociones asociadas al proceso de medida estriba en la comprensión de la relación entre el tamaño de la unidad y el número necesario para medir una cantidad dada; esto es, que cuanto menor sea la unidad de medida, tantas veces será preciso repetirla. (Dickson, Brown y Gibson, 1991, p. 97)

4.3. ÁREA Y PERÍMETRO

La palabra área viene de terreno seco, un espacio donde se sembraba cereal, se remite más al lenguaje agrícola, se puede referir a la distancia de un área cuando hablamos de una extensión de superficie. Para medir una superficie se debe elegir una unidad de medida, ya sea de forma triangular, cuadrada, rectangular, redonda entre otras formas que se pueden definir como la unidad de medida, en caso de elegir la unidad de medida en forma de cuadrado, el lado de este será la unidad de longitud, ya que esta se puede intersecar, y asignarle un número que corresponde a la unidad asignada. Las características principales para medir el área son las figuras planas, se debe hacer uso de ésta conociendo la longitud de un lado, quiere decir que se debe conocer el perímetro, puesto que las unidades de longitud de este último es la base para hallar el producto de longitudes o también si se desconoce el perímetro se puede conocer el área solo con asignarle cierta unidad de medida. la relación entre área y perímetro, como lo mencionan D'Amore, B. y Fandiño, M. (2007) *“puede ser comprendidas solo a partir de relaciones espaciales que a su vez deben ser coordinadas con relaciones multiplicativas”*. (p. 44)



En este sentido área se concibe como la cantidad de superficie que está delimitada por un contorno, ésta puede ser medible en superficies planas, es decir, “*el área es un número (positivo) que representa la medida de una superficie (plana)*”, en la cual, dicha medida es representada por una unidad que es el cuadrado, siendo el resultado final un número con una unidad de medida específica al cuadrado. (Pratt, M. 2015, p. 50).

La palabra perímetro viene del griego peri (alrededor) y metro (medida). Se le da uso a esta palabra para hacer referencia a la distancia o longitud del contorno de una superficie o una figura, para medir el perímetro se debe elegir una unidad de medida que debe cumplir ciertas características, esta será la distancia entre dos intersecciones consecutivas a lo largo de una línea.

Por otro lado, se puede definir el contorno o longitud de una figura cualquiera, en la que la suma de sus lados es el perímetro de ésta, sin embargo, no puede reducirse a un proceso memorístico, pues como propone Vasco C (2006):

Dar definiciones como “la suma de las longitudes de los lados”, o peor aún, fórmulas como $2b+2a$, $4l$ o $2\pi r$, solo producen esfuerzos de memorización, y confusión ansiosa al tratar de recordarlas, ensayé más bien a partir de uno u otro sentido de un punto marcado en el borde la figura, y a recorrer todo el borde con el dedo y con la imaginación, acompañado a su vez de una hormiga minúscula, hasta volver por primera vez al punto de partida, así pues se prueba la distancia recorrida alrededor de la figura. (p. 37)

Para determinar el perímetro o el área de una figura, se debe definir la unidad de medida, luego se debe contar cuántas veces ocupa la unidad en la extensión del contorno o de la superficie.



4.4. APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS ÁREA Y PERÍMETRO.

Se puede definir como un proceso cognitivo que es determinado por el contexto, la subjetividad y experiencia de cada sujeto, es una construcción personal que se transforma en base a lo vivido, por ello, el aprendizaje de las matemáticas escolares se construye de forma dinámica:

Sobre diversos conocimientos entre los cuales están: 1) los intuitivos e informales, producto de la cultura personal, 2) aquellos que son resultado de la escolaridad anterior, 3) los conocimientos correspondientes a la matemática científica. La construcción del significado y sentido de los conceptos matemáticos se logra a través del establecimiento de vínculos entre dichos conocimientos. (Samper, C. 2003, p. 18)

Por tanto, se pretende reconocer el nivel cognitivo en el que se encuentran los estudiantes, más que concentrarse en sus limitaciones, pues, sólo mediante la aceptación de las posibilidades que tienen estos, y de acuerdo con su desarrollo cognitivo, la identificación de las habilidades espaciales que poseen, y su actitud hacia la geometría, se pueden construir ambientes de aprendizaje propicios para iniciar una conceptualización significativa de esta. (Farell, citado por Samper, C. 2003, p. 23). El aprendizaje por parte de las estudiantes de los conceptos área y perímetro se da a partir de situaciones, las cuales potencian la construcción de estos conceptos, bajo procesos de medición de las diferentes longitudes y superficies, teniendo en cuenta que hay diferentes métodos para hallar el área y perímetro de una figura plana, sin embargo las estudiantes proponen sus propias formas y técnicas de calcular dichas medidas con ayuda de la geometría permitiéndole visualizar, construir, discutir, demostrar, entre otras capacidades que esta la geometría ayuda a desarrollar.



4.5 ACOMPAÑADO DE GERARD VERGNAUD Y SU TEORIA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES.

En este proyecto la comprensión de los conceptos área y perímetro, será entendida como sinónimo de conceptualización de los conceptos áreas y perímetro, aclarando que conceptualización y comprensión están atravesados por situaciones, procesos cognitivos y aprendizajes para llegar a tal fin. En esta parte se va a retomar la teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud, pues esta va a facilitar el análisis de la construcción, comprensión, relación entre los conceptos área y perímetro desde los conocimientos explícitos y los invariantes operatorios implícitos en las conductas del sujeto en situación. La teoría de Vergnaud ha sido utilizada en diferentes ciencias para explicar procesos de conceptualización, pero principalmente ha sido utilizada como referencia para la educación matemática, pues las investigaciones de Vergnaud que sustentan su teoría, han focalizado el aprendizaje y la enseñanza de la matemática. (Moreira, 2002 p. 15)

En la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud existen conceptos fundamentales, por eso es necesario acercarse a las definiciones que él mismo autor propone como clave para entender su teoría:

Los campos conceptuales: como lo menciona Vergnaud (1982) son “(...) un conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y,



probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición". (Citado en Moreira, 2002, p. 2), este proceso ocurre a lo largo de un amplio periodo de tiempo a través de experiencia, madurez y aprendizaje. Vergnaud toma como primicia que el conocimiento está organizado en campos conceptuales cuyo dominio por parte del sujeto ocurre durante dicho proceso. (Moreira, 2002 p. 2)

A partir de ello, Vergnaud se ve influenciado por tres argumentos esenciales, los cuales permitieron el desarrollo de los campos conceptuales, estos suponen que la conceptualización es la esencia de los procesos cognitivos, estos son (Vergnaud citado en Moreira, 2002, p. 4):

1. Un concepto no se forma dentro de un solo tipo de situaciones
2. Una situación no se analiza con un solo concepto
3. La construcción y apropiación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso de largo aliento que se extiende a lo largo de los años.

Por lo anterior se propone mayor atención a las características conceptuales de los esquemas y al análisis conceptual de las situaciones, permeadas por la escuela y la vida cotidiana donde los estudiantes desarrollan sus ideas y al dominio de los conceptos, esto nos lleva a definir el concepto de **concepto**, para Vergnaud (citado en Moreira 2002), este es un triplete de tres conjuntos, $C=(S, I, R)$, donde:



- **S** es un conjunto de **situaciones** que dan sentido y es el referente del concepto.
- **I** es un conjunto de **invariantes** (objetos, propiedades y relaciones) sobre las cuales reposa la operacionalidad del concepto, o un conjunto un conjunto de invariantes que pueden ser reconocidos y usados por los sujetos para analizar y dominar las situaciones del primer conjunto, hace referencia al significado del concepto:

Invariantes operatorios.

- **R** es un conjunto de **representaciones simbólicas** (lenguaje natural, gráficos y diagramas, sentencias formales, etc.) que pueden ser usadas para indicar y representar esos invariantes y, consecuentemente, representar las situaciones y los procedimientos para relacionarse con ellas, es decir, el significante.

Teniendo en cuenta estos tres conjuntos, sin descartar alguno, se debe estudiar el manejo, uso y aprendizaje del concepto ya que como lo menciona (Moreira 2002), no se puede trabajar un conjunto por separado, ahora, si los conceptos se vuelven significativos a partir de las situaciones, resulta que las situaciones son las que toman mayor fuerza, es decir que los campos conceptuales en definitiva son un conjunto de situaciones donde la naturaleza de varios conceptos busca el dominio de tales situaciones, por consiguiente se hace necesario entender como es empleado el concepto de **situación** por Vergnaud, para él no es una situación didáctica, es una tarea, donde toda situación compleja puede ser pensada como una combinación de tareas, siempre y cuando se conozca la naturaleza así como sus dificultades. El desempeño de cada subtarea influye en el resultado global, donde la dificultad de una tarea no es ni la suma ni el producto de las diferentes subtareas involucradas.



En efecto Vergnaud (citado en Moreira, 2002, p 6) resalta dos ideas primordiales con relación al sentido de situación: variedad e historia, sin embargo en un campo conceptual subyace distintas situaciones que modifican los conocimientos de los estudiantes, donde son las situaciones primeramente vividas son los que dan sentido a los conceptos y procedimientos que se espera que comprendan, cabe aclarar que el sentido del concepto no está solo en las situaciones ni en las palabras, ni símbolos, está en las situaciones con los significantes, o más precisamente, en los esquemas, los comportamientos y su organización.

En este sentido Vergnaud (1990) llama **esquema** a “*la organización invariante del comportamiento para una determinada clase de situaciones*” (citado en Moreira, 2002, p. 6). El concepto de esquema fue introducido por Piaget para referirse a las formas de organización como de las habilidades sensorio-motoras y de las habilidades intelectuales, generando acciones que contienen reglas, no como un estereotipo porque la secuencia de acciones necesita de los parámetros de la situación (1994, citado en Moreira, 2002 p. 7). También Piaget menciona que el desarrollo cognitivo se da cuando hay una interacción de sujeto–objeto, y Vergnaud considera que éste se da cuando hay una interacción esquema-situación, de allí se dice que el desarrollo cognitivo es fruto de una recopilación de esquemas y quien contribuye al desarrollo y recopilación de éstos es la educación.

Además los esquemas tienen aquello que Vergnaud (1990, citado en Moreira 2002, p. 7-8) llama “ingredientes de los esquemas”. Estos son:



1. *Metas y anticipaciones*: un esquema se dirige siempre a una clase de situaciones en las cuales el sujeto puede descubrir una posible finalidad de su actividad y, eventualmente, submetas; puede también esperar ciertos efectos o ciertos eventos.
2. *Reglas de acción del tipo “si... entonces”* que constituyen la parte verdaderamente generadora del esquema, aquella que permite la generación y la continuidad de secuencias de acciones del sujeto; son reglas de búsqueda de información y de control de los resultados de acción.
3. *Invariantes operatorios* (teoremas-en-acción y conceptos-en-acción) que dirigen el reconocimiento, por parte del individuo, de los elementos pertinentes de la situación; son los conocimientos contenidos en los esquemas; son aquellos que constituyen la base, implícita o explícita, que permite obtener la información pertinente y de ella inferir la meta a alcanzar y las reglas de acción adecuadas.
4. *Posibilidades de inferencia* (o razonamientos) que permiten “calcular”, “aquí y ahora”, las reglas y anticipaciones a partir de las informaciones e invariantes operatorios que dispone el sujeto, o sea, toda actividad implicada en los otros tres ingredientes requiere cálculos “aquí e inmediatamente” para esta situación.

Los esquemas para Vergnaud (1993, citado en Moreira 2002) hacen referencia a dos clases situaciones:

Situación uno: Clases de situaciones en las que el sujeto dispone – dentro de su repertorio, en un momento dado de su desarrollo y bajo ciertas circunstancias – de las competencias necesarias al tratamiento relativamente inmediato de la situación.



Situación dos: Clase de situaciones en las que el sujeto no dispone de todas las competencias necesarias, que le obligan a un tiempo de reflexión y exploración, a vacilaciones, a tentativas frustradas, llevando eventualmente al suceso o a un fracaso.

De este modo, los esquemas funcionan distintos en las dos clases de situaciones, una vez pueden funcionar como algo sistémico y otra como consciente, estos esquemas están dentro de un proceso de adaptación de las estructuras cognitivas menciona Moreira (2002, p. 8) haciendo una representación del concepto por medio de los esquemas y situaciones, donde estos son elaborados y desarrollados según las experiencias que tenga el sujeto, normalmente los esquemas de las personas adultas son más elaborados que los esquemas de los niños por lo que han vivido, sin embargo siguen siendo esquemas, estos le dejan una articulación al sujeto entre la teoría y práctica, llamada invariantes operatorios, este último designa los conocimientos contenidos en los esquemas y se abarca desde dos expresiones: “teorema en acción” y “concepto en acción”.

Así, para Vergnaud (1996) *“Teorema-en-acción es una proposición sobre lo real considerada como verdadera y Concepto-en-acción es un objeto, un predicado, o una categoría de pensamiento considerada como pertinente, relevante”* (citado en Moreira, 2002, p. 10), además hay una relación dialéctica entre teoremas en acción y conceptos en acción, donde los conceptos son ingredientes de los teoremas y los teoremas son propiedades que le dan a los conceptos sus contenidos, es por esa razón que es un error si se llagan a confundir. Los teoremas en acción y conceptos en acción son ingredientes esenciales de los esquemas, y ayudan a generar acciones y operaciones intelectuales conteniendo a ellos mismos (invariantes operatorios) que son el núcleo de una



representación. El teorema en acción no es un verdadero teorema, y los conceptos en acción no son verdaderos conceptos científicos a menos que se vuelvan explícitos, porque en la ciencia un concepto y un teorema se les pueden asignar cierta importancia, en el caso de los invariantes operatorios (los teoremas en acción y conceptos en acción), son ideas que se creen ciertas y apenas se construyen con lo que se hace, por eso se tornan implícitamente, claro está que pueden llegar a ser explícitos. Es por esa razón que la enseñanza debe posibilitar que la mayoría de esos conceptos y teoremas-en-acción puedan ser explícitos o tornarse explícitos ayudando al alumno a construir conceptos y teoremas explícitos debatiéndolos, comunicándolos y compartiendo lo aprendido, para que así científicamente sean admitidos a partir del conocimiento implícito. (Moreira, 2002, p. 12).

En consonancia con la teoría de Vergnaud, la idea es propiciar, identificar y clasificar situaciones que posibiliten la conceptualización de área y perímetro, en este trabajo como fue dicho anteriormente, sería lo mismo decir que posibiliten la comprensión de los conceptos área y perímetro, la tarea es luego de haber estado en las distintas situaciones, analizar de qué manera evolucionan y comprenden las diferentes conceptos las estudiantes de grado sexto del CEFA, reconociendo las dificultades y a partir de ellas, superar y hacer posible la comprensión de los conceptos área y perímetro, de modo que se debe tener presente eso primordial que resalta Vergnaud, y es pensar cuales pueden haber sido esos conocimientos previos y esa relación que han tenido durante la vida escolar con esos conocimientos en torno a estos conceptos, y que son esas primeras situaciones las que le dan sentido a los conceptos, ya que inciden en como los comprenden y cuáles son esos significantes que han quedado en ellas.



Al iniciar el proceso de observación e identificar las dificultades en relación con los conceptos, las cuales son: la confusión de los conceptos área y perímetro, unidades de medida no correspondientes, desconocimiento de los conceptos, entre otras, pensé en que el proceso será desde el inicio, como si las estudiantes nunca hubiesen tenido contacto con los conceptos área y perímetro, por eso se subraya que se va a iniciar desde cero, propiciando situaciones, tareas y experiencias que permitan en las estudiantes de grado sexto la comprensión de estos conceptos con ayuda de la metodología aula taller, en la cual se implementan las guías de trabajo, las cuales tienen un orden y una secuencia de ideas que facilitan el abordaje del tema que se quiere trabajar, que permiten el aprender haciendo, la construcción del conocimiento en una dinámica participativa y colectiva, la generación de ambientes propicios para la comprensión de conceptos y discusión, el uso y diseño de guías, en las guías lo esencial es saber que esta es un medio por el cual se llega al alumno de forma amena con preguntas elaboradas, con el uso de material tangible que construyen la situación ideal para que las estudiantes comprendan los conceptos y puedan acceder a ese saber matemático, por eso es indispensable el medio con intenciones y fines claros que alcancen los propósitos esperados, porque como menciona Brousseau (1986) *“un medio sin intenciones didácticas es claramente insuficiente para introducir en el alumno todos los conocimientos culturales que se desea que el adquiera”*. (Citado en Sadovsky, 2005, p. 3).



CAPÍTULO 5

EL FARO EN LA ISLA: METODOLOGÍA DE SISTEMATIZACIÓN Y AULA TALLER.

Este proyecto de investigación es de enfoque cualitativo, el cual trata de narrar las experiencias del maestro en formación y de las estudiantes en cuanto a la comprensión de los conceptos área y perímetro. Para dar respuesta a la pregunta planteada es necesario encontrar diferentes alternativas que permitan la comprensión de dichos conceptos por parte de las estudiantes del grado sexto, mediante dos metodologías: la Sistematización de Experiencias y la intervención Aula Taller.

Este proyecto de investigación tiene como finalidad analizar, interpretar, describir y ordenar los resultados de las actividades realizadas en grado sexto del Centro Formativo de Antioquia - CEFA por medio de la sistematización de experiencias, entendiendo ésta como:

(...) aquella interpretación crítica de una o varias experiencias, que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explicita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso, cómo se han relacionado entre sí, y por qué lo han hecho de ese modo. (Jara, 2003, p. 6)

Es así, como la sistematización permite recuperar la práctica vivida en determinado lugar, relacionando aspectos que intervinieron de cierta manera para que la experiencia que se tuvo haya tomado determinado rumbo, también posibilita y facilita comprender el desarrollo de una experiencia y dar respuesta a por qué pasó lo que pasó, cómo lo dice Jara (2003)



La sistematización posibilita comprender cómo se desarrolló la experiencia, por qué se dio precisamente de esta manera y no de otra; da cuenta de cuales fueron los cambios que se produjeron, como se produjeron y por qué se produjeron. (p.7)

En este sentido, Jara (2010) propone 5 tiempos para sistematizar:

- Primer tiempo: El punto de partida: Partir de la propia práctica, de lo que hacemos, sentimos y pensamos, algo que se vivió y dejó una experiencia registrada para alimentar la misma práctica una y otra vez.
- Segundo tiempo: Las preguntas iniciales: ¿Para qué queremos sistematizar? (Definir el objetivo de la sistematización). ¿Qué experiencias queremos sistematizar? (Delimitar el objeto por sistematizar). ¿Qué aspectos centrales de esas experiencias nos interesa sistematizar? (Precisar un eje de sistematización, el enfoque central y evitar la dispersión).
- Tercer tiempo: Recuperación del proceso vivido: Reconstruir la historia: Trata de una cronología de los acontecimientos más importantes que sucedieron durante la experiencia.

Ordenar y clasificar la información: Trata de un ordenamiento de la información, de forma clara y visible tomando, acciones, resultados, intenciones y opiniones de quienes participaron en la experiencia.
- Cuarto tiempo: La reflexión de fondo: ¿Por qué pasó lo que pasó? Este tiempo es donde se hace el análisis y la interpretación crítica del proceso vivido; se analiza cada actividad por separado, poniéndola en contraste con otras experiencias y teorías.



- Quinto tiempo: Los puntos de llegada: Formular conclusiones y comunicar aprendizajes: Las conclusiones formuladas son afirmaciones principales que dan respuesta a la pregunta de investigación, las conclusiones teóricas pueden ser formulaciones conceptuales surgidas de la reflexión a partir de la experiencia y relacionadas con las formulaciones teóricas del saber. Las conclusiones prácticas serán aquellas enseñanzas que se desprenden de la experiencia y que deben tomarse en cuenta para mejorar o enriquecer la propia práctica o ajena.

Comunicar los aprendizajes: Compartir lo aprendido con las demás personas que hicieron parte del proceso de sistematización y otras para sí, enriquecer el pensamiento y transformar nuestra propia práctica y las de otras personas interesadas en el tema.

Esta propuesta de cinco tiempos ayuda a iniciar un proceso continuo, a desarrollarlo, concluirlo y compartir las interpretaciones que durante la experiencia que posibilitan el análisis del proceso vivido, pues al realizar la Sistematización de Experiencias se reflexiona sobre las prácticas que día a día los maestros enfrentan a la hora de enseñar, tal y como lo propone Jara (2003):

Se trata de compartir críticamente aquellos resultados que surgen de la interpretación de los procesos; de colocar sobre el tapete de la reflexión colectiva los aportes y enseñanzas que se aprenden desde lo que cada quien ha vivido de forma particular. (p.8)

Es por ello, que para sistematizar las experiencias se eligió el Centro Formativo de Antioquia de la ciudad de Medellín, en éste se llevó a cabo el proceso de observación e intervención en el desarrollo de la práctica pedagógica, centrándose específicamente en tres estudiantes del grado sexto para la recolección de información y usando el diario de campo como herramienta para recopilar los datos obtenidos. Por otro lado, el CEFA cuenta con un



espacio denominado aula taller, el cual facilita el uso de la metodología y la comprensión de los conceptos a trabajar (área y perímetro)

Ahora bien, ¿Por qué Aula Taller?, Esta metodología pretende cambiar el ambiente de clase y la manera en como las estudiantes no son sólo receptoras de información sino que permite una construcción de sus propias ideas a través de guías y material concreto, el ambiente de taller es importante y adecuado porque favorece el aprendizaje de las estudiantes, en correspondencia con el pensamiento de Samper, C. (2003):

Un ambiente enriquecido con actividades geométricas que propicien la expresión de diversas formas argumentativas, favorecerá el desarrollo de competencias discursivas en el individuo para trabajar en equipo, argumentar y convencer a otros acerca de sus puntos de vista, tanto en el ambiente académico como en el desempeño social. (p. 17)

Así pues, pensando en el ambiente adecuado, se propone el de Aula Taller como un espacio para facilitar el aprendizaje de las matemáticas, ya que en este se pretende que los estudiantes se relacionen con el conocimiento y a su vez con todo lo que se encuentra allí, donde trabajan en busca de comprender, jugar, aprender y hacer bien las actividades propuestas, y donde estos construyen conceptos a partir de sus propias experiencias. Como rescata Aguirre, y Acosta, citadas por Romero (2008):

El aula-taller es espacio físico y social, el lugar concreto donde se realizan las actividades en un ambiente de interrelación social apto para trabajar en grupo. Un espacio activo, basado en experiencias directas, en él se presentará situaciones significativas que posibiliten respuestas diferentes, donde se plantearán situaciones que darán la oportunidad de investigar, buscar, experimentar, probar, preguntar, y preguntarse, comprobar (p. 11).



En concordancia con ello, se presentaron actividades diseñadas con estrategias y ayudas didácticas enmarcadas en la metodología de intervención Aula Taller, las guías de trabajo diseñadas tienen la siguiente estructura:

- Título o tema a trabajar
- Materiales que permiten el desarrollo de la guía
- Breve relato o historia de los conceptos o el material a trabajar.
- Actividades y preguntas.
- Autor
- Bibliografía.

Esta estructura permite que las estudiantes interactúen con material concreto, se relacionen con el conocimiento, aprendan haciendo por medio de la experimentación, validen las hipótesis de los problemas que se planteen, para que por medio de ello construyan y transformen su propio saber con respecto a los conceptos de área y perímetro, se entiende entonces que la metodología aula taller, según Echavarría y Monsalve, citados por Álvarez, Betancur, y Zuluaga (2009):

... es la realización de actividades en ambiente de taller, donde el conocimiento se adquiere por descubrimiento y asimilación propios (no por imposición), despertando curiosidad en torno al tema o problema planteado. En el taller, los jóvenes tienen la oportunidad de construir estrategias de pensamiento de forma colectiva y participativa colocándose en el doble papel de beneficiario y constructor del conocimiento. Esta es la semilla para la construcción de una metodología de trabajo interdisciplinario y trabajo en grupo. (p. 46).

1 8 0 3



Finalmente, la metodología de intervención Aula Taller y la Sistematización de Experiencias permitirán que las estudiantes se acerquen más a los conceptos y que a su vez se posibilite la comprensión por medio de juegos y actividades didácticas.



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



CAPÍTULO 6:

SISTEMATIZACIÓN DEL PROCESO VIVIDO.

Descripción de las guías abordadas.

Las tres guías que se describen a continuación, fueron las que se abordaron durante el proceso, el tema que se expone en estas es: área y perímetro, pues es lo que concierne a este proyecto. Dicho anteriormente, la idea es que las estudiantes construyan, conceptualicen y comprendan los conceptos área y perímetro, empezando desde cero. Por eso se diseñaron y clasificaron actividades que permitieran alcanzar ese objetivo.

La guía uno tiene como objetivo que las estudiantes usen medidas antropométricas y no convencionales, para que se pregunten por que es necesario asignar una unidad de medida con la cual se pueda contar para hallar perímetros y áreas. Los que se usa en la guía es el cuerpo para medir, saco con peso, hojas, lápiz y regletas Cuisenaire. Al suponer que es el primer acercamiento de las estudiantes a los conceptos área y perímetro esta se divide en 5 partes: un fragmento de historia; viajando al pasado para lograr comprender cuán grande era el problema cuando se referían a contar y medir, la lectura compartida y guiada por el profesor (mi caso), le da orden y coherencia aportando con otros datos curiosos la lectura. La primera actividad; midiendo con nuestro cuerpo, se utilizan los pasos para medir un lado del salón, luego sin usar el cronometro cuentan cuanto tiempo resisten sin respirar, seguido de que cada estudiante debe elegir una hoja, para medir la superficie de la mesa, tanto con hojas pequeñas y grandes, acompañada de la pregunta: ¿qué pasaría si se elige una hoja



muy grande para medir la misma superficie de la mesa?, por último en la actividad uno, se hace un lanzamiento de una pelota que pesa tres kilogramos, y luego debía lanzarla y contar cuantos pasos se desplazó. La segunda actividad; es un conversatorio para reconocer la importancia y necesidad de asignar unidades de medidas fijas, con preguntas y afirmaciones como: ¿quién obtuvo mayores recorridos?, ¿se va a premiar quien haya contenido más la respiración!, esto da inicio al debate entre las estudiantes, ellas no permitirán que se premie a alguna de sus compañeras. La tercera actividad; se basa en el uso de regletas de Cuisenaire (base diez) las cuales ayudan a designar unidades de medida fijas para todas las presentes en el aula, así tendrían resultados similares con enunciados a resolver, se dedicó un tiempo de juego donde las estudiantes construían formas y figuras con el uso de las regletas y la cuarta actividad; se proponen ejercicios en relación con el concepto de área, reforzando un poco la falta del concepto con regletas midiendo el área de una superficie con las caras de las regletas, es importante especificar aquí, que con la regletas se pueden medir perímetro, áreas y volúmenes, según lo que se quiera medir, haciendo uso adecuado de este, el interés es medir áreas y perímetros y construir la noción de magnitud longitud, por se propone diferentes figuras las cuales están acompañadas por unidades de medidas indicadas, ya que en todas las actividades anteriores se reconocen diferentes unidades de medida, donde las estudiantes calculan por medio del conteo lo que se pide en la guía. Por último se muestra por quien fue elaborada la guía y la bibliografía.

La guía dos tiene como objetivo asignar una unidad de medida para todas las estudiantes, se emplea el tangram y se hace su construcción, para que por primera vez se



presente una definición formal de los conceptos área y perímetro. Los materiales que se usan allí, son: hojas, regla, lápiz. En caso de contar con el tangram de colores y de madera como en el CEFA, se hace uso de él para el “juego”. Esta guía se divide en seis partes, la primera parte: un poco de historia del tangram: Iniciando con la lectura compartida y complementando con un poco más de historia. Las estudiantes debían traer una hoja cuadrículada, regla, tijeras y lápiz para la construcción del tangram. En la segunda parte (actividad uno). En la guía se propone los 8 pasos a seguir, es muy importante una buena construcción del tangram porque facilitará trabajar posteriormente las otras actividades de una manera más amena y fácil para contar. La unidad de medida para la construcción es el centímetro usando la regla. Allí se recuerda por qué es importante asignar una unidad de medida igual para todas, trayendo a colación la actividad con el uso de las regletas, sobre medidas convencionales y no convencionales. En la tercera parte (actividad dos) se basa en que las estudiantes reconozcan las fichas, con sus características, formas, tamaños, etc. En la cuarta parte (actividad tres) del Juego, las estudiantes hacen uso de todas las fichas para armar las figuras que se proponen. En la quinta parte (actividad cuatro): Nociones de área y perímetro, se pregunta propone una definición que se explica al leerla, con ayuda de dibujos y vocabulario adecuado, se propone hallarle el perímetro y el área al cuadrado del tangram que se muestra en la actividad, además aquella está acompañada de una tabla en la cual las estudiantes determinan el área y perímetro de cada ficha, y para tener claro cuál es el esquema de área y perímetro que las estudiantes han construido hasta este punto se les pide que a una figura de la actividad tres, le encuentre el área y perímetro, acompañado de dos preguntas: ¿Por qué cree que el área de la figura tiene ese valor?, ¿Por qué cree que el perímetro de la figura tiene ese valor? más adelante se evidencia que estas actividades están



acompañadas de reconocimientos de superficies y longitudes, planos, bordes para posibilitar la comprensión de estos conceptos por parte de las estudiantes, y por último en la sexta parte (actividad cinco), las estudiantes comparan los tamaños, de todas las otras fichas con una ficha en común, además se le pregunta que como llamaría la ficha con la que midió y comparó. Por último se abre un espacio para concluir el encuentro.

La guía tres tiene como objetivo que las estudiantes determinen áreas y perímetros a partir de las relaciones de área en el teorema de Pitágoras. Los materiales que se deben tener la realizar la guía son: el papel cuadriculado, regla, colbón, tijeras y lápiz. Esta guía está dividida en 6 partes: la primera parte cuenta un poco de los mitos e historia de Pitágoras y el por qué se le atribuye al teorema su nombre, en esta primera parte, se considera que las estudiantes nunca han visto este teorema y se muestra un ejemplo con dos lados (catetos) tres y cuatro, y el otro lado (hipotenusa) cinco, formando tres cuadrados que tiene por lados los mencionados anteriormente, se les pide que construyan otros dos triángulos con sus respectivas medidas, aquí se les explica las ternas pitagóricas. En la segunda parte (actividad uno), se define y se hace una explicación de cómo hallar el perímetro, las estudiantes encuentran el valor de la letra faltante en cada uno de los cuatro triángulos y deben decir cuál es el perímetro de dicho triángulo. En la tercera parte (actividad dos). Se muestra un triángulo rectángulo con los cuadrados correspondientes a las medidas de sus lados en la guía, las estudiantes pueden observar las relaciones y formular preguntas, pero no se les dice cuanto mide cada lado, la información que se le da es la siguiente: “Dados: el área uno = $9 u^2$ y el área tres = $36 u^2$, encuentre el área dos y cuatro (mostrar proceso en hojas). El área dos corresponde al cuadrado formado por el lado



de la hipotenusa, el área cuatro al triángulo. En la cuarta parte (actividad tres) se propone dos ejercicios para calcular las área faltantes, y el área y el perímetro de cada triángulo, en uno de los ejercicios se les informa que el área de un cuadrado que tiene como lado un cateto, sin decir cuánto mide el lado, ellas deben calcularlo y que el otro cateto mide otro valor. Deberán hacer uso de los conocimientos que han adquirido en esa guía para resolver esta actividad. En la quinta y sexta parte (actividad cuatro y cinco correspondientemente) las estudiantes deben aplicar el teorema de Pitágoras, para hallar el perímetro independiente del área y luego deberá hallar esta última con la medida del perímetro de los polígonos irregulares que se muestran en la guía, además deben mostrar el proceso y explicar que método usó para hallarlos, en la actividad cuatro el grado de dificultad es menor que en la actividad cinco, las estudiantes deben abstraer ideas, conjeturar y analizar de manera que puedan desarrollar estas actividades.

Las tres guías se diseñaron como se mostró anteriormente, para que las estudiantes visualizaran y comprendieran las dificultades que había al trabajar con unidades de medida, seguido de una asignación de la unidad de medida para hallar perímetros y áreas, y luego problemas con el teorema de Pitágoras. El orden de conceptos, ideas, situaciones y problemas van de lo más sencillo a lo más complejo en las tres guías, favoreciendo que las estudiantes creen sus propios esquemas e invariantes operatorios a la hora de tratar de resolver y responder a las preguntas que se plantean a las distintas actividades, como se muestra posteriormente.



Reconstruyendo el proceso vivido y análisis de la comprensión de los conceptos área y perímetro por parte de las estudiantes.

La guía número uno fue aplicada el día 10 de marzo del año 2017, aquel día inicia un poco de frío, desperté sonriendo, miré por la ventana, el vidrio reflejaba el rostro con ansias por llegar al CEFA para desarrollarla. Las estudiantes se encuentran en grado séptimo, la profesora Mirian es quien está encargada ese año escolar de dictar matemáticas y geometría, con el permiso de ella, trabajé con las estudiantes. 06:15 am, suena el timbre para la primera hora, nos dirigimos al espacio aula taller, ubicado en el primer piso, o como suelen llamar ésta parte del colegio “la casita”. Mientras me dirijo allí con algunas estudiantes a mi lado, veía los colores de esos cientos de perfumes que recorrían los pasillos del CEFA. Ese día asistieron todas las estudiantes menos dos, un total de 38 estudiantes. Les perdí que se organizaron en grupos de cuatro estudiantes, algunos quedaron de 5 estudiantes, las tres estudiantes con quienes se empezaría en el proceso de observación y análisis se sentaron en una sola mesa, ellas estaban informadas de este proceso.



Ilustración 3 - Espacio aula taller - fuente: Jonathan Story Varela



Iniciamos con la lectura compartida por las estudiantes y guiada por el profesor (mi papel), resaltando lo más importante y complementado con un poco más de historia. La actividad 1 se basa en medir con el cuerpo, empezando a medir el lado más largo del salón, debían medir con los pasos lo más abiertos posibles, en la pregunta: cuántas medidas antropométricas usamos para medir el lado más largo, se limitó a respuestas como; “una sola medida”, “un paso largo”, “pies”, “piernas”, entre otras ya que aseguraban que no tenían la necesidad de medir con pasos el lado más corto, porque era “obvio” que el otro lado media menos. Una estudiante murmuró, “es que eso se ve” de ahí dijeron que también midieron con los ojos, al observar y tener percepción espacial, cuando la estudiante dijo que también medimos con los ojos, soltaron risas acentuando con la cabeza esa pequeña cosa que se pasaba por alto, la discusión y comentarios generados fueron mediados por el profesor (mi papel), donde se hace alusión a la estimación para aclarar ideas. Las actividades de conteo y medida se hicieron con la intención que pasara primero por el cuerpo de ellas cualquier manera de contar o percibir su alrededor, cuando tomaban el tiempo sin cronómetro al contener la respiración, las estudiantes dijeron que: “no son válidos los resultados porque unas compañeras podían contar más rápido o más lento”. Allí se evidenció una inconformidad con esta unidad de medida mental. En el siguiente enunciado para medir la superficie de la mesa las estudiantes debían elegir una hoja, ya fuera pequeña o grande, la manera de medir era propuesta por ellas mismas, por ejemplo: ubicaban la hoja de una manera tal que marcaban con un marcador borrable la mesa donde ya habían puesto la hoja, esto lo hicieron una y otra vez. Otra forma fue medir la mitad de la mesa de forma circular y el resultado lo multiplicaron por 2, al identificar diferentes formas de medir y calcular teniendo en cuenta el uso de diferentes tamaños de hojas, este

ejercicio permitió que las estudiantes relacionaran que si se define una unidad de medida para medir la mesa, si es muy pequeña se pondrá muchas veces, y si es más grande se pondrá pocas veces. Ver ilustración 4.

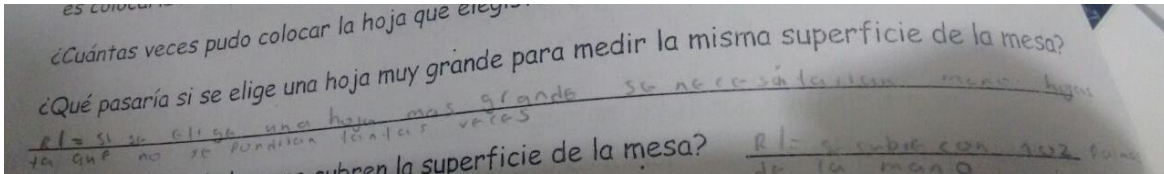


Ilustración 4- estudiante 3 del proceso de observación - evidencia.

Respuesta: “si se elige una hoja más grande se necesitarían menos hojas, ya que no se pondrían tantas veces”

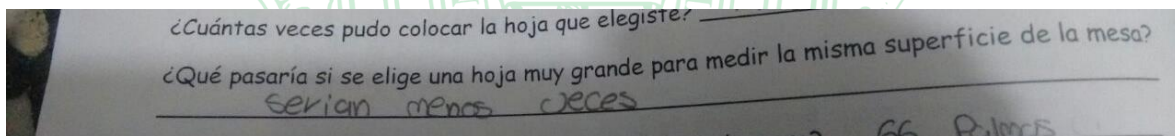


Ilustración 5 - estudiante dos del proceso de observación - evidencia.



Ilustración 6 - pelota con peso - material didáctico en el CEFA

En el lanzamiento de peso las estudiantes junto con la profesora Mirian quien nos acompañó en la primera parte, nos dirigimos a patio a realizar los lanzamientos con la



pelota que pesa 3 kilogramos, el lanzamiento se hizo hacía atrás desde una línea fija, al caer la pelota, las estudiantes debían contar con pies, uno tras otro, medidas diferentes, con la intención de fortalecer el conversatorio en la actividad 2, terminaron los lanzamientos, cada una, anotó en la hoja la cantidad de pies desplazados, nos dirigimos de nuevo al aula taller, las estudiantes inquietas, y para tener un poco de control y guiar la actividad, hice la siguiente afirmación: se le dará premio a quien haya recorrido más pies, en un instante exclaman: “¡NO!, eso es injusto, unas calzan más que otras y tienen más fuerza”, esto permitió mencionar algunos problemas que eran comunes en la antigüedad a la hora de medir el tiempo, los pesos y las distancias y por qué fue necesario que los seres humanos construyeran instrumentos, para luego asignar unidades de medidas iguales para todo el mundo, como las unidades de tiempo, segundos, minutos, horas..., unidades de distancias, centímetros, metros, kilómetros,..., unidades de peso, de volumen, entre otras. Para saber un poco de esto, me leí ciertos apartados del libro de Witold Kula- “las medidas y los hombres”, dejando claro que esas medidas se relacionaban con las antropométricas, las estudiantes acompañaban el conversatorio, y muchas de las preguntas que se hacían las relacionaban con los ejercicios anteriores, las estudiantes copiaron los aportes más significativos y el por qué era necesario designar unidades de medidas fijas:

- “Nos ayuda a medir más exacto y fácil”
- “Es necesario porque no se puede fijar una sola medida para todo”
- “porque con los pies o manos no serían exactas las medidas” .Ilustración 8.
- “porque así nos darían medidas más exactas y nos ayuda a darle mejor resultados a los problemas”. Ilustración 9.
- Entre otros.

Actividad 2: Conversatorio para llegar a una conciliación.
Escribe los aportes más significativos del porque es necesario designar unidades de medidas Porque que el tiempo se evaluara de mucho con las medidas y con las unidades diferentes diferentes medidas nos ayuda a hacer más exacto y fácil.

Ilustración 7 - estudiante de 3

Escribe los aportes más significativos del porque es necesario designar unidades de medidas: Por que con las PES o MANOS NO SERIAN EXACTAS LAS MEDIDAS

Ilustración 8 - estudiante 2

Escribe los aportes más significativos del porque es necesario designar unidades de medidas: Por que aqui nos daría Medidas. Mas exactas y nos ayuda a darle Mejor resultados a los problemas.

Ilustración 9 - estudiante 1

En la actividad con el uso de las regletas de Cuisenaire, se permitió asignar una unidad de medida fija para todas las presentes en el aula, así tendríamos resultados similares, se dedicó un tiempo de juego donde las estudiantes construían formas y figuras con el uso de las regletas. Ilustración 10.



Ilustración 10 - torre con regletas - estudiante que participó en la actividad

Luego a identificar cual era la unidad de medida, una estudiante dijo que cualquiera podía ser la unidad de medida porque con todas se podían medir, otra mostró la regleta más chica y dijo que a partir de esa se pueden conocer la medidas de las otras, ellas mismas en la exploración concluyeron que las regletas si se forman de una manera adecuada van aumentando de a una unidad, luego se identificó el color de cada regleta según las unidades que tenía, dejando claro que la unidad de medida era la regleta más chica de color blanco.

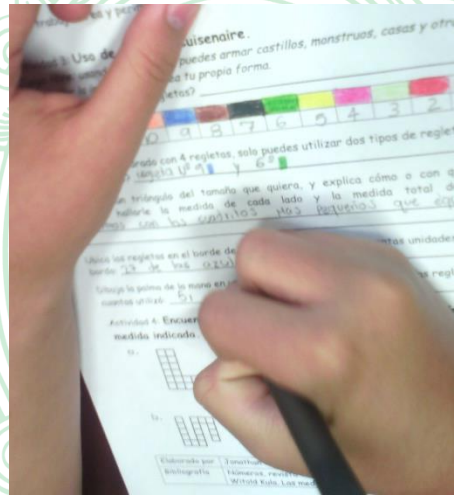
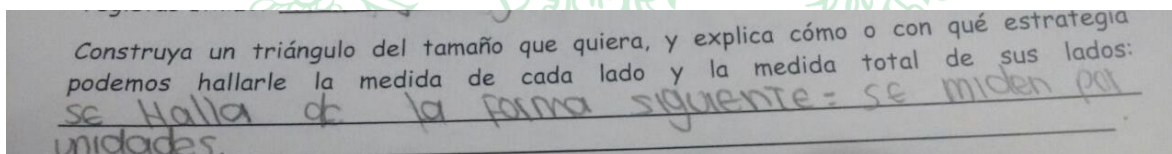


Ilustración 11 - estudiante 1

Los cuadrados construidos se mostraron y todos los equipos, incluyendo las tres estudiantes a quienes se les estaba haciendo el proceso de observación y análisis, usaron regletas diferentes, unas más grandes y otras más chicas, mencionaron que si se desea formar un cuadrado se debe escoger un par de regletas cualquiera y otro par con una unidad de medida menos, para que se forme el cuadrado, complementando lo que menciona la estudiante se menciona que también se puede elegir un par de regletas con una unidad de medida mayor, dependiendo de las que elija inicialmente. Cuando formaron el triángulo, en

los diferentes equipos unas estudiantes usaron pocas regletas, otras bastantes construyendo triángulos isósceles, equiláteros, agudos, escalenos, etc. sumaron las regletas, contando cuales unidades tenían y daban sus resultados, aquí se les preguntó que: cómo se llamaba la medida del bordo del triángulo, varias estudiantes dijeron que se llamaba perímetro, esta parte sirvió para hablar un poco del concepto. Para hallar los resultados del bordo de la mesa de trabajo, unas tomaron 27 regletas azules (9 unidades) y eso era el resultado, para algunas el resultado era 32 regletas, o 22 negras, pero sin copiar las unidades completas, otras simplemente no entendieron la pregunta, aquí se aclaró que la medida se hizo con el borde del lado de la regleta porque estábamos midiendo una longitud. Ya con otro enunciado de esta actividad 3, la idea era que dibujaran la palma de mano sobre una hoja quedando plasmado el borde, debían llenar la superficie con regletas y luego contar, para algunas la estrategia de conteo era contar unidad por unidad, teniendo en cuenta la cara de la regleta como unidad de medida, o regleta por regleta, para otras, usaron la multiplicación de las unidades que se encontraban en cada regleta similar, son sumas sucesivas, a diferencia del perímetro en ejercicios anteriores se puede ver que medían con mucha exactitud.



Construya un triángulo del tamaño que quiera, y explica cómo o con qué estrategia podemos hallarle la medida de cada lado y la medida total de sus lados:
se halla de la forma siguiente: se miden por unidades.

Ilustración 12 - estudiante 2



Ilustración 13 - estudiante 1, 2 y 3 respectivamente

En la última actividad reforzando un poco la falta del concepto de área con regletas, se propone diferentes figuras las cuales están acompañadas por unidades de medidas indicadas, se evidencia que las estudiantes siguen la idea que se propone, puesto que la idea era que imaginaran posicionando la unidad, para ver cuántas veces era contenida en la figura que se mostraba y hacer conteos para determinar el área, aunque se reflejaba que no tienen muy claro que un triángulo es la mitad de un cuadrado o en otro caso, la mitad de un rectángulo, pero la unidad de medida que se presentan también son trapecios, hexágonos, para terminar cabe mencionar que hay diferentes ritmos de aprendizaje, en la manera como razonan o como comprenden ciertas indicaciones para resolver enunciados. Para mejorar la guía, se puede aprovechar el uso de las regletas haciendo más actividades, pero la idea era iniciarles a un reconocimiento de unidades de medida y él porque es necesario asignarla, ya que los resultados pueden variar según lo pedido. Son las 08:00 horas, suena el timbre para descanso, abrazos y agradecimientos se desprenden de las estudiantes y sonrisas de parte mía, mientras tanto me preparaba para dar clases las siguientes horas en 10° Física y 11° Matemáticas, acompañado por la profesora Diana Vergara, quien era mi colaboradora en el CEFA.

La guía número dos, “Segundo acercamiento a los conceptos áreas y perímetros” se realizó el 7 abril del año 2017 un día más en aquel ambiente del CEFA, 6:15am suena el timbre, al instante llego al salón 208 donde se encuentra 7º, las estudiantes preparan lápices, colores, hojas, para dirigirnos al aula taller.

Iniciamos con la lectura compartida de la guía y complementando con un poco más de historia. Las estudiantes debían traer una hoja cuadriculada, regla, tijeras y lápiz para la construcción del tangram, en la guía se propone los 8 pasos a seguir. La unidad de medida para la construcción es el centímetro usando la regla. Allí se recuerda porque es importante asignar una unidad de medida igual para todas, trayendo a colación la actividad con el uso de las regletas, sobre medidas convencionales y no convencionales, luego de haber marcado los cuadros y cortado las fichas como se muestran en los pasos 7 y 8 correspondientemente, pasamos al reconocimiento, este sirvió para diferenciar tamaños, formas cantidades y recordar algunas propiedades de los triángulos, cuadrados, rectángulos y paralelogramos. Ver ilustración 14 y 15.

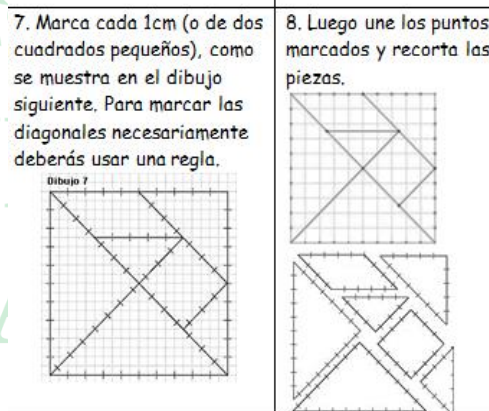


Ilustración 14 - construcción del tangram - guía 2

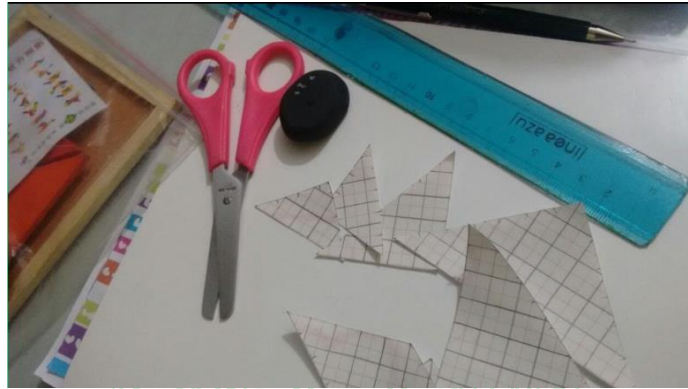


Ilustración 15 - estudiante 3 - tangram construido

En el cuarto momento; el juego, hicimos uso de los tangram del aula taller, para que fuera más divertido y no aburrido, cada estudiante tuvo uno.



Ilustración 16 figura y guía de estudiantes que participaron en la actividad.

Cada estudiante elige una figura de las 10 que se muestran para armarla haciendo uso de la 7 figuras del tangram, es importante mencionar que el tipo de tangram utilizado para esta actividad es de forma cuadrada, en la guía se menciona la historia de esa clase de tangram. En el quinto momento; nociones de área y perímetro, la lectura que se propuso en la guía para ambos conceptos estuvo acompañado de explicaciones con el tangram, al principio la lectura fue por parte de las estudiantes, esto hizo que se desconcentraran un

poco y no entendieran el enunciado, esto lo manifestaron las estudiantes. La lectura por parte mía fue lenta y acompañada de ejemplos, la palabra perímetro, a las estudiantes se les facilitó entenderla más que la definición de área, pero cuando recordamos el trabajo de con la guía anterior, se prestó para aclarar ideas. En la parte del conteo fue muy fugaz y preciso, ya entendían que era perímetro o al menos a qué se refería esa palabra.

Contemos:

- Unidad de medida del perímetro



¿Cuántos centímetros suman los cuatro lados del cuadrado formado por las siete figuras?

Copia en las líneas los centímetros correspondientes a cada lado.

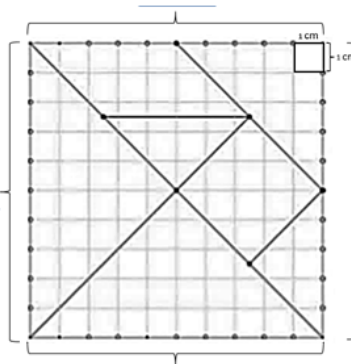


Ilustración 17 - guía 2 -actividad 4

En el conteo de la unidad de medida para el área, las estudiantes contaron cuadrados de unidad en unidad, otras simplemente multiplicaron 10×10 , las unidades de medida fueron en centímetros, en esta parte una estudiante dijo que las unidades deben ser cuadradas, y pregunté el por qué, ella respondió porque estamos tomando un cuadrado, enseguida expliqué por qué al multiplicar $\text{cm} \times \text{cm}$, que es lo mismo que tener base por la altura si se trabaja con una fórmula, y porque nuestro cuadrado tiene de longitud 1 cm por lado, el eco de “ahh” retumbó todo el salón. Para hallar el perímetro de las fichas algunas estudiantes lo hicieron mediante el conteo, otras midieron con regla, y utilizaron $b \times h / 2$ o $b \times h$, y otras usaron el teorema de Pitágoras.

Cuando la unidad no estaba completa, al contar la cantidad que habían en el perímetro, la llamaron “un pedacito” hacían referencia a esto para cuando se encontraran con otro “pedacito” sumarlos y daba “1”, aquí era claro que ese “pedacito” en el mismo lenguaje se refería a la mitad de la unidad. De esta manera encontraron el perímetro de todas las fichas. Ver ilustración 19 y 20.

Completa la siguiente tabla

Fichas del tangram	Perímetro	Área
Cuadrado	14 cm	13 cm ²
Triángulo pequeño	12 cm	6,5 cm ²
Triángulo mediado	17 cm	12,5 cm ²
Triángulo grande	23,5 cm	25 cm ²
Paralelogramo	17 cm	12,5 cm ²

Ilustración 18 - estudiante 2.

Para hallar el área, el conteo era de uno con la unidad de medida, marcaban las unidades completas en la fichas para no repetirlo en el conteo, y luego aparte sumaban las mitades o los cuartos que hacían falta, y finalmente las sumaban, las estudiantes una vez asignada la unidad de medida contaron cuántas veces cabe la unidad de medida en la extensión de cada ficha. Ver ilustración 19 y 20.



Ilustración 19 - estudiante 1

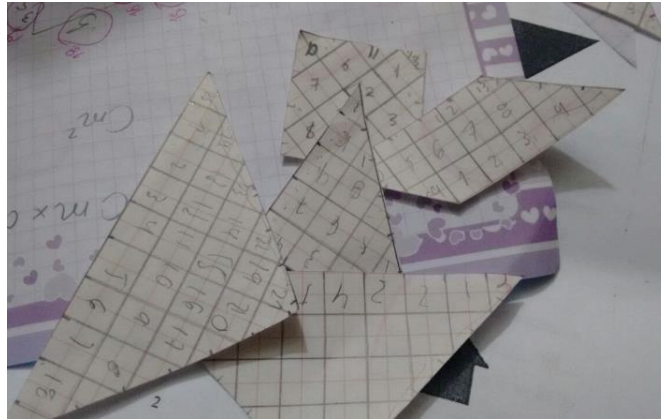


Ilustración 20 - estudiante 2

En la cuarta parte de juego, las estudiantes debían elegir una figura para armar, a esta debían hallarle el área y el perímetro. En el momento que estaban contando las unidades para saber cuál era el área, una estudiante dijo que si estaban usando todas las fichas del tangram entonces el área iba a ser la misma para todas las figuras, algunas escucharon ese razonamiento y acentuaron, otras sumaron cada área de las fichas y algunas llegaron a 100 cm^2 y a otras les faltaba, decimas o una unidad y media, para el perímetro, la actividad no se basaba en que las estudiantes debían dar un resultado fijo y exacto, más bien el objetivo de esta parte era que tan claro tenían el concepto y que el resultado fuera aproximado. Gran parte de las estudiantes hicieron el bosquejo en una hoja y contaban las unidades escribiendo en el contorno la cantidad que había en cada ficha, luego con el uso de la calculadora sumaron y obtuvieron resultados aproximados, a algunas estudiantes se les dificultó al principio encontrar el perímetro, pero al ver el método de su compañera, ayudó a calcular el perímetro de su figura, la siguiente ilustración es de la silueta del conejo, allí podemos ver como fue el conteo: (ver ilustración 21)

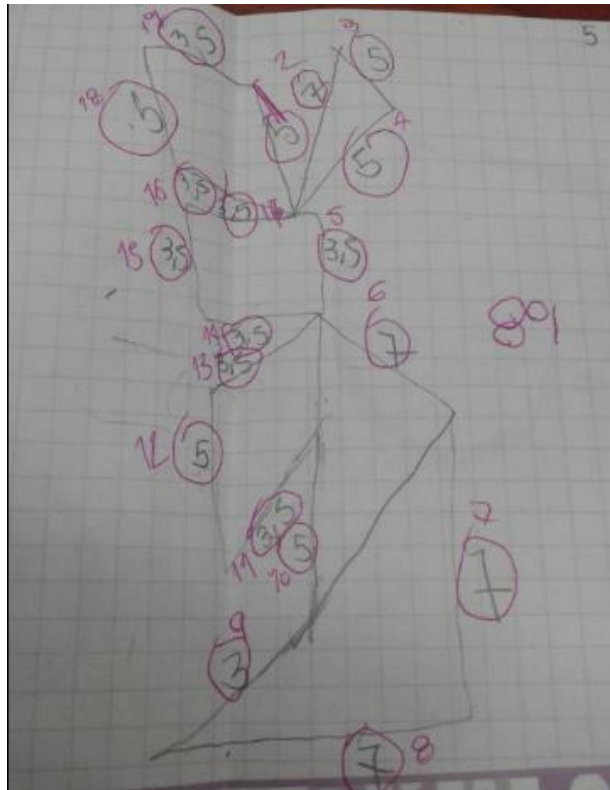


Ilustración 21 - estudiante 1

Seguido de medir y contar se les preguntó ¿Por qué crees que el área de la figura tiene ese valor?, ¿Por qué crees que el perímetro de la figura tiene ese valor?

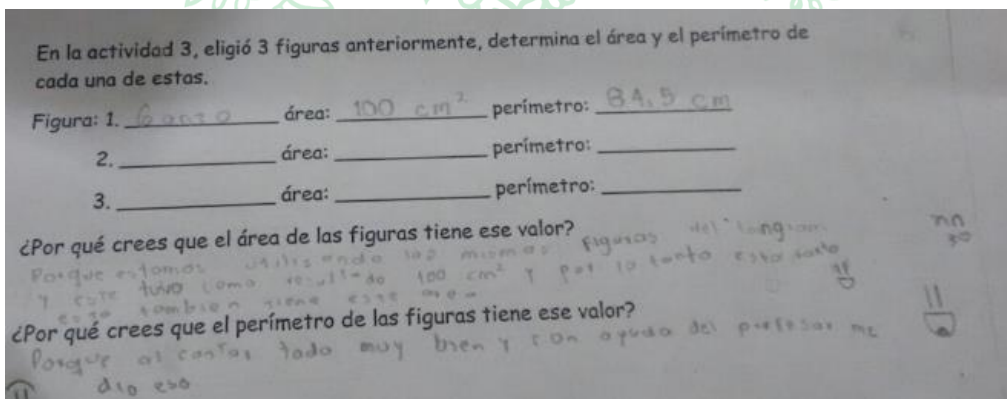


Ilustración 22- estudiante 3

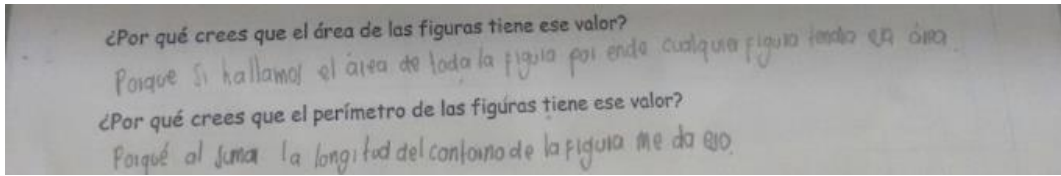


Ilustración 23 - estudiante 2

En la parte 6, comparando tamaños y figuras, la idea principal es asignarle una unidad diferente a la hora de medir una superficie, en este caso fue el triángulo pequeño, claro está que se puede comparar tamaños con cualquier otra ficha, ahora las preguntas orientadoras fueron: ¿cuántos triángulos pequeños caben en un cuadrado, paralelogramo, triángulo pequeño, triángulo mediano, triángulo grande? Si bien la ficha del triángulo pequeño era la unidad de medida, pero para dar cuenta de que las estudiantes eran conscientes de la característica de la ficha, se les preguntó: ¿Cómo llamaría la ficha con la que midió en las preguntas anteriores? Una de las respuestas fue: “la ficha medidora” “el triángulo pequeño”, entre otras. Ver ilustración 24 y 25.

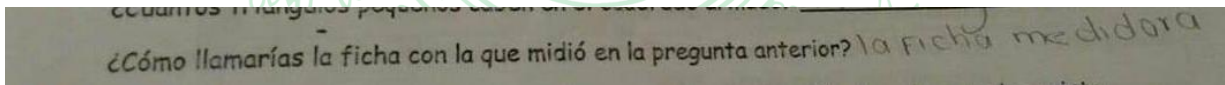


Ilustración 24 - estudiante 3

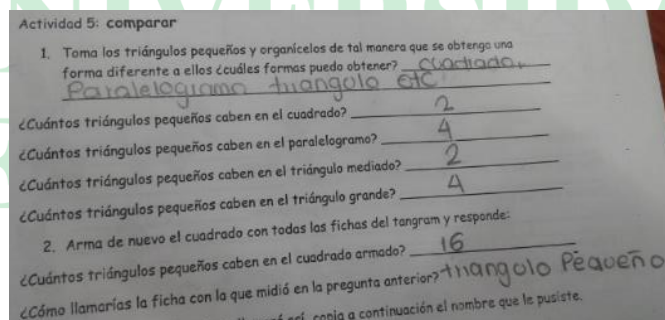


Ilustración 25 - estudiante 1

Para terminar se socializó la última pregunta, lo que deja evidencia que debe asignarse la unidad de medida, luego contar cuantas veces se cubre la superficie que queremos medir, además durante toda la actividad las estudiantes se enfrentaron con actividades que debían utilizar distintos métodos para medir, algunas estudiantes copiaron que lo que aprendieron: “hoy aprendí que para hallar el área y el perímetro no solo es con fórmulas sino que hay varios métodos para hallarlos, como por ejemplo: contar”. Ver ilustración 26.

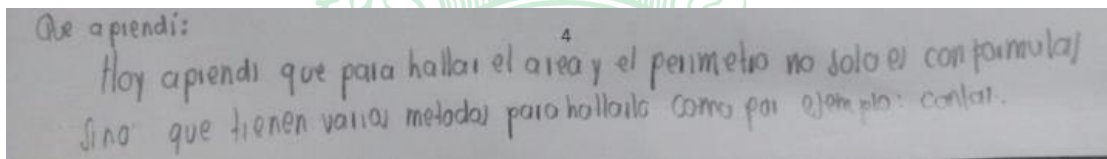


Ilustración 26 - estudiante 3

La guía tres “tercer acercamiento a los conceptos área y perímetro” fue realizada los días 1 y 8 de septiembre del año 2017. Las estudiantes sabían el salón del aula taller nos esperaba, la profesora estuvo ausente, se encontraban 40 estudiantes, de nuevo se hicieron en grupos de dos y tres personas, al iniciar la lectura por parte de las estudiantes, se complementaba con otros mitos sobre Pitágoras y su teorema. Al recordar el teorema dando una definición corta de que trata y como se despeja el lado de un triángulo, las estudiantes mostraban dudas con respecto a la propiedad uniforme, potenciación y radicación para solucionar ese tipo de problemas, después las estudiantes construyen uno de los dos triángulos que se proponen, parecidos al ejemplo que se muestra pero con lados del triángulo diferente, recortando un cuadrado tal y como indicaba el valor del lado de los triángulos, como se ve en la ilustración 27, 28 y 29.

Si el triángulo ABC es un triángulo rectángulo entonces el área del cuadrado que tiene por lado la hipotenusa (c), es igual a la suma de las áreas de los cuadrados que tienen por lados los catetos (a y b). Si $c^2 = a^2 + b^2$ entonces el ΔABC es rectángulo.

$c^2 = a^2 + b^2$

Ahora elige uno de los siguientes triángulos rectángulos y dibuja en papel cuadriculado con las unidades correspondientes, se recomienda dibujar a c (hipotenusa) en un cuadrado a parte y luego recortarlo. (Socializar respuestas).

1. $c=10, a=6$ y $b=8$.
2. $c=13, a=12$ y $b=5$.

Ilustración 27 - guía 3 - recordando el teorema de Pitágoras

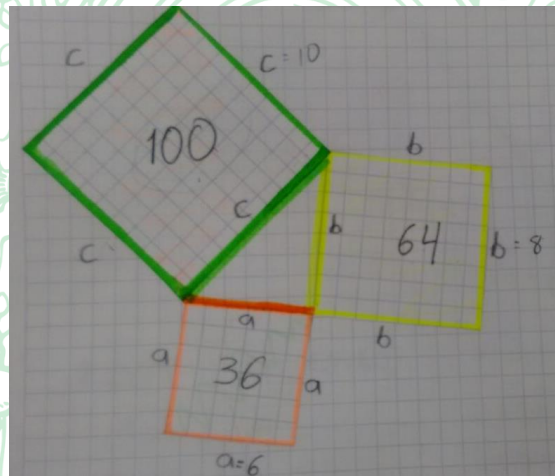


Ilustración 28 - estudiante 2

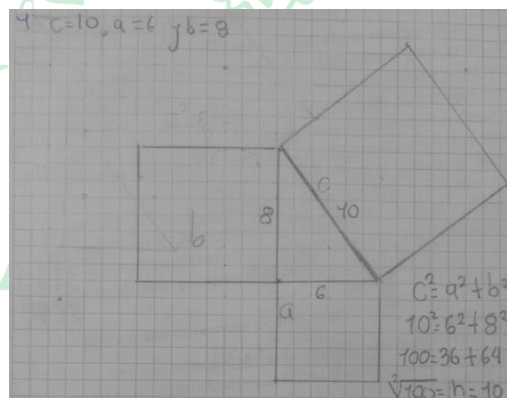


Ilustración 29 - estudiante 1

En la actividad uno, las estudiantes hallaron el perímetro del triángulo, aquí se le daba dos lados y el otro lo debían hallar, el uso de la calculadora estaba permitido, puesto que este instrumento facilita hacer operaciones rápidas y bien hechas. Ver ilustración 30 y 31.

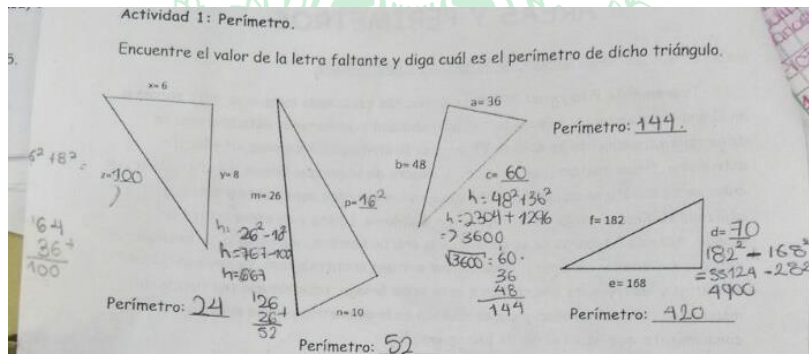


Ilustración 30 - estudiante 1

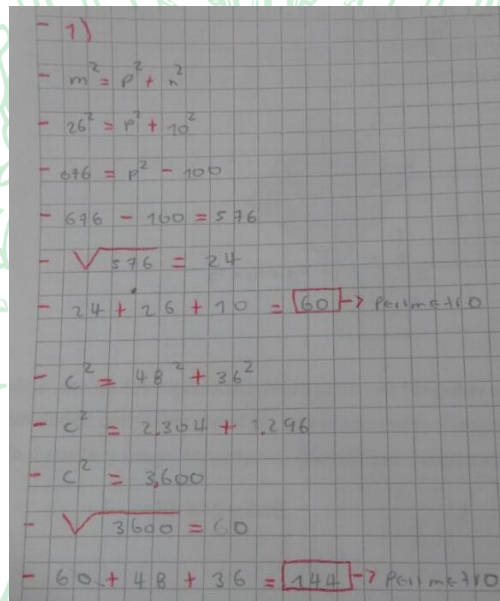


Ilustración 31 - estudiante 2



En la actividad dos, el foco fue: área, en la actividad se les daba el área de dos cuadrados y debían encontrar el área del otro cuadrado y del triángulo, manteniendo las unidades de medida que se habían trabajado en los ejercicios anteriores. Ver ilustración 32.

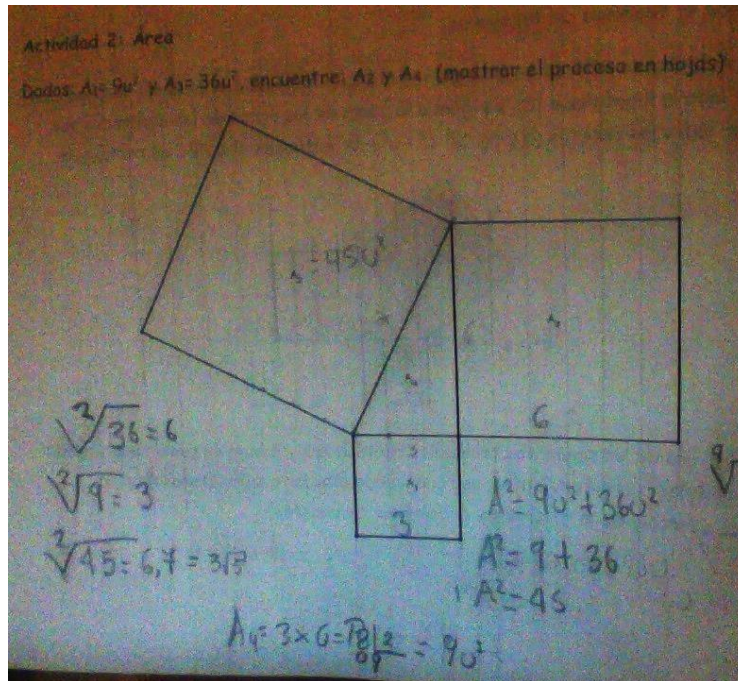


Ilustración 32 - estudiante 1

En la actividad tres, era mismo el proceso, pero en una de las tareas se les dio solo el área de un cuadrado y un lado cuya medida era de $22u^2$.

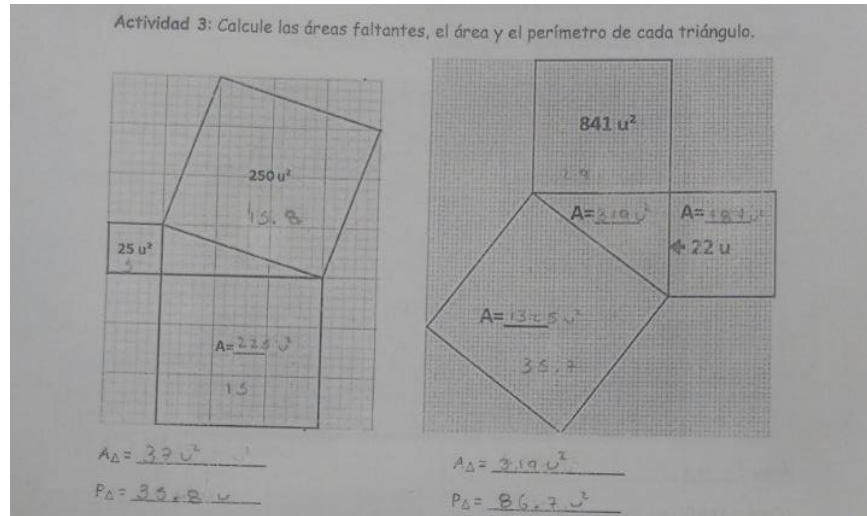


Ilustración 33 - estudiante 2

En estas tres actividades las estudiantes tienen como tarea de trabajar con los conceptos de área y perímetro, explícitamente, al recurrir a conocimientos previos, con las dos guías mencionadas anteriormente, las estudiantes crean su propia dirección de formalización, incluyendo unidades de medidas, métodos para hallar área y perímetro.

Antes de iniciar la actividad cuatro “aplicando el teorema de Pitágoras, se explica el método el cual llaman “el escultor” y que es lo que hacen los escultores cuando pulen su producto artístico, que es quitar lo que sobra para que tenga la forma que ellos quieren, el cual trata de una figura plana como la que se diseñó para descomponerla en otras figura para hallar el área, si se tiene una figura con una unidad de medida marcada, solo basta en formar un rectángulo o ir descomponiéndola, extrayendo triángulos, para que al final al área total se le reste lo que pudo extraer. En la siguiente imagen podemos ver un poco de que trata, además se les preguntó cuál era el área y el perímetro de la figura y qué método

usó para hallarlo, puesto que algunas estudiantes, se remitieron a contar y completar triángulos dentro de la figura, sin hacer uso del “método del escultor”. Ver ilustración 34.

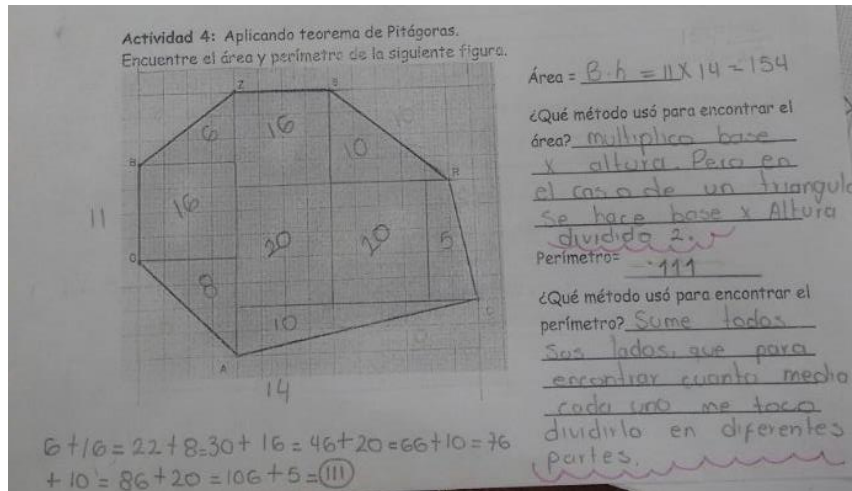


Ilustración 34 - estudiante que participó en la actividad

En la actividad 5, también se les muestra una figura plana, para encontrarle el área y perímetro a este polígono irregular es un poco más complejo que en la actividad anterior, aquí todo lo que han visto hasta ahora, se evidencia con los procesos que usan.

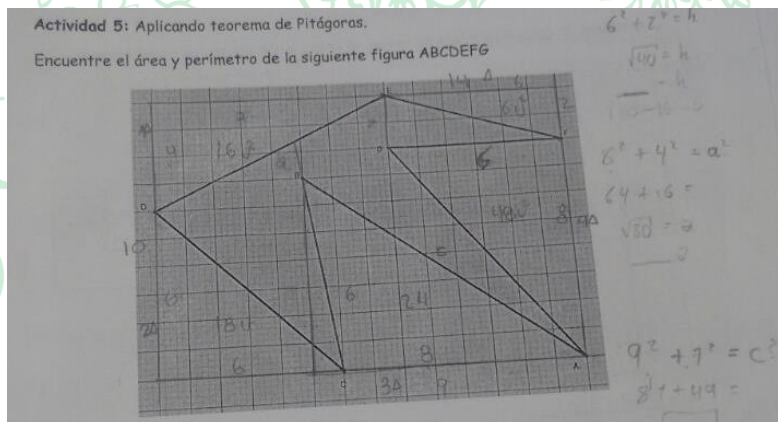


Ilustración 35 - estudiante 2



Una estudiante se me acercó y me dijo: “profe que ejercicio tan bueno, está muy largo me encantó”, y claro, pienso que a ella y a varias estudiantes les gustó puesto que le dieron sentido a los métodos que usaban para hallar el área y el perímetro y además esta situación se socializó al terminar la clase. La niña captó la idea de medición extrayendo figuras y haciendo uso del teorema de Pitágoras, al final la profesora Mirian llegó al salón y al ver que todas la niñas estaban participando, se acercó miró la guía y también la admiró, se acerca y me hace una pregunta: ¿qué hacemos para calificarles a las estudiantes? ¿qué nota les pongo?, yo le respondí que a todas las estudiantes les pusiera cinco, puesto que es un proceso de aprendizaje para ellas y que apenas le vieron el sentido al teorema, esto lo mencionaron ellas mismas al concluir la clase. Les informé lo que yo había dicho, al instante sonó el timbre y las estudiantes agradecían con palabras y con sonrisas.

Para darle un poco de orden a estas ideas, el proceso narrado anteriormente fue para refrescar y tener idea de cómo fueron ejecutadas y desarrolladas las tres guías, las imágenes se tomaron de algunas estudiantes, incluyendo a quienes se les va hacer el análisis, ahora pensar en un análisis por cada estudiante resulta un poco complejo además y analizar actividad por actividad también lo es, lo que quiero decir es que se va a retomar de estas guías, distintas actividades donde se evidencia la comprensión de los conceptos, el desarrollo de las guías fue en modo cadena, me refiero a que no se pudo haber empezado con la guía tres y por último la guía uno, el sentido que se le da a las unidades de medida adecuadas es fundamental en el desarrollo de las guías, además estas junto a las diferentes



tareas que se desarrollaron son las que permiten la comprensión de los conceptos área y perímetro por parte de las estudiantes en este caso.

Para empezar con el análisis se recuerda un poco la teoría de Vergnaud mencionada anteriormente, la conceptualización se da a través de tareas a desarrollar, teniendo en cuenta que estas tareas están acompañadas de información en cada una de ellas, además se menciona que son las diversas conductas expresadas por las estudiantes, las que indican la conceptualización (en este caso la comprensión de los conceptos área y perímetro) y para eso usan distintas representaciones en la solución de las respectivas tareas. Las tareas que se desarrollaron fueron diseñadas para permitir la conceptualización de área y perímetro, donde las soluciones por parte de las estudiantes muestran un proceso, y se clasifican en tres conjuntos: El conjunto de las situaciones, conocido como tareas, el conjunto de los invariantes operatorios (objetos, propiedades y relaciones) donde abordados por la estudiantes inconscientemente logran analizar y dominar las situaciones, hace referencia al significado del concepto y el conjunto de las representaciones simbólicas (lenguaje natural, gráficos y diagramas, sentencias formales, etc.) se puede usar para indicar, representar situaciones y procedimientos, donde las estudiantes utilizan el significado para darle sentido a la tarea, lo que llama Vergnaud: el significante.

El campo conceptual de área y perímetro está relacionado precisamente con la medición, a partir de las nociones de medidas que las estudiantes construyeron en la introducción de los conceptos, se crea la necesidad de medir, de comparar tamaños, distancias y tiempo en las diferentes tareas, estas con el propósito era hacer visible y



comprensible algunos problemas que hasta el día de hoy se presentan en la vida cotidiana de una persona. Al asignar medidas antropométricas y no convencionales, las estudiantes en la narración de la guía dos, exclaman una inconformidad en las afirmaciones y preguntas que se hacían, la idea era crear ese conflicto donde las estudiantes hicieran aproximaciones sin el uso de instrumentos, donde se permite la comprensión de que si una unidad de medida cambia, el valor de lo que voy a medir también cambiará, en los lineamientos curriculares del MEN (1998) señalan lo siguiente:

(...) Para avanzar en los procesos de medición es importante desarrollar la estimación aproximada de las longitudes/distancias, áreas, volúmenes/capacidades, duraciones, pesos/masas, amplitudes angulares, temperaturas, etc. (p. 44)

(...) conllevan a la noción de recubrimiento por repetición de una unidad y son previas para el proceso de medición del área. Sin embargo es necesario realizar otro tipo de actividades que permitan captar la naturaleza continua y aproximativa de la medida ya que las anteriores tienen la desventaja de promover un carácter discreto y exacto de la medida lo cual no es sino una primera aproximación, que si no se supera oportunamente, obstaculiza el desarrollo interior de los procesos de medición. (p. 44)

(...) Bright (1976) define la estimación de magnitudes como “el proceso de llegar a una medida sin la ayuda de instrumentos de medición. Es un proceso mental, aunque frecuentemente hay aspectos visuales y manipulativos en él” 20. (p. 44)

(...) La apreciación del rango de las magnitudes y la selección de unidades, son habilidades poco desarrolladas en los niños y aún en las personas adultas debido al tratamiento libresco y descontextualizado que se le da a la medición dentro de las matemáticas escolares. (p. 44)



(...) Antes de seleccionar una unidad o un patrón de medida es necesario hacer una estimación perceptual del rango en que se halla una magnitud concreta, por ejemplo, la altura de una puerta, la longitud de un camino, el peso de un objeto, la duración de un evento, etc. Esta primera reflexión está estrechamente ligada al significado y a la familiaridad que tengan las personas con las unidades de medida y con cierta información que “podríamos llamar postes de guía o ejemplos paradigmáticos de procesos y objetos conocidos en los cuales el aspecto seleccionado por la magnitud tenga un valor fácil de recordar (...) (p. 44)

En la guía uno; actividad uno: Midiendo con nuestro cuerpo, se presenta la primera tarea que pertenece al primer conjunto. Las estudiantes 1, 2 y 3, resuelven las siguientes situaciones:

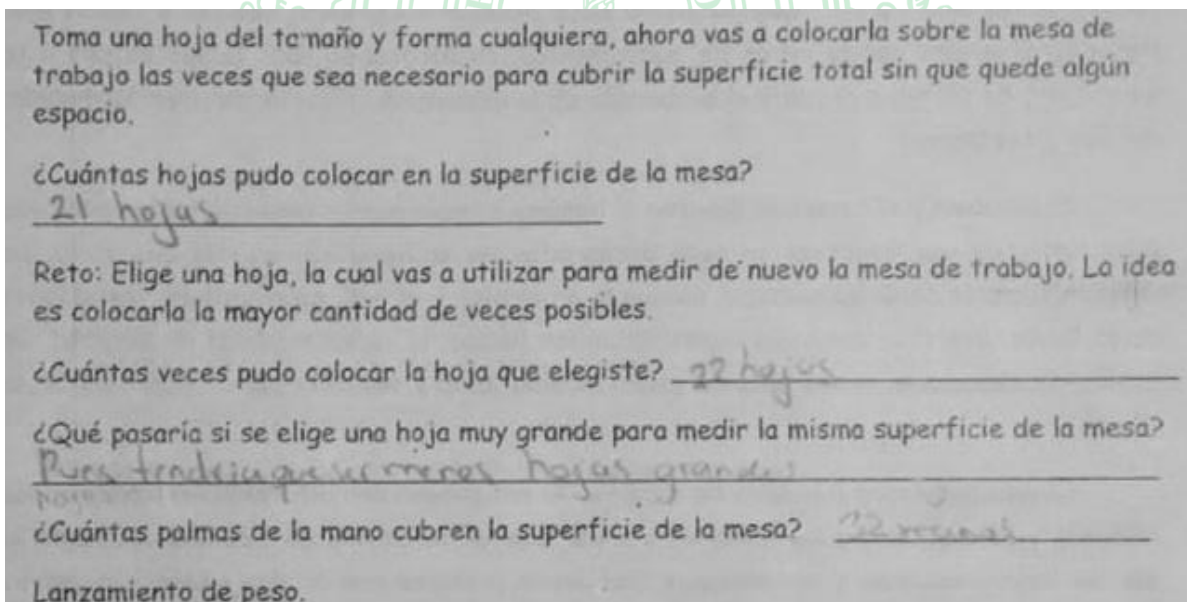


Ilustración 36- estudiante 1

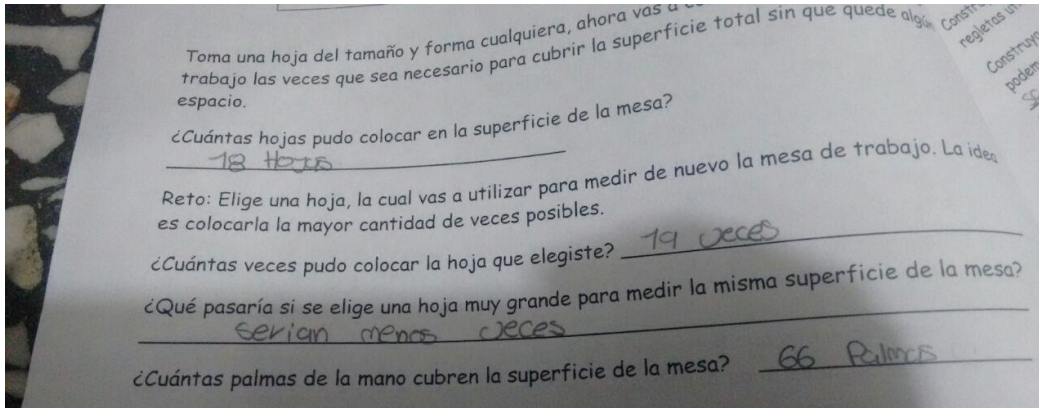


Ilustración 37 - estudiante 2

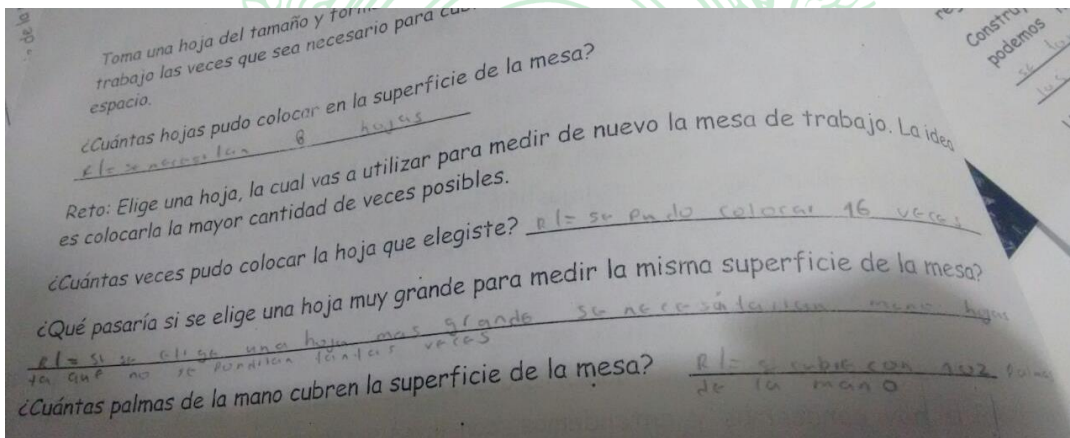


Ilustración 38 - estudiante 3

Toma una hoja del tamaño y forma cualquiera, ahora vas a colocarla sobre la mesa de trabajo las veces que sea necesario para cubrir la superficie total sin que quede algún espacio. Para responder la pregunta: ¿Cuántas hojas pudo colocar en la superficie de la mesa? La estudiante 1: utilizó para medir una hoja de un cuaderno pequeño reciclado, la estudiante 2, usó esa misma hoja, la estudiante 3; usó una hoja de block tamaño carta, lo que hacían para calcular cuantas veces se podía colocar sobre la mesa, cada estudiante marcó la mesa con marcador, ponían una hoja y luego seguían haciendo lo mismo hasta completar la superficie, las estudiantes al ver que sobraba, espacios me preguntaron, “qué



hacemos para medir esos pedacitos”, le respondí que se podía contar con media hoja o con un cuarto de hoja, hasta completar la unidad y luego sumarlas a las unidades enteras. Es claro que la aproximación y error en esta actividad se resalta en las discusiones y preguntas que hacían las estudiantes, para medir la mesa, la hoja no era una unidad de medida conveniente, sin embargo, las estudiantes sabían que debían cubrir la mesa y que esto era unidad de área no iban a cubrirla exactamente.

Allí mismo se propone un reto: “Elige una hoja, la cual vas a utilizar para medir de nuevo la mesa de trabajo. La idea es colocarla la mayor cantidad de veces posible”. Las tres estudiantes copiaron mayor cantidad de hojas, así fuera una más, la medida de la superficie de la mesa sigue siendo la misma indiferentemente la unidad de medida que se asigne, esta situación se relaciona con la que se propone seguidamente. ¿Qué pasaría si se elige una hoja muy grande para medir la misma superficie de la mesa?, la estudiante 1, responde “pues tendría que ser menos hojas grandes, la estudiante 2: se pondría menos veces”, la estudiante 3: “si se elige una hoja más grande se necesitaría menos hojas grandes ya que no se pondrían tantas veces”. Estos elementos invariantes, son de suma importancia en los procesos de medida, pues esas mediciones espaciales y mentales que las estudiantes efectúan corresponden a esas ideas y al desarrollo de las nociones de medida.

Continuando con la actividad, en la pregunta: ¿Cuántas palmas de la mano cubren la superficie de la mesa? Las estudiantes usaron el método con el cual respondieron las preguntas anteriores, ubicar la mano cuantas veces sea posible, marcando donde la habían



puesto. En esta tarea que se realizó de medir la superficie de la mesa, se reconoce, los invariantes operatorios, los cuales son: los objetos que las estudiantes usaron para medir la mesa, además las relaciones que hicieron, al decir que si se utilizan unidades de medida más grande, entonces se pondrían menos veces, ese análisis que las estudiantes hicieron le dan sentido y significado al concepto como lo menciona Vergnaud, el concepto que estaba detrás de esto era medir el área de la mesa repitiendo la unidad de medida en la extensión de la magnitud. Aquí no se puede decir que las estudiantes alcanzaron una comprensión plena sobre las unidades de medida, pero es el comienzo de la etapa a la que Piaget denomina, pensamiento operacional, (Dickson, 1991, p. 95), las relaciones que las estudiantes hacen al usar distintas unidades de medidas para medir la mesa, son las que se vuelven más adelante explícitas, cuando se asigne una unidad de medida fija. Ahora las representaciones simbólicas, que se evidencian en el desarrollo de esta tarea, se reflejan en la manera que las estudiantes describen con sus propias palabras lo que sucede cuando cambia la unidad de medida, estableciendo relaciones, a partir de lo que observan, y el sentido que toma es la asignación y nombramiento de las unidades de medida, como la palma de la mano, la hoja.

En relación con la información anterior se puede apreciar un indicador de conceptualización de la unidad de medida en relación con el concepto de área, en tanto que las estudiantes toman la acción de medir y repetir la unidad de medida sobre la extensión de la magnitud (área, tiempo, peso, etc.) y esta repetición ha de ser tal que el intervalo que hay que medir esté cubierto o lleno por la unidad de manera que no haya huecos.



En este primer análisis las estudiantes, con las diferentes actividades, se pudo evidenciar que identifican distintas unidades de medida con las que puede medir, además en las otras actividades como se muestra en el proceso narrado, les permitió afianzar un poco más estas ideas. Ahora en el siguiente análisis, se asigna una unidad de medida fija, la cual será el centímetro para medir cierta longitud. En la guía dos se usó el tangram, de allí se va a retomar la actividad cuatro: Perímetro y área. Se empieza con algo de historia de los conceptos.

La palabra perímetro viene del griego peri (alrededor) y metro (medida). Podemos utilizar esta palabra para referirnos a la distancia o longitud del contorno de una superficie o una figura, el perímetro en otras palabras es la suma de todos los lados de una superficie o una figura. Para medir el perímetro se debe elegir una unidad de medida, esta será la distancia entre dos intersecciones consecutivas a lo largo de una línea.


La palabra área viene de terreno seco, un espacio donde se sembraba cereal, se remite más a un lenguaje agrícola, podemos referirnos a esta palabra cuando hablamos de una extensión de una superficie. Para medir una superficie se debe elegir una unidad de medida, esta será un cuadrado cuyo lado es la unidad de longitud.

Para determinar el perímetro o el área de una figura, se debe definir la unidad de medida, luego se debe contar cuántas veces cabe la unidad de medida en la extensión del contorno o de la superficie. Se muestra el tangram completo con las particiones que ellas

mismas realizaron al construirlo como se menciona en la narración de la guía dos, y calculan el área y perímetro del tangram. Ver ilustración 39.

Contemos:


- Unidad de medida del perímetro



¿Cuántos centímetros suman los cuatro lados del cuadrado formado por las siete figuras?

Copia en las líneas los centímetros correspondientes a cada lado.

- Unidad de medida del área



¿Cuántos cuadros forman el tangram?

¿Cuál es el área del tangram?

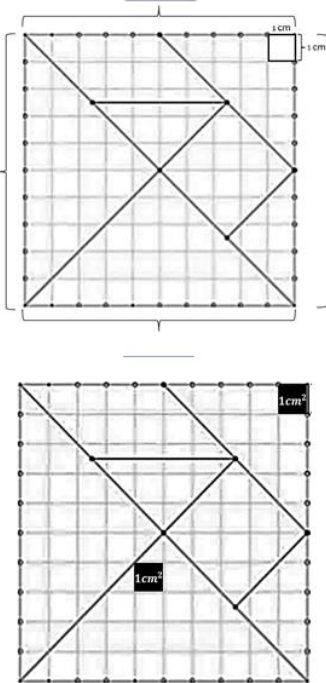


Ilustración 39 - imagen de guía 2 - actividad 4

Se propone esta parte para que las estudiantes aprecien la conservación de la unidad de las distintas magnitudes, área y perímetro, y trayendo a colación lo que proponen en la serie de Lineamientos Curriculares MEN de (1998), es que:

Quando se trata del área de superficies, es usual “cuadricular” la representación de éstas y preguntar, por ejemplo, ¿con cuántas baldosas se recubre el piso? La unidad patrón es la baldosa, y el número de ellas es una medida del área de dicha superficie. (p. 44)

En este caso la unidad de medida para el perímetro el centímetro, una unidad de medida lineal, y para el área es el centímetro cuadrado (cm^2), una unidad de medida cuadrada. Cabe aclarar que cualquier figura pueden ser la unidad de medida, en las actividades que se presentaron anteriormente se muestra. (Ver ilustración 25). La siguiente parte de la actividad será la tarea a analizar tomando los tres conjuntos de la conceptualización mencionados anteriormente. La tabla a completar, muestra el nombre de las fichas del tangram y a cada una se le debe hallar el perímetro y el área. Los resultados obtenidos por las estudiantes son los siguientes:

Completa la siguiente tabla

Fichas del tangram	Perímetro	Área
Cuadrado	14 cm	13 cm^2
Triángulo pequeño	12 cm	6,5 cm^2
Triángulo mediado	17 cm	12,5 cm^2
Triángulo grande	24 cm	25 cm^2
Paralelogramo	18 cm	12,5 cm^2

En la actividad 3, eligió 3 figuras anteriormente, determina el área y el perímetro de cada una de estas.

Figura: 1. conejo área: 100 m^2 perímetro: 89 cm^2
 2. _____ área: _____ perímetro: _____
 3. _____ área: _____ perímetro: _____

¿Por qué crees que el área de las figuras tiene ese valor?
 • Porque en el ejercicio anterior daba ese valor que era el valor de todas las figuras

¿Por qué crees que el perímetro de las figuras tiene ese valor?
 • porque sume todos los lados y me dió eso.

Ilustración 40 - estudiante 1

Fichas del tangram	Perímetro	Área
Cuadrado	14 cm	13 cm ²
Triángulo pequeño	12 cm	6,5 cm ²
Triángulo mediado	17 cm	12,5 cm ²
Triángulo grande	22 cm	18 cm ²
Paralelogramo	18 cm	13,5 cm ²

En la actividad 3, eligió 3 figuras anteriormente, determina el área y el perímetro de cada una de estas.

Figura: 1. 6x10 área: 100 cm² perímetro: 38 cm

2. _____ área: _____ perímetro: _____

3. _____ área: _____ perímetro: _____

¿Por qué crees que el área de las figuras tiene ese valor?
Porque si hallamos el área de toda la figura por ende cualquier figura tendrá esa área

¿Por qué crees que el perímetro de las figuras tiene ese valor?
Porque al sumar la longitud del contorno de la figura me da eso.

Ilustración 41 estudiante 2

Completa la siguiente tabla

Fichas del tangram	Perímetro	Área
Cuadrado	14 cm	13 cm ²
Triángulo pequeño	12 cm	6,5 cm ²
Triángulo mediado	17 cm	12,5 cm ²
Triángulo grande	23,5 cm	25 cm ²
Paralelogramo	17 cm	12,5 cm ²

En la actividad 3, eligió 3 figuras anteriormente, determina el área y el perímetro de cada una de estas.

Figura: 1. 6x10 área: 100 cm² perímetro: 34,5 cm

2. _____ área: _____ perímetro: _____

3. _____ área: _____ perímetro: _____

¿Por qué crees que el área de las figuras tiene ese valor?
Porque estamos utilizando las mismas figuras del tangram y este tuvo como resultado 100 cm² y por lo tanto esta tiene eso también tiene este área

¿Por qué crees que el perímetro de las figuras tiene ese valor?
Porque al contar todo muy bien y con ayuda del profesor me dio eso

Ilustración 42 estudiante 3

La construcción del tangram con el centímetro como unidad de medida permitió que las estudiantes marcaran las líneas y cuadrados que en cada ficha como se ve en la siguiente imagen (las tres estudiantes hicieron esto mismo): (Ver ilustración 43)

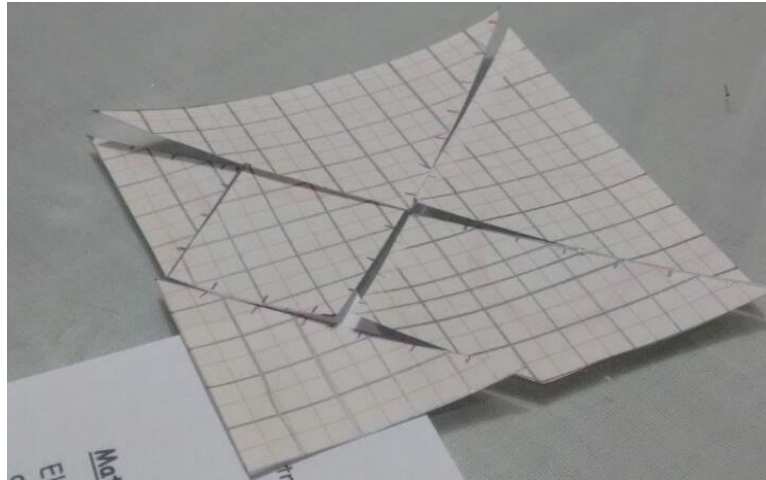


Ilustración 43 - estudiante 3

Al marcar las unidades como se les pide en la construcción del tangram, cada lado de las fichas queda dividido en varias unidades completas y en ocasiones con media unidad, de modo que a la estudiantes se le facilite el conteo, pues fue necesario que la líneas estuvieran lo suficientemente marcadas para no confundir la unidad de medida y las longitudes. En el apartado teórico de este proyecto, Vasco menciona que el contorno de una figura debe ser explorado con el dedo o con la imaginación, acompañado a su vez de hormiga minúscula que va por todo el borde de la figura hasta volver por primera vez al punto de partida. Este ejemplo se les dio a las estudiantes, luego ellas midieron cada lado con regla, seguidamente la estudiante uno dijo: “los bordos ya están marcados solo es contar” de inmediato se dio a la tarea de contar y obtuvo los resultados expuestos, la estudiante dos usó el mismo método de la estudiante uno, la estudiante tres midió los lados

con centímetros,. La aptitud de las estudiantes para estimar la medida del perímetro fue el conteo, sumaban los lados de cada ficha, los resultados eran correspondientes a las unidades de medidas asignadas, sin embargo, las tres estudiantes hallaron el perímetro diferente para la ficha del triángulo diferente, esos valores que son aproximados al valor correcto, sabiendo que el perímetro hace referencia a la longitud del contorno de una figura, una de las estudiantes usó un instrumento para medir, el cual le daba la confianza y un resultado más exacto, de esta manera se estaba ejercitando el proceso de medida, al igual que las otra dos estudiantes, también se ejercitaba la comprensión del concepto de perímetro.

A continuación se mostrará el procedimiento detallado que las estudiantes usaron para calcular el área de las figuras: (Ver ilustración 44, 45 y 46).

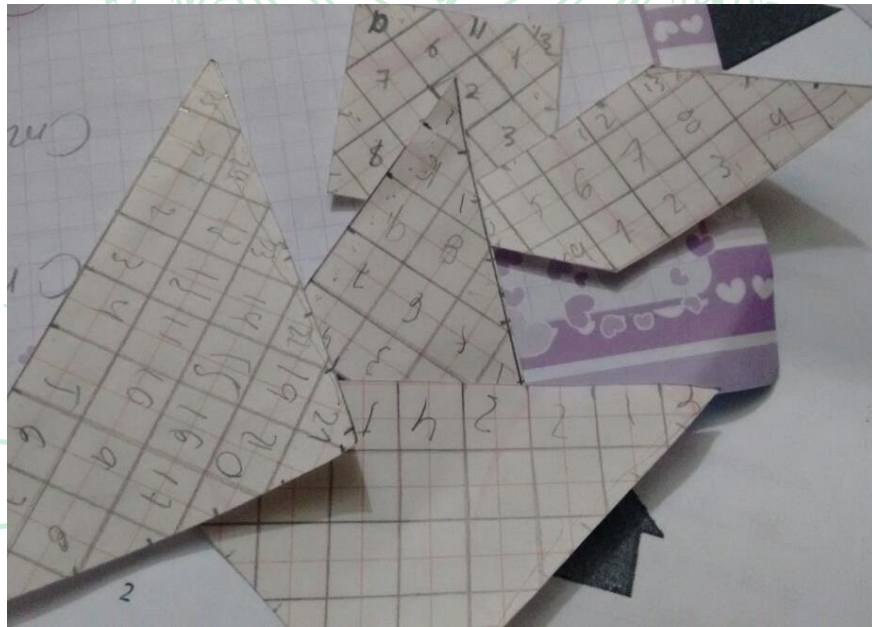


Ilustración 44 proceso de estudiante 1

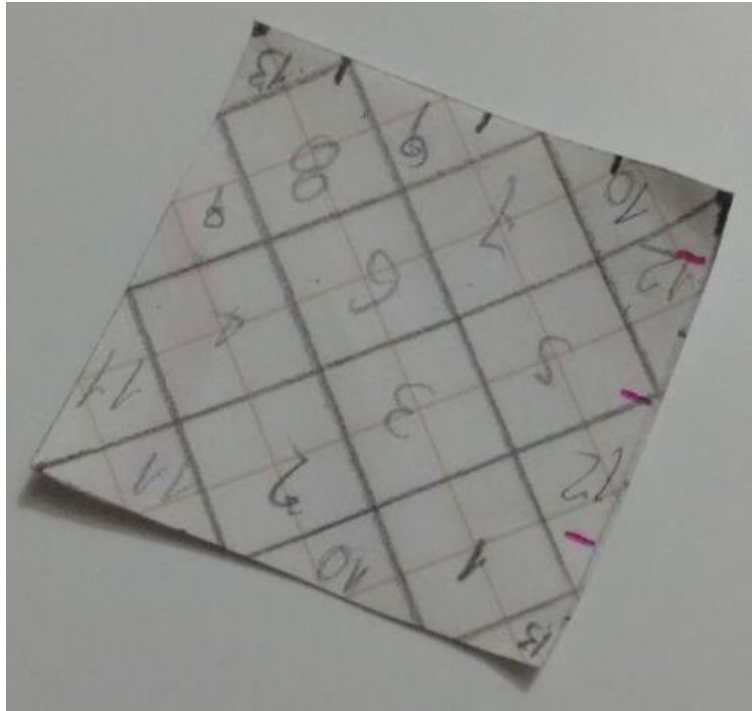


Ilustración 45 proceso estudiante 2

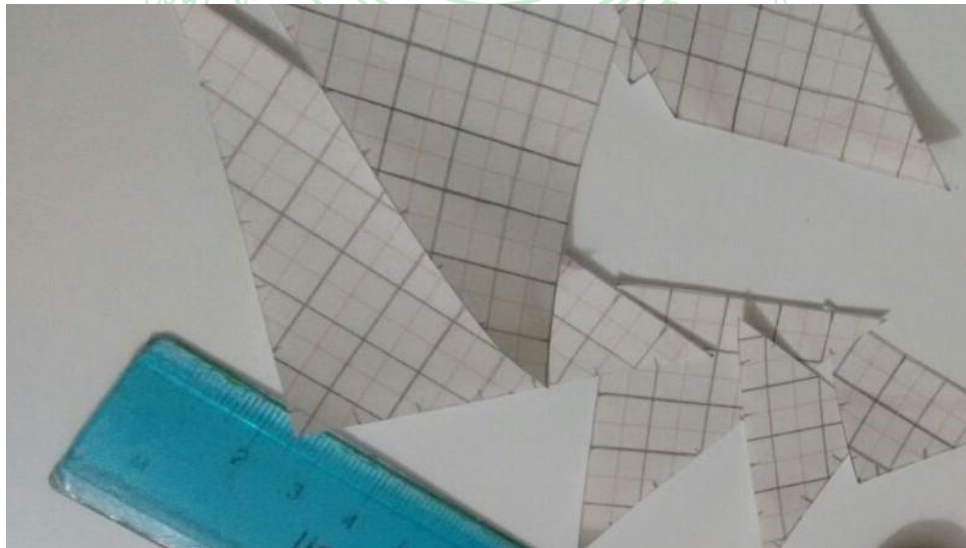


Ilustración 46 proceso estudiante 3



Como se puede ver, la estudiante uno le asignó a cada centímetro cuadrado un número cardinal, el cual organizaba de una manera el conteo, para no volver a contar los cuadrados antes contados, se ve que solamente se contó un triángulo grande, puesto que al empezar a contar dijo: “si este es el mismo para que lo voy a contar de nuevo”, la estudiante dos también usó ese conteo para determinar el área de las fichas, pero en la imagen que se muestra, la estudiante intenta cubrir los espacios más pequeños con números iguales, por ejemplo: los números 9, 10, 11, 12 y 13 están en diferentes casillas, el 9 al igual que los otros números está en la mitad de una unidad cuadrada (un triángulo) dos veces. La estudiante descompuso la figura para contar y recubrir el espacio con números, aquí el área toma un sentido operacional, puesto que está cubriendo los espacios repartiendo la unidad de medida. En relación con el número 13, este lo ubicó en un cuarto de unidad, y en el otro extremo también lo ubicó en otro cuarto, y al final lo contó como una unidad completa, siendo solo media unidad, de igual forma se evidencia que trataba de cubrir los espacios más chicos con la unidad de medida y dar un resultado aproximado al valor exacto del área de cada ficha. La estudiante tres, no quiso imitar lo que hicieron la estudiante uno y dos, eso lo menciona ella, el conteo lo hizo con la imaginación sin necesidad de rayar o marcar las fichas, y al comparar los resultados con sus compañeras, al ver que estaban un poco diferentes, borró los resultados y copió los que tenían ellas, al instante le pregunté el por qué había borrado los datos, y respondió que estaban malos, cuando en realidad no había mucha diferencia entre unos resultados y otros resultados, esa dificultad de hacer el conteo visual y sin escribir el proceso, lleva a la estudiante a devolverse y volver a comparar los resultados con sus compañeras, en los colegios los estudiantes vuelven eso un hábito, el comparar, socializar, compartir resultados para que de una u otra forma construir a través



de procesos diferentes entre ellas mismas, ideas sobre los conceptos. Yo interrogué a la estudiante para contribuir a mejorar el rendimiento en las actividades, y así posibilitarle y facilitarle la comprensión de la noción de área.

En la tarea siguiente, las estudiantes al elegir una figura de la actividad tres, debían hallarle el área y el perímetro y mencionar ¿Por qué cree que el área de la figura tiene ese valor? y ¿Por qué cree que el perímetro de la figura tiene ese valor? Las estudiantes para responder cual era el área de la figura que escogieron, empezaron a contar, y a sumar el área de cada ficha que anteriormente hallaron, de repente la estudiante dos dijo: “el área es 100”, yo le respondí: ¿100 qué?, de inmediato ella dijo, unidades cuadradas y argumentó que si se estaban utilizando todas la fichas del tangram, entonces el área iba ser la misma que habían hallado en la tarea con el tangram completo. Las demás estudiantes la escucharon y moviendo la cabeza de arriba abajo aceptaron lo que su compañera decía, las respuestas fueron:

- Estudiante uno: “porque en el ejercicio anterior daba ese valor, que era el valor de todas las figuras”.
- Estudiantes dos: “porque si hallamos el área de toda la figura por ende, cualquier figura tendría esa área”.
- Estudiante tres: “porque estamos utilizando todas las fichas del tangram y esto tuvo como resultado 100 cm^2 y por lo tanto esta también tiene esta área”.

En la pregunta del perímetro las estudiantes respondieron:

- Estudiante uno: “porque sumé todos los lados y me dieron eso”.

- Estudiante dos: “porque al sumar la longitud del contorno de la figura me da eso”.
- Estudiante tres: “ porque al contar todo muy bien y con ayuda del profesor me dio eso”

La estudiante uno fue la única de las tres estudiantes que tuvo una idea de cómo medir el perímetro de la figura, las estudiantes dos y tres preguntaron y la tarea como profesor era brindarle mi ayuda pero no decirle el método, de igual forma les dije que tomaran cada lado de la silueta de la figura, le asignaran la medida y luego sumaran los valores, de inmediato una sonrisa en su rostro con una forma de hallar el perímetro, mientras tanto la estudiante uno hizo lo siguiente: (Ver ilustración 47)

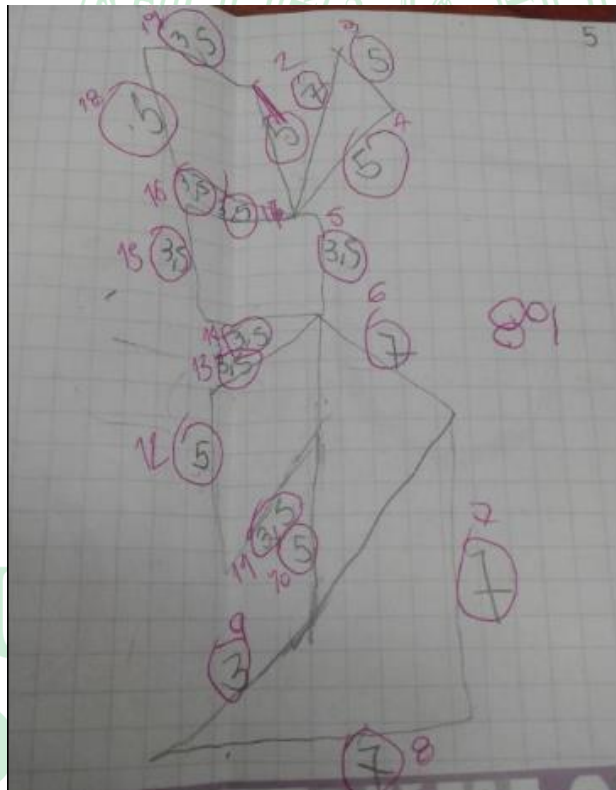


Ilustración 47 - estudiante 1



Tomó las fichas del tangram y las calcó en otra hoja, al conocer cuánto medía cada lado de las fichas, les asignó un número que corresponde a la medida de ese lado, teniendo en cuenta que la unidad de medida era el centímetro, rodeó toda la silueta con números que hacían referencia a la longitud, luego los sumó, y obtuvo el resultado del perímetro de la figura, la emoción que reflejaba la estudiante era tal que llamaba la atención de las sus compañeras, repetía que sabía cómo hallar el perímetro, y efectivamente el valor que obtuvo la estudiante se aproximó bastante al valor exacto del perímetro, aunque en el resultado copió las unidades de medida cuadradas, el método y la idea para hallar el perímetro ya estaba explícita, se evidencia que tenía claro que era el contorno de la figura lo que debía medir, y a esa longitud se le llama perímetro.

En las distintas tareas se evidenció que las estudiantes usaron diferentes métodos para hallar el área y perímetro, se reconocen los invariantes operatorios, estos son: el uso del tangram para darle significado a los conceptos de área y perímetro, además demuestran una relación entre las unidades de medida asignadas para hallar estos dos, las estudiantes hacen uso de sus conocimientos previos para representar a través de dibujos y descomposición de figuras las magnitudes que corresponden al área o perímetro, era evidente que las la estudiantes diferencian estos dos conceptos, creando un esquema (organización invariante del comportamiento para una determinada situación) que le permite identificar el método para hallar el perímetro o el área que se pide en las diferentes tareas, el hecho de cubrir una de las fichas con la unidad de medida significa que el estudiante comprende que el área cambia según las fichas y así se obtiene resultados distintos, diferenciando el comportamiento de las dos medidas, longitud y superficie. Las



representaciones simbólicas, se muestran en las respuestas que dan las estudiantes, no solo en lo que escriben sino en cómo piensa de manera natural como el contar para desenvolverse en situaciones, dándole sentido a la tarea creando formas más fáciles y acertadas que ayudan y permitiendo conceptualizar el área y el perímetro, en aquellas situaciones.

En relación con la información anterior se puede apreciar un indicador de conceptualización de área y perímetro, en tanto que las estudiantes reconocen las unidades de medias y diferencian los conceptos teniendo claro cuál puede ser el posible método para encontrar el área y el perímetro que se pide en las distintas tareas, repitiendo la unidad de medida sobre la extensión de la magnitud (área y perímetro), las situaciones en las que se proponen identificar diferentes formas de explicitar los conocimientos que las estudiantes han adquirido proporcionan evidencias en las cuales las estudiantes tienen un dominio conceptual hasta este punto.

En estos dos primeros análisis las estudiantes van caminando directo a una conceptualización de área y perímetro como se muestra en las evidencias, para un mayor soporte se analiza la guía tres; actividad dos y cinco. La guía inicia recordando el teorema de Pitágoras, como se muestran en la narración de la guía, seguido de la actividad 1, donde las estudiantes deben hallar el perímetro de los triángulos que se muestran, el desarrollo de la actividad uno es fundamental para el tratamiento de la actividad cinco. La tarea que se propone en la actividad dos (área) es la siguiente: “Dados: $A_1 = 9u^2$ y $A_3 = 36u^2$, encuentre: A_2 y A_4 (mostrar el proceso en hojas)” la solución de las estudiantes es la siguiente:

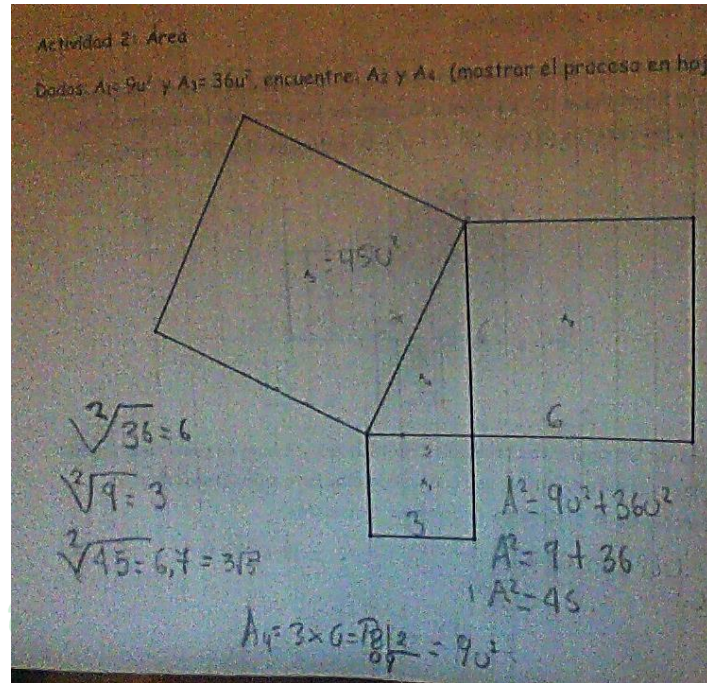


Ilustración 48 - estudiante 1

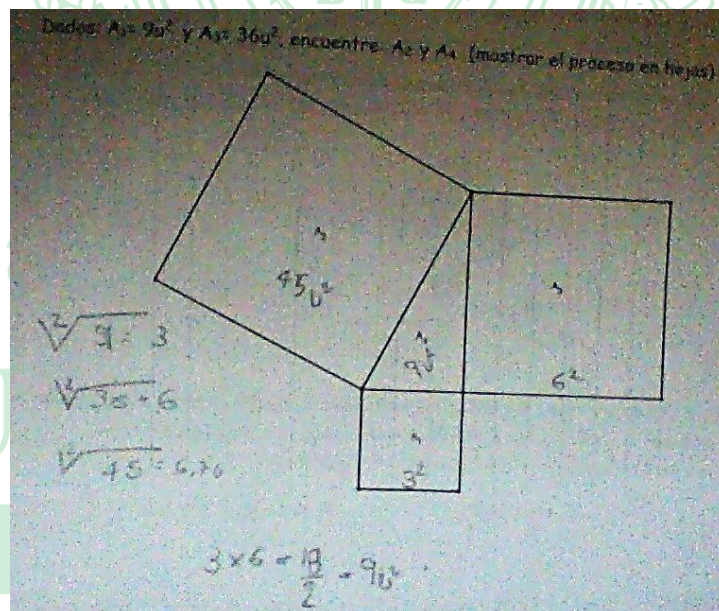


Ilustración 49 - estudiante 2

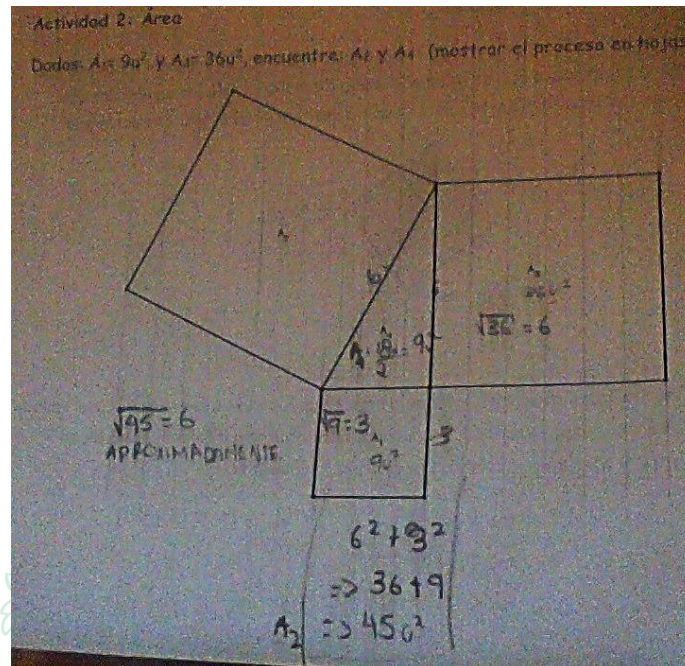


Ilustración 50 - estudiante 3

En las imágenes anteriores, la estudiantes reflejan que para calcular el área no necesitaron procedimientos extensos, de igual forma se puede entender que la función que las estudiantes desempeñaron fue más bien simple, bastó con sumar las dos áreas de los cuadrados que se les daba, para encontrar el área faltante, además el uso de las unidades de medida fueron correspondiente en los tres casos, si se observa la respuesta de la estudiante uno, para obtener el área dos (A_2), sumó $= 9u^2 + 36u^2$ le quitó las unidades en el siguiente paso, $9 + 36$, seguidamente, resolvió la suma: 45 sin la unidad de medida, pero al copiarla en el cuadrado que corresponde al área dos, le asignó las unidades de medidas $45u^2$, en el extremo inferior, muestra como halló el área cuatro (A_4) multiplicó, 3 por 6 obteniendo 18, luego realizó la división entre dos, y a este resultado le dejó las unidades, al igual ($9u^2$). Más se ve que le sacó raíz a todas las áreas, puesto que quería encontrar el lado de cada



cuadrado, ese valor de 3 y 6 lo obtuvo utilizando la raíz cuadrada, para así obtener el área del triángulo. La estudiante dos, no muestra de donde obtuvo las 45 unidades cuadradas, de igual forma en las actividades anteriores de les resaltó que si se quería hallar el área del cuadrado que tiene como lado la hipotenusa, solo bastaba en sumar el área de los dos cuadrados que tiene como lado los dos diferentes catetos conservando la unidad de medida, la estudiante dos muestra como obtuvo el área cuatro, de la misma manera que la estudiante uno. La estudiante tres, para hallar el área hizo un proceso similar a como lo trabajó la estudiante uno, sin embargo, la idea de sumar áreas para obtener el área mayor estaba explícita, además conservó las unidades de medida correspondientes, para hallar el área cuatro, primero obtuvo la raíz de 36 y de 9, marcando cada lado del cuadrado con su respectiva medida, al parecer mentalmente multiplicó 6 por 3, dando 18, estaba dividido entre dos y su resultado fue $9u^2$ conservando la unidad de medida al igual que las otras estudiantes, la manera en que las tres estudiantes hallaron el área del triángulo fue base por altura dividido 2, pero las estudiantes no tuvieron necesidad de copiar la fórmula, los problemas que se identificaron en el proceso de observación un año anterior, las estudiantes se sentían obligadas a utilizar tal fórmula por pura mecánica, y mostraban la poca comprensión de las propiedades de las figuras como el triángulo, algunos de los aspectos que se comprenden con estas actividades es que las estudiantes saben cuándo deben hallar al área o el perímetro, identifican que unidad de medida les sirve para obtener un resultado.

Se ve que las tres estudiantes obtuvieron los mismos resultados, usando prácticamente los mismos métodos, eso quiere decir que las estudiantes tuvieron un comportamiento determinado para resolver la tarea que les fue asignada, para Vergnaud, es

un esquema, y las acciones que las estudiantes llevaron a cabo se basan en esa recopilación de ideas que se fueron trabajando en las distintas guías, descubriendo una posible finalidad, (hallar el área que se pide) calculando mentalmente y con procesos en el papel, además las acciones que las estudiantes realizaban también hacían mover las ideas en el pensamiento, de conocimientos previos que permitieron una conceptualización, a lo que Vergnaud llama, concepto en acción y teorema en acción, (invariantes operatorios, los cuales son el núcleo de la representación porque ideas que se creen ciertas, solo por el hecho de llegar a un mismo resultado. En la actividad 5 aunque las tres estudiantes no llegaron a un mismo resultado, la conceptualización de área y perímetro es mucho más cercana para las estudiantes. Las estudiantes aplicaron el teorema de Pitágoras para encontrar el área y el perímetro de la figura ABCDEFG, esta era la tarea. Los resultados de las estudiantes son los siguientes: (Ver ilustraciones desde la 51 hasta la 59)

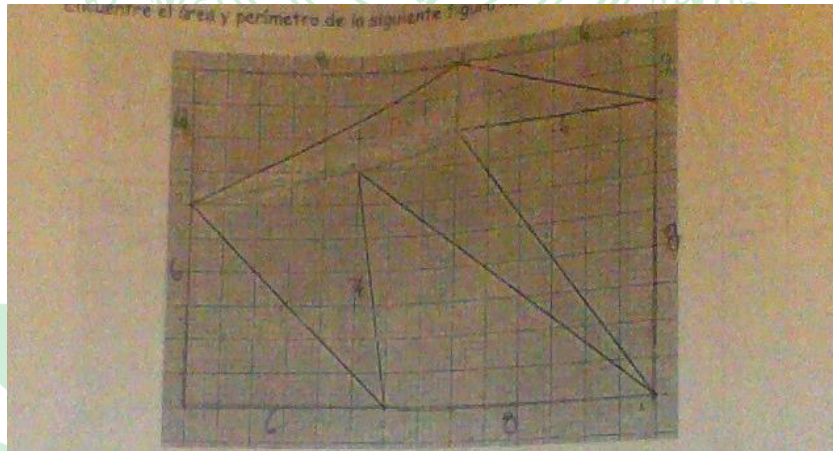


Ilustración 51 - estudiante 1

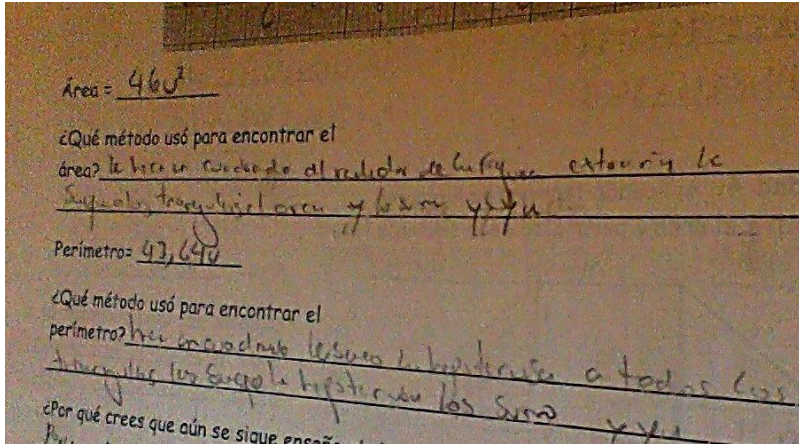


Ilustración 52 - estudiante 1, respuestas

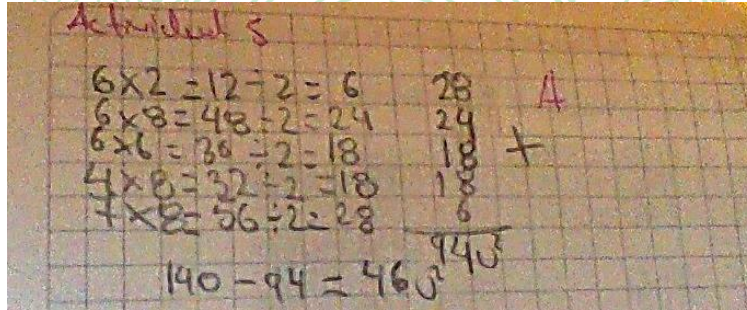


Ilustración 53 - estudiante 1, proceso para hallar área

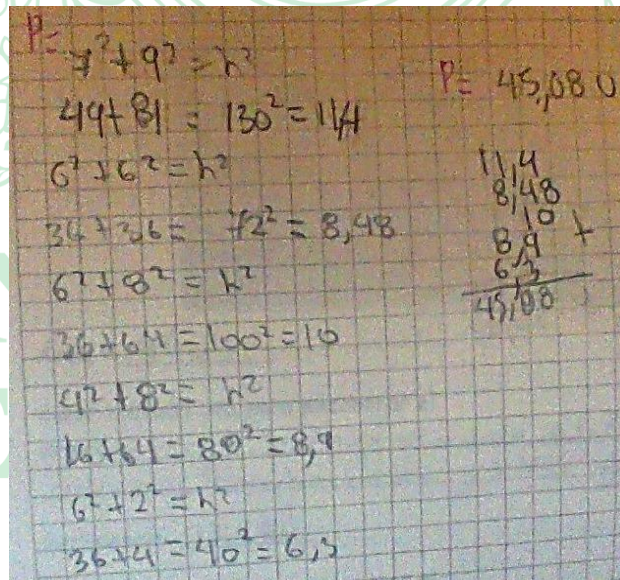


Ilustración 54 estudiante 1, proceso para hallar perímetro

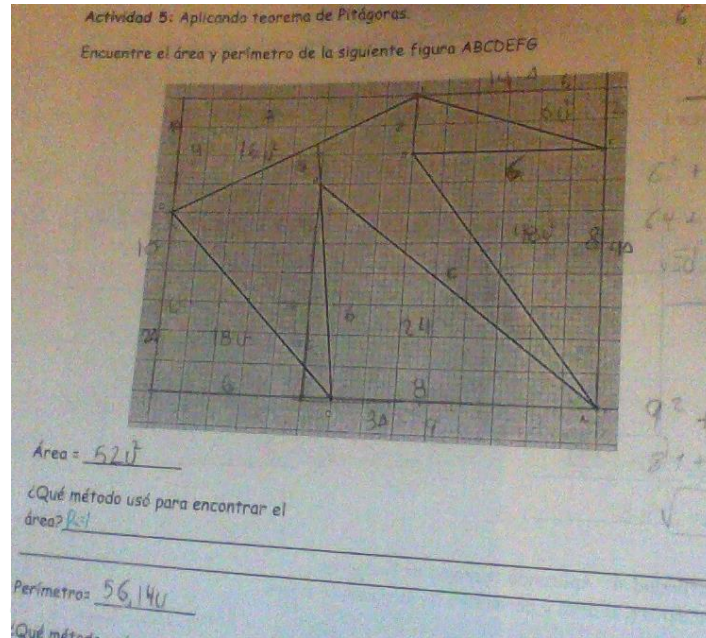


Ilustración 55, estudiante 2.

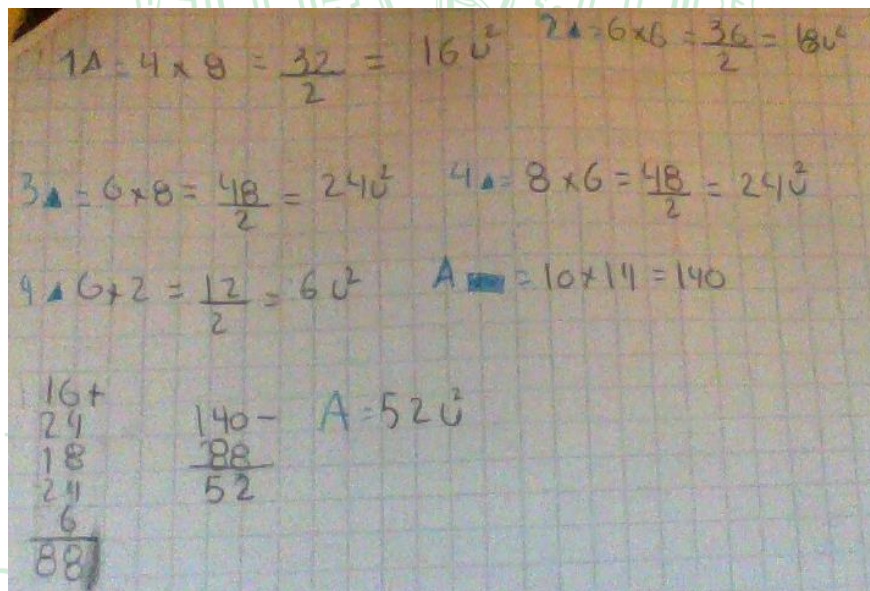


Ilustración 56 - estudiante 2, proceso para hallar área.

$3a = 7^2 + 8^2 = h^2 \quad 49 + 64 = 113 \Rightarrow \sqrt{113} = 11,4$
 $2a = 6^2 + 6^2 = h^2 = 36 + 36 = 72^2 = \sqrt{72} = 8,98$
 $1a = 4^2 + 8^2 = h^2 = 16 + 64 = 80^2 = \sqrt{80} = 8,94$
 $5a = 6^2 + 2^2 = h^2 = 36 + 4 = 40^2 = \sqrt{40} = 6,32$
 $4a = 8^2 + 6^2 = h^2 = 64 + 36 = 100^2 = \sqrt{100} = 10$
 $2a = 6$
 $11,4 + 8,98 + 8,94 + 6,32 + 10 + 6 = 56,14 \text{ U}$

Ilustración 57 - estudiante 2, proceso para hallar perímetro.

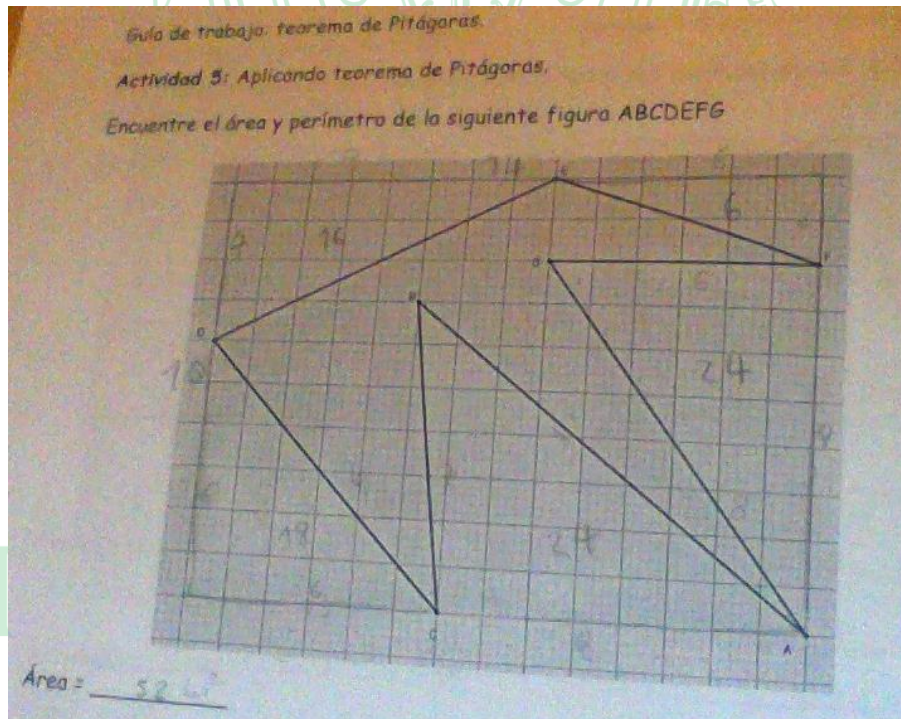


Ilustración 58 - estudiante 3

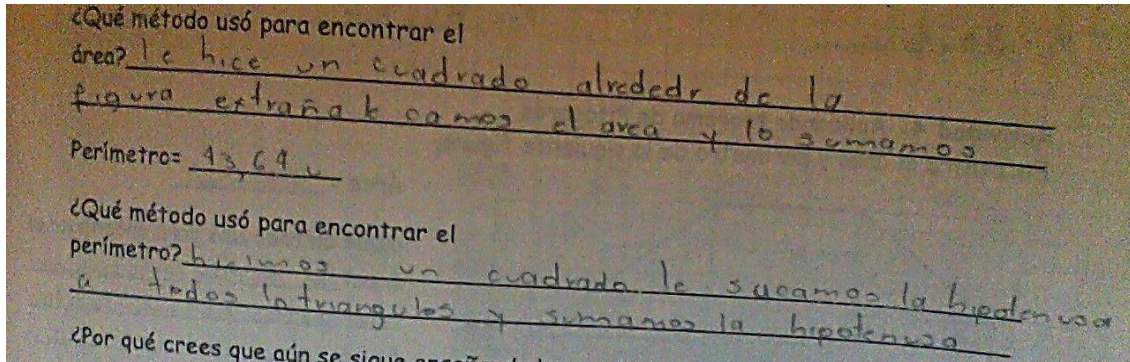


Ilustración 59 - respuestas de estudiante 3.

La tarea fue correctamente ejecutada, además se requería que las estudiantes al descomponer la figura podían encontrar el área y el perímetro, esta descomposición de la figura y con su alrededor, necesitó de triángulos y rectángulo, no fue meramente formado por cuadrados, las estudiantes mostraron la capacidad para hallar el área y el perímetro usando diferentes métodos como se puede ver, la estudiantes al responder las pregunta ¿qué método usó para encontrar el área? Mencionan que:

- Estudiante uno: “le hice un cuadrado alrededor de la figura extraña, le saqué a los triángulos el área y sumé y ya”. Ver ilustración 52.
- Estudiantes dos: No responde con palabras, su procedimiento se analiza a continuación. Ver ilustración 55.
- Estudiantes tres: “le hice un cuadrado alrededor de la figura extraña, le sacamos el área y lo sumamos”. Ver ilustración 59.

En el procedimiento la estudiante uno, halla el área de cada triángulo, escribiendo los valores que se muestran en la imagen, luego suma las áreas que va a extraer del rectángulo que rodea a la figura, tal suma es: $94 u^2$, seguidamente resta ese resultado al área total, el cual es $140 u^2$, obteniendo el área total de la figura, la cual es: $46 u^2$, es evidente



que se aproxima al valor del área real de la figura, porque al dividir 32 entre 2, el resultado fue 18, se intervino y se aclaró la idea, así pues la idea no es quedarnos en este punto, la estudiante descompuso la figura, al área total del rectángulo le resto el área de las partes que descompuso. La estudiante dos, no mencionó que método usó, pero en su procedimiento, también descompuso la figura, haciendo uso del metro del escultor, encontrando cada área para luego sumarla y restarla al área total del rectángulo que está en el borde de la figura, el resultado del área fue: 52 u^2 , otro valor aproximado, ya que al hallar el área del triángulo tres como (ella marcó los triángulos) toma la altura con una longitud de 6 unidades en vez de 7 unidades, al igual que la estudiante uno, se acercan al resultado pero no pierden la idea de medir el área de la figura, la estudiante tres, no muestra un procedimiento, al igual que la estudiante dos, el área de la figura para ella es 52 u^2 . El significado que las estudiantes le dan al concepto de área es explícito, puesto que al asignar unidades de medida correspondientes, no se pierde la idea de encontrar ese valor que hace referencia a la superficie de la figura, esto Vergnaud lo llama, invariantes operatorios, y es a través de esas representaciones simbólicas (procedimientos, lenguaje natural a la hora de explicar que hizo) las que le dan sentido a las tareas, convirtiéndose en el significante, ya se mencionó los tres conjuntos los cuales se proponen para el análisis (tarea, invariante operatorio y representaciones simbólicas). A continuación se analiza como las estudiantes conceptualizaron el perímetro.

Las estudiantes al responder la pregunta: ¿Qué método usó para encontrar el perímetro? mencionan que:

1 8 0 3



- Estudiante uno: “hice un cuadrado, le sacó la hipotenusa a todos los triángulos. Les saqué la hipotenusa, los sumé y ya”. Ver ilustración 52.
- Estudiante dos: No responde, pero si hace el procedimiento. Ver ilustración 57.
- Estudiante tres: “hicimos un cuadrado, le sacamos la hipotenusa a todos los triángulos y sumamos la hipotenusa”. Ver ilustración 59.

La estudiante tres, al usar palabras en plural, como se ve en las respuestas deja claro que está trabajando en grupo con la estudiante uno, puesto que las palabras que usan tienen muchas relación, no son las mismas, además la estudiante tres no muestra proceso, el aprendizaje en grupo y cooperativo es fundamental, puesto que permite que las estudiantes se comuniquen ideas entre sí para construir conocimientos, teniendo en cuenta que el abordaje del teorema de Pitágoras tiene consigo el manejo de ecuaciones, las cuales pueden resultar un poco complejas de comprender por su nivel de abstracción en este sentido, tal como lo propone la serie de Lineamientos Curriculares MEN (1998):

(...)La comunicación juega un papel fundamental, al ayudar a los niños a construir los vínculos entre sus nociones informales e intuitivas y el lenguaje abstracto y simbólico de las matemáticas; cumple también una función clave como ayuda para que los alumnos tracen importantes conexiones entre las representaciones físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbales y mentales de las ideas matemáticas.

Cuando los niños ven que una representación, como puede serlo una ecuación, es capaz de describir muchas situaciones distintas, empiezan a comprender la potencia de las matemáticas; cuando se dan cuenta de que hay formas de representar un problema que son más útiles que otras, empiezan a comprender la flexibilidad y la utilidad de las matemáticas. (p. 74)

Esta utilidad de las matemáticas puede apreciarse en el desarrollo de las distintas tareas, ahora bien, las estudiantes uno y dos, hallaron el perímetro de la misma forma pero



sus resultados fueron diferentes, lo que hicieron fue descomponer la figura en triángulos grandes, al visualizar que los lados de la figura eran la hipotenusa de los triángulos, tomaron los lados correspondientes a cada triángulo, los elevaron al cuadrado, luego los sumaron y a esa suma le hallan la raíz cuadrada, “h” llamaron a todas las hipotenusas de los diferentes triángulos, quizá puede presentar un error al sumas $h + h + h \dots$ pero las estudiantes tomaron los valores de esas haches diferentes y los sumaron, obteniendo resultados diferentes muy cercano uno al otro, las unidades de medida fueron lineales, y correspondientes con la magnitud de la longitud que se midió. Los tres conjuntos en esta parte, fueron: la tarea; qué era hallar el perímetro de la figura, los invariantes operatorios, los cuales fueron esos procesos, como el uso de las ecuaciones y reglas que se cumplen al hallar la hipotenusa en un triángulo rectángulo para así tener la longitud de todos los lado y luego sumarla, esa suma representa la longitud del perímetro de la figura, esto último es el sentido de la tarea, se hace todo un proceso para hallarle lo que se pide. En este caso el perímetro.

El grado de éxito con lo que las estudiantes conceptualizan la medición de área y perímetro en las diferentes tareas se encuentra a la simple vista, en una secuencia de actividades que permitieron que las estudiantes, comprendieran los conceptos, pero en la escolaridad queda algo, ese algo es que las fórmulas a las cuales las estudiantes le tienen pavor, ya no será pavor en ese sentido, cuando se remitan a hallar al área y perímetro de figuras tendrán una idea de descomponerla para aproximarse a la medida exacta, estas estimaciones de área, primero recorren en la mente de la estudiante ideas claras de lo que se quiere lograr, esos esquemas como se ha dicho anteriormente en el análisis de otras



actividades, llevan a la estudiantes a utilizar determinados procesos, a poner a funcionar esos conocimientos previos que durante el desarrollo de las guías han adquirido y aclarado según las evidencias. Al inicio las primeras dificultades era descomponer la figura, lo que se superó inmediatamente con el “método del escultor”, sin embargo, las evidencias no lo mostraron como una dificultad, las estudiantes diferenciaron los conceptos, usando procedimientos diferentes y correspondientes con lo que se pedía, las ilustraciones de las diferentes situaciones se encuentran entretrejidas, donde se puede ver la comprensión y aprendizaje de los conceptos área y perímetro.

Estas tareas permitieron que las estudiantes se relacionaran con objetos, materiales, conceptos, creando esquemas que aportan a la solución de distintas tareas, para sí conceptualizar área y perímetro en ellas mismas, en la serie de lineamientos curriculares para el Área de Matemáticas MEN (1998) se afirma lo siguiente:

(...) Se trata pues de ‘hacer cosas’, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos estén incipientemente contruidos a un nivel suficientemente estable para que los alumnos mismos puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales. (p. 37-38)

Es por lo anterior que se permite decir que surgieron varios indicadores de conceptualización en las estudiantes, son los siguientes:

1 8 0 3



- **Identifican relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.**
- **Hacen dibujos para representar situaciones, resolviendo tareas sobre área y perímetro.**
- **Utilizan diferentes métodos para hallar área y perímetro, diferenciando los conceptos, haciendo uso de las unidades de medidas correspondientes.**
- **Resuelven problemas a través de la descomposición de figuras para luego representar las magnitudes en relación con el área y perímetro.**
- **Usan diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones adictivas.**
- **Reconocen y usan algunas magnitudes a conveniencia para hallar la longitud y el área de algunas figuras, adecuando las unidades que utilizan para medir cantidades.**
- **Describen y argumentan relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, escribiendo su procedimiento y confirmando las respuestas.**



CAPÍTULO 7

HASTA AQUÍ LLEGUÉ.

Este proyecto tuvo como objetivo posibilitar y analizar la comprensión de los conceptos área y perímetro en las estudiantes de grado sexto del Centro Formativo de Antioquia a través de la metodología Aula Taller, para cumplir tal objetivo se tuvo en cuenta la metodología antes mencionada, la sistematización de experiencias desarrolladas en el aula como metodología de investigación y la teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud.

La metodología Aula Taller permitió presentar las guías de trabajo, en las cuales se encontraban las actividades que se realizaron en el espacio aula taller, de manera secuencial, haciendo algunas adaptaciones, posibilitando la comprensión de los conceptos área y perímetro en las estudiantes, esta metodología sirvió como medio para el proceso de conceptualización llevado a cabo por las estudiantes, además se incorporó varios aspectos tratados por Gerard Vergnaud en su teoría de los campos conceptuales, los cuales fueron consecuentes con la implementación de las guías. Esta teoría trazó el camino para describir, interpretar, analizar y sistematizar lo que sucedió en el espacio aula taller (aula), mostrando el dominio progresivo de los conceptos área y perímetro en las estudiantes de grado sexto, donde las estudiantes hicieron uso de los esquemas que fueron construyendo en todo el proceso de aprendizaje con la realización de tareas, así pues las representaciones simbólicas (el sentido que le dan a la tarea, con el lenguaje natural, describiendo con sus propias



palabras lo que sucede o el proceso que llevó a cabo) y los invariantes operatorios (los objetos que las estudiantes usaron para realizar la tarea, relaciones y el análisis que las estudiantes hicieron para darle significado al concepto) son lo que constituyen el referente que hace posible el análisis de la conceptualización de área y perímetro para así basarme en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de competencia en el área de matemáticas y crear los indicadores de conceptualización.

En relación con la unidad de medida, antes de empezar cualquier actividad que implique medición se debe recalcar la importancia de su uso y los problemas que presentaron estas a través de la historia, en el análisis las estudiantes reconocen distintas unidades de medidas y diferencian los conceptos trabajados en este proyecto, comprendiendo cuál puede ser el posible método para encontrar el área y el perímetro de las distintas tareas, esto se refleja en la manera que las estudiantes describen con sus propias palabras lo que sucede cuando cambia la unidad de medida, estableciendo relaciones a partir de lo que observan.

Entendí que la metodología Aula Taller, con sus guías, el material concreto, espacios adecuados para el aprendizaje, contribuyen de manera significativa a la comprensión de los conceptos área y perímetro en las estudiantes de grado sexto, además responden a la pregunta de investigación del cómo comprenden estos conceptos las estudiantes, y es esa metodología que le da sentido a los conocimientos que adquieren las estudiantes, permitiendo que se apropien de nuevos pensamientos matemáticos que se vuelven propios en ellas mismas, este aprendizaje y entendimiento me lo regaló el profesor



Carlos Julio Echavarría y la profesora Catalina Bermúdez desde el momento que empezaron a trabajar con la metodología Aula Taller, al hacer considerar la manera o forma de aplicar actividades a través de esta metodología.

Cabe mencionar que este capítulo se llama “hasta aquí llegué” porque creo que se puede seguir avanzando con la investigación, además este trabajo puede ser fuente de nuevas experiencias en un futuro, ya sea en relación con los conceptos área y perímetro u otros conceptos que pueden ser abordados desde la metodología Aula Taller, así mismo pienso que la práctica profesional debe enfocarse en vivir experiencias en el aula, para así dar sentido a nuestra formación continua como maestros, donde se generan reflexiones y nuevos conocimientos que favorecen la enseñanza y el aprendizaje. De esta investigación quedan preguntas y líneas abiertas, las cuales pueden orientar otros trabajos; ¿Cuáles son las representaciones que los estudiantes deben tener de los conceptos área y perímetro para el desarrollo óptimo de una actividad? ¿Cómo comprender la relación que hay entre perímetro, área y volumen por medio de la metodología Aula Taller? ¿El abordaje de los sistemas de medición convencionales orienta la total construcción de conceptos? o ¿es necesario trabajar con otras magnitudes y sistemas de medición no convencionales para que haya un aprendizaje significativo?



REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

- Alsina, C. Fortuny, J. & Pérez R. (1997) *¿Por qué la geometría? Propuestas didácticas para la ESO*. Madrid, Vallehermoso.
- Álvarez, L. Betancur, Y. & Zuluaga, M. (2009) *Astronomía y meteorología, un camino hacia la comprensión del concepto de variable*. Universidad de Antioquia. Medellín.
- Arenas, M. F (2012) *Propuesta didáctica para la enseñanza de áreas y perímetros en figuras planas*. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. Recuperado en mayo del 2016 de <http://www.bdigital.unal.edu.co/9300/1/5654114.2012.pdf>
- Centro Formativo de Antioquia: <http://centroformativodea.wix.com/cefa>
- D'Amore, B. y Fandiño, M. (2007) *Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes*. Revista Relime. Volumen 10 N°1. pp. 39-68. Recuperado en octubre del 2017 de <http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/607%20%20area%20y%20perimetro.pdf>
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991) *El aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Labor, S.A. Barcelona, Madrid.
- Gamboa, R. & Ballesteros, E. (2010) *La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes*. Costa Rica. Revista electrónica Educare. Volumen XIV. N° 2. pp. 125-142.
- González, J. D (2014) *Comprensión de los conceptos de perímetro y área y la independencia de sus medidas en el contexto de la agricultura del café*. Universidad de Antioquia. Medellín. Recuperado en abril del 2016 de <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/52/1/JC0874.pdf>
- Jara, O. (2003) *Para sistematizar experiencias*. Revista Innovando N° 20. p. 2-10.
- López, L & Suárez, N (2010) *Trabajando la diferencia de los conceptos de área y perímetro con actividades didácticas en alumnos de cuarto grado de primaria*. Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga. Recuperado en abril del 2016 de <http://repositorio.uis.edu.co/jspui/bitstream/123456789/7169/2/133862.pdf>



- Ministerio de Educación Nacional (2006) *Estándares básicos de competencias en Matemáticas*. Colombia. p, 46-95.
- Ministerio de Educación Nacional (1998) *Serie de lineamientos curriculares en matemáticas*, Colombia.
- Moreira, M. A. (2002) *La teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área*. Recuperado en mayo del 2017 de <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf>
- Pratt, M. (2015) *Extensión del modelo de Van Hiele al concepto de área*. Universidad politécnica de Valencia. Valencia.
- Roldan, G. & Rendón, H. J (2014) *Estrategia para el estudio del área y el perímetro de figuras planas articulada al modelo socio crítico para los estudiantes de la Institución Educativa María de los Ángeles Cano*. Universidad de Medellín. Medellín. Recuperado en mayo del 2016 de <http://repository.udem.edu.co/handle/11407/397>
- Romero, A. (2008) *El aula-taller: metodología para la enseñanza y el aprendizaje de la geografía. Estado del arte y consideraciones para su aplicación*. Universidad de Antioquia. Medellín. Recuperado en noviembre del 2016 de <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/522/1/PB/0481.pdf>
- Sadovsky, P. (2005) *La teoría de las situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática, en reflexiones teóricas para la educación matemática*. Recuperado en octubre del 2017 de https://www.fing.edu.uy/grupos/nifcc/material/2015/teoria_situaciones.pdf
- Samper, C. (2003) *Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría*. Universidad pedagógica Nacional. Centro de investigaciones (CIUP). Facultad de ciencia y tecnología. Departamento de matemáticas.
- Sánchez, O. (2014) *Dos colegios de Medellín ponen más alumnos en Universidades públicas*. El tiempo. Medellín. Recuperado en marzo del 2016 de <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-13752976>
- Vasco, C (2006) *Didáctica de las matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.



ANEXOS.

Guía de trabajo: área y perímetro.

ÁREAS Y PERÍMETROS

Utilizaremos nuestro cuerpo, saco con peso, regletas base 10, hojas y lápiz

Desde la aparición del ser humano sobre la tierra surgió la necesidad de contar y medir, el hombre era quien medía y contaba todo con el uso de su cuerpo; con las manos, los pies, ojos y otras medidas a las cuales se les llaman, "medidas antropométricas" y cuando el hombre quería medir la tierra hace 3000 o 4000 años, empezó a desarrollar medidas generales con la ayuda de instrumentos, cuantificando todo lo que estaba a su alrededor, de allí nace el uso y el desarrollo de la geometría. (Geo=tierra, ~~medida~~ medida de la tierra).

El consumo y el comercio llevaron al hombre a implementar medidas justas para que unas personas con intereses un poco descarados, no se beneficiaran más que otros. La religión también tenía su postura, pensando en el bien y el mal, en el antiguo testamento de la Biblia dice: "No cometáis injusticia en los juicios, ni en las medidas de longitud, de peso o de capacidad: tened balanza justa, medida justa y sextario justo". (Levítico 19, p. 35-36).

La incertidumbre a la hora de medir en la antigüedad con diferentes medidas en las culturas y países, lleva a los hombres a crear una normalización de medidas que hasta el día de hoy conocemos y entendemos, con leyes y reglas que le dan orden a nuestros quehaceres en la vida cotidiana.

Actividad 1: **Midiendo con nuestro cuerpo.**

Para nuestra primera medida haremos uso de las piernas. Escogemos el lado más largo del salón, y contamos cuántos pasos hay de un extremo a otro con el paso lo más abierto posible.

¿Cuántos pasos tuvo que dar para ir de extremo a extremo? _____

¿Cuántas medidas antropométricas usamos en el anterior ejemplo para medir el largo de salón?



Guía de trabajo: área y perímetro.

Sin uso del cronometro, cada estudiante contará cuanto tiempo resiste sin respirar.

Nombre:	Tiempo

Toma una hoja del tamaño y forma cualquiera, ahora vas a colocarla sobre la mesa de trabajo las veces que sea necesario para cubrir la superficie total sin que quede algún espacio.

¿Cuántas hojas pudo colocar en la superficie de la mesa?

Reto: Elige una hoja, la cual vas a utilizar para medir de nuevo la mesa de trabajo. La idea es colocarla la mayor cantidad de veces posibles.

¿Cuántas veces pudo colocar la hoja que elegiste? _____

¿Qué pasaría si se elige una hoja muy grande para medir la misma superficie de la mesa?

¿Cuántas palmas de la mano cubren la superficie de la mesa? _____

Lanzamiento de peso.

Con la pelota de peso elegida, haremos un solo lanzamiento desde una línea trazada, esta línea servirá como inicio para contar cuántos pies se desplazó la pelota.

Nombre:	Desplazamiento

Actividad 2: **Conversatorio para llegar a una conciliación.**

Escribe los aportes más significativos del porque es necesario designar unidades de medidas: _____

Guía de trabajo: área y perímetro.

Actividad 3: Uso de regletas Cuisenaire.

Juego libre: usando las regletas puedes armar castillos, monstruos, casas y otras figuras, pon a volar la imaginación y crea tu propia forma.

¿Cuál es la unidad de las regletas? _____

Color										
Unidad-es										

Construye un cuadrado con 4 regletas, solo puedes utilizar dos tipos de regletas. ¿Cuáles regletas utilizó? _____

Construya un triángulo del tamaño que quiera, y explica cómo o con qué estrategia podemos hallarle la medida de cada lado y la medida total de sus lados:

Ubica las regletas en el borde de la mesa de trabajo, y di cuantas unidades hay en todo el bordo: _____

Dibuja la palma de la mano en una hoja, luego llena los espacios con las regletas y escribe cuantas utilizó: _____

Actividad 4: Encuentre el área de las siguientes figuras, según la unidad de medida indicada.



Elaborado por	Jonathan Story Varela Sánchez
Bibliografía	Números, revista de didáctica de las matemáticas. Vol37, p. 19-28 (1999) Witold Kula, Las medidas y los hombres (1999).

Guía de trabajo: área y perímetro.

ÁREAS Y PERÍMETROS


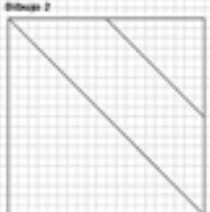
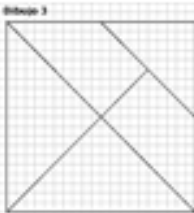
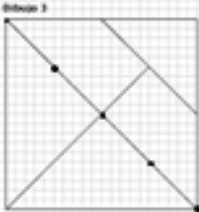
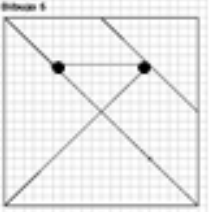
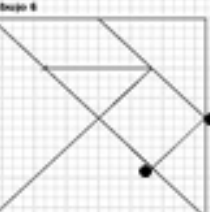

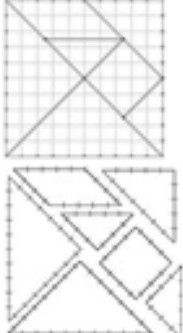
Materiales: Hoja, regla, tijeras, lápiz (Tangram)

El tangram chino es un juego muy antiguo, se cree que su origen fue entre los años 618 y 907 d.c., era llamado "chi chiao pan" que significa "juego de los siete elementos", igual hay muchas confusiones sobre su año de origen y su creador. Este juego geométrico, sirve para construir muchas figuras, además ayuda a mejorar nuestro razonamiento lógico, atención, orientación espacial, percepción visual, memoria, entre otras grandiosas capacidades que los humanos tenemos.

Actividad 1: construcción del tangram

Sugerencia: trabajar en una hoja cuadrícula, donde sus cuadrículas midan 0.5cm por lado.

Pasos

<p>1. Dibuja un cuadrado que tenga 10 centímetros en cada lado.</p> 	<p>2. Traza una de las diagonales del cuadrado y la recta que une los puntos medios de dos lados consecutivos del cuadrado; esta recta debe ser paralela a la diagonal.</p> 	<p>3. Dibuja la otra diagonal del cuadrado y llévala hasta la segunda línea.</p> 	<p>4. La primera diagonal que trazaste deberás partirlo en cuatro partes iguales.</p> 
<p>5. Traza la recta que se muestra, uniendo los dos puntos que se muestran.</p> 	<p>6. Traza la recta uniendo los puntos que se muestran.</p> 	<p>7. Marca cada 1cm (o de dos cuadrados pequeños), como se muestra en el dibujo siguiente. Para marcar las diagonales necesariamente deberás usar una regla.</p> 	<p>8. Luego une los puntos marcados y recorta las piezas.</p> 



Guía de trabajo: área y perímetro.

Actividad 2: reconocimiento de las fichas

1. El tangram: ¿Cuántas fichas tiene? _____

¿Qué forma tienen las fichas?

Forma:

Cantidad:

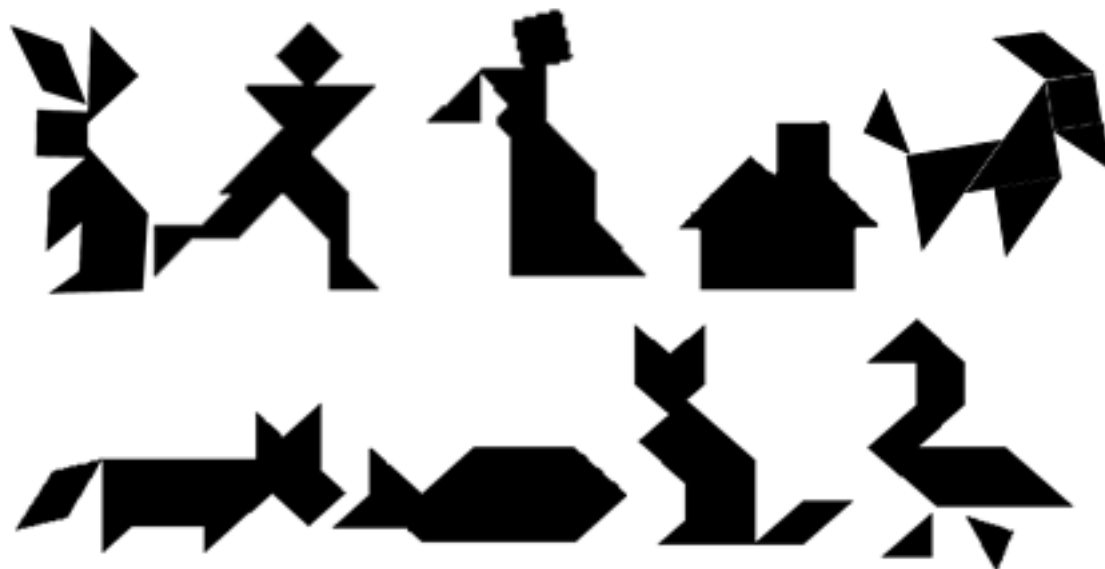
Hay alguna forma con diferentes tamaños, ¿cuál? ¿cuántos y cuáles tamaños?

Actividad 3: Juego

Utilice todas las fichas del tangram, arme las siguientes figuras y copia su nombre



De las siguientes figuras, escoge dos y ármalas:



Guía de trabajo: área y perímetro.

Actividad 4: Perímetro y Área

La palabra perímetro viene del griego peri (alrededor) y metro (medida). Podemos utilizar esta palabra para referirnos a la distancia o longitud del contorno de una superficie o una figura, el perímetro en otras palabras es la suma de todos los lados de una superficie o una figura. Para medir el perímetro se debe elegir una unidad de medida, esta será la distancia entre dos intersecciones consecutivas a lo largo de una línea.

La palabra área viene de terreno seco, un espacio donde se sembraba cereal, se remite más a un lenguaje agrícola, podemos referirnos a esta palabra cuando hablamos de una extensión de una superficie. Para medir una superficie se debe elegir una unidad de medida, esta será un cuadrado cuyo lado es la unidad de longitud.

Para determinar el perímetro o el área de una figura, se debe definir la unidad de medida, luego se debe contar cuántas veces cabe la unidad de medida en la extensión del contorno o de la superficie.

Contemos:

- Unidad de medida del perímetro



¿Cuántos centímetros suman los cuatro lados del cuadrado formado por las siete figuras?

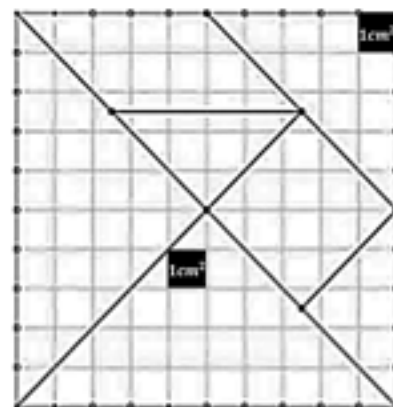
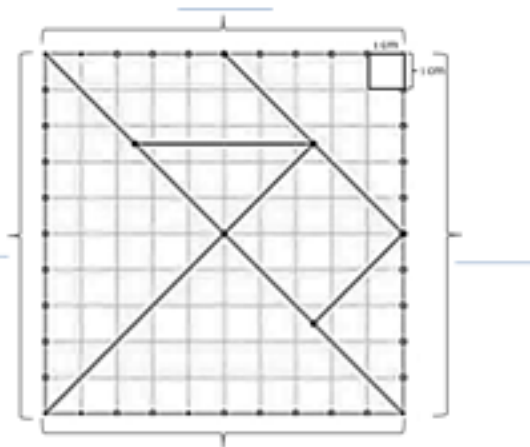
Copia en las líneas los centímetros correspondientes a cada lado.

- Unidad de medida del área



¿Cuántos cuadros forman el tangram?

¿Cuál es el área del tangram?





Guía de trabajo: área y perímetro.

Completa la siguiente tabla

Fichas del tangram	Perímetro en cm	Área
Cuadrado		
Triángulo pequeño		
Triángulo mediado		
Triángulo grande		
Paralelogramo		

En la actividad 3, elige una figura, determina el área y el perímetro de esta.

Figura:

1. _____ área: _____ perímetro: _____

¿Por qué crees que el área de la figura tiene ese valor?

¿Por qué crees que el perímetro de la figura tiene ese valor?

Actividad 5: **comparar**

1. Toma los triángulos pequeños y orgánízalos de tal manera que se obtenga una forma diferente a ellos ¿cuáles formas puedo obtener? _____

¿Cuántos triángulos pequeños caben en el cuadrado? _____

¿Cuántos triángulos pequeños caben en el paralelogramo? _____

¿Cuántos triángulos pequeños caben en el triángulo mediado? _____

¿Cuántos triángulos pequeños caben en el triángulo grande? _____

2. Arma de nuevo el cuadrado con todas las fichas del tangram y responde:

¿Cuántos triángulos pequeños caben en el cuadrado armado? _____

¿Cómo llamarías la ficha con la que midió en la pregunta anterior?

DE ANTIOQUIA

Elaborado por	Jonathan Story Varela Sánchez
Bibliografía	Material didáctico para la enseñanza - aprendizaje de conceptos de matemáticas. Selva María, 2007

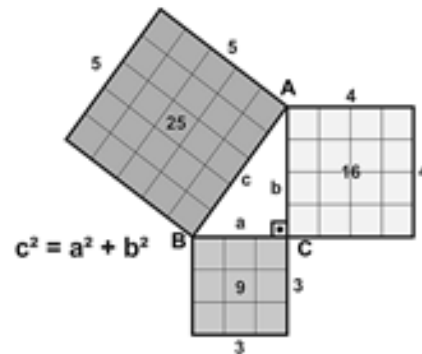
ÁREAS Y PERÍMETROS

Materiales: Papel cuadriculado, regla, colbón, tijeras y lápiz.

Teorema de Pitágoras: Sin duda alguna has escuchado mencionar este teorema en el ámbito académico, famoso por su aplicabilidad y su historia, este teorema se desarrolla formalmente en el siglo VI a. c., se le atribuye a Pitágoras, un filósofo, astrónomo, físico, matemático, músico... y viajero de la antigua Grecia. La afirmación anterior se cuestiona un poco, puesto que existen escritos donde el teorema era utilizado 1500 años atrás en Mesopotamia, Babilonia, Egipto y en otras partes del mundo. Además Pitágoras no se sabe bien si era: un hombre, una escuela, un mediador entre la sociedad y los dioses, rumoran que era una secta religiosa. Dejando atrás los misterios y las leyendas que rodean a este sabio Griego, sabemos que fue fuente de inspiración para desarrollar grandes aportes en la geometría y otras áreas de conocimiento, que hasta el día de hoy se enseñan.

Recordando el teorema de Pitágoras:

Si el triángulo ABC es un triángulo rectángulo entonces el área del cuadrado que tiene por lado la hipotenusa (c), es igual a la suma de las áreas de los cuadrados que tienen por lados los catetos (a y b). Si $c^2 = a^2 + b^2$ entonces el ΔABC es rectángulo.



Ahora elige uno de los siguientes triángulos rectángulos y dibuja en papel cuadriculado con las unidades correspondientes, se recomienda dibujar a c (hipotenusa) en un cuadrado a parte y luego recortarlo. (Socializar respuestas).

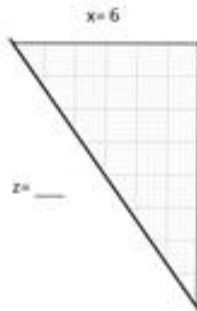
1. $c=10, a=6$ y $b=8$.

2. $c=13, a=12$ y $b=5$.

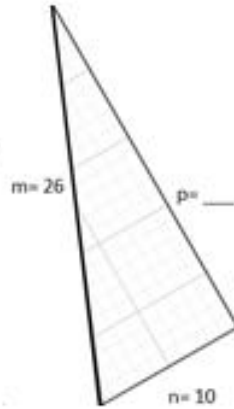


Actividad 1: Perímetro.

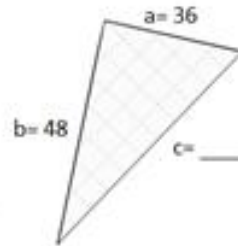
Encuentre el valor de la letra faltante y diga cuál es el perímetro de dicho triángulo.



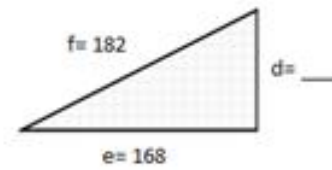
Perímetro: _____



Perímetro: _____



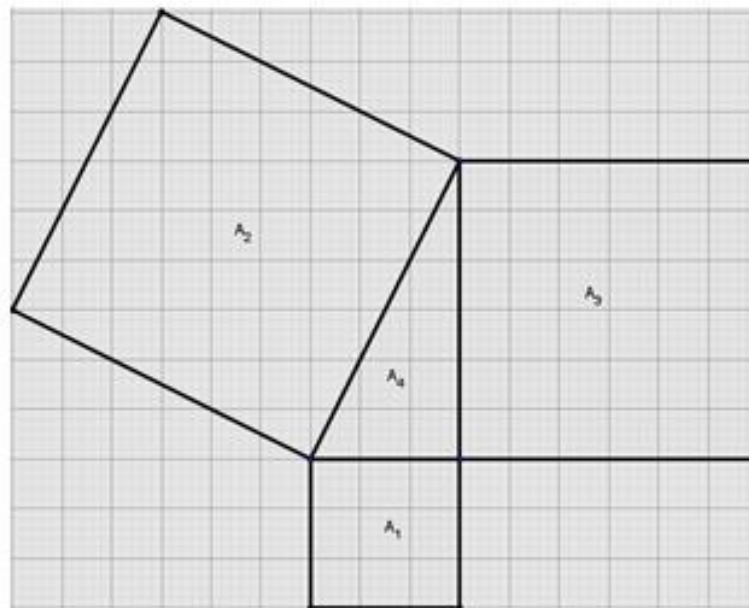
Perímetro: _____



Perímetro: _____

Actividad 2: Área

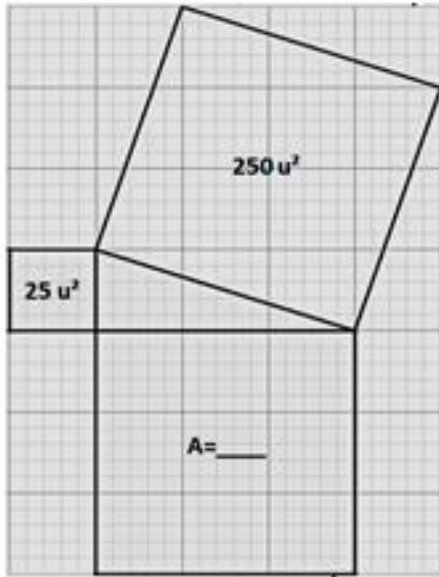
Dados: $A_1 = 9u^2$ y $A_3 = 36u^2$, encuentre: A_2 y A_4 (mostrar el proceso en hojas)





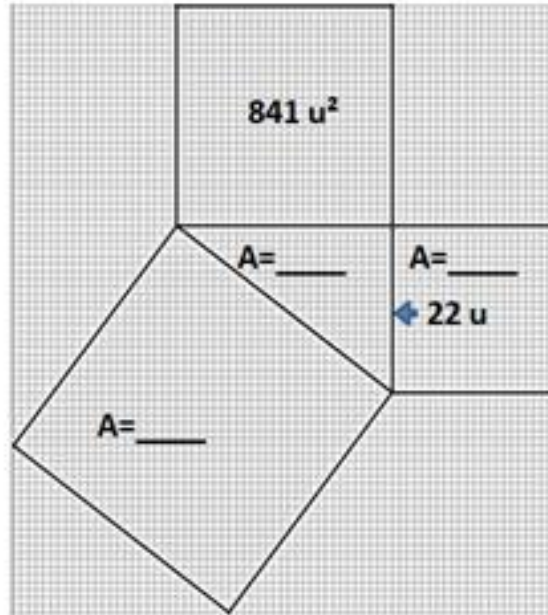
Guía de trabajo: teorema de Pitágoras.

Actividad 3: Calcule las áreas faltantes, el área y el perímetro de cada triángulo.



$A_{\Delta} = \underline{\hspace{2cm}}$

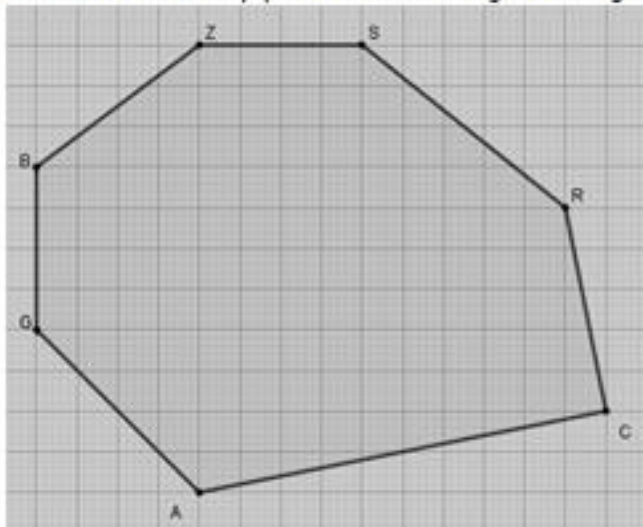
$P_{\Delta} = \underline{\hspace{2cm}}$



$A_{\Delta} = \underline{\hspace{2cm}}$

$P_{\Delta} = \underline{\hspace{2cm}}$

Actividad 4: Aplicando teorema de Pitágoras. Encuentre el área y perímetro de la siguiente figura.



Área = $\underline{\hspace{2cm}}$

¿Qué método usó para encontrar el área? $\underline{\hspace{4cm}}$

$\underline{\hspace{4cm}}$
 $\underline{\hspace{4cm}}$

Perímetro: $\underline{\hspace{2cm}}$

¿Qué método usó para encontrar el perímetro? $\underline{\hspace{4cm}}$

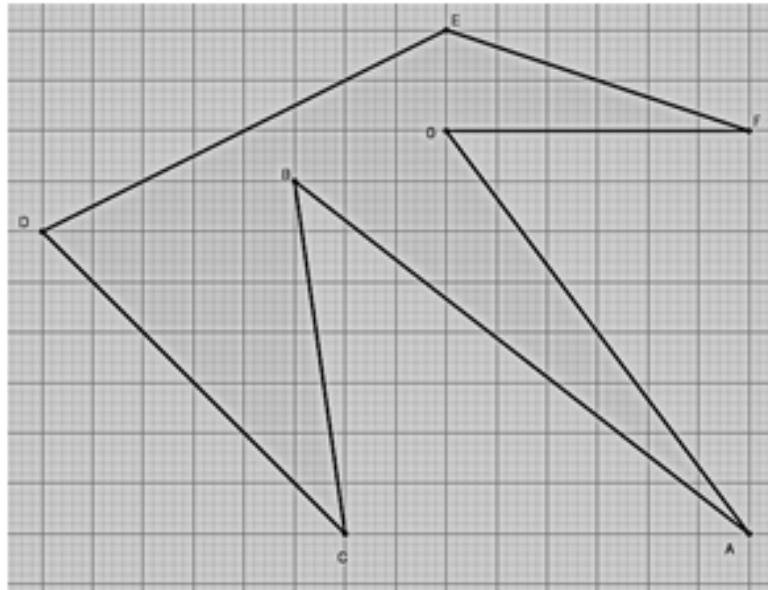
$\underline{\hspace{4cm}}$
 $\underline{\hspace{4cm}}$



Guía de trabajo: teorema de Pitágoras.

Actividad 5: Aplicando teorema de Pitágoras.

Encuentre el área y perímetro de la siguiente figura ABCDEFG



Área = _____

¿Qué método usó para encontrar el área? _____

Perímetro= _____

¿Qué método usó para encontrar el perímetro? _____

¿Por qué crees que aún se sigue enseñando hoy en día este teorema?

Elaborado por	Jonathan Story Varela Sánchez (2017)
Bibliografía	Historia y mitos del teorema de Pitágoras. s.f.