



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

Facultad de Educación

Proceso de objetivación del carácter decimal del sistema de numeración

Ana María Jiménez Echavarría

Cristian Stiven Zapata Marín

Asesora: Olga Emilia Botero Hernández

INFORME TÉCNICO DE INVESTIGACIÓN

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
CENTRO DE INVESTIGACIONES EDUCATIVAS Y PEDAGÓGICAS
MEDELLÍN
2018**

Resumen:

Facultad de Educación El presente informe es el resultado de un proceso de investigación que se desarrolló en el marco de la convocatoria a pequeños proyectos de la facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. En este proyecto se analizó el proceso de objetivación del carácter decimal del Sistema de Numeración (SN), por parte de tres estudiantes de primer grado, por medio del uso de los billetes decimales (fichas de denominaciones de potencias de diez). Este estudio es complementario al trabajo de investigación que se desarrolló por los mismos autores en el que se caracterizaron las prácticas matemáticas desarrolladas por estudiantes de primer grado de la Institución Educativa Fontidueño Jaime Arango Rojas cuando usan los billetes decimales para el reconocimiento de las características del Sistema de Numeración Decimal (SND).

Las orientaciones teóricas de este proyecto fueron los elementos propuestos en la teoría de la objetivación (Radford, 2006, 2014), los cuales nos permitieron comprender los procesos de objetivación, como también, las formas de pensar y actuar de los estudiantes durante la actividad matemática que desarrollaron. Además, se utilizaron los planteamientos alrededor de la caracterización de las prácticas matemáticas que presentan Obando, Arboleda y Vasco (2014). Dichos elementos que se movilizaron durante la actividad matemática de los estudiantes nos permitieron analizar sus procesos de objetivación del carácter decimal del SN.

El marco metodológico en el cual se desarrolló esta investigación es el enfoque cualitativo y para el análisis de las producciones de los estudiantes se utilizó el estudio de casos propuesto por Stake (1998), en el cual se contó con la participación de tres estudiantes.

Durante el proceso de objetivación por parte de los estudiantes, se observó que su actividad matemática mediada por el uso de los billetes decimales estuvo asociada al carácter decimal del SN, es decir al reconocimiento de las unidades que componen el Sistema de Numeración en 1, 10, 100, etc. en general potencias de 10 y las equivalencias que se establecen entre ellas. Además, el uso de los billetes decimales permite reconocer otras características de este saber y del desarrollo de habilidades de pensamiento aditivo. Durante el proceso de investigación emergieron diferentes formas de pensar y actuar de los



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

estudiantes, como también diversas formas de otorgar sentidos y significados constituidos alrededor de este concepto matemático.

Palabras clave: billetes decimales, prácticas matemáticas, pensamiento aditivo, teoría de la objetivación, objetivación.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Tabla de contenido

Tabla de diálogos	5
Introducción	6
Planteamiento del problema	7
Pregunta de investigación.....	12
Objetivos	12
Objetivo general.....	12
Referentes teóricos	12
Referentes metodológicos.....	17
Estudio de casos	18
Elección del caso.....	18
Fases del desarrollo de la investigación.....	19
Análisis	21
Consideraciones generales para el análisis	21
Resultados	23
Primer caso:	24
Segundo caso:	27
Tercer caso:.....	31
Discusión de resultados y conclusiones.....	37
Referencias bibliográficas.....	38
Anexos	40

Índice de tablas

Tabla 1: Fases de la investigación	21
---	----

Tabla de Figuras

Figura 1: billetes decimales, elaboración propia	11
Figura 2: Representación del numeral 15 con los billetes.	11
Figura 3: interacción entre los Sistemas Semióticos de Significación Cultural con la actividad y el territorio del artefacto, tomado de Radford (2006).	15
Figura 4: Proceso de objetivación de Emilia	25
Figura 5: Representación del llavero	35

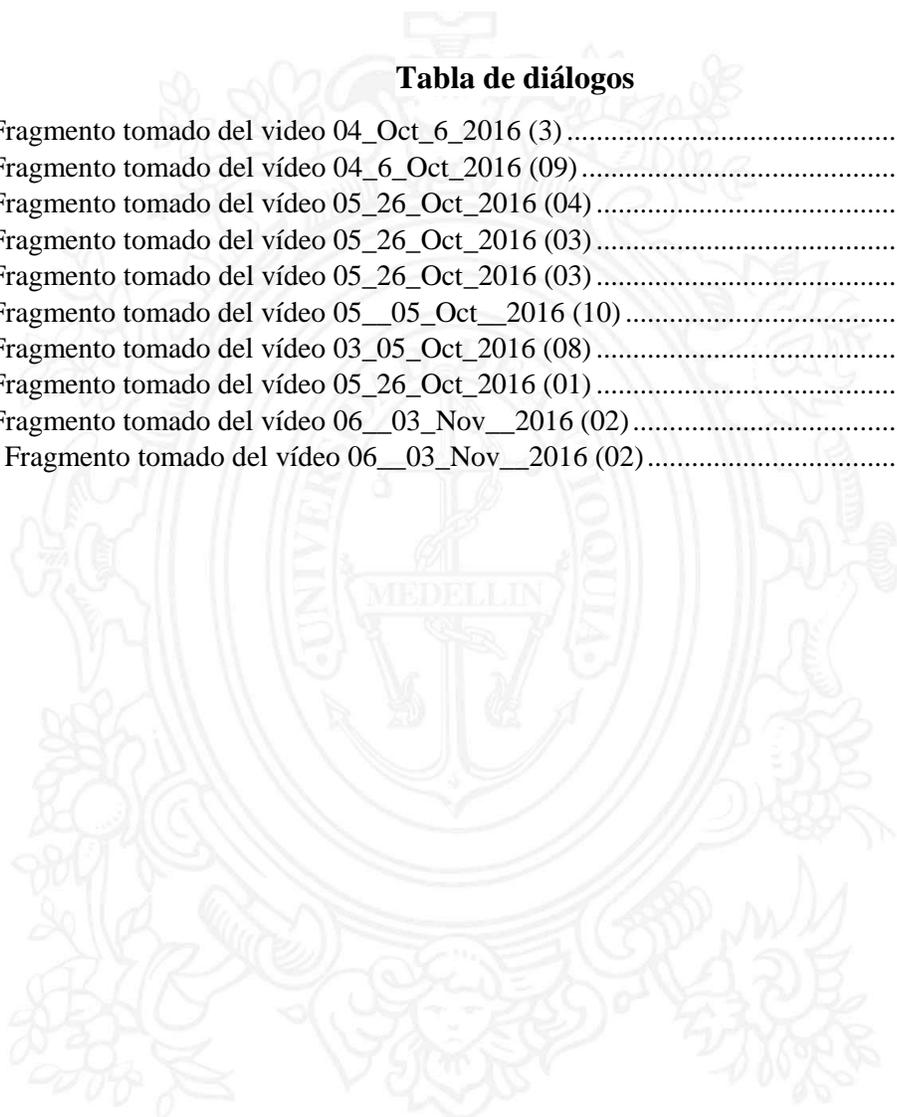


UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Tabla de diálogos

Diálogo 1: Fragmento tomado del video 04_Oct_6_2016 (3)	24
Diálogo 2: Fragmento tomado del video 04_6_Oct_2016 (09)	27
Diálogo 3: Fragmento tomado del video 05_26_Oct_2016 (04)	28
Diálogo 4: Fragmento tomado del video 05_26_Oct_2016 (03)	29
Diálogo 5: Fragmento tomado del video 05_26_Oct_2016 (03)	30
Diálogo 6: Fragmento tomado del video 05_05_Oct_2016 (10)	32
Diálogo 7: Fragmento tomado del video 03_05_Oct_2016 (08)	32
Diálogo 8: Fragmento tomado del video 05_26_Oct_2016 (01)	33
Diálogo 9: Fragmento tomado del video 06_03_Nov_2016 (02)	35
Diálogo 10: Fragmento tomado del video 06_03_Nov_2016 (02)	36



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Introducción

El presente proyecto es un producto complementario que surgió a partir de las reflexiones que se realizaron en la tesis de grado que se tituló “Prácticas matemáticas que movilizan estudiantes de primer grado, al utilizar los billetes decimales” (Jiménez, Zapata y Cautiva, 2017). En dicha investigación se desarrolló un proceso de observación que se realizó en el centro de práctica pedagógica y que permitieron constituir ciertas reflexiones en torno a diversos usos de las reglas del Sistema de numeración en las prácticas matemáticas que los estudiantes de grado primero llevaron a cabo al momento de resolver tareas que se relacionaban con el SN, además dichas reglas de SN se manifestaban de manera particular en la resolución de operaciones básicas con el uso del algoritmo convencional.

En este sentido, se diseñaron una serie de tareas que se mediatizaron con el uso de un material denominado billetes decimales¹ y se tuvo como objetivo principal caracterizar las prácticas de los estudiantes al desarrollar dichas tareas. Si bien en la mencionada investigación se tenía como objetivo que ellos en sus prácticas matemáticas reconocieran las características del SN, se logró identificar, además, diversos procesos de objetivación, los cuales consideramos pertinente describir con más detalle, como también, realizar análisis que permitan ampliar la reflexión alrededor de este proceso en el campo de la Educación Matemática. En este sentido, surge este proyecto de investigación, para analizar y reflexionar otras formas de ser y hacer por parte de los estudiantes, cuando participan en la actividad matemática y reconocer sus procesos de toma de conciencia alrededor del carácter decimal del SN.

Es así como, en este proyecto de investigación nos interesamos por el proceso de objetivación del carácter decimal del SN por parte de tres estudiantes de grado primero, si bien, se diseñaron una serie de tareas con el uso de los billetes decimales para ser desarrolladas en las clases de matemáticas por todos los estudiantes del curso, se seleccionaron estos casos y se tomó como principal criterio la particularidad de sus acciones y sus aportes para analizar los procesos de objetivación alrededor del objeto matemático en cuestión. De igual forma se tomó en consideración la disposición de los

¹ Billetes de denominación 1, 10, 100, etc. que permite simular las características del SN.



estudiantes para participar en la investigación, debido las interacciones que establecieron con los investigadores y sus compañeros.

De esta manera, en este informe final del proyecto se presentan en un primer momento las reflexiones y revisiones literarias que dieron lugar a este proceso, su interés, relevancia y aportes al campo académico, los cuales suscitaron una pregunta de investigación a la cual se dio respuesta planteando como objetivo general analizar el proceso de objetivación del carácter decimal del SN por parte de tres estudiantes cuando desarrollan diversas tareas mediatizadas por el uso de los billetes decimales. En un segundo apartado se presentan los referentes teóricos y conceptuales que orientaron esta investigación, en tercer lugar se describen los principios metodológicos con los cuales se desarrolló el proyecto, así como las descripciones y análisis de los casos que se eligieron, por último, las conclusiones y resultados que se obtuvieron, los cuales dan cuenta del proceso de toma de conciencia y discernimiento crítico del carácter decimal del SN y otros saberes que se constituyen de manera conjunta durante las prácticas matemáticas que movilizan estos tres estudiantes.

Planteamiento del problema

El SN es uno de los primeros saberes matemáticos que hacen parte del currículo de matemáticas y se enseña de manera formal en los primeros grados de escolaridad, sin embargo, muchos de los estudiantes antes de ingresar a la escuela constituyen diversos acercamientos entorno a las representaciones y usos del SN. Esto nos permite reconocerlo como un saber cultural que se constituye a partir de las interacciones con los demás sujetos en el desarrollo de diversas prácticas sociales. La escuela por su parte contribuye a la constitución de dicho saber de manera especial, durante los primeros grados de escolaridad, al hacer énfasis en los procesos y aprendizajes del SN, ya que se entiende que este saber le permitirá constituir significados de otros objetos matemáticos en el desarrollo de su vida escolar. Por tanto, los procesos de enseñanza y aprendizaje del SN en la escuela deben ser objeto de reflexiones y discusiones en el campo académico, repensar las estrategias que posibiliten al sujeto partícipe de la actividad matemática constituir nociones propias de este saber y de esta manera acercarse a otras ideas matemáticas.



Por otra parte, en la escuela y en lo que respecta a la enseñanza del SN se presta especial interés al aprendizaje de la palabra número y al carácter

escrito del sistema, de tal manera que es común encontrar prácticas como la repetición oral y escrita de los números, en planas numéricas y una cantinela repetitiva de los numerales uno a uno. Además, se avanza de familia numérica según el grado o periodo de escolaridad y en esta misma medida se involucra el aprendizaje de algunas operaciones en este espacio numérico. Sin embargo, es necesario reconocer la complejidad que guarda este saber, su aprendizaje y enseñanza y, por lo tanto, desnaturalizar la percepción que como profesores constituimos sobre este saber, su enseñanza y aprendizaje, ya que en palabras de Itzcovich, Ressa de Moreno, Novembre, Becerril y Gvirtz (2007) “lejos de ser naturales son producto de la elaboración de un conjunto de convenciones que demandaron siglos para que los seres humanos las construyeran [...]. Esto hace necesario ‘desnaturalizar’ nuestro saber de adultos sobre las reglas” (p. 32).

En este sentido es importante reconocer que los sistemas de numeración son un saber que se constituye de manera histórico-social a través de las prácticas compartidas de los sujetos en un tiempo y espacio específico, en relación con las necesidades y actividades propias de cada civilización. Nuestro SN se fue constituyendo a lo largo de la historia con ciertas reglas, características y propiedades, de tal manera que contamos con un sistema de carácter decimal y posicional. El primer aspecto hace referencia a las cifras que se usan para escribir cualquier numeral del sistema, dichas cifras son los 10 dígitos menores a la base (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) los otros numerales resultan de sus combinaciones, y por tanto se realizan agrupaciones de diez en orden creciente de derecha a izquierda y se generan equivalencias entre las unidades que conforman el numeral, así, una unidad de un orden es una décima parte de la unidad de orden inmediatamente superior y diez veces la unidad de orden menor.

El segundo aspecto propio del sistema es su carácter posicional, es decir, cada dígito posee dos valores diferentes, uno por el numeral que representa y otro por la posición que ocupa, por ejemplo, en el 222 el dos en la primera posición de derecha a izquierda representa dos unidades, pero en la posición siguiente representa dos decenas y en la tercera posición dos centenas, a pesar de ser el mismo numeral - el 2 -, su valor es distinto según su



posición el cual se determina al multiplicar cada dígito por una potencia de 10, es decir 10^0 , 10^1 , 10^2 , etc. en este orden respectivo.

En relación a lo anterior nuestro sistema de se define como un SN multiplicativo y la cantidad total del numeral se obtiene al sumar luego estos productos, a este último aspecto, algunos autores como Ross (citado en Zunica, 2012) denominan un carácter mixto del SN, es decir, aditivo y multiplicativo.

Las características del SN han servido igualmente para facilitar el cálculo a partir de procesos como la composición, la descomposición, conteos múltiples, conteo uno a uno, completación y equivalencia de unidades, dichos procesos están encaminados hacia la dotación de sentidos y significados del SN que permiten establecer su vinculación con el desarrollo de habilidades de pensamiento aditivo, situación que se visualiza en las reglas que definen el algoritmo convencional, al respecto, Terigi y Wolman (2007) mencionan:

[...] la organización de la numeración escrita y las operaciones básicas guardan estas interrelaciones: por una parte, comprender la notación numérica supone desentrañar cuáles son las operaciones subyacentes a ella; por otra parte, la resolución de las operaciones constituye un terreno fecundo para profundizar la comprensión del sistema de numeración. Ambos aprendizajes -del sistema de numeración y de las operaciones- se influyen recíprocamente (p. 74).

Sin embargo, en la escuela pueden observarse algunas prácticas que llevan a desconocer dicha relación y por un lado se automatiza la lectura y escritura de los numerales, sin tener mayor profundidad sobre las características y demás procesos propios del SN y, por otro lado, se enseñan los algoritmos convencionales como una memorización de unas reglas o pasos a seguir. De este modo es muy común encontrarse con que las personas utilizan el Sistema de Numeración Decimal de manera mecánica pero no comprenden por qué funciona. Esta situación se hace más evidente en los algoritmos convencionales, en los cuales, la lógica que los sustenta descansa fundamentalmente en el Sistema de Numeración Decimal (Obando y Vásquez, 2008, párr. 75).

Es necesario entonces entender la complejidad de este objeto matemático -el SN y su constitución histórico-cultural, lo cual permite reconocer diversas formas de actuar y de



dotar de significado este objeto matemático, es así, como hoy en día pueden encontrarse diversos instrumentos en el aula de clase, tales como los bloques de

Dienes, las regletas de Cuisenaire, los ataditos y el ábaco, los cuales son materiales manipulativos que mediatizan la actividad matemática de los sujetos, dichos materiales pueden ser diseñados o no para la enseñanza de este saber. Si tomamos el caso del ábaco podemos ver que es un instrumento que se encuentra en la escuela para abordar algunas características del SN como su carácter decimal y la realización de cálculos, aunque su creación en un principio no fue con esta finalidad, ya que es un artefacto que se creó en la antigüedad con el propósito de realizar cálculos en contextos relacionados con el comercio. Por lo tanto, este es un material que, aunque ya no hace parte de las prácticas de comercio en la sociedad, guarda en su constitución y elaboración algunas propiedades del saber matemático que se transfieren a partir de dichas prácticas, para posicionarse, así como un instrumento que se lleva a la escuela para la enseñanza de dicho saber en la actualidad.

En relación con lo anterior algunos autores como Silva y Varela (2010); Lerner (1999) se refieren a estos instrumentos e indican que cuando se llevan al aula de clase, estos presentan de manera parcial el objeto matemático o se incumplen algunas reglas y propiedades de este saber, como la posicionalidad o no permiten trascender prácticas como el conteo uno a uno, sin realizar abstracciones sobre las características del sistema. Un ejemplo en el cual se evidencia lo anterior puede ser el ábaco con su estructura de vástagos y arandelas, allí una arandela representa un valor diferente según la posición que ocupe, de esta manera el valor representado en el ábaco puede obtenerse a partir del conteo de las arandelas de cada posición, sin establecer reflexiones acerca del valor de la arandela según el cambio de posición, por este motivo Silva y Varela (2010) mencionan al respecto que “el ábaco es un artificio más, que deforma al objeto de enseñanza, ya que para comprender el funcionamiento del sistema de numeración se recurre a un objeto que no da cuenta de las cifras, sino de la cantidad de arandelas de cada vástago” (p. 30).

En consideración a lo anterior para el desarrollo de este proceso de investigación se usó un material que permite simular el comportamiento del SN son los “billetes decimales” propuestos por Botero (2011) el cual consiste en un conjunto de fichas rectangulares que se denominan con los números 1, 10, 100, etc. (Ver figura 1). Dicho material permite manipular y simular las características del SN y llevar a cabo otros procesos como la



composición, la descomposición en unidades del sistema, cambio de unidades según las equivalencias del SN, conteos múltiples y demás procesos que emergen durante la actividad matemática del estudiante para el desarrollo de habilidades de tipo aditivo y estrategias de cálculo.



Figura 1: billetes decimales, elaboración propia.

La representación de los numerales con los billetes como se muestra en la figura 2 pone en evidencia el carácter posicional del SN y de esta manera se pueden naturalizar procesos de cambio de unidad, agrupaciones y descomposiciones, además permite representar un numeral según sus diversas unidades y establecer equivalencia entre estas, lo que hace posible que se materialice su carácter decimal. En la figura 2 se muestra un ejemplo en el cual se representa el numeral 15 con unidades, aunque también es posible elaborar una representación al usar una decena y 5 unidades. De igual forma, cualquier numeral de dos o más cifras puede tener diversas representaciones al usar las equivalencias entre las unidades del SN.

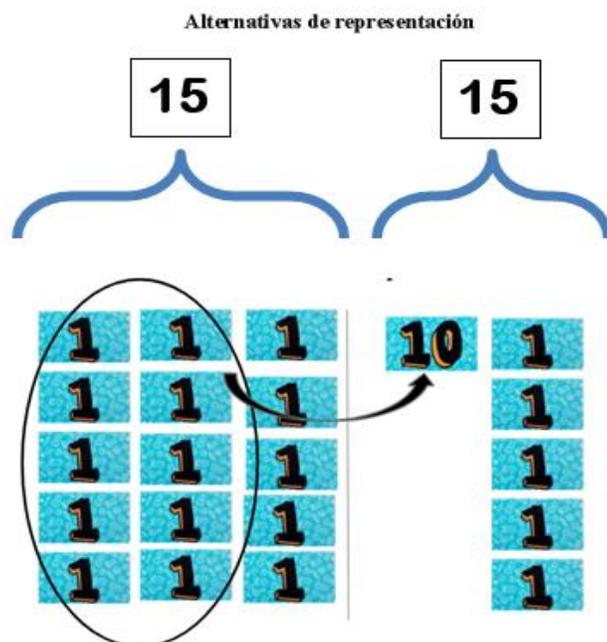


Figura 2: Representación del numeral 15 con los billetes.



Al reconocer las posibilidades que ofrecen los billetes decimales para la materialización, simulación y manipulación de las características del SN y en particular el carácter decimal debido a su facilidad para realizar cambios y a la representación de equivalencias entre unidades del SN, se diseñaron una serie de tareas que se mediatizan con el uso de este material, con el objetivo de analizar los procesos de objetivación de tres estudiantes, alrededor del carácter decimal del sistema. Para esto, se describen sus prácticas matemáticas, los elementos que emergen en la actividad matemática durante el desarrollo de las tareas por parte de los estudiantes, los cuales permiten describir los sentidos y significados que se constituyeron alrededor de este concepto matemático.

Pregunta de investigación

En relación con los anteriores planteamientos, en este proyecto de investigación nos propusimos dar respuesta al siguiente interrogante:

¿Cómo es el proceso de objetivación del carácter decimal del SN, en estudiantes de primer grado, por medio del uso de los billetes decimales?

Objetivos

Objetivo general

Para dar respuesta a la pregunta de investigación nos planteamos como objetivo general en este proyecto:

Analizar el proceso de objetivación del carácter decimal del SN por parte de tres estudiantes de primer grado, de la Institución Educativa Fontidueño Jaime Arango Rojas, cuando desarrollan diversas tareas mediatizadas por el uso de los billetes decimales.

Referentes teóricos

Los elementos teóricos que fundamentan la investigación se orientan en una perspectiva histórico-cultural de la educación, en específico, en lo propuesto por Radford para el campo de la Educación Matemática en la teoría de la objetivación, en la cual los procesos de enseñanza y aprendizaje tienen apuestas diferentes a “aquellos abogados por las teorías educativas individualistas modernas y sus pedagogías centradas sobre el alumno” (Radford, 2014, p. 132).



El aprendizaje de las matemáticas en la teoría de la objetivación se entiende como la comprensión profunda que realiza el sujeto de los conceptos matemáticos y la producción de saberes y constitución de subjetividades, mediadas por las formas de acción, reflexión y expresión que realizan en la actividad matemática, además, estas formas de producción de saberes y seres se constituyen de manera comunitaria orientadas por los contextos de prácticas, los cuales se consensuan de manera histórica, social y cultural (Radford, 2006, 2014).

Estas formas de difusión de saberes y subjetividades son entendidas por Radford (2014) como los procesos de objetivación y subjetivación. El primero se entiende como aquellos procesos sociales, corpóreos y simbólicos por medio de los cuales los sujetos toman conciencia de los objetos matemáticos y se posicionan de manera crítica frente a estos sistemas de ideas y de acción que se han constituido de manera cultural, histórica y social y el segundo, “consiste en aquellos procesos mediante los cuales los sujetos toman posición en las prácticas culturales y se forman en tanto que sujetos culturales históricos únicos. La subjetivación es el proceso histórico de creación del yo” (Radford, 2014, p. 142)

Vale la pena aclarar que la toma de conciencia en la perspectiva histórico-cultural de la Educación Matemática no se entiende como una entidad metafísica, sino, que se comprende desde un punto de vista dialéctico-materialista, en el cual hace manifiesto que la conciencia se encuentra en relación conjunta con la actividad humana, por lo tanto, debe comprenderse en los contextos sociales, en las interacciones con los otros y con los recursos materiales y conceptuales que le dispone la cultura. Dicho de otro modo:

Nas relações entre consciência e atividade, a consciência é a forma especificamente humana de reflexão psíquica da realidade, quer dizer, é a expressão da relação do indivíduo com o mundo social, cultural e histórico, que abre o homem a imagem do mundo em que está imerso. a consciência se refere, assim mesmo, a possibilidade humana de Compreender o mundo social e individual possível de análise (Moura, 2010, p.20)

En este orden de ideas, la actividad está en relación dialéctica con los procesos de toma de conciencia y posicionamiento crítico frente a las prácticas que realiza el sujeto, los cuales constituyen procesos de subjetivación y objetivación del saber.



El concepto de la actividad o de la labor conjunta (Radford, 2014), se comprende en la teoría de la objetivación en el sentido que le dieron Marx,

Hegel, Leontiev y el materialismo dialéctico, se entiende la labor conjunta o actividad como un conjunto de acciones que realizan un grupo de seres humanos con una intencionalidad, en contextos sociales, culturales e históricos específicos de práctica, es “una *forma social de acción conjunta* que incluye nociones de expresión del sujeto que labora” (Radford, 2014, p. 137). Sin embargo, la actividad o labor conjunta no se reduce a la producción de acciones. La actividad se transforma dependiendo de los contextos sociales, políticos, históricos y económicos, además, los sujetos se transforman durante la actividad colectiva con los otros y transforman el mundo. En este sentido, al asumir los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como una actividad conjunta, se debe reconocer que estos procesos están siempre en movimiento, además, no deben encaminarse solo hacia la producción de saberes, sino también, de seres.

Es así como los procesos de constitución de sentidos y significados sobre los objetos de conocimiento se comprenden en la actividad que realiza el sujeto y, dicha labor conjunta se mediatiza por el uso de artefactos, la corporalidad, los gestos, el lenguaje, los signos, la actividad perceptual, la ritmicidad, entre otros, recursos que moviliza el sujeto los cuales son partes consustanciales y constituyentes para la producción de saberes y subjetividades (Radford, 2003, p. 41). Dichos medios materiales e intelectuales que propone Radford se denominan *medios semióticos de objetivación*, los cuales se entienden como:

These objects, tools, linguistic devices, and signs that individuals intentionally use in social meaning-making processes to achieve a stable form of awareness, to make apparent their intentions, and to carry out their actions to attain the goal of their activities, I call semiotic means of objectification (Radford, 2003, p. 41).

En este sentido, los medios semióticos de objetivación desde un punto de vista semiótico cultural, no son herramientas por las cuales el sujeto manipula el mundo, sino que son mediadores de nuestras acciones intencionadas, los cuales posibilitan la realización de una actividad con los objetos de conocimiento y transformar las miradas hacia a dicho objeto con el que labora.



Además, los medios semióticos de objetivación se conforman en una *superestructura simbólica* o en unos *Sistemas Semióticos de Significación*

Cultural (Radford, 2006; Radford, 2008; Obando, Arboleda y Vasco, 2014), allí también se movilizan significados culturales tales como creencias y concepciones sobre los objetos de conocimiento y, formas legítimas y socialmente constituidas de producción de significados, los cuales orientan la realización de la actividad, como también, producir procesos de pensamiento (ver figura 3), al respecto Radford (2006) afirma:

[...] la manera en que llegamos a pensar y conocer los objetos del saber está enmarcada por significados culturales que van más allá del contenido mismo de la actividad en cuyo interior ocurre el acto de pensar. Estos significados culturales actúan como enlaces mediadores entre la conciencia individual y la realidad cultural objetiva, y se constituyen en prerrequisito y condición de la actividad individual mental (p. 108).

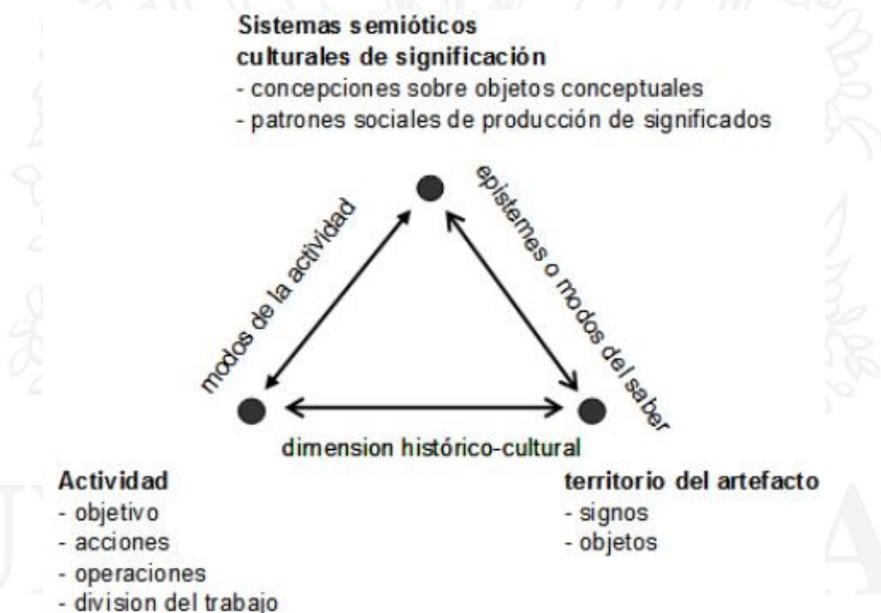


Figura 3: interacción entre los Sistemas Semióticos de Significación Cultural con la actividad y el territorio del artefacto, tomado de Radford (2006).

Es así, que los sujetos constituyen sentidos y significados sobre los objetos de conocimiento en su proceso de objetivación, a través de la realización de una actividad mediatizada por el uso de los recursos materiales y conceptuales que le dispone la cultura y por los Sistemas Semióticos Culturales de Significación, de modo que, desde una dimensión ontológica los saberes se consideran como producto de la labor humana que se



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

desarrollan de manera histórica y cultural en el seno de unas prácticas sociales (Radford, 2013).

En relación con lo anterior, el SN se constituye por medio de unas de formas pensar y hacer de los sujetos en un momento histórico y social, por tanto, es una convención cultural que responde a unas necesidades y se dota de una simbología y características particulares para su utilización, como son, por ejemplo, el valor posicional, el carácter decimal, la propiedad multiplicativa, las regularidades en la enunciación de la palabra-número, etc.

Además, la comprensión y movilización de estas propiedades se asocian a otros saberes, como son, por ejemplo, los algoritmos de resolución de las operaciones básicas, ya que estas se fundamentan en las propiedades básicas del SN (Terigi y Wolman, 2007; Obando y Vásquez, 2008; Gómez, 1998; Itzcovich, Ressa de Moreno, Novembre y Gvirtz, 2007). Por tal motivo, al realizar una actividad matemática con el SN se posibilita el desarrollo de habilidades de pensamiento en otros campos de saber, como es en este caso particular, el pensamiento aditivo.

Para comprender qué se entiende por pensamiento aditivo, primero es necesario describir la idea de pensamiento a partir de una dimensión epistemológica. Las apuestas sobre la idea de pensamiento en la teoría de la objetivación parten de presupuestos diferentes a corrientes que abogan por un pensamiento racionalista e intuicionista en las cuales la experiencia, la percepción y los sentidos de los sujetos no se requieren para comprender los objetos. Las ideas de pensamiento en la teoría de la objetivación en un punto de vista epistemológico se basan en una concepción no mentalista del pensamiento, en las cuales los modos de acción, reflexión y expresión del sujeto son partes constituyentes de la actividad.

En este sentido, Radford considera el pensamiento como una reflexión que realiza el sujeto mediado por la cultura material, los sentidos y el cuerpo, e indica que “el pensamiento es una *re-flexión*, es decir, un movimiento dialéctico entre una realidad constituida histórica y culturalmente y un individuo que la refracta (y la modifica) según las interpretaciones y sentidos subjetivos propios” (Radford, 2006, 2008).



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Es así como las ideas epistemológicas sobre el pensamiento nos permiten entender pensamiento aditivo como:

La actividad reflexiva y sensible en torno a formas de acción, reflexión y expresión asociadas a las significaciones culturales e históricas con que han sido dotados de significado los objetos matemáticos suma y resta, significaciones que son resultado de la actividad matemática realizada por generaciones pasadas (Pantano, 2014, p. 23).

Es importante aclarar que la actividad matemática que realizan los sujetos en su proceso de objetivación no se asocia sólo al uso de la suma y la resta, sino que además se relaciona con el conteo, la composición y descomposición de cantidades, las relaciones de equivalencias entre unidades, entre otras prácticas que movilizan durante la praxis dialéctica entre pensamiento y acción.

Referentes metodológicos

En coherencia con los objetivos y los principios teóricos que orientaron esta investigación, el proyecto se enmarcó en el enfoque cualitativo de la investigación, ya que se estudiaron diversos fenómenos que tuvieron lugar durante el desarrollo de tareas en el campo educativo, en este sentido, se consideraron los sujetos que participaron en la investigación como pertenecientes a una cultura, las interacciones que se establecieron entre los sujetos y el objeto de estudio, las relaciones con los demás sujetos participantes de la actividad matemática en especial las interacciones que se establecían entre estudiantes e investigadores quienes en la figura de profesores orientaron los procesos durante la investigación, si se considera además, que este tipo de investigación según Hernández, Fernández y Baptista (2010) “[...] es naturalista (porque estudia a los objetos y seres vivos en sus contextos o ambientes naturales y cotidianidad) e interpretativo (pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en función de los significados que las personas les otorgan)” (p. 10).

En este sentido, el principal instrumento de registro y recolección de información fue la observación participante por parte de los investigadores, como también, los medios visuales y audiovisuales que nos permitieron realizar las capturas de las prácticas



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

matemáticas de los estudiantes al resolver las tareas que se plantearon y realizar de manera posterior el análisis y codificación de los casos que se seleccionaron para la investigación.

Estudio de casos

Como metodología de investigación se usó el estudio de casos, esta es una práctica frecuente en los procesos investigativos de tendencia social, ya que permite realizar estudios particulares para comprender y analizar diversos fenómenos con mayor detalle de acuerdo con los intereses de cada investigación. Este tipo de investigaciones se caracterizan por no contemplar aspectos generalizables, ya que cada caso se constituye a partir de la realidad de los sujetos que participan o el fenómeno que se espera estudiar.

De igual manera, al entender la complejidad que implica un estudio que se interesa por los procesos de objetivación como proceso particulares y propios de cada sujeto que participa en la actividad matemática, fue necesario utilizar el estudio de casos, ya que como es descrito por Stake (1998) “el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes” (p.11). Lo anterior es coherente con los planteamientos teóricos del proyecto, ya que se considera la objetivación como un asunto que implica comprender la educación más allá de los saberes para contemplar la subjetividad de los participantes en la actividad matemática.

En este sentido, es necesario comprender que los casos que se eligieron para el estudio no fueron representativos de otros casos, sino que fueron casos singulares en los cuales se buscó una mejor comprensión de los procesos desarrollados por los estudiantes cuando resolvieron las tareas usando los billetes decimales, como indica Wittrock (1989) “la ventaja principal del estudio de caso radica en que, al sumergirse en la dinámica de una única entidad social, el investigador puede descubrir hechos o procesos posiblemente pasarían de alto si se utilizara otros métodos más superficiales” (p.113).

Elección del caso

El proceso de implementación de las tareas en el aula de clase contó con la participación de 36 estudiantes de primer grado de la Institución Educativa Fontidueño Jaime Arango Rojas, del municipio de Bello Antioquia, es una institución de carácter oficial y a la cual pertenecen principalmente estudiantes de estratos socio económico 1 y 2,



además, cuenta con varias sedes. Esta investigación se desarrolló en la sección 3 escuela Urbana de niñas Machado, aunque lleve este nombre, es una institución que acoge población de ambos sexos.

De acuerdo con lo anterior, las informaciones que se registraron en la investigación se toman a partir de las prácticas matemáticas de los estudiantes en el contexto natural del aula de clase, sin embargo, para este proyecto se eligen tres casos particulares (Andrés, Carlos y Emilia)² y se atendió como criterio principal la disposición de los estudiantes para participar en la investigación y su habilidad para comunicar e interactuar con los investigadores y, de esta manera, develar sus procesos de objetivación del carácter decimal del SN, por medio de las entrevistas abiertas durante el desarrollo de las tareas.

En coherencia con los planteamientos realizados se toma el estudio de casos intrínseco definido por Stake (citado en Rodríguez y Valdeoriola, 2009)

Se desarrolla porque queremos conseguir una mejor comprensión de un determinado caso. No optamos por un caso concreto porque éste represente a otros casos o porque sea ilustrativo de un determinado problema o fenómeno, sino porque es de interés por sí mismo (p. 58).

Para los análisis de la investigación se utiliza como unidad de análisis los episodios en los cuales los estudiantes develan en sus prácticas matemáticas su proceso de toma de conciencia y discernimiento crítico del carácter decimal del sistema, mediatizado por el uso de los billetes decimales.

Fases del desarrollo de la investigación

Este proyecto de investigación se desarrolló durante un periodo de 6 meses, los cuales comprendieron 4 fases como se muestra en la tabla 1, que no tuvieron necesariamente un desarrollo secuencial, en algunos casos dichas fases se realizaron de forma simultánea, la primera de ellas se refiere a la revisión literaria que se realizó durante todo el proyecto y en dicha medida la construcción del marco teórico, con base en las reflexiones y discusiones que como investigadores y estudiantes logramos establecer en distintos espacios de formación, en especial en el semillero de investigación de

² Estos nombres se emplean como pseudónimos durante el proceso de investigación.

MATHEMA y concluye con la revisión de referentes conceptuales para el análisis de los registros.

En segundo lugar, se eligieron los casos que serían objeto de estudio en esta investigación, para ello se recurrió al programa de atlas.ti³ en el cual se encontraba consignada y codificada la información del trabajo de grado “Prácticas matemáticas que movilizan estudiantes de primer grado, al utilizar los billetes decimales” (Jiménez, Zapata y Cautiva, 2017). Del cual como se describió con anterioridad se desprende este trabajo de investigación y por tanto comparten diversos asuntos tanto teóricos como también el proceso de recolección de datos.

En tercer lugar se dedicaron 5 meses a la ejecución de los diversos productos del proyecto como la participación en el II Simposio de Matemática y Educación Matemática y al VI Congreso Internacional de Matemática asistida por Computador, en la modalidad de ponentes, en el cual se presentaron los avances en términos teóricos del proyecto y algunos análisis preliminares de la investigación, también en este periodo se elaboró un producto final tipo artículo de divulgación en el cual se exponen algunos fundamentos teóricos de la investigación y se describe por medio de un caso el proceso de objetivación de un estudiante y la mediación de los billetes decimales en el desarrollo de las tareas. Finalmente, se realizó una divulgación académica del proyecto en el XVI Encuentro Departamental de Semilleros de Investigación 2017, en cual se relata los aspectos generales de este proyecto, sus aportes al campo académico de la investigación en Educación Matemática y las reflexiones, en particular, de los procesos de enseñanza y aprendizaje del SN en la educación primaria.

La cuarta fase que correspondió al análisis de la información se desarrolló con una duración de tres meses, la cual se basó en la selección de los episodios, organización y codificación del material audiovisual y se comenzaron a establecer algunas relaciones con los planteamientos teóricos que orientan la investigación y el proceso de análisis. Este proceso investigativo culmina con la escritura de los análisis y la revisión final de los productos y del informe técnico del proyecto.

³ Programa especializado para la organización, codificación y análisis de datos de tipo cualitativo.



Tabla 1: Fases de la investigación

Actividades/meses	1	2	3	4	5	6
Construcción del marco teórico	X	X	X	X	X	X
Elección de caso	X					
Elaboración de productos finales		X	X	X	X	X
Análisis de la información y revisión final				X	X	X

Análisis

Consideraciones generales para el análisis

Para el análisis de la información se realizó un proceso de codificación y sistematización de los episodios con el objetivo de dar respuesta a la pregunta de investigación, además, los videos fueron agrupados según los episodios en los cuales cada estudiante que se eligió como caso de estudio desarrollaba su actividad matemática. Cada episodio fue objeto de discusión y reflexión por los investigadores y se medió por las interpretaciones que realizábamos y los elementos teóricos que sustentaron la investigación, en particular, de acuerdo a las categorías propuestas por Obando, Arboleda y Vasco (2014), estas categorías se proponen para realizar una caracterización de los sistemas de prácticas matemáticas. Dichas categorías nos permitieron comprender la complejidad de las prácticas matemáticas que movilizan los estudiantes en su proceso de objetivación del carácter decimal del SN.

Dichas prácticas matemáticas de los estudiantes se constituyen a través de la labor conjunta de los sujetos, y son mediadas por unos medios para la acción que los sujetos heredan de la cultura y a partir del cual se despliegan las prácticas matemática (Obando, Vasco y Arboleda; 2014). Estos medios para la acción son caracterizados por estos autores a partir de los siguientes elementos:



Los objetos de conocimientos con —y sobre los cuales se actúa— **los conceptos** que se enuncian sobre los mismos, **los instrumentos** para la acción, **las técnicas** que permiten tales instrumentos, **los problemas**, en tanto metas que orientan la acción, **las formas de discursividad** que permiten poner el hacer en el lenguaje —formas de decir, de escribir, de comunicar—, y finalmente el conjunto de visiones metamatemáticas que permiten la toma de decisiones sobre el hacer —cosmovisiones, valoraciones sobre las matemáticas, fines de las matemáticas, posturas filosófica y ontológicas— (Obando, Arboleda y Vasco, 2014, p. 83).

Estos elementos se utilizaron como categorías de primer orden en el trabajo de investigación que se tituló “Prácticas matemáticas que movilizan estudiantes de primer grado, al utilizar los billetes decimales” (Jiménez, Zapata y Cautiva, 2017), con el objetivo de caracterizar las prácticas matemáticas de los estudiantes, estos elementos de igual forma se emplearon en este informe para describir las prácticas de los estudiantes que conformaron el caso de estudio y de esta manera analizar su proceso de objetivación.

A continuación, se presenta una breve descripción de estos elementos, no en aras de simplificar lo que ellos implican, sino, de permitir al lector un acercamiento general a estas nociones y así comprender los análisis que se presentaron, para ello se toma como referencia los planteamientos de Obando, Arboleda y Vasco (2014) y la síntesis que se realizó en el trabajo de grado ya mencionado.

Los objetos y conceptos del conocimiento matemático estructurados de manera formal por unas definiciones, axiomas, teoremas, etc. propias del campo de las matemáticas sobre los cuales actúa el sujeto en su práctica (p.35)

Los procedimientos e instrumentos son las técnicas que emplean los sujetos en la actividad matemática tales como los gestos, los movimientos corporales, entre otros. Los cuales se mediatizan a través de los instrumentos que son aquellos recursos simbólicos que utiliza durante sus prácticas y se constituyen como partes consustanciales en las formas de pensar y actuar (p.35)



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Formas de discursividad son aquellas formas de razonamiento y enunciación propias de las prácticas matemáticas que posibilita el uso del lenguaje (comunicar, escribir, decir, etc.) (p.35).

Problemas por resolver es un espacio de indagación al que se ve enfrentado el sujeto y donde emergen los objetos matemáticos como resultado de procesos de exploración, interacción, etc. durante la actividad matemática (p.35).

Por último, el análisis de la información se realizó por medio de una triangulación entre los registros que se obtuvieron a partir de la codificación de los videos que se seleccionaron, la teoría que se mencionó con anterioridad y que sustentó esta investigación, además de las interpretaciones y reflexiones de los investigadores.

Resultados

En este apartado se presenta los análisis de las acciones, expresiones y reflexiones que movilizaron cada uno de los tres estudiantes en su proceso de objetivación del carácter decimal del SN. De esta manera, dada la naturaleza de la investigación, la pregunta y los objetivos que se formularon, los análisis se centraron en la actividad corporal, en la interacción social, los discursos, los procedimientos, las mediaciones instrumentales, los objetos y conceptos que desplegaron cada uno de los estudiantes durante su actividad matemática, todo esto a través de las transcripciones de las videograbaciones y de los registros fotográficos, como también, por medio de las relaciones que se lograron establecer con la teoría que sustenta esta investigación y nuestros análisis como investigadores.

Los análisis de las producciones de los estudiantes se realizaron en correspondencia con los elementos teóricos que se proponen en la teoría de la objetivación (Radford, 2008, 2014) ya que en esta perspectiva histórico cultural se plantea que el lenguaje hablado y escrito, los gestos, las acciones, el uso de artefactos, etc. son partes constitutivas en los procesos de objetivación.

Asimismo, en la presentación de los episodios de las prácticas matemáticas que movilizaron los estudiantes, no solo se tuvo en cuenta la actividad verbal y escrita que desplegaron los estudiantes, sino que estos fueron acompañados de los recursos materiales,



la actividad kinestésica, los conceptos y objetos matemáticos movilizados con base en los elementos teóricos (Obando y Vásquez, 2008; Obando, Arboleda y Vasco, 2014; Radford, 2014), dado a que estos elementos son consustanciales en el acto de conocer y pensar.

Primer caso:

Uno de los casos que se estudiaron durante la investigación y que permitió analizar el proceso de objetivación de una de las participantes durante el desarrollo de las tareas, fue el de Emilia, quien cuenta con aproximadamente 7 años de edad y se caracterizó durante el proceso de intervención como una estudiante prudente, paciente, con habilidades para escuchar y comunicar sus argumentos, en las observaciones y registros que tomamos se logró evidenciar que se relacionaba de manera efectiva con sus compañeros en busca de dar solución a las tareas o de ayudar a sus compañeros en el desarrollo de las mismas.

En el primer episodio (Video 04_Oct_6 (3)) Emilia se encontraba comprando los materiales para la elaboración de un llavero, para esto se dirigió a la tienda⁴ para comprar una flor que costaba 26, primero entregó a la vendedora 16 y para ello usó seis billetes de 1 y un billete de 10, la investigadora que también realizó el papel de vendedora le pide que verifique el valor total de lo que espera comprar, a continuación se presenta la transcripción del dialogo.

Diálogo 1: Fragmento tomado del video 04_Oct_6_2016 (3)

Emilia (E): (toma unos billetes de su caja y se los entrega a la vendedora) ((Emilia se muestra un poco insegura))

Investigadora (I): Vamos a mirar cuanto hay, a ver... (Ubica los billetes sobre la mesa separados)

E: (cuando la investigadora termina de ubicar los billetes, Emilia inicia la composición de la representación del numeral) diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis (usa sus dedos para comunicar e conteo que realiza, cuando termina lleva su mano a la boca como se muestra en la figura 4) ((la expresión parece indicar que no es la representación que esperaba))

I: dieciséis y ¿cuánto necesitamos? (Señala el catálogo de los precios) Entonces, ¿qué pasa?

⁴ El diseño de las tareas se basaba en una tienda en la cual generalmente eran los investigadores quienes hacían el papel de vendedores y los estudiantes usaban los billetes decimales para comprar materiales como argollas, hilos, pedrería y dijes para elaborar manillas o llaveros. Estas tareas se describen de manera amplia en el trabajo de grado del cual se desprende esta investigación.



E: (toma billetes de 1 de su caja para realizar la completación, observando la representación del numeral en el precio del catálogo, en un instante se da cuenta que sus billetes de 1 se han terminado y toma un billete de 10 de la siguiente posición de la caja, se detiene un instante y cuenta de nuevo los billetes que tiene en su mano)

I: Cuánto nos falta para que sean los veintiséis, tenemos dieciséis (enseña la representación de la mesa)

E: diez (enseña un billete de 10)

I: Miremos ahora si hay veintiséis

E: Diez, veinte... ((Lleva su dedo a la boca en señal de duda)) veintiuno, veintidós, veintiséis... ((Mueve su cabeza en señal de desaprobación y retoma de nuevo el conteo)) veintitrés, veinticuatro, veinticinco y veintiséis.



Figura 4: Proceso de objetivación de Emilia

Como se describe en el episodio la estudiante se encuentra ante un problema por resolver que es la representación de precio total de una flor para poder comprarla, en su proceso de objetivación uso como principal procedimiento el conteo uno a uno, para completar el valor total de la flor al tener como cantidad inicial el primer paquete de billetes que representan el 16. Para realizar la completación, la estudiante usa como instrumento principal sus dedos para indicar el conteo y los billetes decimales, los cuales mediatizaron su acción para desarrollar la tarea.

Además, en el episodio puede evidenciarse cómo los billetes decimales le permitieron obtener una representación de los numerales a partir de 10 y 1 (de acuerdo a las características de material), pero al encontrarse ante un nuevo problema por resolver como fue la escasez de billetes de denominación 1, la estudiante reconoce la completación a partir del conteo uno a uno como un procedimiento que le permite resolver la situación inicial, pero ante esta nueva situación (no contar con billetes de 1) reconoció la equivalencia entre diez 1 y un billete de 10 y los usa para completar la cantidad y adquirir la flor.

Durante el diálogo que la estudiante logró establecer con la investigadora, se observó cómo a partir de los diversos elementos discursivos en especial la comunicación y



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

la verbalización de la palabra número evidenciaron que es consciente de la regularidad en el carácter oral y escrita del numeral, ya que de 16 al 26 solo le

faltaba 10, además durante el desarrollo de la tarea la estudiante tomó conciencia de la equivalencia del sistema en las unidades y las decenas, acercándose a nociones como el carácter decimal de nuestro sistema de numeración, que se entiende como:

Realiza agrupaciones de 10 y en consecuencia, se constituye de las unidades de orden 100 denotadas como unidades, las unidades de orden 10^1 denotadas como decenas, etc. Estas agrupaciones se establecen en orden creciente e inclusivo: cada una de ellas se conforma de unidades de las del orden inmediatamente anterior. De esta forma se establece una regla de equivalencia que las relaciona entre sí: toda unidad es 10 veces la unidad de orden inmediatamente anterior y la décima parte de la unidad inmediatamente superior. (Obando y Vásquez, 2014, párr. 30)

Otro aspecto importante son los elementos gestuales que emplea la estudiante y que materializan las formas de pensamiento, procesos corpóreos que nos permiten como investigadores comprender sus procedimientos y sus acciones para resolver la tarea, por ejemplo cuando lleva sus manos a la boca como se muestra en la figura 4 nos comunica que ha tomado conciencia de la representación que realizó y que no corresponde con el valor de la flor que deseaba comprar, por lo tanto realizó una completación como un procedimiento para obtener la flor para su llavero.

La toma de conciencia alrededor de este saber matemático en su carácter decimal se puede evidenciar en el siguiente episodio en el cual la estudiante emplea las nociones que ha constituido alrededor de las relaciones de equivalencia del sistema de numeración, para ayudar a una de sus compañeras en sus compras, en relación además con las preguntas que en el diálogo iban emergiendo por parte de la investigadora.

En el siguiente episodio la compañera E2 deseaba realizar un cambio de un billete de 100 y Emilia se encontraba en segundo lugar en la fila para la compra, lo cual le permitía estar al tanto de lo que ocurría entre su compañera y la investigadora, Emilia interviene en la conversación y emplea los saberes que ha constituido alrededor de las equivalencias entre las unidades de 10^0 y 10^1 del SN, lo que evidencia que ha tomado



conciencia de las equivalencias lo que le permitirán dotar de significados el carácter decimal del SN.

Diálogo 2: *Fragmento tomado del vídeo 04_6_Oct_2016 (09)*

Estudiante (E2): Y este por unos (pide cambiar un billete de 100 por billetes de 1)

Investigadora (I): ¿Por unos? ¿Cuántos unos?

E2: Cien

I: ¿Cien unos? ¿Y para qué tantos unos?, No. ¡Me quedo sin unos! (señala los billetes de unos mostrando que no cuenta con suficientes para hacer el cambio)

E2: Ah bueno, entonces diez unos

Emilia (E): Solamente se pueden diez unos

I: ¿Esté 100 para diez unos? (Señala el billete de 100)

E: No. Mire, tiene que dar un 10 para que le den diez de 1

Como logra observarse en el episodio la estudiante Emilia reconoció la equivalencia del Sistema de Numeración a partir del uso de instrumentos como los billetes decimales, además de las interacciones constantes con la investigadora y su compañera. Durante el desarrollo de las tareas Emilia debe resolver diversos problemas como la representación de numerales para la compra de la flor y la escasez de billetes en los cuales emerge el saber matemático y se posicionó de manera consciente alrededor de este saber, además lo empleó en otras situaciones en las cuales requería hacer uso del saber que ha constituido, entendiendo que el proceso de objetivación “el proceso social, corpóreo y simbólicamente mediado de toma de conciencia y discernimiento crítico de formas de expresión, acción y reflexión constituidas históricamente y culturalmente” (Radford, 2014, p. 141).

Segundo caso:

El estudiante que participo en este episodio fue Carlos, un estudiante con 8 años de edad aproximadamente, este se caracterizó por ser muy participativo, colaborador con los compañeros al momento de realizar las tareas, conversador, poseía habilidades de comunicación, ya que se le facilitaba argumentar el proceso que había desarrollado en las tareas, se destacó por intentar resolver las tareas de manera individual priorizó siempre sus estrategias e ideas ante las observaciones que realizaban otros sujetos que participaron y lo acompañaron en el desarrollo de las tareas.

En el siguiente dialogo se logra observar como Carlos al intentar argumentar un cambio de un billete de 100 realiza un proceso de objetivación del carácter decimal al



reconocer la equivalencia de un billete de 100 con diez billetes de 10 por medio de las interacciones que establecía con del investigador. Carlos pensaba que al tener diez billetes de 10 obtendría más dinero que solo tener un billete 100, esta situación de describe a continuación.

Diálogo 3: Fragmento tomado del vídeo 05_26_Oct_2016 (04)

Carlos (C): Diez. (pide cambiar el billete de 100 por diez de 1)

Investigador (I): ¿Diez unos? y ¿por qué diez unos?, ¿diez unos cuánto da?

C: Son diez.

I: Y ¿si vale la pena de cambiarle esto ((el billete de cien)) por diez unos?

C: No.

I: Entonces.

C: Entonces por diez, por diez cincos (Expresa diez con sus dedos).

I: Por ¿diez cincos? Y diez cincos ¿cuánto da? y ¿yo tengo billetes de cinco? empezando por eso.

C: ..., Cien.

I: Cien ¿qué?

C: No.

I: No ¿qué?

C: Diez.

I: Diez ¿qué?

C: Diez.

I: Pero ¿qué?, le doy billetes de diez o

C: Diez cien.

I: ¿Le doy diez cien?

C: Me cambia mire, diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa, (expresa diez con sus dedos cada vez que enuncia la palabra número de cada numeral que cuenta) por diez, diez.

I: Y para qué quiere cambiarlos.

C: Porque se me está acabando la plata.

I: Y eso ¿es lo mismo? (Refiriéndose al billete de cien que equivale a diez de diez)

C: No

I: ¿Es lo mismo tener un cien y diez dieces?

C: Sí, porque conté de diez en diez y si uno cuenta de diez en diez los puede cambiar, por ejemplo, estoy en cien y quiero llegar al diez ((con dieces)). Diez, veinte, treinta, cuarenta, cincuenta, sesenta, setenta, ochenta, noventa y cien. (Expresa diez con sus dedos cada vez que enuncia la palabra número de cada número que cuenta)

I: O sea que ¿es lo mismo diez dieces que un cien?

C: Sí.

I: Y ¿por qué ahora me dijiste que no?

C: Porque no sabía.

I: ¡Ah!, estaba pensando que muchos billetes era mucha plata ¿no? y que un billete era poquito pero ya vemos que no o ¿sí?

C: (el estudiante mueve la cabeza de izquierda a derecha, de manera que indica que no es lo mismo)

Como se observó en la práctica matemática de Carlos, este expresó varias veces la equivalencia de manera irregular, ya que en varias ocasiones enunció –diez billetes de cinco-, -diez billetes de unos- y –diez billetes de cien-, sin embargo, al interactuar con el estudiante, él tomó conciencia de las irregularidades que presentó en el cambio de unidad y decide realizar un conteo múltiple como un procedimiento que le permitió comunicar y reflexionar que un billete de 100 equivale a diez billetes de 10, este procedimiento lo desarrolló teniendo en cuenta como unidad de conteo el diez apoyándose con sus diez dedos de las manos cada diez que contaba, estos elementos le permitieron usar el carácter decimal del sistema al establecer una relación de equivalencia entre las decenas y las centenas.

Por otro lado, cuando a Carlos se le preguntó por qué quería cambiarlos, él menciona –porque se me está acabando la plata- hace una relación entre la cantidad de billetes sin considerar sus denominaciones, sin embargo, en su proceso de objetivación Carlos se da cuenta que sin importar la cantidad de billetes, obtendrá el mismo valor debido a las relaciones de equivalencia que realiza entre las decenas y centenas en relación al carácter decimal como una característica principal del sistema de numeración

Otro episodio en el cual Carlos debía elaborar una lista de los materiales a comprar para su bisutería con el fin de observar el proceso que realizaba para desarrollar la tarea, el investigador se le acerca a preguntarle por el valor total de su manilla, el estudiante al argumentar su proceso por medio de los billetes se da cuenta que le faltan billetes para poder comprar la cuerda que tenía un valor de \$18 y Carlos solo contaba con \$17 y no tenía más billetes de 1 por lo cual decide realizar un cambio como se describe en el siguiente dialogo:

Diálogo 4: Fragmento tomado del vídeo 05_26_Oct_2016 (03)

Carlos (C): (...) y la cuerda..., diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete (coloca en la mesa un billete de 10 y siete de 1), no tengo más

Investigador (I): ¿Diecisiete?, ¿Qué le falta?

C: Un 1, entonces voy a cambiar este (coge un billete de 10 de la caja)

I: ¿Se lo cambio?, ¿Por cuánto?



C: Por diez 1

En este episodio se observa que Carlos hizo una reflexión de una característica del sistema en cuanto a su carácter decimal, ya que sin sugerírsele el estudiante procedió a cambiar un billete de 10 por diez billetes de 1 de manera natural al reconocer una equivalencia entre las potencias de 10^0 y 10^1 , procedimiento propio del carácter decimal.

Durante este mismo episodio Carlos procede a mostrar al investigador el valor de la manilla antes de realizar su compra de su bisutería, esta estaba conformada por diez bolas que costaban \$5 cada una, una cuerda que costaba \$18 y un dije que costaba \$24, el estudiante realiza las representaciones del valor de cada material con el uso de los billetes decimales de la siguiente manera: cinco billetes de 10 para las bolas, un billete de 10 y ocho de 1 para la cuerda, dos billetes de 10 y cuatro de 1 el dije.

Diálogo 5: Fragmento tomado del vídeo 05_26_Oct_2016 (03)

Investigador (I): Ahora ¿cuánto es el total que vale la manilla?

Carlos (E): Ochenta y dos

I: ¿Ochenta y dos? ¿Seguro? Mire a ver, yo quiero ver cómo lo hace.

C: Diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieciocho (cuenta el valor representado para la cuerda) diecinueve, veinte, veintiuno, veintidós (tomó los billetes de denominación uno de la representación del dije y completa al realizar conteos con los billetes de uno), veintitrés, veinticuatro, veinticinco, veintiséis, veintisiete, veintiocho, veintinueve, treinta, treinta y uno, treinta y dos (tomó un diez y completó al realizar conteos de uno en uno con ayuda de los dedos).

I: Treinta y dos ¿a treinta dos le agrego diez?

C: Treinta y tres, treinta y cuatro, treinta y cinco, treinta y seis, treinta y siete, treinta y ocho, treinta y nueve, cincuenta, cincuenta y uno, cincuenta y dos (completa un diez al realizar el conteo de uno en uno con el apoyo de sus dedos). Cincuenta y dos.

I: A treinta y dos le agrego diez ¿cuánto?

C: Cincuenta y dos.

I: ¿Si es cincuenta y dos? ¡Ay! Hagámoslo otra vez que estoy confundido.

C: ¡Ah!, cuarenta y dos ... , cuarenta y tres, cuarenta y cuatro, cuarenta y cinco, cuarenta y seis, cuarenta y siete, cuarenta y ocho, cuarenta y nueve, cincuenta, cincuenta y uno, cincuenta y dos. (Tomó otro billete de diez y realiza el conteo uno a uno con el apoyo de sus dedos)

I: ¡Ah!, siempre, está dando treinta y dos, cuarenta y dos, cincuenta y dos, entonces ahora ¿Qué sigue?

C: Cincuenta y dos, cincuenta y tres, cincuenta y cuatro, cincuenta y cinco, cincuenta y seis, cincuenta y siete, cincuenta y ocho, cincuenta y nueve (Tomó otro billete de diez y realiza el conteo de uno en uno con el apoyo de sus dedos) ...



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

I: ¿Después de cincuenta y nueve?

C: Sesenta. Cincuenta y dos, cincuenta y tres, cincuenta y cuatro, cincuenta y cinco, cincuenta y seis, cincuenta y siete, cincuenta y ocho, cincuenta y nueve, sesenta, sesenta y uno, sesenta y dos (repite el conteo)..., ya me cansé de

contar.

I: Y ¿por qué no cuenta de diez en diez? A sesenta y dos le agrego diez.

C: Es que va dar lo mismo, sesenta, setenta y dos, ochenta y dos, noventa y dos. (Agrega cada billete de denominación diez cada que enuncia la palabra número).

Se observa que Carlos para conocer el valor total que debe pagar utiliza como procedimiento el conteo uno a uno de los billetes comienza con el valor que compone la cuerda (correspondiente a un billete de diez y ocho de uno), continúa con los billetes de denominación uno de las otras representaciones y después comienza a tomar cada billete de diez y lo compone al realizar conteos de uno en uno con la ayuda de sus dedos hasta agregar diez unidades, este procedimiento lo realiza con varios billetes de diez hasta llegar al numeral sesenta y dos. Carlos allí manifiesta que se cansó de contar y en su proceso de objetivación identifica la regularidad de la enunciación de la palabra número, ya que él manifiesta el salto de nudos o familias al agregar diez unidades debido al carácter decimal del sistema. En esta práctica matemática, él utilizó los billetes decimales como instrumentos que le posibilitaron repensar y reelaborar la práctica matemática que realizó, ya que al utilizar este manipulativo el estudiante tomó conciencia de la regularidad de la enunciación de la palabra-número, específicamente en el salto de los nudos o familias al añadir billetes de 10.

Tercer caso:

Andrés fue el estudiante que participó en este episodio se destacó por ser un estudiante respetuoso, con habilidades para la comunicación y explicación de sus ideas y procedimientos, así como su apertura para ayudar a sus compañeros a partir de los saberes que él constituía durante el proceso.

Uno de los episodios en el cual Andrés en su proceso de objetivación movilizó el carácter decimal del SN, es en una tarea en el contexto de compra y venta de materiales para la elaboración de pulseras, allí, él debía realizar la compra de cada material o varios materiales con el uso de los billetes decimales, con la condición de que entregara el valor



exacto de su costo, además, de respetar el turno de sus compañeros para realizar la respectiva compra.

Durante el desarrollo de esta tarea el estudiante se acercó hacia el investigador por un lado y manifestó que le faltaba un uno para comprar un material, al respecto, el investigador le propuso unos cambios de billetes para él obtener el uno que necesitaba. De este modo, Andrés realizó la fila con sus compañeros y cuando le correspondía su turno mencionó lo siguiente:

Diálogo 6: Fragmento tomado del vídeo 05_05_Oct_2016 (10)

Andrés (A): Me cambia pues (Entrega un billete de diez)

Investigador (I): ¿Qué le voy a cambiar?

A: Yo le doy un uno y usted me da un, ve, yo le doy un diez y usted me da un uno

I: ¿Cuántos unos le debería dar por este diez? (indica el billete de diez que entregó el estudiante)

A: Diez.

Es así como el estudiante al desarrollar su actividad matemática, expresa por medio de elementos discursivos el uso del carácter decimal del SN, al establecer una relación de equivalencia entre las potencias de 10^0 y 10^1 mediado por los billetes decimales, en este sentido, el proceso de objetivación de Andrés se constituyó como una experiencia mediada por este artefacto cultural, de manera que, se produjo una dialéctica entre el sujeto y los objetos culturales, en el cual, las formas de actuar y pensar de Andrés con los billetes decimales, movilizaron sentidos y significados sobre el carácter decimal del SN.

Este proceso de equivalencia entre diez billetes de denominación 1 y un billete de 10 también la expresó Andrés a sus compañeros en el desarrollo de esta tarea, en específico, cuando un estudiante debía representar la cantidad 29 con los billetes decimales para comprar una cuerda, en este proceso, Andrés con otro estudiante (E1) intervienen en la representación del numeral de la siguiente manera:

Diálogo 7: Fragmento tomado del vídeo 03_05_Oct_2016 (08)

Estudiante 1 (E1): Es muy fácil ... , diez ((se refiere a un billete de diez)), diez, once, doce, trece, catorce, quince, dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve, veinte, veintiuno, veintidós, veintitrés, veinticuatro, veinticinco, veintiséis, veintisiete, veintiocho, veintinueve y ya.

Andrés (A): Dos 10, ¿cuánto es? ((su pregunta se refiere al valor que cuesta el material))

Investigador (I): veintiocho

A: ¿Veintiocho? dos diez y ocho unos.

E1: Sí o de esa forma.

I: bueno, ya tiene dos diferentes formas de hacerlo.

Nótese que en este dialogo, la manera en que *E1* propuso realizar la representación con los billetes decimales se basó en que a partir de un billete de 10 empleó el conteo de uno en uno hasta completar la cantidad, por otro lado, Andrés en su proceso de objetivación, expresó la representación del numeral de manera que se utilizará menor cantidad de unos, así, él expresó de manera discursiva la cantidad 28 por medio de las unidades según su orden, ya que propuso la representación con dos billetes de 10 y ocho de 1, de modo que, no solo movilizó el carácter decimal dado a la economía en el uso de billetes, sino también, el valor posicional del SN al descomponer el numeral según sus unidades y decenas según el registro escrito y verbal del numeral 28 reconociendo que el 2 se encuentra en el lugar de las decenas y por tanto corresponde a un veinte.

De esta forma, se observa que hay una apropiación por parte de Andrés sobre el carácter decimal del SN, dicha apropiación se materializó en su proceso discursivo. Además, es de notar que esta forma de apropiación discursiva se constituyó en relación con los otros sujetos participantes de la actividad y en su propia actividad reflexiva, es en este sentido que Andrés y sus compañeros constituyeron sentidos y significados con base en la interacción social, dando cuenta de las diferentes maneras de proceder (conteos uno a uno, descomposición de cantidades según su orden, etc.) con los billetes decimales para realizar la representación de un numeral, por tal motivo se comprende que el proceso de objetivación de Andrés, no es un proceso individual, sino también social, es decir, mediado por la interacción social y el uso de instrumentos.

Otra práctica matemática en el cual Andrés moviliza el carácter decimal de SN se observa en el siguiente dialogo, en el cual desarrolló una tarea que consistía en consultar el precio de todos los materiales para la compra y elaboración de una manilla, dichos materiales eran diez bolas que costaban \$5 cada una, una cuerda \$18 y un dije \$26. Andrés primero compuso las diez bolas por medio del conteo múltiple en unidades de diez, ahora debía añadir el valor de los otros materiales:



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Diálogo 8: Fragmento tomado del vídeo 05_26_Oct_2016 (01)

Andrés (A): Cuánto va, cincuenta ¿cierto?

Investigador (I): O si quieres lo registras y luego lo haces, ..., cincuenta valen todas las bolas, ahora debes calcular cuánto vale la manilla con las bolas, la cuerda y el dije. ¿Cuánto valdría toda la manilla?

A: Tengo diez, son cincuenta y cinco, sesenta. ((Realiza conteo de cinco en cinco hasta completar la decena))

I: y de ¿dónde sacaste ese diez?

A: de la cuerda.

I: ¿De la cuerda? ¡Ah! Bueno, van sesenta, ahora ¿qué falta?

A: Sesenta y uno, sesenta y dos, sesenta y tres, sesenta y cuatro, sesenta y cinco, sesenta y seis, sesenta y siete, sesenta y ocho (utiliza los dedos para apoyar su conteo y al terminar señala el valor de la cuerda).

I: Sesenta y ocho con la cuerda y ¿qué falta?

A: Falta el dije.

I: Entonces ¿cómo vas hacerlo?

A: Sesenta y ocho, sesenta y nueve..., sesenta y ocho, sesenta y nueve..., ¿Cuánto iba? sesenta y ocho ¿cierto? ..., sesenta y ocho, sesenta y nueve...

Estudiante 2 (E2): Setenta.

A: ¡Eso! Setenta, setenta y uno, setenta y dos, setenta y tres, setenta y cuatro, setenta y cinco, setenta y seis, setenta y siete, setenta y ocho, setenta y nueve, ochenta, ochenta y uno, ochenta y dos, ochenta y tres, ochenta y cuatro, ochenta y cinco, ochenta y seis, ochenta y siete, ochenta y ocho, ochenta y nueve, noventa, noventa y uno, noventa y dos. (Realiza el conteo con el uso de los dedos y cada que completa una decena empuña sus manos y comienza a realizar el conteo con sus manos)

I: ¿Noventa y dos?

A: Todo eso es noventa y dos.

I: Y ¿Por qué comenzaste a contar de uno en uno?, ¿qué contaste primero de uno en uno?

A: Los dos diez.

I: ¿Los dos diez? y ¿por qué los dos diez?

A: Porque sí.

I: ¿Los dos diez del dije?

A: Sí.

El estudiante para hallar el valor de los materiales que componen la manilla, empleó como técnica el conteo uno a uno con el objetivo de completar la cantidad total, en este procedimiento, Andrés realizó primero el conteo de las unidades segundo orden mediado por el uso de los dedos. Esta práctica que realizó, se considera como una actividad social e histórica que se ha constituido de acuerdo a unas formas y modos culturales de ser y hacer a través del conteo, de modo que, la actividad kinestésica de Andrés no se aleja de las realidades objetivas y culturales con las que se realizan procesos de conteo, además, el estudiante en su proceso de objetivación podía identificar de manera inmediata cuándo



terminaba de contar un diez al observar todos sus dedos levantados y así cerrar los dedos para continuar con su proceso de conteo con otras unidades (ya sea de segundo orden o de primer orden), siendo estos, un instrumento que le posibilitaron operar con/sobre el carácter decimal del SN, ya que él realizó los conteos en grupos de dieces con el apoyo de sus dedos.

Por último, un episodio en el cual Andrés da cuenta del proceso de objetivación del carácter decimal del SN es en la sexta tarea, allí debía calcular el valor de los materiales para la elaboración de un llavero y así realizar su respectiva compra. De esta manera, el estudiante primero realiza una representación de los materiales que quería comprar (verfigura 5) los cuales son una arandela que cuesta 34, una cuerda 18, cuatro bolas que cada una cuestan 5 y dos flores que cuestan cada una 25.

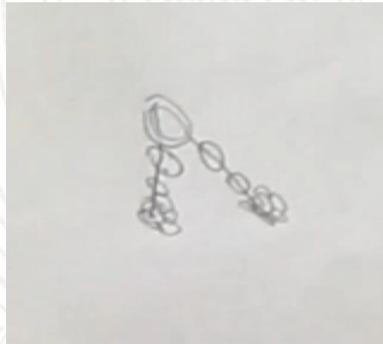


Figura 5: Representación del llavero

El proceso de composición de los valores de los materiales lo realiza con el uso de los billetes decimales, así comienza con la representación del numeral 25 correspondiente al costo de una flor y lo desarrolla primero por medio del conteo de las unidades de segundo orden para continuar con las unidades de primer orden, al terminar, el investigador le pregunta:

Diálogo 9: Fragmento tomado del vídeo 06__03_Nov__2016 (02)

Investigador (I): ¿Cuántas flores vas a comprar?

Andrés (A): dos

I: entonces ¿cuánto valen dos flores? Una vale veinticinco

Andrés: cincuenta

Andrés en su actividad reflexiva y sensible toma los billetes de diez y mientras los pone sobre la mesa va diciendo “uno, dos, tres, cuatro, cinco, cincuenta”, se observa que él



hace una composición de manera total entre los dos 25 y para la representación con los billetes realiza procesos de conteo uno a uno de los billetes de diez. Al mencionar “cinco” y después “cincuenta” moviliza el valor posicional que ocupa el “cinco” ya que la práctica matemática que despliega se desarrolla con base a los procesos de conteo de uno a uno de las decenas.

Después el estudiante menciona “con las dos bolitas pequeñas serían sesenta”, toma un billete de diez y lo agrupa con los otros cinco dieces, de modo que, sus prácticas matemática da cuenta que Andrés primero realiza una composición entre las dos bolas que cuestan cada una cinco y después el resultado de éste lo compone con el cincuenta y se obtiene sesenta. Luego de realizar la respectiva agrupación menciona:

Diálogo 10: Fragmento tomado del vídeo 06__03_Nov__2016 (02)

A: con la cuerda sería setenta y ocho (Pone un billete de diez)

I: ¿Con la cuerda?

A: Sí

I: y ¿dónde está los ocho unos?

A: (toma los billetes de uno y realiza el conteo uno a uno de los billetes de uno señalando cada uno de los billetes que cuenta hasta llegar al ocho.)

I: ¿Qué sigue?

E: Esto (señala el dibujo de una arandela)

I: La arandela, ¿cuánto es que cuesta?

E: Treinta y cuatro [...] acá hay 7 ¿cierto? (señala un diez de la representación del 78)

I: Siete dieces, sí.

E: ocho, nueve, diez, once. (Pone cada diez sobre la representación del 78 a medida que menciona cada billete que cuenta)

I: Tenía siete dieces y ¿cuántos agregó?

E: cuatro (expresa el cuatro con sus dedos)

I: ¿Por qué cuatro?

E: ah tres.

I: y ¿por qué tres?

E: porque este cosito [La arandela] vale treinta y cuatro.

El estudiante da cuenta el valor posicional del número al reconocer que la cifra 3 en el número 34 ocupa el valor de los dieces, después, realiza conteos en unidad múltiple de diez con los billetes decimales hasta llegar al número cien y menciona “y por qué no cambio estos dieces por este cien” de modo que se identifica en su proceso discursivo el



proceso de objetivación del carácter decimal dado a que realiza un cambio de unidad entre diez decenas y una centena, situación que se debe a las

características que poseen los billetes decimales ya que posibilitaron que el estudiante estableciera relaciones de equivalencias del SN entre las potencias de 10^2 y 10^3 .

Discusión de resultados y conclusiones

El objetivo propuesto en esta investigación fue analizar el proceso de objetivación del carácter decimal del SN por parte de tres estudiantes cuando desarrollan diversas tareas mediatizadas por el uso de los billetes decimales, ya que nos posibilita comprender los diferentes procesos se ven involucrados durante la actividad matemática de cada uno de los estudiantes, los cuales se consensuan de manera social, cultural e histórica, de tal manera que toma conciencia de los objetos culturales en su proceso de objetivación.

Durante este estudio se logra observar que para comprender los diferentes procesos que los estudiantes movilizaron en su actividad matemática, fue necesario tener en cuenta los diversos elementos que materializaban las formas de pensar de los estudiantes en sus prácticas matemáticas, como por ejemplo los elementos discursivos, las gestualidad, el movimiento corpóreo, los signos y el usos de artefactos como los billetes decimales, elementos que nos permitieron ver las formas de accionar, reflexionar y expresar de los estudiantes al momento de resolver las tareas, puesto que por medio del uso de estos instrumentos se puede comprender cómo el cuerpo y la mente en los procesos de enseñanza y aprendizaje se encuentran en relación dialéctica.

Como se dijo con anterioridad, el artefacto a través de los cuales los estudiantes materializaron sus formas de pensamiento y acción fueron los billetes decimales, esto se debió a sus posibilidades para manipular, simular, emplear, etc. las características del SN, así posicionarse de manera crítica frente a este objeto matemático y sus reglas. Esto se logró evidenciar en la actividad sensible, corpórea y simbólica que realizaron los tres estudiantes durante las tareas con este material, ya que este alteró sus maneras de pensar y actuar durante sus prácticas matemáticas debido a la naturaleza de las tareas y la estructura del material, además permitió desarrollar una labor conjunta con y sobre las características del SN, en este caso el carácter decimal en cuanto a sus relaciones de equivalencia y las



regularidades de la enunciación de la palabra número por medio de los conteos múltiples y la adición entre unidades de diferente orden.

Aunque nuestro principal objetivo fue el carácter decimal del SN, durante el estudio se encontró que los estudiantes emplearon otra característica del sistema como lo es su valor posicional, esta característica era empleada en procesos de partición del numeral y agrupación según las unidades del sistema,

Por lo anterior, es necesario reflexionar sobre los instrumentos que se llevan a la escuela y sus posibilidades para mediatizar la actividad matemática del sujeto, entender esto implica que como profesores tengamos una mirada diferente sobre este objeto, por lo tanto es necesario alejar a los estudiantes de esas prácticas en la cual solo consisten en realizar una repetición oral y escrita de los numerales, por esta razón se debe proponer metodologías en las cuales los estudiantes se posicionen de manera crítica frente a este objeto matemático.

Referencias bibliográficas

- Gómez, B. (1988). *Numeración y Cálculo*. Colección: *Matemáticas Cultura y Aprendizaje*. Madrid: Síntesis.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación*. México D.F.: McGraw-hill / Interamericana editores, s.a de c.v.
- Itzcovich, H., Ressa de Moreno, B., Novembre, A., Becerril, M. y Gvirtz, S. (2007). Los números naturales y el sistema de numeración. En H. Itzcovich, B. Ressa de Moreno, A. November, M. Becerril y S. Gvirtz (Eds). *La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula*. (p. 31–61). Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor.
- Jiménez, A., Zapata, C y Cautiva, F. (2017). *Prácticas matemáticas que movilizan estudiantes de primer grado, al utilizar los billetes decimales* (Tesis de grado). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
- Lerner, D. (1999). *Reflexiones sobre: Uso del Material concreto en Matemáticas*. *Problemas de la Vida cotidiana*. QUEHACER EDUCATIVO N° 34 (Marzo), p. 56-60. Montevideo: FUM-TEP.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

Moura, M. (2010). *A actividade pedagógica na teoria histórico-cultural*.
Brasília-DF: Liber Livro Editorial Ltda.

Obando, G. y Vásquez, N. (2008). *Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica*. Curso dictado en 9° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa (16 al 18 de Octubre de 2008). Valledupar, Colombia.

Obando, G., Arboleda, L. y Vasco, C. (2014). Filosofía, Matemáticas y Educación: una perspectiva histórico-cultural en Educación Matemática. *Revista Científica*, 3(20), p. 72-90.

Pantano, L. (2014). *Medios semióticos de objetivación en estudiantes de tercer grado de primaria al resolver tareas de tipo aditivo en los naturales* (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia.

Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70.

Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking*, pp. 103-129.

Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: epistemology, history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.

Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44.

Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.

Silva, A. y Varela, C. (2010). Los materiales “concretos” en la enseñanza de la numeración. Didáctica y prácticas docentes. *QUEHACER EDUCATIVO*, p.26-36.

Stake, R. (1998). Estudio intensivo de los métodos de investigación con estudio de casos.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

En R. Stake (Ed.), *Investigación con estudio de casos*. (p.11-14) Madrid, España: Ediciones Morata, S.L.

Terigi, F., y Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43(4), 59-83.

Villa-Ochoa, J. y Botero, O. (2011). *Estrategias y reflexiones matemáticas de maestr@s para maestr@s. Propuestas para la Educación Básica Primaria*. Medellín, Colombia: Escuela del Maestro.

Zunica, Y. (2012). *Conceptualización del valor posicional en la escritura de números en el sistema decimal en los alumnos del cuarto grado de la escuela soto barahona* (Tesis de maestría). Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán, Tegucigalpa, Honduras.

Anexos



CERTIFICA QUE:

Ana María Jimenez Echavarría, con número de identificación 1.152.697.932

Participó en el **Encuentro de Semilleros de Investigación**

como Ponente del proyecto *Instrumentos y procedimientos movilizados por estudiantes de 1º, al utilizar los billetes decimales para el desarrollo de pensamiento aditivo*

los días **4 y 5 de mayo de 2017** en la Sede de Investigación Universitaria

María Patricia Arbelaez Montoya
Vicerrectoría de Investigación

Paul Vélez Taborda
Coordinador RedSIN

Organizan:



Apoya:



1 8 0 3

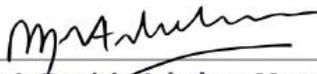
CERTIFICA QUE:

Cristian Stiven Zapata, con número de identificación 1.036.655.945

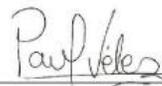
Participó en el **Encuentro de Semilleros de Investigación**

como Ponente del proyecto *Instrumentos y procedimientos movilizados por estudiantes de 1°, al utilizar los billetes decimales para el desarrollo de pensamiento aditivo*

los días **4 y 5 de mayo de 2017** en la Sede de Investigación Universitaria



María Patricia Arbelaez Montoya
Vicerrectoría de Investigación



Paul Vélez Taborda
Coordinador RedSIN

Organizan:



Apoya:



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
CENTRO DE INVESTIGACIONES

Proyecto: "Medios semióticos desarrollados por estudiante de primer grado de IEFJAR al utilizar los billetes decimales"

INFORME FINANCIERO

TRABAJO DE CAMPO	Comprobante	Presupuesto	Ejecución CODI	Ejecución Facultad de Educación
Total trabajo de campo		520.800	0	
Asistencia a eventos				
VII Simposio de Matemática y Educación Matemática y al VI Congreso Internacional de Matemática asistida por Computador (MEM, 2017). 10 al 12 de febrero del 2017			777.915	777.915
Total asistencia a eventos		1.260.000	777.915	777.915
PUBLICACIONES				
Total publicaciones		219.200	0	
Total		2.000.000	777.915	777.915



MÓNICA JANET VARGAS GUZMÁN
Coordinadora Proceso Administrativo



MEDIOS SEMIÓTICOS QUE EMPLEAN ESTUDIANTES DE 1º EN PRÁCTICAS MATEMÁTICAS AL UTILIZAR LOS BILLETES DECIMALES EN TAREAS DE TIPO ADITIVO

Cristian Stiven Zapata, Ana Maria Jimenez, Francy Lorena Cautiva
cstiven.zapata@udea.edu.co , ana.jimenez@udea.edu.co , francy.cautiva@udea.edu.co
Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tiene como objetivo caracterizar los medios semióticos que emplean los estudiantes de primer grado de la Institución Educativa Fontidueño Jaime Arango Rojas en prácticas matemáticas, al utilizar los billetes decimales material propuesto por Botero (2011) conformado por fichas con forma de billetes o tarjetas, en las cuales se encuentran unos, dieces, cienes, etc. Este material posee las mismas características del Sistema de Numeración Decimal (SND) y favorece la manipulación de las unidades de orden del sistema, que en algunas ocasiones se presentan de una forma abstracta en la escuela, el uso de los billetes decimales se propone en el desarrollo de tareas de tipo aditivo en contextos de compra y venta de materiales para la elaboración de bisutería. Esta investigación se desarrolla con los elementos propuestos por Luis Radford en la Teoría de la Objetivación en especial algunas ideas sobre los procesos de objetivación, medios semióticos de objetivación y pensamiento para reflexionar asuntos sobre las prácticas matemáticas en la escuela entendidas desde Obando, Arboleda y Vasco (2014) quienes proponen algunas categorías para caracterizar los medios para la acción en las prácticas matemáticas: problemas para resolver, instrumentos y procedimientos, formas de discursividad, objetos y conceptos. Esta investigación toma dichas

46

ACTA SIMPOSIO DE MATEMÁTICAS Y EDUCACIÓN MATEMÁTICA – N° 1, Vol. 4, p. 1-65, 2017, ISSN 2346-3724

CAPÍTULO 3. EDUCACIÓN MATEMÁTICA

categorías para el análisis de la información. El enfoque metodológico de esta investigación es cualitativo según Hernández, Fernández y Baptista (2010) y se utiliza el estudio de casos propuesto por Stake (1998) como metodología para el registro de la información, además ATLAS.ti como recurso para la categorización, organización y análisis de la información.

DE ANTIOQUIA

1 8 0 3