

**EL USO DEL CÁLCULO MENTAL EN LA EDUCACIÓN BÁSICA COMO
HERRAMIENTA PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO NUMÉRICO**

CAROLINA ZULUAGA ORREGO

cc.32 259 427

CRISTIAN DAVID RESTREPO VELEZ

cc.98 701 908

VLADIMIR AUGUSTO LÓPEZ MEJIA

cc.71 366 761

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

MEDELLIN

2008

**EL USO DEL CÁLCULO MENTAL EN LA EDUCACIÓN BÁSICA COMO
HERRAMIENTA PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO NUMÉRICO**

**CAROLINA ZULUAGA ORREGO
CRISTIAN DAVID RESTREPO VELEZ
VLADIMIR AUGUSTO LÓPEZ MEJIA**

**Trabajo de Grado para optar por el título de Licenciados en Educación
Básica con énfasis en Matemáticas**

Asesor

Guillermo Silva R.

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
MEDELLIN
2008**

AGRADECIMIENTOS

A la facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, por el apoyo y acompañamiento pedagógico y humano brindado en nuestro proceso de formación académica durante la carrera.

A las Instituciones educativas Javiera Londoño sede Sofía Ospina y Colegio Parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá, por permitirnos vincularnos a través de nuestra práctica a la experiencia pedagógica de cada institución.

A todas las personas que desde sus conocimientos, apoyo y colaboración, acompañaron la realización del presente trabajo, y en especial a todas nuestras familias por estar presentes en cada uno de nuestros planes y proyectos.

TABLA DE CONTENIDO

1. [Justificación](#)
2. [Formulación y planteamiento del problema](#)
3. [Objetivos](#)
4. [Preguntas orientadoras](#)
5. [Metodología](#)
 - 5.1 [Método de investigación](#)
 - 5.2 [Población](#)
 - 5.2.1 [Institución Educativa Javiera Londoño](#)
 - 5.2.1.1 [Macro contexto](#)
 - 5.2.1.2 [Micro contexto \(diurno\)](#)
 - 5.2.1.3 [Micro contexto \(nocturno\)](#)
 - 5.2.2 [Colegio Parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá](#)
 - 5.2.2.1 [Macro contexto](#)
 - 5.2.2.2 [Micro contexto](#)
 - 5.3 [Técnicas](#)
 - 5.3.1 [Entrevista](#)
 - 5.3.2 [Observación](#)
 - 5.4 [Instrumentos](#)
 - 5.4.1 [Guía](#)
 - 5.4.2 [Diario Pedagógico](#)
 - 5.4.3 [Prueba](#)
 - 5.5 [Técnicas de categorización y análisis](#)
6. [Marco teórico](#)
 - 6.1 [Contexto general sobre la educación para adultos](#)
 - 6.2 [Características del pensamiento de los adultos](#)
 - 6.3 [El Currículo](#)
 - 6.4 [Pensamiento Numérico](#)
 - 6.5 [Cálculo mental](#)

7. [Propuesta de intervención](#)
 - 7.1 [Diseño de las situaciones](#)
 - 7.2 [Caracterización y diagnostico del grupo](#)
 - 7.3 [Resultados esperados](#)
 - 7.4 [Resultados Obtenidos](#)
 - 7.5 [Análisis de los resultados](#)
8. [Análisis por categorías de los resultados](#)
 - 8.1 [Grado quinto](#)
 - 8.2 [Grado octavo](#)
 - 8.3 [Grado octavo \(CLEI IV B\)](#)
 - 8.4 [Estrategias Encontradas](#)
 - 8.5 [Análisis comparativo de los resultados](#)
9. [Conclusiones](#)
10. [Bibliografía](#)
11. [Anexos](#)
 - 11.1 [\(A\) Prueba 1](#)
 - 11.2 [\(B\) Ejemplo de prueba](#)
 - 11.3 [\(C\) Situación 1](#)
 - 11.4 [\(D\) Situación 2](#)
 - 11.5 [\(E\) Guía de entrevista a estudiante](#)
 - 11.6 [\(F\) Cuadros del análisis inicial](#)

1. JUSTIFICACIÓN

Para mejorar en el proceso de evolución del pensamiento numérico en la escuela se hace necesario replantear las formas como se relacionan profesores, conocimiento y estudiantes de tal modo que se pase de un modelo transmisionista del conocimiento a uno que involucre las estructuras cognitivas de los estudiantes y les permita construir conocimientos de manera que puedan explorar diferentes significados de los conceptos.

El pensamiento numérico es considerado como eje fundamental de los procesos de enseñanza- aprendizaje en el área de las matemáticas ya que al involucrarse con el contexto de los estudiantes se genera un aprendizaje significativo, útil y al alcance de todos; es por esto, que por medio de la observación directa del trabajo en el aula se pueden evidenciar diferentes situaciones que hacen referencia a la forma como dichos estudiantes manejan las operaciones básicas, los procesos de sustitución, las operaciones de radicación y potenciación, así como el manejo de diferentes propiedades.

Así con la observación e intervención se dio origen a una serie de inquietudes directamente relacionadas con la forma como se enseñan las matemáticas y específicamente, en lo relacionado con el cálculo mental, como este puede ayudarnos a resolver las dificultades encontradas en cuanto al pensamiento numérico; es por ello que por medio de la categorización de las estrategias empleadas por los estudiantes ante diferentes situaciones, pretendemos dar a conocer un trabajo que permita hacer una mejor proyección del cálculo mental en la escuela.

El proyecto da a conocer, los resultados obtenidos por los estudiantes de varias instituciones de educación básica en las cuales se implementaron diferentes situaciones para a partir de estas indagar por la importancia del cálculo mental en la escuela.

2. FORMULACIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Tradicionalmente la enseñanza de las matemáticas se ha presentado de una manera pasiva y memorística, donde el profesor es quien transmite los conocimientos y el estudiante es concebido como un sujeto que debe reproducir el discurso tal y como se le enseñó. Este modelo didáctico, adopta los saberes como únicos y acabados, donde no hay posibilidad que los estudiantes reflexionen e interactúen con el nuevo conocimiento y conciban el aprendizaje como un acto meramente mecánico.

Esta concepción no está de acuerdo con el proceso que es necesario seguir para que los educandos adquieran una comprensión significativa de los conceptos matemáticos, imposibilitándolos para el desarrollo de habilidades que le permitan solucionar diferentes problemas.

Es así como por medio de la observación del trabajo en el aula, se evidencia un bajo dominio conceptual en cuanto al pensamiento numérico, la falta de argumentación en sus respuestas, una mecanización de los algoritmos de las operaciones básicas y pocas habilidades para resolver problemas; lo que permite pensar en el cálculo mental como herramienta fundamental en el desarrollo de los procesos de los estudiantes en cuanto al pensamiento numérico, y tanto por su profundidad en los contenidos numéricos como por su utilidad en el sentido práctico se plantea el siguiente problema: **¿Cuáles son las estrategias que los estudiantes desarrollan en las tareas de cálculo mental que permiten evidenciar el desarrollo del Pensamiento Numérico?**

3. OBJETIVOS

GENERAL:

Promover el desarrollo de habilidades numéricas por medio del cálculo mental, que permitan a los estudiantes de educación básica de las instituciones Javiera Londoño sede Sofía Ospina y Colegio parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá potenciar el pensamiento numérico de modo que mejoren sus estrategias en los procesos de la matemática

ESPECÍFICOS:

- Indagar por las estrategias de cálculo mental que emplean los estudiantes para la resolución de situaciones de aprendizaje - enseñanza.
- Desarrollar una propuesta de intervención que contribuya al desarrollo del pensamiento numérico a través del cálculo mental

4. PREGUNTAS ORIENTADORAS

¿Cuáles son las estrategias de cálculo mental utilizadas por los estudiantes?

¿Cómo pueden desarrollarse habilidades en cálculo mental a través de una propuesta pedagógica que atienda a las necesidades encontradas en la prueba inicial?

¿Cómo las estrategias encontradas en la intervención pedagógica permiten potencializar el desarrollo de habilidades en cálculo mental?

¿Qué avances en los procesos del pensamiento numérico y habilidades en cálculo mental adquirieron los estudiantes durante la implementación de la propuesta de intervención pedagógica?

5. METODOLOGIA

5.1 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN

Desde un punto de vista general y, consciente de su relevante aplicación en el campo educativo, la Etnografía ha sido concebida como la ciencia que estudia, describe y clasifica las culturas o pueblos. El término Etnografía proviene de la Antropología en cuyo contexto ha sido definido como la rama de la Antropología que trata de la descripción científica de culturas individuales. Desde esta perspectiva se distingue a la etnografía como "una teoría de la descripción", concepción, que ha conducido a formar la idea de que la etnografía es sólo un reflejo de la realidad concreta, un dato empírico, absoluto y relativo de acuerdo a categorías que define el investigador.

“En el campo de la investigación socio-educativa la Etnografía constituye una alternativa metodológica que se diferencia de los métodos tradicionalmente empleados en este campo y de los métodos convencionales que por mucho tiempo fueron exclusivamente aceptados y recomendados para la investigación educativa”; por constituir una estrategia no convencional cuyo proceso metodológico se centra más en "lo cualitativo" que en "lo cuantitativo”.

Podríamos sintetizar lo que es la Etnografía en términos de descubrir y describir las acciones de los participantes dentro de su interacción social contextualizada, en el sentido y significado que dan los mismos participantes a sus acciones.

La investigación etnográfica-cualitativa nos permite a través de la observación identificar algunas dificultades y fortalezas que los estudiantes presentan en el aula de clase.

La manera como los estudiantes utilizan el cálculo mental en las diferentes pruebas y actividades propuestas en este proyecto, permite obtener una información y unos datos que nos ayudarán a establecer unas categorías, las

cuales al ser analizadas ayudan a identificar los objetivos que fueron y no fueron alcanzados, y el porqué de los resultados conseguidos.

Es importante tener presente el papel que cumple en nuestro trabajo la apropiación de ésta metodología de investigación porque al ofrecer amplitud de criterios durante el proceso de investigación permite tener mayor claridad en el objeto de estudio, convirtiéndose en un proceso permanente de reflexión para los maestros interesados en descubrir nuevas formas de enriquecer su labor.

Son la etnografía y los métodos cualitativos, quienes constituyen una ayuda para hacer un análisis crítico de los fenómenos educativos que acontecen en el espacio escolar y de esta forma permiten la implementación de propuestas de intervención.

5.2. SOBRE LA POBLACION

Este trabajo reconoce dos diferentes contextos denominados macro y micro contexto, en el macro nos referimos a lo que conforma todo la parte externa del salón de clase, se tiene presente la estructura del colegio y su ubicación espacial y del contexto socio-económico en el que podemos enmarcarla, para tener mas claridad sobre esta información se puede observar el anexo que permitió identificar dicho contexto en particular.

El micro contexto hace referencia al interior del aula y describe tanto los enseres como el comportamiento en general de los estudiantes, su relación con los maestros y con las matemáticas. Lo anterior se realiza con el objetivo de identificar el espacio físico y social de la población de las instituciones que sirvieron de muestra para nuestro proyecto

5.2.1 INSTITUCIÓN EDUCATIVA JAVIERA LONDOÑO SEDE SOFÍA OSPINA

5.2.1.1 MACROCONTEXTO

INSTITUCIÓN: Institución Educativa Javiera Londoño Sede Sofía Ospina.

La actual Institución Educativa Javiera Londoño barrio Sevilla Medellín es el resultado de la fusión de la Escuela Juan del Corral, la Escuela Sofía Ospina de Navarro y el colegio departamental Javiera Londoño, mediante la resolución 16203 de noviembre 27 de 2002 de la secretaria de educación.

La sede alterna Sofía Ospina de Navarro se encuentra ubicada entre la calle 52 (Carabobo) y la calle 67 (Barranquilla) en el barrio Sevilla de la ciudad de Medellín. Sus vecinos más cercanos son: la inspección de permanencia #1, el hospital San Vicente de Paúl, la Universidad de Antioquia, la clínica León XIII y el parque de los deseos.

INFRAESTRUCTURA

La Institución Educativa Javiera Londoño barrio Sevilla cuenta con las siguientes características: La planta física se encuentra dividida en dos sectores, uno para estudiantes de transición y otro para los estudiantes de quinto de primaria en la jornada de la tarde y de octavo grado de la nocturna.

El sector de transición cuenta con tres salones para los tres grupos que hay en la mañana y los dos de la tarde. En esta parte de la institución hay un sector no habilitado que cuenta con una cancha la cual, según los profesores, no se usa por estar muy alejada. De igual forma encontramos los baños, el restaurante escolar; el salón de reuniones y un salón para las danzas de transición; el consultorio psicológico y la oficina de las UAI (Unidad de Atención Integral).

En el sector de primaria podemos hallar la sala de profesores, La sala de sistemas que cuenta con 15 computadores, Seis salones correspondientes a los seis grupos de quinto de primaria que hay en la institución; además, encontramos la cocina de los profesores, dos secciones con baños, un patio pequeño, la tienda escolar, la sala de profesores de la nocturna y la coordinación de la misma.

Mas al fondo hay una cancha con redes de fútbol y baloncesto, y un parque infantil que permanece cerrado.

En el sector que separa las dos partes de la institución (transición y primaria) se encuentra la rectoría y frente a esta encontramos el patio salón lugar donde se realizan las danzas y diferentes actos cívicos.

COTIDIANIDAD INSTITUCIONAL

HORARIO: El horario de la jornada de la tarde es de 12:00 a.m. a 5:00 p.m. y el de la nocturna de 6:15 p.m. a 9: 45 p.m.

DESCANSOS: en la institución hay un solo descanso de 2:30 p.m a 3:00 p.m. para la jornada de la tarde. En cuanto a la jornada del nocturno el descanso era de 7:45 pm a 8:15 pm.

INTENSIDAD HORARIA: se dictad 5 horas de clase diarias en la jornada de la tarde, mientras que en el nocturno cumplen con 4 horas.

JORNADAS: hay tres jornadas académicas una en la mañana, una en la tarde y una en la noche

REFRIGERIO: el refrigerio es el que da la alcaldía llamado vaso de leche

RELACIONES ENTRE ESTUDIANTES: En general las relaciones son buenas aunque en oportunidades se presentan agresiones físicas y verbales entre ellos.

CONTEXTO SOCIO – CULTURAL

La Institución Educativa Javiera Londoño barrio Sevilla, es una institución de carácter público. Los estudiantes de dicha institución son de estrato 1, 2, dado el ingreso de los padres. En la mayoría de las familias trabajan tanto papá como mamá, en diferentes actividades como el comercio, la conducción de autobuses, el reciclaje, las ventas informales entre otras. Algunos estudiantes presentan situaciones de abandono, violación, maltrato, etc.

En general la comunidad, está ubicada en su mayoría en los barrios circundantes como Sevilla, el Bosque, Miranda y viven en no muy buenas condiciones económicas y sociales.

El nivel educativo de la comunidad es variado, algunos padres, solo hicieron su primaria, otros son sólo bachilleres. La mayoría son trabajadores, con la ilusión de ver a sus hijos ser algo más que ellos.

5.2.1.2 MICROCONTEXTO (diurno)

El grado en el que se está desarrollando la práctica es el grado 5º- 4 y 5º- 5 conformados por 95 estudiantes. El estado general del aula es bueno, el salón cuenta con 40 sillas en buen estado, una mesa y una silla para el profesor, un tablero y los implementos de aseo.

Hay tres ventanas con vista hacia la parte de afuera, en uno de los lados hay unas especies de closet pequeños donde según los estudiantes, se guardan papeles de los profesores u otros están sin uso.

El salón está decorado con diferentes carteles y dibujos que hacen alusión a los valores.

5.2.1.3 MICROCONTEXTO (nocturno)

INFRAESTRUCTURA:

El CLEI IV B en el cual se desarrolló la práctica; se encuentra ubicado en un salón que cuenta con un escritorio rectangular y una silla que sirve de apoyo para los útiles, libros y demás elementos que necesitan los profesores para desarrollar su clase; el grupo cuenta con un total de 38 estudiantes matriculados. El salón es lo suficientemente amplio, contando con sillas en buen estado para cada uno de ellos, las filas no siempre están bien ordenadas y junto con el aseo que no siempre está en buen estado, hace que en ocasiones el ambiente se torne desordenado y contribuya a la indisciplina, razón por la cual cada profesor debe procurar el orden de cada aula. El bote de la basura está al lado de la puerta del salón y detrás de la misma hay tres traperas y tres escobas, los estudiantes antes de finalizar la jornada deben utilizar éstos elementos para realizar las labores de aseo del aula, una semana las mujeres y la otra los hombres, ésta dinámica se desarrolla sin inconvenientes bajo la coordinación de un estudiante elegido por el grupo. El salón cuenta con algunos mensajes en carteles pegados a la pared, alusivos al respeto por el prójimo y la buena convivencia.

RELACIONES

- **PROFESOR – ESTUDIANTE:** El profesor de matemáticas del CLEI IV B guarda una relación con sus estudiantes de respeto mutuo, la mayoría de ellos captan sus indicaciones de las actividades a desarrollar, en cuanto a los estudiantes que insisten en interrumpir el desarrollo de las clases y el avance de las mismas con conversaciones en voz alta, risas y algunas veces burlas hacia otros compañeros, busca la manera de persuadirlos para que se interesen en el tema que estén estudiando, si estos insisten utiliza el apoyo del coordinador de disciplina para los correctivos necesarios.
- **ESTUDIANTE – PROFESOR:** El trato que los estudiantes dan al profesor es respetuoso, evitando dirigirse a él en malos términos, la

mayoría de ellos prestan atención, plantean sus dudas con autonomía, resaltando el interés de los estudiantes que ya son mayores de edad, incluso ayudan para el orden general del salón y la disciplina del mismo.

CONTEXTO GENERAL DE LAS MATEMATICAS:

El área de matemáticas en el nocturno de la Javiera Londoño sede Sofía Ospina la dicta dos profesores, los cuales no se reúnen para tratar temas que competen a la materia, es decir, cada uno trabaja de forma independiente, sin tener en cuenta los temas que alcanzaron a estudiar en el CLEI inmediatamente anterior. Puede destacarse que no hubo ninguna actividad organizada especialmente para el aprendizaje de las mismas. Dentro de la institución no hay carteles alusivos a las matemáticas.

CLASE DE MATEMÁTICAS:

Los estudiantes menores de edad provienen de la jornada diurna y que por razones de trabajo o por que fueron expulsados de la misma, terminaron en el nocturno; los estudiantes adultos la mayoría son padres de familia, están trabajando y algunos llevan varios años sin estar en un salón de clase, exceptuando los que provienen del CLEI anterior. La complejidad para desarrollar una clase de matemáticas radica principalmente en la desigualdad tan marcada de los conocimientos previos de cada estudiante. Por ejemplo al mencionar términos como fraccionarios, tipos de fraccionarios, rectas numéricas, numerador y denominador, conjunto numérico entre otros; para el estudiante que provenía del CLEI anterior o de la jornada diurna eran términos familiares, pero en cambio para los estudiantes que después de varios años retomaron sus estudios (la mayoría de los adultos), eran términos prácticamente nuevos o que no recordaban muy bien que significaban, lo que convertía un tema de repaso en un tema nuevo para enseñar. Razón por la cual retrasaba el avance de diferentes temáticas que para éste nivel corresponde a fundamentos del álgebra o temas propios de geometría.

En el proceso de observación de las clases de matemáticas, el profesor exponía el tema a estudiar, haciendo mención del título y posteriormente realizaba ejemplos y ejercicios hasta que de forma casi unánime los estudiantes memorizaban el procedimiento o el algoritmo. Luego proponía algunos ejercicios similares a los explicados por el profesor para que éstos fueran solucionados en la misma aula, en muy pocas ocasiones se designaba tareas por fuera de clase. Lo anterior implica que los estudiantes tuvieron pocas oportunidades de pensar sobre las operaciones ni de establecer una relación de las mismas en el contexto de un problema; limitando en gran parte el aprendizaje de las matemáticas a la memorización de algoritmos y procedimientos.

Los recursos utilizados por el maestro son la tiza y el tablero para explicar diferentes ejercicios, proponer diferentes actividades y evaluaciones al final de cada tema.

5.2.2 COLEGIO PARROQUIAL NUESTRA SEÑORA DE CHIQUINQUIRÁ

5.2.2.1 MACROCONTEXTO

INSTITUCIÓN: Colegio Parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá

HORARIO DE LABORES ESTUDIANTILES: De 7:00 a.m. a 3:00 p.m.

SITUACIÓN: Jornada escolar completa

Ubicación geográfica

Dirección: Diagonal 61 Nro. 78-36

Municipio: Bello

INFRAESTRUCTURA

El Colegio Parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá cuenta con las siguientes características: cada uno de los grupos tiene su respectivo salón, desde pre – jardín, jardín y transición, pasando por toda primaria hasta llegar al grado 11º. Son salones amplios, que tienen similares características, como lo son: el escritorio y silla del profesor, las sillas de los estudiantes, un tablero grande (el cual se trabaja con tiza), los utensilios de aseo y la decoración respectiva de cada una de las aulas. Son 41 aulas en total para los grupos y diferentes aulas de apoyo como la de deportes, tres salas de profesores, un aula de psicología, oficina para capellanía y coordinación de media técnica. Así mismo, hay otras dependencias como cafetería, laboratorio de física, química y ciencias naturales (2), la biblioteca, que ahora cuenta con un salón social de apoyo, el cual es utilizado para diferentes actividades. Esta la rectoría, la coordinación, tanto de primaria como de bachillerato; la tesorería y secretaría integradas en un área. Así mismo contiene pares de baños en estado regular, tres en la sección de bachillerato, y un par en la sección de primaria, además en una de las salas de profesores hay un baño, de la misma forma existen tres baños independientes que usan tanto profesores como estudiantes. Un salón capilla utilizado generalmente para las diferentes reuniones propuestas, la institución tiene también un coliseo, y dos patios, y en uno de ellos recientemente se ha construido una piscina para el esparcimiento de los estudiantes.

COTIDIANIDAD INSTITUCIONAL

JORNADA ESCOLAR

- PRE-ESCOLAR: De 7:00 a.m. a 12:45 p.m.

Las horas son de 60 minutos y las organiza el titular de grupo, tiene dos descansos cada uno de medida hora: de 8:00 a 8:30 y de 11:00 a 11:30

- BÁSICA PRIMARIA: De 7:00 a.m. a 1:00 p.m. 5 horas de 60 minutos cada una dos descansos así: de 8:00 a 8:30 y 11:00 a 11:30.
- BÁSICA SECUNDARIA: De 7:00 a.m. a 2:00 p.m. 6 horas de 60 minutos cada una y dos descansos así 8:30 a 9:00 y de 11:30 a 12:00.

CONTEXTO SOCIO – CULTURAL

El colegio Parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá, es una institución de carácter privado. Los estudiantes de dicha institución son de estrato 1, 2 y 3, dado el ingreso de los padres. En la mayoría de las familias trabajan tanto papá como mamá, en diferentes actividades como el comercio, la educación entre otras. Las viviendas de este sector son típicas de un municipio subdesarrollado y con ganas de progresar. Los servicios sanitarios son cómodos, y tienen lo necesario para satisfacer las necesidades de los habitantes de este sector.

En general la comunidad chiquinquireña, ubicados la gran mayoría en el barrio Niquía, vive en un ambiente regular, no faltan los envidiosos, los que generan chismes, las diferencias entre familias por diferentes circunstancias, existe muy poco apoyo, y si lo hay es buscando cualquier otro interés, se busca el bienestar particular y no el general.

Los estudiantes del Colegio Parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá son personas con grandes valores culturales, son personas íntegras para la sociedad, gustan de diversos tipos de música que confrontan el devenir de las actividades. Se promueven en la institución grupos como las danzas, grupos de teatro, de música, diferentes semilleros de deportes como baloncesto, microfútbol y natación. En la comunidad chiquinquireña se celebran algunas festividades como: las fiestas patronales, mes mariano, mes bíblico, día del amor y la amistad, día del alumno chiquinquireño, día de la mascota entre otras.

El nivel educativo de la comunidad es variado, algunos padres, solo hicieron su primaria, otros son sólo bachilleres y muy pocos son profesionales que ejercen su labor de profesionales. La mayoría son trabajadores, con la ilusión de ver a sus hijos ser algo más que ellos.

5.2.2.2 MICROCONTEXTO

INFRAESTRUCRURA:

El grado en el que se está desarrollando una de las prácticas es el grado 8º; cuenta con un escritorio rectangular (cada uno de los salones a los cuales ha de desplazarse quien está en función de la práctica), con una silla que sirve para los docentes que van a dar clase allí; para los 50, 44 y 46 estudiantes de 8ºA, 8ºB, 8ºC, respectivamente, esta la respectiva silla de estudiante en excelente estado, y además de eso muy cómodas, que permiten la organización de cada uno de los estudiantes en sus respectivas aulas de clase, estos tres salones en los cuales se realiza la práctica cuentan con el rincón de aseo, poco organizado y en general cada una de las aulas está llena de basuras, lo cual no permite que las clases se desarrollen en su totalidad, ya que es deber del docente exigir la organización de las aulas. Cada salón tiene su respectiva decoración, según lo propuesto por el titular de grupo y de los estudiantes en común acuerdo.

RELACIONES

- PROFESOR – ESTUDIANTE: El trato del profesor con los estudiantes es muy cordial, procurando siempre escucharlos para que la relación sea más amena y por ende la clase sea más fructífera; su lenguaje es apropiado y respetuoso facilitando así la comprensión de los temas impartidos en el área.
- ESTUDIANTE – PROFESOR: El trato que los estudiantes dan al profesor es respetuoso y orientado hacia los buenos hábitos de la institución. Son personas manejables que comprenden quien es la autoridad y el respeto que se debe tener hacia ella.

CONTEXTO GENERAL DE LAS MATEMÁTICAS

En el aula de clase se evidencian carteles relacionados con el área matemáticas, que fueron propuestos por el profesor para una mejor comprensión del tema factorización, y que enriquecen la visual del estudiante para que vea en las matemáticas un área de aprendizaje de gran importancia y no algo a lo que le deben tener miedo, y no puedan lograr aprender. Además, en la institución hay carteleras que estimulan el aprendizaje de las matemáticas.

METODOLOGÍA

La metodología y didáctica, cuentan con una gran variedad de implementos que ayudan a la interiorización de los contenidos; ya que para cada una de las clases, fuera de la parte teórica que se maneja en cuanto a los conceptos y ejercicios, también se hace una parte experimental con materiales u objetos del medio.

Las clases normalmente comienzan con la retroalimentación del tema anterior, y se busca siempre que el estudiante comprenda que son temas de gran facilidad y de gran importancia que le permitirán crecer en su formación y que por ser este un tema de matemáticas le servirá en su proceso para lo que se viene en cuanto a estudio matemático se refiere. Es de notar, que el docente trata de introducir a los estudiantes el tema, dándoles a conocer ejercicios donde ellos mismos tratan de resolverlos, luego el profesor trata de ambientarlos dándoles una explicación completa, seguidamente la apreciación teórica a partir de los textos y posteriormente el trabajo es de los estudiantes, por medio de diferentes actividades propuestas.

5.3. TÉCNICAS

5.3.1 ENTREVISTA: Consiste en una conversación formal (grabada) entre un representante del grupo investigador y los estudiante y docentes seleccionados para tal efecto. Esta entrevista ha de servir para tener un conocimiento previo de algunos estudiantes, acerca del área de matemáticas y del profesor que la dicta, además de tener un conocimiento más cercano acerca del tema de investigación como lo es el cálculo mental.

5.3.2 OBSERVACIÓN: Gloria Serrano define la observación como un proceso que requiere atención voluntaria e inteligente orientada por un objetivo Terminal y organizador, y dirigido hacia un objeto con el fin de obtener información.

En nuestro proyecto se utilizó la observación participante vinculándonos directamente con el grupo de un forma directa a partir del trabajo en el aula, por medio de la implementación de estrategias metodológicas, con el fin de conocer el grupo y así tener unas bases para realizar las clases, además de prestar atención al papel del docente y confrontarlo con las entrevistas. Como maestros en formación, y ya que a algunos se les permitió hacer la práctica en el lugar en el cual realizan su labor como docente de matemáticas, la observación se llevó a cabo en ambos aspectos, como maestro en formación y como docente, lo que permitió ponerse en los dos roles para tratar de hacer un buen desarrollo del tema que nos compete en la práctica. Es de notar que primero uno como observador, ha de ponerse metas de cómo trabajar en ciertos aspectos partiendo de lo puede palpar, y como observador simplemente se es un agente externo de las cosas, sin necesidad de hacer grandes intervenciones.

5.4. INSTRUMENTOS

5.4.1 GUIA: Consiste en una encuesta escrita, organizada para indagar una información deseada. Los resultados de esta encuesta serán cotejados con los datos obtenidos en los demás instrumentos utilizados en la investigación.

El cuestionario se utilizará con el fin de hacer la entrevista anteriormente descrita, esta se tendrá de manera escrita.

5.4.2 DIARIO PEDAGÓGICO: Es el instrumento que favorece la reflexión sobre la labor docente, llevando a la toma de decisiones acerca del proceso de evaluación y la relectura de los referentes, acciones estas normales en un docente investigador, constituyéndose de esta forma el diario pedagógico en un agente mediador entre la teoría y la práctica educativa, que favorece el establecimiento de conexiones significativas entre conocimiento práctico, significativo, académico.

El diario nos ha permitido nombrar día a día, los hechos más importantes de que dan cuenta los estudiantes, desde las estrategias utilizadas por ellos hasta las diferentes anécdotas que se presentan, además como recurso para hacer un análisis más profundo y completo.

La estructura del diario pedagógico adoptada en nuestro proyecto es:

Fecha: en este espacio se coloca la fecha en la cual se realiza la clase

Hora: aquí se escribe la hora en la cual se da la clase

Grupo: se escribe el grupo en cual se está haciendo la intervención

Tema o contenido: aquí se escribe el tema a trabajar en la clase

Actividades: son las actividades realizadas durante la clase

Objetivo: es lo que se pretende alcanzar después de dictar la clase

Recursos: son los materiales físicos utilizados para las actividades

Descripción de las actividades: en este espacio se dan todos los detalles de lo ocurrido durante la clase sin hacer juicios valorativos

Reflexión: aquí se hace un análisis a partir de la descripción y de los memos analíticos que son un instrumento cuyo objetivo es identificar regularidades en el pensamiento de los estudiantes, es decir, en algo que puede considerarse como repetitivo en el pensar y en el desarrollo de una

clase específica donde haya una aplicación de cálculo mental. Nos permite además de esclarecer conceptos y enriquece también las categorías de análisis y de interpretación de la información.

5.4.3 PRUEBAS: Las pruebas consisten en desarrollar un tema específico en el cual era posible identificar una categoría y un objetivo claro sobre el cálculo mental. Las pruebas se diseñaban a partir de las temáticas pertinentes para los grados en los cuales nos encontrábamos en la práctica en las diferentes instituciones, convirtiéndose incluso en una herramienta didáctica para potenciar el pensamiento numérico pues el objetivo era obtener información relacionada con la implicación que tiene el cálculo mental para lograr lo anterior.

(Ver anexo A)

5.5. TÉCNICAS DE CATEGORIZACIÓN Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

El análisis de los datos cualitativos consta de tres etapas: descripción, análisis e interpretación. La descripción tiene que ver con los datos tal cual se obtuvieron, es decir releer los procedimientos que realizaron los estudiantes, en nuestro caso, se escribieron las vivencias y respuestas de los estudiantes tal y como sucedieron sin tomar posición. “El análisis va más allá de la descripción, usando métodos para transformar los datos. A través de este proceso, el investigador lleva los datos más allá de la descripción. Con el análisis, el investigador identifica las características y describe las interrelaciones entre ellas” (Wolcott, 1994) para este proyecto el análisis se realizó en un principio sobre las descripciones realizadas en el diario pedagógico y luego se realizó un análisis crítico de los resultados obtenidos en la aplicación de las situaciones. “Durante la interpretación, el investigador ofrece su particular versión de lo que ha pasado. Se centra en la comprensión de los datos y la explicación va más allá de lo que puede ser establecido con certeza” (Coffey y Atkinson, 1996; Wolcott, 1994); la intervención en este proceso se realizó por medio de situaciones de aprendizaje basadas en el cálculo mental.

Para el análisis de nuestra investigación se tomará una muestra, entendida esta como: “La Muestra, en estadística, es el conjunto de individuos extraídos de una población con el fin de inferir, mediante su estudio, características de toda la población. Se dice que una muestra es representativa cuando, por la forma en que ha sido seleccionada, aporta garantías suficientes para realizar inferencias fiables a partir de ella”¹. De igual forma y a partir de esta muestra, se tendrán en cuenta las diferentes pruebas que se desarrollaron para ser aplicadas a los estudiantes de cada grupo en el que se desarrollo el proyecto en las diferentes instituciones es un punto de suma importancia para el posterior análisis de la información obtenida. Los resultados son tomados como una fuente fidedigna y objetiva para enriquecer las diferentes categorías que conforman nuestro proyecto además de ser una parte fundamental del procesamiento de la información adquirida con base a lo descrito por Miguel Martínez en el método de investigación cualitativa.

Las técnicas de recolección y procesamiento de la información, según Miguel Martínez (La Investigación Cualitativa Etnográfica en Educación.1991. Pág. 49-53) sirven como guía en nuestro proyecto de investigación, por tanto las categorías generales utilizadas para el desarrollo de dicho proyecto serán: Ejercitación de algoritmos y procedimientos, comprensión de conceptos, y resolución de problemas. Estas fueron escogidas durante el proceso de práctica por todos los participantes del seminario teniendo en cuenta que estas abarcaran los temas a tratar durante la investigación.

A partir de las categorías antes mencionadas y con la información recolectada por medio de las técnicas e instrumentos se procederá a la interpretación de los datos obtenidos.

¹ [http://es.wikipedia.org/wiki/Muestra\(estad%C3%ADstica\)](http://es.wikipedia.org/wiki/Muestra(estad%C3%ADstica))

6. MARCO TEORICO

“Desde las primeras nociones numéricas que enseñamos a nuestros pequeños sobre la secuencia de los números naturales hasta su culminación en unos estudios superiores, nuestros niños, adolescentes y jóvenes reciben una parte de su herencia cultural a través de un sistema organizado que llamamos “educación matemática”, que esta sostenido por una comunidad educativa, científicamente cualificada, que denominamos comunidad de educadores matemáticos” (Luis Rico, 1992).

La educación matemática es entonces una actividad tan antigua como la matemática misma, desde Pitágoras hasta Euclides se preocuparon por ella y como todas las especialidades que hacen parte del mundo de las matemáticas, la educación matemática ha evolucionado y se ha ido transformando de tal manera que ha crecido el interés por abordar los temas concernientes a las actividades de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas de los niños jóvenes y adultos.

Para Steiner (Steiner. 1985, vol. 5 #2, pp.11-17) la educación matemática, además de ser una disciplina científica, también es un sistema social interactivo que comprende teoría, desarrollo y práctica. Esta disciplina encierra “el complejo fenómeno de la matemática en su desarrollo histórico y actual y su interrelación con otras ciencias, áreas prácticas, tecnología y cultura; la estructura compleja de la enseñanza y la escolaridad dentro de nuestra sociedad, y las condiciones y factores altamente diferenciados en el desarrollo cognitivo y social del alumno” (Steiner. 1984, p. 16) .

Los Lineamientos Curriculares de matemáticas del M.E.N proponen una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que además de hacer un énfasis en el aprendizaje de los conceptos y procedimientos tenga en cuenta los procesos de pensamiento aplicables y de utilidad para aprender cómo aprender para que de esta forma las personas le puedan dar sentido a todo lo que los rodea.

“El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las demás”(M.E.N 1998).

Por esto es importante conocer el ámbito en el que los estudiantes se desenvuelven y para ello es esencial conocer los contextos en lo que se genera la educación, de la cual solo explicitaremos la de adultos por ser la menos conocida, y la forma como cada sujeto aprende:

6.1 Contexto general sobre la educación para adultos

Para tener una idea general sobre la educación para adultos, y de cómo se lleva a cabo en las instituciones educativas que pueden impartirlas en Colombia, como es el caso de la Javiera Londoño (Sede Sofía Ospina), es importante tener presente que se estudia bajo el esquema de los Ciclos Lectivos Especiales Integrados (CLEI) que según el ministerio de Educación Nacional son unidades curriculares estructuradas, equivalentes a determinados grados de educación formal regular; constituidos por objetivos y contenidos pertinentes, debidamente seleccionados e integrados de manera secuencial para la consecución de los logros establecidos en el respectivo PEI.

El Decreto 3011 de 1997 al referirse a los ciclos lectivos especiales integrados CLEI no hace referencia a semestralización sino a la correspondencia que los ciclos tienen con relación a los grados anualizados en la educación formal regular.

En cuanto a los cursos de educación no formal que reciben los jóvenes y adultos ofrecidos en la misma institución o mediante convenio con otras instituciones no pueden ser homologados como educación semipresencial, ya que estos programas complementarios no hacen parte de la Educación Formal de Adultos.

En la actualidad al Ministerio de Educación está elaborando los lineamientos para dar las orientaciones sobre la evaluación en la Educación Formal de Adultos. Es decir que aún está en desarrollo de algunas propuestas que irán consolidando el campo de la enseñanza para los ciudadanos mayores de edad que desean terminar su bachillerato.

6.2 Características del pensamiento de los adultos

Nuestro referente teórico acerca del pensamiento del adulto y de su aprendizaje, se basan fundamentalmente en la teoría expuesta por Antonio Corrales citado por Jhony Villa y Guillermo Tabares en su Tesis, que nos habla de la enseñanza y el aprendizaje del concepto de Variable en el contexto de la educación para adultos, allí se describe el pensamiento Dialéctico (sinónimo de pensamiento adulto), donde dice que “más allá del estadio formal Piagetiano, el sujeto continua evolucionando dicho pensamiento, mediante el dialogo a nivel cognitivo que el adulto efectúa cuando tiene ante sí distintas alternativas de solución”.

Según Corrales la teoría Piagetiana sobre el pensamiento lógico formal estadio cuarto del desarrollo cognitivo de la mente, es insuficiente para dar cuenta de la riqueza del pensamiento del adulto. Además considera que durante la vida adulta se consolidan formas de pensar dialécticas complementarias de las operaciones lógico formales. “Algunas investigaciones parecen mostrar que el sujeto construye a lo largo de la vida adulta operaciones dialéctico relativistas para adaptarse mejor a la realidad”.

Con respecto a la teoría cognitiva de Piaget, cabe recalcar que éste trabajó con niños y adolescentes, muy diferentes a los sujetos de la población adulta donde se realizó la intervención que son personas con un recorrido social, generalmente con experiencia laboral, con una forma de concebir la vida muy diferente a los anteriores.

Algunas de las características más importantes sobre el pensamiento dialéctico de los adultos que nos presenta Corrales, en sujetos analizados en el rango de edades entre los 25 a 34 años, edades de las cuales se encontraba la mayoría de los adultos del nocturno de la Javiera, son:

*No es algorítmico. Las formas como resuelven empíricamente problemas de la cotidianidad, son llevadas por extensión al aula de clase.

*Admite la ambigüedad.

*En su pensamiento aún perviven rasgos de las operaciones concretas.

*Arrastra ideas previas a veces erróneas.

*Tiene lagunas importantes. No dispone de los prerrequisitos ó conocimientos necesarios para afrontar con éxito nuevos dominios.

También es importante mencionar la afirmación de J.R.Kidd (1979), quien al buscar razones por las cuales los adultos procuran trabajar en grupos de estudio, dice “las personas de edad parecen tener menos confianza en sí mismas que los jóvenes. Este resultado es debido no sólo a cierta declinación de la capacidad física, sino también de la aceptación del estereotipo del adulto. A su vez éste autor cita el aporte de Thorndike (1928), habla de que la capacidad de aprendizaje decae ligeramente entre los 25 y los 42 años.

Lo anterior nos permite observar que los autores coinciden en que el pensamiento lógico-formal propuesto por Piaget experimenta declive en los adultos.

6.3 EL CURRÍCULO

Por otra parte y debido a la necesidad de hacer una relación entre lo que se aprende y lo que se vive en la cotidianidad teniendo una visión global e integral del quehacer matemático los Lineamientos Curriculares proponen un currículo organizado en un todo armonioso teniendo en cuenta unos **procesos generales** que tiene que ver con el aprendizaje como lo son el razonamiento, la comunicación, la modelación, etc., un **contexto** que tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante; y unos **conocimientos básicos** que se relacionan con el desarrollo de los diferentes pensamientos (numérico, espacial, métrico, aleatorio y Variacional) y los respectivos sistemas propuestos por la

Renovación Curricular (numérico, geométrico, de medida, de datos, algebraico y analítico).

6.4 PENSAMIENTO NUMÉRICO

Teniendo en cuenta que la enseñanza- aprendizaje de las matemáticas se da sin agotar ni aislar un pensamiento del otro McIntosh (1992) afirma que “el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”

De igual forma Vasco en su texto “Las matemáticas escolares en el año 2001” define el pensamiento numérico como esa capacidad para darle sentido a los números y manejarlos mentalmente en forma flexible y creativa.

Este pensamiento es potencializado por los sistemas numéricos mediante un proceso que se realiza continuamente en una interacción del sujeto con el medio; incluye el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones y estimaciones, los órdenes de magnitud en actividades cotidianas, como el cálculo mental y escrito a partir de contextos que permiten al estudiante aplicar determinado algoritmo de manera más comprensiva.

El MEN en los Lineamientos curriculares asevera que este pensamiento “se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos, y se manifiesta de diferentes maneras de acuerdo con el desarrollo del pensamiento matemático” por esta razón el hecho de limitar su aprendizaje a la adquisición de algoritmos sería una tarea insuficiente, puesto que se está dejando de lado los procesos de reflexión y análisis que deben asumir los estudiantes y por ende la posibilidad de trascender dicho aprendizaje a situaciones reales ya que las bases

sólidas que el estudiante construye del pensamiento numérico enriquecido con la comprensión del sistema de numeración decimal y las operaciones y relaciones que establece con los diferentes objetos matemáticos; son los principios que rigen al cálculo (Gómez, Bernardo 1999).

Los lineamientos proponen el desarrollo del pensamiento numérico en la escuela a partir de tres grandes ejes:

Comprensión de los números y la numeración.

Comprensión del concepto de las operaciones.

Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

1. COMPRENSIÓN DE LOS NÚMEROS Y LA NUMERACIÓN

"La comprensión de conceptos numéricos apropiados se puede iniciar con la construcción por parte de los alumnos de los significados de los números, a partir de sus experiencias en la vida cotidiana y con la construcción de nuestro sistema de numeración teniendo como base actividades de contar, agrupar y el uso del valor posicional" (MEN, lineamientos curriculares, 1998. P. 45).

Los números tienen distintos significados de acuerdo al contexto en el que se emplean: Como secuencia verbal(uno, dos, tres...), para contar(se asocia a un elemento de un conjunto de objetos), como cardinal(describe la cantidad de elementos de un conjunto), para medir(describe la cantidad de unidades de alguna magnitud continua), como ordinal(describe la posición relativa de un elemento en un conjunto), como código o símbolo(se utilizan para distinguir clases de elementos) o como una tecla(con el uso de las calculadoras y los computadores).

2. COMPRENSION DEL CONCEPTO DE LAS OPERACIONES

Dentro del currículo de matemáticas las operaciones que se desarrollan en el contexto de la educación básica son: adición, sustracción, multiplicación y división

de números naturales. Para los procesos de aprendizaje se propone el uso de situaciones de la vida cotidiana para, por medio de estas, llegar a la adquisición de los modelos, propiedades y efectos de cada operación.

De igual manera se hace evidente la necesidad de comprender dichas operaciones de una forma gradual, así como conocer y manejar las propiedades matemáticas de las operaciones, la comprensión del efecto de las operaciones y la comprensión de las relaciones entre operaciones antes mencionadas. “Reflexionar sobre las interacciones entre las operaciones y los números estimula un alto nivel de pensamiento numérico” (MEN 1998).

3. CALCULO CON NUMEROS Y APLICACIONES DE NUMEROS Y OPERACIONES

Su finalidad principal es la resolución de problemas, ésta suscita en los estudiantes el desarrollo de procesos de pensamiento más complejos y la aplicación de procedimientos informales ajenos a las operaciones usualmente utilizadas. El aprendizaje de las operaciones en la escuela se ha dado de una forma mecánica limitándose al trabajo del cálculo mediante el uso de lápiz y papel, dejando de lado las relaciones que se establecen entre números y el significado de las operaciones, y sin pensar en el uso de situaciones y problemas prácticos.

Es de gran importancia que se potencialice el desarrollo de diferentes destrezas de cálculo, como el cálculo mental, la aproximación, la estimación, etc., donde de algún modo los estudiantes puedan crear sus propias estrategias, métodos y algoritmos para aplicarlos en cada situación.

Cabe aclarar que cuando hablamos de cálculo mental no sólo estamos haciendo referencia a las operaciones hechas en la mente. Aquí se entiende el cálculo mental como “El conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan, sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados”²

² Parra, Cecilia. Cálculo mental en la escuela Primaria. En: Didáctica de matemáticas. 1993

6.5 CALCULO MENTAL

De el cálculo mental podemos decir que ha sido poco teorizado, por tanto hay mucho que investigar sobre su papel dentro de la construcción de los conocimientos matemáticos; hablar de cálculo mental crea diferentes expectativas y reacciones de todo tipo, por lo cual podemos hallar varias definiciones y/o concepciones acerca de este tema, entre las más comunes encontramos que el cálculo mental o cálculo pensado, es el cálculo callejero, cotidiano, el que se refiere a la solución de situaciones cotidianas *sin la ayuda de lápiz y papel*.

Para algunos autores como Bernardo Gómez, el cálculo mental se trabaja con datos exactos y “se caracteriza por el uso de métodos de cálculo alternativos a los de columnas. Estos métodos encuentran su fundamento en las propiedades de las operaciones y en las propiedades de los números derivadas de los principios del sistema de numeración de base diez. Los métodos de cálculo mental no son básicamente diferentes de los métodos de cálculo escrito; y por tanto, que no hay una línea divisoria entre ellos. En otras palabras, son los mismos métodos, pero es el uso mental o escrito que se hace de ellos lo que los denomina”.

De igual forma Cecilia Parra anota al respecto: el cálculo mental favorece que los alumnos creen un vínculo más personal con el conocimiento matemático, dejando este de ser “un conocimiento cerrado y ya construido para ser más bien como una aventura de conocimiento y compromiso”. (PARRA, Cecilia, 1994, 233). Además afirma que “los procedimientos del cálculo mental se apoyan en las propiedades de las operaciones, y ponen en juego diferentes tipos de escritura de los números, así como diversas relaciones entre los números” (Cecilia Parra – cálculo mental en la escuela primaria).

Enrique Castro; Luis Rico y otros, proponen un camino sistemático sobre la enseñanza aprendizaje del cálculo mental, planteando diferentes reglas y/o estrategias que facilitan el uso del cálculo mental en la escuela, y así aparece la

Estimación definida por estos como “un juicio de valor del resultado de una operación numérica o de la medida de una cantidad, en función de circunstancias individuales que lo emite” del cual se pueden diferenciar dos tipos: la estimación en cálculo también llamada calculo estimativo, la cual se refiere únicamente a las operaciones aritméticas y a los juicios que pueden establecerse sobre sus resultados; y la estimación en medida que en este caso se refiere, a los juicios que pueden establecerse sobre el valor de una determinada cantidad o bien la valoración que nos merece el resultado el resultado de una medida. Al respecto Laurent (1976) afirma que “la estimación es la habilidad mental para hacer conjeturas en cálculo y medida con una formación previa”. De igual forma podemos encontrar diferentes características que resumen lo que se conoce como Estimación: Consiste en valorar una cantidad o el resultado de una operación; el sujeto que debe hacer la valoración tiene alguna información, referencia o experiencia sobre la situación que debe enjuiciar; la valoración se realiza por lo general de forma mental; se hace con rapidez y empleando números lo más sencillos posibles; el valor asignado no tiene que ser exacto pero sí adecuado para tomar decisiones, el valor asignado admite distintas aproximaciones, dependiendo de quién realice las aproximaciones

Rico y otros también afirman que este término implica otro denominado **Aproximación** definido por ellos como “la búsqueda de un dato numérico suficientemente preciso para un determinado propósito”. Y es en este sentido donde se evidencia la relación entre ambos conceptos así entonces “la aproximación es una parte importante de la estimación, pero no la agota. Lo que restringe el concepto de Aproximación respecto al de estimación consiste en que la Aproximación se ocupa de determinar un valor numérico y su grado de proximidad a otro valor numérico no utilizable directamente por alguna causa, y nada mas.” Según Rico, las cuatro principales causas que obligan a estimar son: la imposibilidad de un valor exacto; la imposibilidad de un tratamiento numérico exacto; las limitaciones humanas y carencia de medios; y la consistencia de la información. La estimación es entonces una “estrategia para trabajar con números

en situaciones reales, que nos permite hacer una asignación rápida de valores numéricos manteniendo al mismo tiempo un cierto control sobre la validez de esa valoración. Por ello mismo la estimación está tan extendida como el uso del número” y de igual forma contribuye a potenciar el uso de las matemáticas en la vida diaria y a mejorar el pensamiento ya que su uso potencia el empleo e intervención de estrategias propias contribuyendo en el proceso general de la resolución de Problemas.

De igual forma podemos encontrar diferentes estrategias de estimación en cálculo algunas de ellas son: la **compensación** referida a los ajustes que reflejan las variaciones numéricas resultado de la reformulación o traslación realizada, es decir, se reduce el error producido en un sentido al aproximar uno o varios datos, equilibrándolo con un error en sentido contrario, actuando sea sobre datos diferentes o sobre el resultado; la **descomposición y recomposición** consistente en descomponer los números de forma que luego faciliten una composición general más sencilla.

Estas, además del **cálculo exacto** entendido como aquel que “trabaja con datos exactos y cuya respuesta es de igual forma exacta”; y la **solución de problemas** vista desde la mirada de Luis Rico como “la puesta en marcha de un proceso complejo de ajuste de la información disponible, de recuperación y transformación de otras afirmaciones y, finalmente, de acomodación de la cuestión planteada dentro del esquema elaborado con la información tratada. Al establecer una relación adecuada entre los datos disponibles y el dato que se busca, éste queda delimitado y caracterizado. Cuando esa caracterización nos da una información suficiente para las necesidades de la cuestión inicialmente planteada, se dice que hemos resuelto el problema, y la información básica se llama solución del problema”; constituyen para nuestro proyecto unas subcategorías enmarcadas en unas categorías generales definidas como: la **Ejercitación de algoritmos y procedimientos** en el cual se entiende por algoritmo al “conjunto ordenado y finito de operaciones que permite hallar la solución de un problema”. (Microsoft® Encarta® 2007) y por procedimientos “los conocimientos en cuanto a actuaciones, a las destrezas, estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas; así

la ejercitación de estos se refiere a la capacidad que debe tener el estudiante para ejecutar tareas matemáticas que suponen el dominio de los procedimientos y algoritmos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas” (M.E.N. Lineamientos Curriculares); la **Comprensión de conceptos** se refiere al buen manejo que se tiene de los conceptos matemáticos y de las operaciones y relaciones que estos conceptos traigan, y **Resolución de problemas** que según Polya se refiere a “encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, encontrar la forma de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no es conseguible de forma inmediata, utilizando los medios adecuados”

Para nuestro proyecto entenderemos por cálculo mental el definido según Cecilia Parra como “un conjunto de procedimientos que analizando los datos por tratar, se articula, sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados”. De igual manera utilizaremos las diferentes definiciones de las estrategias de cálculo mental tomadas como subcategorías y las respectivas categorías definidas en párrafos anteriores.

7. PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Los procesos de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas deben permitir que los estudiantes participen de una manera activa en su proceso de construcción y dentro de un determinado contexto, por medio de situaciones propuestas por el docente, que representen una significación para los estudiantes, como pueden ser el diseño e implementación de las **situaciones de aprendizaje – enseñanza** que de cierta manera hacen más fácil la construcción y adquisición del conocimiento.

Por esto, sabiendo que “hoy día, se sigue hablando de proceso de enseñanza-aprendizaje poniendo el énfasis en la enseñanza; refrendándose con esta actitud que el canon de todas las miras educativas sigue siendo el profesor (punto de partida (\forall) y llegada (Σ)) y no el alumno, al que todas las demás variables que intervienen en el proceso educativo deberían amoldarse” "(Francisco Herrera; Inmaculada Ramírez), nuestra propuesta tiene preferencia por la expresión **situación de aprendizaje-enseñanza** (S.A.E.) pues recoge tres elementos del proceso educativo a saber: “**situación**, marco o contexto ecológico donde se dan las interacciones e interrelaciones docente -discente y discente-discente; **aprendizaje**, actividad/experiencia discente; y **enseñanza**, actuación docente”(Francisco Herrera; Inmaculada Ramírez).

7.1 Diseño de las situaciones

Las situaciones de aprendizaje - enseñanza fueron diseñadas en el transcurso del proceso de intervención por los miembros del equipo de trabajo, de acuerdo con el grado de los estudiantes; dichas situaciones tiene la siguiente estructura:

TEMA: aquí se escribe el tema a trabajar en la clase

PROPÓSITO: es lo que se pretende alcanzar después aplicar la situación

ACTIVIDADES: son las actividades en las cuales se divide la situación

DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN: en este espacio se dan todos los detalles de la situación, es decir, en qué consiste, como se va a trabajar, etc.

RECURSOS: son los materiales físicos utilizados para las actividades

EVALUACIÓN: aquí se explica cómo se va a evaluar la situación que en este caso se hace en tres momentos a saber: antes, durante y después.

Cabe anotar que estas situaciones fueron aplicadas en el transcurso de la práctica de acuerdo con los temas tratados en el currículo, aunque igual cuando no se aplicaron se estuvo trabajando el cálculo mental.

7.2 Caracterización y diagnóstico del grupo.

Para el trabajo con los estudiantes de quinto se hizo de manera individual, mientras que para los estudiantes de octavo se divide el grupo en subgrupos; los cuales constituyen el equipo de trabajo para abordar las ocho situaciones propuestas, esto con el fin de evidenciar por medio de las soluciones que se obtengan, el progreso de los estudiantes en cuanto al desarrollo del pensamiento numérico por medio del cálculo mental.

La siguiente es una de las situaciones de aprendizaje trabajadas por los estudiantes:

SITUACIÓN

TEMA: Manejo de las operaciones básicas con los números naturales.

PROPÓSITO: Afianzar el manejo de las operaciones básicas por medio del cálculo mental.

ACTIVIDADES:

- Operaciones de cálculo mental con suma, resta, multiplicación y división “números mágicos”
- Ejemplo “Averigua quien soy”
- Actividad “Averigua quien soy”

DESCRIPCION DE LA SITUACIÓN:

Comenzamos la clase con la actividad de los “números mágicos” que son operaciones no meramente algorítmicas sino presentadas en forma de enunciados.

1. Si me divides por 2 tendrás 9. ¿Cuál número soy?
2. Si me divides por 4 tendrás 6. ¿Cuál número soy?
3. Si me multiplicas por 3 tendrás 21. ¿Cuál número soy?
4. Si me multiplicas por 5 tendrás 25. ¿Cuál número soy?
5. Si me divides por 3, y luego sumas 2, tendrás 5. ¿Cuál número soy?
6. Si me multiplicas por 4 y luego sumas 4, tendrás 40. ¿Cuál número soy?
7. Si me multiplicas por 4 y luego divides por 2, tendrás 5. ¿Cuál número soy?
8. Si me divides por 4 y luego restas 2, tendrás 6. ¿Cuál número soy?
9. Si me multiplicas por 4 y luego restas 8, tendrás 16. ¿Cuál número soy?
10. Si me divides por 3 y luego sumas 8, tendrás 17. ¿Cuál número soy?
11. Resta 5 de mí y luego multiplica por 3. tendrás 21. ¿Cuál número soy?
12. Súmale 9 y luego divide por 4. Obtendrás 4. ¿Cuál número soy?

Terminada la actividad de los “número mágicos” continuamos con “Averigua quién soy”, primero se explicará la dinámica la cual consiste en dar varias pistas para luego hallar el número que cumpla con ellas.

Ejemplo:

Averigua quién soy:

- Clave 1: Soy un número de 2 dígitos.
 - Clave 2: El dígito de mis decenas es 5 más que el dígito de mis unidades.
 - Clave 3: Soy mayor que 65 y soy impar.
- ¿Qué número soy?

Este primer ejemplo se lee con ellos y se estudian las posibilidades, deteniéndonos en cada clave:

“Un número de 2 dígitos”; esto nos dice que el número está entre 10 y 99. La segunda clave nos cuenta que hay muchas menos posibilidades ya que hay solo 5 números entre 10 y 99 que cumplen esta clave ¿cuáles son? (94, 83, 72, 61 y 50). La última clave elimina a 4 de estos números como posibles respuestas. ¿Cuál es el número buscado? (83)

Después de realizar el ejemplo se leerán otros acertijos los cuales se deben realizar mentalmente:

1. Soy un número de 2 dígitos, la suma de mis dígitos es 12 y mis 2 dígitos son iguales.
2. Soy un número de 2 dígitos; el dígito de mis decenas es 2 menos que el dígito de mis unidades y la suma de mis dígitos es 10.

Soy un número de 3 dígitos; el dígito de mis centenas es el mismo que el de mis unidades; el dígito de mis decenas es 2 más que el dígito de mis unidades, soy menor que 400 y soy par.

A medida que se van resolviendo cada una de los puntos de las actividades se irá indagando a cerca de la manera como llegaron al resultado con preguntas como: ¿cómo lo hiciste?, ¿pueden haber otros resultados?, ¿por qué?

Para terminar, cada uno de los estudiantes se animará a crear su propio acertijo numérico; se les dará un tiempo prudente para que lo piensen y lo escriban en la hoja así:

AVERIGUA QUIEN SOY		
NOMBRE: _____	FECHA : _____	GRADO: _____
ACERTIJO:		

_____.		
EXPLICACIÓN :		

RESULTADO: _____		

Después algunos estudiantes tendrán la oportunidad de darlos conocer a sus compañeros y entre todos resolverlos.

RECURSOS:

- Tablero
- Tiza
- Formato de la actividad “averigua quien soy”
- lápiz, sin borrador

EVALUACIÓN:

La evaluación será como en las otras situaciones de manera constante (antes, durante y después):

- Antes: En la actividad inicial “números mágicos” se tendrá en cuenta la participación y la manera como respondan a las preguntas que se les hace; además de los conocimientos previos.
- Durante: Se mirarán los procesos utilizados para hacer los acertijos y la manera como ellos los presentan al grupo, de igual forma se tendrán en cuenta las estrategias utilizadas en el desarrollo de las actividades y la manera como manejan los objetos matemáticos para luego categorizarlas y analizarlas
- Después: Se revisarán las hojas con los acertijos y se analizarán los procesos utilizados para su planteamiento y resolución y las anotaciones del diario pedagógico.

7.3 Resultados esperados en esta situación:

Este es el resultado de la situación aplicada a los estudiantes de octavo del Colegio Parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá

Actividad 1: En esta actividad el alumno debe demostrar sus destrezas en las operaciones básicas así como la comprensión de las mismas. De igual forma se busca que el estudiante tome el cálculo mental como una herramienta para desarrollar actividades de este tipo y no dependa solo de los algoritmos comúnmente utilizados.

Actividad 2: En esta actividad se espera que el estudiante realice un trabajo cooperativo con el docente donde a medida que se va leyendo la situación se va desarrollando y por consiguiente se van vislumbrando las estrategias que los estudiantes utilizan para resolverlas.

Actividad 3: En esta actividad se busca que el estudiante actúe como propositor de la actividad teniendo como base los parámetros establecidos en la actividad # 2, y así mismo de una explicación pertinente de lo propone para luego interactuar con sus compañeros.

7.4 Resultados obtenidos.

Actividad 1: de la serie de preguntas realizadas en esta primera actividad fueron obtenidos los siguientes resultados: el 69.7% de las preguntas que se debían responder fueron acertadas; el 21.8 %de las preguntas efectuadas se respondieron de forma no acertada y el 8.5 % restante corresponden a ciertas preguntas, donde debido a la pregunta elaborada, emplearon diferentes estrategias.

Actividad 2: en la segunda actividad el 100% de los estudiantes obtiene una respuesta óptima o satisfactoria de acuerdo a lo que se pretendía por parte de quienes elaboran esta situación.

Actividad 3: en el desarrollo de esta actividad surgieron muchas dudas por parte de los estudiantes quienes en un primer momento manifestaban la poca o no comprensión de lo que se pretendía por qué se hizo necesario una mayor orientación lo que arrojó unos resultados aceptables

7.5 Análisis de los resultados.

Actividad 1: observando el desempeño de los estudiantes vemos que se tiene buen dominio de las operaciones básicas como la multiplicación y la división; así mismo se tiene reversibilidad al realizar este tipo de operaciones. De igual forma se evidencia que a medida que se van desarrollando los ejercicios, los estudiantes van adquiriendo cierta habilidad y un acercamiento al buen desarrollo del pensamiento numérico usando el cálculo mental y este caso el cálculo exacto como una herramienta para ello.

Actividad 2: según las respuesta de los estudiantes se evidencia un buen entendimiento de esta actividad y por consiguiente un buen manejo de las operaciones básicas así como un entendimiento de el sistema de numeración decimal y posicional.

Actividad 3: al observar el desempeño de los estudiantes durante esta actividad, se nota gran dificultad cuando de proponer una situación se trata, ya que sus enunciados y argumentos carecen de profundidad y soporte además constantemente plantean dudas debido a su poco entendimiento de lo que se pretende; ya que la mayoría de las veces los estudiantes solo quieren responder

ante una situación ya dada pero se les dificulta proponer para que otros o él mismo responda cualquier estructura establecida.

ANÁLISIS POR CATEGORÍAS

La categoría trabajada en esta situación es la ejercitación de algoritmos y procedimientos de la cual podemos decir:

Ejercitación de algoritmos y procedimientos: Durante el proceso de ejecución de esta prueba inicial, se evidencia claramente esta categoría por parte de los estudiantes, a medida que van desarrollando muy especialmente la primera actividad propuesta; ya que allí los estudiantes se ven enfrentados a distintos tipos de ejercicios que requieren de sus destrezas matemáticas más relevantes, ello se evidencia en los siguientes ejemplos de uno de ellos:

Pregunta 1. Si me divides por 2 tendrás 9. ¿Cual número soy?

El estudiante manifiesta que el primer punto de esta situación es muy sencillo, y plantea como propuesta, que simplemente efectuamos la multiplicación de 2 por 9 para obtener como respuesta 18. Así mismo, completa la pregunta diciendo que: “18 dividido entre 2 es 9”.

Pregunta 2. Si me divides por 4 tendrás 6. ¿Cuál número soy?

El estudiante observa la segunda pregunta y dice “profe esto es así de fácil”, a lo que el profesor con una expresión en su rostro dice: “normal” y de inmediato da respuesta a lo que pide el ejercicio planteado, 6 por 4 es igual a 24 por lo tanto 24 dividido entre 6 es igual a 6 de esta forma se da una respuesta clara y concisa a lo que se pretende.

Además, aquí claramente se evidencia una categoría como la **reversibilidad**, cuando el estudiante está en la capacidad de manejar las operaciones en forma inversa, es decir, tiene la capacidad de decir que 18 entre 2, se obtiene

multiplicando 9 por 2 que es 18, lo que demuestra además, la comprensión de ciertos conceptos de las operaciones. Así mismo esto se nota en la solución de varios de los ejercicios propuestos de este tipo, cosa que ellos desarrollan de manera muy natural.

Por otro lado, vale la pena destacar como los estudiantes, efectuaban otra estrategia para obtener los resultados de diferentes actividades que se les proponen, se trata de la **estrategia digital**, donde emplean sus dedos como un contador para efectuar las diferentes trabajos propuestas, muy especialmente aquellas que requieren del uso de varias cantidades. Es bueno decir, que este mecanismo lo utilizan algunos con total naturalidad de las cosas, sin importar el que sus compañeros los juzguen por su forma de emplear esta estrategia, que igual es válida para resolver los algoritmos propuestos. Se observa en varios de los ejercicios propuestos, el desempeño de los estudiantes con el fin único de llegar a la meta que se propone, aún sin importar la manera de realizarlo, en el buen sentido de las palabras; siendo esta estrategia algo muy normal que es utilizado desde siempre, y que simplemente no se ha tenido evolución o más confianza de sí mismo para adquirir destreza a la hora de enfrentarse a determinados cálculos propuestos. Estableciéndose entonces, en la situación propuesta, esta estrategia se evidencia cuando se propone que reste 5 de mi y luego multiplica por tres, tendrás 21, en el momento mismo de establecer la diferencia se apoya en los dedos para decir que $12 - 5$ es igual a 7.

Siguiendo en esta misma línea, de destacar aquellas estrategias que emplearon los estudiantes, en esta situación propuesta, se hace necesario hablar de la **descomposición** consistente en descomponer los números de forma que luego faciliten una composición general más sencilla,; ya que muchos de los estudiantes emplean esta estrategia, durante el proceso de desarrollo de la segunda parte de la situación, con el fin de proponer un número para averiguar de quien se trata. Cabe destacar, que sus acertijos carecen de elaboración teórica y requieren en este apartado de mucha orientación con el fin de esclarecer los convenios pactados por la actividad que se proponía aquí; se ve en ellos entonces, como

emplean esta estrategia como en el siguiente ejemplo: “soy un número primo, tengo un solo dígito, si me multiplicas por 12 tendrás 36” o como el siguiente: “soy un número de dos dígitos, el dígito de mi unidad es mayor que el de las decenas por seis números y la suma de ambos es igual a 12, además soy un número impar. ¿Qué números soy?...”

Se observa aquí entonces la habilidad, para proponer un problema de la vida matemática, que permita evidenciar la comprensión de lo que se propuso en la actividad y de acuerdo además a un ejemplo ya esclarecido además por parte del maestro en formación y docente de la institución en este caso.

8. ANÁLISIS POR CATEGORIAS DE LOS RESULTADOS

El análisis de los resultados se puede agrupar en tres categorías: Ejercitación de algoritmos y procedimientos, Resolución de problemas y Comprensión de conceptos; las cuales desde los tres diferentes ejes que fueron desarrollados, permitieron establecer comparaciones.

8.1 GRADO QUINTO

El siguiente análisis muestra de manera global los resultados obtenidos durante la aplicación de las diferentes situaciones, donde se evidenciará los avances más significativos del cálculo mental como una estrategia que desarrolla el pensamiento numérico.

Resolución de problemas:

Para los estudiantes de grado quinto de la institución Javiera Londoño la principal dificultad que presentaron en la solución de los problemas presentados tenía que ver con la comprensión de los enunciados, más que en la ejecución de los algoritmos.

La comprensión de los enunciados es el principal componente para poder dar una respuesta efectiva a los problemas planteados.

En la prueba inicial se pudo evidenciar que se opera sin tener en cuenta el problema, es decir solo se tienen en cuenta los datos numéricos lo que causa deficiencias en sus respuestas; sin embargo, después de aclarar y releer el problema se obtuvieron mejores resultados como por ejemplo al problema: Si una empresa de chocolates produce 84 chocolates al día y los empaca en bolsas de a 12 ¿Cuántas bolsas de chocolate obtiene?, 28 de los 57 estudiantes responde que siete con respuestas como “busque un número que al multiplicarlo por 12 me diera 84, y ese es el 7”; otros en cambio contestaron que sumaron $12 + 12 + 12 + 12 + \dots$

hasta llegar a 84; lo que demuestra que después de una mejor explicación hubo una mayor comprensión del problema.

De igual forma, las situaciones basadas en el cálculo mental permitieron a los estudiantes razonar matemáticamente y de cierta manera comunicar lo que hicieron adquiriendo así un proceso que lleva a la construcción significativa del conocimiento; esto se evidencia en la mejoría que se presenta en la apropiación del significado de las operaciones, para hallar respuestas a las diferentes preguntas.

Sabiendo entonces que la resolución de problemas debe ser el eje central del currículo de matemáticas, es necesario que las actividades propuestas a los estudiantes den cuenta de esto para que el estudiante gane confianza en el uso de las matemáticas

Los estudiantes de quinto grado lograron un pequeño avance en la resolución de problemas esto se evidencia en actividades como: Mariana tiene 25 cartas, después de jugar una partida con Santiago, queda con 13 cartas ¿ha ganado o ha perdido?, a las cuales 33 de 57 estudiantes dan una respuesta correcta utilizando operaciones como la suma de $25 + 38$ o la resta de $25 - 13$.

En tanto aprendieron a utilizar los datos numéricos y la aplicación de operaciones básicas necesarias en dicha solución a través del cálculo mental, adquiriendo herramientas conceptuales y la apropiación de las operaciones básicas para un desempeño más eficaz a la hora de resolver un problema.

Ejercitación de algoritmos y procedimientos:

Durante la prueba inicial y en el transcurso de la propuesta de intervención, se hicieron visibles varias dificultades en la aplicación de los algoritmos preestablecidos y por consiguiente en el significado de los mismos; sin embargo es en esta categoría donde se lograron los avances más significativos, debido a

que el cálculo mental permitió aplicar diferentes procedimientos y operaciones con las cuales se hicieron evidentes estrategias como la descomposición y la aproximación como una manera para mejorar sus algoritmos sin necesidad solo de acudir a aquellos ya dados.

La mayoría de los estudiantes realizaban las operaciones basados en el cálculo exacto por medio del cálculo mental ya que no necesitaban utilizar ninguna representación física, pues operan directamente con las cantidades a partir de sus representaciones numéricas.

Todos los estudiantes utilizan los dedos como estrategia de conteo y la mayoría expresa la necesidad de escribir los números para obtener la respuesta más acertada.

Entre las estrategias utilizadas por los estudiantes, tenemos que la reversibilidad solía aparecer en distintas fases de la aplicación de las situaciones, un ejemplo claro de esto es: Qué número restado con 12 me da 4? R/ “El número es 16 porque $12 + 4$ es 16”.

De igual forma la aproximación hizo parte de las estrategias que los estudiantes utilizaron al resolver las actividades presentadas; en situaciones como: Determine entre que números se encuentra el resultado de las siguientes sumas y escríbalos sobre la línea: $120 + 236 = \underline{\hspace{2cm}}$

a. $100 - 299$

b. $300 - 499$

c. $500 - 699$

A lo que 46 de los 57 estudiantes responden con la letra b utilizando estrategias como “sumé 2 y 1 y eso me da tres y como es más de 300 es la b”; otros simplemente hicieron la suma y ubicaron el número en el intervalo. En este caso se nota un buen manejo de la aproximación y por consiguiente un buen uso del cálculo mental como estrategia del pensamiento numérico ya que se evidencia un manejo de los números con sentido y de una manera flexible y creativa (uso del valor posicional, en este caso las centenas).

De esta forma se hizo evidente que el cálculo mental desempeñó un papel muy importante en la ejercitación de algoritmos pues les permitió crear sus propias estrategias haciendo que el conocimiento se hiciera de una manera más personalizada y por ende más comprensible dándoles así la posibilidad de pensar en los números y sus aplicaciones y por lo tanto desarrollando el pensamiento numérico

Compresión de conceptos:

Sabiendo que las situaciones planteadas a los estudiantes iban de la mano de los temas a tratar en el grado quinto, con la prueba inicial se pueden encontrar grandes vacíos en diferentes conceptos como: el producto, las unidades de medida, y la dificultad para comprender el sentido y significados de las operaciones ya que se observa que los algoritmos y procedimientos son aplicados sin conocimiento de ellos haciendo ver así a las matemáticas como algo mecánico.

Los estudiantes hicieron diferentes preguntas relacionadas diferentes conceptos como unidades, decenas y centenas; pero en el transcurso de la aplicación de las diferentes situaciones se establecieron mejores relaciones entre los conceptos por medio del cálculo mental y de igual forma se evidenció una profundización de los conocimientos matemáticos intuitivos.

Así en actividades como: Expresar cada número mediante la operación que se indica: (suma, resta, multiplicación y división) 20, 12, 18, 24; los estudiantes utilizaron estrategias como la Composición y descomposición, por ejemplo: para el caso del 20 como suma: $10+10$; $6+4$; $15+5$; para el caso del 20 como división: $40 \div 20$; $100 \div 5$; $4 \div 5$; $20 \div 2$ y al averiguar por las estrategias para representar dichos números como sumas algunos estudiantes responden: “simplemente saco la mitad

y sumo esas dos mitades y para la división duplico el número” otros en cambio “busco dos números que sumados me den 20”

Se observó además que al hacer uso de la descomposición utilizan propiedades de manera intuitiva que aunque no las “entiendan” explícitamente tiene un buen manejo de ellas lo que conlleva a un manejo conceptos por medio de estrategias propias lo que fomenta la iniciativa personal en la búsqueda de otras estrategias estimulando el pensamiento numérico de los estudiantes, de una manera no convencional. Por ejemplo: ¿Qué número multiplicado por 3 me da 36? R/ “10 x 3 es igual a 30 y luego se busca lo que le falta”

8.2 GRADO OCTAVO

Resolución de problemas:

La resolución de problemas permitió observar las estrategias utilizadas por los estudiantes del grado octavo para desenvolverse en situaciones de este tipo.

Es otro tipo de propuesta la que ahora se pretende, se requiere de la buena lectura y comprensión por parte de los estudiantes; así mismo del entendimiento de lo que se le pide en determinada situación.

Es de gran importancia destacar que los estudiantes demuestran poca comprensión en las soluciones propuestas de este tipo de categoría, ya que a la hora de confrontar el cómo lo desarrollaron, carecen de argumentos interpretativos para decir el porqué de las cosas.

El trabajo de los estudiantes acá, se hace un poco mecánico, si hay un problema matemático, debe haber una solución matemática por medio de algoritmos, y no son conscientes para razonar lo que se pide en algunas de las situaciones.

Los estudiantes requieren del apoyo constante del material de trabajo además de la asesoría del profesor para ser orientados en los que se requiere las diferentes situaciones.

Al resolver los problemas propuestos en el campo del cálculo mental, los estudiantes muestran ciertas dificultades en la ejecución de algunos algoritmos, y en ocasiones quieren encontrar una solución algorítmica a ciertos problemas que se le proponen con el fin simplemente de argumentar un enunciado dado.

Ejercitación de algoritmos y procedimientos:

A través del recorrido de la práctica, se puede percibir esta categoría general, como un proceso que los estudiantes del Colegio Parroquial Nuestra Señora de Chiquinquirá han adquirido gradualmente, desde el mismo momento cuando se propone la prueba inicial, hasta el proceso de cada una de las situaciones propuestas, a través de las diferentes intervenciones realizadas.

Cabe anotar, que se pueden establecer grandes diferencias desde la prueba inicial, hasta la última situación aplicada, estipulado básicamente en cuatro aspectos:

- ❖ La forma de razonar a la hora de enfrentarse ante algún algoritmo.
- ❖ La capacidad para interpretar las diferentes situaciones propuestas.
- ❖ Las preguntas y / o dudas que manifiestan.
- ❖ La manera de argumentar estos ejercicios propuestos.

Veamos ahora las características de cada uno de ellos:

- La forma de razonar a la hora de enfrentarse ante algún algoritmo: son diversas las estrategias que emplearon los estudiantes a la hora de enfrentarse a la prueba y las situaciones; pensar, escribir, utilizar los dedos como ayuda, o simplemente el decir el resultado con certeza. Algunas de las dificultades radicarón en que muchas veces a la hora de enfrentarse a una situación de aprendizaje – enseñanza se pretende siempre encontrar una respuesta que requiera de ese tipo de categoría.

El desempeño de los estudiantes, ha sido un proceso que se ha dado de manera gradual, donde se observa un buen avance, se ve entonces que tienen buen dominio de las operaciones básicas, como lo son la multiplicación y la división, así mismo que tienen reversibilidad al realizar este tipo de operaciones.

La construcción significativa de la ejercitación de algoritmos y procedimientos es posible desde una variedad de contextos que permitan reflexionar sobre éstas, no sólo con el fin de realizar un ejercicio mecánico, sino de adquirir conciencia de lo que se hace en miras al buen desempeño del pensamiento numérico. El hecho de, cometer ciertos errores quizás se deba a la poca apropiación de ciertos temas que le competen para este grado 8º.

- La capacidad para interpretar las diferentes situaciones propuestas: son muchas las dificultades que presentan los estudiantes en el momento de interpretar una situación ya que al querer resolverla siempre pretenden llegar a un resultado algorítmico exacto y terminado, incluso hasta el punto de no tener una apropiación y asimilación de lo que se les está proponiendo. Un ejemplo muy común se ve al presentar la situación: “Un granjero tiene 6 cabras y 12 caballos ¿Cuál es la edad del granjero?”, aquí los estudiantes pretenden hallar un resultado algorítmico, por lo que operan la parte numérica, sin interpretar la pregunta que se hace.
- Las preguntas y / o dudas que manifiestan ante ejercicios propuestos en esta categoría son frecuentes durante la aplicación de las diferentes situaciones y son producto de la falta de interiorización y comprensión de lo que se propone; es importante aclarar que la mayorías de esta dudas son resueltas entre ellos mismos.

Es de notar además que los estudiantes, al ver varias alternativas de respuestas, simplifican su trabajo e indagan sobre estas hasta llegar a la respuesta que creen es la correcta.

- La manera de argumentar los ejercicios propuestos: dadas las circunstancias se hacía de gran importancia la necesidad de saber la forma como argumentan los estudiantes, es por ello que en la mayoría de los ejercicios se propuso que se diera a conocer como lo hicieron, que estrategia utilizaron, como lo desarrollaron; no obstante gran parte de los estudiantes, carecen de argumentos para expresar las estrategias que los llevaron a esos resultados, por ello el diario pedagógico, la observación constante y las propias situaciones han sido herramientas de gran importancia para este análisis.

Comprensión de conceptos:

Durante la observación e intervención que se realizó se ve con gran claridad esta categoría de comprensión de conceptos; debido a que se trató de encajar las situaciones con los temas que desarrollaban los estudiantes, incluyendo el cálculo mental. Es así como se trató de hacer actividades que afianzaran el conocimiento de los temas que corresponden al grado octavo para no desligar de ninguna manera la propuesta curricular y a su vez establecer parámetros que permitiesen mejorar el cálculo mental en los estudiantes desde sus diferentes categorías y subcategorías.

Aunque gran parte de los estudiantes, han avanzado en la comprensión de los conceptos que se dieron a conocer, que permitieron ir avanzando paulatinamente en cada uno de los conceptos propuestos; otros por su lado carecen de argumentos para el entendimiento de estos; son características de estos estudiantes algunas como:

- ✓ Se nota en ellos un poco de inseguridad para desarrollar los ejercicios propuestos.
- ✓ Poco desenvolvimiento en algunas operaciones básicas, debido a la comprensión de conceptos anteriores.
- ✓ Falta mayor concentración y comprensión en las situaciones que se dan a conocer.

Esto muestra como los desempeños para desarrollar situaciones, desde los diferentes contextos mostrados, se hacen cada vez más significativos a medida que se va avanzando en los temas propuestos y de la forma independiente de las formas seleccionadas para dar cuenta de las situaciones.

Así mismo, se ha logrado percibir con gran frecuencia las siguientes categorías desarrolladas por los estudiantes durante el transcurso de la prueba y las diferentes situaciones establecidas:

3. La reversibilidad: en varias de las actividades propuestas, se logra contemplar que con gran certeza, los estudiantes hacen uso de esta estrategia para realizar los diferentes algoritmos propuestos, como se percibe claramente en el siguiente ejemplo, que es tomado de una de las situaciones planteadas: Pregunta 1, si me divides por 2 tendrás 9 ¿Cuál número soy? el estudiante que se enfrenta a esta actividad propone la siguiente forma de resolver este algoritmo, manifiesta que simplemente 9 por es igual a 18 y que por tanto, 18 dividido entre 2 es igual a 9. lo que permite evidenciar que tiene un buen manejo de operaciones básicas como lo son la multiplicación y la división, y el resultado de uno es complemento del otro.
4. Estrategia digital (utilización de los dedos): Es muy común esta estrategia empleada por los estudiantes por medio de las actividades propuestas. A través de la observación permanente, se logra percibir a varios estudiantes utilizando sus dedos como elemento de ayuda para obtener los resultados que se pretendían alcanzar por medio de ellos. En las diferentes actividades planteadas desde las situaciones, en operaciones como la suma, la resta, la multiplicación o la división los estudiantes buscan llegar a las respuestas de los algoritmos propuestos utilizando un contador tan natural como el de los dedos, algunos de una forma muy tímida tratando de ocultarlos, otros por el contrario les es indiferente en su andar el usar sus dedos para desarrollar estas actividades. Esto se evidencia en algoritmos donde deben hallar algún resultado exacto, y para lo cual no debían usar más que la mente.
5. Descomposición: con gran frecuencia se observa, que los estudiantes con

quienes se desarrollo nuestra práctica (en Nuestra Señora de Chiquinquirá) emplean como estrategia para efectuar calculo mental, la descomposición, de tal manera que les permita desarrollar diferentes algoritmos en las actividades propuestas, esto se evidencia muy claramente en el siguiente ejemplo que se comparte: ¿Cual es el resultado de multiplicar 82 por 6? Multiplico 80 por 6 como 6 por 8 que es 48 entonces es 480 y le sumo 12 ya que 6 por 2 es 12 y me da 492 la suma entre 480 y 12. Se refleja aquí entonces la forma de razonar del estudiante empleando esta estrategia.

8.3 GRADO OCTAVO (CLEI IV B)

Análisis General Nocturno

El siguiente análisis busca mostrar de una manera global los resultados alcanzados durante la propuesta de intervención, donde se evidenciará los avances más significativos del cálculo mental y de las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes.

Resolución de problemas:

Para los adultos del nocturno de la Javiera Londoño la dificultad principal para solucionar un problema radicaba más en la comprensión del enunciado, que en las herramientas conceptuales u operaciones a ser aplicadas para la solución del mismo. Comprender el enunciado es el primer paso para dar respuesta a un problema planteado, y de esta comprensión depende la efectividad de la misma; al comienzo en la prueba inicial se denotaba que los estudiantes tenían una dificultad para entender que era lo que le estaban preguntando y por ese motivo no podían formular una estrategia para hallar una solución, a esto se agrega poca claridad en los conceptos matemáticos y el significado de las operaciones que en términos de Bernardo Gómez como ya se ha mencionado, son bases fundamentales para realizar un buen cálculo mental.

Durante la intervención se pudo evidenciar un avance en la apropiación del significado de las operaciones, y de la manipulación de los datos numéricos para hallar respuestas a las diferentes preguntas, veamos el siguiente ejemplo:

A la pregunta:

Si los tiquetes aéreos cuestan 400.000 ida y regreso por persona y somos 21 nos cuesta 8.400.000 y nos van a realizar un descuento del 16% de IVA sobre el total ¿Cuánto es el descuento?

Respuesta del estudiante:

El 16% de 400.000 es:

10% 40.000

5% 20.000

1% 4.000

Total: 64.000

Esto 64.000 por 21 = 1.344.000

8.400.000 me queda 7.056.000

Si somos más de 20 personas la aerolínea descuenta 10.000 de tasa aeroportuaria por trayecto ¿Cuánto daría este nuevo descuento?

Si somos más de 20 personas no nos cobran la tasa aeroportuaria que son 10.000 por persona en total por los 21 pasajes son 210.000 menos 7.056.000; en total nos tocaría pagar \$6.846.000

Es importante tener presente que dominar o tener una comprensión sobre los porcentajes, nos permite enriquecer al estudiante en otras formas de expresar un decimal o una fracción, es decir, realizar procesos reformulación de los datos de la pregunta para llegar a una situación aritmética más manejable para el estudiante, Castro (2.000), puede comenzar a impulsar mediante el cálculo mental la comprensión de los porcentajes permitiendo un trabajo más productivo cuando se compare con una cifra decimal o una fracción, siendo éste un proceso claro de reversibilidad en las operaciones y el significado de los términos y para lograrlo es necesario que el estudiante tenga unas bases aritméticas que le permiten ir

construyendo nuevas estrategias para responder a una situación matemática, como en el caso de expresar porcentajes en fracciones, veamos:

Cuando se planteaba a los diferentes estudiantes que expresará un porcentaje en fracción se observaban respuestas como las siguientes:

$67\% = 3/5$ es un dato aproximado

$20\% = 1/4$

Lo explica así:

$2/4$ es el 50% y si se le suma una cantidad más al (denominador), El porcentaje disminuye por ejemplo $2/5$ ya representa menos del 50% y es más aproximado al 42%. $20/5=0.4$. Con esto no se puede afirmar que los estudiantes crearon una estrategia innovadora o que idearon una nueva forma de hacer cálculos que no existían previamente en el mundo de las matemáticas, lo que si podemos afirmar es que por medio del cálculo mental reconocieron un proceso matemático de sustitución en cantidades semejantes, y por medio de la manipulación de los datos numéricos y conceptuales pudo resolver un problema en apariencia sencillo pero que por el cálculo mental lograron la construcción de nuevos saberes para ellos mismos. El cálculo mental es un proceso propio del pensamiento numérico (Estándares de matemáticas Min. Educ.) por lo cual supone que desarrolla el mismo, pero son las estrategias del mismo que nos interesan para demostrar que ese desarrollo es posible y más aun cuando apoya al estudiante en el aprendizaje de nuevos conceptos y procedimientos.

Por otra parte el estudiante al manipular los datos del problema en busca de un camino que conlleve a la solución del mismo, su sentido numérico (capacidad propia del pensamiento numérico) se ejercita y la relación entre los datos y las operaciones cobran sentido.

Los adultos de la Javiera Londoño lograron un avance significativo en la resolución de problemas, en tanto aprehendieron a utilizar los datos numéricos y la aplicación

de operaciones efectivas en la solución del problema. En la prueba inicial se evidencia una dificultad para comprender el enunciado y lo que se debía hacer para llegar a una posible solución, durante la prueba de intervención se logró a través del cálculo mental, que los estudiantes alcanzaran herramientas conceptuales, las redescubrieran y mediante la apropiación de las operaciones básicas llegaron a un desempeño más eficaz a la hora de enfrentarse a un problema.

Ejercitación de algoritmos y procedimientos:

Es la categoría donde se logró avances más significativos, debido a la naturaleza del cálculo mental que se basa en la aplicación de diferentes operaciones y procedimientos para hallar un resultado. En la prueba inicial y en el transcurso de la propuesta de intervención, se pudieron observar varias dificultades para que los estudiantes pudieran hacer uso del cálculo mental, entre ellas el significado de las operaciones y la aplicación inadecuada de los diferentes algoritmos. El cálculo mental desempeño un papel fundamental para que los estudiantes adultos pudieran remover sus conocimientos previos de algunas operaciones y que aprendieran a aplicarlas en el contexto de un problema, teniendo la posibilidad de afianzarlos. El trabajo en grupo desempeño un papel muy importante de revalidador de saberes, en el momento en que los estudiantes debían dar razón de cómo hicieron un cálculo, los demás podían objetar un error y explicar las razones por las cuales no estaban de acuerdo. Esta dinámica permitió hacer del cálculo mental una herramienta para motivar a los estudiantes a pensar alrededor de los números y sus aplicaciones.

Veamos un ejemplo:

A la pregunta: ¿El alojamiento para un grupo de 21 personas durante 8 días en el club los almendros cuesta 2.400.000 cada cabaña para 8 personas solamente; cuantas cabañas necesitaremos y cuanto nos cuesta?

En temporada baja nos dan un 30% de descuento, ¿Si viajamos en dicha temporada, cuanto es el descuento?

Las 3 cabañas que valen 7.200.000 menos el 30% que equivale a 2.100.000, el total para pagar es de 5.100.000 con el descuento.

$$7.200.000 - 2.100.000 = 5.100.000$$

Es claro que el primer cálculo fue sencillo de resolver, multiplicar 2.400.000 por 3 cabañas que se necesitan para alojar a las 21 personas. Este tipo de cálculo nos revela que hay una comprensión de lo que se está formulando e implícitamente al hacer el cálculo se fortalece las operaciones básicas y su relación y aplicación dentro de un problema. No se puede olvidar que el cálculo mental hace parte de las estrategias que revelan sentido numérico como ya se ha mencionado, y las operaciones aritméticas son una base para el desempeño efectivo en el cálculo mental (Gómez 2001). La segunda parte del cálculo del 30% sobre los 7.200.000 requería hacer uso de la estimación y a su vez hacia parte de procesos de cálculo mental siendo ésta una estrategia para desarrollar el pensamiento numérico, permitiendo de manera lógica dar un valor cercano al correcto, permitiendo tomar decisiones sobre el resultado final del ejercicio.

Sin embargo, cabe mencionar que el llevar a cabo una propuesta de intervención basada fundamentalmente en el uso del cálculo mental ha permitido ser una herramienta eficaz para detectar falencias y los errores conceptuales que tenían algunos estudiantes, como por ejemplo responder de manera equivocada por tener poca claridad en el significado de los términos, por ejemplo:

Al producto entre 20 y 4, reste el producto entre 9 y 2.

Lo explican así:

“Ya que sume $20 + 4$ y también $9 + 2$ y luego reste $24 - 11 = 13$ que fueron los resultados obtenidos”

Como se puede observar los estudiantes tuvieron un error basado en el significado de los términos, por no tener claridad sobre los mismos respondieron de forma incorrecta. Lo importante es que fue el cálculo mental quien nos permitió detectar el problema y es por medio del mismo que se logra corregir, pues, en el caso de trabajo en grupo los estudiantes que no tenían esta dificultad conceptual apoyaron a éstos estudiantes en la comprensión de dichos términos y la discusión en clase permitió el desarrollo de un aprendizaje más participativo por cada uno de los estudiantes.

Provocar en clase la discusión entre varias técnicas, justificar los motivos que han llevado a una determinada y entender las estrategias de los demás son vías que contribuyen a comprender el sentido y la validez del cálculo.

Compresión de conceptos:

Los conceptos matemáticos que el estudiante puede comprender haciendo uso del cálculo mental pueden ser incontables, sin embargo, y para nuestro caso particular debemos centrarnos en la temática propia del CLEI IVB. Pero antes de mencionar algunos es importante tener claro que las situaciones de aprendizaje diseñadas para nuestra propuesta de intervención debían ir de la mano de los temas que se debían tratar en el grado en el cual desempeñaríamos la propuesta. La prueba inicial, nos permitió observar fortalezas y debilidades de los estudiantes a nivel de algunos conceptos como unidades de medida, fraccionarios, números primos, potenciación entre otras. Los estudiantes como ya se ha mencionado se vieron en la necesidad de recordar, preguntar e indagar sobre el significado de algunos términos y la aplicación adecuada de algunas operaciones. Ahora bien, algunos de los conceptos o términos más representativos en dicho CLEI son la recta numérica, fraccionarios, conjuntos numéricos (Enteros, Racionales y Reales), la potenciación y las operaciones con expresiones algebraicas. Temas donde era posible utilizar el cálculo mental para la compresión de conceptos, como es el caso de las diferentes formas de expresar un mismo término o cantidad, por ejemplo las fracciones, los decimales y los porcentajes, veamos por ejemplo:

Expresa los siguientes porcentajes en fracciones utilizando sólo cálculo mental:
67%, 20%, 29%, 42%.

$67\% = \frac{3}{5}$ es un dato aproximado

$20\% = \frac{1}{5}$

Se le pregunta al estudiante del porque de estas soluciones; lo explica de la siguiente manera:

$\frac{10}{4} = 0.25$ 0.25 es aproximadamente el 20%.

Continua.

$29\% = \frac{1}{3}$ aproximadamente

La capacidad para sustituir las cantidades durante el proceso de intervención tuvieron unos resultados considerables, pues al presentar diferentes fracciones para determinar un porcentaje, e intentar comparar las mismas con otras soluciones que ha estimado en ejercicios anteriores, permite ver que el cálculo mental ha desarrollado su capacidad argumentativa al relacionar tanto decimales, porcentajes y fracciones como cantidades congruentes, y que es posible sustituirlas en determinado momento para facilitar la solución de un ejercicio. El estudiante evidencia una clara comprensión de las formas de expresar una misma cantidad, y esto fue posible mediante el uso del cálculo mental, determinando una nueva forma de estimular el pensamiento numérico de los estudiantes, diferentes a las convencionales.

Algunos de los conceptos más destacados en el trabajo con el cálculo mental son el de cantidad, cuando los estudiantes tenían la oportunidad de manipular un objeto que se puede valorar numéricamente y de cómo éste podía ser modificado sin alterar el resultado de una operación, y de manera implícita podríamos decir que los conceptos de unidad, sistema de numeración decimal, y las mismas operaciones básicas se relacionaban y formaban estructuras conceptuales que le permitan al estudiante entender términos más amplios como conjuntos numéricos y los sistemas de medida.

El anterior ejemplo es sólo una muestra del papel que jugó el cálculo mental en la comprensión de los conceptos matemáticos ratificando su importancia en la inclusión de los procesos educativos

8.4 ESTRATEGIAS ENCONTRADAS

GRADO QUINTO

ESTRATEGIA	PREGUNTA	EJEMPLO
Reversibilidad	Qué número restado con 12 me da 4?	“El número es 16 porque $12 + 4$ es 16”
Descomposición	¿Qué número multiplicado por 3 me da 36?	“ 10×3 es igual a 30 y luego se busca lo que le falta”
Valor posicional	Determine entre que números se encuentra el resultado de las siguientes sumas y escríbalos sobre la línea: $120 + 236 = \underline{\hspace{2cm}}$ a. 100–299 b. 300–499 c. 500–699	“sumé $2 + 1$ y eso es 3 y como ya sé que es más de 300 entonces es la b”(suma de centenas)
Sumas sucesivas	Si una empresa de chocolates produce 84 chocolates al día y los empaca en bolsas de a 12 ¿cuántas bolsas de chocolate obtiene?	“sumo $12 + 12 + 12 \dots$ hasta llegar a 84”
Conteo digital		

GRADO OCTAVO

ESTRATEGIA	PREGUNTA	EJEMPLO
Reversibilidad	Pregunta 1. Si me divides por 2 tendrás 9. ¿Cuál número soy?	El número es 18 porque 9 por 2 es igual a 18
Conteo digital (utilización de los dedos)	Cuál es el resultado de $36 - 27$?	28, 29, 30... contaban con la ayuda de los dedos
Descomposición	Cuál es el resultado de multiplicar 82×6	Multiplico 80 por 6 como 6×8 es 48 entonces es 480 y le sumo 12 ya que 3×2 es 12 y me da 492

GRADO OCTAVO CLEI 4 B

ESTRATEGIA	PREGUNTA	EJEMPLO
Sustitución	Expresa los siguientes porcentajes en fracciones utilizando sólo cálculo mental: 50%, 42%	$\frac{2}{4}$ es el 50% y si se le suma una cantidad más al 4 (denominador), el porcentaje disminuye por ejemplo $\frac{2}{5}$ ya representa menos del 50% y es más aproximado al 42%. $\frac{20}{5} = 0.4$
Cálculo exacto	Al producto entre 20 y 4, reste el producto entre 9 y 2.	Ya que sume $20 + 4$ y también $9 + 2$ y luego reste $24 - 11 = 13$ que fueron los resultados obtenidos"
Cálculo exacto:	3 docenas + 3 docenas	Es igual a 72 unidades porque $36 + 36 = 72$ unidades.
Descomposición:	Si un celular cuesta \$ 52.000 más IVA, calcula mentalmente el valor adicional a sumar.	Para calcular el 16% que es el IVA, primero calculo el 10% que equivale a \$5200, luego la mitad de ese valor es el 5% que equivale al 3600, y solo me falta calcular el 1% que es igual a \$520

8.5 ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS RESULTADOS

Comparación entre las estrategias utilizadas por los adultos y los estudiantes de los otros grupos de la propuesta de intervención.

Para poder realizar un análisis comparativo entre las diferentes estrategias utilizadas por los diferentes grupos de estudiantes que conforman la población de nuestro proyecto, es importante no olvidar las diferencias de tipo sociocultural que existen entre los grupos de estudiantes tanto su nivel económico, y la manera como desarrollan su diario vivir; como es el caso de los adultos donde algunos estudian en horas de la noche después de salir de la jornada laboral, mientras que los estudiantes de grado quinto de la misma institución o del grado octavo del colegio Nuestra Señora de Chiquinquirá en su mayoría depende aun de sus padres y no tienen una familia por quien responder. Esto sólo por mencionar una diferencia de tipo contextual entre las poblaciones (ver descripción de las poblaciones en el macro y micro contexto), para tener una idea de los diferentes grupos de estudiantes del presente texto.

Ahora bien, los principios que rigen el cálculo mental como lo menciona Bernardo Gómez son independientes de una población u otra, es decir que simplemente son las bases del cálculo numérico en general, recordemos algunos:

La estructura numérica decimal

Los algoritmos de cálculo se sustentan en los principios de la numeración decimal.

Veamos:

Las cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

El agrupamiento decimal y valor de posición. Todo número natural se compone de unidades, decenas, etc.

El cero. Los números naturales que sólo tienen decenas llevan un cero en el lugar de las unidades. Los que sólo tienen centenas llevan dos ceros, uno en el lugar de las unidades y otro en el lugar de las centenas, etc. Por lo tanto, todo número natural es una suma de números acabados en sucesión decreciente de ceros.

El agrupamiento multiplicativo. Como 2 decenas son dos veces 1 decena, se puede escribir 2×10 en vez de 20, 3×10 en vez de 30, y así sucesivamente. Así, 423 se puede escribir $4 \times 100 + 2 \times 10 + 3$. Por lo tanto, todo número natural es una suma de multiplicaciones ordenadas de sus cifras, de derecha a izquierda por 1, 10, 100, 1.000...

En definitiva, todo número natural se puede escribir de varias maneras:

En forma posicional 423

Descompuesto

a) En unidades, decenas, centenas...

b) En suma de números acabados en ceros

c) En suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente...

4 c, 2 d y 3 u

$400 + 20 + 3$

$4 \times 100 + 2 \times 10 + 3$

Sabiendo esto podemos hacer una comparación entre las estrategias utilizadas por los estudiantes de los diferentes grupos así : Una de las diferencias fundamentales está en la capacidad operatoria, es decir, que en el caso de los niños del grado quinto utilizan estrategias donde pueden valerse de una referencia concreta para retener un dato numérico, como son los dedos; aunque como se puede observar algunos estudiantes de grado octavo lo utilizaban de igual forma, lo que nos ha permitido considerar que éste caso es que no es utilizado como una referencia concreta si no que el conteo digital es usado por estos estudiantes como una manera de no perder ciertas cantidades numéricas que tienen retenidas en la mente, es decir, mientras cuentan con los dedos ellos no tienen que hacer uso de la memoria para hacer el cálculo directamente con la mente . En el caso de los adultos no se logró observar ésta estrategia y una de las razones es por su mayor capacidad de abstracción por lo cual no es necesario en éste caso una referencia concreta como en el caso de los niños del grado quinto; en comparación con los jóvenes no podemos dar un juicio más elaborado en el

sentido de que es difícil establecer si para éstos no era necesario el conteo digital como una ayuda para conservar valores numéricos.

Otro punto en común de las estrategias utilizadas por los grupos de estudiantes es la descomposición de diferentes cantidades numéricas para hacer el cálculo más sencillo sin alterar los resultados, vemos, como los estudiantes tanto de quinto, como los jóvenes del grado octavo y los adultos del CLEI IVB utilizan esta estrategia y esto tiene una razón, los números naturales pueden ser expresados de diferentes formas como ya se ha mencionado en las bases del cálculo numérico, y es claro ver como la descomposición, composición, redondeo y sustitución de números se basan en éste principio del cálculo, cuando los estudiantes de manera autónoma hacen uso de este tipo de estrategias, están desarrollando su pensamiento numérico, al relacionar cantidades numéricas con propiedades del sistema de numeración y las operaciones entre éstas. Veamos lo que nos dice Gómez al respecto:

“Los algoritmos de cálculo son el resultado de la conjunción de dos hechos: El “análisis” de las operaciones, en el sentido de reducción del problema dado a otro más simple que ya se sabe resolver. Así, ciñéndonos a las operaciones directas: suma y multiplicación, cuando uno o los dos números que se quieren operar son de varias cifras, lo que se hace es reducir el caso por medio de una descomposición en operaciones parciales al caso en que los dos números que se quieren operar son de una sola cifra. En este caso, cuando los números que se quieren calcular son de una cifra, la obtención de los resultados depende del significado de la operación, de las propiedades que cumple y de la aplicación de las estrategias que se derivan de esas propiedades: conmutación, descomposición y compensación.”

El cálculo mental permite a los estudiantes la consolidación del significado de las operaciones y de las propiedades numéricas, siendo ambos bases fundamentales del pensamiento numérico. Veamos por ejemplo el caso de otra estrategia muy utilizada por los estudiantes la reversibilidad que en varias oportunidades se

observó en los tres grupos, en el caso de los estudiantes del grado quinto pudieron comparar operaciones reversibles, ante una pregunta de carácter aditivo (ver estrategias grado quinto) la resolvieron a través de una resta. Los adultos por su parte pudieron desarrollar procesos de reversibilidad al comprender que una cantidad podía sustituirse mediante una operación y que para llegar a la misma cantidad inicial se aplicaba la operación contraria como es el caso de sustituir porcentajes con decimales. Los procesos de reversibilidad permiten vislumbrar una comprensión más clara por parte de los estudiantes de los cálculos que desarrollaban y de las propiedades que utilizaban para ello, permitiendo que éstos ampliaran su capacidad para responder a los diferentes problemas planteados en las situaciones de aprendizaje de una manera más eficaz.

Vemos entonces como las anteriores estrategias de cálculo mental es una forma de integrar los sistemas numéricos con el pensamiento numérico al permitir que el estudiante advierta la estructura, razón y coherencia entre las mismas. En referencia a esto, se postula que el cálculo no debe ser algo para hacer individualmente en soledad, sino a través de la discusión en clase de los hechos del sistema de numeración y nociones del valor de posición, de las propiedades y estrategias, y en el significado y naturaleza de las operaciones.

La presentación de los algoritmos podría basarse en la construcción progresiva basada en el significado de las operaciones (Treffers, 1987), de modo que los estudiantes encuentren sus propios caminos personales para el cálculo, apoyándose en modelos visuales para la disposición práctica de las operaciones.

Es importante tener presentes los errores para abordar el análisis que permita desenmascarar su naturaleza, y enfrentar a los estudiantes con sus propios análisis, y mejorar el sentido numérico con ayuda de la estimación, porque se considera que todo esto proporciona un aprendizaje más efectivo y una comprensión más profunda (Gómez, 1995b y 1996). En este sentido, el reto es desarrollar una instrucción más efectiva, anticipando las respuestas de los alumnos, y diseñando estrategias para la corrección de las mismas cuando se requiera.

9. CONCLUSIONES

- ✓ El cálculo mental posibilita la aplicación de diferentes aspectos del pensamiento numérico tales como la descomposición y la recomposición, y la comprensión de las propiedades numéricas, la reflexión sobre las respuestas, sus diferentes interpretaciones, el contexto del problema y el cálculo necesario, determinar si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados son o no razonables.
- ✓ Con la comprensión del significado de los números y sus diferentes formas de interpretarlos así como a la apreciación del efecto de las diferentes operaciones se desarrolla el pensamiento numérico.
- ✓ Cuando se utilizan las operaciones y los números en la formulación y resolución de problemas se desarrolla pensamiento numérico.
- ✓ Hacer una reflexión acerca de la manera cómo interactúan las operaciones y los números estimula el desarrollo del pensamiento numérico; es así como la reversibilidad entre las operaciones permite a los estudiantes pensar de otra manera en problemas como: $12 + 4 = 16$ se puede ver como $16 - 4$; $840 \div 8$ se puede ver como $8 \times ? = 840$
- ✓ “Modelar la multiplicación como una adición repetida suministra una forma concreta de ayudar a los alumnos a pensar en la multiplicación así como también en cómo resolverla” (M.E.N), lo que demuestra un desarrollo del pensamiento numérico con esta estrategia.

- ✓ Según los Lineamientos los algoritmos informales son una actividad más importante que trabajar solamente con los algoritmos particulares, de ahí que el hecho de contar con los dedos se convierte en la base de los métodos informales permitiendo desarrollar el pensamiento numérico.
- ✓ Cuando los estudiantes deciden qué estrategia es la más apropiada sea exacta o aproximada permite desarrollar pensamiento numérico; al igual que cuando se reconocen diferentes maneras de representar un mismo número por ejemplo $\frac{3}{4} = 75\% = 0.75$.
- ✓ El cálculo mental desarrolla el pensamiento numérico al permitir que los estudiantes construyan nuevas estrategias encaminadas a la solución de un problema matemático.
- ✓ Permite que el estudiante manipule los objetos matemáticos para crear nuevas formas de operar diferentes a las convencionales (operaciones básicas) y es allí donde se afianza el pensamiento, no sólo numérico, si no también matemático.
- ✓ El cálculo mental favorece la generalización y amplía la velocidad del pensamiento matemático, entre otras cosas, porque las operaciones ya no se realizan con la presencia de referentes materiales o gráficos, sino con los esquemas ya interiorizados de las relaciones simbólicas.
- ✓ El cálculo mental favorece una relación más personal del estudiante con el conocimiento lo que hace que el aprendizaje de los conceptos matemáticos sea más asequible, sencillo y práctico para ellos.

- ✓ El cálculo mental se enmarca como una alternativa para la enseñanza de las matemáticas y más específicamente, como una posibilidad para el desarrollo del pensamiento numérico por lo que debe ser explorado en diferentes contextos escolares y en cualquier grupo de personas (niños, jóvenes y adultos)

10. BIBLIOGRAFÍA

1. Gómez, Alfonso. Revista Uno (22), España; Diciembre 1999.
2. Gómez, Alfonso: Topología de los errores en el cálculo mental. Un estudio en el contexto educativo.
3. Herrera Clavero, Francisco; Ramírez Salguero, Inmaculada. Situación de aprendizaje-enseñanza (S.A.E.); Universidad de Granada, Instituto de Estudios Ceutíes
4. La gaceta didáctica (Medellín) No 03, sep. 2000. 11-13
5. Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas. (1998). MEN.
6. MEN, Estándares Básicos de Calidad. 2003.
7. Mesa, Betancur Orlando. Las Tendencias en Educación Matemática y su Implementación en los Currículos y Prácticas Docentes.
8. Mesa, Orlando. Las tendencias en educación matemática y su implementación en los currículos y prácticas docentes.
9. Microsoft® Encarta® 2007. © 1993-2006 Microsoft Corporation. Reservados todos los derechos.
10. Obando Zapata Gilberto. Pensamiento numérico del preescolar a la educación básica. En: Documento preparación para la Secretaria de Educación Departamental de Antioquia.
11. Parra, Cecilia. Cálculo mental en la escuela primaria.
12. Pérez Calle Gloria. Propuesta de intervención pedagógica para el desarrollo del pensamiento numérico. (2005)
13. Segovia, Isidoro; Castro, Enrique; Castro, Encarnación; Rico, Luis. (2000). Estimación en cálculo y medida. España: Editorial Síntesis, S.A. pág. 208.
14. Uribe Consuelo. Estrategias de intervención hacia la movilización del pensamiento combinatorio numérico. (1994)
15. Vasco, Carlos. El concepto e sistema como clave del currículo de matemáticas.
16. Vasco, Carlos. La educación matemática una disciplina en construcción.

17. Vasco, Carlos. Las matemáticas escolares para el año 2001.

Páginas Web consultadas:

http://didactica-y-matematica.idoneos.com/index.php/C%C3%A1lculo_Pensado

www.hiru.com/es/matematika/matematika_00270.html - 16k -

http://www.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/txareas_mate.php

11. ANEXOS

ANEXO A PRUEBA # 1

GRADO: quinto

Utilizando el cálculo mental resuelve las siguientes situaciones:

CATEGORIA: Ejecución de algoritmos y procedimientos.

SUBCATEGORIA: Cálculo exacto

1. Si una empresa de chocolates produce 84 chocolates al día y los empaca en bolsas de a 12 ¿cuántas bolsas de chocolate obtiene?
2. Mariana tiene 25 cartas, después de jugar una partida con Santiago, queda con 13 cartas ¿ha ganado o ha perdido? ¿Cuántas?

CATEGORIA: Ejecución de algoritmos y procedimientos.

SUBCATEGORIA: Aproximación

3. Determine entre que números se encuentra el resultado de las siguientes sumas y escríbalos sobre la línea:

- $120 + 236 = \underline{\hspace{2cm}}$

a. $100 - 299$

b. $300 - 499$

c. $500 - 699$

- $550 + 125 = \underline{\hspace{2cm}}$
- a. $380 - 480$
- b. $500 - 650$
- c. $670 - 750$

1. Elige el número que más se aproxima al resultado de cada operación:

- $2530 + 5843 = (\quad)$
- (a). 5000
- (b). 7000
- (c). 8000
- (d). 9000

- $4018 \times 6 = (\quad)$
- (a). 23000
- (b). 24000
- (c). 25000
- (d). 30000

CATEGORIA: comprensión de conceptos.

SUBCATEGORIA: Composición y descomposición.

5. Exprese cada número mediante la operación que se indica:

	Suma	Resta	Multiplicación	División
20				
12				
18				
24				

CATEGORIA: Ejecución de problemas.

SUBCATEGORIA: Estimación.

7. Un estudiante de la Javiera Londoño Barrio Sevilla, del grado séptimo tiene las siguientes notas: 7, 8, 3, 9, 6. y desea saber su nota final, al realizar el promedio ¿a qué nota está más próximo?

- a. 9 – 10
- b. 7 – 8
- c. 5 – 6
- d. 3 – 4
- e. 1 – 2

8. Encierra en un círculo el número al cual se acercan más al resultado de las siguientes operaciones:

- $83 + 28$ está más cerca de: 100 – 120 – 200
- 45×3 está más cerca de: 110 – 130 – 140
- $460 \div 5$ está más cerca de: 90 – 100 – 120

ANEXO B**EJEMPLO DE PRUEBA APLICADA EN QUINTO****PRUEBA # 1**

NOMBRE: Osay Zuleiny Ayala
 GRADO: 5º

Utilizando el cálculo mental resuelve las siguientes situaciones:

- Si una empresa de chocolates produce 84 chocolates al día y los empaca en bolsas de a 12 ¿cuántas bolsas de chocolate obtiene?
 $R = 7$
- Mariana tiene 25 cartas, después de jugar una partida con Santiago, queda con 13 cartas ¿ha ganado o ha perdido? ¿Cuántas?
perdió 12 cartas.
- Determine entre que números se encuentra el resultado de las siguientes sumas y escríbalos sobre la línea:
 - $120 + 236 =$ B
 - a. $100 - 299$
 - b. $300 - 499$
 - c. $500 - 699$
 - $550 + 125 =$ C
 - a. $380 - 480$
 - b. $500 - 650$
 - c. $670 - 750$
- Elige el número que mas se aproxima al resultado de cada operación:
 - $2530 + 5843 =$ (d)
 - (a). 5000
 - (b). 7000
 - (c). 8000
 - (d). 9000
 - $4018 \times 6 =$ (d)
 - (a). 23000
 - (b). 24000
 - (c). 25000
 - (d). 30000

ANEXO C

SITUACIÓN 1

TEMA: Manejo de las operaciones básicas con los números naturales.

PROPÓSITO: indagar el nivel de manejo de las operaciones básicas por medio del cálculo mental.

ACTIVIDADES:

- Ejecutar el animaplano

DESCRIPCIÓN DE LA SITUACIÓN:

A cada estudiante se le entregará una copia de la situación (ver anexo), luego se les dice que solo es posible utilizar un lapicero o color, esto con el fin de verificar que el cálculo realizado sea mental y no escrito.

Luego se les explica la dinámica de la situación que consiste en que respondan cada uno de los 16 ejercicios que se presentan allí, y que luego cuando ya se tenga el resultado, este debe ser ubicado en el plano que se presenta; cada resultado está conformado por dos cifras las cuales deben ubicar así:

Por ejemplo en el numeral 1 el resultado es 19; entonces la ubicación en el plano se hace similar a la de las parejas ordenadas solo que en vez de responder al modelo (a, b) se utiliza ab; por lo tanto en la fila de la “a” ubico el 1

Y en la hilera de la “b” ubico el 9.

De igual forma se hace con los demás numerales ubicando cada punto y uniéndolo en el mismo orden con el siguiente hasta formar la figura que hay oculta.

RECURSOS:

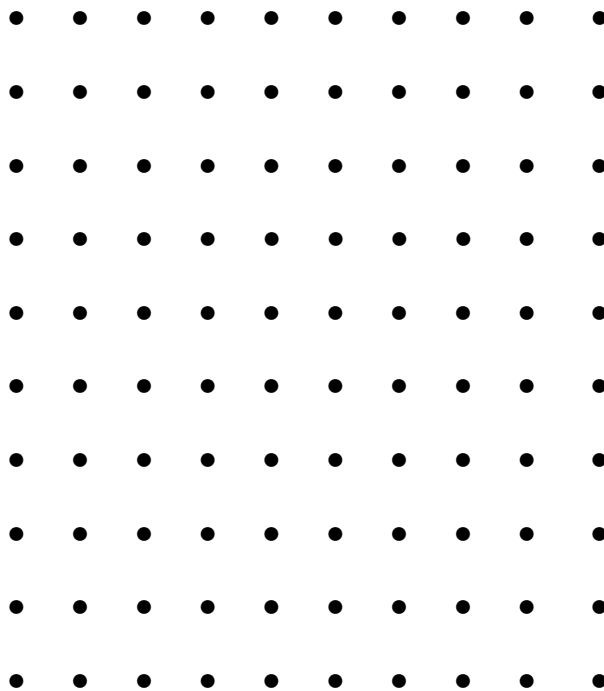
- Fotocopia individual del animaplano
- Lapicero o color

EVALUACIÓN: Antes de aplicar la situación se verificará el conocimiento y manejo del vocabulario utilizado en la misma (veces, unidad, decena, centena) con ejemplos análogos.

Durante la situación se evaluará por medio de la observación y el acompañamiento permanente, incitando al niño a que él responda sus propios interrogantes.

Después, en la revisión individual, se verificará que la hoja no esté rayada con los procedimientos de las operaciones propuestas y además se verificará los resultados de los ejercicios.

ANIMAPLANO



1. Sumo 4 veces 5 y luego le resto 1 =
2. 2 decenas menos 3 =
3. ¿Cuánto le falta a 63 para llegar a 100? =
4. ¿Cuánto le sobra a 50 para que me de 12? =
5. La suma de 13 con el producto entre 15 y 3 =
6. Sumo 15 más 10 más 30 más 2 =
7. 3 veces 31 =
8. Una centena menos 8 unidades =
9. Sume 9 veces el 9 =
10. La equivalencia en años de 6 décadas más 1 =
11. multiplico por 2 el doble de 13=
12. La mitad de 100 menos 9 =
13. Como 3 manzanas por día ¿Cuántas manzanas como en 7 días? =
14. Al producto entre 2 y 8 le restamos el producto entre 2 y 2 =
15. El séptimo número impar =
16. 1 metro menos 5 decímetros mas 7 centímetros =

ANEXO D

SITUACIÓN 2

TEMA:

El manejo de las operaciones básicas con los números naturales.

PROPOSITO:

Afianzar el manejo de las operaciones básicas por medio del cálculo mental.

ACTIVIDADES:

- Problemas lógicos.
- Construyamos la lotería matemática.
- Jugemos con la lotería matemática.

DESCRIPCION DE LA SITUACION:

- En un primer momento y para recordar un poco lo trabajado en la primera prueba se propondrán 2 problemas lógicos los cuales serán:
 1. ¿Qué número tiene el mismo número de letras que el valor que expresa?
 2. Si una niña se come un pastel en 1 hora,... ¿Cuándo tardaran 2 niñas en comerse 2 pasteles?

- Luego, a cada uno de los estudiantes se les entregará una hoja de block iris la cual deben dividir en 8 (3^0) y 16 (5^0) partes iguales; estas serán las casillas de la tabla de la lotería.
Cuando la hoja ya este dividida, se les dará un marcador o color con el cual deberán llenar cada una de las casillas con una operación matemática (+, -, * para 3^0 y +, -, *, / para 5^0) cuyo resultado oscile entre 1 y 50 para el grado 3^0 y entre 1 y 100 para el grado 5^0 ; previamente la maestra en formación lleva recortados los cartoncitos con los números del 1 al 50 (3^0) o del 1 al 100 (5^0), los números tendrán el mismo tamaño de las casillas de la tabla.

- Cuando terminamos de construir la tabla de la lotería pasamos a jugar con ella.

La maestra en formación sacará de la bolsa donde están los cartoncitos recortados con los números, uno de ellos y lo dirá en voz alta a los estudiantes; ellos deberán revisar si entre las operaciones que contemplaron en su tabla se encuentra alguna que dé como resultado éste número e inmediatamente comunicarlo a su maestra antes que otro niño lo haga, la docente comprobará si es verdad que la operación señalada da dicho resultado consultándolo con los demás compañeros y si es correcto le entrega el cartoncito para que el estudiante lo coloque sobre dicha operación, luego la maestra pregunta: ¿Quiénes de ustedes tienen otras operaciones que den el mismo resultado? Y entre todos verifican.

Esta actividad seguirá hasta que alguno de los niños complete totalmente su tabla y diga: “lotería”.

RECURSOS:

- Hoja de preguntas lógicas
- Hojas iris
- Marcadores o colores
- Tijeras
- Bolsa

EVALUACION:

La evaluación se realizara en dos momentos: al comienzo se realizará un pequeño diagnóstico utilizando para esto las o preguntas planteadas al inicio de la actividad; y durante la actividad se evaluará observando las intervenciones de los niños, la capacidad de reacción frente a la situación repartiendo por equipos los fichos con los resultados y pasando por cada grupo observando la manera como entre ellos mismos hacen el papel de moderador y de jugador, comprobando así la agilidad mental y destreza en el cálculo de cada uno de ellos.

ANEXO E
GUIA DE ENTREVISTA A ESTUDIANTE

1. IDENTIFICACIÓN

- NOMBRE
- GRADO
- EDAD
- INSTITUCIÓN EDUCATIVA

2. POSICIÓN FRENTE A LA MATERIA

- ¿Te gusta o no degusta la materia de matemáticas y porque?

- ¿Cómo ha sido tu rendimiento?

- ¿Para qué te sirve aprender matemáticas?

¿Qué te gustaría aprender de matemáticas?

¿En qué te consideras bueno en matemáticas?

3. RELACIONES MAESTRO-ESTUDIANTE

¿Cómo te parece tu maestro?

¿Cómo es la relación con tu maestro?

¿Qué hacen en la clase de matemáticas?

¿Cómo es la evaluación?

4. RELACIONES CONTEXTO ESCOLAR

¿Cómo te sientes en el colegio y porque?

¿Qué opinas de tus compañeros?

¿Estudias con tus compañeros fuera del colegio?

¿Existen semilleros?

¿Existen olimpiadas? ¿En qué consisten?

ANEXO F
CUADROS DEL ANALISIS INICIAL

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	DESEMPEÑO DEL ESTUDIANTE	ANALISIS
Resolución de problemas	Cálculo exacto	<p>A la pregunta: ¿El alojamiento para un grupo de 21 personas durante 8 días en el club los almendros cuesta 2.400.000 cada cabaña para 8 personas solamente; cuantas cabañas necesitaremos y cuánto nos cuesta?</p> <p>En temporada baja nos dan un 30% de descuento, ¿Si viajamos en dicha temporada, cuánto es el descuento?</p> <p>Las 3 cabañas que valen 7.200.000 menos el 30% que equivale a 2.100.000, el total para pagar es de 5.100.000 con el descuento.</p> $7.200.000 - 2.100.000 = 5.100.000$	<p>Se percibe que el primer cálculo fue sencillo de resolver para este estudiante, multiplicar 2.400.000 por 3 cabañas que se necesitan para alojar a las 21 personas. Este tipo de cálculo demuestra una comprensión de lo que se está formulando e implícitamente se fortalece las operaciones básicas, su relación y aplicación dentro de un problema. No se puede olvidar, que el cálculo mental hace parte de las estrategias que revelan sentido numérico (lineamientos curriculares de matemáticas), y las operaciones matemáticas son una base para el desempeño efectivo en el cálculo mental. La segunda parte del cálculo, del 30% sobre los 7.200.000 se trata de calcular de forma exacta, pero este ha sido erróneo, por lo que no se observa una estrategia eficaz para solucionar el problema, pero no se puede olvidar que si bien hubiera sido una aproximación esta correcta.</p>
Resolución de problemas	Cálculo exacto y estimado	<p>Si los tiquetes aéreos cuestan 400.000 ida y regreso por persona y somos 21 nos cuesta 8.400.000 y nos van a realizar un descuento del 16% de IVA sobre el total ¿Cuánto es el descuento?</p>	<p>Es importante tener presente que dominar o tener una comprensión sobre los porcentajes, nos permite enriquecer al estudiante en otras formas de expresar un decimal o una fracción, es decir. Realizar</p>

		<p>Respuesta del estudiante: El 16% de 400.000 es: 10% 40.000 5% 20.000 1% 4.000 Total: 64.000 Esto 64.000 por 21= 1.344.000 8.4000.000 me queda 7.056.000 Si somos más de 20 personas la aerolínea descuenta 10.000 de tasa aeroportuaria por trayecto ¿Cuánto daría este nuevo descuento? Si somos más de 20 personas no nos cobran la tasa aeroportuaria que son 10.000 por persona en total por los 21 pasajes son 210.000 menos 7.056.000; en total nos tocaría pagar \$6.846.000</p>	<p>procesos de sustitución como lo indica Castro (2.000), pues comenzar a impulsar mediante el cálculo mental la comprensión de los porcentajes permitirá un trabajo más productivo cuando se compare con una cifra decimal o una fracción. En cuanto a la comprensión de la pregunta de la tasa, nos indica que el cálculo a pesar de estar bien elaborado, se olvidó que un pasaje ida y regreso consta de dos trayectos, algo que se debía tener en cuenta ya que afecta considerablemente el contexto y la solución del problema, se puede pensar en un descuido o en desconocimiento de la palabra trayecto.</p>
--	--	--	--

CATEGORIA GENERAL	SUBCATEGORIA	DESCRIPCIÓN DESEMPEÑO DEL ESTUDIANTE	ANÁLISIS
Ejercitación de algoritmos y procedimientos.	Cálculo exacto	<p>Pregunta 1. Si me divides por 2 tendrás 9. ¿Cual número soy? El estudiante manifiesta que el primer punto de esta situación es muy sencillo, y plantea como propuesta, que simplemente efectuamos la multiplicación de 2 por 9 para obtener como respuesta 18. Así mismo, completa la pregunta diciendo que: "18 dividido entre 2 es 9". Por tanto el número que necesito es 18.</p>	<p>Observando el desempeño de este estudiante vemos que tiene buen dominio de estas operaciones básicas, como son la multiplicación y la división, así mismo que tiene reversibilidad al realizar este tipo de operaciones. Tiene un buen desempeño en las actividades de cálculo mental, como la que se ha propuesto.</p>
Ejercitación de Algoritmos y procedimientos.	Cálculo exacto.	<p>Pregunta 2. Si me divides por 4 tendrás 6. ¿Cuál número soy? El estudiante observa la segunda pregunta y dice "profe esto es así</p>	<p>El estudiante, a medida que van pasando y/o desarrollando los ejercicios propuestos, va adquiriendo una gran habilidad, y</p>

		<p>de fácil”, a lo que el profesor con una expresión en su rostro dice: “normal” y de inmediato da respuesta a lo que pide el ejercicio planteado, 6 por 4 es igual a 24 por lo tanto 24 dividido entre 6 es igual a 6 de esta forma se da una respuesta clara y concisa a lo que se pretende.</p>	<p>el acercamiento al buen desarrollo del pensamiento numérico, usando el cálculo mental, y en este caso el cálculo exacto como una herramienta para ello.</p>
<p>Ejercitación de algoritmos y procedimientos.</p>	<p>Cálculo exacto Calculo estimado</p>	<p>Pregunta 7. Si me multiplicas por 4 y luego divides por 2, tendrás 5 ¿Cuál número soy? Al llegar a esta pregunta el estudiante indaga con otro compañero sobre la respuesta, y al no encontrarla, busca ayuda con el docente; a la cual el docente le manifiesta, que si no encuentra una respuesta exacta, que describa el proceso que utilizó para resolver el ejercicio, y un rato después, el estudiante coloca como respuesta lo siguiente: “el único que dividido 2 da 5 es 10, y 10 no es múltiplo de 4”</p>	<p>Se observa en el estudiante aquí, una duda ante la circunstancia de la situación, pero que trata de sortear buscando diferentes alternativas, compañeros, docentes, otras. Es bueno reconocer que el variar el sistema de la situación, puso en aprietos al estudiante, cosa que lo llevo a razonar de una forma diferente, reconociendo los conceptos de las operaciones estudiadas, lo que permitió dar su respuesta.</p>
<p>Formulación de problemas</p>	<p>Solución de problemas.</p>	<p>Acertijo. La idea en esta segunda parte de la situación, es que los estudiantes puedan plantear su propio acertijo a partir de la estructura de un ejemplo previamente establecido; a lo que este estudiante se desenvolvió así: “Soy un digito de dos números, mi decena es mayor 3 dígitos que mi unidad y la suma total da 10” Es de notar que este joven varias veces pregunto por el proceso para desarrollar dicho acertijo, para lo que fue orientado por</p>	<p>Es otro tipo de respuesta la que ahora se pretende, el estudiante, tras la lectura de un ejemplo debe tratar de proponer su propio acertijo; para ser un primer acercamiento de una formulación de un problema es entendible, en el aspecto matemático tiene la idea del objetivo que se busca para dicha prueba, pero en la redacción del problema es donde se nota una sutil falencia para alcanzar lo que se pretende.</p>

		<p>parte del docente. Explicación: "El 4 es mayor que 1 y la suma de $4 + 1$ es 5" Resultado 41; profe si está bien exclama el joven una vez termina de realizar el acertijo.</p>	
--	--	--	--

OTRO ESTUDIANTE

CATEGORIA GENERAL	SUBCATEGORIA	DESCRIPCIÓN DESEMPEÑO DEL ESTUDIANTE	ANALISIS
Ejercitación de algoritmos y procedimientos.	Cálculo exacto. Calculo estimado.	<p>Pregunta 1. Si me divides por 2 tendrás 9 ¿Cuál número soy? Este estudiante en particular, comienza a desarrollar esta situación, leyendo detenidamente aquellos aspectos que se le sugieren, no modula una sola palabra, sino que simplemente se dedica a desenvolverse en lo que se le pide; obtiene como respuesta 18.</p>	<p>Nos encontramos aquí con un claro ejemplo de un alumno autosuficiente, quien con las instrucciones dadas se dedica a desarrollar las actividades propuestas. No requiere de ayuda y comienza con una buena estrategia de cálculo mental, que le permite llegar al resultado esperado.</p>
Ejercitación de algoritmos y procedimientos.	Cálculo exacto. Calculo estimado.	<p>Se les pone a los estudiantes el siguiente ejercicio para hacerlo por medio del cálculo mental: Al producto entre 20 y 4, reste el producto entre 9 y 2=13 "Ya que sume $20 + 4$ y también $9 + 2$ y luego reste $24 - 11$ que fueron los resultados obtenidos". En otro caso se pone el siguiente ejercicio: $3 \text{ docenas} + 3 \text{ decenas} = 72u$ Por $36 + 36 = 72$</p>	<p>La dificultad o el resultado erróneo de los estudiantes en estos ejercicios, fueron básicamente por el desconocimiento conceptual de las operaciones y del desconocimiento que tienen de la descomposición derivada del sistema de numeración posicional de una de una cantidad determinada, es decir, que si no hay claridad en lo que indica o significa los diferentes términos matemáticos, no sólo afecta al cálculo mental como tal en cuanto a un resultado correcto, sino que, este estudiante puede prolongar esta poca claridad en los conceptos impidiendo que comprenda de forma apropiada</p>

			nuevos temas de aprendizaje del mismo. Es de notar, que por la misma esencia del cálculo mental, se ha detectado en el estudiante esta deficiencia y que es por este mismo método que puede superarlo.
--	--	--	--

CATEGORIA GENERAL	SUBCATEGORIA	DESCRIPCIÓN DESEMPEÑO DEL ESTUDIANTE	ANALISIS
Comprensión	Calculo estimado Sustitución	<p>Expresa los siguientes porcentajes en fracciones, utilizando calculo mental: 62%, 67%, 20%, 29%, 42%</p> <p>Al principio opinan que es muy difícil, y se trata de orientarlos por medio de un ejemplo 30% = 1/3 50% = 1/2 es mayor que, se pregunta ¿porque?</p> <p>Dice que 1/3 es mayor que 1/2 porque 3 es mayor que 2, si fueran negativos -2 es mayor que -3, lo explica por medio de la recta numérica y dice que 3 está más allá a la derecha que 2 lo que implica que es mayor.</p> <p>¿Si son fracciones es lo mismo decir eso? Lo piensa un poco y pide nuevamente un ejemplo.</p> <p>Se le pide que divida una manzana en 4 partes iguales y se le pregunta a quien le toca más, el que se come 4/3 de la manzana o al que le toca 4/2 de la manzana; sin estar muy convencido de aquello, se le pide que exprese en decimales una porción de la manzana, luego dos y luego tres.</p> <p>Lo expresa de la siguiente</p>	<p>Al tratar de dar una explicación del porque 1/3 es mayor que 1/2 incurre en el error de compararlos con números enteros, por lo cual su argumento con la recta numérica no es válido. Es importante reconocer la recta numérica como una herramienta que permite establecer un orden entre las cantidades, al realizarlo el estudiante reconoce que las cantidades comparadas no son enteras (son fracciones) y pertenecen a otro conjunto numérico, esa relación implícita moviliza su pensamiento numérico al comprender con esta, constituido el orden en los diferentes conjuntos de números; está claro que dentro de sus conocimientos previos reconoce los números negativos y por ende la existencia de los enteros.</p> <p>Sigue existiendo dificultades con el manejo de las fracciones, sin embargo al movilizar su pensamiento en la búsqueda de una solución lógica y para la necesidad del ejercicio, pudo establecer de nuevo las diferencias entre el numerador y el</p>

		<p>manera: 1 lo expresa $\frac{4}{1}$ 2 lo expresa $\frac{4}{2}$ 3 lo expresa $\frac{4}{3}$ Afirma entonces que entre más grande sea la cantidad del denominador, menor es la cantidad resultante.</p>	<p>denominador, movilizándolo, no sólo en sentido numérico, sino también aceptar su capacidad de cálculo mental para operar, establecer relaciones en situaciones determinadas y para afrontar sus conocimientos y conceptos.</p>
Comprensión	Estimación	<p>Expresa los siguientes porcentajes en fracciones utilizando sólo cálculo mental: 67%, 20%, 29%, 42%; continuando con el desarrollo del ejercicio y las actividades de la situación. $67\% = \frac{3}{5}$ es un dato aproximado $20\% = \frac{1}{5}$ Se le pregunta al estudiante del porque de estas soluciones; lo explica de la siguiente manera: $\frac{10}{4} = 0.25$ 0.25 es aproximadamente el 20%. Continua. $29\% = \frac{1}{3}$ aproximadamente $42\% = \frac{2}{5}$ para explicarlo dice: "...$\frac{2}{4}$ es el 50% y si se le suma una cantidad más al 4, es decir, $1+4$, el porcentaje disminuye $\frac{2}{5}$ menos de 50% y aproximado a 42%." $\frac{20}{5} = 0.4$</p>	<p>Mientras se avanza en la situación su capacidad para sustituir las cantidades ha progresado de manera considerable, pues al considerar diferentes fracciones para determinar un porcentaje, e intenta comparar las mismas con otras soluciones que ha estimado en ejercicios anteriores, permite ver que el cálculo mental ha desarrollado su capacidad argumentativa y propositiva al relacionar tanto decimales, porcentajes y fracciones como cantidades congruentes, y que es posible sustituirlas en determinado momento para facilitar la solución de un ejercicio. En el texto estimación en cálculo y medida, lo explica añadiendo que este criterio debe permitir el cálculo y no hay estrategias predeterminadas y estas posibilidades pueden ser muy amplias.</p>
Ejercitación de algoritmos y procedimientos.	Calculo estimado	<p>Resuelve la siguiente operación sustituyendo las fracciones por decimales: $\frac{11}{15} + \frac{35}{84}$; el estudiante resuelve en su hoja de papel: $\frac{11}{15} = 0,22$ $\frac{110}{15} = 0,2$ Se le pregunta si está haciendo escrito el ejercicio que este debe ser mental, a lo cual le da a</p>	<p>En un inicio el estudiante tiene una primera dificultad para realizar el cálculo estimado de $\frac{11}{15}$ porque no recordaba el algoritmo de la división, sin embargo por la necesidad del cálculo lo recordó, permitiendo elaborar mentalmente la división y emitirán valor aproximado. Esto se consolida</p>

		<p>entender que no recuerda como es el algoritmo de la división, se opta por dar un ejemplo el cual es interrumpido argumentando que ya recuerda. Después de un tiempo da a conocer $11/15= 0,7$, porque $0,8$ es menos aproximado que $0,7$, porque si multiplicamos $15 * 7= 105$ mientras que $15*8=120$ que está más alejado de 110 que 105 $110/15=0,7$ con residuo 5 Luego continua: $11/15+35/84=0,7+0,4=1,1$</p>	<p>cuando lo compara con $0,8$ y explica las razones por las cuales es más aproximado $0,7$ que el anterior.</p>
--	--	--	--