Revista Colombiana de Física,Vol. 41, No.3, Octubre 2009

Un Modelo 331 sin Universalidad Leptonica

A model 331 without lepton universality

J.A. Herrera [a], R.H Benavides [a] W.A. Ponce [a]

[a] *Grupo de Fenomenología de Interacciones Fundamentales, Instituto de Física, Universida de Antioquia, Medellín, Colombia.*

Recibido 23 de Oct. de 2007; Aceptado 2 de Sep. de 2009; Publicado en línea 30 de Sep. 2009

Resumen

Se realiza un análisis de un modelo de tres familias basado en el grupo gauge local $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ sin universalidad en el sector leptónico. Se introduce un conjunto de cuatro tripletes escalares de Higgs, los que combinados con una simetría discreta producen un espectro adecuado de masa para los quarks.

Palabras Clave: Extensiones del Modelo Estandar, Higgses

Abstract

An analysis of the three-family model based on the local gauge group $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$ without lepton universality is carried out. The introductionof a set of four Higgs scalar triplets, combined whith an anomaly-free discrete symetry, produces an appropiate quark mass spectrum.

Keywords: Extensions of the Standard Model, Higgses

1. Introducción

Existen diversas extensiones del Modelo Estándar (MS), varias de ellas basadas en el grupo gauge local $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, las que suelen denominarse modelos 3-3-1 que son consistentes con la fenomenología de bajas energías y con modelos que son libres de anomalías. De acuerdo a la cancelación de anomalías se distinguen dos clases de modelos: aquellos que cancelan anomalías familia por familia y los que cancelan anomalías entre familias. La evidencia experimental indica la existencia de tres familias y una de las características más importantes de los modelos 3-3-1 interfamiliares es que logran explicar porque el número de familias debe ser tres. En el presente trabajo mostramos algunos de los resultados que se obtuvieron en el análisis de un modelo 3-3-1 de tres familias, el cual no presenta cargas eléctricas exóticas ni universalidad en el sector leptónico y que por su riqueza en el contenido fermiónico lo denominaremos modelo 3-3-1 barroco.

2. El Modelo Barroco

La expresión más general para el generador de carga eléctrica en los modelos 3-3-1, se escribe

$$Q = a\frac{\lambda_{3L}}{2} + b\frac{\lambda_{8L}}{\sqrt{3}} + XI_3 \qquad (1)$$

donde λ_{iL} corresponden a las matrices de Gell-Mann, $a = 1$ se fija de tal forma que se obtenga el isospín usual $SU(2)_L$ de la interacción electrodébil, y si restringimos el estudio a modelos que no contengan cargas eléctricas exóticas, $b = \pm\frac{1}{2}$, entonces el número de modelos es finito. Para todos estos modelo el sector de bosones gauge es el mismo [1]. El parámetro X corresponde a la hipercarga de $U(1)_X$ la cual se fija de tal forma que garantice la cancelación de anomalías en el modelo. El modelo 3-3-1 que denominamos barroco corresponde al siguiente contenido de partículas [1]:

$$Q_L^3 = (d^3, u^3, U)_L^T \sim (3, 3^*, 1/3)), \tag{2a}$$
$$Q_L^i = (u^i, d^i, D^i)_L^T \sim (3, 3, 0),\ i = 1, 2, \tag{2b}$$

Con los quarks derechos dados por:

$$u_L^{ac}, U_L^c \sim (3^*, 1, -2/3) \quad con\ a = 1, 2, 3 \tag{3a}$$
$$d_L^{ac}, D_L^{ic} \sim (3^*, 1, 1/3) \quad con\ a = 1, 2, 3\ e\ i = 1, 2 \tag{3b}$$

El contenido de leptones está dado por los siguientes cinco tripletes de $SU(3)_L$:

$$L_{1L} = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ e_1^- \\ E_1^- \end{pmatrix} \sim \left(1, 3, -\frac{2}{3}\right) \tag{4a}$$

$$L_{2L} = \begin{pmatrix} e_2^- \\ \nu_2 \\ N_1^0 \end{pmatrix}, L_{3L} = \begin{pmatrix} e_3^- \\ \nu_3 \\ N_2^0 \end{pmatrix} \sim \left(1, 3^*, -\frac{1}{3}\right), \left(1, 3^*, -\frac{1}{3}\right) \tag{4b}$$

$$L_{4L} = \begin{pmatrix} E_2^- \\ N_3^0 \\ N_4^0 \end{pmatrix}, L_{5L} = \begin{pmatrix} N_5^0 \\ E_2^+ \\ e_3^+ \end{pmatrix} \sim \left(1, 3^*, -\frac{1}{3}\right), \left(1, 3^*, \frac{2}{3}\right) \tag{4c}$$

y los singletes de $SU(3)_L$:

$$e_1^+, E_1^+, e_2^+ \sim (1, 1, 1), (1, 1, 1), (1, 1, 1) \tag{5}$$

Nótese en el modelo, aporte de los leptones ordinarios $e_1, e_2, e_3, \nu_1, \nu_2$ y ν_3 (con sus componentes izquierdas dobletes de $SU(2)_L$) la existencia de siete leptones exóticos, dos de ellos cargados E_1 y E_2, 5 neutrinos exóticos $N_1^0, N_2^0, N_3^0, N_4^0, N_5^0$ dos de ellos, N_3^0 y N_5^0 portadores de isopin débil $I_W = \frac{1}{2}$ y en el sector de los quarks tres quarks exóticos dos tipo Down D_1 y D_2 y un quark tipo Up U .

3.El sector escalar

Los campos escalares de Higgs que se utilizan para romper la simetría y dar masas a los fermiones de la teoría, con sus respectivos valores de espectación en el vacío, son:

$$\begin{aligned}
\langle\phi_1^T\rangle &= \langle(\phi_1^+, \phi_1^0, \phi_1^{'0})\rangle = \langle(0, 0, v_1)\rangle \sim (1, 3, 1/3) \\
\langle\phi_2^T\rangle &= \langle(\phi_2^+, \phi_2^0, \phi_2^{'0})\rangle = \langle(0, v_2, 0)\rangle \sim (1, 3, 1/3) \\
\langle\phi_3^T\rangle &= \langle(\phi_3^0, \phi_3^-, \phi_3^{'-})\rangle = \langle(v_3, 0, 0)\rangle \sim (1, 3, -2/3) \\
\langle\phi_4^T\rangle &= \langle(\phi_4^+, \phi_4^0, \phi_4^{'0})\rangle = \langle(0, 0, V)\rangle \sim (1, 3, 1/3),
\end{aligned} \tag{6}$$

Con $V \backsim 1TeV \gg v_i \backsim 10^2 GeV,\ i = 1, 2, 3.$ Asociados a este modelo se encuentran tres corrientes cargadas y tres neutras (una de ellas la electromagnética J_{em}^μ), las cuales estan dadas por:

$$\begin{aligned}
H_{CC} = \frac{g_3}{\sqrt{2}}[&\omega_\mu^+(\overline{\nu}_{1L}\gamma^\mu e_{1L}^- - \overline{\nu}_{2L}^-\gamma^\mu e_{2L}^- - \overline{u}_{3L}\gamma^\mu d_{3L} \\
&+ \overline{u}_{jL}\gamma^\mu d_{jL} - \overline{\nu}_{3L}^-\gamma^\mu e_{3L}^- - \overline{N}_{3L}^0\gamma^\mu E_{2L}^- - \overline{E}_L^+\gamma^\mu N_{5L}^0) \\
&+ \kappa_\mu^+(\overline{\nu}_{1L}\gamma^\mu E_{1L}^- - \overline{N}_{1L}^0\gamma^\mu e_{2L}^- - \overline{U}_L\gamma^\mu d_{3L} + \overline{u}_{jL}\gamma^\mu D_{jL} \\
&- \overline{N}_{2L}^0\gamma^\mu e_{3L}^- - \overline{N}_{4L}^0\gamma^\mu E_{2L}^- - \overline{e}_{3L}^+\gamma^\mu N_{5L}^0) + \kappa_\mu^0(\overline{e}_{1L}^-\gamma^\mu E_{1L}^- \\
&- \overline{N}_{2L}^0\gamma^\mu\nu_{2L} - \overline{U}_L\gamma^\mu U_L + \overline{d}_{jL}\gamma^\mu D_{jL} - \overline{N}_{2L}^0\gamma^\mu\nu_{3L} \\
&- \overline{N}_{4L}^0\gamma^\mu N_{3L}^0 - \overline{e}_{3L}^+\gamma^\mu E_{2L}^+) + h.c.]
\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
J^\mu em = [&-\overline{e}_1^-\gamma^\mu e_1^- - \overline{E_1}^-\gamma^\mu E_1^- - \frac{1}{3}\overline{d}_3\gamma^\mu d_3 + \frac{2}{3}\overline{u}_3\gamma^\mu u_3 \\
&+ \frac{2}{3}\overline{U}\gamma^\mu U + \frac{2}{3}\overline{u}_j\gamma^\mu u_j - \frac{1}{3}\overline{d}_j\gamma^\mu d_j - \frac{1}{3}\overline{D}_j\gamma^\mu D_j \\
&- \overline{e}_2^-\gamma^\mu e_2^- - \overline{e}_3^-\gamma^\mu e_3^- - \overline{E}_2^-\gamma^\mu E_2^- + h.c.]
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
J_L^\mu(Z) = \frac{1}{2}[&\overline{\nu}_{1L}\gamma^\mu\nu_{1L} - \overline{e}_{1L}^-\gamma^\mu e_{1L}^- - \overline{e}_{2L}^-\gamma^\mu e_{2L}^- + \overline{\nu}_{2L}\gamma^\mu\nu_{2L} \\
&- \overline{d}_{3L}\gamma^\mu d_{3L} + \overline{u}_{3L}\gamma^\mu u_{3L} + \overline{u}_{jL}\gamma^\mu u_{jL} - \overline{d}_{jL}\gamma^\mu d_{jL} \\
&- \overline{e}_{3L}^-\gamma^\mu e_{3L}^- + \overline{\nu}_{3L}\gamma^\mu\nu_{3L} - \overline{E}_{2L}^-\gamma^\mu E_{2L}^- + \overline{N}_{3L}^0\gamma^\mu N_{3L}^0 + h.c.]
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
J_L^\mu(Z') = S_{2W}^{-1}(&\overline{\nu}_{1L}\gamma^\mu\nu_{1L} - \overline{e}_{2L}^-\gamma^\mu e_{2L}^- - \overline{d}_{3L}\gamma^\mu d_{3L} + \overline{u}_{jL}\gamma^\mu u_{jL} \\
&- \overline{e}_{3L}^-\gamma^\mu e_{3L}^- - \overline{E}_{2L}^-\gamma^\mu E_{2L}^- - \overline{N}_{5L}^0\gamma^\mu N_{5L}^0) + T_{2W}^{-1}(\overline{e}_{1L}^-\gamma^\mu e_{1L}^- \\
&- \overline{\nu}_{1L}\gamma^\mu\nu_{1L} - \overline{u}_{3L}\gamma^\mu u_{3L} + \overline{d}_{jL}\gamma^\mu d_{jL} - \overline{\nu}_{3L}\gamma^\mu\nu_{3L} \\
&- \overline{N}_{3L}^0\gamma^\mu N_{3L}^0 - \overline{E}_{2L}^+\gamma^\mu E_{2L}^+) - T_W^{-1}(\overline{E}_{1L}^-\gamma^\mu E_{1L}^- \\
&- \overline{N}_{1L}^0\gamma^\mu N_{1L}^0 - \overline{U}_L\gamma^\mu U_L + \overline{D}_{jL}\gamma^\mu D_{jL} - \overline{N}_{2L}^0\gamma^\mu N_{2L}^0 \\
&- \overline{N}_{4L}^0\gamma^\mu N_{4L}^0 - \overline{e}_{3L}^+\gamma^\mu e_{3L}^+) + h.c.
\end{aligned} \tag{10}$$

donde $S_{2W} = 2S_W C_W,\ T_{2W} = S_{2W}/C_{2W},$ con S_W^2 el ángulo de mezcla electrodébil. Además se ha utilizado $T_{3f} = Dg(1/2, -1/2, 0),$ la tercera componente del isoespín débil y $T_{3f}' = Dg(S_{2W}^{-1}, T_{2W}^{-1}, -T_W^{-1}),$ una matriz diagonal $3 \times 3,$ las cuales actúan en la representación 3 de $SU(3)_L$ (se utiliza sus valores negativos al actuar en la representación 3^*, lo cual también se cumple para la matriz T_{3f}). La corriente $J_\mu(Z)$ es la generalización de la corriente débil presente en el MS. Los acoples de los bosones gauge Z_1^μ y $Z_2^\mu,$ autoestados de sabor vienen dados por:

$$\begin{aligned}
H^{NC} &= \frac{g_3}{2C_W}\sum_{i=1}^{2} Z_i^\mu \sum_f \{\bar{f}\gamma_\mu[a_{iL}(f)(1-\gamma_5) + a_{iR}(f)(1+\gamma_5)]f\} \\
&= \frac{g_3}{2C_W}\sum_{i=1}^{2} Z_i^\mu \sum_f \{\bar{f}\gamma_\mu[g(f)_{iV} - g(f)_{iA}\gamma_5]f\},
\end{aligned} \tag{11}$$

f	$g(f)_{1V}$	$g(f)_{1A}$	$g(f)_{2V}$	$g(f)_{2A}$
e_1	$C_\Theta(-\frac{1}{2}+2S_W^2)-\rho(\frac{1}{2}+S_W^2)S_\Theta$	$C_\Theta(-\frac{1}{2})-\rho(\frac{1}{2}-S_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{1}{2}+2S^2W\right)-\rho\left[\frac{1}{2}+S^2W\right]C_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{1}{2}\right)-\rho\left[\frac{1}{2}-S^2W\right]C_\Theta$
E_1	$C_\Theta(2S_W^2)+\rho(1-3S_W^2)S_\Theta$	$-\rho(-C_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(2S^2W\right)-\rho\left[-1+3S^2W\right]C_\Theta$	$-\rho\left[-C^2W\right]C_\Theta$
ν_1	$C_\Theta(\frac{1}{2})+\rho(-\frac{1}{2})S_\Theta$	$C_\Theta(\frac{1}{2})-\rho(\frac{1}{2})S_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}\right)-\rho\left[\frac{1}{2}\right]C_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}\right)-\rho\left[\frac{1}{2}\right]C_\Theta$
N_1^0, N_2^0, N_4^0	$\rho(-C_W^2)S_\Theta$	$-\rho(C_W^2)S_\Theta$	$-\rho\left[C^2W\right]C_\Theta$	$-\rho\left[C^2W\right]C_\Theta$
ν_2, ν_3, N_3	$C_\Theta(\frac{1}{2})+\rho(\frac{1}{2}-S_W^2)S_\Theta$	$C_\Theta(\frac{1}{2})-\rho(-\frac{1}{2}+S_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}\right)-\rho\left[-\frac{1}{2}+S^2W\right]C_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}\right)-\rho\left[-\frac{1}{2}+S^2W\right]C_\Theta$
e_2	$C_\Theta(-\frac{1}{2}+2S_W^2)-\rho(-\frac{1}{2}+2S_W^2)S_\Theta$	$C_\Theta(-\frac{1}{2})-\rho(-\frac{1}{2})S_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{1}{2}+2S^2W\right)-\rho\left[-\frac{1}{2}+2S^2W\right]C_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{1}{2}\right)-\rho\left[-\frac{1}{2}\right]C_\Theta$
e_3	$C_\Theta(-\frac{1}{2}+2S_W^2)+\rho(\frac{3}{2}-3S_W^2)S_\Theta$	$C_\Theta(-\frac{1}{2})+\rho(\frac{1}{2}-C_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}+2S^2W\right)-\rho\left[-\frac{3}{2}+3S^2W\right]C_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}\right)+\rho\left[\frac{1}{2}-C^2W\right]C_\Theta$
E_2	$C_\Theta(-1+2S_W^2)-\rho(S_W^2)S_\Theta$	$\rho(C_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(-1+2S^2W\right)-\rho\left[S^2W\right]C_\Theta$	$\rho\left[C^2W\right]C_\Theta$
N_5^0	$C_\Theta(-\frac{1}{2})+\rho(\frac{1}{2})S_\Theta$	$C_\Theta(-\frac{1}{2})-\rho\left(-\frac{1}{2}\right)S_\Theta$	$S_\Theta\left(\frac{1}{2}\right)+\rho\left(\frac{1}{2}\right)C_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{1}{2}\right)-\rho\left(-\frac{1}{2}\right)C_\Theta$
d^3	$C_\Theta(-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}S_W^2)-\rho(-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}S_W^2)S_\Theta$	$C_\Theta(-\frac{1}{2})-\rho(-\frac{1}{2})S_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}S^2W\right)-\rho\left[-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}S^2W\right]C_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{1}{2}\right)-\rho\left[-\frac{1}{2}\right]C_\Theta$
d^i	$C_\Theta(-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}S_W^2)-\rho(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}S_W^2)S_\Theta$	$C_\Theta(-\frac{1}{2})-\rho(\frac{1}{2}-S_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{1}{2}+\frac{2}{3}S^2W\right)-\rho\left[\frac{1}{2}-\frac{1}{3}S^2W\right]C_\Theta$	$S_\Theta\left(-\frac{1}{2}\right)-\rho\left[\frac{1}{2}-S^2W\right]C_\Theta$
D^i	$C_\Theta(\frac{2}{3}S_W^2)-\rho(-1+\frac{5}{3}S_W^2)S_\Theta$	$-\frac{1}{\sqrt{-C_W^2}}(-C_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{2}{3}S^2W\right)-\rho\left[-1+\frac{5}{3}S^2W\right]C_\Theta$	$-\rho\left[-C^2W\right]C_\Theta$
u^3	$C_\Theta(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}S_W^2)-\rho(-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}S_W^2)S_\Theta$	$C_\Theta(\frac{1}{2})-\rho(-\frac{1}{2}+S_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}S^2W\right)-\rho\left[-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}S^2W\right]C_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}\right)-\rho\left[-\frac{1}{2}+S^2W\right]C_\Theta$
u^i	$C_\Theta(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}S_W^2)-\rho(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}S_W^2)S_\Theta$	$C_\Theta(\frac{1}{2})-\rho\left(\frac{1}{2}\right)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}S^2W\right)-\rho\left[\frac{1}{2}-\frac{4}{3}S^2W\right]C_\Theta$	$-S_\Theta\left(\frac{1}{2}\right)-\rho\left[\frac{1}{2}\right]C_\Theta$
U	$C_\Theta(-\frac{4}{3}S_W^2)-\rho(1-\frac{7}{3}S_W^2)S_\Theta$	$-\rho(C_W^2)S_\Theta$	$-S_\Theta\left(-\frac{4}{3}S^2W\right)-\rho\left[1-\frac{7}{3}S^2W\right]C_\Theta$	$-\rho\left[C^2W\right]C_\Theta$

Tabla 1
En los acoples g_{iV}, g_{iA}, se ha tomado $\rho = \frac{1}{\sqrt{3-4S_W^2}}, C_\Theta = \cos\,\theta, S_\Theta = \sin\,\theta$.

$$
\begin{aligned}
a_{1L}(f) &= \cos\theta(T_{3f} - q_f S_W^2) + \frac{g' \operatorname{sen}\theta C_W}{g\sqrt{3}}(q_f T_W - T_{9f}), \\
a_{1R}(f) &= q_f S_W \left(-\cos\theta S_W + \frac{g' \operatorname{sen}\theta}{g\sqrt{3}}\right), \\
&donde: \\
a_{2L}(f) &= -\operatorname{sen}\theta(T_{3f} - q_f S_W^2) + \frac{g' \cos\theta C_W}{g\sqrt{3}}(q_f T_W - T_{9f}), \\
a_{2R}(f) &= q_f S_W \left(\operatorname{sen}\theta S_W + \frac{g' \cos\theta}{g\sqrt{3}}\right),
\end{aligned}
\tag{12}
$$

$$
g(f)_{iV} = a(f)_{iL} + a(f)_{iR}; \quad g(f)_{iA} = a(f)_{iL} - a(f)_{iR} \tag{13}
$$

con θ el ángulo de mezcla entre Z y Z', los bosones gauge en la base electrodébil. Los valores de los acoples vectoriales y axiales del modelo g_{iV}, g_{iA} con $i = 1, 2$ se listan en la Tabla 1.

4. Masa para los fermiones

La introducción de los escalares en la sección rompe en forma apropiada la simetría y al mismo tiempo, produce términos de masa para los fermiones vía interacciones de Yukawa. Con el fin de restringir el número de acoples de Yukawa, y producir un espectro de masas realista, se introduce una anomalía discreta Z_2 con la siguiente asignación de cargas.

$$
\begin{aligned}
Z_2(Q_L^a, \phi_2, \phi_3, \phi_4, u_L^{ic}, d_L^{ac}, E_{lL}^+) = 1 \\
Z_2(\phi_1, u_L^{3c}, U_L^{ic}, D_L^c, L_{lL}, l_L^+) = 0,
\end{aligned}
\tag{14}
$$

donde $a = 1, 2, 3$, $i = 1, 2$ y $l = e, \mu, \tau$ tres índices de familia.

El lagrangiano invariante de Yukawa más general que se puede construir para el sector de quarks Up esta dado por:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\mathcal{Y}} = &\sum_{\alpha=1,2,4} \overline{Q_L^3} \phi_\alpha C \left(h_\alpha^U U_L^c + \sum_{a=1}^{3} h_{a\alpha}^u u_L^{ac} \right) \\
&+ \sum_{i=1}^{2} \overline{Q_L^i} \phi_3^* C \left(h_i'^u U_L^c + \sum_{a=1}^{3} h_{ia}^u u_L^{ac} \right) + h.c.
\end{aligned}
\tag{15}
$$

donde los $h's$ corresponden a los acoples de Yukawa y C es el operador de conjugación de carga. Así, en la base (u^1, u^2, u^3, U), y usando la simetría Z_2, se obtiene la siguiente matriz de masa a nivel de árbol para el quark Up:

$$
M_u = \begin{pmatrix}
0 & 0 & h_{13}^u v_3 & h_1'^U v_3 \\
0 & 0 & h_{23}^u v_3 & h_2'^U v_3 \\
0 & 0 & h_{32}^u v_2 & h_2^U v_2 \\
h_{11}^u v_1 & h_{21}^u v_1 & h_{34}^u V & h_4'^U V
\end{pmatrix}, \tag{16}
$$

El lagrangiano de yukawa para el sector Down esta dado por:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\mathcal{Y}} = &\sum_{\alpha=1,2,4} \sum_{i=1}^{2} \overline{Q_L^i} \phi_\alpha^* \left(\sum_{a=1}^{3} h_{ia\alpha}^d d_L^{ac} + \sum_{j=1}^{2} h_{ij\alpha}^D D_L^{jc} \right) \\
&+ \overline{Q_L^3} \phi_3 \left(\sum_{i=1}^{2} h_i^D D_L^{ic} + \sum_{a=1}^{3} h_a^d d_L^{ac} \right) + h.c.
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Así en la base $(d_1, d_2, d_3, D_1, D_2)$ la matriz de masa para el sector Down esta dada por:

$$M_d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & h^D_{11}v_2 & h^D_{12}v_2 \\ 0 & 0 & 0 & h^D_{21}v_2 & h^D_{22}v_2 \\ 0 & 0 & 0 & h^D_1 v_3 & h^D_2 v_3 \\ h^d_{11}v_1 & h^d_{12}v_1 & h^d_{13}v_1 & h^D_{114}V & h^D_{124}V \\ h^d_{21}v_1 & h^d_{22}v_1 & h^d_{23}v_1 & h^D_{214}V & h^D_{224}V \end{pmatrix}, \qquad (18)$$

Las matrices anteriores para los yukawas de orden uno producen masas a nivel de árbol de valores $V \backsim 1TeV$ para los quarks exóticos U, D^1 y D^2 y masas See-Saw del orden v^2/V para los quarks ordinarios

Referencias

[1] W.A. Ponce, J.B. Flórez, and L.A. Sánchez, Int. J. Mod. Phys. A**17**, 643 (2002); W.A. Ponce, Y. Giraldo and L.A. Sánchez, W. A., Y. Giraldo y L. A. Sánchez, Phys. Rev. 067,075001 (2003).

[2] F. Pisano y V. Pleitez, *Phys. Rev.* **D46**, 410 (1992); P. H. Frampton, *Phys. Rev.* Lett. **69**, 2887 (1992).