ESTRUCTURA ADITIVA DE LAS FRACCIONES EN EL GRADO OCTAVO

EINER OSWALDO MESA PEÑA
JHON DAVID MARTÍNEZ ESCOBAR
MARTHA IRENE LONDOÑO
SERGIO ANDRES OSPINA SANCHEZ
DIANA CAROLINA ZAPATA CASTRO
DANIEL ALEJANDRO ARANZAZU ZEA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
MEDELLÍN
2010

ESTRUCTURA ADITIVA DE LAS FRACCIONES EN EL GRADO OCTAVO

EINER OSWALDO MESA PEÑA
JHON DAVID MARTÍNEZ ESCOBAR
MARTHA IRENE LONDOÑO
SERGIO ANDRES OSPINA SANCHEZ
DIANA CAROLINA ZAPATA CASTRO
DANIEL ALEJANDRO ARANZAZU ZEA

Trabajo para optar el título de licenciado en educación básica con énfasis en matemáticas.

Flor María Del Socorro Jurado Hurtado
Asesora

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
MEDELLÍN
2010

Nota de aceptación

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Dedicamos este trabajo a:
Dios, por ser la luz y esperanza que nos guió durante este proceso.
Nuestras familias, por su apoyo incondicional y constante.
Nuestra asesora, Flor María Jurado, por su paciencia y apoyo a lo largo de estos dos años.
La institución educativa concejo de Medellín por sus aportes, su participación y motivación para la realización de este trabajo.

AGRADECIEMIENTOS

Expresamos nuestro agradecimiento a todas las instancias de la Institución Educativa Concejo de Medellín, en cabeza de su rectora Mónica Patricia Pérez Sánchez, por permitirnos hacer parte del contexto educativo a su cargo, y compartir un sinfín de experiencias que aportaron mucho a nuestro camino investigativo.

A los maestros cooperadores que con sus valiosos aportes desde lo pedagógico, matemático y sobre todo desde lo humano contribuyeron para el enriquecimiento de este trabajo.

A nuestra asesora Flor María Jurado Hurtado, que con su apoyo, confianza y tolerancia nos ayudó a superar tantas dificultades que en algún momento amenazaban con derrumbar el sueño de seis aspirantes a ser profesionales de la educación.

A nuestras familias por siempre brindarnos su apoyo incondicional en los momentos más difíciles de nuestras carreras.

Y a todas esas personas que de alguna manera contribuyeron en este proceso, entre ellos, los docentes Marco Tulio Ortiz Diez y Héctor Mauricio Ruiz Vahos por su colaboración y motivación.

CONTENIDO

LISTA DE IMÁGENES

RESUMEN

El presente trabajo de grado está constituido por una serie de análisis, deducciones, interpretaciones y producciones, bajo el diseño metodológico de Análisis de Contenido, en torno a las dificultades que presentan los alumnos de la IECM respecto del manejo del algoritmo para la suma de fracciones en grado octavo. Éstos permitieron la elaboración de una Secuencia de Enseñanza, que intenta responder a las dificultades encontradas.

Como producto de este trabajo, se elabora una propuesta para la Enseñanza de la Estructura Aditiva de las Fracciones, dirigida a los docentes, que responde a las Políticas de Calidad de la Institución, con el fin de compartir los análisis realizados y crear conciencia de la necesidad de intervención de las diferentes dificultades que se presentan en los alumnos.

Palabras clave: Algoritmo, suma, fracciones, secuencia, dificultades, propuesta.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es un acercamiento y una intervención a la problemática que tienen los alumnos del grado octavo de la IECM respecto a la estructura aditiva de las fracciones, mediante observaciones, análisis, intervenciones y producciones que pretenden contribuir a la superación de dicha problemática. Se enfatiza en el grado octavo, gracias a la demanda de un manejo competente del algoritmo de suma de fracciones para enfrentarse a expresiones algebraicas.

Usando el diseño metodológico del análisis de contenido, se recolectó y analizó la información proveniente de: investigaciones en educación matemática sobre las fracciones, revisión de textos escolares, diarios de campo de los maestros en formación, entrevistas sobre la enseñanza de las fracciones realizadas a expertos en docencia, encuesta realizada a los alumnos sobre las fracciones, guías propuestas a los alumnos sobre algunos conceptos de la estructura aditiva de las fracciones; permitiendo el diseño, adecuación y aplicación de una secuencia para los diferentes niveles de la educación básica en donde se abordaron algunos conceptos de la estructura aditiva de las fracciones.

Finalmente, pensando en que no sólo con el diseño de una secuencia se podrán superar las dificultades que se ven en los procesos enseñanza de la estructura aditiva de las fracciones, se diseñó una propuesta dirigida a los docentes de la Institución acorde a las Políticas de Calidad, por medio de la cual se invita a la reflexión crítica en lo relativo a la orientación de los procesos de desarrollo y aprendizaje de la estructura aditiva de las fracciones.

ESTRUCTURA ADITIVA DE LAS FRACCIONES EN EL GRADO OCTAVO

1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

1.1 IDENTIFICACIÓN DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN

La sede principal de la institución Educativa Concejo de Medellín (IECM), de carácter oficial, se encuentra ubicada en la comuna 12[1] carrera 82 Nº 47A - 65 (ver figura).

Figura 1. Ubicación de la IECM

Google Earth.

Es una institución de carácter oficial que pertenece al núcleo 930, ofrece educación en los niveles de preescolar, básica, media académica y media técnica en las jornadas de mañana, tarde y noche.

[1] Se cuenta con una sede en la comuna 13.

La rectora es la Ingeniera Industrial Mónica Patricia Pérez Sánchez y cuenta con siete coordinadores y 134 docentes. La población es de aproximadamente 4200 alumnos que provienen de todos los estratos socioeconómicos y de diferentes sectores de la ciudad.

1.2 ANTECEDENTES

1.2.1 Legales. En el proceso de enseñanza de las matemáticas se hace necesario tener en cuenta los aspectos legislativos que orientan el proceso en el campo de la educación. Por tal motivo es preciso mencionar las normas, leyes y decretos que están presentes y que regulan actualmente en Colombia el acto educativo.

Se inicia reconociendo en la Constitución Política Colombiana, la educación como un derecho de cada persona y un servicio público que tiene una función social, con el cual se busca el acceso al reconocimiento, a la ciencia, a la técnica, y los demás bienes y valores de la cultura. (Art. 67). Así mismo, la Ley General de Educación (Ley 115/94), reconoce la educación como un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes…"

La I E C M retoma lo anterior formando a sus alumnos en valores humanos y principios académicos, técnicos, cívicos, éticos, ecológicos, deportivos y culturales; buscando que sean competentes académicamente, conozcan y respeten la diversidad cultural, étnica y personal mejorando su calidad de vida y contribuyendo con la construcción de una sociedad justa[2]. Con base en esto, se trabaja por medio de proyectos, uno por cada grado, donde todas las áreas apuntan a la solución de un problema que en particular haya sido detectado en dicho grado, fomentando el desarrollo de competencias.

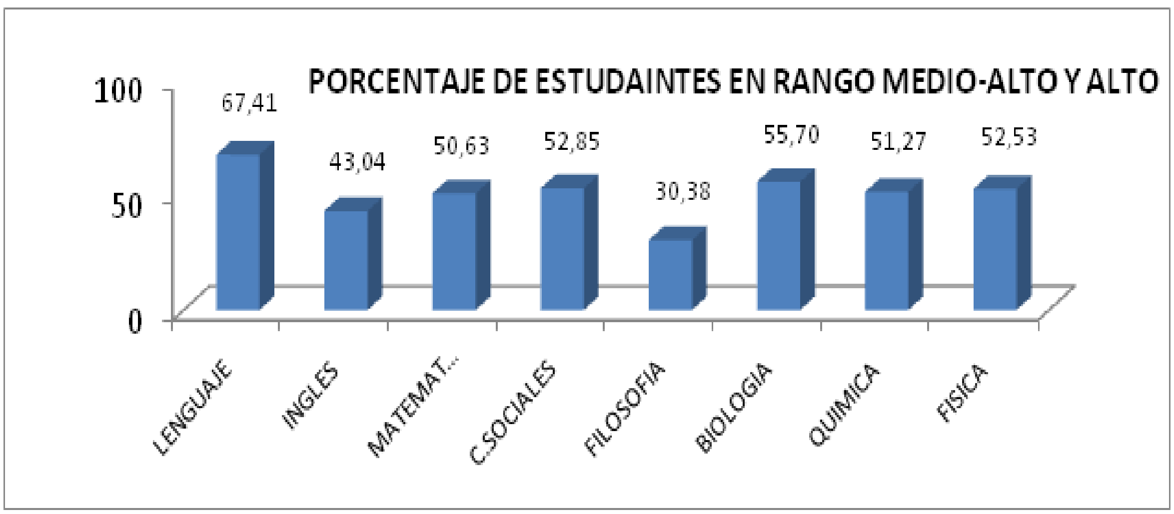
1.2.2 Del rendimiento académico institucional. A nivel municipal y departamental la Institución ha sido reconocida por los buenos resultados en las pruebas ICFES, lo que crea una buena expectativa respecto del nivel académico y los procesos educativos que allí se generan.[3] Sin embargo, en un estudio interno realizado en el mes de septiembre de 2009, se evidencia que en el bachillerato las áreas de matemáticas, humanidades y ciencias naturales bajaron su rendimiento

[2] IECM Proyecto Educativo Institucional (PEI)
[3] IECM Informe de rendimiento académico 2009.

académico general, no alcanzando las metas propuestas por la institución. Ejemplo de ello son los resultados en el área de matemáticas, que no logró la meta en ningún grado y pasó de un porcentaje de aprobación del 44 % al 36.9%; así mismo, ciencias naturales sólo obtuvo la meta en el grado séptimo y pasó de un porcentaje de aprobación del 49.7% al 42.9%. En el caso de humanidades que había obtenido la meta en los grados 9° y 11° en esta ocasión no la obtuvo en ningún grado y pasó de un 60.1 % de aprobación a un 57.8 %. El área de sociales sigue sin obtener la meta en los grados 6°, 7° y 8°, pero mejoró el porcentaje de aprobación pasando del 70,2 % al 73.1 % de alumnos que aprueban el área.

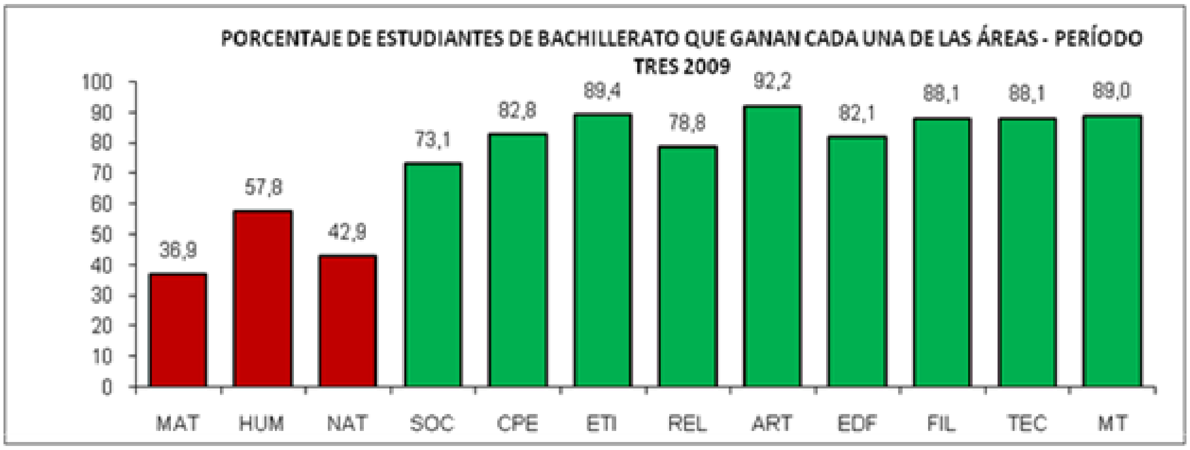
Estos resultados muestran el bajo rendimiento interno en todas las áreas y éste se resalta en el área de matemáticas. Una de las razones que la institución consideró para estos resultados, es la implementación del nuevo diseño curricular y metodología de trabajo por proyectos, ya que se inició un periodo de transición que implica empezar a detectar inconsistencias y hacer las adaptaciones necesarias para la óptima marcha del proceso.

Figura 2. Resultados ICFES IECM 2009



IECM. Informes de rendimiento académico 2009

Figura 3. Resultados internos IECM 2009



IECM. Informes de rendimiento académico 2009

1.2.3 De la investigación en fracciones. El análisis que se hizo de lo realizado por otros autores en relación con las fracciones y estructura aditiva, se centró en aspectos como la metodología, la interpretación de fracción y los aportes que de una manera u otra serían útiles para sustentar este trabajo. Los siguientes apartados son producto de dicho análisis.

1.2.3.1 Sobre problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones[4]. Se presenta un análisis documental desde una perspectiva histórico-epistemológica que da cuenta de las variables: contextos, modelos físicos, constructos, algoritmos y la estructura dimensional de los problemas, en donde se trabaja la fracción como parte todo, siendo relevante para este trabajo las dificultades que muestran en el dominio del algoritmo, cuando abordan distintos tipos de problemas multiplicativos que involucran división de fracciones.

1.2.3.2 Estrategia metodológica para resolver situaciones problema con los números racionales[5]. En ésta se diseña, aplica y evalúa posibles herramientas para utilizar y dar solución a situaciones problema con respecto a la estructura aditiva de los números racionales, mediante una revisión histórica y la implementación de guías didácticas con las cuales llegan a concluir que el contexto es un factor determinante en el proceso de aprendizaje de los alumnos.

[4] Contreras, Mauricio; Gómez, A. Bernardo. (1997). **"***Sobre problemas multiplicativo relacionados con la división de fracciones".* Universidad de Valencia. España.

[5] García, J. Julio; Botero, M. Alfonso. (2006). "*Estrategia metodológica para resolver situaciones problema con los números racionales".* Medellín: Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.

1.2.3.3 Relación entre numeramiento y matemática escolar: un estudio de casos[6]. Enfatiza en que el contexto de los alumnos no es utilizado en la escuela para enseñar matemáticas, al igual que los alumnos no utilizan lo aprendido en la escuela para desenvolverse en su entorno. Los alumnos que hicieron parte de esta investigación, aprendieron un tipo de estructuras aditivas porque su contexto se los exigía, mas no por las clases de matemáticas recibidas en el aula. En este trabajo se sugiere, que tanto maestros como los alumnos, utilicen los diferentes contextos para una óptima enseñanza y un mejor aprendizaje, y así evitar tantas dificultades a la hora de poner en práctica los conocimientos matemáticos adquiridos.

1.2.3.4 Propuesta de intervención pedagógica para la enseñanza de fracciones método tradicional vs. Método alternativo[7]. Se presenta una estrategia alternativa para el estudio de las fracciones en el grado sexto y hacen un paralelo con los métodos que usualmente se utilizan para este fin. Se basa en las situaciones didácticas fundamentadas por Brousseau, organizadas en una unidad didáctica donde trabajan todo lo correspondiente a las fracciones, concluyendo a partir del análisis de algunos casos, que las unidades didácticas permiten un trabajo más extenso y con mayor número de representaciones enriqueciendo con esto la concepción de éstas para los alumnos.

1.2.3.5 El trabajo escolar en torno a las fracciones[8]. Mediante estudio de casos, Itzcovich sustenta las necesidades conceptuales de los alumnos, y apoyado en ellas, argumenta sus propuestas. Presenta una enseñanza secuencial para las fracciones en la escuela primaria, partiendo del concepto de fracción desde dos interpretaciones: parte todo y operador, hasta llegar a las operaciones entre ellas. Destaca que un concepto de fracción bien elaborado es importante para evitar errores de tipo procedimental en el uso de algoritmos para operar fracciones.

1.2.3.6 Las situaciones problema como estrategia didáctica para la comprensión de los significados de los números racionales en los alumnos

[6] Torres, B. Yolima. (2006). "*Relación entre numeramiento y matemática escolar: un estudio de casos".* Medellín: Facultad de Educación. Universidad de Antioquia.
[7] Montoya, B. Wilson O; Arcila, O. Juan C; Macea, Mario. (2007). "*Propuesta de intervención pedagógica para la enseñanza de fracciones método tradicional vs. método alternativo.* Medellín*:* Facultad de educación" Universidad de Antioquia.
[8] Itzcovich, Horacio. (2007). *El trabajo escolar en torno a las fracciones* .Tomado de: *La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula.* Editorial Aique, Argentina.

del grado séptimo, octavo y noveno[9]. Usando una metodología de observación participativa y el estudio cualitativo de casos, los autores muestran diferentes significados que los racionales pueden llegar a tener: parte todo, operador entre otras y las diferentes actividades de aplicación, esto mediatizado por situaciones problema, con el fin de encontrar las dificultades presentadas en el contexto matemático de los alumnos e intentar solucionarlas.

1.2.3.7 Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto[10]. Este trabajo se centra en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos; por medio de un estudio de casos que permitió analizar los procedimientos que utilizan los niños de primaria para resolver situaciones problemáticas que comprometen el significado de cociente de las fracciones. El reconocimiento de los aciertos y errores de los alumnos, ayudan a los autores a reflexionar sobre las situaciones didácticas necesarias para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos matemáticos.

Se puede concluir a partir de la revisión y análisis de estas investigaciones, que los autores utilizan metodologías como estudio de casos y análisis documental. A través de situaciones didácticas y situaciones problema hacen énfasis en las diferentes representaciones de los números racionales, entre ellas la fraccionaria concluyendo que el contexto es importante en el aprendizaje de éstos. Las revisiones hechas aportaron bases para el direccionamiento de este trabajo e influyeron en la decisión de enfocarlo en la representación parte todo de las fracciones, a partir de un contexto específicamente matemático, en el marco de la teoría de las situaciones didácticas.

1.2.4 De la enseñanza de las fracciones

1.2.4.1 Revisión de textos escolares. El texto escolar es una herramienta clave en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y un vehículo que posibilita la apropiación de los aspectos curriculares que permite a los alumnos, con apoyo de su profesor, acceder de manera progresiva a los conceptos centrales y procedimientos de las diferentes disciplinas, en este caso las matemáticas y más específicamente los números fraccionarios. Sin embargo Guy Brousseau nos dice que "*sus modificaciones periódicas son insignificantes si se las compara entre*

[9] Restrepo, R., Zapata, D. y Zea, E. (2007). "*Las situaciones problema como estrategia didáctica para la comprensión de los significados de los números racionales en los alumnos del grado séptimo, octavo y noveno".* Medellín: facultad de educación. Universidad de Antioquia.
[10] De León, Humberto; Fuenlabrada, Irma (1996). *Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto*. Revista Mexicana de Investigación Educativa, *2*, 268-282.

ellas o se las compara con la importancia que parecen concederles los profesores y la administración. Desde 1890 los textos para la escuela primaria sólo ofrecen diferencias mínimas en lo esencial y no difieren más que en matices"[11]*,* es decir, las modificaciones que se realizan año tras año en los diferentes textos escolares, son realizadas desconociendo las verdaderas necesidades presentadas por la educación.

Al analizar los textos utilizados por los docentes de la IECM, se encontró en algunos, discontinuidad, y en otros, continuidad respecto a la presentación de la notación fraccionaria integrada al desarrollo de los otros contenidos, indispensable para la apropiación del algoritmo de la suma de fracciones. Se analizaron los siguientes textos: CONEXIONES MATEMÁTICAS de la editorial Norma, MATEMÁTICAS EXPERIMENTAL 8 de la editorial Uros y DESAFÍOS MATEMÁTICOS 8 de la editorial Norma.

- **"CONEXIONES MATEMÁTICAS 8" de la editorial Norma**. El propósito se centra en estimular y afianzar el desarrollo de competencias en matemáticas mediante la solución de problemas y ejercicios que exijan del alumno un razonamiento formal.

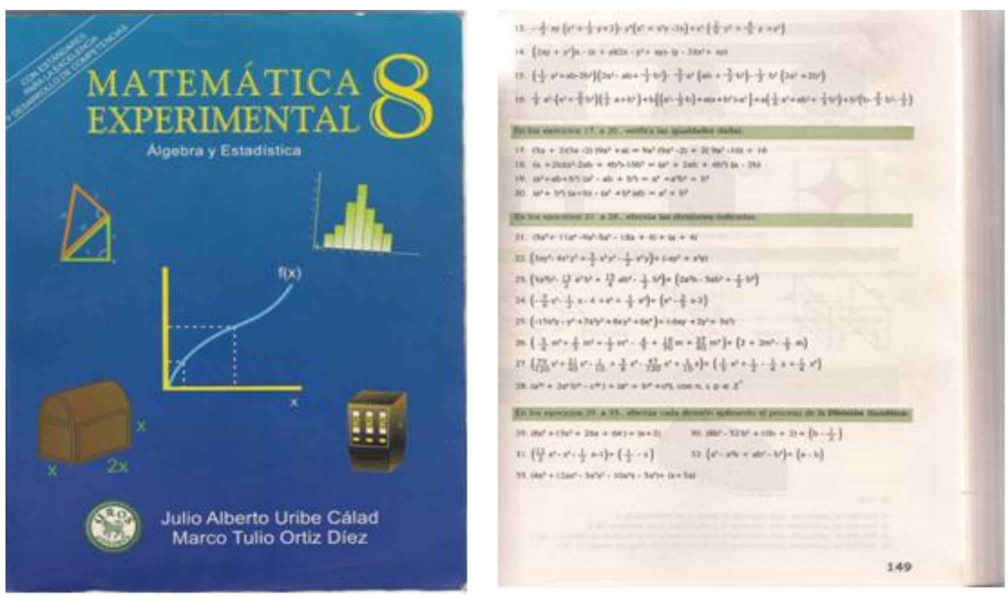
Figura 4. Conexiones Matemáticas 8

[11] Brousseau, Guy (1985) *"Fundamentos de la didáctica de la matemática".* Traducción realizada con el permiso del autor por Julia Centeno Pérez, Begoña Melendo Pardos, Jesús Murillo Ramón. Profesores del Departamento de Matemáticas de la E.U. de Formación del Profesorado del E.G.B. de Logroño de la Universidad de Zaragoza.

Allí, unidad tras unidad, y tema tras tema, hay una presentación de la notación fraccionaria, que no se abandona en ningún momento en el desarrollo de los contenidos del libro. Al menos 187 de las 237 páginas del libro (lo que equivale a un 79%) presentan notación fraccionaria, bien sea en la introducción y explicación de un concepto, ó en sus ejercicios de aplicación.

- **“MATEMÁTICA EXPERIMENTAL, ÁLGEBRA Y ESTADÍSTICA 8” de la editorial Uros**. Durante sus 11 unidades da espacio a la notación fraccionaria. Donde se observa que de 368 páginas del libro dedicadas al desarrollo de las unidades y las respuestas a los ejercicios propuestos, 177 traen alguna relación con notaciones fraccionarias, esto equivale a 48.09% del libro.

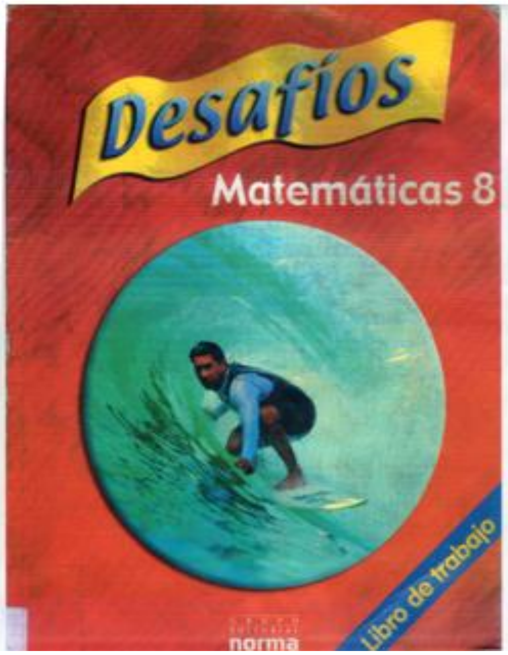
Figura 5. Matemática Experimental 8

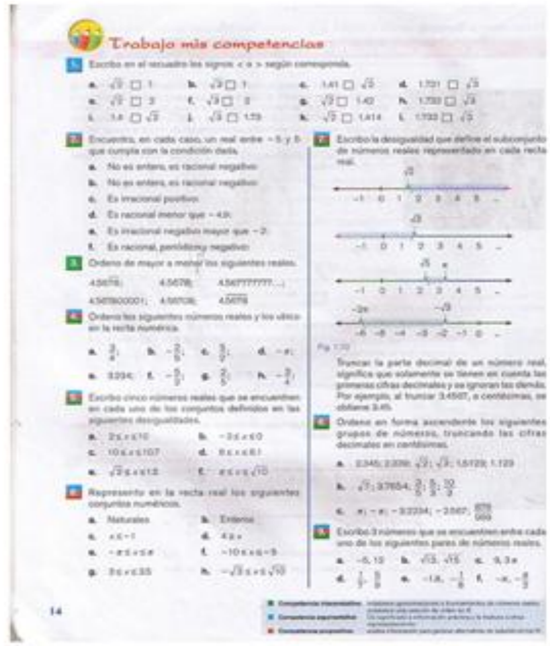


Los dos textos anteriores presentan una continuidad del uso de la notación fraccionaria ya que en cada unidad esta notación se integra a la temática que se está desarrollando.

- **“DESAFÍOS, Matemáticas 8” del grupo editorial Norma (2001)**, el libro cuenta con 208 páginas, y el uso de los números racionales en su notación fraccionaria se observa en 15 de ellas lo que equivale a 5.35%. Cuenta con nueve unidades pero sólo en dos de ellas aparece el trabajo de las fracciones y en pocos ejercicios.

Figura 6. Desafíos Matemáticas 8





1.2.4.2 Diarios de campo. El diario de campo permite identificar y reconocer hechos que aparecen de modo implícito e imperceptible en el aula escolar y se constituye en un valioso instrumento para el diagnóstico de las realidades académicas, interpersonales y comportamentales. Permitiendo la reflexión constante y convirtiéndose en instrumento de evaluación e investigación. En los diarios personales de reflexión pedagógica de los maestros en formación que se analizaron, se observa la descripción de la actitud de los alumnos frente a las actividades académicas y las dificultades en los conceptos trabajados, y algunos aportes que permiten mejorar la intervención del docente en el aula. A continuación se presentan algunos de estos diarios.

- **Fecha: Febrero 21 de 2009**
  Lugar: I.E Colegio Concejo de Medellín[12]
  Hoy inicié el repaso por algunos conceptos de estadística, evidenciando en el aula una gran dificultad en el manejo eficiente de algunos conceptos; en la realización de la actividad inicial salta a la vista la dificultad en el manejo del algoritmo para la suma y la multiplicación de fracciones, no permitiendo avanzar en el proceso con los porcentajes. La disciplina en el aula es muy

[12] Transcripción de los diarios de los maestros en formación.

buena al parecer las actividades propuestas llaman su atención y mantienen buen ritmo para el trabajo.

El día de hoy me lleva a reflexionar en que así como la didáctica nace del interés generado en los años sesenta por mejorar la enseñanza, hoy se hace necesario crear nuevas estrategias que permitan la asimilación y comprensión de los algoritmos para la suma y la multiplicación de los números fraccionarios, de manera más lúdico-práctica con la intención de que los alumnos analicen los procesos.

- **Fecha: Marzo 14 de 2009**
  Lugar: I.E Colegio Concejo de Medellín[13]
  Con el trabajo de la semana anterior es evidente que se debe profundizar mucho en las operaciones con números enteros, sin embargo, hoy la propuesta es el trabajo con los números racionales ha llevado a los chicos a reflexionar sobre el por qué es necesario el dominio conceptual de los Z para poder comprender los Q, y como se observó desde el inicio, este es un gran problema para el grupo. Es notorio que los jóvenes presentan serias dificultades a la hora de sumar, restar, y dividir expresiones fraccionarias, sin embargo todos están muy entretenidos con la guía al parecer llama la atención porque en ella aparece un cuadrado mágico, que para ellos es algo nuevo (creo que para muchos), porque a diferencia de los que vemos en los libros, este es un cuadrado mágico con expresiones fraccionarias pero que conserva la estructura de los tradicionales. Hoy pude notar que dos de los jóvenes son más lentos para la comprensión de los conceptos, por eso me propuse no acosarlos, considero importante seguir con el ritmo de ellos buscando calidad y no cantidad.

  La disciplina del aula fue buena, sin embargo noto que algunos se distraen con facilidad sobre todo cuando sienten o ven otros alumnos fuera, por ello hoy llamé la atención recordando que las reglas en el aula son claras y creo que todos comprendieron, pues no se notó malestar entre ellos.

  Hoy concluyo que algunos jóvenes se distraen y desconcentran con facilidad, que se presentan dificultades conceptuales frente a las fracciones, más aún en el desarrollo de un cuadrado mágico fraccionario y que es necesario mirar los procesos individuales buscando un aprendizaje con calidad**.**

[13] Transcripción de los diarios de los maestros en formación.

- **Fecha: Octubre 16 de 2009**
  Lugar: I.E Colegio Concejo de Medellín[14]
  Desarrollo de la sesión: Se formaron grupos de trabajo entregándoles la guía propuesta, ésta estaba constituida por la aproximación al concepto de equivalencia por medio de gráficas desde la amplificación y simplificación. Luego los alumnos desarrollaron una serie de ejercicios teniendo en cuenta la parte gráfica. En esta sesión se observó que los alumnos tenían dificultades para comprender que una sola fracción puede tener varias fracciones equivalentes, de igual modo les resulta difícil relacionar la parte gráfica con la parte numérica.

  Formar grupos de trabajo propicia un ambiente más dinámico donde los alumnos se ayudan mutuamente. Para el trabajo con las fracciones se hace necesaria la parte gráfica.

1.2.4.3 Entrevistas. Tal y como lo afirmó Leibniz[15] "*La experiencia del mundo no consiste en el número de cosas que se han visto, sino en el número de cosas sobre las que se ha reflexionado con fruto"*, y es por esto que, se consideran relevantes en este trabajo, los aportes que hacen dos maestros en ejercicio, que por su experiencia y preparación se podrían llamar "*expertos en educación".* El contacto con las narrativas de su desempeño laboral, abre puertas a la reflexión de los procesos de enseñanza y aprendizaje en el aula; y por esto, en el presente trabajo, se ha querido referenciar aquellos aspectos que están particularmente relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje del algoritmo para la suma de fracciones, el contexto utilizado, el uso de material concreto, y la importancia del análisis de los errores de los alumnos.

- **Marco Tulio Ortiz Diez.** Es licenciado en matemáticas y física de la universidad de Antioquia, tiene 35 años de experiencia en el ámbito educativo y ha trabajado en el sector privado y oficial, además es co-autor de la serie "Matemática Experimental" para la educación básica y media de la editorial Uros.

  Durante la entrevista, narró cómo en su práctica educativa ha tenido problemas con la enseñanza del algoritmo para la suma de fracciones, y que ha tratado de intervenir dicha dificultad mediante la utilización de representaciones gráficas y la implementación de situaciones problema en el aula, para evitar que dichos procesos queden en el olvido, sin embargo, la dificultad continúa. Trabaja con

[14] Transcripción de los diarios de los maestros en formación.
[15] www.proverbia.net. Recuperado 19 de noviembre de 2009, citas del autor Leibniz, Gottfried Wilhelm

problemas en contexto que motiven a los alumnos, y que no sean estructuras muertas y sin sentido. Sugiere para superar dichas dificultades el uso del material concreto, aunque precisa no haberlo utilizado. De igual manera se cuestiona acerca de la importancia de tener en cuenta los errores de los alumnos, y aunque nunca lo ha hecho, abre las puertas para incluirlo como pauta en su práctica educativa.

Figura 7. Profesor Marco Tulio Ortiz

A continuación se transcriben algunas de las respuestas dadas por el profesor:

Dificultades que ha encontrado en la enseñanza y aprendizaje del algoritmo de la estructura aditiva de las fracciones. He encontrado demasiadas dificultades, una de ellas es que no se acuerdan de los diferentes algoritmos, pero como docentes debemos buscar estrategias como dibujos, problemas y situaciones que contribuyan a solucionar estas dificultades[16]

Contexto desde el cual trabaja las fracciones en el aula. Las fracciones se deben trabajar desde el propio contexto del alumno, desde algo que él conozca, que lo motive y lo anime, a partir de un trabajo de fracciones desde su formalidad es algo muerto para ellos, se necesitan problemas y ejemplos relacionado con las fracciones que sean desde la vida diaria para que estos puedan ver su aplicabilidad[17]

[16] Minuto 19:20 de la entrevista.
[17] Minuto 5:49 de la entrevista.

Importancia que le da al uso del material concreto en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Aunque no he tenido la oportunidad de trabajar con esto, sé que es importante el trabajo con esta didáctica para captar la atención de los alumnos[18]

La importancia que le da al contexto matemático para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones. Primero se debe hacer una introducción desde su propio contexto, desde luego el matemático es importante, pero en cuestión de las fracciones es primero el contexto que rodea a los alumnos[19]

La importancia que le da a trabajar partiendo de los errores cometidos por los alumnos. No lo he hecho pero pienso que es importante partir de esto en cualquier momento de nuestra enseñanza, porque es así como nosotros los docentes sabremos de donde salen los errores de nuestros alumnos y sería mucho más fácil buscar las estrategias apropiadas para superar dichos errores[20]

- **Héctor Mauricio Ruiz Vahos.** Es Licenciado en matemáticas y física, alumno de maestría, y profesor de cátedra del departamento de enseñanza de las ciencias y las artes de la facultad de educación en la universidad de Antioquia, además, docente de tiempo completo en un colegio de carácter privado.

Al respecto de las fracciones y la dificultad con el algoritmo de la suma, el profesor en la entrevista afirma que el problema radica en la inadecuada comprensión del concepto de fracción. Sugiere el uso de diferentes representaciones entre ellas la gráfica, posiblemente mediada por el material concreto; y la introducción de problemas que trabajen el concepto de unidad, donde el contexto matemático cobre relevancia y no se quede en simples aplicaciones de problemas de la vida cotidiana, que muchas veces resultan siendo un uso abusivo del lenguaje matemático. Cuestionar el error del alumno y brindarle estrategias de superación de dichos obstáculos, ha sido una estrategia utilizada por el profesor en sus clases, y así ha logrado la reconstrucción y comprensión de conceptos en sus alumnos.

[18] Minuto 18:21 de la entrevista.
[19] Minuto 5:49 de la entrevista.
[20] Minuto 25:13 de la entrevista.

Figura 8. Profesor Héctor Mauricio Ruiz Vahos

A continuación se transcriben algunas de las respuestas dadas por el profesor:

El contexto influye dentro del proceso de aprendizaje. Los alumnos son el reflejo de lo que la institución y la sociedad les brinda. En un colegio privado de estrato alto hay una exigencia por parte de las familias para formación educativa de sus hijos mientras que en los colegios públicos o en los colegios de estratos bajos muchas veces la motivación de un alumno no es el aprender, sino, el ausentarse un poco de una realidad dura que lo consume día a día[21]

Importancia de la situación didáctica en el aprendizaje de las matemáticas. Una situación didáctica bien estructurada permite que el alumno de una manera creativa, consciente y dinámica construya y se apropie de un contenido por fuera de una monotonía y rutina de tiza y tablero que, aunque de un modo u otro sea eficaz, se debe indagar por otro tipo de metodologías de enseñanza[22]

Preferencia entre lo tradicional (tiza y tablero) y didáctica (situaciones didácticas). Dependiendo de las exigencias donde se esté realizando el trabajo, es decir, hay instituciones que brindan la posibilidad de un aprendizaje constructivo, mientras que hay otras que se acomodan a unos estándares propios que impiden este tipo de actividades, lo que no quiere decir que alguna

[21] Minuto 4 de la entrevista.
[22] Minuto 6 de la entrevista.

de las dos sea malas, simplemente hay que acomodar la metodología de trabajo a las necesidades del contexto.[23]

Conceptos relevantes para trabajar la estructura aditiva de las fracciones dentro de una situación didáctica. Las diferentes interpretaciones que se le han venido dando a las fracciones[24]

Las dificultades de las fracciones en el contexto. Una de las facilidades que presenta el trabajo con las situaciones didácticas es que estas se pueden plantear desde un contexto meramente matemático sin la necesidad de hacer uso de la cotidianidad, sin desconocer el hecho que la matemática desde que se conozca se puede ver en todas partes[25]

Importancia del material concreto en las situaciones didácticas. Realmente no es relevante puede ser una herramienta muy útil y apropiada para conceptos a trabajar con grados inferiores, pero como método indispensable no lo es[26]

En las entrevistas anteriores se destaca que al trabajar el concepto de unidad y las diferentes interpretaciones de fracción de manera amplia y detallada, previamente al estudio de algoritmos con las fracciones, es fundamental en el proceso de comprensión y apropiación de los procedimientos operativos; además, se puede notar cómo el trabajo con el material concreto y el trabajo a partir de los errores, constituyen valiosas herramientas para superar las dificultades por ellos mencionadas, aunque manifiestan no utilizarlas. En la práctica, evidencian cómo el contexto más apropiado para las actividades con fracciones es el escolar, dándole importancia a las experiencias por medio de las cuales el alumno establece conexiones entre el mundo de la escuela y el que lo rodea.

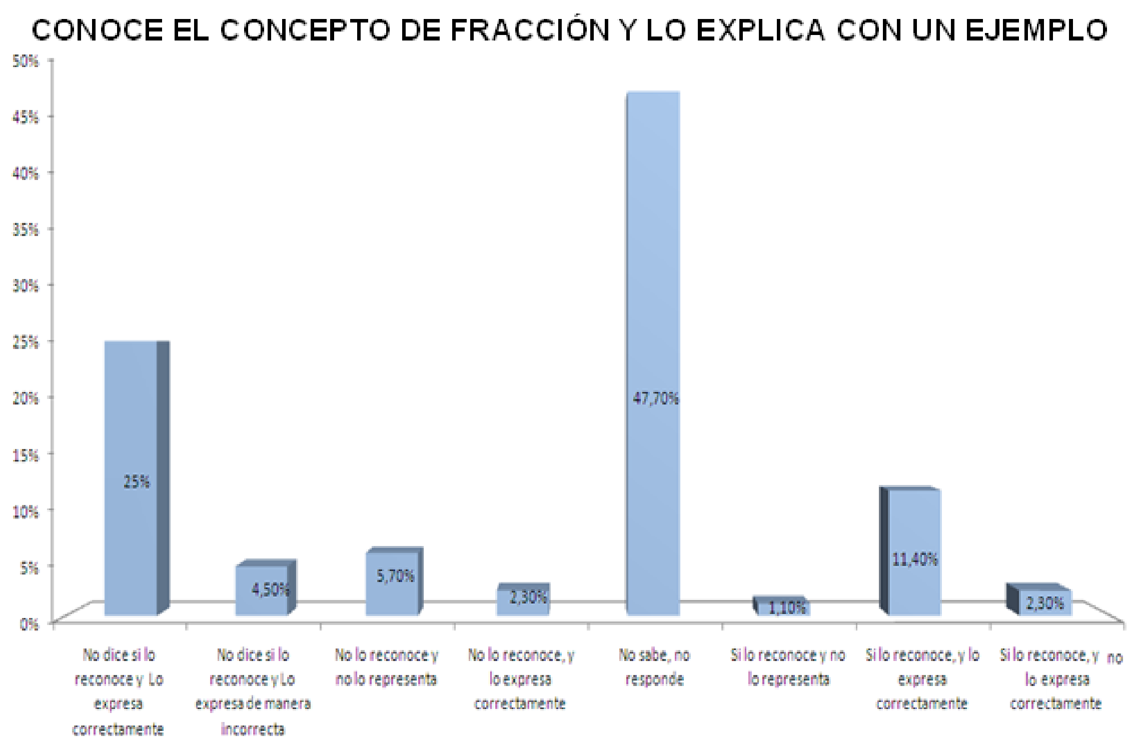
1.2.4.4 La visión de los alumnos. Se realizó una encuesta a los alumnos de la institución para conocer un poco más la problemática que aqueja el proceso académico de éstos con respecto al conocimiento del concepto de fracción, la identificación de las fracciones en el contexto y apropiación y manejo del algoritmo de la suma de fracciones.

[23] Minuto 12 de la entrevista.
[24] Minuto 14 de la entrevista.
[25] Minuto 15 de la entrevista.
[26] Minuto 6 del segundo cd de la entrevista

A continuación se muestran algunos resultados de la encuesta realizada a 88 alumnos de grado 8º de la IECM, donde se puede observar que:

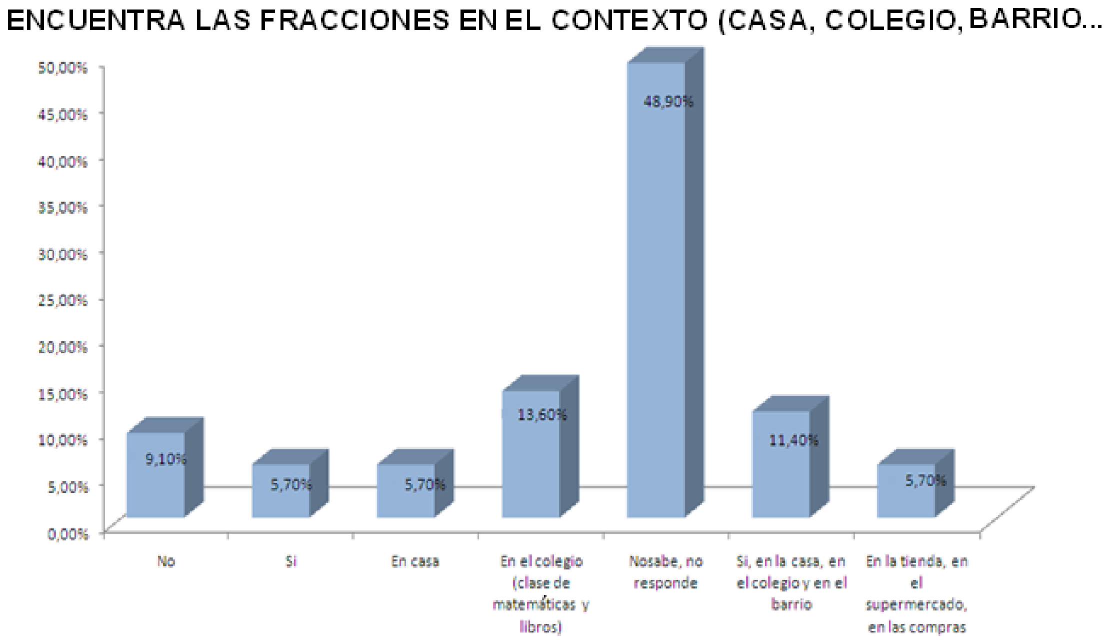
- Aunque los alumnos se relacionan tanto en el contexto escolar como extra escolar con las fracciones, algunos no reconocen qué es una fracción. El 47.7% de los alumnos encuestados no saben o no responden acerca de conocer el concepto de fracción y expresarlo en un ejemplo; el 25% lo representa sin embargo, no responden si saben o no qué es una fracción, y el 11.4% dicen conocer el concepto de fracción y lo expresan correctamente en el ejemplo.

Figura 9. Resultado de la encuesta a los alumnos grado 8º de la IECM



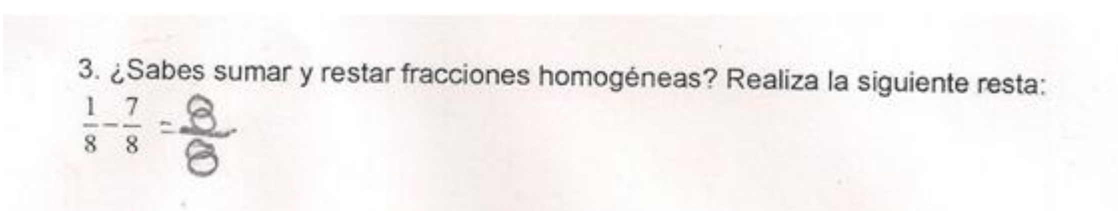
- Los alumnos encuentran pocas veces las fracciones en el contexto, es decir, las utilizan poco en su vida cotidiana. El 13.6% de los alumnos encuestados encuentran las fracciones en el colegio (en libros y clase de matemáticas) y el 48.9% de los alumnos encuestados no saben o no responden.

Figura 10. Resultado de la encuesta a los alumnos grado 8º de la IECM



- Los alumnos muestran en la encuesta que no usan adecuadamente el algoritmo de la suma y la resta de fracciones homogéneas. Un ejemplo de cómo resuelven una resta puede verse en la figura 11. El 46.6% de los alumnos encuestados resuelven de manera incorrecta las sumas o restas propuestas, figura 12.

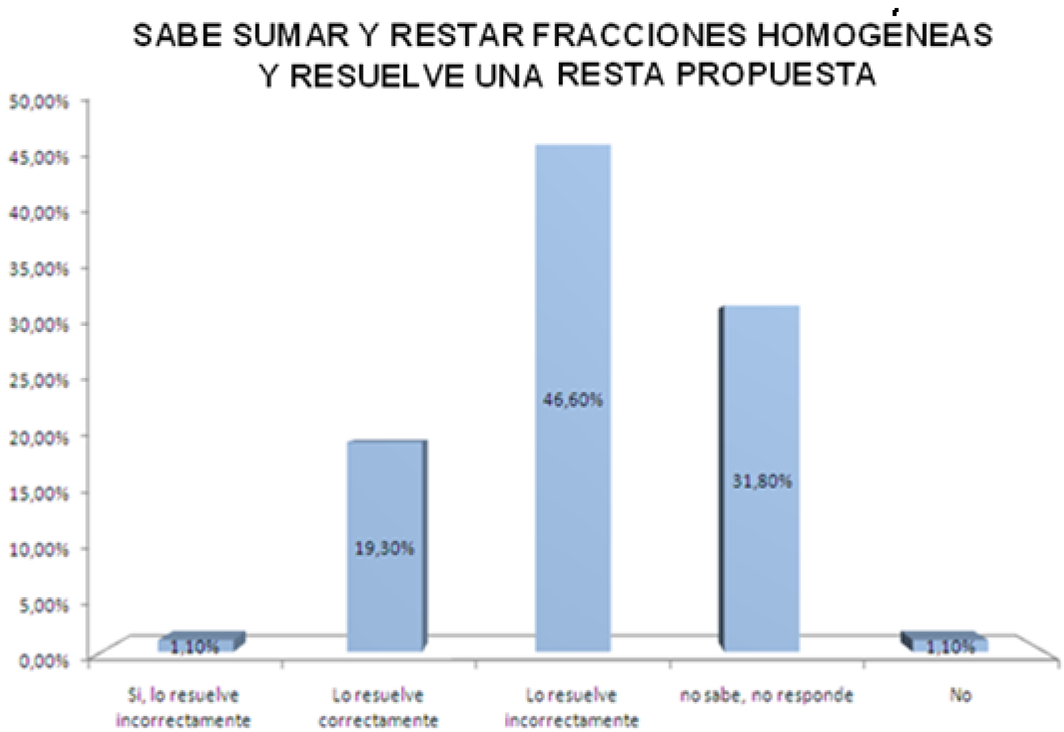
Figura 11. Resta de fracciones



3. ¿Sabes sumar y restar fracciones homogéneas? Realiza la siguiente resta:

$\frac{1}{8}-\frac{7}{8}=\frac{8}{8}$

Figura 12. Resultados de la encuesta a los alumnos de grado 8º de la IECM



- Los alumnos muestran en la encuesta que no usan adecuadamente el algoritmo de la suma y la resta de fracciones heterogéneas, puede verse en la figura 13 un ejemplo de cómo confunden el algoritmo. El 47.7% de los alumnos encuestados, resuelve incorrectamente el ejercicio propuesto en la Figura 14.

Figura 13. Suma de fracciones

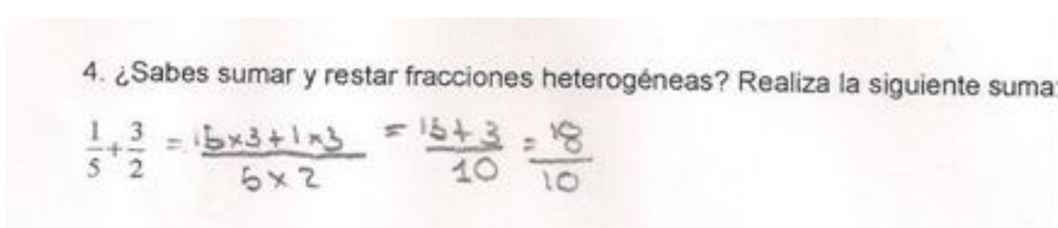
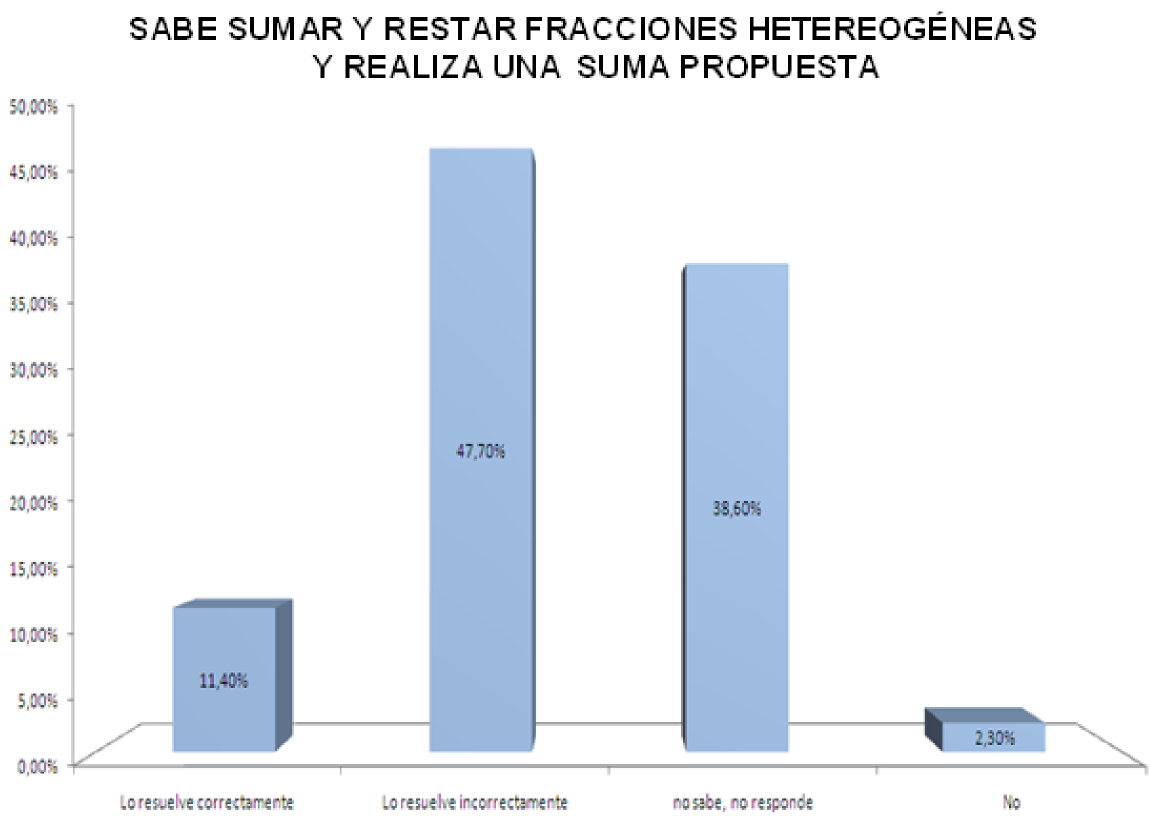


Figura 14. Resultados de la encuesta a los alumnos de grado 8º de la IECM



1.2.5 Reflexión introspectiva. Desde nuestros primeros años de vida escolar (de los maestros en formación), nos enfrentamos al concepto de fracción y sus múltiples representaciones relacionadas siempre con los números naturales; es decir, en los primeros años se asocia el número a cantidad , que de una u otra manera así causen dificultad, son interiorizadas y hasta automatizadas; pero el problema llega cuando esta automatización se constituye en sí misma en un obstáculo para comprender operaciones con las fracciones: los razonamientos y los problemas de aplicación evidencian una falta de comprensión del concepto como tal.

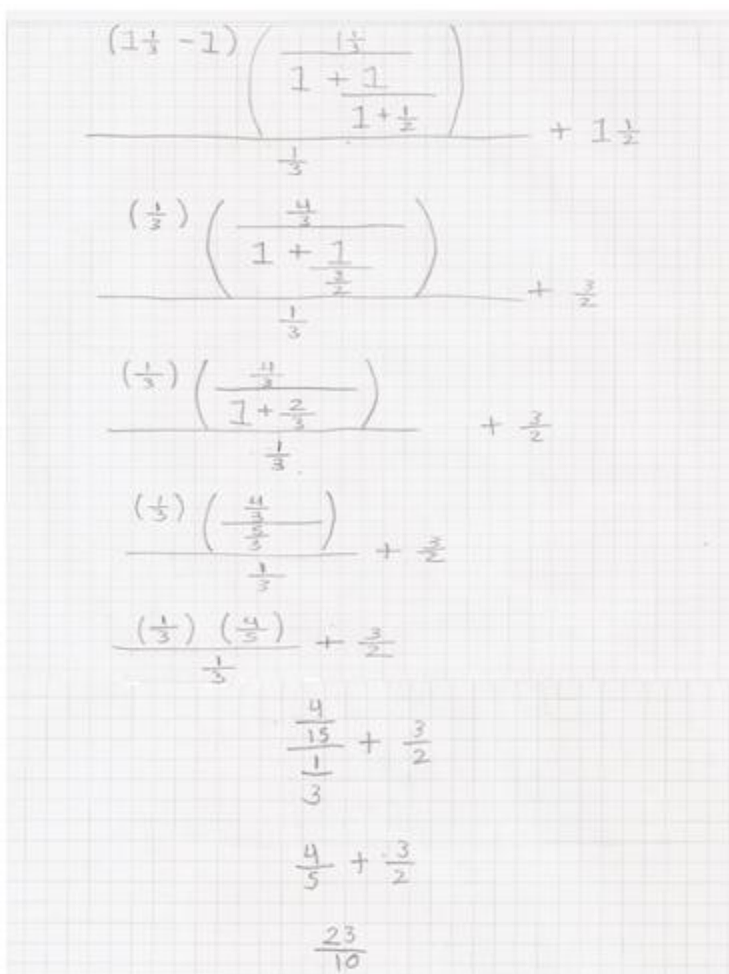
Con el ingreso a la universidad, en los primeros semestres, se evidencia aún más esta problemática al enfrentarnos a resolución de ejercicios y problemas que involucran el manejo del algoritmo de las operaciones entre fracciones. A continuación veremos algunos problemas y ejercicios:

$$\frac{\left(1\frac{1}{3}-1\right)\left(\frac{1\frac{1}{3}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{2}}}\right)}{\frac{1}{3}}+1\frac{1}{2}.$$

- Aunque en este ejercicio se necesite el algoritmo de la suma de fracciones cuando se resuelve a lápiz y papel como se muestra en la figura 15 este también se puede resolver con un manejo adecuado de la calculadora sin la necesidad de comprender y utilizar el algoritmo. Se muestra la secuencia de teclas para hallar el resultado.

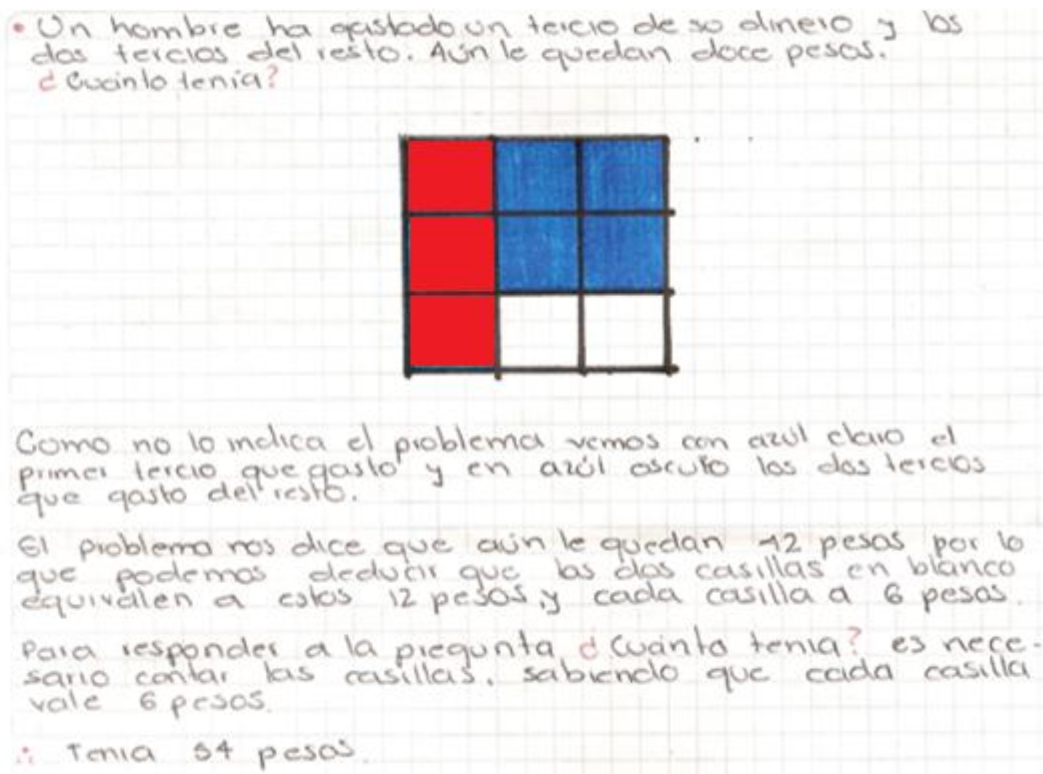
Con calculadora: $(1+1\div 3-1)\big((1+1\div 3)\div(1+1\div(1+1\div 2))\big)\div(1\div 3)+1+1\div 2$

Figura 15. Sumando fracciones



- El siguiente problema puede resolverse también usando las representaciones gráficas, sin necesidad de comprender y usar el algoritmo de la suma de fracciones, pero para resolverlo de manera gráfica es fundamental el manejo adecuado de la relación parte todo y el de unidad; hay que comprender que cada cantidad es una parte de un todo y tomar todo el conjunto del dinero como la unidad que se dividió: *Un hombre ha gastado un tercio de su dinero y los dos tercios del resto. Aun le quedan 12 pesos. ¿Cuánto tenia?*

Figura 16. Restando fracciones de manera gráfica



- El siguiente ejercicio se puede resolver fácilmente de manera gráfica y para ello se utiliza el concepto de unidad para saber que cada pan es el que se debe partir y no el conjunto de panes, y finalmente hacer corresponder las partes que cada pastor dio al cazador con las monedas que este dejó.: *Un cazador se encuentra con dos pastores que le dan de comer. El primer pastor puso 5 panes y el segundo 3. Al despedirse el cazador les entrega 8 monedas. ¿Cómo deben repartirse los pastores el* *dinero suponiendo que los tres comieron partes iguales y que el reparto debe ser proporcional?*[27]

Figura 17. Repartos

A los ejercicios anteriores se les puede dar solución de manera gráfica, aritmética y algebraica, pero sea cual sea el proceso que se elija, es absolutamente necesario comprender el concepto de unidad y manejar adecuadamente la relación parte todo.

---

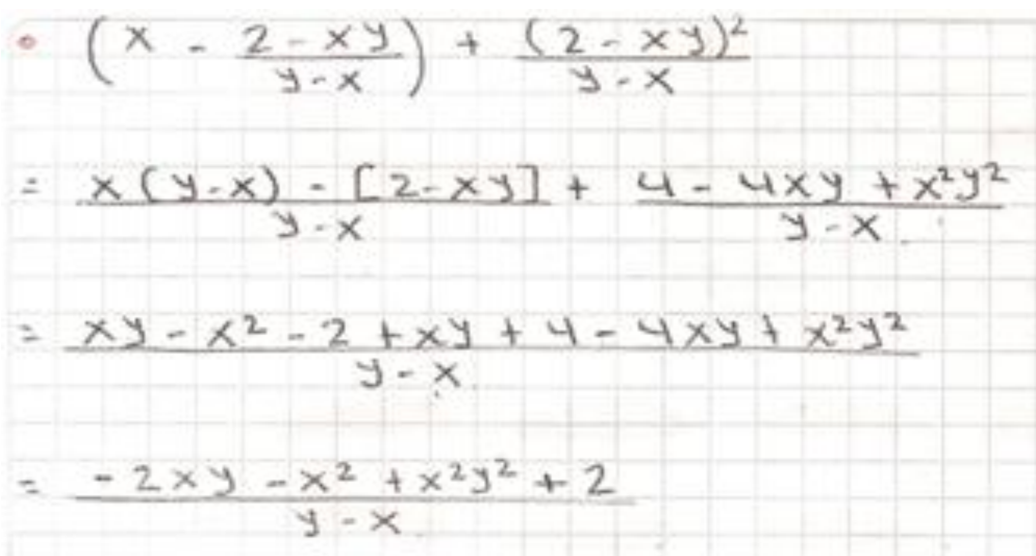
[27] VIELMA, Juan. Lecciones de aritmética. Bogotá: NORMA. 1957

Por otro lado, hay problemas en los que apelar a las representaciones gráficas no funciona, aquellos en los que, para resolverlos a lápiz y papel es indispensable conocer el algoritmo de la suma de fracciones, además de otros conceptos y procesos. En estos problemas podemos evidenciar que no tener un buen manejo del algoritmo de la suma de fracciones impide sustancialmente un buen trabajo con fracciones en expresiones algebraicas. Por ejemplo,

$$\left(x - \frac{2 - xy}{y - x}\right) + \frac{(2 - xy)^2}{y - x}$$

Para dar solución a esta expresión algebraica a lápiz y papel es esencial el manejo adecuado del algoritmo para la suma y resta de fracciones

Figura 18. Operaciones con fracciones algebraicas



En el proceso académico se ha observado que es necesario tener unos preconceptos para interiorizar el algoritmo de la suma de fracciones, tales como: la relación parte-todo, el concepto de unidad y las equivalencias. Se considera entonces, que si los maestros en formación que han pasado por un proceso sistemático de enseñanza mucho más amplio tienen dificultades con dichos conceptos, los alumnos que apenas se enfrentan a situaciones de este tipo ¿cuántas dificultades más podrán tener?

La reflexión introspectiva sobre el desempeño en la Licenciatura de Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, la experiencia práctica durante el 2009 de enseñanza en la IECM y la revisión de diferentes investigaciones sobre Educación Matemática, como se ha mencionado en los apartados …1.2.5…, …1.2.4… y …1.2.3… respectivamente, han motivado el inicio de un trabajo de búsqueda que permita afianzar el uso del algoritmo de la suma de fracciones en los alumnos de grado 8º de la IECM.

1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

A partir de experiencias propias y ajenas se ha observado que el manejo de las fracciones es una dificultad constante en el que hacer académico, más aún el trabajo con las fracciones en expresiones algebraicas; además, el contacto con profesionales de la educación que han tenido gran experiencia en su profesión, han confirmado este hecho, "*el trabajo con los algoritmos*, el manejo de símbolos y operaciones en situaciones generales deben ser el preludio del trabajo con las relaciones algebraicas"[28] esto lleva a considerar la siguiente pregunta **¿Qué preconceptos son necesarios para llegar a un manejo adecuado del algoritmo de la suma de fracciones?**, esto también se evidencia en otros contextos matemáticos donde esté involucrado el concepto de fracción. Teniendo en cuenta lo anterior se decidió enfocar este trabajo hacia ***las dificultades que presentan los alumnos de la I E C M del grado octavo con respecto al manejo de la estructura aditiva de las fracciones en expresiones algebraicas.***

1.4 JUSTIFICACIÓN

Según los estándares curriculares en el área de matemáticas, el alumno de octavo grado al finalizar el año debe estar en capacidad de "Construir expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada"; es por esto que en la búsqueda constante de competencias que permitan desarrollar actividades en distintos ámbitos académicos, es indispensable la comprensión y dominio del algoritmo de la suma de fracciones, como también tener un adecuado manejo de la representación fraccionaria debido a que las relaciones existentes en el álgebra así lo exigen. Sin embargo, los estándares no proponen una metodología específica para cumplir con este propósito, lo cual deja abierta la posibilidad de utilizar cualquier estrategia metodológica.

[28] Llinares Ciscard, Salvador (1997). Fracciones, la relación parte-todo. Madrid: Editorial Síntesis

Analizando diferentes estrategias metodológicas, la teoría de Guy Brousseau parece ser la apropiada para este trabajo de por su actualidad, ya que nació bajo la necesidad de renovar el pensamiento sobre la enseñanza de las matemáticas y analizar los procesos que da lugar a la comunicación del saber matemático escolar, e indagar las mejores condiciones de su realización; como lo muestran los resultados de una variedad de investigadores en este campo como Gilberto Obando, Juan Godino y Jesennia Chavarría, quienes afirman en sus investigaciones que es labor del profesor imaginar, preparar y proponer a los alumnos situaciones matemáticas de las que ellos se puedan apropiar y en las cuales el conocimiento en cuestión aparezca como una solución óptima a dichos problemas. Las situaciones didácticas están "centradas en el desarrollo de las competencias matemáticas"[29], dando sentido a la relación entre quién aprende y qué se aprende, "esta noción ampliada de competencia está relacionada con el saber qué, el saber qué hacer y saber cómo, cuándo y por qué hacerlo"[30] y es precisamente hacia donde la teoría de Guy Brousseau apunta.

1.5 OBJETIVOS GENERAL Y ESPECÍFICOS

1.5.1 Objetivo general. Construir una secuencia de enseñanza, para mejorar los niveles de competencia de los alumnos de la I E C M para operar expresiones algebraicas relacionadas con el manejo de la estructura aditiva de las fracciones.

1.5.2 Objetivos específicos

- Identificar las dificultades presentes en los alumnos de grado octavo de la IECM con relación al manejo de la estructura aditiva de las fracciones.

- Analizar diferentes propuestas de investigaciones en educación matemática relacionadas con el manejo de la estructura aditiva de las fracciones.

- Implementar actividades ya propuestas, que permitan una selección de las que más respondan a las necesidades de la IECM

[29] Ministerio de Educación Nacional (2007). Estándares Básicos de Competencias en matemáticas. Bogotá (página 74)

[30] Ministerio de Educación Nacional (2007). Estándares Básicos de Competencias en matemáticas. Bogotá (página 50)

- Diseñar una secuencia de enseñanza que sea coherente con el PEI de la IECM y que permita mejorar los niveles de competencia de los alumnos para operar expresiones algebraicas relacionadas con el manejo de la estructura aditiva de las fracciones.

2. ESQUEMA TEÓRICO

2.1 CONTEXTUAL

2.1.1 Proyecto Educativo Institucional (PEI). Los siguientes aspectos son tomados textualmente del proyecto de la institución.

- **Visión.** Para el año 2013, la Institución Educativa Concejo de Medellín alcanzará un alto rendimiento académico, técnico, científico, cultural y deportivo y sus egresados tendrán una formación de acuerdo con las exigencias de la sociedad moderna.

- **Misión.** La institución educativa Concejo de Medellín tiene por misión formar a sus alumnos de los niveles de preescolar, básica primaria, básica secundaria, media académica y media técnica en valores humanos y principios académicos, técnicos, cívicos, éticos, ecológicos, deportivos y culturales donde impere el respeto por el otro contribuyendo a la construcción de una sociedad justa que favorezca el mejoramiento de su calidad de vida, su sentido de pertenencia y su capacidad de servicio a los demás.

- **Política de calidad.**
  - Factor Humano. Capacitación permanente del personal docente y administrativo en los diferentes campos del conocimiento.
  - Enfoque al cliente. Contribuir en la construcción de una sociedad justa, donde impere el respeto por el otro y la formación en valores.
  - Procesos. Optimización y compromiso de cumplir con los requisitos para mejorar continuamente el Sistema de Gestión de Calidad.

- **Objetivos de calidad.**
  - Crear el clima escolar apropiado para mantener o mejorar la competencia del personal docente y administrativo.
  - Mejorar continuamente la eficacia de los procesos del Sistema de Gestión de Calidad.
  - Proporcionar la formación integral de los estudiantes y mejorar el impacto institucional en la comunidad.

- **Perfil del Estudiante.** La población estudiantil de la Institución Educativa Concejo de Medellín la conforman niños (as) y jóvenes cuyas edades oscilan entre los 5 y los 17 años, de estratos entre el 1 y el 6. En tercera jornada, noche, las edades de los estudiantes oscilan entre los 18 y 60 años. Se atiende también una población discapacitada, Grupo de No Oyentes.

  El alumno de la Institución Educativa Concejo de Medellín proyecta con sus actitudes el "espíritu de respeto, justicia y solidaridad" característico de la educación institucional. Está comprometido junto con sus padres en su formación integral, desde las relaciones fundamentales que establece consigo mismo, con los otros, con el entorno, con la cultura y con un Ser Superior. Además se caracteriza por ser capaz de:

  - Proyectar con sus actitudes el "espíritu de respeto, justicia y solidaridad" característico de la educación institucional.
  - Comprometerse junto con sus padres en su formación integral, desde las relaciones fundamentales que establece consigo mismo, con los otros, con el entorno y con la cultura.
  - Valorar, respetar y defender la vida y dignidad propia y de los demás.
  - Amar la verdad y tener espíritu crítico, cualidades que le permiten evaluar objetivamente los acontecimientos y encontrar una solución adecuada a los conflictos.
  - Reconocer y aceptar sus límites y los de los demás.
  - Brindar amistad y crear un vínculo afectivo con los integrantes de la Comunidad Educativa.
  - Amar y proteger la naturaleza como patrimonio común de la humanidad.
  - Cuidar y conservar en buen estado los recursos propios de la Institución.
  - Reconocer el conocimiento y la cultura como vías de realización y superación personal.
  - Expresar con su comportamiento, sólidos principios morales. .
  - Ser solidario y respetuoso, participativo y tolerante.
  - Ser respetuoso y abierto al diálogo en la relación con sus padres, educadores, compañeros y demás personal de la Comunidad Educativa.

- **Concepción de ciencia.** La institución educativa, de acuerdo con la teoría de Luhmann y Morín, considera que la ciencia es un sistema social diferenciado, cuya función es producir conocimiento, para lo cual se desarrollan diferentes programas de investigación, así mismo, se basa en un código que lo diferencia de otros sistemas sociales conformado por la dualidad conocimiento verdadero/ falso y se fundamenta en las teorías y métodos. La ciencia, por lo tanto, involucra una serie de elementos distintivos como son: objeto, historia, teorías, criterios de validación aportados por la comunidad científica, métodos de investigación, epistemología y enseñabilidad. El Conocimiento científico se entiende como un proceso sistemático, ordenado, lógico, crítico, controlado, verificable, especializado, debe tener carácter transversal e interdisciplinario basado en la experimentación y debe ser flexible. En la institución educativa se pretende posibilitar el conocimiento científico a través de la presentación de situaciones problemáticas, identificando las necesidades e intereses y luego aplicando los procesos del pensamiento a cada una de las áreas: observación, descripción, comparación, clasificación, relación, conceptualización, formulación de problemas, análisis, interpretación, experimentación, razonamiento deductivo, inductivo, hipotético, silogístico, categorización, argumentación y contrastación de teorías.

- **Concepción de educación.** En la sociedad compleja y sostenible la institución educativa concibe la educación como el proceso mediante el cual el ser humano se instruye, aprende, conoce y se forma como humano en las variables personal, social, cultural, el conocimiento científico y tecnológico. Por lo tanto, la educación es durante toda la vida e involucra el desarrollo humano en lo cognitivo, comunicativo, ético, estético, corporal, tecnológico y espiritual, así como diferentes contextos como la familia, el barrio, la calle, los medios de comunicación, los grupos, el trabajo y la escuela. Desde el ámbito escolar la Institución Educativa conceptualiza la educación como un sistema complejo cuya distinción es ser una carrera que se inicia en el preescolar y culmina en el doctorado, para formar personas en las variables anteriores y cuya proyección es el mundo del trabajo, sea este intelectual, investigativo, empresarial o cualquier otro tipo. Al asumir que la educación es un sistema complejo se quiere significar que es una práctica, no es pensamiento como la pedagogía; pero requiere de esta para ser soñada. También significa que no es sólo la instrucción de conocimientos de las áreas; sino que involucra la complejidad de los sujetos, de los saberes, de la institución, de los ideales personales y sociales, las emociones, la diversidad, en fin la complejidad de la vida. Por ello, la educación en la Institución Educativa es ante todo un acto que conduce a la felicidad, es decir, a la realización personal, la proyección de la vida y al encanto del conocimiento de sí mismo.

- **Concepción de maestro.** Para la pedagogía holística el maestro es ante todo un ser espiritual o sujeto del saber pedagógico que tiene como propósito la formación de las nuevas generaciones, la enseñanza de las ciencias, las artes y la tecnología. Un sujeto con una conciencia cultural, política y socio-económica de la época en la que vive, un sujeto ético, público y responsable por la totalidad de la vida. El maestro como sujeto de saber implica reconocer que la sociedad reconoce y legitima al maestro como el poseedor de ese saber. Por ello, la pedagogía Holística no considera la desaparición del maestro por medios tecnológicos o mediadores instrumentales como lo piensan algunas corrientes cognitivas.

- **Concepción de alumno** Para la pedagogía Holística el alumno es el aprendiz, el sujeto a formar, que se autoforma en sí mismo y en las relaciones con el mundo y los otros. Por ello, es el responsable de su aprendizaje y formación. Está constituido por nueve dimensiones: cognitiva, comunicativa, ética, estética, corporal, emocional, social, laboral y espiritual. Cada una de estas dimensiones se utilizan para la constitución de la subjetividad. Ésta se logra con la ejecución de cada de los procesos de las dimensiones.

- **Estructura curricular.** La estructura da cuenta del modelo curricular contemplando elementos básicos del currículo como el tiempo, los espacios, los contenidos, los procesos de aprendizaje y las competencias.

- **Sistema Institucional de Evaluación (SIE):** son los principios, estrategias y herramientas fundamentales que responden al requerimiento que hace el decreto 1290, orientado a superar los principales problemas que afectan a la I.E.C.M; por esta razón se justifica que como Comunidad Educativa, representada en el Consejo Académico Institucional se determine unas políticas relacionadas con nuestros educandos, como tarea misional de la Institución.

- **Nodo.** Son conjuntos articulados de competencias, saberes y estrategias en torno a problemas y actividades relacionados con un determinado quehacer en la vida social, el ámbito laboral y el entorno profesional. (Tobón, 2007). La institución Educativa en el proceso de reconstrucción del currículo ha definido para la Institución cuatro (4) nodos fundamentales en los cuales se articulan las áreas y a través de ellos se busca lograr la integralidad de la formación. Los Nodos del Currículo Institucional son: *Nodo Técnico,* integrado por tecnología, Informática y Emprendimiento. *Nodo Científico*, integrado por Matemáticas y Ciencias Naturales. *Nodo Comunicativo*, integrado por inglés y Lengua Castellana. *Nodo de formación humana*, integrado por Ética, Religión, Filosofía, Sociales, Economía y política, Educación Física y Educación Artística.

- **Mallas curriculares:** Estructura en la cual se tejen los elementos básicos del Currículo y el Plan de Estudios, para la institución estos elementos son: nodo, ciclo, grado, grupos, créditos, tiempo individual y presencial; objetivo general, estándares, competencia, definición de competencia, criterios de desempeño.

Figura 19. Malla grado 8º

OBJETIVOS DE GRADO: El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana.	**ESTÁNDAR DE COMPETENCIA:** Utilizar los números reales en sus diversas representaciones y en diferentes contextos y usar la notación científica para simplificar la representación y las operaciones de cantidades significativamente grandes y significativamente pequeñas. Usar la potenciación y sus operaciones inversas para representar y modelar situaciones matemáticas y en otras áreas. Aplicar criterios de semejanza y congruencia de triángulos en la solución de problemas en el contexto matemático y de otras disciplinas y explicar la demostración de teoremas fundamentales como el de Thales, el de Pitágoras entre otros. Seleccionar y usar técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con precisión apropiada y generaliza estos procedimientos. Organizar e interpretar analítica y críticamente información estadística proveniente de diferentes fuentes, usando las medidas centrales, posiciónales y de dispersión. Calcular probabilidades de eventos simples usando diferentes métodos y reconocer tendencias en conjuntos de variables relacionadas. Identificar relaciones entre propiedades de las gráficas y las ecuaciones, analizando los comportamientos de cambio de funciones polinómicas, racionales y exponenciales. Interpretar los distintos significados de la pendiente en situaciones de variación. Modelar situaciones de variación con funciones polinómicas e identificar diferentes métodos para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

ÁREA	COMPETENCIA	DEFINICION DE LA COMPETENCIA	CRITERIOS DE DESEMPEÑO
MATEMATICAS	RAZONAMIENTO MATEMÁTICO	Capacidad para establecer regularidades, asociaciones, encadenamientos que sirvan como argumento para construir, justificar o debatir principios matemáticos, que busquen lo general en lo particular y lo permanente en lo transitorio.	Reproduce explicaciones de procesos respetando la secuencia lógica pertinente. Aplica algoritmos concretos para resolver problemas específicos en las matemáticas justificando con argumentos claros los procesos desarrollados. Establece relaciones, diferencias, encadenamientos secuenciales de conceptos que le permiten explicar la estructura y uso de algunos principios matemáticos básicos. Formula hipótesis, hace conjeturas, encuentra contraejemplos y desarrolla procesos de comprobación y algunas demostraciones sencillas para validar o rechazar modelos y principios matemáticos considerados como alternativas de solución a problemas en diversos contextos.
	PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Capacidad metacognitiva para crear una estructura general en el análisis y solución de situaciones problemas y hacerla transferible y aplicable en la solución de otros problemas ajenos a los que la originaron.	Resuelve problemas en el contexto de las matemáticas, siguiendo modelos propuestos por el profesor y/o los textos. Resuelve problemas en contextos definidos por el profesor, aplicando modelos preestablecidos. Construye y aborda situaciones problemas, de manera autónoma, con flexibilidad de enfoque, eligiendo estrategias adecuadas para su solución y proyectándolas al análisis y solución de nuevas situaciones planteadas en diversos contextos. Orienta tareas de planteamiento y solución de problemas sugiriendo estrategias adecuadas desde distintos enfoques.
	COMUNICACIÓN MATEMÁTICA	Capacidad para interpretar y representar los razonamientos y procesos matemáticos de manera clara, precisa y apropiada según el contexto en el que se generan y se presentan.	Expresa con claridad, orden y coherencia los procedimientos usados en su trabajo matemático. Amplia explicaciones apoyándose en esquemas y diagramas que facilitan la comprensión de estas en el ámbito del aula de clase. Combina diferentes estrategias, técnicas, herramientas y elige de manera acertada temas de apoyo para explicar procesos matemáticos dentro y fuera del aula de clase. Combina diferentes estrategias, técnicas, herramientas y elige de manera acertada temas de apoyo para explicar procesos matemáticos con el propósito de divulgar logros propios y /o del trabajo en equipo.

2.2 CONCEPTUAL

2.2.1 Fracciones

2.2.1.1 Concepto de fracción. Durante el estudio de las fracciones, se han encontrado algunas definiciones, que si bien no son erróneas, no tienen en cuenta algunos aspectos que son fundamentales desde el planteamiento teórico de un concepto ya tan debatido. Algunas de estas definiciones son:

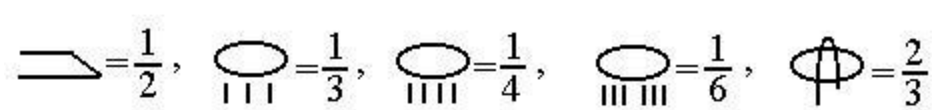
- Número quebrado o fraccionario: es el que expresa una o varias partes iguales de una unidad principal. Un quebrado consta de dos términos: numerador y denominador. El denominador indica en cuántas partes iguales se ha dividido la unidad principal, y el numerador, cuántas de esas partes se toman (Baldor, 1953)
- Una fracción indica la relación que existe entre un número de partes y el número total de partes. El total de partes se denomina el todo o la unidad. (Gutiérrez, 2000)
- División de algo en partes. Cada una de las partes separadas de un todo o consideradas como separadas.(Diccionario de la Real Academia Española, 2001)
- Una fracción es un par de números naturales $\frac{a}{b}$. Cuando la fracción expresa las partes de un todo o la relación parte-todo, el denominador b indica las partes iguales en que se divide el todo o unidad, y el numerador a, las partes que toman. (Mora y Otros,1999)
- Todo símbolo de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros, y $b \neq 0$, recibe el nombre de fracción. (Londoño y Bedoya, 1989)

Todas las definiciones de fracción, o de cualquier concepto en general, son siempre un punto de vista parcial, determinado por un campo epistemológico o cultura particular. Es por esto, que en nuestro trabajo entenderemos el concepto de fracción como:

> *División de una cosa en partes (iguales). Cada una de estas partes (iguales), con relación al todo. Número que expresa las partes (iguales) de una unidad dividida en varias. Una fracción consta de dos números separados por una raya. El superior, o numerador indica las partes que se consideran, y el inferior o denominador, aquellas en que se consideran dividida a la unidad (Larousse, 2002).*

2.2.1.2 Historia de la fracción. El origen de las fracciones se remonta a tiempos milenarios donde se trabajaba la numeración, la medición y otro tipo de operaciones matemáticos con simples muescas en un madero. La necesidad por utilizarlas, surge con el alcance de un nivel cultural más avanzado durante la edad de bronce, donde se identificó una seria dificultad para encontrar un sistema de notación capaz de representar situaciones cotidianas desde tres civilizaciones: los babilonios, los chinos y los egipcios. Desde esta época, se comenzó a trabajar el desarrollo con las fracciones. Los babilonios comenzaron a trabajar las fracciones en base sesenta, o sexagesimal, porque de esta manera era más sencillo llevar a cabo los cálculos; además es importante resaltar que es esta civilización, según el registro, fue la primera en expandir el principio posicional a este conjunto. En la civilización china, se desarrolló este concepto de una forma muy similar a como lo trabajamos hoy en día (en base decimal), pero dado que esta cultura es muy cerrada al mundo, fue la concepción que menos se trabajó en la antigüedad. La civilización egipcia tuvo grandes avances en el trabajo con las fracciones, pues se empieza a dar forma a una idea más concreta, al utilizar las siguientes notaciones para representarlas:

Figura 20. Representación fraccionaria en la antigüedad



Afortunadamente podemos contar con un sin número de fuentes que nos pueden dar cuenta de la valiosa información acerca del tratamiento de las fracciones en esta civilización. Una de estas fuentes es el papiro de Ahmes, el cual es el más extenso encontrado hasta ahora, con medidas de 30 cm de alto y unos 6 m de largo, depositado actualmente en el British Museum. Este papiro fue comprado en 1858 por el escocés Henry Rhind en una ciudad comercial del rio Nilo y es de allí donde se deriva su nombre de papiro de Rhind con el cual se le conoce usualmente y no tan a menudo con el nombre de Ahmes en honor a su escriba en el periodo comprendido entre 2000 y el 1800 a de c.

Tanto los numerales como el resto del material, que aparece en este pergamino, están hechos en una escritura muy diferente a los jeroglíficos a los cuales estaban acostumbrados los egipcios, era una escritura que se adaptaba mejor al uso del pincel y la tinta sobre las hojas de papiro previamente tratadas, a esta escritura se le llamó escritura hierática[31]. El sistema de numeración seguía siendo, desde

[31] La escritura hierática permitía a los escribas del Antiguo Egipto escribir de forma rápida, simplificando los jeroglíficos cuando lo hacían en papiros, y estaba íntimamente relacionada con la

luego decimal, pero como la escritura en jeroglíficos era más complicada y carecían de símbolos, todo se tornaba repetitivo, por lo que se vieron reemplazados por la introducción de cifras o signos especiales para representar los dígitos y los múltiplos de las potencias de diez[32]. En este papiro se encontró información acerca de cómo trabajaban las fracciones y como las representaban para la utilización en sus situaciones cotidianas, por ejemplo para denotar el inverso de un número natural colocaban simplemente sobre la expresión que designaba a este número un signo oval alargado, por otro lado, "usaban a veces signos especiales para las fracciones del tipo n/(n+1), complementarias a la unidad de las fracciones unitarias, a la fracción 2/3 le asignaban los egipcios un papel tan especial en sus cálculos aritméticos que para calcular un tercio de un numero hallaban primero los dos tercios y luego calculaban la mitad del resultado, conocían y utilizaban el hecho de que los dos tercios de la fracción unitaria 1/p es igual a la suma de las dos fracciones unitarias 1/2p y 1/6p, y sabían también, obviamente, que el doble de la fracción unitaria 1/2p es la fracción unitaria 1/p , sin embargo, parece como si aparte de la fracción 2/3, los egipcios consideraran las fracciones generales propias de la forma m/n, con m menor que n, no como una cosa elemental y simple, sino como parte de un proceso incompleto donde nosotros consideramos hoy 3/5 como una fracción propia irreductible".[33]

Ya en el renacimiento, Al kashi retomó las fracciones decimales de los chinos, y fue quien más las difundió, tanto así, que se consideró así mismo el creador de este tipo de fracciones. Su difusión la hizo comparando en muchas ocasiones la funcionalidad de las fracciones sexagesimales (que eran las más utilizadas en ese entonces), con las decimales. Otro que también impulsó el uso de esta fracción fue Stevin, quien realizó una explicación muy detallada y elemental de éstas, con lo que se ganó en comprensión y obviamente en utilización. Al igual que los dos anteriores Viete hizo una gran defensa de las fracciones decimales principalmente frente a las sexagesimales, ya que eran más significativas para muchos en cuanto se pueden relacionar de una manera más sencilla con los números enteros, y los racionales.

Como podemos ver el trato de las fracciones siempre hace parte de las necesidades que el contexto genere, es decir, los egipcios se inventaron un grupo de símbolos como antes lo mencionamos que representaran las fracciones para poder trabajar en sus situaciones cotidianas. Otro ejemplo de esta afirmación puede ser en el trabajo de El *liber abaci* donde ponen todo el énfasis en problemas de transacciones comerciales, utilizando para ello un complicado

---

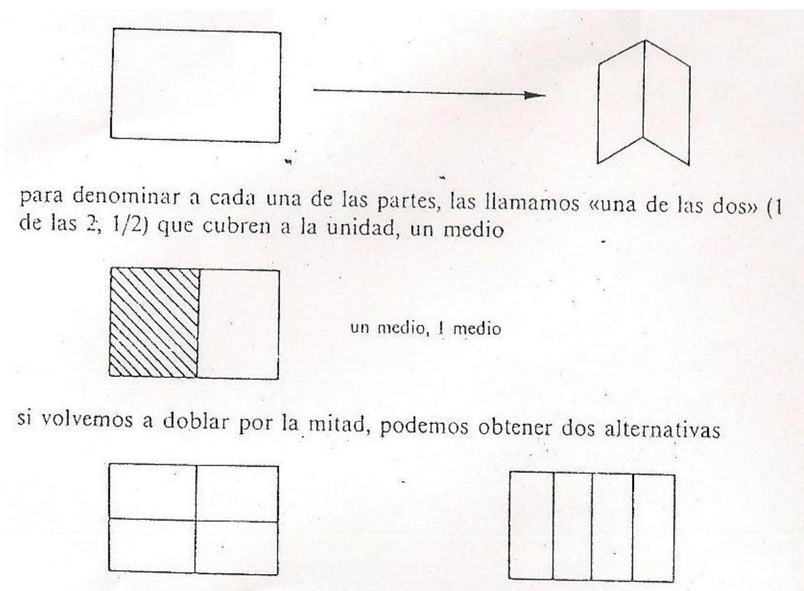
escritura jeroglífica. Fue durante amplios periodos la escritura utilizada en textos administrativos y religiosos, y su nombre fue utilizado por primera vez por Clemente de Alejandría en el siglo II.
[32] Boyer, C.B. (1986) *Historia de las Matemáticas* .Madrid: Alianza Editorial S. A. *Pág. 33.*
[33] Boyer, C.B. (1986) *Historia de las Matemáticas.* Madrid: Alianza Editorial S. A. pág. 34.

sistema de fracciones, esto refleja una nueva necesidad que parte de un contexto determinado.

2.2.2 Enseñanza de las fracciones. Preguntarse por cómo enseñar es una temática compleja que está mediada por diversos aspectos que implican no sólo cuestionarse acerca de los contenidos que se enseñan, sino también de las estrategias metodológicas que se deben diseñar para la intervención en el aula.

Tomando como referencia los aportes de Llinares, la enseñanza de cualquier tema o concepto suele partir de lo que previamente se conoce, y el aprendizaje de las fracciones no es ajeno a esta realidad. Como en la mayoría de los casos el alumno, para tratar de comprender el entorno de sus experiencias, construye representaciones de los casos que le rodean; con las fracciones pasa lo mismo, un recurso útil para el caso de las fracciones es el doblado de papel, actividad que genera algunas figuras que el maestro puede utilizar para efectuar diferentes representaciones concretas de la unidad.[34]

Figura 21. Fracciones, doblado de papel



La interpretación de la noción de unidad se muestra como una gran dificultad a la hora de la enseñanza de las fracciones, cuando no se identifica un todo que se divide en partes congruentes; ya que la fracción indica la relación que existe entre

[34] Llinares Ciscard, Salvador (1997). Fracciones, la relación parte-todo. Madrid: Editorial Síntesis

un número de partes y el número total de partes, ese todo recibe el nombre de unidad. De acuerdo con Llinares el manejo del algoritmo para la suma de fracciones exige “el manejo de procedimientos más formales” alejados ya de la intuición concreta, por lo que se hace necesario un *proceso* antes de llegar a la utilización del algoritmo, *proceso* donde los alumnos comprendan el concepto de fracción a partir de la relación parte todo el concepto de unidad y las equivalencias. A continuación se citan algunas definiciones conceptuales que permitirán aclarar las ideas y apreciaciones realizadas en este trabajo:

- **Concepto de algoritmo.** El algoritmo constituye un método para resolver un problema mediante una secuencia de pasos a seguir; es de carácter general y puede aplicarse a cualquier operación matemática o a cualquier problema.

- **Concepto de estructura** se define la estructura como un fenómeno importante que capacita al hombre para actuar en situaciones que no son exactamente las mismas como las que conocieron antes. “La estructura le ahorra al hombre una vida interminable de ensayo y error, y lo capacita para comprender otras cosas. Una persona que actúa con intención no actúa al azar, el acto es acorde a la estructura que él percibe, hay una correspondencia entre su estructura mental y la estructura esperada”[35]**..** Según Resnick y Ford (1990), se crea una estructura matemática cuando hay capacidad para mantener en la memoria nuevos conocimientos, de generalizar su comprensión aplicándola a una amplia gama de fenómenos, y de transferir su aprendizaje específico a nuevas situaciones y tareas.

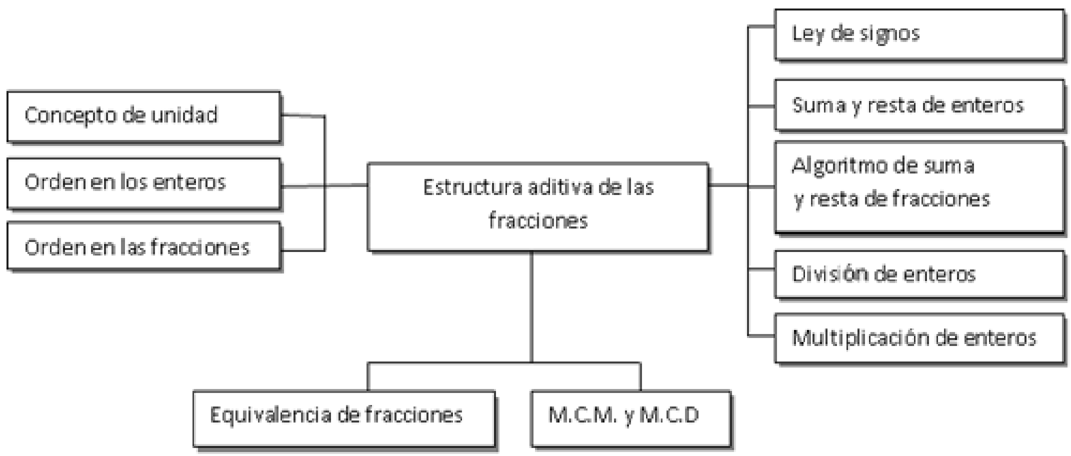
  La estructura aditiva de las fracciones, es una estructura matemática que se relaciona con situaciones aditivas, específicamente en el campo de las fracciones, que capacita a quien la desarrolla para enfrentarse a problemas que exijan un razonamiento detallado y además lo conduzca a la solución hábil de dichos problemas, mediante la utilización de patrones, y diferentes representaciones, citadas desde la experiencia misma con el concepto.

  Algunos conceptos que hacen parte de la estructura aditiva de las fracciones son: concepto de unidad, orden en los enteros, orden en las fracciones, equivalencia de fracciones, multiplicación de enteros, división de enteros, M.C.M (Mínimo Común Múltiplo) y M.C.D (Máximo Común Divisor), Ley de signos, suma y resta de enteros, suma y resta de fracciones, entre otros. El siguiente diagrama no muestra una construcción jerárquica de los conceptos y

[35] Van-Hiele Pierre (1986). *Structure and Insighti, a Theory of Mathematics Education*. Orlando: Academic Press.

procedimientos, ya que unos no se desprenden de los otros, pero todos desempeñan un papel importante en el proceso de aprendizaje la estructura aditiva de las fracciones.

Figura 22. Algunos conceptos de la estructura aditiva de las fracciones.



- **Teoría de situaciones didácticas.** Las exigencias que los avances científicos y tecnológicos imponen a los maestros, generan retos en la enseñanza de las matemáticas, haciendo que los distintos momentos del desarrollo de las clases expongan en sí mismos conceptos de la teoría de las situaciones didácticas. La concepción moderna de la enseñanza va por tanto a pedir al maestro que provoque en el alumno las adaptaciones deseadas, con una elección acertada de las situaciones que le propone. Entre el momento en que el alumno acepta el problema como suyo y aquel en el que produce su respuesta, el maestro rehúsa intervenir proponiendo los conocimientos que quiere ver aparecer. Tal situación es llamada a-didáctica[36]. La no intencionalidad descrita en este concepto se refiere a que el alumno debe relacionarse con el problema a partir de sus conocimientos, motivado por este de modo que sus decisiones se guíen por la lógica de la situación y no por satisfacer un deseo del maestro, sin que el maestro intervenga directamente.

[36] Brousseau, Guy (1986) "Fundamentos de la didáctica de la matemática". Traducción realizada con el permiso del autor por Julia Centeno Pérez, Begoña Melendo Pardos, Jesús Murillo Ramón. Profesores del Departamento de Matemáticas de la E.U. de Formación del Profesorado del E.G.B. de Logroño de la Universidad de Zaragoza.

Dentro de las interacciones que aparecen en la Situación Didáctica, Brousseau presenta algunos efectos que pueden obstaculizar o interrumpir la apropiación de conocimiento, y que generan dificultades en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje, o bien, generan dificultades en la definición del Contrato Didáctico, entendiendo este como las reglas de interacción entre el maestro y el alumno dentro de la situación: el **Efecto Topaze** es mostrado como aquel suceso donde el alumno llega a una solución no por sus propios medios, sino porque el maestro asume la resolución del enunciado propuesto, cuando ve que un grupo tiene dificultades para llegar a ella, por lo que indica cuál es el procedimiento que deben seguir, no permitiendo la construcción de conocimiento por parte de los alumnos. El efecto **Jourdain** es aquel que consiste en la actitud del maestro frente un alumno que da una respuesta incorrecta, pero para no desilusionarlo le dice que está bien, los errores de los alumnos son asumidos como conocimiento válido. Cuando se toma una heurística en la solución de un problema y se asume como el objeto de estudio ya sería un **deslizamiento meta-cognitivo**. El fenómeno llamado ***"abuso de analogía"*** se da cuando el maestro ante el fracaso en el aprendizaje, brinda a los alumnos analogías. Los alumnos trasladan la respuesta de la analogía a la del tema original, sin entender la relación. El denominado ***"envejecimiento de las situaciones de enseñanza"*** hace referencia a la reproducción de las actividades por el maestro, Brousseau señala que esta reproducción puede ir perdiendo "fuerza", al hacerse una y otra vez.

Brousseau propone un modelo desde el cual pensar la enseñanza como un proceso centrado en la producción de los conocimientos en el ámbito escolar debe llevar a establecer nuevas relaciones que implican la validación de la misma. En este caso presenta algunas fases de la situación didáctica que también podrían ser llamadas tipos de situaciones.

La situación acción básicamente debe llevar al alumno al trabajo individual interactuando con el medio didáctico, para lograr la adquisición de conocimiento. Dentro de las condiciones en las que una situación acción debería reunir para desembocar en una situación a-didáctica, está el interés, la actualidad y además el tipo de pregunta formulada debe ser tal que no tengan respuesta inmediata. Brindando de este modo realmente problemas para el alumno, donde éste debe acercarse y trabajar en ellos como en una situación a-didáctica. Recordando que este proceso debe darse sin la intervención del docente, ya que, la intencionalidad del maestro está dada en la preparación del medio didáctico y el planteamiento de la situación.

La situación de formulación está concebida en un trabajo de grupo, donde la comunicación de los alumnos es de vital importancia, de este modo es necesario que cada integrante del grupo participe del proceso, es decir, que todos comuniquen sus ideas e interactúen con el medio didáctico.

En **la situación de validación** los alumnos ya han interactuado de forma individual o grupal con el medio didáctico, se socializa el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se dialoga con el docente acerca del trabajo realizado para asegurarse que realmente es el adecuado.

La situación de institucionalización permite que los alumnos que ya han construido su conocimiento pasen a saber utilizar lo aprendido en un contexto dado.

- **Secuencia de enseñanza.** Según Llinares (1997) las dificultades que presentan los alumnos en el aprendizaje de las fracciones abarcan tanto la comprensión conceptual como la destreza de cálculo, éstas han sido constatadas por numerosos investigadores de distintos países. Ello ha motivado la realización de estudios que tratan de detectar el origen de las dificultades para, a partir de su conocimiento, proponer soluciones, buscando aproximaciones alternativas para la enseñanza de las fracciones. Además dice que, una secuencia de enseñanza es una serie de actividades dirigidas a la consecución de uno o varios objetivos de aprendizaje; cada secuencia de enseñanza puede estar formada a su vez por otras secuencias de enseñanza diferentes, las secuencias de enseñanza pueden tener una duración de varias horas, unas semanas e incluso varios años. **La secuencia de enseñanza conformada por una serie de guías tomadas como una disposición de actividades a desarrollar es base de la propuesta para mejorar los niveles de competencia de los alumnos de la IECM para operar expresiones algebraicas relacionadas con el manejo de la estructura aditiva de las fracciones.**

2.3. LEGAL

Introducir dinámicas impregnadas de sentido, es una necesidad relevante en la educación actual; la Ley 115 ha dado las primeras señales en este cambio de paradigma, ya desde 1994, se propone un nuevo rumbo en la educación colombiana, planteándose la necesidad de modificar los estilos pedagógicos totalitarios y contenidos curriculares poco flexibles. Así pues, la Constitución Política del año 91 y la Ley 115 del 94, son un marco jurídico que debe llevar a la transformación educativa. La IECM consciente de este hecho en su PEI institucional, recuerda que desde la carta magna la educación es un derecho fundamental de los niños y jóvenes y que prevalece por encima de los demás; siendo fundamental la formación integral y facilitadora para el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la tecnología, la cultura universal, la democracia, la paz, el pluralismo, el trabajo y la expresión artística y cultural del colombiano.

La ley 115 que rige los procesos educativos nacionales, desarrolla este mandato en su artículo 5 y de conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política planteando en los siguientes fines y objetivos los propósitos de la educación en Colombia.

– El pleno desarrollo de la personalidad sin más limitaciones que las que le ponen los derechos de los demás y el orden jurídico, dentro de un proceso de formación integral, física, psíquica, intelectual, moral, espiritual, social, afectiva, ética, cívica y demás valores humanos.
– La formación en el respeto a la vida y a los demás derechos humanos, a la paz, a los principios democráticos, de convivencia, pluralismo, justicia, solidaridad y equidad., así como en el ejercicio de la tolerancia y de la libertad.
– La formación para facilitar la participación de todos en las decisiones que los afectan en la vida económica, política, administrativa y cultural de la Nación.
– La formación en el respeto a la autoridad legítima y a la ley, a la cultura nacional, a la historia colombiana y a los símbolos patrios.
– La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos, y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales, adecuados para el desarrollo del saber.
– El estudio y la comprensión crítica de la cultura nacional, y de la diversidad étnica y cultural del país, como fundamento de la unidad nacional y de su identidad.
– El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.
– La creación y el fomento de una conciencia de la soberanía nacional y para la práctica de la solidaridad y la integración con el mundo, en especial con Latinoamérica y el Caribe.
– El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico, y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural, y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.
– La adquisición de una conciencia para la conservación, protección y mejoramiento del medio ambiente, de la calidad de la vida, del uso racional de los recursos naturales, de la prevención de desastres, dentro de una cultura ecológica y del riesgo y de la defensa del patrimonio cultural de la nación.

– La formación de la práctica del trabajo, mediante los conocimientos técnicos y habilidades, así como en la valoración del mismo como fundamento del desarrollo individual y social.
– La formación para la promoción y preservación de la salud y la higiene, la prevención integral de problemas socialmente relevantes, la educación física, la recreación el deporte y la utilización del tiempo libre, y
– La promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo.

Estos fines tal y como lo expresa el PEI, se convierten en los orientadores de la educación del país y para alcanzarlos cada una de las áreas del plan de estudio de la institución hace sus respectivos aportes. En consecuencia, los fines se presentan en los objetivos comunes a todos los niveles, objetivos por nivel y objetivos por ciclo. A continuación se muestra la relación asumida en la IECM entre los objetivos comunes a todos los niveles y las diversas competencias.

ARTICULO 13o. Objetivos comunes de todos los niveles: Es objetivo primordial de todos y cada uno de los niveles educativos el desarrollo integral de los educandos mediante acciones estructuradas encaminadas a:

Figura 23. Objetivos comunes de todos los niveles

OBJETIVOS	COMPETENCIAS
a. Formar la personalidad y la capacidad de asumir con responsabilidad y autonomía sus derechos y deberes; b. Proporcionar una sólida formación ética y moral, y fomentar la práctica del respeto a los derechos humanos;	Ética Ética
c. Fomentar en la institución educativa, prácticas democráticas para el aprendizaje de los principios y valores de la participación y organización ciudadana y estimular la autonomía y la responsabilidad;	Política – democrática
d. Desarrollar una san sexualidad que promueva el conocimiento de sí mismo y la autoestima, la construcción de la identidad sexual dentro del respeto por la equidad de los sexos, la afectividad, el respeto mutuo y prepararse para una vida familiar armónica y responsable:	Convivencia familiar
e. Crear y fomentar una conciencia de solidaridad internacional;	Pensamiento social
f. Desarrollar acciones de orientación escolar, profesional y ocupacional;	Laboral
g. Formar una conciencia educativa para el esfuerzo y el trabajo, y h. Fomentar el interés y el respeto por la identidad cultural de los grupos étnicos.	Laboral Democracia multicultural

Al establecerse los fines de la educación y los objetivos para cada nivel y ciclo de la educación formal, es pertinente aclarar que se señalan también los fundamentos y características de los procesos pedagógicos que deben desarrollarse en la Institución educativa ordenando así mismo, la formulación y empleo de indicadores de logros curriculares como medios para constatar, estimar, valorar, auto-regular y controlar los resultados del proceso, para que luego desde ellos y teniendo en cuenta las particularidades del PEI, la Institución formule y reformule los logros esperados.

En ese sentido es importante aclarar que el MEN va adelante frente a los lineamientos generales y logros definidos en la Resolución 2343 de 1996, manteniendo la autonomía de los establecimientos educativos y permitiendo de ese modo que los estándares y lineamientos curriculares constituyan un marco para que las instituciones educativas de todo el país tengan un referente más claro sobre lo que los alumnos deben aprender.

La concepción de evaluación según el modelo pedagógico de la I E C M y considerando lo expuesto en el PEI debe orientarse hacia el desarrollo de las competencias; de forma permanente, formativa, integral, centrada en el proceso y logro de los alumnos. Dando de este modo y desde su modelo holístico respuesta a la Ley 1324 de 2009 por la cual se fijan parámetros y criterios para organizar el sistema de evaluación de resultados de la calidad de la educación dictando las normas para el fomento de una cultura de la evaluación, y al Decreto No. 1290 Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los alumnos de los niveles de educación básica y media.

3. DISEÑO METODOLÓGICO

Se utilizará el análisis de contenido como un diseño metodológico cualitativo con procedimientos deductivos, que se formulan a partir de las teorías orientadoras del presente trabajo, ***es una técnica de interpretación de registros comunicativos que pueden ser textuales, discursivos etc.***, basándose en una lectura como instrumento de recolección de información, que a diferencia de la lectura común, debe realizarse de manera comprensiva, critica y analítica. En la lectura de cualquier registro, se puede observar que está plasmado lo literal, pero también se puede evidenciar lo que está oculto; esta técnica ha sido generalizada y alcanza a analizar incluso las formas no lingüísticas de comunicación, que llevan a la producción de un registro, que hace más profundo el conocimiento de objeto de estudio, permitiendo inferir entonces el contexto en el que está inmerso éste y las relaciones que ocurren en el mismo.

Teniendo claro que el análisis de contenido es útil para obtener información que no está directamente expresada en el mensaje, esta técnica está ligada a los aspectos de procesamiento de la información que un sujeto ha de realizar. A partir de ello, podremos tener en cuenta los componentes que guiarán la conceptualización, el diseño, el análisis crítico de resultados y la metodología como orientadores sistemáticos de un análisis de contenido.

Los componentes generales del análisis de contenidos son:

- **El objeto o tema de análisis.** Las dificultades que presentan los alumnos de la I E C M del grado octavo con respecto al manejo de la estructura aditiva de las fracciones en expresiones algebraicas.

- **Determinar las reglas de codificación, necesario cuando es un trabajo cuantitativo.** En este caso no es necesario debido a que es una investigación de análisis cualitativo.

- **Las unidades de análisis**
  - Investigaciones de educación matemática sobre las fracciones.
  - Revisión de textos escolares grado 8º
  - Diarios de campo.de los maestros en formación
  - Entrevistas sobre la enseñanza de las fracciones realizadas a expertos en docencia

- Encuesta realizada a los alumnos de grado 8º sobre las fracciones
- Guías propuestas a los alumnos sobre algunos conceptos de la estructura aditiva de las fracciones.

- **Categorización.**

  Categorías de las investigaciones de educación matemática sobre las fracciones.
  - La metodología utilizada en cada investigación.
  - La interpretación del concepto de fracción.
  - Los aportes para esta investigación.

  La información recolectada en estas categorías y su análisis puede verse en la sección…1.2.3…

  Categoría de la revisión de textos escolares grado 8º
  - Continuidad y discontinuidad con respecto a la presentación de la notación fraccionaria

  La información recolectada en esta categoría y su análisis puede verse en la sección…1.2.4.1…

  Categorías de los diarios de campo de los maestros en formación
  - La descripción de la actitud de los alumnos frente a las actividades académicas.
  - Las dificultades en los conceptos trabajados.
  - La reflexión del maestro en formación.

  La información recolectada en estas categorías y su análisis puede verse en la sección…1.2.4.2…

  Categorías de las entrevistas sobre la enseñanza de las fracciones realizadas a expertos en docencia
  - Importancia de las fracciones en el proceso de aprendizaje.
  - Las mayores dificultades encontradas en la enseñanza de la estructura aditiva de las fracciones.
  - Importancia del contexto.
  - Las dificultades presentadas al trabajar las fracciones desde un contexto meramente matemático.
  - La viabilidad del trabajo con las situaciones didácticas.
  - La importancia del material concreto.

  La información recolectada y su análisis en estas categorías puede verse en la sección…1.2.4.3…

Categorías de la encuesta realizada a los alumnos de grado 8º sobre las fracciones.

- Conocimiento del concepto de fracción.
- Identificación de las fracciones en el contexto.
- Apropiación y manejo del algoritmo de suma de fracciones.

La información recolectada y su análisis en estas categorías puede verse en la sección …1.2.4.4 …

Categorías de las guías propuestas a los alumnos sobre algunos conceptos de la estructura aditiva de las fracciones

- la expresión verbal.
- la expresión escrita.
- los símbolos que se manejan en estas situaciones.
- las manipulaciones concretas.

La información recolectada y su análisis en estas categorías puede verse en la sección …4…

- **Inferencias.** Las deducciones, interpretaciones y producciones pueden verse en las secciones …1.2…, …4…, …5…, …6…

4. SECUENCIA DE ENSEÑANZA DESDE ALGUNOS CONCEPTOS DE LA ESTRUCTURA ADITIVA DE LAS FRACCIONES

4.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA Y CATEGORIAS DE ANÁLISIS.

Es importante aclarar, que en cada sección de la secuencia de enseñanza aplicada en la institución, se vivieron cada una de las etapas de las situaciones didácticas: hubo momentos en los que los estudiantes exploraban posibles caminos para llegar a la respuesta, teniendo además que justificar sus procedimientos, confrontándolos posteriormente con los resultados de los demás compañeros, y donde el profesor institucionalizó el saber.

Se entiende desde Llinares una secuencia de enseñanza de la noción de fracción … ésta puede verse en el Anexo 1…como el trabajo y el cuidado especial que hay que tener en identificar las manipulaciones concretas, la expresión verbal, la expresión escrita y los símbolos que se manejan en situaciones donde aparecen las fracciones. Bajo las anteriores categorías se realizaron los análisis pertinentes de las guías que conforman la secuencia de enseñanza.

4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS EN LA APLICACIÓN DE LA SECUENCIA DE ENSEÑANZA.

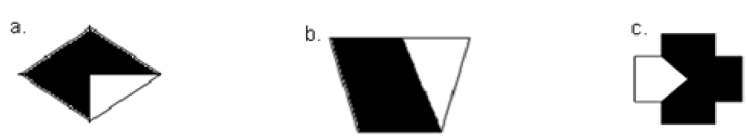
GUÍA 1

Manipulaciones concretas. En esta guía no se utilizó manipulación concreta

La expresión verbal. Los alumnos expresan no comprender las preguntas 1, 2, 3 y 4 cuando se les pide que completen la unidad.

Figura 24. Pregunta 1, 2, 3 y 4 guía 1

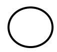
1. Determina cuál es la figura completa, si la parte de cada figura sombreada equivale a tres octavos de la figura completa.



2. Cada grupo de carritos representan un medio de la cantidad total de carros que se van a vender. Determina la cantidad de carros a vender en cada grupo.

a. 

b. 

3. Si la figura  es $\frac{2}{3}$ de la unidad, ¿Cuál es la unidad?

4. Si la unidad es la siguiente figura  , entonces $\frac{1}{2}$ de la unidad es :

Figura 25. Una respuesta de los alumnos a la pregunta 1, guía 1

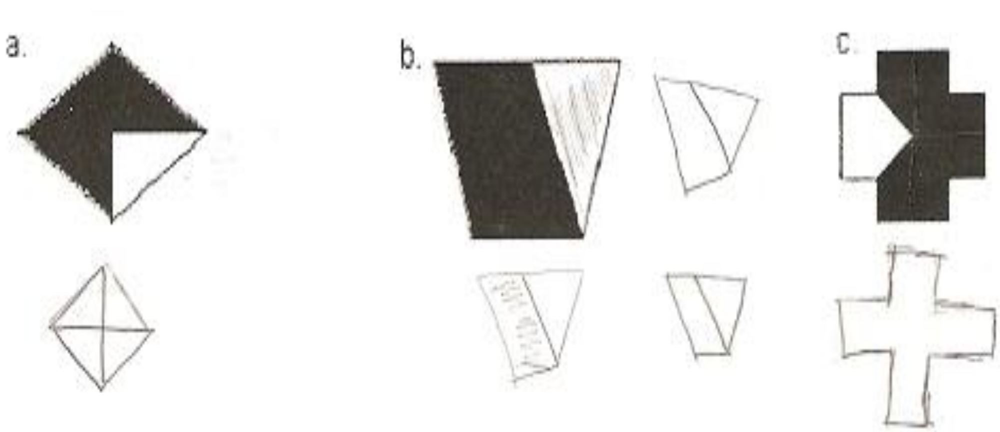
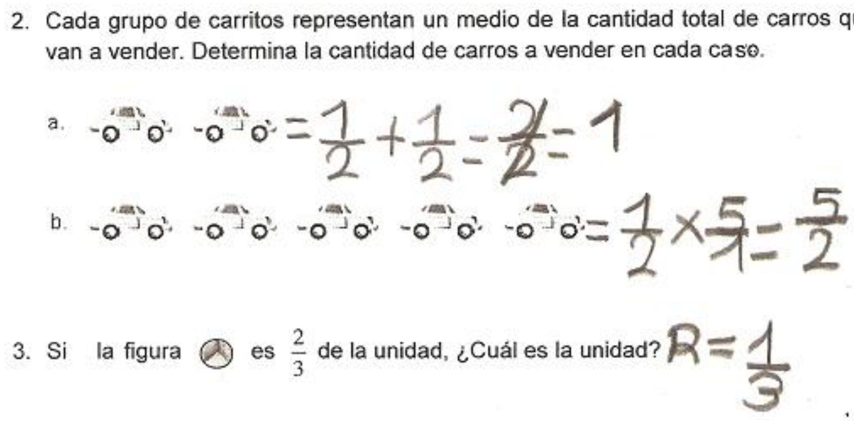


Figura 26. Una respuesta de los alumnos a la pregunta 3, guía 1


Si la figura es $\frac{2}{3}$ de la unidad, ¿Cuál es la unidad?

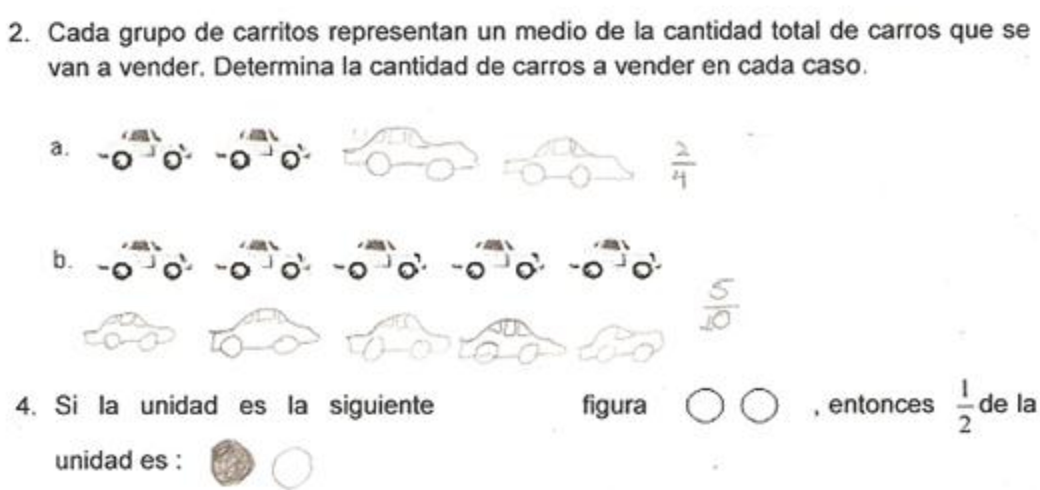
En las preguntas 2 y 3 hay confusión en cuanto la determinación de la unidad y dan solución al problema realizando una operación, lo que permite decir que existe poca comprensión lectora por parte de los alumnos.

Figura 27. Una respuesta de los alumnos a la pregunta 2 y 3, guía 1



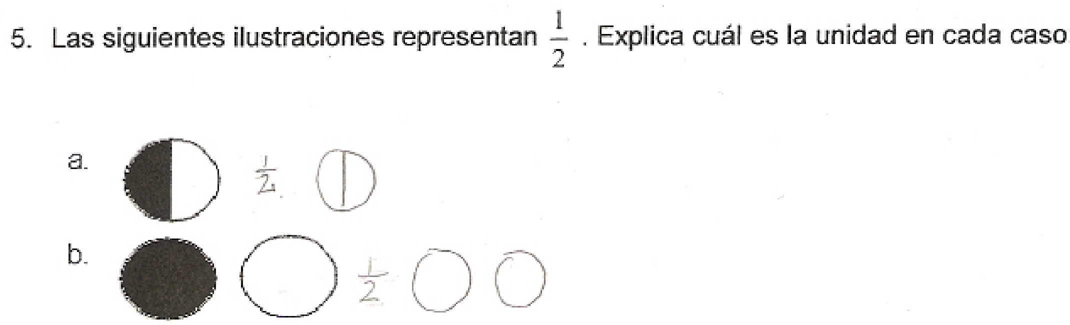
Al aclararle al alumno el concepto de unidad, algunos de ellos realizan un buen procedimiento, en ocasiones mostrando esta en el denominador, como se muestra en la siguiente figura.

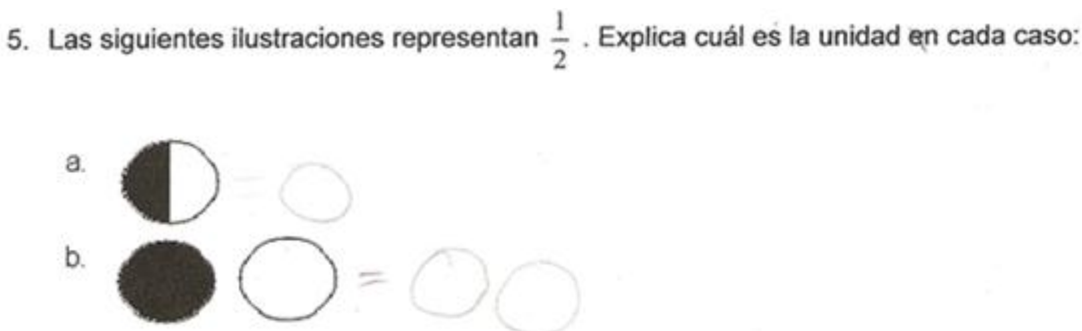
Figura 28. Una respuesta de los alumnos a las preguntas sobre la unidad fraccionaria, guía 1



…pero al pedirles que expliquen cual es la unidad en cada caso no dan respuestas claras

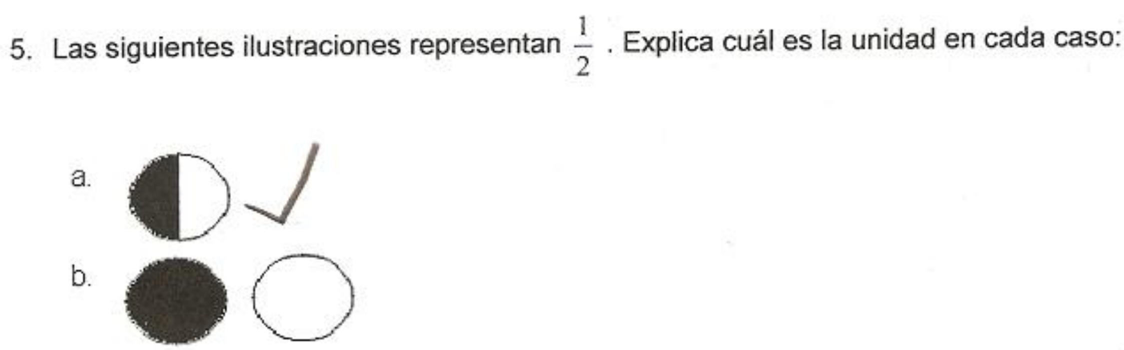
Figura 29. Dos respuestas de los alumnos a la pregunta sobre la explicación de la unidad fraccionaria, guía 1





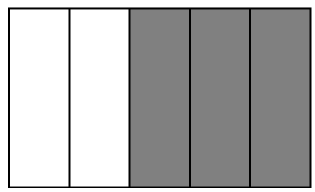
También en la pregunta 5 se puede ver que no comprenden que una repartición en partes iguales depende de la unidad. En una de las respuestas el alumno señala la que el considera es $\frac{1}{2}$.

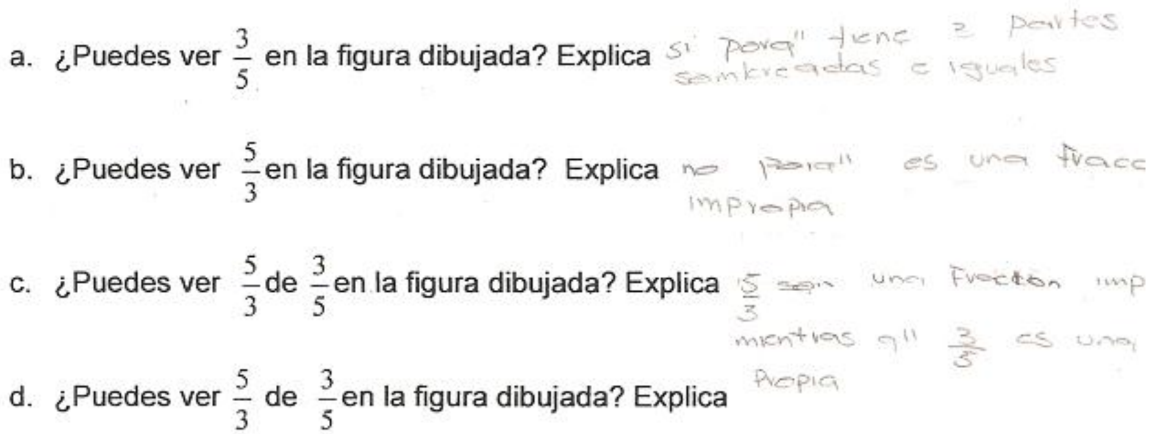
Figura 30. Una respuesta de los alumnos a la pregunta 5, guía 1



En la pregunta 6 se observa que a pesar de que los alumnos conocen la definición, en este caso de fracción impropia y fracción propia no parece que presten atención a la interpretación la gráfica de todas las formas posibles.

Figura 31. Una respuesta de los alumnos a la pregunta 6, guía 1.





a. ¿Puedes ver $\frac{3}{5}$ en la figura dibujada? Explica si porq'' tiene 3 partes sombreadas e iguales

b. ¿Puedes ver $\frac{5}{3}$ en la figura dibujada? Explica no porq'' es una fracc impropia

c. ¿Puedes ver $\frac{5}{3}$ de $\frac{3}{5}$ en la figura dibujada? Explica $\frac{5}{3}$ son una Fracción imp mientras q'' $\frac{3}{5}$ es una propia

d. ¿Puedes ver $\frac{5}{3}$ de $\frac{3}{5}$ en la figura dibujada? Explica

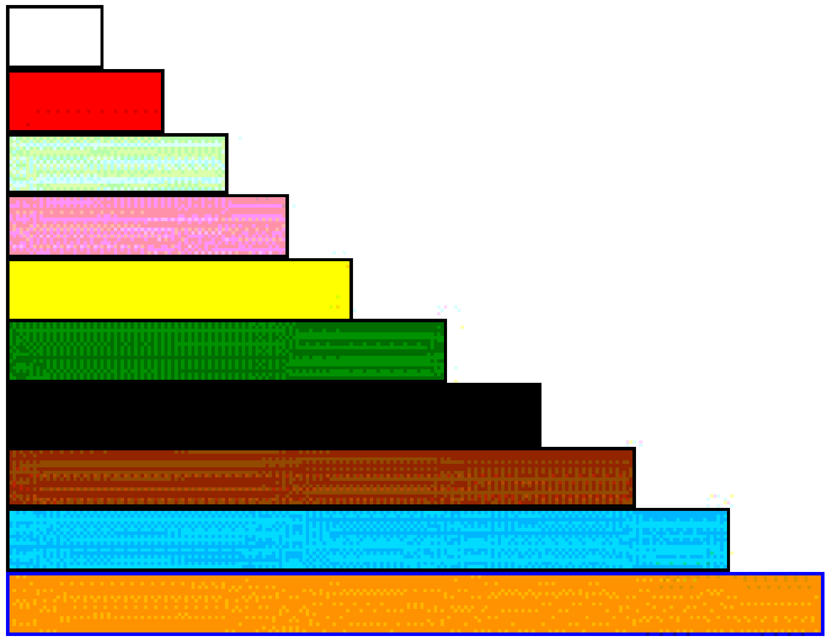
Los Símbolos que se manejan en situaciones donde aparecen las Fracciones. En esta guía no se analizó esta categoría, debido a que se consideró no necesaria, ya que el trabajo es más de interpretación gráfica que de utilización de la notación fraccionaria.

GUÍA 2

Manipulaciones concretas. Para el manejo de este material, se hace necesario dedicar un espacio a su exploración, que lleve a identificar las relaciones existentes entre las áreas de las superficies y las unidades de referencia.

En cuanto a la manipulación del material, la principal dificultad estuvo en la poca interacción que los estudiantes habían tenido con las regletas y el poco tiempo con el que se contó para realizar las actividades, pero luego de la adecuada explicación, la actividad propuesta se desarrolló con éxito.

Figura 32. Una figura de las superficies de las regletas.



La expresión verbal. Los alumnos hablan en términos del material concreto (la ficha blanca sobre la ficha roja), no en términos formales (la ficha blanca es un cuarto de la ficha roja), lo que evidencia que es difícil para ellos relacionar el material concreto con el concepto.

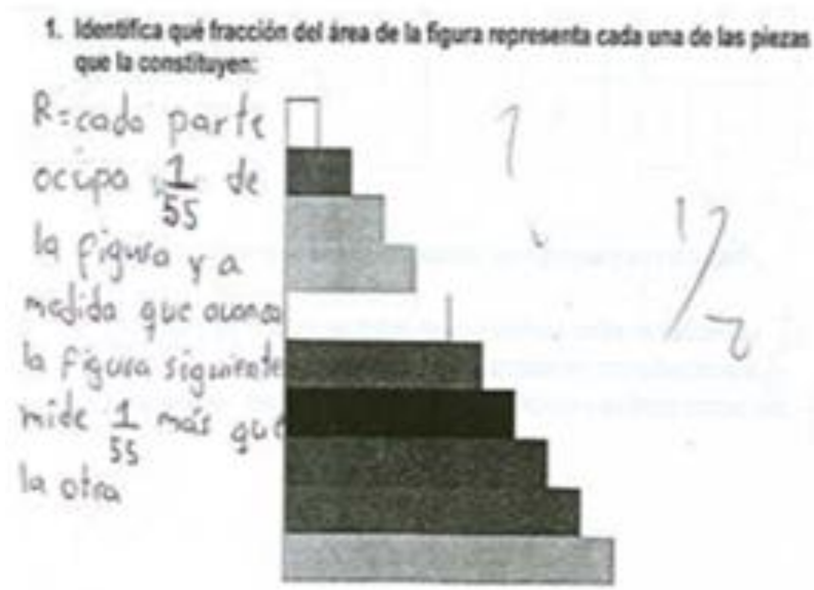
La expresión escrita. La dificultad en cuanto a la expresión escrita, parte de la poca comprensión que los alumnos tenían de las preguntas establecidas, un ejemplo de esto es la pregunta 2 donde debían llenar una tabla de doble entrada, entendiendo la pregunta cómo ¿cuántas veces cabe la regleta X en la regleta Y? y no a lo que realmente hace referencia, lo cual es ¿Qué parte es la regleta X de la regleta Y?

Es importante resaltar que en el momento que comprendían las preguntas realizaban un trabajo adecuado.

Figura 33. Dos respuestas de los alumnos a la pregunta 2, guía 2.

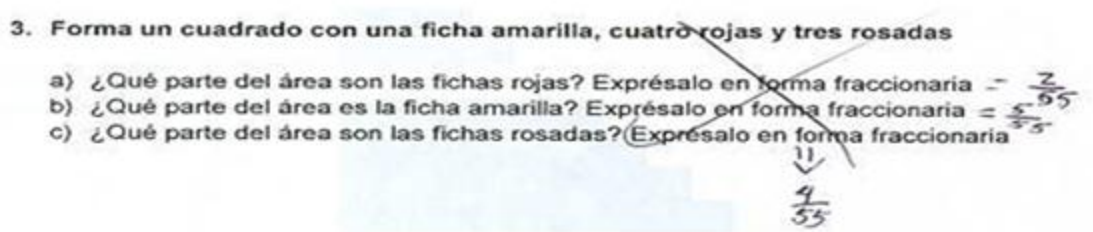
Algunos de los alumnos a pesar de que lograban identificar el área de la figura completa, cuando se les preguntaba ¿qué parte del área ocupaba cada regleta? no lograban obtener una respuesta correcta.

Figura 34. Dos respuestas de los alumnos a la pregunta 2, guía 2.



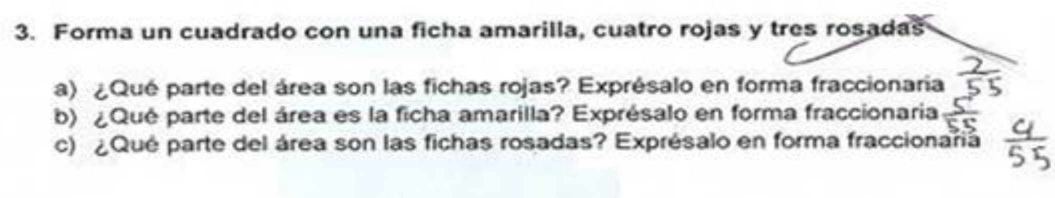
En la pregunta 3 de la guía 2 los alumnos no contestaron las preguntas respecto al cuadrado que formaron sino a la figura inicial, figura 1 de la guía 2.

Figura 35. Dos respuestas de los alumnos a la pregunta 3, guía 2.



3. Forma un cuadrado con una ficha amarilla, cuatro rojas y tres rosadas

a) ¿Qué parte del área son las fichas rojas? Exprésalo en forma fraccionaria = $\frac{2}{55}$
b) ¿Qué parte del área es la ficha amarilla? Exprésalo en forma fraccionaria = $\frac{5}{55}$
c) ¿Qué parte del área son las fichas rosadas? Exprésalo en forma fraccionaria
$\frac{4}{55}$



3. Forma un cuadrado con una ficha amarilla, cuatro rojas y tres rosadas

a) ¿Qué parte del área son las fichas rojas? Exprésalo en forma fraccionaria $\frac{2}{55}$
b) ¿Qué parte del área es la ficha amarilla? Exprésalo en forma fraccionaria $\frac{5}{55}$
c) ¿Qué parte del área son las fichas rosadas? Exprésalo en forma fraccionaria $\frac{4}{55}$

Los Símbolos que se manejan en situaciones donde aparecen las Fracciones. En esta guía no se analizó esta categoría, debido a que se consideró no necesaria, ya que el trabajo es más de interpretación gráfica, utilización del material concreto y utilización de la notación fraccionaria como definición.

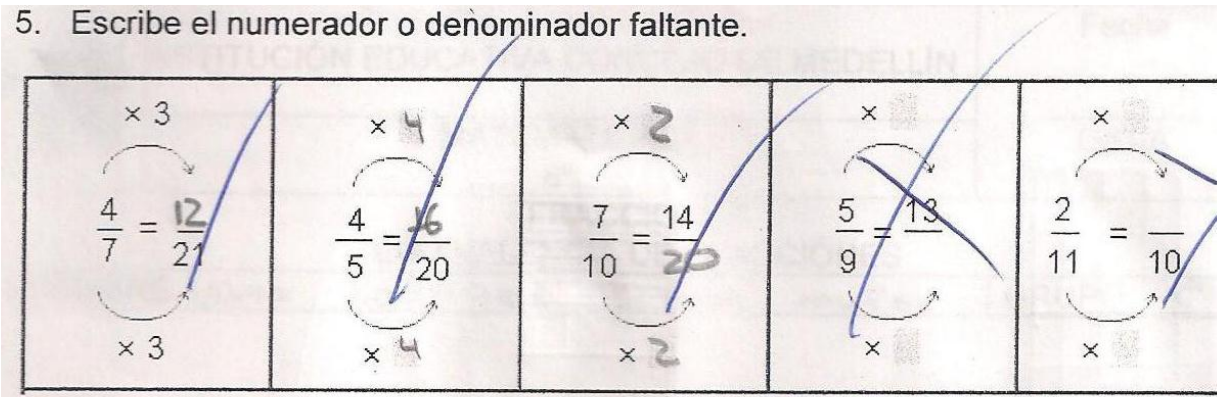
GUÍA 3

Manipulaciones concretas. En esta guía esta categoría no se analizó, debido a que no se utilizó dicho material.

La expresión verbal. En esta guía esta categoría no se analizó, debido a que los alumnos no expresaban dificultades durante su realización y sólo contestaban lo que creían.

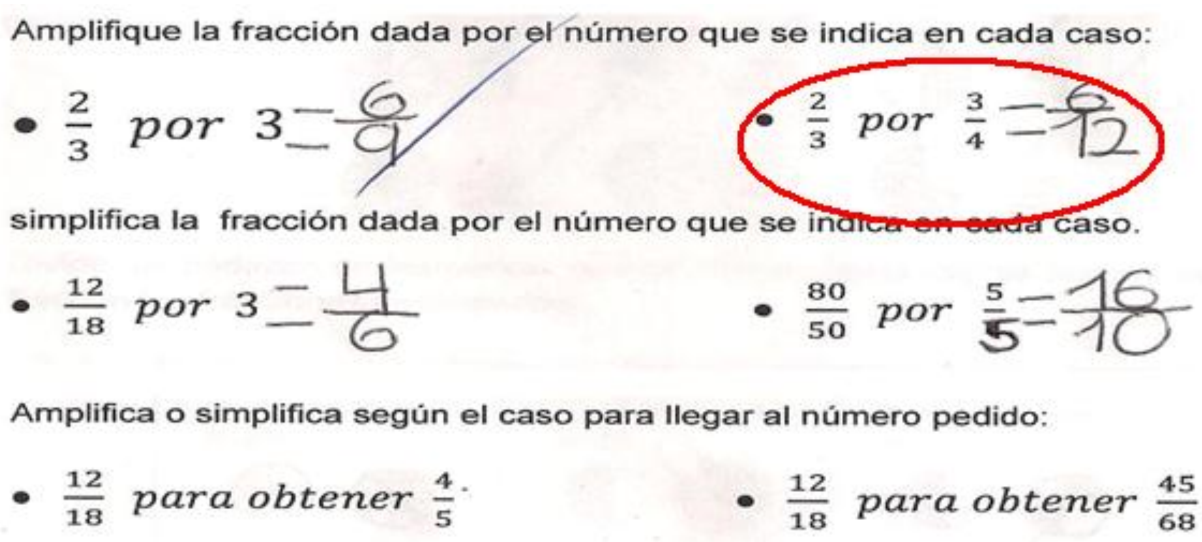
La expresión escrita. En las pregunta 5, se observa que los alumnos no ven las fracciones como un número, sino como dos naturales sin ninguna relación, debido a esto, no logran determinar el número por el que hay que amplificar o simplificar para dar la respuesta apropiada.

Figura 36. Una respuesta de los alumnos a la pregunta 5, guía 3.



5. Escribe el numerador o denominador faltante.

× 3	× 4	× 2	×	×
$\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$	$\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$	$\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$	$\frac{5}{9} = \frac{13}{}$	$\frac{2}{11} = \frac{}{10}$
× 3	× 4	× 2	×	×



Amplifique la fracción dada por el número que se indica en cada caso:

- $\frac{2}{3}$ *por* 3 $= \frac{6}{9}$
- $\frac{2}{3}$ *por* $\frac{3}{4} = \frac{6}{12}$

simplifica la fracción dada por el número que se indica en cada caso.

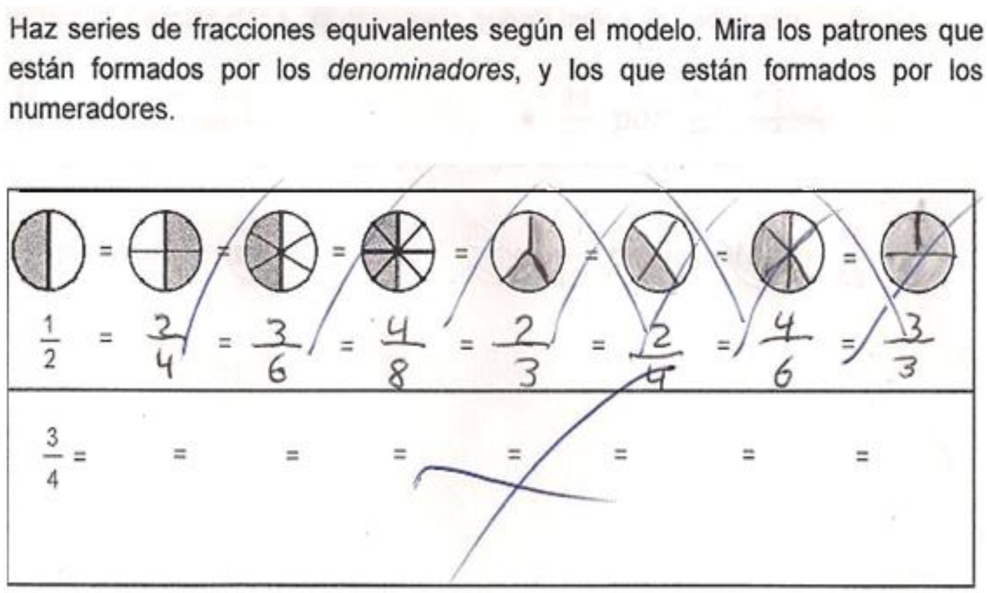
- $\frac{12}{18}$ *por* 3 $= \frac{4}{6}$
- $\frac{80}{50}$ *por* $\frac{5}{5} = \frac{16}{10}$

Amplifica o simplifica según el caso para llegar al número pedido:

- $\frac{12}{18}$ *para obtener* $\frac{4}{5}$.
- $\frac{12}{18}$ *para obtener* $\frac{45}{68}$

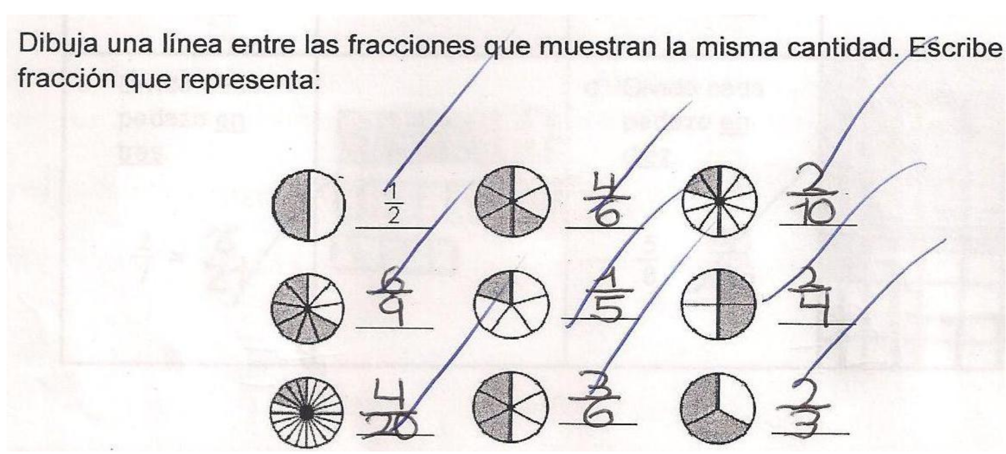
En la pregunta 4 de la guía 3 se evidencia dificultad por parte de los alumnos a la hora de relacionar lo gráfico con lo simbólico, además, se observa que no identifican el concepto de equivalencia involucrado en el ejercicio.

Figura 37. Una respuesta de los alumnos a la pregunta 4, guía 3.



Los Símbolos que se manejan en situaciones donde aparecen las Fracciones. En la pregunta 1 se puede observar que en algunos casos los alumnos asocian lo gráfico y lo simbólico para expresar la fracción que corresponde a la representación, pero al tener que hacer las representaciones de fracciones equivalentes a las representaciones dadas parece no existir ninguna comprensión del concepto, como puede verse en la siguiente figura. No se puede deducir casi nada de los procesos que utilizan los alumnos para obtener fracciones equivalentes a una dada cuando se les da ésta en forma numérica ya que la mayoría de ellos dejó el espacio en blanco.

Figura 38. Una respuesta de los alumnos a la pregunta 1, guía 3.

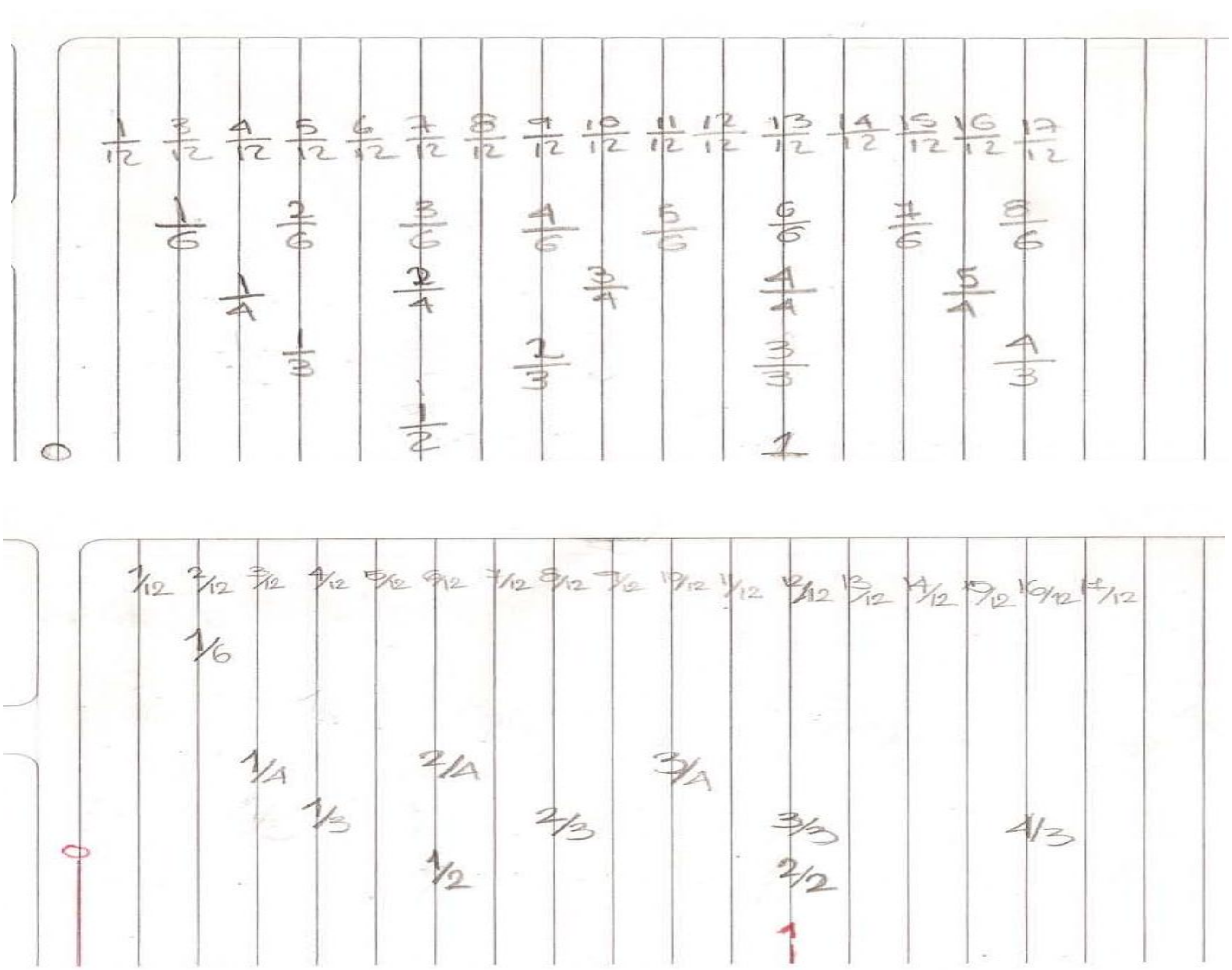


GUÍA 4

Manipulaciones concretas. Se decidió que los alumnos realizaran ellos mismos el material concreto con el fin de posibilitar una mejor comprensión para su utilización en la medida que mejoraban el entendimiento del orden de las fracciones.

Este proceso fue difícil para los alumnos ya que no entendían como ubicar las fracciones en los espacios adecuados, de tal manera que el material quedara correctamente elaborado, sin embargo, en el momento que lo elaboran bien, no presentan ninguna dificultad en el desarrollo de las actividades planteadas. En la siguiente figura se muestra mala elaboración del material.

Figura 39. Dos malas elaboraciones del material para la guía 4.



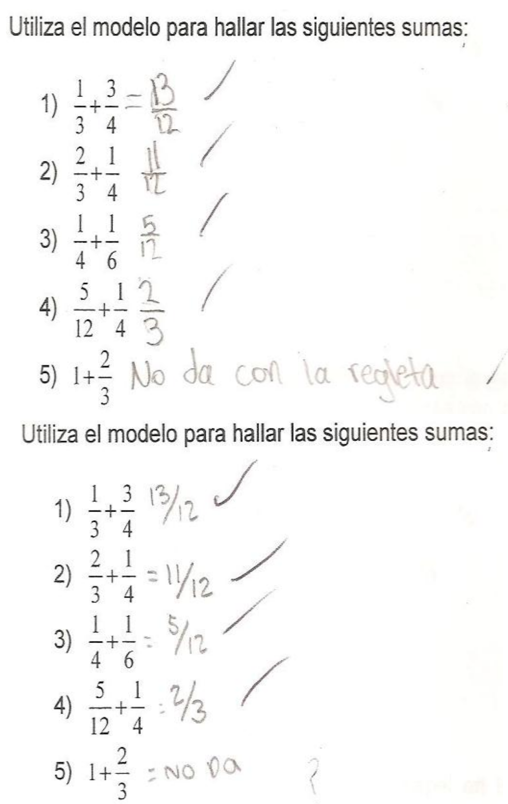
Expresión verbal. Los alumnos manifestaban no entender las instrucciones para la construcción del material concreto, esto puede deberse a la poca comprensión de lectura indispensable para la extracción de lo relevante para la elaboración del mismo y a extenso de las instrucciones.

Por otro lado los alumnos que lograron construir el material afirmaban que era muy fácil realizar las sumas de la guía.

Expresión escrita. Los alumnos demuestran entender como plasmar los resultados que el uso del material concreto arrojaba, aunque en algunos casos cuando lo verificaban con el algoritmo los confundía, ya que el resultado obtenido con el material ya estaba simplificado.

A pesar de que el uso del material no permitía muchos errores por parte de los alumnos, cuando el ejercicio exigía un análisis previo que incluía el concepto de equivalencia antes visto, la mayoría no lograba interpretar la estructura del ejercicio.

Figura 40. Dos respuestas de los alumnos a los ejercicios de la guía 4.[37]


Utiliza el modelo para hallar las siguientes sumas:

1) $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}=\frac{13}{12}$

2) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ $\frac{11}{12}$

3) $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$ $\frac{5}{12}$

4) $\frac{5}{12}+\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$

5) $1+\frac{2}{3}$ No da con la regleta

Utiliza el modelo para hallar las siguientes sumas:

1) $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$ $13/12$

2) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=11/12$

3) $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=5/12$

4) $\frac{5}{12}+\frac{1}{4}=2/3$

5) $1+\frac{2}{3}$ = NO DA ?

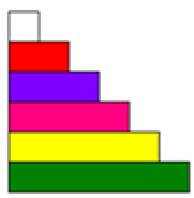
[37] Los alumnos llaman al material, regleta.

Los Símbolos que se manejan en situaciones donde aparecen las Fracciones. En esta guía no se analizó esta categoría, debido a que se consideró no necesaria, ya que el trabajo es más de interpretación y uso del material.

GUÍA 5.

Manipulaciones concretas. En esta guía los estudiantes de manera formal, hacían un recuento de todas las fases de la secuencia de enseñanza, buscando por medio de una reflexión crítica dirigida por el profesor, encontrar una relación entre todos los conceptos allí trabajados. El texto que explica la dinámica de la utilización del algoritmo retomó el trabajo con las regletas, evidenciando desde allí cómo con la ayuda del material concreto también se puede comprender la suma de fracciones y, estableciendo una relación entre el resultado obtenido con el material y el resultado obtenido utilizando del algoritmo para la suma de fracciones.

Figura 41. Texto guía 5



Intentemos realizar la suma $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

Como no son fracciones homogéneas, la respuesta no se puede expresar ni en medios ni en tercios, por lo que debemos hallar fracciones equivalentes. Este proceso lo podemos entender más fácilmente desde las regletas. Allí, encontraremos una regleta en la cual quepan exactamente la regleta roja y la violeta (que sirva para medir medios y tercios a la vez). Este proceso nos informa que la regleta verde es la indicada para medir medios y tercios exactamente, así que nuestra respuesta estará dada en sextos, puesto que es la unidad común a las partes de la suma. Si representamos ahora la fracción $\frac{1}{2}$ en sextos, tenemos que $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, y al representar $\frac{1}{3}$ en sextos tenemos que $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$. Por lo que nuestra operación ahora se ha convertido en $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$, no siendo más que una sencilla operación de fracciones equivalentes que arrojaría como resultado la fracción $\frac{5}{6}$. A continuación notemos algunas particularidades de este procedimiento:

- La fracción $\frac{1}{2}$ fue amplificada por el factor 3, que es el denominador de la otra fracción a sumar, análogamente la fracción $\frac{1}{3}$ fue amplificada por el factor 2, que era el denominador de la otra fracción a sumar.
- Al ser multiplicadas de esta manera, el denominador de ambas fracciones será el mismo cuando sean así lo único que varía son sus numeradores.
- El numerador de la fracción resultante es la suma de la amplificación de los numeradores originales.

Esto que mencionamos anteriormente se cumple para toda suma o resta de fracciones heterogéneas, y se representa simbólicamente así:

Sean $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ fracciones cualquiera, con b y d diferentes de cero, se cumple que

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

El anterior, es llamado el algoritmo para la suma de fracciones, y será de fundamental uso durante este año lectivo.

Comprobemos el algoritmo con la siguiente resta de fracciones: $\frac{3}{4}-\frac{1}{5}$

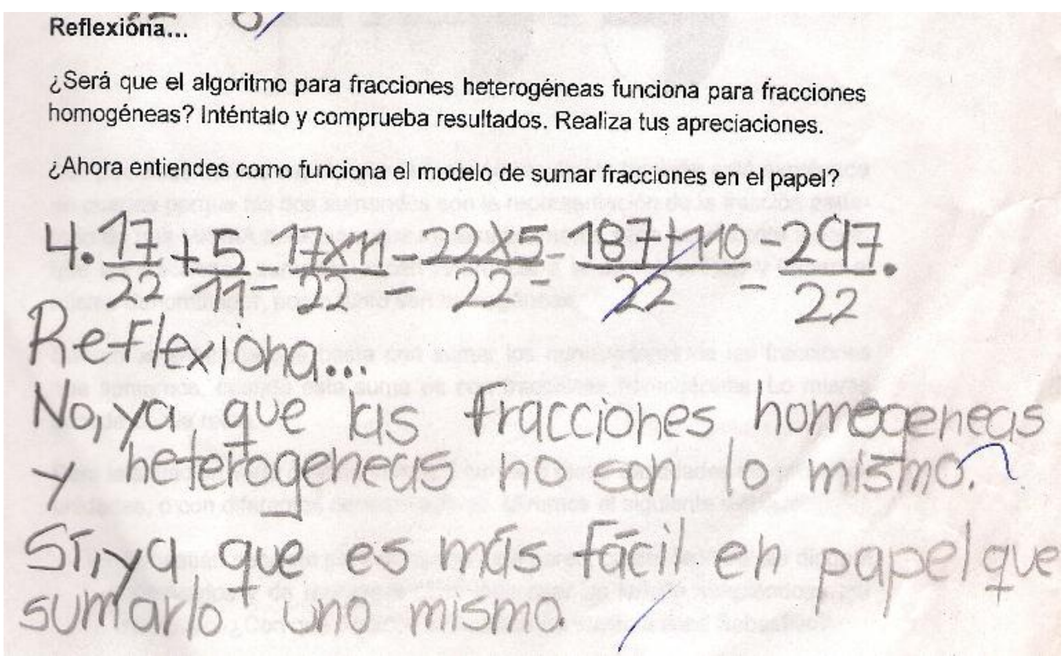
Utilizando el algoritmo tenemos que $\frac{3}{4}-\frac{1}{5}=\frac{3\cdot 5}{20}-\frac{4\cdot 1}{20}=\frac{15-4}{20}=\frac{11}{20}$. Miremos ahora desde el procedimiento original.

Con base en estos argumentos presentados en la parte teórica de la guía, muchos estudiantes tomaron las regletas e intentaron comprenderlo desde la manipulación. El uso del material es restringido, por lo que tuvo que ser el profesor quien intencionalmente decidiera qué sumas representarían los estudiantes. El trabajo en grupo dio lugar al debate.

Expresión verbal. Los alumnos manifestaron inquietudes constantemente durante el proceso de confrontación de los argumentos de la secuencia y lo que ellos evidenciaban en la práctica; el uso de las regletas se complicó de nuevo y por ello tenían dificultad para encontrar los resultados. Con la ayuda de unos alumnos que por iniciativa propia se ofrecieron a explicar, se pudo aclarar las preguntas en su totalidad.

Expresión escrita. Como se puede evidenciar, en el momento de preguntar sobre la utilidad del algoritmo para la suma de fracciones, los alumnos quedan con la sensación de que sólo es útil para fracciones heterogéneas, sin ni siquiera probar para demostrarlo. Pareciera ser que se ha llegado al punto de pensar que la suma entre fracciones homogéneas es un proceso apartado de la suma de fracciones heterogéneas, por aquella aclaración que se hiciera de la imposibilidad de sumar fracciones con diferente denominador de la manera en que se hace con las de igual denominador

Figura 42. Respuesta de unos alumnos a una de las preguntas de la guía 5


Reflexiona...

¿Será que el algoritmo para fracciones heterogéneas funciona para fracciones homogéneas? Inténtalo y comprueba resultados. Realiza tus apreciaciones.

¿Ahora entiendes como funciona el modelo de sumar fracciones en el papel?

4. $\frac{17}{22}+\frac{5}{11}=\frac{17\times 11-22\times 5}{22}=\frac{187+110}{22}=\frac{297}{22}$.

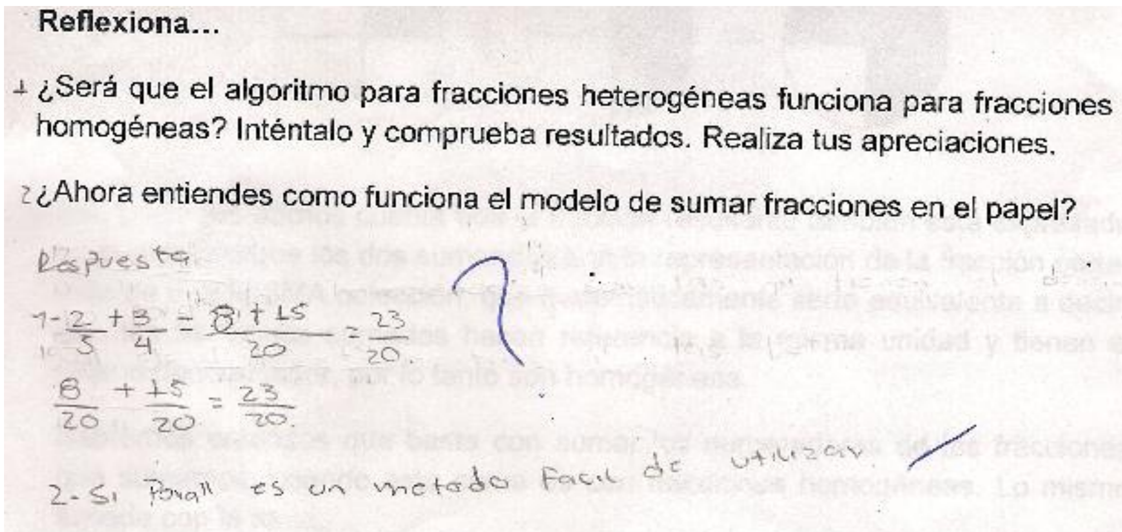
Reflexiona...

No, ya que las fracciones homogeneas y heterogeneas no son lo mismo.

Sí, ya que es más fácil en papel que sumarlo uno mismo.

Por otro lado, un tipo diferente de alumnos recurrieron a demostrar que si era posible, pero confundieron el enunciado con lo explicado como “homogenización” de fracciones. Aunque su respuesta es parcialmente válida

Figura 43. Respuesta de unos alumnos a una de las preguntas de la guía 5



Reflexiona...

1 ¿Será que el algoritmo para fracciones heterogéneas funciona para fracciones homogéneas? Inténtalo y comprueba resultados. Realiza tus apreciaciones.

2 ¿Ahora entiendes como funciona el modelo de sumar fracciones en el papel?

Respuesta

1- $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{8+15}{20} = \frac{23}{20}$

$\frac{8}{20} + \frac{15}{20} = \frac{23}{20}$.

2- Si Porq" es un metodo facil de utilizar

Los Símbolos que se manejan en situaciones donde aparecen las Fracciones. En esta guía no se analizó esta categoría, debido a que se consideró no necesaria, ya que el trabaj era en equipo y se les aclaró que las respuestas debían ser claras..

5. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PARA MAESTROS ORIENTADA A MEJORAR LOS NIVELES DE COMPETENCIA DE LOS ALUMNOS DE LA IECM PARA OPERAR EXPRESIONES ALGEBRAICAS RELACIONADAS CON EL MANEJO DE LA ESTRUCTURA ADITIVA DE LAS FRACCIONES

Es innegable que para los docentes, los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones constituyen una notoria dificultad, que aunque es trabajada en diferentes grados, no alcanza a ser comprendida por los alumnos. Se puede ver cómo el proceso de la enseñanza de las fracciones no ha tenido éxito cuando se introduce *la estructura aditiva* de éstas y se trata de aclarar su significado, pretendiendo la abstracción para la generalización de procedimientos simplificados y mecánicos –llamados algoritmos- que serán de valioso uso en procesos de aprendizaje posteriores, como sucede por ejemplo, en el trabajo con fracciones algebraicas.

Es por esto que, luego de la interacción y el análisis detallado de la realidad educativa que tiene lugar en la IECM, se presenta a sus docentes una propuesta basada en el análisis de una secuencia de enseñanza, que consideramos contribuirá a superar las dificultades existentes en el proceso de enseñanza de la estructura aditiva de las fracciones y poniendo en la discusión aportes de la Teoría de Situaciones Didácticas. Se Intenta entonces, desarrollar los puntos de la presente propuesta, de una manera dinámica y con un lenguaje informal, que rompa las posibles barreras de comunicación entre docentes y expositores. A continuación se presentan algunas ideas que sustentan la propuesta

5.1 "HABLEMOS DE ESTRUCTURA ADITIVA"

Antes de construir una propuesta para trabajar la estructura aditiva de las fracciones, se aclarará por qué se habla de estructura aditiva y no simplemente de suma y resta de fracciones. Según Resnick y Ford (1990), se crea una estructura matemática cuando hay capacidad para mantener en la memoria nuevos conocimientos, de generalizar su comprensión aplicándola a una amplia gama de fenómenos, y de transferir su aprendizaje específico a nuevas situaciones y tareas; es por esto que se puede afirmar que uno de los propósitos de la enseñanza de las matemáticas escolares es formar estructuras de pensamiento, no la transferencia de conceptos independientes, que no tenga relación los unos con los otros.

Así, se hablará entonces de *estructura aditiva de las fracciones*, porque sólo hasta que se hayan trabajado y relacionado muchos conceptos anteriores a esta, se podrá lograr que el alumno comprenda a profundidad los procesos algorítmicos de la suma-resta entre fracciones, para entenderlos y representarlos.

5.2 "CONVENZÁMONOS DE QUE LAS FRACCIONES NO LAS ENCONTRAMOS EN NUESTRO CONTEXTO COTIDIANO, Y MENOS EN EL DE LOS ALUMNOS"

¿Se ven las fracciones en el contexto? En el afán por ir de la mano con las corrientes contemporáneas en educación matemática, que contemplan que el contexto de aprendizaje de los conceptos debe partir de la cotidianidad, hemos llegado a usos abusivos del lenguaje y del concepto de fracción como tal, olvidando su surgimiento y la fuente de su justificación como concepto matemático: la medida. Se utilizan naranjas, tortas, se hacen dibujos chuecos (todo con la mejor de las intenciones), y se olvida la rigurosidad del concepto, ésta se pierde en la inexactitud de los cortes en la rodajas de naranjas, o en los recortes de papel que hacen los alumnos. Si bien el material concreto es de gran ayuda para mostrarle al alumno el significado de la fracción, no cualquier material resulta conveniente; es mejor, si no se dispone de material confiable, valerse de otros recursos, como por ejemplo el gráfico.

Se debe ser cuidadoso con los gráficos, utilizando, como lo propone Llinares, divisiones de partes iguales en cuadrados y rectángulos, para brindarles la posibilidad de verificar que sus repartos son equitativos, comenzando por mitades, tercios y quintas partes, hasta llegar a otras cantidades mayores. El trabajo con las circunferencias es bueno, y podría resultar pertinente si se aprovecha para enseñarles a los alumnos cómo dividir una circunferencia cualquiera en "n" partes, con regla, compás y con el transportador, pero perjudicial si se hace sin estos instrumentos, ya que se pierde una parte esencial del concepto de fracción que es el reparto en partes iguales de un todo.

Así mismo, se debe tener en cuenta la medida como eje orientador al momento de referirse al concepto de fracción, desde allí y sin ningún temor a equivocarse, se pueden lograr grandes aprendizajes. Así, los problemas y situaciones en las que se quiera involucrar a los alumnos, como introducción o finalización de un tema, podrían estar enmarcados en este tipo de situaciones en donde aparezcan longitudes, áreas, volúmenes, entre otras.

Una manera de ejemplificar la ausencia del concepto de fracción en la vida cotidiana, es que muchas veces por medio del lenguaje se citan fracciones sin ni siquiera ser consientes de lo que se dice: al ir a la tienda a pedir un cuarto de aceite, así se diga un cuarto no se imagina su representación fraccionaria ni mucho menos su significado… simplemente porque ni se sabe un cuarto de qué es lo que se está comprando (un cuarto de galón, un cuarto de litro…)

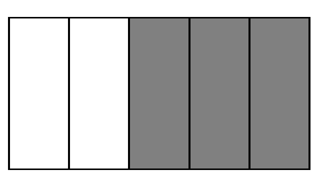
No es que los problemas de las tortas, las pizzas, las chocolatinas, y demás alimentos no sirvan, sino que muchas veces se olvidan de dos palabras que en la comprensión del concepto de fracción son clave: partes iguales (de un todo). Ejemplo de esto es: Si Juan tiene una chocolatina y la reparte entre sus tres amigos y él, no necesariamente Juan tomará un tercio para él y para cada uno de sus amigos: de hecho en situaciones cotidianas, lo normal sería que Juan tomara para sí el pedazo más grande, sin importarle que fracción representa, y que también indiscriminadamente reparta el resto de la chocolatina con sus demás amigos; las partes iguales se olvidan. Deberán buscarse entonces contextos en donde las fracciones adquieran significado, sin perder rigurosidad.

5.3 "TRABAJEMOS AMPLIAMENTE EL CONCEPTO DE FRACCIÓN Y SUS DIFERENTES INTERPRETACIONES"

Desde los aportes de la investigación de Llinares: la relación parte todo; y las opiniones desde la experiencia de profesionales en la educación a los cuales se consultó, se puede destacar la importancia del trabajo que se debe hacer respecto al concepto de fracción, previo a la presentación de diferentes operaciones con fracciones. Entender la fracción desde diferentes miradas y significados, le hacen ver al alumno el concepto de fracción como un concepto elaborado y complejo; y la profundización en procesos de deducción y análisis de situaciones en los que se involucren fracciones, prepararán de igual manera al alumno, para enfrentarse a diferentes aplicaciones del algoritmo de la suma y resta de fracciones.

Algo que se observa en los planes de estudio, en la experiencia con los alumnos, y en las investigaciones a las que se recurrió, es que el concepto de unidad de referencia, para hablar de fracciones, no es muy trabajado, y se ha caído en el error de olvidar su importancia y limitar las posibilidades de análisis en los alumnos, como se muestra en la siguiente situación:

Figura 44. Concepto de unidad fraccionaria



Si le pregunta a los alumnos, ¿qué fracción representa el siguiente gráfico? todos los que hayan creído entender el concepto de fracción responderían que representa $\frac{3}{5}$, y algunos más osados, se atreverían a decir que representa $\frac{2}{5}$. Pero… ¿$\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{5}$ de qué? Por qué… también podría decirse que representa $\frac{5}{3}$, si la unidad que tomo como referencia es la parte sombreada, o simplemente $\frac{5}{1}$, si la unidad es cada subdivisión del rectángulo.

5.4 "NO OLVIDEMOS LAS EQUIVALENCIAS ENTRE LAS FRACCIONES"

Profundizar el hecho de que matemáticamente $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ de la misma unidad, son lo mismo, es un aspecto que causa dificultad en los alumnos. La comprensión de esto, sólo se logra con la mediación del material concreto o de la representación gráfica, por medio de la cual se hacen más evidente dichas equivalencias. Las equivalencias entre fracciones se deben trabajar ampliamente, porque no sólo son un sustento importante para trabajar la suma de fracciones, sino también posteriormente entender la proporcionalidad.

5.5 "DEBEMOS UNIFICAR ANTES DE SUMAR"

Cuando se explica desde lo gráfico o desde el material concreto la suma de fracciones homogéneas, no son mayores las dificultades que se encuentran en el camino: es observable cómo los resultados arrojan numeradores operados como números naturales, y denominadores que conservan su estructura, es decir, se mantienen intactos, fijos, sin necesidad de operar entre ellos. Cuando se suman "quintos" ó "novenos" se debe explicar a los alumnos que la respuesta sigue siendo en "quintos" o "novenos" porque éstos se comportan como una unidad de medida (como lo que sería el centímetro, por ejemplo) o como una unidad fraccionaria.

Usando analogías desde la medida, se les puede explicar a los alumnos que sumar 15cm con 2m se vuelve tarea difícil de lograr si no se decide por una unidad en la cual expresar los resultados, que por convención será una que las incluya a ambas. Es decir, podríamos dar nuestra respuesta en m ó Km por ejemplo, para unificar las medidas. De la misma manera con las fracciones, sumar "n cuartos" con "m quintos", no será posible si no se unifica la unidad de medida, que en este caso la más conveniente vendría a ser “veinteavos”. Así, antes de sumar fracciones heterogéneas, se debe homogeneizarlas y dotar de significado la respuesta que se presentará.

5.6 “EL ALGORITMO PARA LA SUMA DE FRACCIONES ES COSA DE PRACTICIDAD”

Sólo después del trabajo exhaustivo con los procesos de homogenización de fracciones para sumarlas, se podrán deducir ciertos aspectos que conduzcan al algoritmo. Se toma como referencia un apartado de las guías trabajadas:

Sumemos $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$ *.Como hay diferentes denominadores homogeneicemos las fracciones a sextos “ya que 6 sería el m.c.m entre ambos”[38]. Si representamos la fracción* $\frac{1}{2}$ *en sextos, tenemos que* $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$*, y al representar* $\frac{1}{3}$ *en sextos tenemos que* $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$*. Por lo que nuestra operación ahora se ha convertido en* $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$*, no siendo más que una sencilla operación de fracciones equivalentes que arrojaría como resultado la fracción* $\frac{5}{6}$*. A continuación notemos algunas particularidades de este procedimiento:*

- *La fracción* $\frac{1}{2}$ *fue amplificada por el factor 3, que es el denominador de la otra fracción a sumar, análogamente la fracción* $\frac{1}{3}$ *fue amplificada por el factor 2, que era el denominador de la otra fracción a sumar.*
- *Al ser amplificadas de esta manera, el denominador de ambas fracciones será el mismo.*
- *El numerador de la fracción resultante es la suma de la amplificación de los numeradores originales.*

Esto que mencionamos anteriormente se cumple para toda suma o resta de fracciones heterogéneas, y se representa simbólicamente así:

Sean $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ *fracciones cualquiera, con b y d diferentes de cero, se cumple que*

[38] No sólo es el mínimo común múltiplo, también puede ser cualquier múltiplo común.

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

El anterior, es llamado el algoritmo para la suma de fracciones, y será de fundamental uso durante este año lectivo.

Comprobemos el algoritmo con la siguiente resta de fracciones: $\frac{3}{4} - \frac{1}{5}$

Utilizando el algoritmo tenemos que $\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{20} - \frac{4 \cdot 1}{20} = \frac{15-4}{20} = \frac{11}{20}$*. Miremos ahora desde el procedimiento original.*

20 es común múltiplo entre 4 y 5, o lo que es lo mismo, 20 es adecuado para medir cuatros y quintos, por esto será el denominador. Al amplificar la fracción $\frac{3}{4}$ *por el factor 5 (para que el denominador sea efectivamente 20) tenemos que* $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$*, y al amplificar* $\frac{1}{5}$ *por el factor 4, tenemos que* $\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$*, por lo que nuestra operación ahora no es más que la resta de dos fracciones homogéneas así:* $\frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$

Como se puede observar tenemos la misma respuesta a la operación utilizando el procedimiento de amplificación y el recursivo algoritmo para la suma y resta de fracciones.

5.7 PROPUESTA PARA DOCENTES

A continuación, la propuesta de trabajo para los docentes de la IECM, con los aportes de varios autores´, talleres para maestros y apartes de la secuencia de enseñanza aplicada a los estudiantes, esta propuesta responde a las Políticas de Calidad de la Institución y será presentada a los Líderes de Desarrollo Curricular como Jornada de Capacitación a Docentes del Área Matemáticas.

REFLEXIONANDO, EXPERIMENTANDO, DESCUBRIENDO, Y RECONCILIÁNDOSE… CON LAS FRACCIONES

Propuesta de intervención para maestros orientada a mejorar los niveles de competencia de los alumnos de la L.E.C.M para operar expresiones algebraicas relacionadas con el manejo de la estructura aditiva de las fracciones.

REFLEXIONANDO, EXPERIMENTANDO, DESCUBRIENDO Y RECONCILIÁNDOSE… CON LAS FRACCIONES

EINER OSWALDO MESA PEÑA
JHON DAVID MARTÍNEZ ESCOBAR
MARTHA IRENE LONDOÑO
SERGIO ANDRÉS OSPINA SANCHEZ
DIANA CAROLINA ZAPATA CASTRO
DANIEL ALEJANDRO ARANZAZU ZEA

Flor María Del Socorro Jurado Hurtado
Asesora

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
MEDELLÍN
2010

REFLEXIONANDO, EXPERIMENTANDO, DESCUBRIENDO Y RECONCILIÁNDOSE… CON LAS FRACCIONES

Es innegable que para los docentes, los procesos de enseñanza y aprendizaje de las fracciones constituyen una notoria dificultad, que aunque es trabajada en diferentes grados, no alcanza a ser comprendida por los alumnos. Se puede ver cómo el proceso de la enseñanza de las fracciones no ha tenido éxito cuando se introduce la estructura aditiva de éstas y se trata de aclarar su significado, pretendiendo la abstracción para la generalización de procedimientos simplificados y mecánicos –llamados algoritmos- que serán de valioso uso en procesos de aprendizaje posteriores, como sucede por ejemplo, en el trabajo con fracciones algebraicas.

Es por esto que, luego de la interacción y el análisis detallado de la realidad educativa que tiene lugar en la IECM, se presenta a sus docentes una propuesta basada en el análisis de una secuencia de enseñanza, que consideramos contribuirá a superar las dificultades existentes en el proceso de enseñanza de la estructura aditiva de las fracciones poniendo en la discusión, además, aportes de la Teoría de Situaciones Didácticas. Se Intenta entonces, desarrollar los puntos de la presente propuesta, de una manera dinámica y con un lenguaje informal, que rompa las posibles barreras de comunicación entre docentes y expositores

ACTIVIDAD 1

MI EXPERIENCIA FRENTE A LAS FRACCIONES

En este primer momento el propósito es facilitar el intercambio de experiencias entre los docentes participantes y estimular su reflexión colectiva acerca de lo que conocen y enseñan de las fracciones.

Materiales:
Una hoja con las preguntas, por cada docente

COMO ALUMNO

- Concéntrese en sí mismo y preste mucha atención a lo que siente al leer la siguiente palabra: ….. FRACCIÓN…..Trate de mantener sus sensaciones… sus imágenes… sus sentimientos… Deje de lado sus pensamientos y concéntrese en sus sentimientos… sus emociones… ¿Qué siente?… ¿Qué emociones experimenta?

- Retroceda mentalmente en el tiempo y véase a sí mismo como alumno, en clase de matemática frente al tema de las fracciones… ¿Cómo se sentía?… ¿Le gustaba este tema?… ¿Cómo le iba con el manejo del algoritmo de la suma de fracciones?… ¿Le fue fácil aprender a manejar el algoritmo de la suma de fracciones?… ¿Hubo cambios?… ¿En qué momentos utilizas en tu cotidianidad las fracciones?…

- Recuerde a quienes le enseñaron a sumar fracciones… ¿Cómo eran estas personas?… ¿Recuerda a alguna en especial?

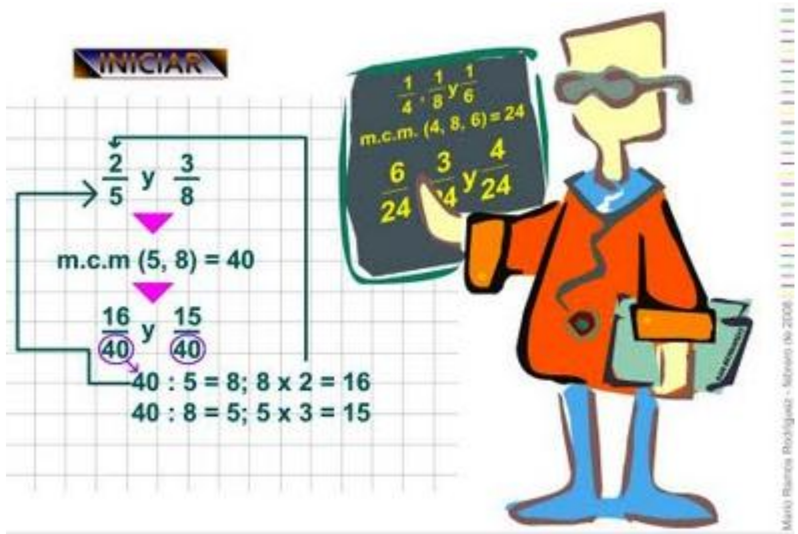
COMO DOCENTE

- Una clase de matemática en la que tengas que enseñar el tema de fracciones…. ¿Cómo se siente?… ¿Cuáles son sus sensaciones… imágenes…sentimientos…? ¿Le gusta estar allí?… ¿Cómo siente el paso del tiempo?… ¿Se siente seguro o inseguro?… ¿En qué se siente más inseguro?… ¿Cómo ve a sus alumnos?

- Concentre ahora toda su atención en alguno de sus alumnos e imagine, por un momento, que usted está en su lugar… ¿Cómo se siente?… ¿Le interesa la clase?… ¿Le parece claro lo que le están explicando acerca de las fracciones?… ¿Cómo ve a su profesor?… ¿Se atreve a hacerle preguntas?

- ¿Te ha pasado que después de tanto insistirle a un grupo de estudiantes, en que den el resultado de un ejercicio con fracciones, terminas por darles la respuesta…o … que intentas tener una clase muy dinámica, respaldada por el material didáctico, y que a la hora de mirar cómo se entendió el concepto, los estudiantes no pasaron del manejo del material y no construyeron nada nuevo… o… que simplemente te das cuenta que aquella estrategia que te funcionó tan bien en años anteriores, simplemente ya no sirve?

  Después de recoger las respuestas, se propone a los docentes que intercambien comentarios acerca de lo que sintieron y recordaron durante el ejercicio.



En síntesis:

Según Brousseau, en cualquier intervención en el aula, se corre el riesgo de caer en lo que él denomina "efectos de la didáctica", en la que sin darnos cuenta terminamos cayendo en una mecanización de nuestra función, provocados por agentes internos o externos a nosotros mismos y nuestra intención. Se habla entonces del efecto Jourdain, el efecto Topaze, el Deslizamiento Metacognitivo, el Uso Abusivo de la Analogía, y el Envejecimiento con las Situaciones de Enseñanza.

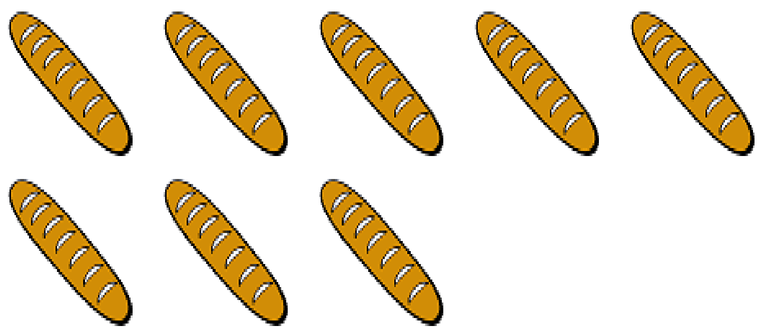
ACTIVIDAD 2

UTILICEMOS LAS FRACCIONES

En esta actividad los docentes hacen vivencial el proceso de resolución de ejercicios y/o problemas que involucran fracciones, analizando los procedimientos que utilizan para resolverlos y las respuestas encontradas.

Materiales:
Una hoja con las preguntas, por cada docente

- *Un cazador se encuentra con dos pastores que le dan de comer. El primer pastor puso cinco panes y el segundo tres. Al despedirse el cazador les entrega ocho monedas. ¿Cómo deben repartirse los pastores el dinero suponiendo que los tres comieron partes iguales?*



- *Un hombre ha gastado un tercio de su dinero y los dos tercios del resto. Aún le quedan doce pesos. ¿Cuánto tenía?*

- $\left(x-\frac{2-xy}{y-x}\right)+\frac{(2-xy)^2}{y-x}$

- $$\frac{\left(1\frac{1}{3}-1\right)\left(\dfrac{1\frac{1}{3}}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}\right)}{\frac{1}{3}}+1\frac{1}{2}$$

Se pide a los docentes que resuelvan los enunciados de dos maneras diferentes (ejem. Grafica, algebraica…), luego se comentan las respuestas dadas y se plantean los conceptos necesarios para resolver dichos enunciados.

En síntesis:

De acuerdo con Llinares el manejo del algoritmo para la suma de fracciones exige “el manejo de procedimientos más formales” alejados ya de la intuición concreta, por lo que se hace necesario un proceso antes de llegar a la utilización del algoritmo, proceso donde los alumnos comprendan el concepto de fracción a partir de la relación parte todo el concepto de unidad y las equivalencias

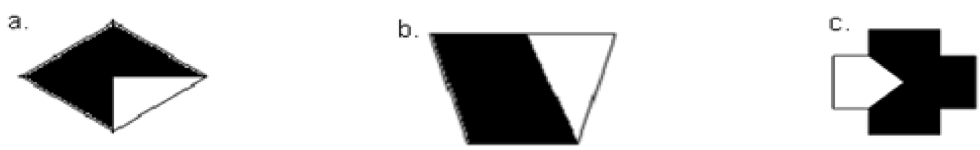
ACTIVIDAD 3

CONCEPTO DE UNIDAD DESDE LA RELACIÓN PARTE – TODO

"La relación parte - todo tanto en el contextos continuos como discretos constituye la piedra angular sobre la que se desarrollan algunas interpretaciones" (Salvador Llinares)
Se pretende que el docente se pregunte sobre ¿cuál es la unidad? de manera que afiance el concepto de fracción, necesario para el manejo del algoritmo de la suma de fracciones.

Materiales:
Fotocopia con la actividad, lápiz y borrador

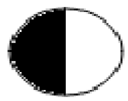
Determina cuál es la figura completa, si la parte de cada figura sombreada equivale a tres octavos de la figura completa.

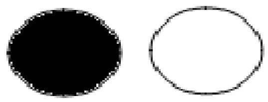


El grupo de carritos representa un medio de la cantidad total de carros que se va a vender. Determina la cantidad de carros a vender.

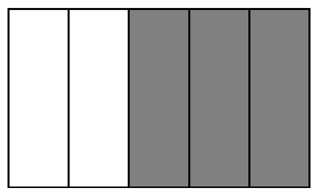
Si la figura ◯ es $\frac{2}{3}$ de la unidad, ¿Cuál es la unidad?

Las siguientes ilustraciones representan $\frac{1}{2}$. Explica cuál es la unidad en cada caso:

a. 

b. 

De acuerdo con la siguiente figura, responde:



1. ¿Puedes ver $\frac{3}{5}$ en la figura dibujada? Explica

2. ¿Puedes ver $\frac{5}{3}$ en la figura dibujada? Explica

3. ¿Puedes ver $\frac{5}{3}$ de $\frac{3}{5}$ en la figura dibujada? Explica

Se pide a los docentes que luego de resolver los enunciados socialicen sus respuestas.

En síntesis:

Es necesario que los alumnos identifiquen la unidad de referencia, dado que ésta interpretación se muestra como una gran dificultad a la hora de la enseñanza de las fracciones: cuando no se identifica un todo que se divide en partes congruentes, es imposible concebir sus partes.

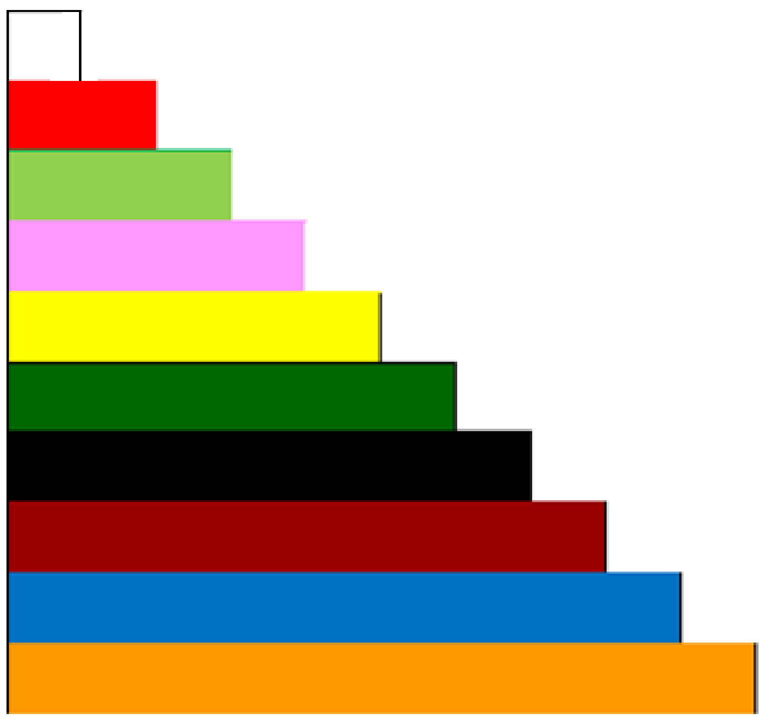
ACTIVIDAD 4

MANIPULANDO MATERIAL CONCRETO

Esta actividad pretende que los docentes visualicen la importancia y necesidad de comprender las translaciones entre las representaciones concretas y las formas escritas y simbólicas, desde participación en situaciones que involucren manipulación de material concreto

Materiales:
Fotocopia con la actividad, lápiz y borrador, regletas

- Identifica qué fracción del área de la figura representa cada una de las piezas que la constituyen:



- Identifica cuál es la relación entre el tamaño de las regletas.

Escribamos cómo son las regletas entre sí	La regleta Blanca	La Regleta naranjado	La regleta verde oscura	La Regleta Verde	Una regleta azul	Una regleta negra	La regleta Amarilla	Una regleta café	La Regleta Rosada	Una Roja regleta
Una regleta blanca que parte es de:										
Una regleta verde que parte es de:										
Una regleta roja oscura que parte es de										
Una regleta café que parte es de:										
Una regleta negra que parte es de:										
Una regleta verde clara que parte es de:										

- Forma un cuadrado con una ficha amarilla, cuatro rojas y tres rosadas

1. ¿Qué parte del área son las fichas rojas? Exprésalo en forma fraccionaria
2. ¿Qué parte del área es la ficha amarilla? Exprésalo en forma fraccionaria
3. ¿Qué parte del área son las fichas rosadas? Exprésalo en forma fraccionaria

Se pide a los docentes que luego de resolver los enunciados socialicen sus respuestas.

En síntesis:

Establecer relaciones entre los diferentes aspectos del concepto de fracción así como el desarrollo de las distintas translaciones entre las representaciones es importante para los alumnos, y constituye un fundamento de la interpretación de las fracciones que puede ser llevado al aula en diferentes actividades que involucren material concreto.

ACTIVIDAD 5

EQUIVALENCIA DE FRACCIONES

En la siguiente actividad se pretende que los docentes trabajen los conceptos de amplificación y simplificación, observando los procesos por los cuales podemos convertir fracciones en otras que resultaban ser equivalentes a las originales, a partir de esto ellos deben presentar las observaciones sobre la manera de preguntar, el lenguaje usado y elaborar ejercicios que conlleven a los alumnos al afianzamiento de este concepto.

Materiales:
Fotocopia con la actividad, lápiz y borrador

- Escribe el numerador o denominador faltante.

$\times 3$	$\times$ ☐	$\times$ ☐	$\times$ ☐	$\times$ ☐
$\frac{4}{7} = \frac{}{21}$	$\frac{4}{5} = \frac{}{20}$	$\frac{7}{10} = \frac{14}{}$	$\frac{5}{9} = \frac{13}{}$	$\frac{2}{11} = \frac{}{10}$
$\times 3$	$\times$ ☐	$\times$ ☐	$\times$ ☐	$\times$ ☐

- Escribe la fracción equivalente. Dibuja la situación

a. Divide cada pedazo en cuatro. $\frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$		b. Divide cada pedazo en dos. $\frac{5}{8} = \frac{\square}{\square}$	
c. Divide cada pedazo en tres. $\frac{2}{7} = \frac{\square}{\square}$		d. Divide cada pedazo en diez. $\frac{5}{8} = \frac{\square}{\square}$	

- Crea una situación para el aula escolar donde se afiance el concepto de equivalencia de fracciones.

  Se pide a los docentes que luego de resolver los enunciados socialicen sus respuestas.

  En síntesis:

  Es importante que los alumnos comprendan el concepto de equivalencia de fracciones, ya que juega un papel primordial en aspectos como la relación de orden, el desarrollo del algoritmo y mejorar la noción de fracción, pero más aún, reflexionar en cómo se pregunta.

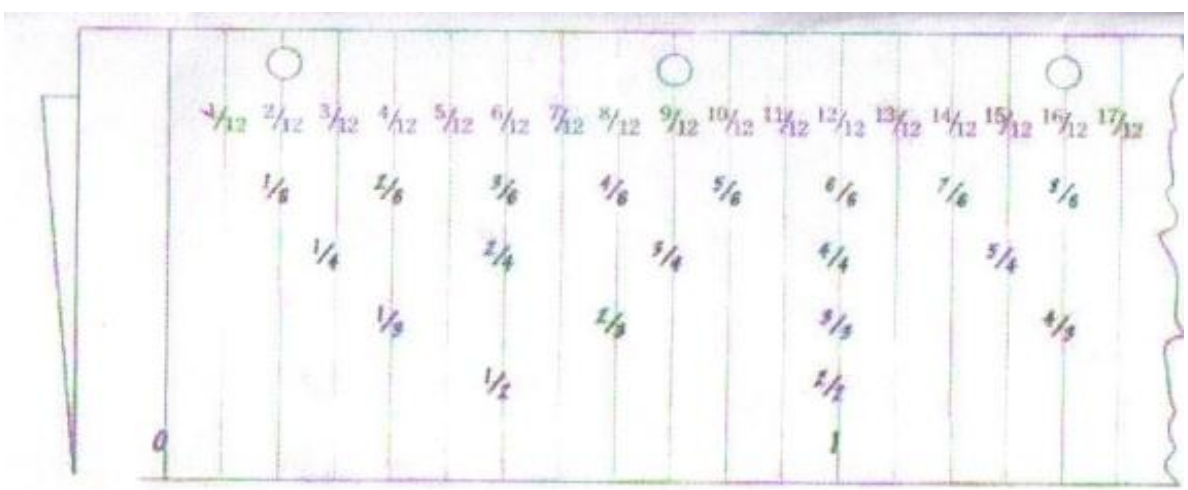
ACTIVIDAD 6

SUMA DE FRACCIONES EN PAPEL

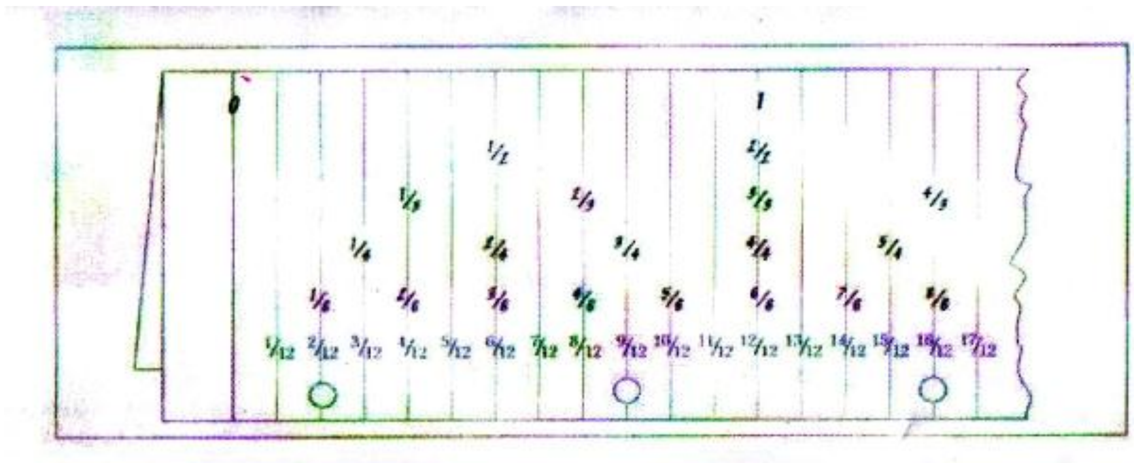
Esta actividad pretende propiciar un espacio donde los docentes tengan un acercamiento experimental e intuitivo al proceso de sumar fracciones heterogéneas.

Instrucciones:

- Utilice dos hojas de papel con líneas. Dobla por la mitad cada hoja de papel
- Coloque uno de los pedazos de papel sobre la mesa con el lado doblado hacia arriba y la margen más ancha a la izquierda.
- Marque las fracciones en el papel. Comenzando arriba cerca del borde (doblez) marque la línea que está más a la izquierda (la primera línea) con 0. Cuente doce espacios y marca con 1, luego cuente doce espacios adicionales y marque con 2.
- Marque ahora mitades, tercios, cuartos, sextos y doceavos, siguiendo el mismo procedimiento. Para localizar y marcar la mitad (1/2), cuente seis espacios desde el 0 (no seis líneas), para localizar y marcar los tercios cuente cuatro espacios, y así sucesivamente hasta completar la hoja.



❖ Coloque el doblez del segundo papel en la parte de abajo y localice las fracciones como en el papel anterior. Esta vez, debe localizar las fracciones de abajo hacia arriba.



1. Alinee las hojas de papel doblez con doblez, para asegurarse que las fracciones alineadas son iguales.
2. Veamos cómo funciona el modelo.

Vamos a sumar $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$. Localice $\frac{1}{2}$ en la hoja de papel inferior. Alinee el o de la hoja superior directamente sobre $\frac{1}{2}$ en la hoja inferior. Localice $\frac{2}{3}$ en la parte superior.

LEA LA RESPUESTA HACIA ABAJO, DIRECTAMENTE DEBAJO DEL $\frac{2}{3}$ EN LA HOJA SUPERIOR. ***La respuesta es*** $\frac{7}{6}$

- Utiliza el modelo para hallar las siguientes sumas:

1) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$
2) $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$
3) $\frac{5}{12}+\frac{1}{4}$

- Ahora utiliza el modelo para hallar las siguientes sumas:

1. $\frac{3}{2}x + \frac{5}{6}x =$

2. $\frac{6}{7}xy + \frac{3}{5}xy + \frac{1}{4}xy =$

3. $\frac{8}{3}m + \frac{7}{6}xy + \frac{2}{5}m + \frac{5}{4}xy + \frac{4}{7}m + \frac{1}{2}m + \frac{3}{4}m =$

Se pide a los docentes que luego de resolver los enunciados socialicen sus respuestas.

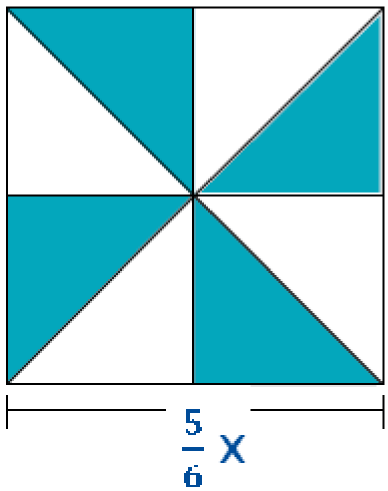
En síntesis:

Para los alumnos, es arduo el proceso hacia la construcción de la estructura respecto al algoritmo de la suma, ya que como lo menciona Llinares, este exige "el manejo de procedimientos más formales" alejados ya de toda intuición concreta.

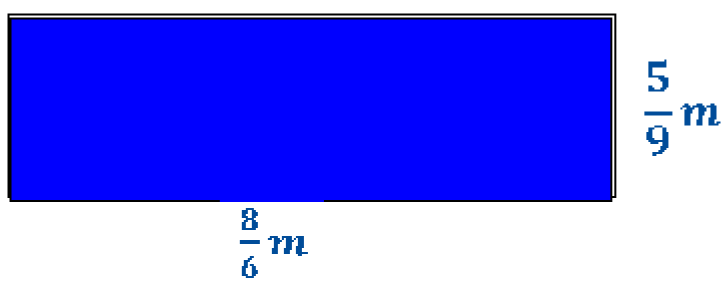
ACTIVIDAD 7

RELACIÓN ENTRE EN ÁLGEBRA Y EL ALGORITMO DE LA SUMA DE FRACCIONES

- Calcular la siguiente área sombreada del cuadrado:



- Calcular el perímetro del rectángulo



*Reduce a términos semejantes

1. $x^2y + 3xy^2 + 2x^2 - 5x^2 + 4xy^2 + 15xy^2$

2. 3mn +5n+6m-2n+6nm+3m-12mn+5n-4m

- Dibuja una alfombra, llama **a** al ancho de la alfombra y **l** al lago en cada caso y expresa:

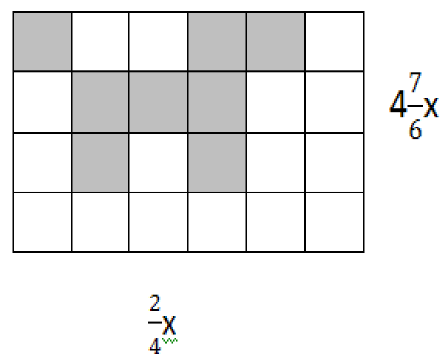
1. El largo es el doble del ancho

2. El largo es la tercera parte del ancho

3. El largo es el doble del ancho más su cuarta parte

4. El largo es el doble del ancho más su quinta parte

- Expresa:
  1. El área del rectángulo:_______________
  2. El perímetro del rectángulo:___________
  3. El área sombreada:__________________



Se pide a los docentes que luego de resolver los enunciados socialicen sus respuestas.

En síntesis:

Las sugerencias expuestas intentan ser un apoyo para que el docente de acuerdo al nivel escolar diseñe su propia secuencia de enseñanza, reconociendo como necesario las experiencias visuales de manipulación de material concreto y representaciones gráficas, antes de hacer la translación al trabajo con el algoritmo de la suma de fracciones, ya que, son la base para introducirlos al trabajo con fracciones algebraicas, y en algunos casos, por hacerlo de modo rápido, solo se convierte en el manejo de reglas y símbolos carentes de sentido.

6. CONCLUSIONES

Después de aplicar la secuencia de enseñanza se identificó en el proceso, que los errores con la aplicación del algoritmo para la suma de fracciones provienen de diferentes causas, entre ellas, la inadecuada interpretación de los enunciados, el uso indebido del material concreto, la falta de análisis para utilizar los preconceptos necesarios para el tema, y la inadecuada utilización del algoritmo; lo que podría convertirse, si no se corrige, en una dificultad que obstaculice posteriores procesos académicos.

Desde los análisis realizados a diferentes investigaciones y textos escolares se obtuvo valiosos aportes relacionados con las metodologías, interpretaciones, y maneras de trabajar el concepto de fracción que ayudaron a estructurar la secuencia de enseñanza. Esta se organizo alrededor de los preconceptos de unidad y equivalencia de fracciones, necesarios para llegar al algoritmo de la suma de fracciones.

Se hace evidente que la apropiación de la estructura aditiva de las fracciones es indispensable en grado octavo para el trabajo con expresiones algebraicas; que involucren el algoritmo de la suma de fracciones; pero el modelo actual de la enseñanza, no permite el uso continuo de la notación fraccionaria y la integración de ésta al resto de los contenidos.

Aunque las fracciones se encuentren en el contexto extraescolar, cuando los alumnos las referencian verbalmente, no necesariamente hacen alusión al concepto como tal y aunque no tenemos como medir el aporte al aprendizaje de las fracciones que ha hecho la secuencia de enseñanza aplicada a los alumnos y presentada en este trabajo, lo que sí es cierto, es que ha permitido la reflexión crítica de las dificultades existentes con la estructura aditiva de las fracciones, reflexiones que ya se han mencionado, ya mencionado en el análisis de las guías.

La metodología de análisis de contenido es ideal para la investigación en educación ya que no solo permite analizar los resultados de las intervenciones realizadas, sino también analizar cualquier teoría que la sustenta, los antecedentes, y los procesos que influyen en el desarrollo de la misma; siempre y cuando exista algún tipo de registro.

A pesar que las fracciones se pueden abstraer del contexto, no se interpreta como fracción o como parte de un todo sino como la unión de unidades más pequeñas, es el caso de las unidades de medida.

7. BIBLIOGRAFÍA

BALDOR, Aurelio. Álgebra elemental con gráficos y 6523 ejercicios y problemas. La Habana: Cultural, 1953.

BOYER, C.B. Historia de las Matemáticas .Madrid: Alianza Editorial S. A, 1986.

BROUSSEAU, Guy Fundamentos de la didáctica de la matemática. Traducción realizada con el permiso del autor por Julia Centeno Pérez, Begoña Melendo Pardos, Jesús Murillo Ramón. Profesores del Departamento de Matemáticas de la E.U. de Formación del Profesorado del E.G.B. de Logroño de la Universidad de Zaragoza, 1985.

CHAVARRÍA, Jesennia. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Teoría de las situaciones didácticas. Trascripción de conferencia. 2006.

CONTRERAS, Mauricio; GÓMEZ, A. Bernardo. Sobre problemas multiplicativos relacionados con la división de fracciones. Universidad de Valencia, 1997

DE LEÓN, Humberto; FUENLABRADA, Irma. Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto. Revista Mexicana de Investigación Educativa, 1996.

DICCIONARIO DE LA REAL ACADEMIA ESPAÑOLA. Vigésima-segunda edición, 2001.

EL PEQUEÑO LAROUSSE. Diccionario Enciclopédico, Larousse. 2002.

GÁLVEZ, Grecia y OTROS. Vida, números y formas. Santiago: Co-edición, 1998.

GARCÍA, J. Julio; BOTERO, M. Alfonso. Estrategia metodológica para resolver situaciones problema con los números racionales. Medellín: Facultad de Educación. Universidad de Antioquia, 2006.

GUZMÁN, P. Luis. Desafíos 8. Bogotá: Norma, 2001.

ITZCOVICH, Horacio. El trabajo escolar en torno a las fracciones .Tomado de: La matemática escolar: las prácticas de enseñanza en el aula. Editorial Aique, Argentina, 2007.

Krippendorff, K. Metodología de análisis de contenido. Teoría y Práctica. Barcelona: Paidos Comunicación, 1990.

LLINARES Ciscard, Salvador. Las fracciones, la relación parte-todo. Editorial Síntesis, 1997.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Decreto 1290. Bogotá, 2009.
--------. Estándares Básicos de Competencias en matemáticas. Bogotá, 2007.

--------.Ley 115. Bogotá, 1994.

MONTOYA, B. Wilson O; ARCILA, O. Juan C; MACEA, Mario. Propuesta de intervención pedagógica para la enseñanza de fracciones método tradicional vs. Método alternativo. Medellín: Facultad de Educación Universidad de Antioquia, 2007.

ORTIZ, D. Marco y URIBE, C. Julio. Matemática Experimental, Álgebra y Estadística 8. Medellín: Editorial Uros, 2001.

RESTREPO, R., ZAPATA, D. y ZEA, E. Las situaciones problema como estrategia didáctica para la comprensión de los significados de los números racionales en los estudiantes del grado séptimo, octavo y noveno. Medellín: Facultad de Educación. Universidad de Antioquia. 2007.

RESNICK, Lauren y FORD, Wandy. La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Barcelona: Ediciones Pardás, 1990.

SAMPER, Carmen. Conexiones Matemáticas 8.Bogotá: Grupo editorial Norma, 2006.

TORRES, B. Yolima. Relación entre numeramiento y matemática escolar: un estudio de casos. Medellín: Facultad de Educación. Universidad de Antioquia, 2006.

VAN-HIELE Pierre, Structure and Insight, a Theory of Mathematics Education. Academic Press.Orlando, 1986.

ANEXOS

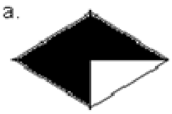
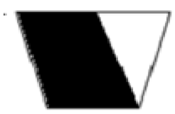
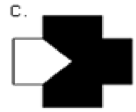
ANEXO 1. SECUENCIA DE ENSEÑANZA

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN	Fecha _________ D/M/A
	MATEMÁTICAS 8º	

FRACCIONES
CONCEPTO DE UNIDAD FRACCIONARIA

NOMBRE:	GRUPO:

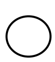
1. Determina cuál es la figura completa, si la parte de cada figura sombreada equivale a tres octavos de la figura completa.

a. 
b. 
c. 

2. Cada grupo de carritos representan un medio de la cantidad total de carros que se van a vender. Determina la cantidad de carros a vender en cada carro.

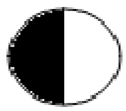
a. 

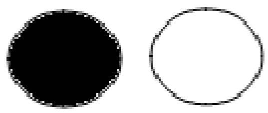
b. 

3. Si la figura  es $\frac{2}{3}$ de la unidad, ¿Cuál es la unidad?

4. Si la unidad es la siguiente  figura , entonces $\frac{1}{2}$ de la unidad es :

5. Las siguientes ilustraciones representan $\frac{1}{2}$. Explica cuál es la unidad en cada caso:

a. 

b. 

6. De acuerdo con la siguiente figura, responde:

a. ¿Puedes ver $\frac{3}{5}$ en la figura dibujada? Explica

b. ¿Puedes ver $\frac{5}{3}$ en la figura dibujada? Explica

c. ¿Puedes ver $\frac{5}{3}$ de $\frac{3}{5}$ en la figura dibujada? Explica

d. ¿Puedes ver $\frac{5}{3}$ de $\frac{3}{5}$ en la figura dibujada? Explica

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN	Fecha ________ D/M/A
	MATEMÁTICAS 8º	

FRACCIONES
APRENDIENDO CON LAS REGLETAS

NOMBRE:	GRUPO:

ALGO DE HISTORIA

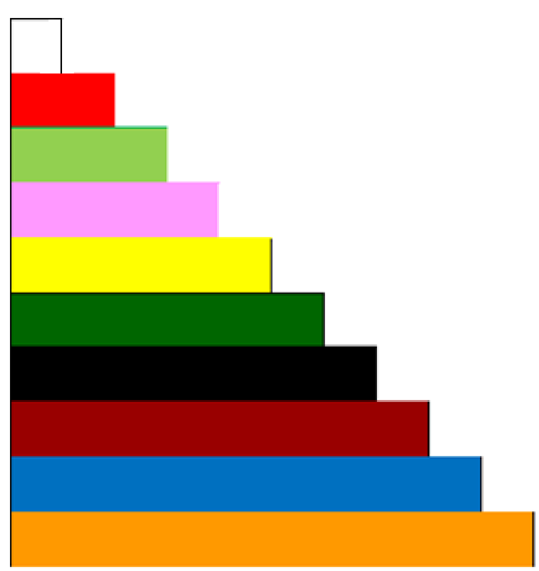
Este método fue creado por el profesor Belga Georges Cusienaire Hottelet en 1952, con la idea de iniciar a los niños en el conocimiento matemático en la escuela, y para despertar en ellos el mágico espíritu matemático. Caleb Gattegno fue quizás uno de los mayores divulgadores de éste método desde 1960.
El método busca que los niños desde temprana edad y manipulando las regletas de color, descubran las correspondencias entre las operaciones aritméticas y geométricas. Las regletas permiten visualizar las operaciones básicas con los números decimales, fraccionarios, las series, además permiten el acercamiento a la noción de área y de volumen.

Las regletas pueden servir para comprobar una verdad antes enseñada, pero lo más importante es que las verdades se vayan descubriendo a medida que se va jugando con ellas, incluso por medio de equivocaciones. Ahora vamos a tratar de aprender de las regletas aplicando el método mencionado antes.

¿Quién fue el creador del método? ¿En qué año?

¿Cuál es el propósito del método y que busca comprobar?

- **Identifica qué fracción del área de la figura representa cada una de las piezas que la constituyen:**



Escribamos cómo son las regletas entre sí	La regleta Blanca	La Regleta naranjado	La regleta verde oscura	La Regleta Verde	Una regleta azul	Una regleta negra	La regleta Amarilla	Una regleta café	La Regleta Rosada	Una Roja regleta
Una regleta blanca que parte es de										

:										
Una regleta verde que parte es de:										
Una regleta rosada que parte es de:										
Una regleta roja oscura que parte es de										
Una regleta café que parte es de										
Una regleta negra que parte es de										
Una regleta verde clara que parte es de:										
Una regleta naranjado que parte es de:										
Una regleta amarilla que parte es de										

- **Identifica cuál es la relación entre el tamaño y los colores**

- **Forma un cuadrado con una ficha amarilla, cuatro rojas y tres rosadas**

a) ¿Qué parte del área son las fichas rojas? Exprésalo en forma fraccionaria
b) ¿Qué parte del área es la ficha amarilla? Exprésalo en forma fraccionaria
c) ¿Qué parte del área son las fichas rosadas? Exprésalo en forma fraccionaria

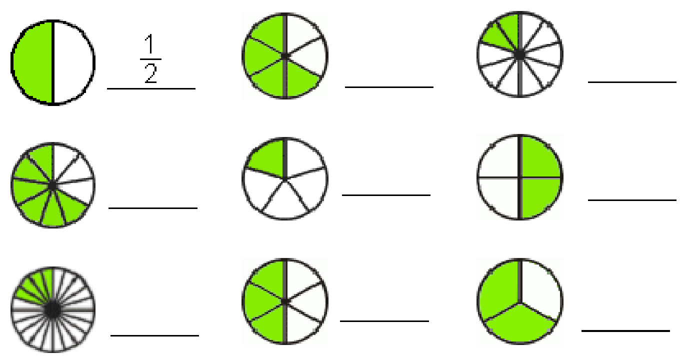
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN	Fecha __________

		D/M/A
	MATEMÁTICAS 8º	

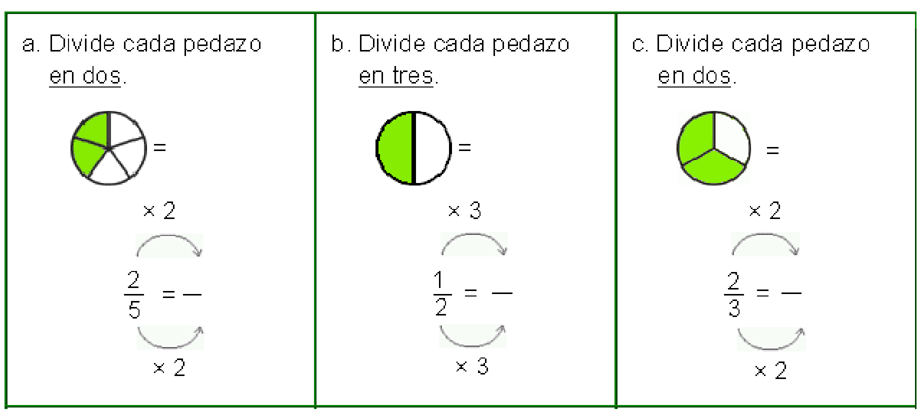
FRACCIONES
EQUIVALENCIA DE FRACCIONES

NOMBRE:	GRUPO:

1. Dibuja una línea entre las fracciones que muestran la misma cantidad. Escribe la fracción que representa:



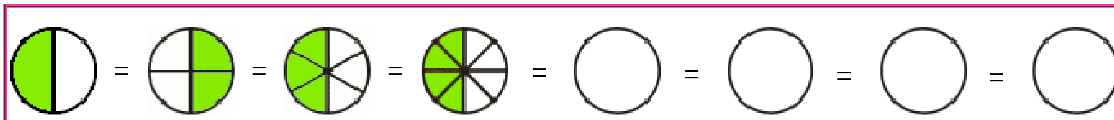
2. Divide los pedazos en las partes que se indica, dibujando los nuevos pedazos. Escribe las fracciones equivalentes.



3. Escribe la fracción equivalente. Dibuja la situación.

a. Divide cada pedazo en cuatro. $\frac{3}{4} = \frac{\square}{\square}$		b. Divide cada pedazo en dos. $\frac{5}{8} = \frac{\square}{\square}$	
c. Divide cada pedazo en tres. $\frac{2}{7} = \frac{\square}{\square}$		d. Divide cada pedazo en diez. $\frac{5}{8} = \frac{\square}{\square}$	

4. Haz series de fracciones equivalentes según el modelo. Mira los patrones que están formados por los *denominadores*, y los que están formados por los numeradores.



$\frac{1}{2}$ = = = = = = =

$\frac{3}{4}$ = = = = = = = =

5. Escribe el numerador o denominador faltante.

× 3	× $\square$	× $\square$	× $\square$	× $\square$
$\frac{4}{7} = \frac{\square}{21}$	$\frac{4}{5} = \frac{\square}{20}$	$\frac{7}{10} = \frac{14}{\square}$	$\frac{5}{9} = \frac{13}{\square}$	$\frac{2}{11} = \frac{\square}{10}$
× 3	× $\square$	× $\square$	× $\square$	× $\square$

En los ejercicios anteriores trabajamos los conceptos de amplificación y simplificación, donde observamos que por medio de particiones podíamos convertir fracciones en otras que resultaban ser equivalentes a las originales.

Ahora pondremos en práctica lo anterior:

5. Amplifique la fracción dada por el número que se indica en cada caso:
   - $\frac{2}{3}$ por 3
   - $\frac{2}{3}$ por $\frac{3}{4}$

6. simplifica la fracción dada por el número que se indica en cada caso.
   - $\frac{12}{18}$ por 3

- $\frac{80}{50}$ *por* $\frac{5}{4}$

7. Amplifica o simplifica según el caso para llegar al número pedido:
   - $\frac{12}{18}$ *para obtener* $\frac{4}{5}$
   - $\frac{12}{18}$ *para obtener* $\frac{45}{68}$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN	Fecha ________ D/M/A
	MATEMÁTICAS 8º	

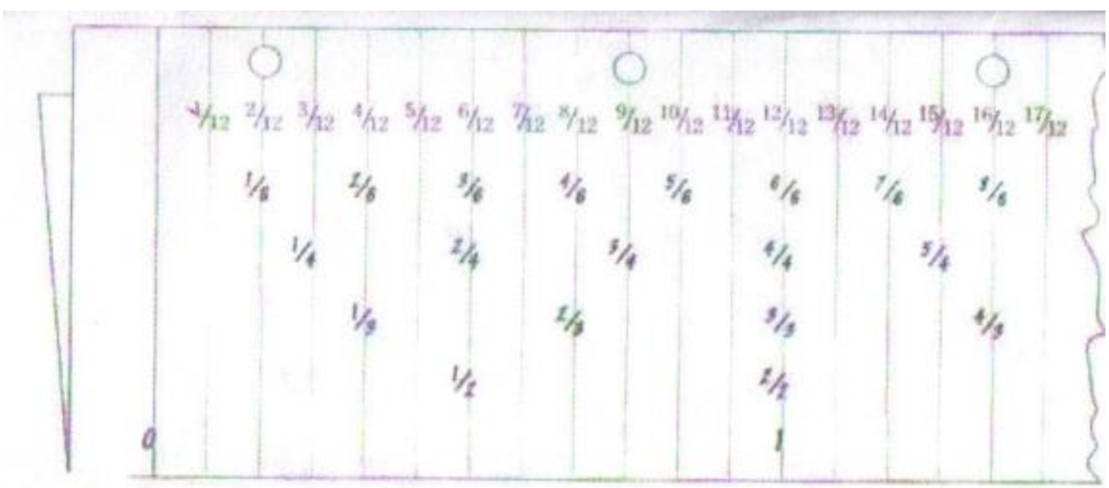
FRACCIONES

SUMA DE FRACCIONES EN PAPEL

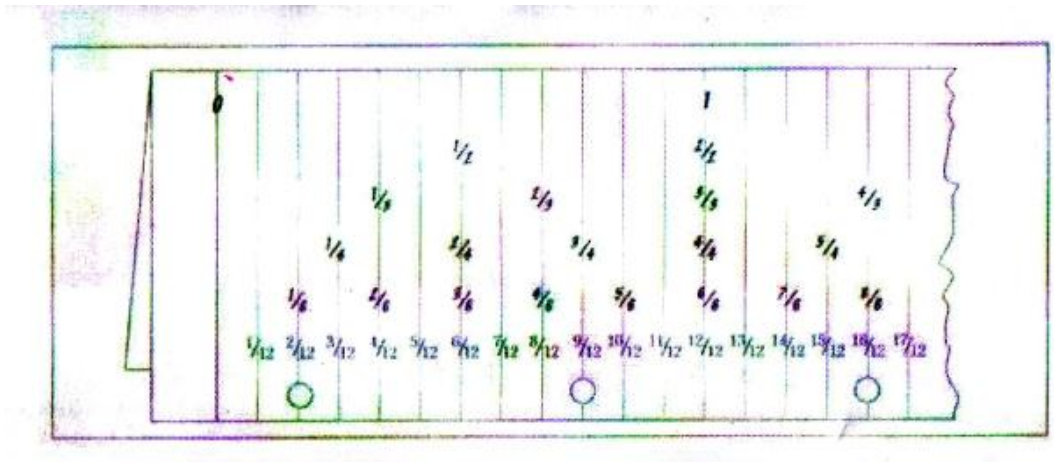
NOMBRE:	GRUPO:

Instrucciones:

- Utilice dos hojas de papel con líneas. Dobla por la mitad cada hoja de papel
- Coloque uno de los pedazos de papel sobre la mesa con el lado doblado hacia arriba y la margen más ancha a la izquierda.
- Marque las fracciones en el papel. Comenzando arriba cerca del borde (doblez) marque la línea que está más a la izquierda (la primera línea) con 0. Cuente doce espacios y marca con 1, luego cuente doce espacios adicionales y marque con 2.
- Marque ahora mitades, tercios, cuartos, sextos y doceavos, siguiendo el mismo procedimiento. Para localizar y marcar la mitad (1/2), cuente seis espacios desde el o (no seis líneas), para localizar y marcar los tercios cuente cuatro espacios, y así sucesivamente hasta completar la hoja.



- Coloque el doblez del segundo papel en la parte de abajo y localice las fracciones como en el papel anterior. Esta vez, debe localizar las fracciones de abajo hacia arriba.



- ❖ Alinee las hojas de papel doblez con doblez, para asegurarse que las fracciones alineadas son iguales.
- ❖ Veamos cómo funciona el modelo.

Vamos a sumar $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$. Localice $\frac{1}{2}$ en la hoja de papel inferior. Alinee el 0 de la hoja superior directamente sobre $\frac{1}{2}$ en la hoja inferior. Localice $\frac{2}{3}$ en la parte superior.

LEA LA RESPUESTA HACIA ABAJO, DIRECTAMENTE DEBAJO DEL $\frac{2}{3}$ EN LA HOJA SUPERIOR. ***La respuesta es*** $\frac{7}{6}$

Utiliza el modelo para hallar las siguientes sumas:

4) $\frac{1}{3}+\frac{3}{4}$

5) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$

6) $\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$

7) $\frac{5}{12}+\frac{1}{4}$

8) $1+\frac{2}{3}$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN	Fecha ________ D/M/A
	MATEMÁTICAS 8º	

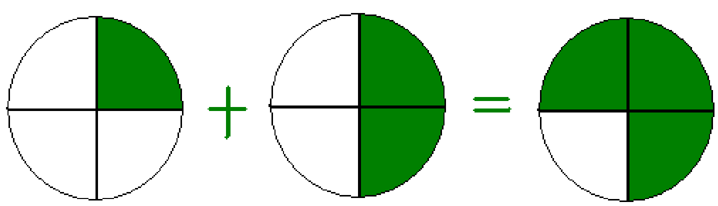
FRACCIONES

SUMA DE FRACCIONES EN PAPEL

NOMBRE:	GRUPO:

Como hasta ahora hemos visto, entendemos comúnmente la fracción como una relación parte-todo, y este, es un concepto clave en el momento de entender la suma y resta de fracciones. Veamos:

- Si Juan tiene 1 de las 4 monedas de una colección, que en fracción sería representado como $\frac{1}{4}$, y junta lo que tiene con Luisa, que posee 2 de las 4 monedas de la colección (diferentes de la moneda que tiene Juan), que en fracción sería representado como $\frac{2}{4}$. Ahora entre los dos, han conseguido los $\frac{3}{4}$ de la colección completa. Veámoslo gráficamente:



Así, podemos darnos cuenta que la fracción resultante también está expresada en cuartos porque los dos sumandos son la representación de la fracción parte-todo de una MISMA colección; que matemáticamente sería equivalente a decir, que las fracciones sumadas hacen referencia a la misma unidad y tienen el mismo denominador, por lo tanto son homogéneas.

Sabremos entonces que basta con sumar los numeradores de las fracciones que sumamos, cuando esta suma es con fracciones homogéneas. Lo mismo sucede con la resta.

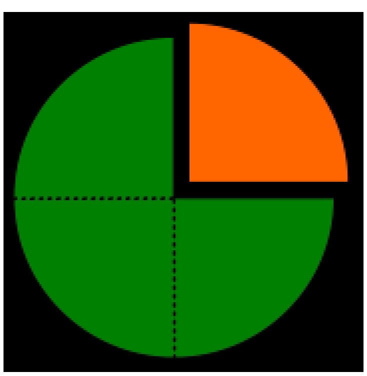
Pero la situación varía cuando vamos a sumar o restar cantidades en diferentes unidades, o con diferentes denominadores. Miremos el siguiente ejemplo:

- Sebastián necesita para remendar una pared, cuatro ladrillos; se dirige a comprarlos y de regreso a casa deja caer un ladrillo rompiéndose por completo. ¿Con qué fracción de ladrillos ha vuelto a casa Sebastián?

Primero debemos saber que, en este caso nuestra unidad de referencia serán los 4 ladrillos (1), y el ladrillo que se quebró es 1 de los 4 ladrillos que en total forman la unidad ($\frac{1}{4}$), lo que indica que la operación a realizar sería $1-\frac{1}{4}$. Como podemos observar aquí la operación no tiene igual denominador, por lo tanto no podremos decir

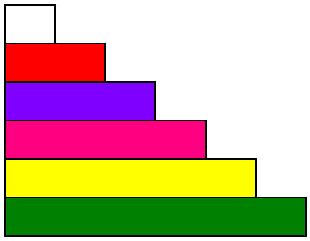
$1-\frac{1}{4}=\frac{1-1}{4}=\frac{0}{4}=0$, porque el 1 no tiene denominador 4; esa sería la solución correcta para la operación $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}$. En el caso de nuestra operación original debemos recurrir a las FRACCIONES EQUIVALENTES, y recordar que este es un proceso MULTIPLICATIVO. En este problema es sencillo el procedimiento a seguir, veamos:

La unidad completa de ladrillos es equivalente a los $\frac{4}{4}$ de la unidad, y si a estos $\frac{4}{4}$ le restamos $\frac{1}{4}$ tendremos que $\frac{4}{4}-\frac{1}{4}=\frac{4-1}{4}=\frac{3}{4}$. Observemos gráficamente:



Como dijimos anteriormente, nuestra operación fue sencilla de resolver porque a la unidad se le pueden encontrar fácilmente infinitas fracciones equivalentes ($1=\frac{1}{1}=\frac{2}{2}=\frac{3}{3}=...=\frac{n}{n}$), y de esas infinitas equivalentes escogimos la que tenía denominador 4, porque era el denominador de la otra fracción que teníamos que operar.

Suele suceder, que se presentan casos en los cuales no basta con hacer equivalente una de las fracciones, sino que ambas se deben intervenir para tener un número de particiones común unidad común para expresar la respuesta.



Intentemos realizar la suma $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

Como no son fracciones homogéneas, la respuesta no se puede expresar ni en medios ni en tercios, por lo que debemos hallar fracciones equivalentes. Este proceso lo podemos entender más fácilmente desde las regletas. Allí, encontraremos una regleta en la cual quepan exactamente la regleta roja y la violeta (que sirva para medir medios y tercios a la vez). Este proceso nos informa que la regleta verde es la indicada para medir medios y tercios exactamente, así que nuestra respuesta estará dada en sextos, puesto que es la unidad común a las partes de la suma. Si representamos ahora la fracción $\frac{1}{2}$ en sextos, tenemos que $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, y al representar $\frac{1}{3}$ en sextos tenemos que $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$. Por lo que nuestra operación ahora se ha convertido en $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$, no siendo más que una sencilla operación de fracciones equivalentes que arrojaría como resultado la fracción $\frac{5}{6}$. A continuación notemos algunas particularidades de este procedimiento:

- La fracción $\frac{1}{2}$ fue amplificada por el factor 3, que es el denominador de la otra fracción a sumar, análogamente la fracción $\frac{1}{3}$ fue amplificada por el factor 2, que era el denominador de la otra fracción a sumar.
- Al ser multiplicadas de esta manera, el denominador de ambas fracciones será el mismo cuando sean amplificadas y así lo único que varía son sus numeradores.
- El numerador de la fracción resultante es la suma de la amplificación de los numeradores originales.

Esto que mencionamos anteriormente se cumple para toda suma o resta de fracciones heterogéneas, y se representa simbólicamente así:

Sean $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ fracciones cualquiera, con b y d diferentes de cero, se cumple que

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} \pm \frac{bc}{bd} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

El anterior, es llamado el algoritmo para la suma de fracciones, y será de fundamental uso durante este año lectivo.

Comprobemos el algoritmo con la siguiente resta de fracciones: $\frac{3}{4} - \frac{1}{5}$

Utilizando el algoritmo tenemos que $\frac{3}{4} - \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{20} - \frac{4 \cdot 1}{20} = \frac{15-4}{20} = \frac{11}{20}$. Miremos ahora desde el procedimiento original.

20 es común múltiplo entre 4 y 5, o lo que es lo mismo, 20 es adecuado para medir cuatros y quintos, por esto será el denominador. Al amplificar la fracción $\frac{3}{4}$ por el factor 5 (para que el denominador sea efectivamente 20) tenemos que $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$, y al amplificar $\frac{1}{5}$ por el factor 4, tenemos que $\frac{1}{5} = \frac{4}{20}$, por lo que nuestra operación ahora no es más que la resta de dos fracciones homogéneas así: $\frac{15}{20} - \frac{4}{20} = \frac{11}{20}$

Como pudimos observar tenemos la misma respuesta a la operación utilizando el procedimiento de amplificación y el recursivo algoritmo para la suma y resta de fracciones.

Ahora utiliza el algoritmo para la suma y resta de fracciones heterogéneas en las siguientes operaciones:

1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$
2) $\frac{7}{6} - \frac{2}{5}$
3) $\frac{1}{3} + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4}\right)$
4) $\frac{1}{2} + \frac{3}{11} + \frac{5}{11}$
5) $2 + \frac{3}{5}$

Reflexiona…

¿Será que el algoritmo para fracciones heterogéneas funciona para fracciones homogéneas? Inténtalo y comprueba resultados. Realiza tus apreciaciones.

¿Ahora entiendes como funciona el modelo de sumar fracciones en el papel?

ANEXO 2. **ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA AL EXPERO EN EDUCACIÓN MARCO TULIO ORTIZ DIEZ.**

a. Presentación de quienes entrevistan y el entrevistado respectivamente.

   Diana carolina castro
   Sergio Andrés Ospina Sánchez
   Marco tulio Ortiz Diez

b. Preguntas realizadas al experto durante el desarrollo de la entrevista.

- **Dificultades que ha encontrado en la enseñanza y aprendizaje del algoritmo de la estructura aditiva de las fracciones.**

- **Contexto desde el cual trabaja las fracciones en el aula.**

- **Importancia que le da al uso del material concreto en la enseñanza y aprendizaje de las fracciones.**

- **La importancia que le da al contexto matemático para la enseñanza y aprendizaje de las fracciones.**

- **La importancia que le da a trabajar partiendo de los errores cometidos por los alumnos.**

ANEX0 3. ENTREVISTA SEMIESTRUCTURADA AL EXPERO EN EDUCACIÓN HECTOR MAURICIO RUIZ VAHOS

a. Presentación de quienes entrevistan y el entrevistado respectivamente.

   Diana carolina castro
   Sergio Andrés Ospina Sánchez
   Daniel Alejandro Aránzazu Zea
   Héctor Mauricio Ruiz Vahos

b. Preguntas realizadas al experto durante el desarrollo de la entrevista.

- El contexto influye dentro del proceso de aprendizaje.
- Importancia de la situación didáctica en el aprendizaje de las matemáticas.
- La importancia del contexto extra-escolar es importante en las situaciones didácticas.
- Preferencia entre lo tradicional (tiza y tablero) y didáctica (situaciones didácticas).
- Importancia de las fracciones.
- Las dificultades de las fracciones en el contexto.
- Importancia del material concreto en las situaciones didácticas.
- El contexto meramente matemático afectaría el trabajo con las situaciones didácticas.

ANEXO 4. ENCUESTA REALIZADA A LOS ESTUDIANTES DE LA I.E.C.M CON RESPECTO A LOS CONCEPTOS PREVIOS QUE TIENEN DE LAS FRACCIONES.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CONCEJO DE MEDELLÍN	UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1803
	ENCUESTA SOBRE LA APROPIACIÓN DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN, SU UTILIDAD EN LA VIDA COTIDIANA Y LA APROPIACIÓN DEL ALGORITMO PARA LA SUMA Y RESTA DE FRACCIONES.	

Lee atentamente y responde las siguientes preguntas de manera <u>consciente</u>:

1. ¿Conoce el concepto de fracción? Explíquelo con un ejemplo.

2. ¿Encuentras las fracciones en tu contexto (casa, colegio, barrio…)? ¿Dónde y cómo? Explica

3. ¿Sabes sumar y restar fracciones homogéneas? Realiza la siguiente resta:
$\frac{1}{8}-\frac{7}{8}$

4. ¿Sabes sumar y restar fracciones heterogéneas? Realiza la siguiente suma:
$\frac{1}{5}+\frac{3}{2}$