



1 8 0 3

LAS FRACCIONES A PARTIR DE LA FENOMENOLOGÍA DIDÁCTICA

KAREN TATIANA DEL RIO SERNA
LINA MARCELA RAMÍREZ PÉREZ

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2009

LAS FRACCIONES A PARTIR DE LA FENOMENOLOGÍA DIDÁCTICA

KAREN TATIANA DEL RIO SERNA

LINA MARCELA RAMÍREZ PÉREZ

Trabajo de grado para optar el título de **Licenciatura en Educación Básica
con Énfasis en Matemáticas**

Asesor

Edison Sucerquia Vega

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

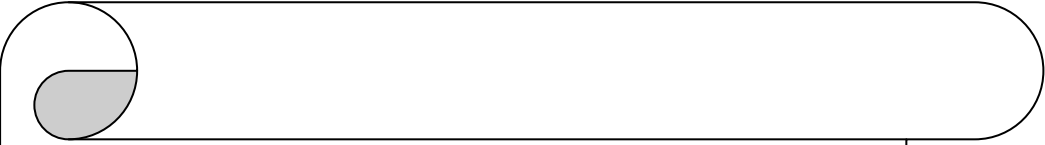
Nota de Aceptación

Firma Presidente del Jurado

Firma del Jurado

Firma del Jurado

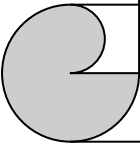
Fecha _____



A ti Dios que nos diste la oportunidad de vivir, fortaleciendo
nuestra vida en este largo proceso.

A nuestros padres y hermanos que han estado con nosotros
en todo momento, apoyándonos, brindándonos todo su amor
y comprensión.

A la Universidad de Antioquia, por apoyarnos
en nuestra formación...



Gracias...

Dios por ser nuestro fiel amigo en este largo recorrido.

A nuestros Padres y hermanos, quienes durante todos estos años confiaron en nosotros; comprendiendo nuestro ideales y el tiempo que no estuvimos con ellos.

A nuestro asesor y a nuestros amigos por sus diversas formas de apoyo, y acompañamiento durante estos años.

A la Institución Educativa Fe y Alegría Luis amigo por permitirnos la experiencia de investigar.

A quienes desde su saber específico nos brindaron el apoyo para la realización de nuestro trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

CAPÍTULO 1: JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	9
1.1. Justificación del problema	9
1.2. Planteamiento del problema.....	13
1.3. Objetivos	13
1.3.1. Objetivo general	13
1.3.2. Objetivos específicos.....	13
 CAPÍTULO 2: REFERENTES TEÓRICOS	 14
2.1. Enseñanza de las matemáticas y las fracciones en la escuela	14
2.2. Dificultades en el aprendizaje de las fracciones.....	16
2.3. Las fracciones a partir de una fenomenología didáctica	17
2.4. La importancia de la historia en la enseñanza de las fracciones.....	20
2.5. Las fracciones y el lenguaje	22
2.6. Las fracciones a través de la representación	24
 CAPÍTULO 3: DISEÑO METODOLÓGICO	 28
3.1. Tipo de investigación.....	28
3.2. Etapas de la investigación.....	28
3.2.1. ETAPA I: Observación.....	28
3.2.1.1. Prueba inicial.....	28
3.2.2.1. Estructura del módulo.....	31
3.2.2.2.1. Guía N°1: Hablemos en fracciones	34
3.2.2.2.2. Guía N°2: Dobleemos papel.....	38
 CAPÍTULO 4: ANÁLISIS DE RESULTADOS	 49
4.1. Población y muestra	49
4.2. Análisis de la prueba inicial	51
4.3. Análisis con respecto al lenguaje	53
4.4. Análisis con respecto a la representación	55
4.5. Análisis con respecto a la simbolización	58

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	63
5.1. Conclusiones con respecto a los objetivos.....	63
5.2. Recomendaciones	64
6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66
ANEXOS	68
ANEXO I: PRUEBA INICIAL.....	69
ANEXO II: MÓDULO.....	74
ANEXO III: PRUEBA FINAL.....	97
ANEXO IV: ARTÍCULO.....	99
ANEXO V: CERTIFICADO DE PONENCIAS.....	105
ANEXO VI: BIOGRAFÍA HANS FREUDENTHAL (1905 - 1990).....	107
ANEXO VII: HISTORIA DE LAS FRACCIONES.....	109

INTRODUCCIÓN

Durante muchos años las clases de matemáticas en Colombia han estado permeadas por la utilización de estrategias tradicionales, que en muchos casos no favorecen un aprendizaje de los objetos mentales matemáticos. Actualmente, se sigue enfatizando la ejercitación algorítmica y no la construcción del significado, a partir de la cotidianidad y de los contextos externos en el aula de clase, en los que el alumno vive día a día.

Las fracciones, uno de los temas principales en las matemáticas escolares, no escapa a esta realidad. Es por esto que, se hace necesario implementar una metodología que nos permita, facilitar el aprendizaje de las fracciones en relación con el contexto, y así darle un significado diferente a las matemáticas, donde los alumnos vean la necesidad de aplicar el objeto mental en cuestión en lo que hacen, viven y experimentan, dentro y fuera del aula de clase.

Es por esto que, en el presente trabajo se pretende implementar la fenomenología didáctica como proceso metodológico que facilite en los alumnos la construcción del objeto mental fracción, donde vean aplicabilidad y sentido a lo que observan y realizan dentro y fuera del aula de clase. Donde ellos se interesen e inquieten por la construcción de nuevos conocimientos, viendo la utilidad de las fracciones en su vida cotidiana.

CAPÍTULO 1

JUSTIFICACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

La Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó se encuentra ubicada en el sector de Moravia en cercanías al sector El Bosque, el Morro, el Oasis tropical y la Herradura, que hacen parte de la comuna 4 llamada popularmente Comuna Aranjuez. Se encuentra ubicada al costado Sur-oriental de esta zona.

Según los registros encontrados en la Institución Educativa, la población que habita este sector es de bajos recursos económicos, ya que en su gran mayoría cuentan con ingresos por debajo del salario mínimo legal vigente en Colombia, además los padres y niños plantean en las entrevistas realizadas que los ingresos son insuficientes para el sostenimiento de su familia, lo que causa gran dificultad para acceder a diferentes bienes y servicios como: atención médica, vivienda, vestido, educación y recreación, entre otros.

Las principales fuentes de ingreso en el sector de Moravia son las relacionadas con el comercio intrabarrial, trabajo en la construcción, negocios y ventas ambulantes, reciclaje y subempleo; otras fuentes de trabajo que se encuentran en el sector son las confecciones, graneros, supermercados, peluquerías, y fábrica de arepas.

En lo que se refiere a la toma de decisiones, control familiar, reglas y normalización dentro de las familias del sector Moravia, se encuentran familias donde existe un sistema de autoridad autocrático, es decir, a base de normas regidas por imposición; otras familias en las que es posible hablar de una autoridad permisiva, pues las normas se imponen sólo con respecto a algunos asuntos; y otras familias en las que las decisiones que les competen a todos sus miembros. Se toman en común acuerdo y se conciertan aspectos relacionados con la norma.

Estas formas de autoridad son determinantes en la comunicación que se da entre los integrantes de estas familias, por lo que se evidencian casos de comunicación disfuncional en los que el diálogo verbal no ocurre de manera permanente, otros en los que la comunicación está basada en la expresión de ideas, pensamientos y la discusión frente a temas de interés, y otros en los que se presenta claridad en lo verbal y un diálogo frecuente que permite la expresión de las ideas sin temores.

En la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó se resalta un aspecto que la hacen muy particular la población, niños que no cuentan con la continua presencia de sus padres o personas a cargo, ya que sus madres en muchas ocasiones tienen que buscar el sustento diario para su familia y a causa de esto los niños pasan la mayoría del tiempo solos.

Ante la situación que se presenta en sus hogares deciden hacer pequeños trabajos después de clase o incluso renunciar a la vida académica por la laboral, en oficios como: vendiendo, cantando, haciendo malabares en buses, etc. Y de esta manera, aportar en su casa para contribuir con los gastos, algo que ocasiona en muchos un descuido parcial y casi que total del estudio, puesto que ellos ven más recompensa en los trabajos que realizan que en el estudio que genera gastos continuamente.

Aunque la mayoría de los maestros de esta Institución no son licenciados, vale la pena destacar en este punto que existen maestros con una gran calidad humana, que se preocupan por la situación familiar y académica de los alumnos, pero por otro lado, las estrategias que se implementan en muchos casos no están adaptadas o contextualizadas, lo que encasilla las clases y a los alumnos en una monotonía a la cual ya se han conformado tanto ellos como los maestros.

En relación a las fracciones un tema bastante conocido en el ámbito escolar, mirado por maestros y alumnos a través del tiempo de una manera algorítmica, donde uno de los objetivos era introducir al alumno en una repetición continua del conocimiento que adquiriría, y así garantizar una mayor “asimilación” de

objetos mentales y estructuras que matemáticamente llevan una secuencia, pero en este sentido carecían de conexión con su vida académica y personal.

Es por esto que, en la primera fase del trabajo de investigación: observación, se elaboró un diagnóstico de la I.E. Fe y Alegría Luis Amigó, donde se hizo necesario fortalecer a la institución en el diseño e implementación de nuevas estrategias pedagógicas y competencias básicas desde la representación de fracciones, donde el saber matemático este como ente primordial para el desarrollo del pensamiento numérico, a la vez permitiendo un acercamiento al objeto mental fracción a través de la exploración con nuevos fenómenos matemáticos.

En Colombia los estándares curriculares (2007) plantean la necesidad de manejar competencias básicas desde la representación y de la interacción social en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, algunos estándares son:

- Relaciona el algoritmo de la fracciones con el contexto.
- Reconoce las diferentes representaciones de una fracción.

Algunas dificultades que presentaron los alumnos de grado quinto con relación al aprendizaje de las fracciones fueron: la dificultad para abstraer el objeto mental fracción, lo que impide una mejor comprensión al momento de operar, encontrar la relación de las fracciones con el contexto y reconocer la equivalencia de fracciones, y además la falta de aplicación de conocimientos anteriores como el M.C.M y el M.C.D que son elementos importantes para la suma y resta de fracciones.

Esto se debe a que en la escuela, las fracciones se han constituido como la realización de operaciones mecánicas, utilizando signos y símbolos sin sentido para el alumno, donde se debería hacer más énfasis en la comprensión del algoritmo y no en la simple memorización del mismo.

Es importante reconocer que Freudenthal (1983) plantea la enseñanza de las fracciones a partir de la representación, como herramienta pedagógica que posibilita el paso de una estructura simple a una compleja, teniendo el contexto como parte integral para la comprensión de este objeto mental.

Es necesario que los alumnos, según Freudenthal (1983), reconozcan los diferentes significados que encierran las fracciones: como operadores sobre magnitudes, como medidores de magnitudes, como división indicada, como razón, y como la representación de una subcolección de una colección de objetos; utilizando el lenguaje que permita a los estudiantes interactuar con el objeto mental. Es por esto que, es importante que ellos reconozcan los signos y símbolos a partir de los distintos sistemas concretos y de este modo facilitar la construcción de la objeto mental fracción y llevarla a una manera más formal, teniendo en cuenta lo que ellos ya conocen.

Es por tanto que se debe hacer de la educación matemática un espacio interesante y motivante, donde el alumno no sea un simple receptor sino un participante activo, que se divierta aprendiendo las relaciones entre el mundo matemático y el mundo exterior.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los niños y niñas del grado quinto de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó presentan dificultades para reconocer las fracciones desde sus diferentes representaciones, su símbolo y las relaciones con sus contextos.

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. Objetivo general

Facilitar la construcción del objeto mental fracción partiendo de las relaciones que éste objeto mental tiene con los fenómenos del contexto para los cuales fueron creados, teniendo en cuenta el entorno de los alumnos.

1.3.2. Objetivos específicos

- Diseñar e implementar un módulo que permita a los alumnos establecer la relación entre la representación y el símbolo de las fracciones.
- Implementar la Fenomenología Didáctica, como proceso metodológico que permita establecer la relación del objeto mental objeto de estudio, con los fenómenos de su entorno.

CAPÍTULO 2

REFERENTES TEÓRICOS

2.1. ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS Y LAS FRACCIONES EN LA ESCUELA

Las matemáticas han sido por mucho tiempo una de las áreas en la que los alumnos presentan mayores dificultades de aprendizaje, tanto en los primeros grados escolares como en grados superiores. Estas dificultades se pueden presentar por las metodologías utilizadas por el maestro o por el desinterés de los mismos alumnos, puesto que no le ven aplicabilidad o sentido al uso de los contenidos de las matemáticas tanto en la escuela como en su vida cotidiana, como lo indica el MEN (1998, p.29) refiriéndose que *“es en el sistema educativo donde tiene lugar gran parte de la formación matemática de las nuevas generaciones y por ello la escuela debe promover las condiciones para que ellas lleven a cabo la construcción de los conceptos matemáticos mediante la elaboración de significados simbólicos”*.

Esta área del conocimiento es quizás la más valorada socialmente, debido a que cada día se va haciendo más necesaria la utilización de ésta en nuestro diario vivir y en el contexto que nos rodea; incluso en las diferentes disciplinas, la matemática se ha consolidado como una base fundamental para la enseñanza- aprendizaje de cada una de ellas. Pero no sólo esto le ha dado un gran valor, también su carácter de abstracción y simbolización la han caracterizado como una disciplina estricta y rigurosa, de la cual muchos alumnos no pueden participar de forma activa, debido a la complejidad que subyace en ella, y a la manera como se ha enseñado; algunas veces desligadas de cualquier situación real, aisladas de cualquier tipo de necesidad social, y concebida como un cuerpo estático, dentro de la cual existen fórmulas y algoritmos que se producen mecánicamente sin posibilitar a los alumnos ampliar su comprensión sobre lo que hacen.

En la actualidad, se sigue aplicando este sistema, sobrevalorando los algoritmos y disminuyendo la construcción de un conocimiento más intuitivo en los alumnos.

Es por esto que la escuela, como ente socializador, demanda de los alumnos procesos disciplinarios y comportamentales como condiciones desde las cuales se despliega el proceso de aprendizaje. Es entonces, que se hace necesario direccionar el acompañamiento pedagógico hacia el desarrollo de habilidades matemáticas y rutinas escolares, a través de la articulación de saberes y la transversalización de competencias básicas que favorezca de una u otra manera el aprendizaje de ésta.

El aprendizaje de las matemáticas, desde los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998, p.35) entendida como *“herramienta que debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a los demás”*, y sin embargo, a pesar de lo anterior la educación matemática en Colombia sigue siendo una de las áreas en la que los alumnos tienen mayores dificultades.

En cuanto al maestro Garduño (2001, enero) dice que *“Es necesario que como maestros determinemos nuestras propias concepciones para maximizar los resultados entre la teoría y la práctica educativa”*. Es importante reflexionar sobre las metodologías que se han empleado y las que estamos utilizando para que el aprendizaje de los alumnos avance cada día más, debido a que la enseñanza ha estado desligada en muchos casos de la teoría y la práctica, pero muy pocas veces se han utilizado las dos para realizar una clase.

En el campo de las fracciones resulta útil relacionar lo anterior dicho, puesto que nosotros hemos sido producto de las clases donde el alumno es un agente pasivo y receptor de información, sin importar el desarrollo del pensamiento a partir de la aplicación de la teoría dada, dejando abismos conceptuales y esto es lo que se tiene que evitar en el maestro al enseñar las fracciones.

2.2. DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS FRACCIONES

Toda una serie de interpretaciones que el maestro le da la objeto mental fracción y como luego lo presenta a los alumnos ocasiona un sin número de dificultades en ellos, principalmente en los primeros grados de educación.

Estas dificultades que abarcan tanto la comprensión conceptual como la destreza del cálculo, han sido constatadas por numerosos investigadores de distintos países. Entre ellos Carrillo, Hernán y Hernán (2000) se refiere a:

“Algunas de las dificultades que conllevan los objetos mentales relacionados con las fracciones son:

En primer lugar los primeros encuentros del alumno con las fracciones son las que se derivan del uso en el lenguaje habitual de expresiones tales como: "media hora" "un cuarto de queso" "medio pan" "el teatro estaba medio vacío" "que salga la mitad de la clase" "ya he leído la tercera parte de la página". Todos estos usos dan lugar a ideas de nivel cualitativo y actúan en la mente del estudiante como nociones que pueden favorecer de algún modo el aprendizaje de los objetos mentales de fraccionar pero que en muchos casos crean confusiones y serias barreras.

En segundo lugar los distintos significados de las fracciones son de naturaleza compleja.

Veamos:

a). *Como primer problema encontramos dificultades en la comprensión del todo y las partes.*

b). *Una fracciones es la forma de expresar una subárea de una unidad entera predefinida.*

d). *Empleamos fracciones para comparar medidas de objetos, por ejemplo "este lápiz es las tres cuartas partes del tuyo".*

Según Freudenthal (1983), otros significados son mucho más abstractos, ya que cada fracción es a su vez uno de los miembros de familias de fracciones equivalentes y cada una de estas familias o clases, constituye un número racional que se puede representar por una fracción cualquiera de la familia.

Este objeto mental es muy complejo y no es posible aprenderlo enseguida, es un proceso que se da a largo plazo. Si los procesos que se van desarrollando son correctos darán paso en la mente del alumno a una estructuración de objetos mentales matemáticos que pueden estar al alcance de todos, aunque por su complejidad la comprensión de los mismos tenga lugar en distintos momentos del desarrollo del pensamiento numérico y geométrico de cada individuo.

2.3. LAS FRACCIONES A PARTIR DE UNA FENOMENOLOGÍA DIDÁCTICA

La educación matemática en Colombia aún sigue teniendo una perspectiva tradicional, a pesar de todas las diferentes estrategias y teorías que se han desarrollado a partir de las diversas investigaciones, con el fin de mejorar la educación.

Por ejemplo, las fracciones en la escuela se continúan enseñando mediante el manejo del símbolo, sin sentido ni significado para los alumnos, perdiendo cada vez su estructura conceptual y cotidiana en el aula de clase.

Para el MEN (1998) los desarrollos curriculares, alcanzados hasta ahora en la educación matemática de niños y jóvenes, señalan que los procesos de aprendizaje formal deberían vincularse con los fenómenos previos y sustentarse en los saberes construidos en dicho fenómeno. Así pues, para el caso que nos ocupa, conviene conocer qué tipo de fenómenos son fuente primaria de las concepciones que se han construido sobre las fracciones, puesto que éste es un tema central de la aritmética que se comunica en la educación básica de niños y jóvenes.

Por tanto, la fenomenología didáctica posibilita enseñar las fracciones de una manera contextualizada, ya que esta va más allá de actividades prácticas y lúdicas, donde el objetivo primordial es que el alumno construya con sentido y significado conocimientos matemáticos; aquí los alumnos pueden participar activamente, sin temor a cometer errores, ya que estos fortalecerán el pensamiento numérico.

Teniendo en cuenta la definición de contexto según el (MEN, 1998, p.36) donde se refiere a este como “el que tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que les dan sentido a las matemáticas que aprende. Variable como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas”.

En esta perspectiva predomina la fenomenología didáctica de Freudenthal (1983). Este autor distingue entre el fenómeno que queremos comprender y estructurar, y las entidades de pensamiento con las que organizamos tal fenómeno.

Entendida la fenomenología didáctica desde Freudenthal (1983 citado en Puig, 1997) como una manera de manifestarle al maestro los lugares donde el alumno podría caminar en el proceso de aprendizaje de las fracciones, objeto mental que ha sido creado para organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental. Es decir, la relación que establece el alumno entre el objeto mental, el uso y el contexto que lo rodea.

De este modo las fracciones son presentadas a través de la fenomenología didáctica, como aquello que el alumno puede experimentar tanto en situaciones basadas en el contexto como en las mismas matemáticas, donde los objetos mentales al manifestarse se hacen visibles y comprensibles por medio de la experiencia que el adquiere, convirtiéndose en algo primordial que subyace en

el discernimiento de la realidad, integrando su conocimiento con lo académico y lo social.

Es por esto que, es menester tener en cuenta la multiplicidad de significados que tienen las fracciones y que se derivan del tipo de situaciones a las que pueden asociarse en el mundo real. Dichos significados han sido reconocidos tanto por matemáticos como por investigadores educativos, entre los que se destaca Freudenthal (1983). Así, la fracción $1/2$ puede representar un trozo de un pastel *dividido* en dos partes iguales; también puede representar el resultado de *repartir* un chocolate entre 2 niños, puede referirse, además, a la *proporción* de café y azúcar vertidas en una taza o a la *longitud* de un lienzo si se utiliza un metro como unidad de medida.

A partir de lo expuesto anteriormente se parte de un principio didáctico que respalda la idea del proceso de enseñanza: se debe comenzar por los fenómenos que se quieren organizar, y enseñar al alumno a manejar los medios de organización. Desde este sentido, Freudenthal (1983) apoya la enseñanza de las matemáticas, en una educación matemática activa, donde el alumno lleve secuencias y plantee regularidades ante los fenómenos que experimenta y observa, lo cual lo encaminará a las soluciones particulares.

En este sentido el papel del maestro consistirá en permitir a los alumnos la exploración ante nuevos fenómenos y además permitir el paso de concepciones particulares del contexto a concepciones propias de las matemáticas que son aún más elaboradas.

De ahí que debemos tener en cuenta que para que se logre dicha exploración, el alumno debe reconocer las matemáticas en el contexto para luego representar los fenómenos observados, permitiendo así la construcción de nuevos objetos mentales.

Desde Freudenthal (1983 citado en Puig, 1997) la fenomenología didáctica admite la relación entre los objetos mentales altamente matemáticos con lo simplemente cotidiano, pues es desde éste último que las matemáticas toman

vida, ya que se organiza para que no sólo sea una memorización del objeto mental matemático, sino más bien que proporciona al alumno la capacidad de análisis, de contextualización e interpretación.

Desde la fenomenología didáctica de Freudenthal, la labor principal de la educación matemática es la constitución de objetos mentales entendida como lo que está en la cabeza de las personas, y en contraposición con la adquisición de conceptos que provienen de la matemáticas como disciplina, sin embargo, la actividad matemática produce objetos mentales a partir de objetos mentales, ambos se constituyen como medios de organización de fenómenos, además los objetos mentales preexisten a los objetos mentales matemáticos.

Por lo que sigue, Puig (1997) comenta que Freudenthal expone la actividad matemática, más que un juego entre fenómenos, por lo contrario es la correspondencia práctico/formal. En este sentido, las matemáticas están por tanto, en el mismo mundo de los fenómenos que organizan: no hay dos mundos sino uno que crece con cada producto de la actividad matemática. Es decir, la construcción de un objeto mental matemático no es algo acabado, es más, la constitución de un objeto mental lleva a la constitución de otro, y estos se revelan a partir de los fenómenos de vida diaria, es por esto que, no se puede hablar de matemáticas y contexto separadamente, aunque cada una tiene un lenguaje propio, ambos se complementan y facilitan una mayor comprensión debido a que el saber matemático está inmerso en lo cotidiano.

2.4. LA IMPORTANCIA DE LA HISTORIA EN LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES

El estudio de la historia de las matemáticas por los maestros cambia de forma profunda el estatus epistemológico del conocimiento matemático y transforma la práctica de la enseñanza. De este modo, es importante partir del desarrollo histórico de cada objeto matemático para tener un conocimiento más amplio de éste, donde los alumnos puedan reconocer su naturaleza, y asimismo puedan tener una mejor comprensión del objeto matemático antes dicho.

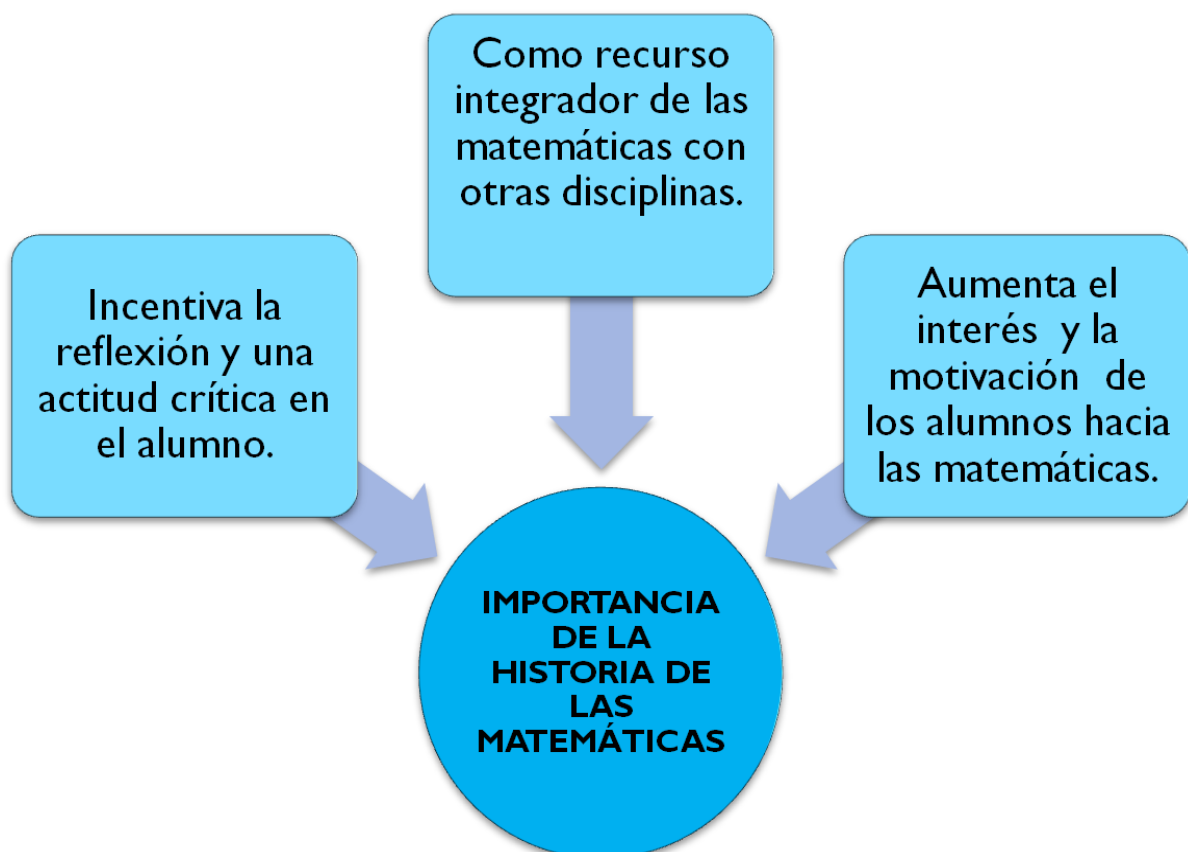
Por medio de la historia, las matemáticas cobran sentido para los alumnos, ya que por medio de esta se retoma la creación de objetos mentales, y además definiéndola como un proceso de análisis y de reconstrucción y no como un aglomerado de objetos mentales y definiciones, llegando así a ser concebida según MEN (1998) como una ciencia humana por ende no acabada ni constituida por verdades infalibles, además el (MEN, 1998, P.30) indica que *“el conocimiento de la historia proporciona además una visión dinámica de las matemáticas y permite apreciar como sus desarrollos han estado relacionados con las circunstancias sociales y culturales e interconectadas con los avances de otras disciplinas”*, donde los alumnos verán las matemáticas desde otra dimensión, no tan memorística y estructurada, además podrán ver todo los acontecimientos que pasaron en la antigüedad, para que se logrará consolidar un objeto matemático.

Freudenthal (1983 citado en Puig, 1997) señala que los objetos mentales matemáticos se modifican en la historia como consecuencia de su uso y el uso en el contexto. Esto no quiere decir, sin embargo, que las modificaciones de un objeto mental indiquen que el objeto mental original era erróneo y que se tenga que ver la historia de los objetos mentales matemáticos como un avance hacia la verdad, ya que se ha rechazado que los objetos matemáticos tengan una existencia anterior al proceso que los crea. No obstante, la educación matemática ha venido formando a partir de objetos mentales ya acabados, convirtiéndose así como algo rutinario, sin sentido ni significado, dejando a un lado la trayectoria de cada objeto mental y la base fundamental de las matemáticas, que es la historia.

Según (Chaves y Salazar)¹ *“debe considerarse que la Historia de la Matemáticas es un recurso, y que lo bueno o malo que surja de su*

¹ “El papel y algunas condiciones para la utilización de la Historia de la Matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la Matemática”, documento brindado en el espacio de conceptualización: Electiva historia de Euclides, Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

incorporación a los procesos de enseñanza-aprendizaje, depende de cómo se utilice”, de esta manera la historia se convierte en un recurso metodológico que transforma los ambientes de aprendizaje, obteniendo beneficios que repercuten en el proceso aprendizaje de los alumnos.



El aporte más significativo que brinda la Historia de la Matemáticas, resaltando en particular la de las fracciones, es que permite la relación entre las mismas matemáticas, sus inicios y el contexto.

2.5. LAS FRACCIONES Y EL LENGUAJE

Las matemáticas han estado implícitas en nuestro diario vivir y en el lenguaje que utilizamos usualmente, pero a pesar que las matemáticas tienen relación con la cotidianidad y que las personas día tras día utilizan términos matemáticos, ésta se ha presentado desligada del contexto, mostrándose como

una ciencia regida por reglas, generando confusión a los alumnos con el manejo de términos demasiado complejos, que solo ven en el salón de clases plasmado en un tablero.

Igualmente, las matemáticas están vinculadas a un lenguaje muy técnico y por ende para los alumnos de primeros grados no es fácil de asimilar y comprender algunos objetos mentales, pero esta área no está tan desligada del lenguaje cotidiano, es más, muchas veces utilizamos expresiones matemáticas en todo lo que hacemos. En este sentido, los maestros se deben situar en un lenguaje científico y técnico que sea universal, de tal forma que los alumnos lo entiendan y a la vez vayan construyendo un lenguaje matemático poco a poco.

De acuerdo a Freudenthal (1983) una de las primeras circunstancias que hay que tener en cuenta, al comenzar con las fracciones es el uso de un lenguaje cotidiano que asocie las matemáticas al contexto a partir de situaciones concretas. En esta perspectiva, el lenguaje se convierte en un puente entre lo concreto y lo formal. Linares (2000) se refiere que a partir de lo concreto se forman los objetos mentales para luego formalizarse.

El maestro debe usar el lenguaje como una herramienta útil para llevar las fracciones al aula de clase, ya que éstas forman parte de las conversaciones de los alumnos, dentro y fuera del aula; además, permitir que las clases de matemáticas no sigan siendo exposiciones de temas descontextualizados, donde el alumno es un simple receptor de información, que en ocasiones no decodifica correctamente.

Por tanto, en el aula de clase se debe generar ambientes de diálogo y exploración, donde el alumno se convierta un interlocutor del lenguaje matemático y lo relacione con situaciones específicas de su vida.

En el caso de las fracciones, es indispensable que el maestro utilice un lenguaje cotidiano, para que de este modo los alumnos vean la aplicación de las fracciones en el contexto, como la utilización de medios, tercios, cuartos, etc., en las diferentes situaciones como: reparto, tiempo y recorrido entre otros.

Por lo dicho anteriormente, las fracciones forman parte de los alumnos, el papel de los maestros es permitir que ese objeto mental que tienen sobre las fracciones de un fruto de ideas, relaciones y analogías a los cuales ellos vean sentido y significado, convirtiéndose luego en un concepto y todo esto a través de una adecuada utilización del lenguaje, conectando lo que saben con el lenguaje de las matemáticas.

Hay que tener presente que al empezar a trabajar un tema matemático es posible que los objetos mentales que vamos a desarrollar estén vinculados a un lenguaje cotidiano, es decir, el que usamos generalmente.

En su obra *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas*, Hans Freudenthal (1983) asienta que las fracciones deben ser acercadas al alumno mediante un lenguaje que él entienda. Así surge la idea, considerando los conocimientos que de las fracciones se tengan, el inicio para un adecuado aprendizaje se puede hacer partiendo de los términos más usuales. Y esto es lo que se debe enseñar a los alumnos, aprender a ver en el contexto las fracciones, pues es de este modo como cobra sentido para ellos.

2.6. LAS FRACCIONES A TRAVÉS DE LA REPRESENTACIÓN

La formación matemática no puede limitarse solo a la memorización de definiciones y reglas, y a la realización de procedimientos lineales con un único camino a seguir, mostrando las actividades matemáticas como consecuencia de un “recetario” que conduce a la meta; todo lo contrario, las matemáticas deben aportar herramientas que sean útiles para el alumno, las cuales abrirán paso a interpretaciones, representaciones, explicaciones de la realidad y estudio de situaciones sociales.

El alumno puede representar todo lo que observa y conoce, de diferentes maneras: dibujos, esquemas, diagramas, etc., dichas situaciones llevan implícitamente el objeto mental fracción. Por medio de la representación se puede proporcionar a los alumnos modelos que los conduzcan y perfeccionen su conocimiento a un nivel más formal y abstracto.

La enseñanza- aprendizaje del objeto mental fracción es un proceso continuo a largo plazo y cuyo resultado no es inmediato, es mas, es un camino estrecho que el alumno tiene que recorrer de la mano del maestro y del saber matemático, que puede ser más fácil a través de diferentes interpretaciones, representaciones y relaciones.

Llinares (2000) ha concebido el objeto mental fracción a través de la representación: como situaciones de reparto y medida, donde entra en juego la relación parte-todo; como vinculación del objeto mental a una representación ya sea grafica o del contexto a través de la visualización.

Por medio de la representación el alumno podrá construir y diseñar estrategias útiles, no solo en el ámbito matemático, sino también en las diversas experiencias de acuerdo a cada situación; de este modo se relaciona las matemáticas con situaciones basadas en el contexto.

Para Llinares (2000) el alumno puede representar un objeto o un objeto mental a través de figuras geométricas conocidas, que son importantes para desarrollar el método deductivo en el conocimiento de las matemáticas. Al igual que el doblado de papel y el Tangram, generan motivación e interés, desarrollando habilidades en los alumnos al realizar operaciones con fracciones, mostrando las matemáticas desde otra concepción. En este sentido la creatividad se convierte en un factor relevante que originará diversión y aprendizaje, dando a la clase un ambiente activo, donde las matemáticas cobren sentido para el contexto a través de modelos gráficos, que son aplicables dentro y fuera del aula de clase.

Partiendo de la imagen y materiales concretos se pueden realizar actividades con fracciones, vinculando las fracciones con experiencias visuales y posteriormente introducir reglas y símbolos con sentido para el alumno. A partir de esto, los alumnos irán adquiriendo ciertos elementos que les permitirán desarrollar capacidades, en diferentes situaciones donde ellos analicen, construyan y busquen diferentes soluciones a actividades más formales.

La utilización de objetos concretos conducirá a los alumnos a adquirir nuevas experiencias matemáticas que los motiven y les permitan avanzar en la adquisición de un conocimiento matemático, con mucha más profundidad y un aprendizaje más fortalecido. En este sentido, los materiales concretos son instrumentos que agilizan los procesos operativos en las fracciones.

De acuerdo con Llinares (2000) comenzar con materiales concretos antes de introducir el lenguaje simbólico de las fracciones, permitirá una mayor apropiación sobre el objeto mental fracción y sus operaciones (suma y resta); teniendo en cuenta el conocimiento informal y la manera como utiliza la representación para comprender los objetos mentales.

A través del doblado de papel podemos hacer que los alumnos se acerquen y se apropien a la familia de fracciones como un medio, un cuarto, un octavo, etc., aprovechando cada situación que suscita esta partición como medio para la realización de preguntas que promuevan un verdadero aprendizaje.

De este modo la representación se convertirá en un medio que ayuda a dotar de significado al objeto mental fracción, usándolo como condición para el desarrollo de una mejor comprensión y convirtiéndose en un instrumento conceptual para la construcción del objeto mental fracción.

Por último, los alumnos estarán en condición de aplicar sus conocimientos en el contexto, en los cuales de cuenta del proceso, adquiriendo elementos que le permitan transformar la realidad en que se desenvuelven, creando así un conocimiento sobre el mundo, las matemáticas y las fracciones.

Para llevar a cabo cada uno de los elementos que propone Freudenthal en la enseñanza-aprendizaje de las fracciones se diseña un módulo definido como:

- “Unidad de estudio que por si sola encierra un cuerpo de conocimientos independientes, que al integrarse a otros módulos estructura la totalidad de un curso o materia de estudio”².
- “Es un conjunto coherente de objetivos, contenidos y actividades, diseñada de manera estructurada y flexible que se elabora como una guía para desarrollar programas de asignaturas”³

El cual se diseña teniendo en cuenta los fenómenos del contexto en el cual se desenvuelven los alumnos.

² Consultado el 13 de Marzo de 2008 en: Alfa-2010.no-ip-org/moodle/mod/glossary/view.php

³ Consultado el 13 de Marzo de 2009 en Mat.uv.cl/profesores/apuntes/archivos_publicos/4846435885_glosario%20de%20terminos%20

CAPITULO 3

DISEÑO METODOLÓGICO

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

En este capítulo se describe el proceso de investigación desarrollado, en el grado quinto de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó.

El método de investigación que se aborda es el método de casos entendido como la descripción narrativa que hace un grupo de observadores sobre una situación real, estudiando características básicas y las relaciones de algunos individuos con el medio en el cual se desenvuelven.

3.2. ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación se desarrolla a partir de las siguientes etapas: observación, intervención y análisis de datos.



3.2.1. ETAPA I: Observación

El proceso inició con el acercamiento a la Institución y a los diferentes grupos, con el fin de identificar características y necesidades de la población, esto se logró a partir de la observación de las clases de matemáticas y lectura del contexto en el cual se desenvolvían los alumnos, registros fotográficos, diarios de campo, entrevistas hechas a padres de familia, docentes de la institución y alumnos; el análisis de documentos rectores de la institución; por medio de los cuales se dieron a conocer las dificultades generales en el área de matemáticas.

3.2.1.1. Prueba inicial

Para identificar las dificultades que presentaban los alumnos del grado 5º de la Institución Educativa donde se realizó la práctica pedagógica, se diseñó una prueba inicial con el objetivo de reconocer los saberes previos de los alumnos sobre las fracciones. Ésta prueba se efectuó en un grupo de 38 alumnos, en un rango de edad de 9 hasta 14 años, la cual estaba conformada por preguntas abiertas de tal manera que permitan identificar por medio de una serie de actividades la importancia del lenguaje, la representación y la simbolización en las fracciones, teniendo en cuenta el contexto.

6). Completa la siguiente tabla, según el ejemplo dado

REPRESENTACIÓN	NUMERICAMENTE	LENGUAJE
	$\frac{1}{2}$	El color verde representa la mitad del cuadrado
		3 bolas amarillas de 5 en total que están en la urna.
	$\frac{1}{3}$	

La prueba diseñada consta de 6 ítems de los cuales se desglosan una serie de preguntas en cada uno de ellos. Ésta prueba se aplicó en la primera sesión del proceso de intervención en la práctica pedagógica.

El primero y el segundo ítem con cada uno de los interrogantes que se derivan de él, esta en relación con los siguientes estándares:

ESTÁNDARES

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Relaciona el concepto de fracciones con su representación en el contexto. |
| <ul style="list-style-type: none"> • Relaciona el símbolo de la fracciones con el contexto. |

En estos primeros ítems se tiene como finalidad indagar el significado que tienen los alumnos de la fracciones y como lo relacionan con el contexto.

El tercer, el cuarto y el quinto ítem esta en relación con los siguientes estándares:

ESTÁNDARES

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce la fracción a partir de un enunciado. |
| <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce las diferentes representaciones de una fracción. |

En estos ítems se tiene como objetivo analizar el reconocimiento que hacen los alumnos de la fracciones a partir de las diferentes representaciones de ésta, y como es su capacidad de explorar la fracciones a la luz de un enunciado dado.

El sexto ítem esta en relación con los siguientes estándares:

ESTÁNDARES

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce las diferentes representaciones de una fracción. |
| <ul style="list-style-type: none"> • Realiza diferentes representaciones de una fracción. |
| <ul style="list-style-type: none"> • Reconoce una fracción a partir de un enunciado. |

En éste ítem, el propósito se centra en la observación y análisis de los alumnos respecto a la visualización que ellos hacen de la fracciones, la relación que establecen entre la imagen, lenguaje y el símbolo, y las diversas maneras como se puede representar.

3.2.2. ETAPA II: Intervención

A partir de la observación se identificaron unas necesidades en el entorno educativo, mencionadas en el capítulo 1, lo cual nos dirigió a la segunda etapa del proceso de investigación: Intervención.

Para ésta etapa se plantea el diseño del módulo, definido en el capítulo 2, puesto que, éste permite que los alumnos construyan su conocimiento de una forma autónoma sin la continua presencia del maestro, y además por que está en relación con la fenomenología didáctica la cual sustenta que la construcción de objetos mentales se debe hacer de manera motivante e independiente.

3.2.2.1. Estructura del módulo

El módulo se diseñó teniendo en cuenta las particularidades del objeto mental fracción y los fenómenos del contexto para los cuales fue creado.

El módulo consta de cuatro guías que se desarrollan secuencialmente, cada una con una categoría específica a tratar como el lenguaje, la representación y la simbolización, sin embargo, en cada guía esta inmersa otra categoría diferente a la específica, es decir, la guía de lenguaje se relaciona a su vez con la representación. Estas se desarrollan a partir una serie de actividades que conducen a la construcción del objeto mental fracción, siempre en relación con el contexto que rodea a los alumnos, donde se tienen en cuenta las siguientes categorías.

- **LENGUAJE:** Para esta categoría se diseña una guía llamada: Hablemos en fracciones.

Se parte del lenguaje con el propósito de que el alumno relacione el símbolo de las fracciones con las palabras y frases que ellos utilizan para entablar conversaciones tanto de su vida escolar y en especial de su cotidianidad.

Además se pretende que el alumno haga uso del lenguaje al trabajar en matemáticas, en particular con las fracciones; asociando cada una de las actividades que realiza con el contexto, y a la vez fortalecer la socialización de ideas del alumno con el fin de que este interactúe con el maestro y demás compañeros de clase.

- **REPRESENTACIÓN:** Para esta categoría se diseña una guía llamada: Dobleemos papel.

Con esta categoría se pretende que el alumno a partir de diferentes procesos empleados para representar la fracción, represente lo que observa en el contexto, con el fin de que su conocimiento alcance un nivel más formal, partiendo de las actividades cotidianas.

Además se busca que el alumno se motive y le vea utilidad a las fracciones en cada una de las situaciones en las cuales esta inmerso, visualizando las fracciones desde diferentes contextos y representaciones, lo cual lleva al alumno como lo expresa el MEN (1998) a la evolución del conocimiento a través de su propia experiencia.

- **SIMBOLIZACIÓN:** Para esta categoría se diseñan dos guías llamadas: Partamos y repartamos, y Comparemos en el mundo de las fracciones.

Con esta categoría se pretende enfatizar en el alumno el algoritmo de las fracciones a partir de las categorías anteriores y en relación con el contexto. El objetivo es que el alumno adquiera y desarrolle habilidades matemáticas, apropiándose para ello de la multiplicidad de recursos que le proporciona el medio en el cual se desenvuelve.

Con esta categoría como lo expresa los lineamientos curriculares (MEN, 1998.p.35): *“no solo se hará énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender”*.

El desarrollo del módulo a través de estas tres categorías, en relación con el contexto tiene como objetivo que el alumno reflexione en cuanto a su conocimiento por medio de la experiencia dentro y fuera del aula de clase, permitiendo la construcción del objeto mental fracción.

3.2.2.2. Estructura de las guías

Cada guía tiene la siguiente estructura:

- **Relatos de la historia de las fracciones:** Se hace una breve reseña de cómo las fracciones han sido utilizada desde mucho tiempo atrás, porque es importante que el alumno conozca como se ha constituido y desarrollado las matemáticas y en general las fracciones, para así darle sentido y significado, y además aprender como éste objeto mental es de gran utilidad en el contexto.
- **Objetivos:** Le indica al alumno lo que va aprender con la elaboración de la guía. Es la finalidad de la guía la cual logra el alumno mediante el cumplimiento de los propósitos y compromisos que este tiene en un determinado tiempo.
- **Actividad motivacional:** Es una actividad práctica, motivante y exploradora, donde el alumno puede interactuar con el objeto mental “fracción” y sus compañeros, se propone esta como punto de partida para el acercamiento al objeto mental, ya que los alumnos pueden observar, explorar, analizar y registrar la importancia de los fenómenos que permiten la constitución del objeto mental, a través de situaciones reales.

Además, esta actividad permite que los alumnos utilicen el símbolo de la fracción no tan mecánicamente, sino al contrario, lo utilizan de tal manera que ven la importancia de este objeto mental en el contexto, con un verdadero sentido y significado.

- **Nociones para recordar:** Se le da la posibilidad al alumno sin la necesidad de darle toda la información, para que así construya su conocimiento a partir de estas nociones.

Muestran elementos de las fracciones que se le ha dado al alumno en grados anteriores, con el fin de fortalecer su conocimiento para la construcción del objeto mental fracción.

- **Actividades de práctica:** Se propone luego de la actividad motivacional donde el alumno pueda acercarse al objeto mental, su finalidad es la apropiación de éste a partir de situaciones del contexto en las cuales puede utilizar la fracción, de esta manera, los alumnos aplican y practican lo aprendido.

Las guías se realizan de forma individual, el objetivo es que el alumno socialice después de hacerla, y de este modo fortalezca y aclare dudas respecto al tema tratado, y a la vez descubrir las debilidades y fortalezas que presentan los alumnos en dicho proceso. Además en cada clase se utiliza el diario de campo como instrumento de recolección de información que posibilita llevar una secuencia en el proceso.

3.2.2.2.1. Guía N°1: Hablemos en fracciones

Una de las mayores dificultades que se presentan en el aprendizaje de las fracciones es el lenguaje y la relación con el contexto, por tanto, se realiza una guía que incluya estos aspectos, con una serie de actividades que estén en relación con las situaciones que los alumnos viven a diario.

Esta guía se realiza en dos sesiones, cada sesión consta de hora y media, esto se hace con el fin de que los alumnos vayan paso a paso, analizando cada

punto de la guía sin presiones, y que ellos mismos regulen su tiempo a la hora de abordar cada una de las guías.

Esta guía esta orientada bajo los siguientes estándares, logros e indicadores de logros:

ESTÁNDAR	LOGRO	INDICADOR DE LOGRO
Relacionar el algoritmo de la fracción con el contexto.	Comprender los diversos significados de las fracciones, sus interpretaciones y representaciones.	Interpreta y resuelve con sentido situaciones en las que intervienen las fracciones.
Relacionar el concepto de fracción con su representación en el contexto.	Resolver situaciones en diferentes contextos utilizando las fracciones.	Registra sus observaciones en forma organizada y rigurosa utilizando dibujos, palabras y fracciones.

El objetivo principal de esta guía es que los alumnos reconozcan en el contexto y mediante un lenguaje cotidiano el uso de las fracciones, para alcanzar tal fin se propone la actividad “JUGUEMOS A LA TIENDA”, porque en el contexto que ellos viven es una acción que hacen constantemente y de la cual ellos son partícipes.

JUGUEMOS A LA TIENDA

En casa, los encargados de hacer el mercado son tu papi y tu mami, ellos van y compran lo necesario, lo que les hace falta y además lo que más les gusta a los niños. Esta es la lista de algunas cosas que comprarán:

- ✓ $\frac{1}{2}$ libra de carne.
- ✓ 1 litro y $\frac{1}{4}$ de leche.
- ✓ $\frac{1}{2}$ libra de mantequilla.
- ✓ $\frac{1}{4}$ de pan.
- ✓ $\frac{1}{3}$ de litro de helado.
- ✓ $\frac{2}{3}$ de queso.



Pero, tus padres no pueden terminar de hacer el mercado, y te piden el favor de que tu termines de hacerlo, ¿Qué comprarías en la tienda de DON ALE y qué cantidad? Completa la lista conociendo la forma como tus padres merca, en el siguiente espacio en blanco.

- ✓ _____
- ✓ _____
- ✓ _____
- ✓ _____
- ✓ _____

Responde de acuerdo a lo anterior:

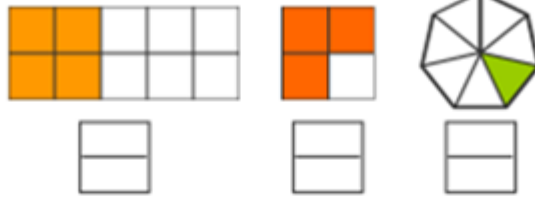
- ✓ ¿Te pareció muy difícil terminar la lista del mercado? Si, No.
- ¿Por que?

Se toma esta actividad como punto de partida teniendo en cuenta los saberes previos de los alumnos y como éstos subyacen en la cotidianidad de ellos, para ir avanzando de lo práctico a lo formal.

Esta actividad consta en completar una lista de mercado, y luego se realizan unas preguntas orientadoras como: “¿*Diariamente utilizas frases como: un medio de, un tercio de, un cuarto de? Si, No. Si las utilizas menciónalas*”, con el fin de que los alumnos observen que las matemáticas no son ajenas a las actividades que realiza fuera de clase.

En esta guía se encuentran nociones donde se recuerdan a los alumnos objetos mentales básicos de las fracciones, como apoyo para actividades posteriores.

2. Escribe en las casillas la fracción que representa la parte sombreada:



RECUERDA:

Si el denominador es mayor que diez, se lee el número y se finaliza con la terminación **avos**.

Por último, se les brindan la posibilidad a los alumnos de practicar lo que han aprendido durante la realización de la guía.

AHORA PRACTIQUEMOS

1. Escribe como se leen las siguientes fracciones:

$\frac{3}{5}$ _____

$\frac{10}{18}$ _____

$\frac{3}{10}$ _____

3.2.2.2.2. Guía N°2: Doblemos papel

En la enseñanza de las fracciones, la representación tiene un papel muy importante, por que posibilita reconocer éste objeto mental utilizando y manipulando diferentes materiales concretos, como el doblado de papel y la visualización de diferentes imágenes en el plano.

En este momento de la intervención se pretende que los alumnos se motiven y se interesen, al realizar diferentes actividades ajenas a las que están acostumbrados en las clases de matemáticas. Se tiene en cuenta la estrategia del doblado de papel como medio para potenciar el pensamiento matemático y creativo de los alumnos.


Esta guía se realiza en tres sesiones con una duración de hora y media por sesión, orientada bajo los siguientes estándares, logros e indicadores de logros:

ESTÁNDAR	LOGRO	INDICADOR DE LOGRO
Reconocer las diferentes representaciones de una fracción.	Describe las características de las fracciones, identificando su representación gráfica, sus partes y sus	Distingue las características de las fracciones representándolos gráficamente, teniendo

	clases.	en cuenta sus clases y relaciones.
Realizar diferentes representaciones de una fracción.	Describe las características de las fracciones, identificando su representación gráfica, sus partes y sus clases.	Relaciona materiales físicos, imágenes y diagramas con las fracciones.
Relacionar el concepto de fracciones con su representación en el contexto.	Resolver situaciones reales en diferentes contextos utilizando las fracciones.	Registra sus observaciones en forma organizada y rigurosa utilizando dibujos, palabras y fracciones.


Para la realización de la guía los alumnos harán uso de diferentes materiales como: hojas iris, tijeras, lápiz, colores, etc.

La primera parte de la guía esta orientada a que los alumnos doblen papel de una manera libre, es un primer acercamiento a las diferentes formas de representación de la fracciones y al fortalecimiento de ésta, a partir de diferentes contextos. En esta parte, los alumnos construyen un cuadrado utilizando el doblado de papel teniendo en cuenta unas instrucciones, de acuerdo a los dobleces realizados se hacen una serie de preguntas como: *“El cuadrado que obtuviste dóblalo por la línea DC, ¿en cuántas partes quedó dividido el cuadrado? Explica.”*




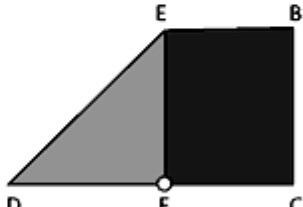
AHORA TRABAJA CON TUS COMPAÑEROS

1. Para la actividad que vamos a realizar a continuación vamos a necesitar hojas de diferentes colores y tijeras. Empezaremos realizando un cuadrado de la forma en que se muestra continuación:

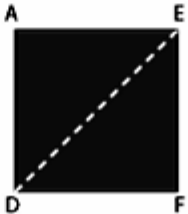


Primero dobla la esquina superior izquierda hacia abajo de manera que la línea AD coincida con la línea AC.



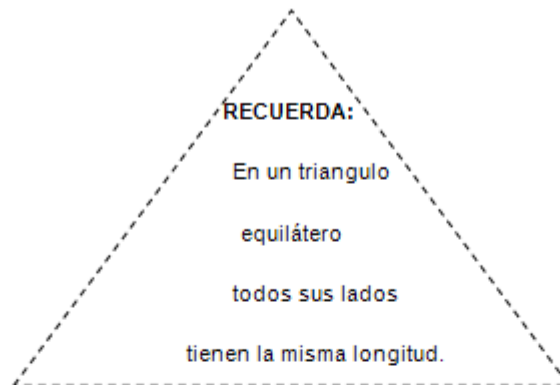


Para obtener el cuadrado, recorta la línea EF y listo. Tu cuadrado quedará con una de sus diagonales trazada:



Luego la guía esta articulada sobre la construcción de un triángulo por medio del doblado de papel, donde posteriormente lo doblan por sus mitades haciendo la relación con el algoritmo de la fracciones.

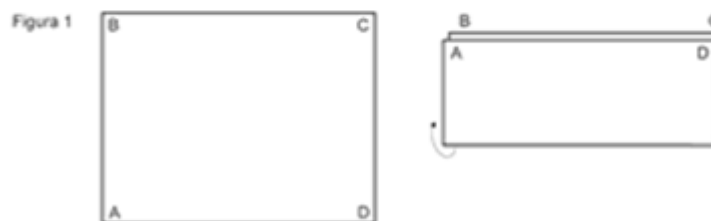
CONSTRUYAMOS UN TRIANGULO



Como ya sabes que es un triángulo equilátero vamos a construir uno doblando una hoja de papel.

EMPEZEMOS LA CONSTRUCCIÓN

1. Se toma la hoja de papel tamaño carta, se denotan las esquinas o vértices con letras y se dobla a lo largo, haciendo coincidir A con B y D con C , tal como se observa en la siguiente figura.



2. Se desliza el vértice B sobre la línea generada por el doblez.
3. Luego se desliza el segmento CD de modo que el vértice C quede sobre el segmento AE , como se muestra a continuación en la figura 3.

En esta parte del proceso se tiene como objetivo mostrar a los alumnos las diferentes formas de representar la fracciones, por medio de las diversas construcciones que se realizan mediante el manejo manual del papel y la utilización de otras herramientas como esquemas (lo ya elaborado) y dibujos (lo que los alumnos realizan); siempre en relación con lo que los alumnos conocen y experimentan dentro y fuera del aula de clase.

La geometría será un elemento base en esta guía, puesto que se hará uso de sus componentes en gran medida para la realización de gráficos. Esto permitirá que los alumnos lleven una secuencia en su aprendizaje, tomando siempre en cuenta conocimientos anteriores como base para los posteriores.

3.2.2.2.3. Guía N°3: Partamos y repartamos, y Guía N°4: Comparemos en el mundo de las fracciones

En las últimas guías se enfatiza en la simbolización del objeto mental “fracciones”, tomando como base los momentos anteriores, y teniendo en cuenta la fracción como: relación parte- todo, comparadora y división indicada.

En esta parte del proceso se hace énfasis, puesto que es la parte formal, como construcción de lo práctico y habitual que realizan los alumnos; por tal motivo, estas dos guías tienen una duración de dos sesiones cada una, llamadas:

- Partamos y repartamos
- Comparemos en el mundo de las fracciones

Estas guías con cada una de sus actividades tienen como objetivo que los alumnos por medio de diferentes experiencias construyan el objeto mental fracciones. En estos momentos se pretende que interpreten, reconozcan y relacionen las fracciones a partir de sus diferentes significados y el uso en los contextos.

Aquí se proponen diferentes actividades donde el alumno renovará todos los conocimientos que ha adquirido, para construir el objeto mental fracciones a partir de la serie de actividades presentadas. Una de las actividades motivacionales es la construcción de una ruleta donde los alumnos visualizarán la relación parte todo de la fracción, de la cual se desglosan actividades más prácticas. Para realización de esta ruletas se utilizan materiales como: cartón paja, compas, temperas, colores, tijeras, lápiz, borrador y pinceles.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL

“CONSTRUYAMOS LA RULETA”



Reúnete con un compañero de tu clase, el tu que prefieras, para la siguiente actividad, pues construiremos una ruleta fraccionaria con el fin que te diviertas un poco y a la vez aprendas sobre fracciones.

MATERIALES:

Cartón paja, compas, temperas, colores, tijeras, lápiz, borrador, pinceles.

SIGUE LAS INSTRUCCIONES:

1. Escoge una ficha de las que te presenta la profesora, esta te indicara lo que representar en la ruleta.
2. Sobre el cartón paja realiza una círculo con el compas del tamaño que quieras, marca el centro del círculo con un color, y de acuerdo a lo que sacaste divide la ruleta y píntala.



EJEMPLO:

Supongamos que en la ficha te salió $\frac{2}{3}$, entonces divides la ruleta en tres parte iguales y colorea dos partes del color que quieras.

Así:



$\frac{2}{3}$

Recuerda que se lee dos tercios.

Por otra parte la guía comparemos en el mundo de las fracciones, está orientada bajo la actividad motivacional de comparar los floreros que tengan una fracciones similar con las flores.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL

RECUERDA QUE:

- ✓ Las fracciones propias representan una cantidad más pequeña que la unidad. En ellas, el numerador es menor que el denominador.
- ✓ Las fracciones impropias representan una cantidad mayor que la unidad. En ellas el numerador es mayor que el denominador.

Cada flor debe estar en su florero. Une cada flor que tenga una fracción equivalente y tacha el florero que sobre.



$$\frac{3}{2}$$



$$\frac{25}{10}$$



$$\frac{10}{11}$$



$$\frac{20}{22}$$



$$2 \frac{1}{2}$$



$$\frac{18}{12}$$

Estas guías, están orientadas bajo los siguientes estándares, logros e indicadores de logros:

ESTÁNDAR	LOGRO	INDICADOR DE LOGRO
Relaciona el símbolo de la fracciones con el contexto.	Comprender los diversos significados de las fracciones, sus interpretaciones y representaciones.	Interpreta y resuelve con sentido situaciones en las que intervienen las fracciones.
Reconoce las diferentes representaciones de una fracción.	Describir las características de las fracciones, identificando su representación gráfica, sus partes y sus clases.	Distingue las características de las fracciones representándolas gráficamente, teniendo en cuenta sus clases y

<p>Describir, comparar y cuantificar situaciones con números en diferentes contextos y con diversas representaciones.</p>	<p>Comprender el significado de las fracciones equivalentes, propias e impropias</p> <p>Establecimiento de la relación existente entre las partes y el todo.</p>	<p>relaciones.</p> <p>Interpreta y resuelve con sentido situaciones en las que intervienen las fracciones equivalentes, propias e impropias.</p> <p>Identifica una parte de la unidad y establece la relación que esta tiene con dicha unidad a partir de la relación “fue dividida en tantas partes iguales”.</p>
---	--	--

Estas dos últimas guías contienen ejercicios prácticos, en los cuales los alumnos se apropiarán de lo aprendido hasta el momento, teniendo siempre en cuenta el contexto y el uso de las matemáticas en las actividades diarias.

3.2.3. Prueba final

Para finalizar el proceso del trabajo de investigación se realiza una prueba final con el fin de indagar si los alumnos alcanzaron los objetivos planteados en las guías de aprendizaje. Esta en sus diferentes ítems contiene una o varias categorías, mencionadas anteriormente.

3.2.3.1. Análisis de las preguntas


La prueba final consta de seis preguntas en las cuales se tuvo en cuenta el lenguaje, la representación, la simbolización, en relación con el contexto.

En la pregunta número 1, se muestra al alumno dos fracciones diferentes, donde debe escribir al frente de cada una de ellas como se leen; para esto se le da un ejemplo previo donde se le indica que debe de hacer.


Esta pregunta se realiza con el objetivo de analizar como el alumno emplea el lenguaje para referirse al objeto mental fracción, haciendo relación de este con el símbolo de las fracciones.

En las preguntas número 2, 3, 4, se le plantea al alumno diferentes situaciones propias de la vida real. Estas preguntas se realizan con el objetivo de analizar la relación que el alumno establece entre el contexto y las fracciones, y como a su vez hace una representación de dicha relación.

En las preguntas número 5, 6 se le plantea al alumno situaciones donde entra en juego la simbolización de las fracciones, como lo es la equivalencia y la relación parte-todo de las fracciones. Estas preguntas se realizan con el objetivo de analizar si el alumno alcanza la construcción del objeto mental fracción a partir del lenguaje, la representación y el contexto.



PRUEBA FINAL



NOMBRE: _____

GRADO: _____

FECHA: _____

1. Escribe en palabras la fracción que corresponde como en el ejemplo:


$\frac{2}{4} \Rightarrow$ Dos cuartos

$\frac{1}{4} \Rightarrow$ _____

$\frac{3}{5} \Rightarrow$ _____

$\frac{2}{7} \Rightarrow$ _____

2. En la granja de mi abuela hay una gallina, en la mañana puso 2 huevos de los 6 que pone diariamente. ¿Cómo podemos representar esta cantidad de huevos?



R// Cantidad de huevos

Los alumnos al elaborar esta prueba darán cuenta de la apropiación del objeto mental fracciones, aplicando lo aprendido durante todo el proceso a situaciones relacionadas con el contexto, no solo el educativo sino también el extraescolar.

Para esta prueba se debe tener en cuenta, que se parte del contexto para la construcción del objeto mental fracción, pero la enseñanza-aprendizaje no solo se limita en este campo, es mas, se le posibilita al alumno confrontar sus objetos mentales en la realización de guías en las que interviene la simbolización.

Esta prueba final, está orientada bajo los siguientes estándares, logros en indicadores de logros:

ESTÁNDAR	LOGRO	INDICADOR DE LOGRO
Relaciona el símbolo de la fracciones con el contexto.	Comprender los diversos significados de las fracciones, sus interpretaciones y representaciones.	Interpreta y resuelve con sentido situaciones en las que intervienen las fracciones.
Reconoce las diferentes representaciones de una fracción.	Describir las características de las fracciones, identificando su representación gráfica, sus partes y sus clases.	Distingue las características de las fracciones representándolos gráficamente, teniendo en cuenta sus clases y relaciones.
Describir, comparar y cuantificar situaciones con números en diferentes contextos y con diversas representaciones.	Comprender el significado de las fracciones equivalentes, propias e impropias. Establecimiento de la relación existente entre las partes y el todo.	Interpreta y resuelve con sentido situaciones en las que intervienen las fracciones equivalentes, propias impropias. Identifica una parte de la unidad y establece la relación que esta tiene con dicha unidad a partir de la relación "fue

		dividida en tantas partes iguales”.
Relacionar el algoritmo de la fracción con el contexto.	Comprender los diversos significados de las fracciones, sus interpretaciones y representaciones.	Interpreta y resuelve con sentido situaciones en las que intervienen las fracciones.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se van a describir los resultados obtenidos durante el proceso de intervención en la I.E Fe y Alegría Luis Amigó.

Es necesario mencionar que la población de esta institución educativa presenta dificultades para asistir continuamente a las sesiones de clase por problemas familiares y motivacionales expuestos en el capítulo I; pero la ausencia de los alumnos no obstaculizó el proceso, debido que los alumnos retomaban la realización de las guías, de acuerdo donde habían terminado en la última sesión asistida, contribuyendo así a la construcción del objeto mental fracción.

Además, los alumnos desarrollaban competencias con relación a los estándares de grados inferiores de acuerdo al grado que cursaban, puesto que no tenían formalizadas las operaciones básicas como lo son: la suma, resta, multiplicación y división; y por ende, en situaciones en los que estaba inmerso el contexto no lo sabían utilizar adecuadamente.

Por otra parte los cambios de horario generados en la institución por diversidad de actividades culturales, lúdicas y académicas, generaron dificultades en el proceso, para llevar a cabo cada una de las actividades programadas en el área de matemáticas, sin embargo se pudo culminar el proceso con los tres alumnos seleccionados al azar.

4.1. Población y muestra

El trabajo de campo se realizó con alumnos del grado 5º de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó (ver capítulo 1), en la cual se tomo una muestra al azar de 3 alumnos los cuales denominaremos Alumno 1, Alumno 2 y Alumno 3.

Alumno 1:**Edad:** 9 años

Descripción: Es una alumna comprometida con el proceso de aprendizaje, es atenta e interesada, sigue correctamente las instrucciones aunque muchas veces requiere de la presencia continua del maestro para la realización de actividades.

Al iniciar el proceso y de acuerdo a la prueba inicial, el diagnóstico y las entrevistas realizadas, el Alumno 1 presentó las siguientes dificultades en cuanto a las fracciones:

- No utiliza adecuadamente el lenguaje para nombrar las fracciones.
- No relaciona el contexto con las fracciones.
- No establece la relación entre el algoritmo de la fracción y la representación.

Alumno 2:**Edad:** 11 años

Descripción: El Alumno 2, es una alumna tímida, participa poco en clase, sin embargo, en las actividades que realiza manifiesta su dedicación por la construcción de su conocimiento, es organizada, es cumplida con tareas asignadas, demuestra interés por el área de matemáticas.

Al iniciar el proceso y de acuerdo a la prueba inicial, el diagnóstico y las entrevistas realizadas, el Alumno 1 presentó las siguientes dificultades en cuanto a las fracciones:

- No reconoce la fracción como partes de un todo.
- No relaciona la fracción con situaciones cotidianas.

- No comprende la relación existente entre el algoritmo de la fracción, sus diferentes representaciones y el uso en el contexto.

Alumno 3:

Edad: 11 años

Descripción: Es una participante activa de las clases de matemáticas, es organizada, disciplinada, realiza los trabajos sin presión exterior, no necesita mucho la presencia del maestro para realizar actividades.

Al iniciar el proceso y de acuerdo a la prueba inicial, el diagnóstico y las entrevistas realizadas, el Alumno 1 presentó las siguientes dificultades en cuanto a las fracciones:

- Se le dificulta usar adecuadamente el lenguaje para nombrar fracciones.

Para el análisis de los resultados se tuvo en cuenta el diario de campo como instrumento de recolección de información en cada una de las sesiones, las entrevistas hechas tanto a maestros, alumnos y padres de familia; y el módulo como registro que da cuenta del proceso de construcción del objeto mental fracciones.

Para el análisis de resultados se tendrán en cuenta tres categorías: lenguaje, representación y simbolización, interrelacionadas en las guías.

4.2. Análisis de la prueba inicial

Con la prueba inicial se pretendía analizar los conocimientos que tenían los alumnos del grado 5º a cerca del objeto mental fracciones y las relaciones de ésta con el contexto.

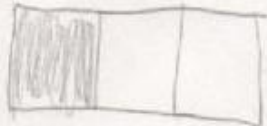
Para esto se utilizó una prueba que fue elaborada teniendo en cuenta el diagnóstico, los estándares mencionados en el capítulo III y los lineamientos

curriculares; esta prueba consta de tres categorías: lenguaje, representación y simbolización, cada una de ellas en relación con el contexto. La prueba consta de 6 ítems, donde hay diferentes actividades donde se relacionan una o varias categorías.

Al iniciar prueba los alumnos se sentían inquietos, puesto que, creían que era una evaluación para lo cual ellos no estaban preparados, pero se les explicó que no era una actividad evaluativa, que era sólo una guía y que la podrían responder según sus conocimientos, pero que sin embargo no podían dejar los espacios en blanco.

En esta prueba se presentó un cuadro que comprendía el lenguaje, el algoritmo y la representación de las fracciones, la cual los alumnos tenían que completar, para luego poder identificar si los alumnos reconocían las fracciones desde sus diferentes representaciones, su algoritmo y las relaciones con sus contextos.

En la siguiente imagen se observa como el alumno dibuja un rectángulo y lo divide en tres partes iguales, para luego tomar una parte, pero lo hacen de tal manera que no ven la importancia, de que todas las partes deben de ser del mismo tamaño.

REPRESENTACIÓN	NUMERICAMENTE	LENGUAJE
	$\frac{1}{3}$	1 cuadro de 3 que hay en total

También puede observarse con relación a las fracciones, los alumnos no usaban correctamente expresiones verbales asociadas a ellas y no había una comprensión de las relaciones que estaban presentes en dicho objeto mental.

Es notorio, que para los alumnos la fracción carece de sentido pues, la identifican sólo como un número de la forma a/b , pero no identifican la relación que tiene la fracción con el contexto, el algoritmo y la representación, y menos aun emplearla significativamente.

4.3. Análisis con respecto al lenguaje

En la guía N° 1, la actividad que se relaciona es: completar la lista de mercado.

Pero, tus padres no pueden terminar de hacer el mercado, y te piden el favor de que tu termines de hacerlo, ¿Qué comprarías en la tienda de DON ALE y qué cantidad? Completa la lista conociendo la forma como tus padres merca, en el siguiente espacio en blanco.

- ✓ $\frac{1}{2}$ Libra de azucar
- ✓ Un pan fajado
- ✓ 1 Libra y $\frac{1}{2}$ de lentejas.
- ✓ $\frac{1}{3}$ de queso mascarela.
- ✓ $\frac{1}{2}$ Libro de yogurt.

Responde de acuerdo a lo anterior:

✓ ¿Te pareció muy difícil terminar la lista del mercado? Si, No.
 ¿Por que?
 No, por que yo le ayudo a hacer la lista a mi mamá a hacer la lista.

En la guía N° 2, la actividad con respecto a lenguaje es la realización de un cuadrado a partir del doblado papel, en la cual los alumnos tenían que argumentar por que al hacer los dobleces, la figura resultante esta dividida en partes iguales, donde una de las preguntas más relevantes era: “*Las partes en que esta dividido el cuadrado, ¿son iguales? Si, No. Explica*”.

En la guía N°3, se realizo una ruleta donde posteriormente tenían que socializar explicando y argumentando como elaboraron la ruleta, de acuerdo a la fracciones dada.

De acuerdo a la ficha que te correspondió responde lo siguiente:

1. Comparte con tus compañeros tu ruleta fraccionaria, explicando en cuantas partes esta dividida, cuantas partes pintaste y como se lee la fracción que representaste en la ruleta.
2. ¿La ruleta que hiciste si representa el número que te correspondió? Si, no, ¿Por que?
 Si porque lo divide en cinco partes iguales y pinte dos.

A continuación se muestran las respuestas hechas por los Alumnos de acuerdo al lenguaje:

GUÍAS ALUMNOS	ALUMNO 1	ALUMNO 2	ALUMNO 3
Guía N°1	"Si, cuando uno compra cosas en la tienda, cuando uno dice camine media cuadra y cuando te dan medio naranja y cosas así".	"Si, muchas veces las utilizo cuando voy a la tienda y cuando salgo con mis amigas para jugar, utilizo medios y cuartos".	"Si, las utilizo por ejemplo cuando me piden la hora, cuando me mandan a la tienda a comprar la mantequilla y el quesito".
Guía N°2	"Las partes en que esta dividido el cuadrado no son iguales por que hay varias figuras".	"Las partes en que está dividido el cuadrado si son iguales por que se partió a la mitad".	"El cuadrado esta doblado en forma triangular y al desdoblarlo queda un cuadrado partido en mitad".
Guía N°3	"Si, porque la dividí en cinco partes y pinto dos".	"Si, porque me correspondió 5/6, la ruleta la dividí en 6 partes y pinte 5 partes de un mismo color".	"Si, porque la dividí en 7 partes iguales, 6 pinte de un color y una de otro color y eso nos da 6/7".

Lo que se evidencia es que tanto el Alumno 1, el Alumno 2 y el Alumno 3, en la guía N°1, leyeron atentamente la actividad y contestaron de acuerdo a lo que han experimentado en actividades no muy lejanas, como es la realización de un mercado o solo el hecho de ir a comprar a la tienda, respondiendo de acuerdo a las vivencia diarias relacionando el algoritmo de la fracciones con el contexto a partir del lenguaje cotidiano.

Con respecto a la guía N°2, al doblar por las mitades la figura dada, el Alumno 1 no identifico que el resultado obtenido son partes iguales en la figura, lo que evidencia que no relaciona las partes con el todo a partir de diferentes representaciones de la fracciones.

El Alumno 2 como el Alumno 3, aunque no utilicen un lenguaje muy apropiado con respecto a las fracciones, respondieron como se esperaba ya que nombraron correctamente la fracción, además identificaron la fracciones con relación al algoritmo y sus diferentes representaciones, apropiándose de ella a partir de las actividades que realizan, dando cuenta de la construcción de nuevos conocimientos, y como los han ido relacionando con las actividades propuestas en clases, igualmente se evidencia que relacionan la noción de fracciones con su representación en el contexto.

En la guía N°3, el Alumno 1, el Alumno 2 y el Alumno 3, obtuvieron un buen producto, puesto que reconocieron el papel que desempeñan tanto el numerador como el denominador en una fracciones, además relacionaron el objeto mental fracciones con su representación en el contexto y a la vez simbolizaron las partes de un total por medio de una fracciones.

4.4. Análisis con respecto a la representación

Esta es la actividad de la guía N°1 que se relaciona con la representación:

3. Colorea en cada caso la fracción indicada:

$4/8$ 

$5/6$ 

$7/16$ 

En la guía N°2: doblemos papel, esta en relación con la representación, la cual se dio a partir de unas preguntas orientadoras como: “¿Sabes si existe una relación entre el doblado de papel y las fracciones? si, no ¿Por qué?”






En la guía N°3, se presentaron diversas situaciones donde los alumnos tenían que representar la solución de cada situación:

LEE CADA INFORMACIÓN Y LUEGO REALIZA UN DIBUJO QUE LA REPRESENTA:

1. En un día de paseo Laura y Diego le sugirieron a sus padres que fueran a comer pizza, al llegar a VELLETRY PIZZA pidieron una con champiñones, maicitos y doble queso. La pizza tenía 8 porciones. Laura se comió $\frac{4}{8}$ de la pizza, mientras que Diego se comió $\frac{3}{8}$ de ella. ¿Qué parte de la pizza sobro?

A continuación se muestran las respuestas hechas por los Alumnos de acuerdo a la representación:

GUÍAS			
	ALUMNO 1	ALUMNO 2	ALUMNO 3
ALUMNOS			

Guía N°1	Pinto 4 partes de 8.	Pinto 4 partes de 8.	Pinto 4 partes de 8.
Guía N°2	“Si, por que cuando hace una figura de fracciones tiene que hacer el resultado”.	“Si, por que uno dobla la hoja en 4 y se pinta un cuadro y quedaría 1/4”.	“si, porque podemos admitir que el papel y las fracciones juntas te pueden dar muchas figuras”.
Guía N°3			

En la guía N°1, el Alumno 1, el Alumno 2 y el Alumno 3, al colorear las fracciones indicadas se evidenció que reconocen las diferentes representaciones de una fracción, pero cuando se le pide que representen una fracción cualquiera no la dividen en partes iguales.

En la guía N°2, la respuesta del Alumno 1 es confusa, puesto que, sabía que entre el doblado de papel y las fracciones existía alguna relación, pero no fue explícito para dar la respuesta de acuerdo a sus conocimientos.

En cuando al Alumno 2 y el Alumno 3, la respuesta da cuenta como poco a poco han ido construyendo el objeto mental fracción a partir de las diferentes representaciones, puesto tienen claro que al hacer dobleces se puede encontrar figuras de igual tamaño.

Respecto a la guía N°3, el Alumno 1, el Alumno 2 y el Alumno 3, evidencia que relacionan el objeto mental fracción con su representación en el contexto a partir de los diversos enunciados presentados, a la vez contextualizan las diferentes situaciones presentadas y ya no responde tan mecánicamente. Un aspecto relevante del Alumno 3, es que explica su respuesta haciendo uso del lenguaje para dar claridad a la representación.

4.5. Análisis con respecto a la simbolización

En la guía N°1, cada alumno tenía que llenar las casillas con una fracción correspondiente a la figura dada.

2. Escribe en las casillas la fracción que representa la parte sombreada:

$\frac{2}{5}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{7}$

En la guía N°3, se le presentó a los alumnos la siguiente situación: “En un jardín hay un sembrado de flores, en el sembrado hay 12 flores en total, de las cuales 4 son moradas y son las favoritas de Mariana, además hay 8 amarillas que son las favoritas de Fernanda. Pinta las flores del color que le corresponde a cada niña. ¿Qué parte del total representa las flores de Mariana y de Fernanda?”

Con respecto a la guía N°4, los alumnos tenían que llenar las casillas de acuerdo a las figuras dadas, para inducirlos en la equivalencia de fracciones.

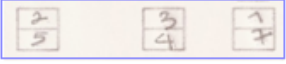
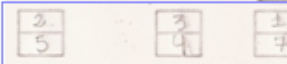
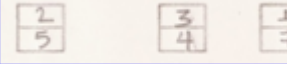
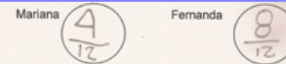


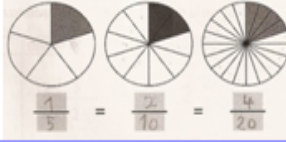
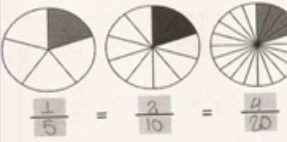
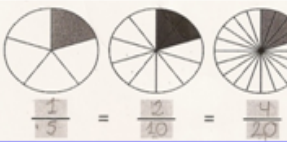
AHORA INTENTA HACER LO SIGUIENTE

1. En las casillas escribe la fracción correspondiente.

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

$\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{4}{20}$

A continuación se muestran las respuestas hechas por los Alumnos de acuerdo a la simbolización:

GUÍAS ALUMNOS	ALUMNO 1	ALUMNO 2	ALUMNO 3
Guía N°1			
Guía N°3			
Guía N°4			

En la guía N°1, con respecto a la simbolización, se evidencio como el Alumno 1, Alumno 2 y Alumno 3, en cuanto al momento de escribir en las casillas la fracción que representa la figura dada, lo realizaron correctamente reconociendo implícitamente las fracciones como partidor.

Al analizar la guía N° 3, se encontró, que tanto el Alumno 1, el Alumno 2 y el Alumno 3, reconocen una fracciones a partir de un enunciado y de situaciones presentadas, y además relacionan el algoritmo de la fracciones a partir de diferentes representaciones, dando cuenta de la fracciones como parte-todo.

En la guía 4, en el Alumno 1, el Alumno 2 y el Alumno 3, interpretan y resuelven con sentido situaciones en las intervienen unidades completas y

fracciones propias, reconoce y genera equivalencias entre expresiones numéricas.

El Alumno 1, ante la pregunta “¿Qué puedes concluir de la actividad anterior?”, respondió: “lo que podemos concluir es que las fracciones equivalentes son las que ocupan el mismo espacio”, da cuenta de cómo construyó la equivalencia de fracciones hasta este momento.

El Alumno 2 y Alumno 3, ante la pregunta “¿Qué puedes concluir de la actividad anterior?”, respondieron: “que comparten un mismo espacio”, da cuenta de cómo construyó la equivalencia de fracciones, de tal manera que entiende que dos fracciones son equivalente cuando el área sombreada es igual a otra.

4.6. Análisis de la prueba final

Al finalizar la elaboración del módulo se presentó una prueba final con situaciones semejantes a la prueba inicial y pudo constatarse una evolución en la constitución del objeto mental fracción.

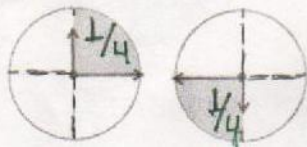
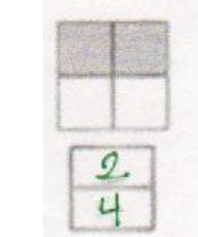
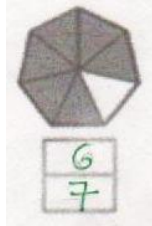
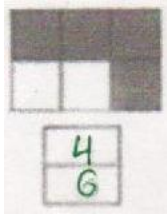
Esta prueba final esta compuesta por 6 seis preguntas y está en relación con la representación, el lenguaje y la simbolización.

El ítem 1, se relaciona con el lenguaje, puesto que se le pedía al alumno que escribiera en palabras la fracción dada.

El ítem 2,3 y 4, están en relación con la representación de situaciones reales.

El ítem 5 y 6, están en relación con la simbolización de la fracción.

A continuación se muestran las respuestas hechas por los Alumnos de acuerdo a la prueba final:

ITEM	ALUMNOS	ALUMNO 1	ALUMNO 2	ALUMNO 3
1	LENGUAJE	“Un cuarto” “Tres quintos”	“Un cuarto” “Tres quintos”	“Un cuarto” “Tres quintos”
2,3 Y 4	REPRESENTACIÓN		$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = 4 \times 1 = 4$ $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = 1 \times 4 = 4$ equivalentes	“Los relojes se dividen en 4 partes iguales y solo se pinta 1 de las 4, por eso si representan la misma fracción”
5 Y 6	SIMBOLIZACIÓN	$\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{8}{20}$ $\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{16}{12}$ 	$\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{8}{20}$ $\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{16}{12}$ 	$\frac{2}{5} \Rightarrow \frac{8}{20}$ $\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{16}{12}$ 

A partir de la realización de esta prueba final se observa que los alumnos mejoraron en la forma de representar gráficamente, pues es importante que al finalizar el proceso reconozcan y se apropien en situaciones basadas en el contexto del símbolo de la fracción y el uso en el contexto; como se muestra en las respuestas hechas por los alumnos en los ítem 2,3 y 4.

Con respecto al ítem 1, se ve un avance significativo con respecto al uso del lenguaje para nombrar diferentes fracciones, y para ellos las expresiones como “mitad de”, “un tercio de”, entre otros, se han convertido en expresiones comunes utilizándolas adecuadamente dentro y fuera de clase.

De igual forma se observa como emplean convenientemente la simbolización al escribir las casillas la fracción que representa la parte sombreada, identificando en la fracción las partes y el todo; además en la realización de esta prueba los alumnos escriben e identifican fracciones equivalentes dotando de sentido las fracciones y a su vez favoreciendo procesos de constitución de nuevos objetos mentales, como se ve en los preguntas 5 y 6.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones con respecto a los objetivos

Dentro del proceso de observación e intervención que se desarrolló en la Institución Educativa fe y alegría Luis Amigó, en relación a la enseñanza-aprendizaje de las fracciones, inicialmente se tuvo en cuenta la prueba inicial como punto de partida para identificar los saberes previos de los alumnos con respecto al objeto mental fracción, asociado con el contexto, el lenguaje, representación y simbolización; para luego facilitar el proceso de constitución del objeto mental fracción a partir de la fenomenología didáctica, todo esto a través de la realización de un módulo.

El contexto como eje transversal en la constitución del objeto mental, en la enseñanza de las fracciones enriquece el conocimiento de los alumnos, promoviendo la participación activa al hacer matemáticas en situaciones basadas en el contexto como en el caso del doblado de papel y la representación, ya que este primero despierta el interés en los alumnos, motivándolos a indagar y cuestionarse sobre las diferentes representaciones de las fracciones, su relación con el contexto, donde a la vez los alumnos se acercan y se apropian de las fracciones, mostrando mayor compromiso e interés en la construcción del conocimiento. En cuanto a la representación, que a la vez está estrechamente relacionada con el doblado de papel, los alumnos visualizan el objeto mental pero relacionándolo con situaciones basadas en el contexto.

Por otra parte, la utilización del lenguaje cotidiano permite que el maestro y los alumnos, resalten a partir de socializaciones y conversaciones los aspectos más significativos, fortaleciendo la comunicación de cada una de las estrategias utilizadas y facilitando la construcción del objeto mental fracción.

La historia de las fracciones en el módulo, motiva e involucra significativamente al alumno a través de la experiencia con otros objetos mentales, permitiendo la construcción de nuevos objetos mentales, brindándoles la posibilidad de reflexionar y apreciar los diferentes desarrollos de esta en la humanidad.

Es por tanto que, en relación a la enseñanza de las fracciones a partir de la fenomenología didáctica, se pudo identificar que, ésta permite que los alumnos constituyan el objeto mental fracción, teniendo siempre en cuenta el contexto como eje transversal de las actividades desarrolladas: el doblado de papel, representación, el lenguaje y la simbolización; donde a su vez establecen relaciones con lo que hacen dentro y fuera de clase, teniendo en cuenta el uso de los objetos mentales matemáticos en las experiencias cotidianas.

En este sentido la fenomenología didáctica permite enseñar las fracciones de una manera contextualizada, ya que ésta va más allá de actividades prácticas y lúdicas, donde el objetivo primordial es que el alumno construya con sentido y significado conocimientos matemáticos. Según la fenomenología didáctica, los alumnos pueden participar activamente, sin temor a cometer errores, ya que estos fortalecerán el pensamiento matemático, específicamente en los sistemas numéricos.

5.2. Recomendaciones

Aunque los alumnos lograron reflejar el objeto mental fracción, mediante la realización de las guías, falta profundizar en la simbolización de las fracciones, para mejorar este proceso se propone las clases de matemáticas en lugares diferentes al aula, para la realización de las guías, y de este modo los alumnos observen la aplicabilidad de las fracciones en diferentes contextos, además necesario complementar cada una de las actividades que contienen las guías y aplicarlas desde grados inferiores con más estudiantes y no sólo con tres como lo hicimos en este trabajo.

Asimismo, es necesario trabajar estrategias con la población, para mejorar la

atención y la autonomía en la realización de trabajos, para así facilitar una mejor construcción y constitución de las fracciones, antes de implementar el módulo en las clases de matemáticas.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Albert, M. J. (2007). La investigación educativa: claves teóricas. Mc Graw Hill.
- Arias, M. E. (1996). Estrategias de intervención pedagógica para la enseñanza de los racionales en la básica secundaria. Medellín.
- Carrillo, M., Hernán, E., & Hernán, L. (s.f.). DESCARTES. Recuperado el 2 de Febrero de 2008, de www.isftic.mepsyd.es
- Chávez, E., & Salazar, J. El papel y algunas condiciones para la utilización de la historia de la matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza-aprendizaje. Documento brindado en el espacio de conceptualización: Electiva historia de Euclides, Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.
- Del Rio, K. T., Ramírez, L. M. & Sucerquia, E. (2008). La enseñanza de las fracciones a partir de la fenomenología didáctica. En J. A. Villa, Y. M. Mesa, M. M. Parra, & M. M. Zapata (Ed.), Actas estudiantiles de Educación Matemática. 1, pp. 156-161. Medellín: Facultad de Educación-Universidad de Antioquia.
- Freudenthal, H. (1983). DIDACTICAL PHENOMENOLOGY OF MATHEMATICAL STRUCTURES. Klumer Academic Plublishers.
- Galeano, M. (2004). Diseño de proyectos en la investigación (Martínez) cualitativa. Fondo editorial Universidad Eafit.
- Garduño, D. C. (2002). Una propuesta para el aprendizaje de las fracciones. Correo del maestro.
- Garduño, D. C., Ayala, F., Favila, J., & López, E (2001). Las fracciones. En correo del maestro. N° 56.
- Llinares, S., & Sánchez, M. V. (2000). Fracciones: la relación parte-todo. España: Síntesis.
- Martínez, P. (s.f.). Google: El método de estudio de caso. Recuperado el 25 de Junio de 2008, de Estrategia metodológica de la investigación científica: www.google.com.
- Ministerio de Educación Nacional (2007). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Santa Fe de Bogotá.
- Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos curriculares en

matemáticas. Santa fe de Bogotá.

- Munera, J. (1997). Estrategias de intervención pedagógica para la enseñanza de los fraccionarios. Medellín.
- Puig, L. (1997). Google: Análisis Fenomenológico. Recuperado el 18 de Marzo de 2008, de www.uv.es/puigl/fd.pdf
- Sánchez, M., & Llinares, S. (1990). El conocimiento acerca de las matemáticas y las prácticas de enseñanza. Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas, 97-104.
- Rodríguez, P. (2004). Juegos y matemática: Tangram. Correo del maestro.
- Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática. (Septiembre de 2008). Recuperado el 28 de Noviembre de 2008, de Google: Génesis histórica y enseñanza de las matemáticas: www.fisem.org/paginas/union/revista.php.

ANEXOS

ANEXO I: PRUEBA INICIAL

ANEXO II: MÓDULO

Se muestra el desarrollo de las guías que se implementaron en la experiencia con los alumnos del grado quinto de la Institución Educativa Fe y Alegría Luis Amigó.

ANEXO III: PRUEBA FINAL

ANEXO IV: ARTICULO

Se muestra el artículo sobre este trabajo, desarrollado para la ponencia sobre *la enseñanza de las fracciones a partir de la fenomenología didáctica*, realizada en el III encuentro de estudiantes de la licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas. Organizado por el semillero de investigación de la licenciatura y el grupo de investigación en Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit). Realizado el 5 de diciembre del 2008.

ANEXO V: CERTIFICADOS DE LA PONENCIA

Se muestra los certificados obtenidos en la ponencia: *la enseñanza de las fracciones a partir de una fenomenología didáctica*.

ANEXO VI: BIOGRAFÍA DE HANS FREUDENTHAL

Se muestra la biografía del autor de DIDACTICAL PHENOMENOLOGY OF MATHEMATICAL STRUCTURES, Hans Freudenthal, en el cual habla sobre la fenomenología didáctica.

ANEXO VII: HISTORIA DE LAS FRACCIONES

ANEXO I: PRUEBA INICIAL

EVALUEMOS NUESTRO CONOCIMIENTO



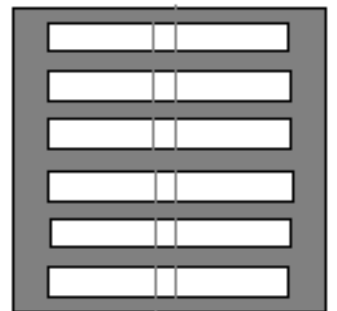
NOMBRE: _____

GRADO: _____

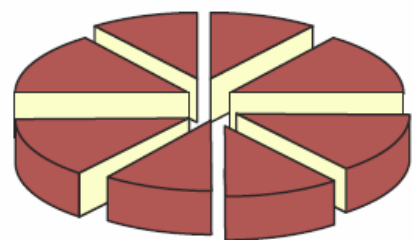
FECHA: _____

1). Observa y responde:

1.1) ¿En cuantos pisos del mismo tamaño esta dividido el edificio?

EN PISOS




1.2) ¿En cuantos pedazos iguales esta dividida la torta?

EN PEDAZOS

1.3) ¿En cuantos pétalos iguales esta dividida la flor?

EN PETALOS

2). Determina si cada enunciado es verdadero (V) o falso (F):

- 2.3) Un envase de gaseosa medio vacío es lo mismo que un envase medio lleno. 
- 2.4) Muchos de los relojes que utilizamos dan las horas, cuartos de hora y media hora. 
- 2.5) Dos amigas han comprado un helado a medias. Cada una pagó la mitad. 

3). Completa la información, teniendo en cuenta lo que ves en la imagen:

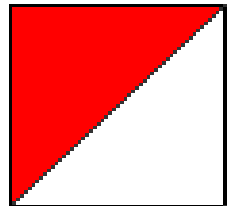
3.1) ¿En cuántas partes está dividido el cuadrado? _____

¿Cuántas partes están pintadas de rojo? _____

¿Qué parte del total es el color rojo? _____

¿Cuántas partes están en blanco? _____

¿Qué parte del total es el color blanco? _____



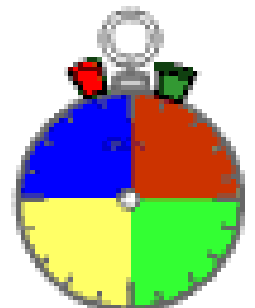
3.2) ¿En cuántas partes está dividido el reloj? _____

¿Cuántas partes están pintadas de rojo? _____

¿Qué parte del total es el color rojo? _____

¿Cuántas partes están pintadas de verde? _____

¿Qué parte del total es el color verde? _____



¿Cuántas están pintadas de amarillo? _____

¿Qué parte del total es el color amarillo?

¿Cuántas están pintadas de azul? _____

¿Qué parte del total es el color azul? _____

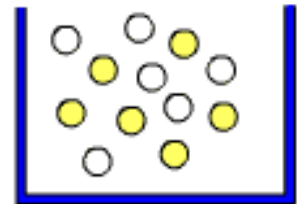
3.3) ¿Cuántas bolas hay en este recipiente? _____

¿Cuántas bolas amarillas hay? _____

¿Qué parte del total son las bolas amarillas? _____

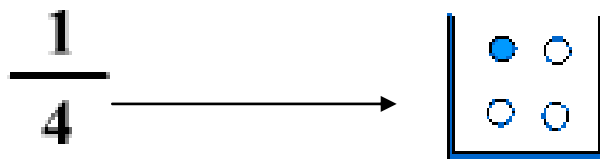
¿Cuántas bolas blancas hay? _____

¿Qué parte del total son las bolas blancas? _____



¿Cuál es el color de bolas que tiene mayor cantidad? O ¿Tienen la misma cantidad de bolas?

4). Observa y responde:



4.1) ¿Estas dos imágenes representan lo mismo? Si no ¿Por qué?

5). Responde lo siguiente:

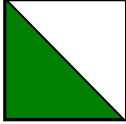
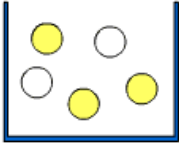
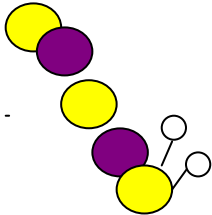
5.1 ¿Sabes que es una fracción? Explica.

5.2 ¿Cómo representarías la mitad de una hoja?

5.3 ¿Cómo esta compuesta una fracción?

5.4 ¿Crees que en lo anterior trabajado, estábamos utilizando fracciones?
¿Por que?

6). Completa la siguiente tabla, según el ejemplo dado

REPRESENTACIÓN	NUMERICAMENTE	LENGUAJE
	$\frac{1}{2}$	El color verde representa la mitad del cuadrado
		3 bolas amarillas de 5 en total que están en la urna.
	$\frac{1}{3}$	
		3 flores rosadas de 8 que hay en total.
		2 bolas moradas de 5 que tiene el gusanito.
	$\frac{5}{3}$	

ANEXO II: MÓDULO

GUÍA DE APRENDIZAJE Nº 1

HABLEMOS EN FRACCIONES



Las fracciones fueron utilizadas por los babilonios cerca de 2000 a.C. Ellas fueron escritas en forma de valor de posición, esencialmente en la misma forma de escribir actualmente las fracciones decimales, pero con denominadores potencias de sesenta. En el **Papiro Rhind** de los egipcios se encuentra el primer tratado sistemático de fracciones propias, con la unidad como numerador (unitarias). En el mismo se observa la escritura de varias fracciones. Las fracciones unitarias eran escritas utilizando un símbolo en forma de boca y el denominador debajo de este símbolo.

LAS FRACCIONES EN LA VIDA.

Felipe estaba en casa, viendo su programa favorito en la tele, mientras estaban dando propagandas quiso ir por algo de comer, trajo un cuarto de queso, medio pan, un tercio de mortadela, medio litro de helado; y luego volvió a su cuarto que queda en toda la mitad de la casa.

¿QUÉ VAMOS APRENDER?

- ✓ Reconocer en el contexto y mediante un lenguaje cotidiano el uso de las fracciones.
- ✓ Utilizar el lenguaje como herramienta que facilite el aprendizaje de las fracciones.
- ✓ Generar espacios de exploración matemática, promoviendo la apropiación del lenguaje en las frac

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL

JUGUEMOS A LA TIENDA

En casa, los encargados de hacer el mercado son tu papi y tu mami, ellos van y compran lo necesario, lo que les hace falta y además lo que más les gusta a los niños. Esta es la lista de algunas cosas que comprarán:

- ✓ ½ libra de carne.
- ✓ 1 litro y ¼ de leche.
- ✓ ½ libra de mantequilla.
- ✓ ¼ de pan.
- ✓ 1/3 de litro de helado.
- ✓ 2/3 de queso.



Pero, tus padres no pueden terminar de hacer el mercado, y te piden el favor de que tu termines de hacerlo, ¿Qué comprarías en la tienda de DON ALE y qué cantidad? Completa la lista conociendo la forma como tus padres merca, en el siguiente espacio en blanco.

- ✓ _____
- ✓ _____
- ✓ _____
- ✓ _____
- ✓ _____

Responde de acuerdo a lo anterior:

✓ ¿Te pareció muy difícil terminar la lista del mercado? Si, No.

¿Por que?

- ✓ ¿Utilizaste las matemáticas para hacer el mercado? Si, No. ¿Cómo?

- ✓ ¿Utilizaste algún concepto de las matemáticas? Si. No. Cuales.

- ✓ ¿Diariamente utilizas frases como: un medio de, un tercio de, un cuarto de? Si, No. Si las utilizas menciónalas.

- ✓ Si vas a la tienda de DON ALE y pides un cuarto de quesito ¿Qué es lo hace DON ALE para dártelo?

- ✓ Si vas para la tienda de DON ALE que queda a 10 metros de tu casa, y se te olvida la plata a mitad de camino, ¿Cuánto tienes que recorrer para llegar de nuevo a tu casa?

APRENDAMOS ALGO NUEVO

FRACCIONES

PARA LA DECORACIÓN DE UNA FIESTA SE COMPRARON ALGUNOS VASOS Y GLOBOS.



UN VASO DE SEIS ES NEGRO.
DIECISÉIS SON NEGROS $\frac{1}{6}$ DE LOS VASOS SON NEGROS.
 $\frac{9}{16}$ DE LOS GLOBOS SON NEGROS.

NUEVE GLOBOS DE

SE LEE: “UN SEXTO” DE LOS VASOS
DIECISEISAVOS” DE LOS ES NEGRO.
GLOBOS SON NEGROS

SE LEE: “NUEVE

EN AMBOS CASOS, LAS REGIONES NEGRAS SE REPRESENTARON
MEDIANTE FRACCIONES, ASÍ:



AHORA PRACTIQUEMOS

1. Escribe como se leen las siguientes fracciones:

$3/5$ _____

$10/18$ _____

$3/10$ _____

2. Escribe en las casillas la fracción que representa la parte sombreada:













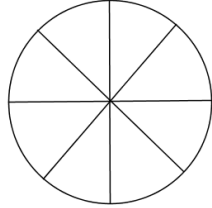


RECUERDA:

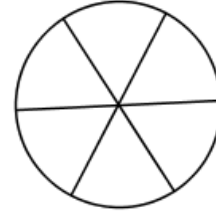
Si el denominador es mayor que diez, se lee el número y se finaliza con la terminación **avos**.

3. Colorea en cada caso la fracción indicada:

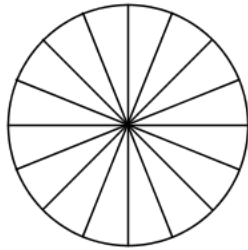
• $\frac{4}{8}$



• $\frac{5}{6}$



• $\frac{7}{16}$



4. Representa cada fracción y escribe como se lee:

$\frac{1}{7}$

$\frac{2}{5}$

$\frac{8}{9}$

$\frac{10}{11}$

5. Realiza una lista de las fracciones que conoces y que utilizas en la vida cotidiana y realiza al frente el dibujo que lo representa.

- _____
- _____
- _____
- _____
- _____

“No se preocupe por sus dificultades en las matemáticas. Yo puedo asegurarle que las mías son todavía mayores”. John Locke

GUÍA DE APRENDIZAJE Nº 2

DOBLEMOS PAPEL



Así como contar impulso la invención de los números naturales, la necesidad de medir generó la invención de las fracciones o “número quebrados”. Una fracción indica que un número se ha dividido en partes iguales más pequeñas. La palabra árabe para fracción es **al-basar** que es la raíz del verbo que significa **romper** o **quebrar**, lo que dio origen a que se hablara de números quebrados. Los enteros y las fracciones forman el conjunto de los números racionales. Parece ser que una de las complejidades del concepto de fracción es su símbolo a/b , con b diferente cero. En efecto, ese mismo símbolo se utiliza como: partes de un todo, división, operador y comparación de magnitudes.

¿QUÉ VAMOS APRENDER?

- ✓ Mostrar las diferentes formas de representación de las fracciones, utilizando el doblado de papel como herramienta posibilitadora en la construcción de este concepto.
- ✓ Utilizar elementos de la geometría como base, para la construcción del concepto de fracción.
- ✓ Realización de la guía “DOBLEMOS PAPEL”, con el fin de motivar e incentivar la actividad matemática, utilizando los conocimientos previos en la construcción de nuevos.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL



¿Has doblado papel?

¿Qué has hecho?

Te contamos que el doblado de papel, es un arte para la construcción de diferentes figuras ya sean geometrías o decorativas, que inicio desde tiempos remotos en la civilización china.

¿Sabes si existe una relación entre el doblado de papel y las fracciones? Si, No, ¿Por que?

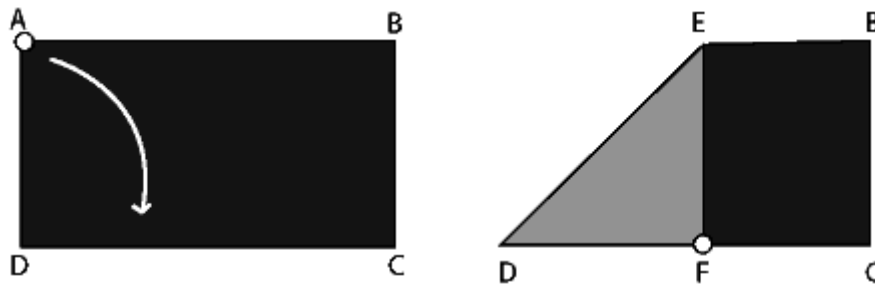
AHORA TRABAJA CON TUS COMPAÑEROS



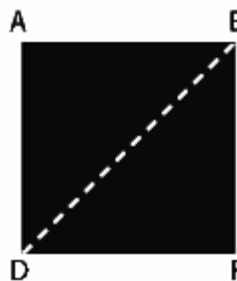
1. Para la actividad que vamos a realizar a continuación vamos a necesitar hojas de diferentes colores y tijeras. Empezaremos realizando un cuadrado de la forma en que se muestra continuación:



Primero dobla la esquina superior izquierda hacia abajo de manera que la línea AD coincida con la línea AC.



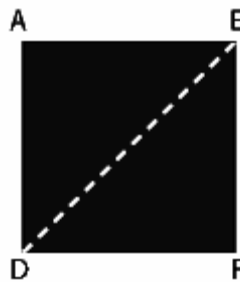
Para obtener el cuadrado, recorta la línea EF y listo. Tu cuadrado quedará con una de sus diagonales trazada:



El cuadrado que obtuviste dóblalo por la línea DC, ¿en cuántas partes dividido el cuadrado? Explica.

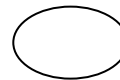
Ahora, desdobra el cuadrado y ahora dóblalo a la mitad, llevando AE hasta DF, ¿en cuántas partes queda dividido el cuadrado?

Las partes en que esta dividido el cuadrado, ¿son iguales? Si, No. Explica.



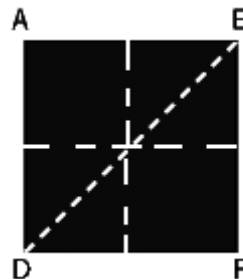
Continuemos doblando el cuadrado, observa bien la figura, dóblalo nuevamente por la mitad esta vez, uniendo AD y EF.

¿En cuántas partes quedo dividido el cuadrado?



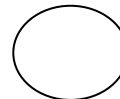
Las partes en que esta dividido el cuadrado, ¿son iguales? Si, No. Explica.

Por el momento, todos tenemos que llevar el cuadrado como la siguiente figura, las líneas punteadas son los dobleces que hemos realizado.



De nuevo doblamos el cuadrado por la mitad uniendo el punto E con el punto D.

¿En cuántas partes quedo dividido el cuadrado?



Las partes en que esta dividido el cuadrado, ¿son iguales? Si, No. Explica.

CONSTRUYAMOS UN TRIANG

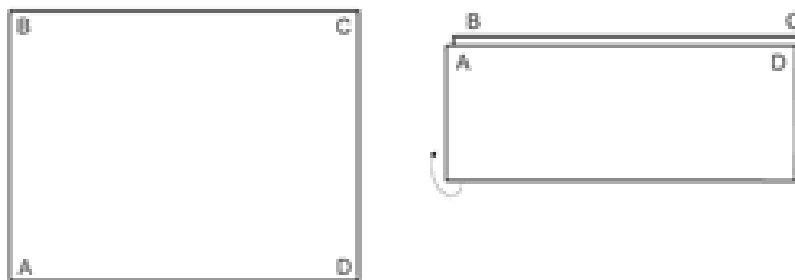


Como ya sabes que es un triángulo equilátero vamos a construir uno doblando una hoja de papel.

EMPEZEMOS LA CONSTRUCCIÓN

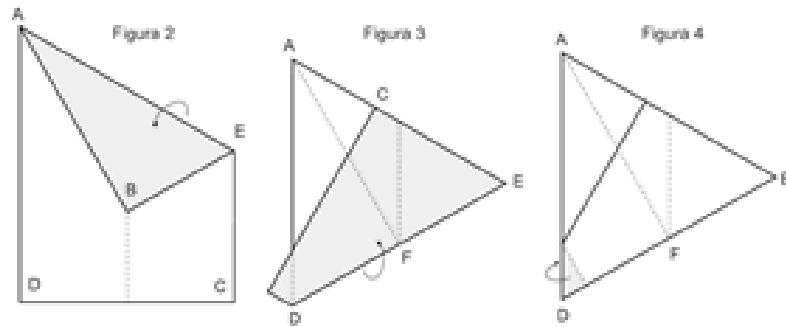
1. Se toma la hoja de papel tamaño carta, se denotan las esquinas o vértices con letras y se dobla a lo largo, haciendo coincidir A con B y D con C , tal como se observa en la siguiente figura.

Figura 1

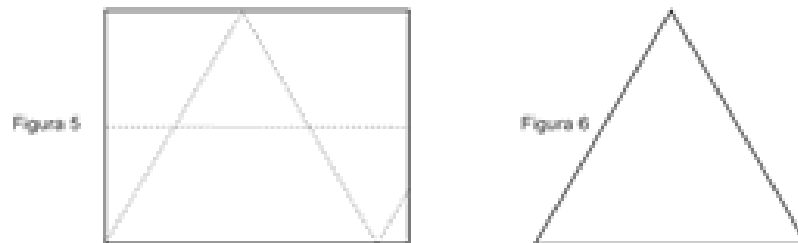


2. Se desliza el vértice B sobre la línea generada por el doblez.
3. Luego se desliza el segmento CD de modo que el vértice C quede sobre el segmento AE , como se muestra a continuación e n la figura 3.

4. Posteriormente, se hace el último doblar, deslizando el segmento FD sobre el FE, como se aprecia en la figura 4.



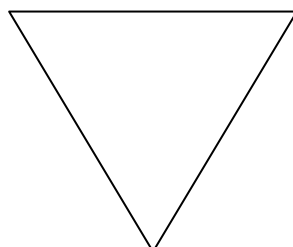
5. Finalmente, se desdobra la hoja, que queda como se muestra en la figura 5, y se cortan las partes que no corresponden al triángulo, tal como se aprecia en la figura 6.



Ahora que tenemos el triángulo equilátero, podemos dividirlo en partes iguales, como en medios, en tercios y en cuartos.

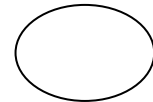
ES TU TURNO DE DOBLAR

Reúnete con tus compañeros e intenta dividir el triángulo en dos partes iguales, y en el siguiente triángulo traza el doblar que hicieron.



¿Cómo lo hicieron?

¿En cuántas partes iguales quedo dividido el triángulo?



Las partes en que está dividido el cuadrado, ¿son iguales? Si, no. Explica.

¿Que podemos concluir?

✓

✓

✓

“Si la gente no piensa que las matemáticas son simples, es solo porque no se dan cuenta de lo complicada que es la vida”.John Von Neumann

GUÍA DE APRENDIZAJE N° 3

PARTAMOS Y REPARTAMOS



Si no conoces la historia de los camellos aquí te la vamos a contar y a través del desarrollo de las guías podrás encontrar la solución:

“Se cuentan que tres hermanos discutían a cerca de un lote de 35 camellos que habían recibido como herencia a la muerte de su padre. Según la voluntad de éste uno de los hijos debería recibir la mitad de los camellos, otro una tercera parte y el más joven una novena parte. ¿Cuántos camellos le tocaría a cada uno? Un amigo que oía la discusión y quería aprovecharse de la situación dio una solución, ¿cuál crees tú que sería la solución, cumpliendo con la voluntad del padre?

¿QUÉ VAMOS A APRENDER?

- ✓ Interpretar la fracción como relación entre las partes y el todo.
- ✓ Construir a partir de diferentes experiencias propuestas por el maestro, la noción de fracción como parte-todo.
- ✓ Establecer relaciones entre las diferentes representaciones de una fracción y el uso en los diferentes contextos.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL**“CONSTRUYAMOS LA RULETA”**

Reúnete con un compañero de tu clase, el tu que prefieras, para la siguiente actividad, pues construiremos una ruleta fraccionaria con el fin que te diviertas un poco y a la vez aprendas sobre fracciones.

MATERIALES:

Cartón paja, compas, temperas, colores, tijeras, lápiz, borrador, pinceles.

SIGUE LAS INSTRUCCIONES:

1. Escoge una ficha de las que te presenta la profesora, esta te indicara lo que representar en la ruleta.
2. Sobre el cartón paja realiza una círculo con el compas del tamaño que quieras, marca el centro del círculo con un color, y de acuerdo a lo que sacaste divide la ruleta y píntala.

EJEMPLO:

Supongamos que en la ficha te salió $\frac{2}{3}$, entonces divides la ruleta en tres parte iguales y coloreas dos partes del color que quieras.

Así:



Recuerda que se lee dos tercios.

SOCIALICEMOS LA ACTIVIDAD

De acuerdo a la ficha que te correspondió responde lo siguiente:

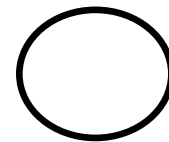
1. Comparte con tus compañeros tu ruleta fraccionaria, explicando en cuantas partes esta divida, cuantas partes pintaste y como se lee la fracción que representaste en la ruleta.

2. ¿La ruleta que hiciste si representa el número que te correspondió? Si, no, ¿Por qué?

3. ¿De qué colores pintaste la ruleta?

4. ¿Qué parte del total representa cada color que pintaste en la ruleta?

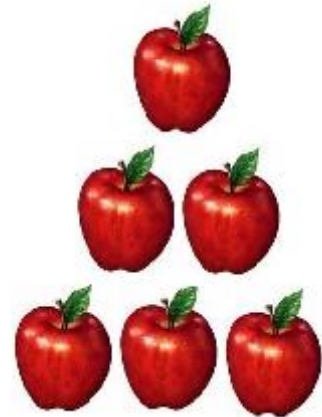
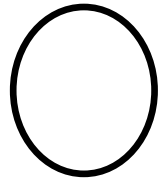
5. ¿En cuántas partes iguales dividiste la ruleta?



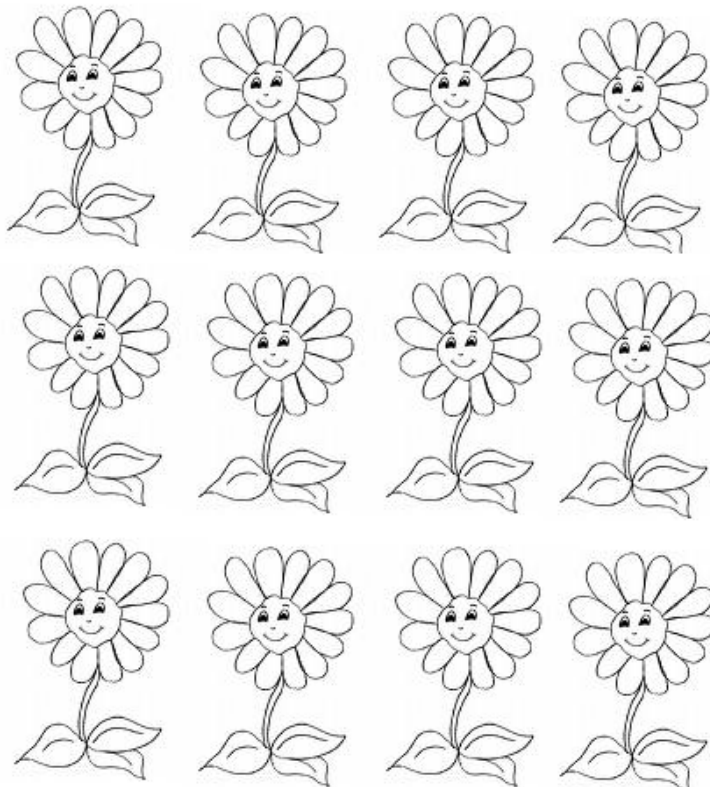
6. ¿Cómo sabias en cuántas partes la tenías que dividir y cuántas partes tenias que pintar?

REPARTAMOS UN POCO

1. Si tienes 6 manzanas en total, regalas a tu mejor amigo $\frac{2}{6}$ del total, ¿qué parte del total de manzanas te quedan?

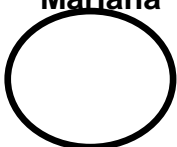


2. En un jardín hay un sembrado de flores, en el sembrado hay 12 flores en total, de las cuales 4 son moradas y son las favoritas de Mariana, además hay 8 amarillas que son las favoritas de Fernanda. Pinta las flores del color que le corresponde a cada niña.

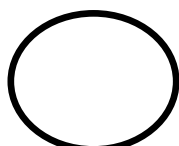


¿Qué parte del total representa las flores de Mariana y de Fernanda?

Mariana



Fernanda



LEE CADA INFORMACIÓN Y LUEGO REALIZA UN DIBUJO QUE LA REPRESENTA.

- 1.** En un día de paseo Laura y Diego le surgieron a sus padres que fueran a comer pizza, llegaron a VELLETRY PIZZA pidieron una de champiñones, maicitos y doble queso. La pizza tenía 8 porciones, Laura se comió $\frac{4}{8}$ de la pizza, mientras que Diego se comió $\frac{3}{8}$ de ella. ¿Qué parte de la pizza sobro?



- 2.** Antonia está cumpliendo años, su mamá preparó una torta de chocolate con arequipe, la cual está repartiendo para Antonia y sus once invitados. Hasta el momento ha repartido siete doceavos de la torta. ¿Qué parte del total representa esta parte?



Escribe un número y en letra la parte de la torta que falta por repartir.

**“Las matemáticas son el alfabeto con el cual Dios ha escrito el universo”
Galileo Galilei (1564-1642) Físico y astrónomo italiano.**

GUÍA DE APRENDIZAJE Nº 4

COMPAREMOS EN EL MUNDO DE LAS FRACCIONES



Imagínate que en 1799, un joven ingeniero geógrafo francés llamado Edme. Francois Jomard (1777-1862), descubrió que las galerías de acceso al corazón de la Gran Pirámide eran empinadas, pequeñas y estaban prácticamente bloqueadas por excremento de murciélago.



En aquellos días de fuertes calores, los franceses despejaron también parte de la plataforma sobre la que hoy se levanta la Gran Pirámide, calcularon sus dimensiones originales y la escalaron. Jomard se quedó lívido al comprobar que los egipcios emplearon en su construcción medidas como el estadio, el codo, el pie, que eran **fracciones exactas** del tamaño de la tierra.

¿QUÉ VAMOS A APRENDER?

- ✓ Compara dos o más fracciones y reconocer fracciones equivalentes.

- ✓ Construir a partir de diferentes experiencias propuestas por el maestro, la noción de fracción como comparador.

- ✓ Reconoce y obtiene fracciones equivalentes.

- ✓ Identifica cuando una fracción es mayor que otra.

ACTIVIDAD MOTIVACIONAL

Cada flor debe estar en su florero. Une cada flor que tenga una fracción equivalente y tacha el florero que sobre.

RECUERDA QUE:

- ✓ Las fracciones propias representan una cantidad mas pequeña que la unidad. En ellas, el numerador es menor que el denominador.
- ✓ Las fracciones impropias representan una cantidad mayor que la unidad. En ellas el numerador es mayor que el denominador.



$$\frac{3}{2}$$



$$\frac{25}{10}$$



$$\frac{10}{11}$$



$$\frac{20}{22}$$



$$2 \frac{1}{2}$$



$$\frac{18}{12}$$

Coloca en las casillas las fracciones propias e impropias de acuerdo a la actividad anterior.

FRACCIONES PROPIAS

FRACCIONES IMPROPIAS

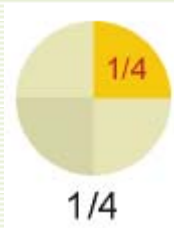
Toda fracción impropia se puede expresar como un número mixto que consta de una parte entera y una fraccionaria.

¿SABES QUE ES UNA FRACCION EQUIVALENTE?

Si no lo sabias las fracciones equivalentes son aquellas que representan la misma cantidad de la unidad.

La equivalencia de fracciones se puede establecer de dos maneras.

1. Comparando su representación gráfica.



2. **Obteniendo el producto cruzado, si los productos son iguales, las fracciones son equivalentes. Así**

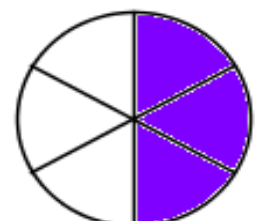
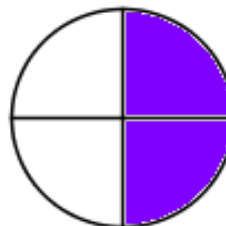
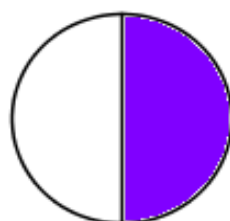
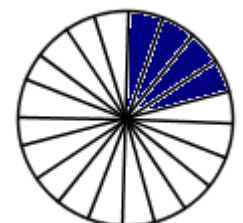
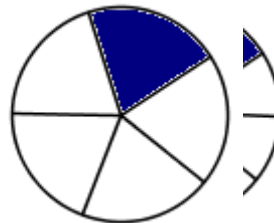
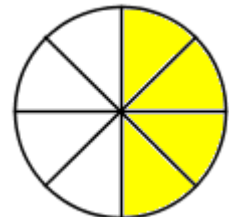
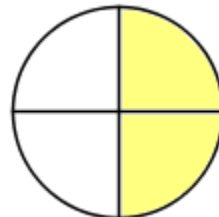
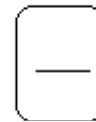
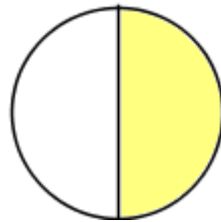
$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

$1 \times 8 = 8 \quad 4 \times 2 = 8$

Lo que nos indica que si son fracciones equivalentes.

AHORA INTENTA HACER LO SIGUIENTE

1. En las casillas escribe la fracción correspondiente.



¿Qué

puedes concluir de la actividad anterior?

2. Aplica el producto cruzado para determinar si las fracciones son equivalentes:

- $\frac{4}{8}$ y $\frac{20}{40}$
- $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{8}$
- $\frac{3}{7}$ y $\frac{6}{14}$

3. Expresa cada fracción como un número mixto. Observa el ejemplo

FRACCIÓN	DIVISIÓN	NÚMERO MIXTO
$\frac{12}{5}$	$\begin{array}{r} 12 \quad \quad 5 \\ 2 \quad 2 \end{array}$	$2 \frac{2}{5}$
$\frac{14}{2}$		
$\frac{24}{5}$		

¡ÉXITOS!



ANEXO III: PRUEBA FINAL



NOMBRE: _____

GRADO: _____

FECHA: _____

1. Escribe en palabras la fracción que corresponde como en el ejemplo:

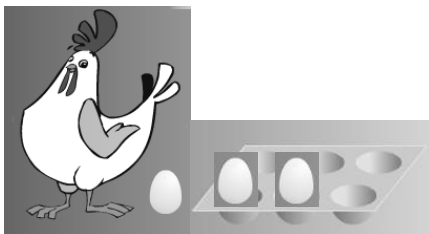
$\frac{2}{4} \Rightarrow$ Dos cuartos

$\frac{1}{4} \Rightarrow$ _____

$\frac{3}{5} \Rightarrow$ _____

$\frac{2}{7} \Rightarrow$ _____

2. En la granja de mi abuela hay una gallina, en la mañana puso 2 huevos de los 6 que pone diariamente. ¿Cómo podemos representar esta cantidad de huevos?



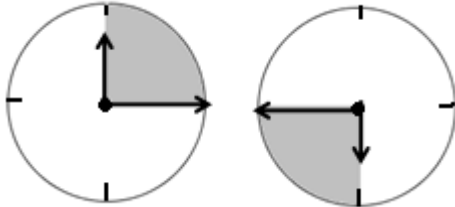
R// Cantidad de huevos

3. Mi mamá se tenía que tomar un jarabe, el doctor le dijo la cantidad exacta representada en la siguiente pipeta. ¿Qué cantidad se tenía que tomar mi mamá de acuerdo a la figura?



R//

4. ¿Crees que las siguientes figuras representan la misma fracción? Si, no. ¿Por qué?

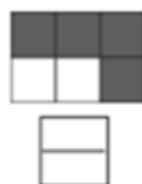
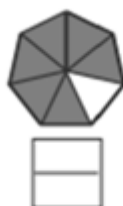


5. Escribe en los recuadros una fracción equivalente a la dada:

$\frac{2}{5} \Rightarrow$

$\frac{4}{3} \Rightarrow$

6. Escribe en las casillas la fracción que representa la parte sombreada:



ANEXO IV: ARTÍCULO

LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES A PARTIR DE LA FENOMENOLOGÍA DIDÁCTICA.

Karen Tatiana Del Rio Serna

Lina Marcela Ramírez Pérez

Edison Sucerquia Vega

Resumen:

En este trabajo de investigación se implementa la Fenomenología Didáctica propuesta por Freudenthal (1983) como estrategia metodológica para la construcción del concepto de fracción a través del contexto. En esta propuesta consideramos de gran importancia las dificultades que presentan los niños y niñas del grado quinto de la Institución Educativa Fe y Alegría Luís Amigó para reconocer la fracción desde sus diferentes representaciones, sus algoritmos y las relaciones con sus contextos.

El instrumento que utilizamos para facilitar la construcción de la noción de fracción fue la realización de un módulo que contiene una actividades tanto en contexto como procedimentales, además de diferentes estrategias como: el doblado de papel, el lenguaje cotidiano, la historia de las fracciones y el material concreto; teniendo como fin el aprendizaje de este concepto.

Palabras claves:

Fenomenología didáctica, fracción, módulo.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, algunos estudios reportan que en las matemáticas escolares colombianas siguen predominando estrategias tradicionales, que en muchos casos, no favorecen un aprendizaje de los conceptos matemáticos, contrariamente, se sigue favoreciendo la ejercitación algorítmica y no la construcción de significado a partir de la cotidianidad y los contextos externos en el aula de clase, en los que el estudiante vive día a día.

Las fracciones, como uno de los temas principales en las matemáticas escolares, no escapa a esta realidad, es por esto que, se hace necesario implementar una metodología que nos permita facilitar el aprendizaje de las fracciones en relación con el contexto, y así darle un significado diferente a las matemáticas, en la que los alumnos sientan la necesidad de utilizar el concepto en cuestión, en lo que hacen, viven y experimentan, dentro y fuera del aula de clase.

La teoría que nos posibilitara enseñar las fracciones de una manera contextualizada, será pues, la fenomenología didáctica, ya que ésta va más allá de actividades prácticas y lúdicas, donde el objetivo primordial se encuentra en que el alumno construya con sentido y significado conocimientos matemáticos. Según la fenomenología didáctica, los alumnos pueden participar activamente, sin temor a cometer errores, ya que ellos fortalecerán su pensamiento matemático, específicamente en los sistemas numéricos.

REFERENTES TEÓRICOS.

En 1983 es publicado el trabajo desarrollado por Hans Freudenthal titulado “*Fenomenología didáctica*” en el cual se propone una teoría que manifiesta, los lugares donde el alumno podría caminar en el proceso de aprendizaje de las fracciones. La fenomenología de un concepto matemático, significa descubrir la relación entre los fenómenos para los cuales fue creado y para que ha sido usado en el proceso de aprendizaje de la humanidad, distinguiendo entre el fenómeno que queremos comprender y estructurar, y las entidades del pensamiento con las que organizamos tal fenómeno; centrándose en los objetos mentales versus la adquisición de conceptos.

La fenomenología didáctica como marco teórico, sugiere metodologías que admiten la relación entre conceptos matemáticos con lo simplemente cotidiano, la cual se encarga de organizar los fenómenos del mundo físico, social y mental. Es decir, la relación que establece el alumno entre el objeto mental, el uso y el contexto que lo rodea.

Dentro de su trabajo se resalta la multiplicidad de significados que tienen las fracciones asociadas al mundo real, de este modo la matemática es presentada a través de la

fenomenología didáctica como aquello que el alumno puede experimentar tanto en el mundo real como en las mismas matemáticas, donde los conceptos al manifestarse se hacen visibles y comprensibles por medio de la experiencia que el adquiere, convirtiéndose en algo primordial que subyace en el discernimiento de la realidad, integrando su conocimiento con lo académico y lo social.

METODOLOGÍA.

La metodología de investigación que se implementó estuvo guiada por tres momentos:

1. **OBSERVACIÓN:** En este momento fuimos a la Institución Educativa, realizamos entrevistas a alumnos y docentes, asistimos a las clases de matemáticas en algunos grados, además realizamos un test o prueba diagnóstica para identificar el problema de investigación.
2. **INTERVENCIÓN:** De acuerdo a los elementos que nos arrojó la observación en la Institución, implementamos poco a poco una estructura de clase, diferente a la que se venía trabajando, con el fin de facilitar la construcción de nuevos conocimientos matemáticos, en particular el aprendizaje de las fracciones, para ésto diseñamos un módulo en el que se partía de lo general a lo particular, es decir, partir del lenguaje cotidiano hasta llegar a niveles de simbolización.
3. **ANÁLISIS DE DATOS:** En estos momentos nos encontramos en la recolección y análisis de datos.

PROPUESTA:

Uno de los papeles más importantes del maestro en la actualidad es el de ser investigador e innovador, desde esta mirada nos permitimos pensar en un cambio en la educación matemática en la que se rompan los parámetros tradicionales que han estado ligados a ésta

Lo que pretendemos es mostrar cómo la enseñanza de las fracciones se puede visionar y enseñar de otra manera en la que se conjuguen diferentes disciplinas, guiando al estudiante hacia la construcción de su propio conocimiento haciendo siempre la relación con su

cotidianidad, es decir, darle significado a la matemática por medio del mundo en el cual se desenvuelven.

Es por ésto que, de acuerdo a las necesidades de la población y según la fenomenología didáctica, lo más propicio para facilitar la construcción del concepto de fracción por parte del estudiante es un módulo diseñado para tal fin; en el cual la historia es relevante para la constitución de éste. El módulo consta de cuatro momentos, cada uno con una categoría específica a tratar y una serie de actividades que conlleva a la constitución del objeto mental “fracción”, siempre en relación con el contexto que los rodea.

Las Categorías son:

- Lenguaje
- Representación
- Simbolización
- Contexto

PRIMER MOMENTO: LENGUAJE Y CONTEXTO

ACTIVIDAD: En casa, los encargados de hacer el mercado son tu papi y tu mami, ellos van y compran lo necesario, lo que les hace falta y además lo que más les gusta a los niños. Esta es la lista de algunas cosas que comprarán:

$\frac{1}{2}$ libra de carne.

1 litro y $\frac{1}{4}$ de leche.

$\frac{1}{2}$ libra de mantequilla.

$\frac{1}{4}$ de pan.

$\frac{1}{3}$ de litro de helado.

$\frac{2}{3}$ de queso.

PREGUNTAS ORIENTADORAS:

- ¿Utilizaste las matemáticas para hacer el mercado? Si__ No__.

¿Cómo? _____

- ¿Diariamente utilizas frases como: un medio de, un tercio de, un cuarto de? Sí __, No __. Si las utilizas menciónalas _____.
- Si vas a la tienda y pides un cuarto de queso ¿Qué es lo que el tendero para dártelo? _____

CONCLUSIONES.

- La elaboración de un *módulo de instrucción* compromete al educador con su labor, permitiendo acompañar procesos de construcción de conceptos, a partir del conocimiento profesional que posee re-crea ambientes de aprendizaje en el que los estudiantes pueden sentirse motivados, permitiéndoles ser más independientes en su trabajo escolar.
- La estructuración del módulo facilita la identificación de dificultades y la apropiación de nuevos objetos mentales en matemáticas y en otras áreas de conocimiento, integrando el conocimiento matemático con otras disciplinas.
- La fenomenología didáctica permite la constitución de nuevos objetos mentales teniendo siempre en cuenta el entorno de los estudiantes, estableciendo relaciones con lo que hacen dentro y fuera de clase, admitiendo la aplicabilidad de los conceptos matemáticos en las experiencias cotidianas que le dan estatus de significatividad a los conocimientos adquiridos.

BIBLIOGRAFÍA

- Linares, S. (2000). *Fracciones*. Madrid: Síntesis.
- Puig, L. (1997). Análisis Fenomenológico. En: *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Karen Tatiana del Rio y Lina Marcela Ramírez : es estudiante de la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia. Correo: kattad3@yahoo.com; prettyudea@gmail.com

Edison Sucerquia Vega: Es estudiante de maestría en Educación (Matemática) de la Universidad de Antioquia y profesor de la Facultad de Educación de la misma Universidad. Actualmente se desempeña como investigador del Grupo de investigación en Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit) Correo: esucer@yahoo.es

Para citar este artículo sugerimos la siguiente fuente:

Del Rio, K. T., Ramírez, L. M. & Sucerquia, E. (2008). La enseñanza de las fracciones a partir de la fenomenología didáctica. En J. A. Villa, Y. M. Mesa, M. M. Parra, & M. M. Zapata (Ed.), *Actas estudiantiles de Educación Matemática*. 1, pp. 156-161. Medellín: Facultad de Educación-Universidad de Antioquia.

ANEXO V: CERTIFICADO DE PONENCIAS



FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS
ARTES



CERTIFICA QUE:

Karen Tatiana Del Rio Serna

Identificada con CC. 1128405116

Presentó la Ponencia

LA ENSEÑANZA DE LAS FRACCIONES A PARTIR DE LA FENOMENOLOGÍA DIDÁCTICA

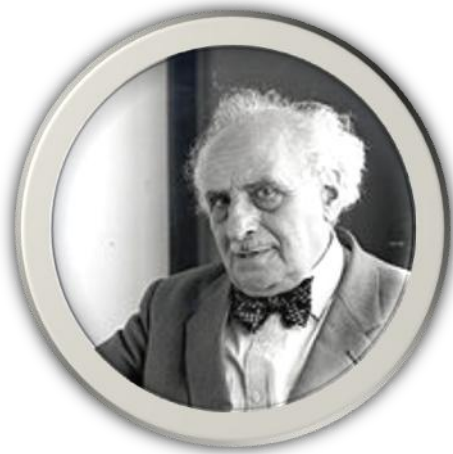
En el III ENCUENTRO DE ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN
EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS.
Organizado por el Semillero de Investigación de la Licenciatura y el grupo de
Investigación en Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit)

Realizado el 5 diciembre de 2008

MARTA LORENA SALINAS SALAZAR
Decana Facultad de Educación

YOLANDA BELTRÁN DE COVALEDA
Coordinadora Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en
Matemáticas

ANEXO VI: BIOGRAFÍA HANS FREUDENTHAL (1905 - 1990)



Hans Freudenthal nació en 1905 en la localidad alemana de Luckenwalde, hijo de un profesor judío.

Desde joven estaba interesado en las ecuaciones diferenciales y la integración. Por la edad de 13 años había leído todas las obras de Goethe y Schiller. En 1923 se fue a Berlín y París para estudiar las matemáticas. Después de obtener su doctorado, se trasladó a Amsterdam, en los Países Bajos, donde se convirtió en asistente de LEJ Brouwer, el famoso matemático, en 1930. Poco después, se casó con Suus Lutter.

Freudenthal en 1946 se convirtió en profesor en Utrecht, nombrado en matemáticas puras y aplicadas y de los principios de las matemáticas. En su tiempo fue un consumado y conocido matemático, e hizo importantes contribuciones a la topología, la geometría y la teoría de grupos.

Como profesor adquirido fama internacional en la importancia de la educación matemática realista, que se basa en problemas extraídos de experiencias día a día, más que en reglas abstractas matemáticas.

Sin ayuda Freudenthal aplicó un nuevo método de enseñanza de las Matemáticas, que se introdujo en muchos países desde 1960 en adelante. Freudenthal prefirió enviar a sus alumnos en un viaje de descubrimiento. Su lema es que se aprende mejor matemática en los problemas prácticos de la vida cotidiana, y en la solución de estos gradualmente desarrollando la comprensión matemática. Además, el pensamiento de Freudenthal se basaba en que la solución de dichos problemas llevaría automáticamente a los alumnos cada vez más a interesarse en las matemáticas.

En 1971 creó la Freudenthal IOWO (*Instituut Ontwikkeling Wiskundeonderwijs, Instituto para el Desarrollo de la educación matemática*), ahora llamado el Instituto Freudenthal (FI). FI sigue siendo una de las fuerzas impulsoras de la renovación de la educación matemática, tanto en los Países Bajos y en el extranjero.

Hans Freudenthal, reformador de la educación, falleció el 13 de octubre de 1990. Fue encontrado en una banca del parque por niños que juegan allí.

Anexo VII: HISTORIA DE LAS FRACCIONES

Se considera que fueron los egipcios quienes usaron por primera vez las fracciones, pero sólo aquellas de la forma $1/n$ o las que pueden obtenerse como combinación de ellas.

Los egipcios utilizaron las fracciones cuyo numerador es 1 y cuyo denominador es 2, 3, 4,..., y las fracciones $2/3$ y $3/4$ y con ellas conseguían hacer cálculos fraccionarios de todo tipo. Su notación era la siguiente:

$$\begin{array}{c} \text{—} \\ \text{—} \end{array} = \frac{1}{2}, \quad \text{○} \\ \text{III} = \frac{1}{3}, \quad \text{○} \\ \text{IIII} = \frac{1}{4}, \quad \text{○} \\ \text{III III} = \frac{1}{6}, \quad \text{⊕} \\ \text{—} = \frac{2}{3}$$

Por su parte los babilonios desarrollaron un eficaz sistema de notación fraccionaria, que permitió establecer aproximaciones decimales verdaderamente sorprendentes. Esta evolución y simplificación del método fraccionario permitió el desarrollo de nuevas operaciones que ayudaron a la comunidad matemática de siglos posteriores a hacer buenos cálculos de, por ejemplo, las raíces cuadradas.

Para los babilónicos era relativamente fácil conseguir aproximaciones muy precisas en sus cálculos utilizando su sistema de notación fraccionaria, la mejor de que dispuso civilización alguna hasta la época del Renacimiento.

Por último, en china antigua se destaca el hecho de que en la división de fracciones se exige la previa reducción de éstas a común denominador.

Los chinos conocían bien las operaciones con fracciones ordinarias, hasta el punto de que en este contexto hallaban el mínimo común denominador de varias fracciones. . Algunas veces se adoptaron ciertas artimañas de carácter decimal para aligerar un poco la manipulación de las fracciones.

Los griegos mostraron sus grandes dotes en cuanto a geometría en algunas construcciones geométricas de segmentos cuyas longitudes representan racionales.