

**EL PROCESO DE GENERALIZACIÓN EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA DE
ESTUDIANTES ADULTOS.**



**SORAYA ISABEL GARCÍA MÚNERA
ESNEYDER VARGAS FLÓREZ**

Trabajo de grado para optar al título de **Licenciado en Educación Básica con
énfasis en matemáticas.**

Asesor

Mg. Jhony Alexander Villa Ochoa

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES.

MEDELLÍN

2008

Tabla de contenido

AGRADECIMIENTOS.....	3
INTRODUCCIÓN.....	4
CAPÍTULO N° 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	6
ANTECEDENTES	7
REVISIÓN DE LA LITERATURA	6
LA GENERALIZACIÓN MATEMÁTICA EN LOS LINEAMIENTOS Y ESTÁNDARES CURRICULARES.....	10
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	12
OBJETIVOS	¡Error! Marcador no definido. 13
OBJETIVO GENERAL	13
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	13
CAPITULO N° 2. REFERENTES TEÓRICOS.	13
EL PROCESO DE GENERALIZACIÓN	13
IMPORTANCIA DE LA GENERALIZACIÓN EN EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS	20
¿QUÉ ES LA EDUCACIÓN DE ADULTOS?.....	22
CAPÍTULO N°3. DISEÑO METODOLÓGICO.....	24
POBLACIÓN	25
LA ETNOGRAFÍA COMO METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN EN LA EDUCACIÓN DE ADULTOS.....	26
INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN	28
CAPÍTULO N°4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	29
RESULTADOS DE LAS PRUEBAS DISNÓSTICAS.....	30
RESULTADOS DE LA PRIMERA ENTREVISTA.....	37
RESULTADOS DE LA SEGUNDA ENTREVISTA.....	38
RESULTADO DE LAS PRUEBAS	38
CONCLUSIONES.....	41
RECOMENDACIONES.....	44
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45
ANEXOS.....	49
ANEXO A	49
SITUACIONES DE DIAGNÓSTICO.....	49
ACTIVIDAD 1.....	49
ACTIVIDAD 2	50
ACTIVIDAD 3	51
ACTIVIDAD 4	52
ACTIVIDADES SEGUNDA PRUEBA.....	54
NÚMEROS PENTAGONALES.....	54
SUCESIÓN DE FIBONACCI.....	55
TRIÁNGULO DE PASCAL.....	56

AGRADECIMENTOS

Los autores de este trabajo de investigación, queremos expresar nuestra gratitud al profesor Johnny Alexander Villa Ochoa, por aceptar con generosidad ser nuestro asesor en este proceso de investigación y construcción continua, en los cuatro semestres que fue la duración de éste, a demás por la paciencia y dedicación que nos brindó.

También queremos hacer extensivos los agradecimientos a la comunidad educativa del Instituto Tecnológico Metropolitano, sede castilla, por el acogimiento, buena disposición y apoyo de todos los participantes en el proceso de construcción de nuestro trabajo de grado.

A la Universidad de Antioquia, y al grupo de docentes que nos acompañó y simultáneamente nos formó en la Licenciatura en Educación Básica con énfasis en matemática, mil y mil gracias.

A nuestras familias, un especial agradecimiento por la paciencia y comprensión por los pocos espacios de tiempo que les dedicábamos, en el periodo de construcción de éste trabajo.

Soraya y Esneyder.

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas se ha observado una fuerte preocupación por la forma en cómo se enseñan y se aprenden las matemáticas en el contexto escolar. Esta preocupación ha contribuido a la consolidación de la Educación Matemática como una disciplina científica con grandes desarrollos a nivel mundial. En nuestro país, desde hace aproximadamente dos décadas atrás, se ha venido consolidando esta disciplina, creando y desarrollando sociedades matemáticas como: “La Sociedad Colombiana de Matemáticas, entre otras, las cuales tienen como propósito ofrecer espacios de estudio y debate de diversos aspectos curriculares como contenidos, metodologías, evaluaciones y formación de educadores. Son muchos los educadores colombianos que han aprovechado estos grupos o sociedades para ampliar su formación y enriquecer su visión de la educación Matemática en Colombia, aportándole al país un apoyo importante para la transformación del currículo de Matemáticas.

Este proyecto de investigación, muestra cómo en situaciones diseñadas bajo ciertos parámetros creamos ambientes propicios para estimular y favorecer el proceso de generalización en los estudiantes adultos, la sistematización, considerada como un proceso del pensamiento matemático; en dicho proceso se dan unos aportes enfocados a mejorar la eficacia de los procesos matemáticos dentro del aula de clase.

Para lograr este propósito se desarrolló una investigación que se reporta en el presente informe. El documento consta básicamente de cuatro capítulos claramente diferenciados, cada uno de los cuales se fue consolidando en el desarrollo de las indagaciones.

El primer capítulo, denominado “PROBLEMA DE INVESTIGACION”, hace una presentación de los antecedentes que condujeron a la determinación del problema de investigación. Entre ellos, se realiza una revisión de la literatura con lo cual se muestra como el proceso de generalización matemática ha sido objeto de estudio de muchas investigaciones en las últimas décadas, por sus valiosos aportes a la

construcción de modelos de fenómenos de variación y cambio en las diferentes ciencias. De igual manera en este capítulo, se dan algunos aportes que propenden a mejorar los resultados obtenidos por los estudiantes en pruebas externas como lo son las pruebas las pruebas SABER.

El segundo capítulo, “REFERENTES TEÓRICOS”, se presentan ciertas posturas de la importancia de la generalización en la educación matemática a través de la historia y además se describen las características esenciales de la educación de adultos que dieron soporte al diseño de actividades para la investigación.

En el capítulo número tres, “DISEÑO METODOLOGICO” se describe la etnográfica como metodología de investigación adoptada; se presentan los criterios de construcción y análisis de las situaciones diseñadas para la experiencia, tanto de diagnóstico como de intervención; además se presentan los análisis a priori de las mismas.

Finalmente, en el capítulo cuatro: “ANALISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES”, se describen los resultados obtenidos en las observaciones las anteriores situaciones y se hacen sus respectivas interpretaciones con el fin de confrontar nuestro problema de investigación y la pertinencia de la estrategia planteada en la solución del problema.

Adicionalmente se elaboran las respectivas conclusiones y se sugieren algunas ideas para futuras investigaciones.

CAPÍTULO Nº 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

ANTECEDENTES

Revisión de la literatura

Al revisar algunas investigaciones en el campo de la educación matemática, se encuentra un trabajo realizado por John Jairo Pérez en el año 2005, donde se propone ahondar en el campo de la generalización matemática y más específicamente a las dificultades que presentan los estudiantes de 9° grado de educación básica del INEM José Félix de Restrepo de la ciudad de Medellín para la ejecución de procesos cognitivos tales como la abstracción y la generalización, considerándose esta última como un proceso de inducción matemática donde se pasa de procesos particulares a procesos generales y viceversa, donde se identifican características comunes y se extiende a un contexto más amplio. Para lo cual dentro del trabajo, se desarrollan una serie de referentes teóricos y metodológicos que permiten implementar en el aula algunas situaciones problema con el propósito de movilizar en los estudiantes su pensamiento lógico – matemático y desarrollar habilidades para resolver situaciones que involucran generalizaciones; tratando así que el alumno desarrolle su potencial matemático, incluyendo en este término las capacidades de comunicarse matemáticamente, razonar, explorar, formular hipótesis, conjeturar, plantear variables, relaciones y leyes generales a partir de la observación. Después de realizar la intervención en el aula el autor de esta investigación logró concluir que este trabajo presenta gran relevancia en cuanto propone aspectos del currículo y la enseñanza que no se habían llevado al aula de clase en el grado 9° de educación básica del INEM José Félix de Restrepo de la ciudad de Medellín, como son el de conjugar en una misma estrategia el desarrollo del pensamiento matemático, la adquisición de conceptos, la resolución de problemas y el acceso a un lenguaje matemático más formalizado. Después de desarrollar los referentes teóricos sobre la generalización matemática e implementarlos con la metodología de las situaciones problema, son varios los

aspectos que son importantes resaltar: Las respuestas que dieron los alumnos a las pruebas realizadas permiten inferir que hay dos clases de acciones diferentes, según contemplan los elementos del problema de forma estática o dinámica. Los que los consideran en forma dinámica imaginan el objeto matemático en todas. Al final de las pruebas se reconoce un avance notable en la utilización de representaciones como tablas, gráficos, y la utilización de expresiones de acuerdo con los conjuntos numéricos en los cuales se trabaja, se nota además soltura en la descripción de patrones de formación y regularidades entre los elementos de secuencias numéricas o gráficas lo mismo que en su posterior simbolización, lo que permite facilidad por parte de los estudiantes para dar a conocer ideas y resultados encontrados en torno al problema. Encontrando que las actividades realizadas por los estudiantes sobre generalización, posibilitaron el desarrollo de habilidades como la elaboración de conjeturas como predicción de posibles resultados en un determinado problema y la sistematización de datos permitiendo encontrar en forma rápida y eficaz las posibles relaciones en un conjunto de elementos, lo que propicia una visión más global de la situación por parte del estudiante.

Continuando con nuestra revisión en textos acerca de la generalización matemática, se puede afirmar que “En la actualidad existen diferentes perspectivas para la iniciación al álgebra escolar, entre ellas se destacan la perspectiva histórica, de solución de problemas, la funcional, de modelación y la de generalización (en cuanto a patrones numéricos y geométricos, y de las leyes que gobiernan las relaciones numéricas). La perspectiva de la generalización para la iniciación al álgebra es una ruta que tiene grandes ventajas en cuanto al desarrollo de habilidades algebraicas de los estudiantes, sin embargo como afirma Radford (1996: 108) La generalización como una herramienta didáctica no puede evitar el problema de la validez y la validez es, en sí misma, una idea muy compleja. Esto no significa que la generalización no pueda ser usada como un puente útil hacia el álgebra. El desea señalar que el uso de la generalización supone que se debe estar preparado para trabajar con una herramienta (lógica) adicional en el salón de clase.”(Villa) La generalización de patrones aritméticos y geométricos es de naturaleza diferente y

como tal es preciso que se tome conciencia de dichas diferencias a la hora de preparar actividades para el aula, dado que en cualquiera de ellas se hacen presentes una serie de variables que no necesariamente hacen presencia en la otra. En la generalización de patrones de carácter geométrico existe cierto grado de certidumbre (sobre la validez) ofrecida por algunas de las variables visuales que se pueden practicar y al igual que en los patrones aritméticos es necesario incluir las competencias de los estudiantes para dar explicaciones y argumentos de los procedimientos elaborados, la justificación de la selección de una estrategia para abordar el problema y la comprobación de la expresión mediante la satisfacción de datos del patrón. La imposibilidad de encontrar *una única* expresión simbólica que generalice determinado tipo de patrón aritmético sugiere que en el aula se incluyan reflexiones sobre la variedad de las expresiones y el contexto en el cual surgen. La validación, entendida como una fase que da al proceso de generalización en el aula de clase, cierto grado de certidumbre y seguridad frente a los resultados obtenidos en el proceso, donde se debe tener en cuenta el proceso que el estudiante realizó para llegar a una respuesta y no la común idea positivista de demostración-deducción o la necesidad de encontrar una respuesta única y correcta por parte del alumno hacia el profesor.

En un trabajo realizado en la Universidad de la Laguna se encontró que

“Krutestskii (1976) habla de la habilidad para generalizar algún contenido matemático (objetos, relaciones y operaciones) y distingue dos niveles: la habilidad personal para ver algo general y conocido en lo que es particular y concreto (someter un caso particular a un concepto general conocido) y la habilidad para ver algo general y todavía desconocido en lo que es particular y aislado (deducir lo general a partir de casos concretos para formar un concepto). Para un alumno, una cosa es ver la posibilidad de aplicar una fórmula conocida a un caso particular y otra cosa es deducir una fórmula desconocida a partir de casos particulares.

En su investigación, Krutestskii diseñó materiales para estudiar la habilidad mostrada por los alumnos en el segundo de los niveles de generalización del

contenido matemático a partir del proceso de inducción finita. Como resultado de la investigación se distinguieron cuatro niveles de habilidad para generalizar entre alumnos que poseen diferentes capacidades para las matemáticas.

Nivel 1. No generaliza material respecto de atributos esenciales, ni siquiera con la ayuda del experimentador y después de realizar un número de ejercicios prácticos intermedios del mismo tipo.

Nivel 2. Generaliza material respecto de atributos esenciales con la ayuda del experimentador y después de realizar un número de ejercicios prácticos del mismo tipo, mostrando errores e imprecisiones.

Nivel 3. Generaliza material respecto de atributos esenciales por sí mismo, pero después de varios ejercicios del mismo tipo con errores insignificantes. Es capaz de realizar generalizaciones libres de error por medio de indicaciones y preguntas insignificantes hechas por el investigador.

Nivel 4. Generaliza material correctamente e inmediatamente, sin experimentar dificultades, sin ayuda por parte del experimentador y sin una práctica especial en resolver problemas del mismo tipo.

De la propia formulación de los niveles se deduce que tal estudio consistió en una práctica de enseñanza, donde los materiales fueron preparados para conseguir tal habilidad de generalizar mediante la abstracción de atributos esenciales, donde juega un papel importante el proceso de inducción empírica (Polya, 1966). Además, se señala un tipo único de tarea, que sirve como medio hacia el desarrollo de la habilidad, medida esta por la velocidad y extensión de la generalización. La velocidad se refiere al número de casos concretos necesarios para realizar una generalización.

Los niveles establecidos mediante la investigación de Krutestskii señalan la relación estrecha que existe entre diferentes procesos como son la abstracción, la inducción y la generalización en la formación de los conceptos matemáticos.”

La generalización matemática en los Lineamientos y Estándares Curriculares.

Según los lineamientos curriculares del área, es primordial relacionar los contenidos del aprendizaje con la experiencia cotidiana y con los saberes que circulan en la escuela, entre estos desde luego, las disciplinas científicas. En concordancia con este planteamiento se deben tener en cuenta para la organización curricular tres aspectos: los conocimientos básicos, los procesos generales y el contexto. Por lo tanto en toda actividad matemática deben estar presentes los procesos generales que tienen que ver con:

- La resolución de problemas
- El razonamiento
- La comunicación
- La modelación
- La elaboración, comparación y ejercitación de problemas

La generalización matemática está inmersa dentro del proceso general de la modelación, en donde según Treffers y Goffree citados en lineamientos curriculares de matemática (1998, p. 98) describen la modelación como “una actividad estructurante y organizadora mediante, la cual el conocimiento y las habilidades adquiridas se utilizan para descubrir regularidades, relaciones y estructuras desconocidas”.

Estos mismos autores citados en Lineamientos Curriculares (1998, p. 99) proponen que “para transferir la situación problemática real a un problema planteado matemáticamente, pueden ayudar algunas actividades como las siguientes:

- Identificar las matemáticas específicas en un contexto general
- Esquematizar
- Formular y visualizar el problema
- Descubrir relaciones
- Descubrir regularidades
- Reconocer aspectos isomórficos en diferentes problemas

- Transferir un problema de la vida real a un problema matemático
- Transferir un problema del mundo real a un modelo matemático conocido

Una vez que el problema ha sido transferido a unos problemas más o menos matemático, ese problema puede ser atacado y tratado con herramientas matemáticas, para lo cual se pueden realizar actividades como las siguientes:

- Representar una relación en una fórmula
- Probar o demostrar regularidades
- Refinar y ajustar modelos
- utilizar diferentes modelos
- combinar e integrar modelos
- Formular un concepto matemático nuevo
- Generalizar

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Considerando que los estudiantes adultos que retoman las aulas escolares son portadores de un conocimiento que han alcanzado a desarrollar en los diferentes contextos con los que a diario tiene contacto, y teniendo en cuenta los elementos esgrimidos en los apartados anteriores, nos dimos a la tarea de observar a un grupo de estudiantes adultos de ciclo IV (8° y 9° de Educación Básica) en sus diferentes actividades en las clases de matemáticas, con el fin de explorar los diversos comportamientos y actitudes frente situaciones en las cuales se utilizan procedimientos para identificar regularidades y establecer generalizaciones.

En este sentido esta investigación pretende abordar la siguiente pregunta como problema de investigación

¿Cuáles son las características del razonamiento de los estudiantes adultos cuando se ven enfrentados a situaciones que requieren procesos de generalización matemática?

OBJETIVOS

Objetivo General

Determinar las características del razonamiento de estudiantes adultos relativos a procesos de generalización matemática.

Objetivos Específicos

1. Reconocer la importancia de la generalización en situaciones concretas y específicas dentro del aula.
2. Observar las diferentes formas como se lleva a cabo la generalización en los estudiantes adultos.

CAPÍTULO Nº 2. REFERENTES TEÓRICOS.

EL PROCESO DE GENERALIZACIÓN

La Generalización Matemática como proceso de pensamiento que ayuda en la solución de problemas complejos, aunque poco explorada, está presente en las metas de la educación en Colombia, por tal motivo ha sido incluida tanto en la ley general de educación como en los lineamientos curriculares y en los Estándares curriculares.

El MEN (ley 115 de febrero 8 de 1994, artículo 20, numeral c) plantea que uno de los objetivos generales de la educación básica debe ser “Ampliar y profundizar el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana”.

Por su parte los Lineamientos Curriculares (1998, p35), hace mención a los procesos de pensamiento como eje transversal en la enseñanza de las matemáticas: “se propone una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y mas duraderos que los tradicionales, que no solo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicables y útiles para aprender. Afirmando con esto que debe haber una coherencia entre lo que se enseña y el cómo se enseña, de manera que se desarrolle en el estudiante la posibilidad de utilizar todos los conocimientos adquiridos en la solución de problemas y el razonar matemáticamente.

Se deben resaltar también los planteamientos que hace el MEN en los Estándares curriculares (2003,16) respecto a los procesos matemáticos, incluyendo la generalización en los tres aspectos que se deben tener en cuenta para la actividad matemática y sobre los cuales están fundamentados los estándares: resolución de problemas, razonamiento y comunicación matemática, todos y cada uno de estos aspectos encaminados a una aprehensión conceptual de la matemática y del razonamiento que sobre ella se hace.

La generalización como un proceso dentro de la enseñanza matemática no debe estar incluida en el currículo como una temática a tratar “la generalidad está en el currículo más que todo porque representa una clase de problemas que se pueden resolver de manera completa por medio de un algoritmo que se puede enseñar a los estudiantes”.(Mason,1999) No darle la importancia al proceso de generalización como una habilidad de pensamiento que necesita ser desarrollada en los estudiantes retrasará el proceso y llevará la matemática a un nivel en el cual no

prime el pensar dinámicamente sino que prime el algoritmo, más que el razonamiento que sobre las matemáticas se debe hacer.

En el libro RUTA Y RAICES DEL ALGEBRA (1998), propuso que los alumnos desarrollen sus habilidades para expresar generalidades a través de tres etapas que son: ver, decir y registrar.

En nuestra propuesta las actividades deben ser muy explícitas a cerca de la expresión de generalidad pues es el centro del pensamiento matemático y una raíz del álgebra, para lograr un aprendizaje significativo en el proceso de generalización, también debemos tener en cuenta que todo tiene un orden y una secuencia que a medida que se va desarrollando se van adquiriendo más habilidades y no podemos pretender que el alumno registre y generalice de inmediato, por tanto estamos de acuerdo que el alumno necesita tiempo para asimilar las etapas de ver, decir y registrar.

Según Villa (2006) la etapa de “ver ” hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación, es decir, ver algo en común o preguntarse qué es lo que tienen igual, identificar los factores para producir una regla que se pueda trabajar.

Según Villa (2006, en prensa) ver desde dos puntos diferentes, ver el patrón, en cuanto aumenta, y ver por qué es uno de los aspectos más importantes de percibir la generalidad, y un aspecto al cual estaremos recordando una y otra vez.

Según Villa (2006, en prensa) en la etapa de “decir” es donde se articula en palabras lo observado y lo que se ha reconocido, ya que las palabras son la forma de expresar lo que pensamos y en donde los alumnos temen a equivocarse o decir incoherencias por lo cual es mejor incentivarlos a decir en un caso particular o especial (decir cual es el patrón).

Según villa (2006, en prensa), en la etapa de “registrar” lo que se pretende es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita, en esta etapa es donde el alumno tiene dificultad en plasmar en un papel sus pensamientos por ser en éste donde se puede someter a un mayor análisis.

El registrar un patrón involucra una variedad de formatos, la validez de una fórmula puede ser probada de diferentes maneras y la necesidad de convencer a alguien lleva a ver y a decir por qué, pues es importante la noción de lo general, y esto involucra una idea importante de cómo un ejemplo particular puede mostrar lo general.

La expresión de la generalidad en situaciones de la vida cotidiana, a través del álgebra donde se contextualice cierta información que lleve a los estudiantes a la necesidad de generalizar, en forma más efectiva y consecuente, donde el pensar y observar las regularidades le ayude a encontrarle un sentido a los nuevas temáticas.

En conclusión podríamos decir que la observación y la exploración de patrones y generalidades, pueden ayudar a encontrar sentido a todas las matemáticas.

En la construcción del proceso de generalización se busca que el alumno identifique las características esenciales y las utilice en distintas situaciones, permitiendo de ésta forma ampliar la extensión del proceso de generalización y se hace necesario enfatizar que no se trata de memorizar ni las características esenciales ni la definición de un concepto.

En el libro LECCIONES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS NÚMERO UNO del centro de investigaciones docentes, 2001. En este libro la generalización se ve como un principio heurístico los cuales son de gran utilidad para la búsqueda de nuevos conocimientos y también sugieren ideas para la solución de diferentes problemas.

Dentro de los principios heurísticos se destacan el de la analogía, el de la reducción y el de la inducción.

En el principio de la inducción encontramos, el de la inducción incompleta dentro del cual esta el principio de generalización, el principio de la movilidad, el principio de medir y probar, y el principio de la consideración de casos especiales y caso límites. Aquí el principio de generalización permite obtener suposiciones para el conjunto de objetos, fenómenos o relaciones a partir del análisis de un caso particular o especial.

El vocablo heurística proviene del griego y significa: hallar, descubrir, inventar.

El método heurístico se caracteriza como un método de enseñanza mediante el cual se le plantean a los alumnos preguntas, sugerencias, indicaciones a modo de impulsos que facilitan la búsqueda independiente de problemas y de soluciones de éstos, donde los maestros no le enseñan a los alumnos conocimientos terminados que se someterán a su asimilación, sino que los lleva al redescubrimiento de las suposiciones y reglas correspondientes, de forma independiente para que el alumno busque, investigue y llegue a conclusiones para lo cual los impulsos que se plantean a los estudiantes deben ser formulados con claridad e inteligentemente.

La relación entre los libros: RUTAS Y RAICES DEL ALGEBRA y LECCIONES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS NUMERO UNO, es evidente con respecto a que el alumno debe descubrir, hallar por si mismo las características en común (ver), para así tener una asimilación (tanto en el decir como en el registrar); con la descripción de las anteriores investigaciones podemos concluir que se relacionan en lo cognitivo, en lo curricular, en la comunicación matemática y en el álgebra.

La generalización se constituye como un componente esencial en las matemáticas y que permitirá a los estudiantes adquirir habilidades que potenciarán los conceptos matemáticos pasando de situaciones particulares a casos generales o de casos generales a situaciones particulares, y permitiendo obtener un mayor rendimiento en la actividad matemática, es decir que sea más competente. En particular cuando se trata de aprender y enseñar algebra, la generalización no se considera un contenido como tal dentro de la matemática, más bien se considera como un eje transversal

que atraviesa todos los contenidos matemáticos y de alguna u otra forma se hacen presentes en toda actividad y conceptos matemáticos. La generalización es un proceso inmerso en todas las matemática y por eso no puede ubicarse como contenido temático en los textos escolares ni en los planes de estudio, por tal motivo el marco legal para la educación matemática, como lo son los lineamientos y los estándares curriculares hablan de la generalización pero no la ubican en ningún grado en particular, si bien se relaciona casi siempre con el álgebra, la generalización va mas allá de simplemente estar incluida en ésta, pues la generalización es un proceso que escapa a las matemáticas mismas y puede encontrarse en la vida diaria de los individuos, la generalización aparece en las diversas situaciones de la vida cotidiana, todas las personas tienden a generalizar y sobre todo los niños, por estar en una etapa de formación y descubrimiento del entorno, de caracterización de los objetos que le rodean.

“Las reglas del algebra constituyen expresiones que designan generalidades, pero los patrones que se observan aparecen en las mismas colecciones de números, y en las operaciones comunes que se hacen con éstos números o como modelos que describen situaciones” Casallas (2002, p3). Es así como el mayor reto en la enseñanza del álgebra es promover la percepción de la “generalidad” que está detrás de los símbolos, para lo cual es necesario tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Deben propiciarse actividades que involucren la generalización de patrones numéricos para modelar, representar o describir patrones físicos, regularidades y patrones que se hayan observado. Estas exploraciones informales de conceptos algebraicos deben contribuir a que el estudiante adquiera confianza en su propia capacidad de abstraer relaciones, a partir de información contextual y de utilizar toda una gama de representaciones para describir dichas relaciones. Cuando los estudiantes elaboran gráficas, tablas de datos, expresiones, ecuaciones o descripciones verbales para representar una relación simple, descubren que representaciones diferentes dan lugar a diferentes interpretaciones de una situación. Casallas (2003, p4)

- “La generalidad es un aspecto central en la actividad matemática, a todo nivel, y, a la cual se puede retornar una y otra vez, cualquiera que sea el tema particular de discusión”. Las matemáticas comprenden muchas generalizaciones, ya sea que tomen forma de métodos, procedimientos, o de fórmulas, y éstas pueden ser vistas como originándose de la misma manera que las propias generalizaciones de los patrones, hechas por los alumnos.

El álgebra es el lenguaje con que se expresa dicha generalidad. Para aprender el lenguaje del álgebra es necesario tener algo que decir, se debe percibir algún patrón o regularidad y luego tratar de expresarlo en forma sucinta, para poder comunicarlo a alguien. Esta expresión de la generalidad también se puede usar para responder preguntas específicas. (Rutas hacia el álgebra. John Masón y otros, 1999)

- Se debe dedicar un tiempo considerable al trabajo de las etapas iniciales de ver, decir y Registrar un patrón, esto ya está anteriormente mencionado.

Mason plantea estos tres pasos para llegar a la generalización, pero no los especifica dentro de unos temas, por el contrario afirma que la generalización tiene lugar a lo largo de un proceso paralelo y continuo, dentro del trabajo aritmético y geométrico que se inicia en los primeros años de escolaridad.

Para Polya (1954, p97), la generalización consiste en pasar del examen de un objeto, al examen de un conjunto de objetos, entre los cuales figura el primero; o pasar de un conjunto limitado de objetos al de un conjunto más extenso que incluya al conjunto limitado. Con esto afirma que la generalización se da en todas las actividades de los individuos y en las diferentes ramas del saber, pero especialmente en las matemáticas, pero el poco tratamiento de los procesos de generalización llevan a pensar en el álgebra como una aritmética generalizada, como lo plantean muchos textos de matemática elemental “Las reglas del álgebra constituyen expresiones que expresan generalidades, los patrones que se observan aparecen en las mismas colecciones de números, y en las operaciones comunes que se hacen con estos números”. Mason (1999, p45)

Regularmente los profesores de matemáticas piensan que las abstracciones y Generalizaciones matemáticas son habilidades que el estudiante sólo aplica cuando ha sido ejercitado lo suficiente. Piensan que el estudiante, con su repertorio de conocimientos, sólo es capaz de presentar casos particulares de diferentes situaciones matemáticas y que la generalización se obtiene después de un largo bagaje y entrenamiento por parte del docente. Pero el generalizar es algo común a todas las personas y se da en todas las situaciones de la naturaleza y la vida diaria, sólo hay que saberlo encausar para sacarle un buen provecho y lograr así desarrollo de habilidades en pensamiento matemático. *“la generalización es una actividad continua en la actividad intelectual y se da en todos los niveles. Hay secuencias, regularidades que se dan en la naturaleza y en la vida diaria que pueden ayudar a tomar conciencia de generalidades”* Azarquiél (1993, p36). Esto es comprobado cuando se enfrenta a los estudiantes a un problema con objetos reales donde aplicaran toda su creatividad para hallar las regularidades. En el desarrollo conceptual que se ha venido haciendo de la generalización se nota, que no es una actividad libre de contextos, no hay una forma única de expresarla y que depende de la situación y de los objetos matemáticos. Concebida en ésta forma, la generalización no es un concepto, es un procedimiento que propicia la generación de nuevos resultados.

IMPORTANCIA DE LA GENERALIZACIÓN EN EL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS

En Colombia el sistema curricular está orientado a nivel macro por los elementos presentados en la Ley 115 de 1994, el decreto 1860 y del decreto 0230 de 2002. En el área de Matemáticas se puede extraer las ideas de los Lineamientos y Estándares Curriculares; sin embargo, no se reportan elementos específicos que den herramientas a los educadores en la planificación al interior de las instituciones educativas, en adelante a esta planificación la llamaremos **microcurrículo**. Por su

parte la Ley 115 de 1994 en el capítulo II y artículo 76 define el currículo como: “Currículo es el conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional”

Según los lineamientos curriculares, cuando los formuladores de la política educativa mediante la ley 115 de 1994 y sus desarrollos reglamentarios dejan en manos de los educadores “la conformación de una comunidad pedagógica, investigadora y constructora del currículo, el diseño, el desarrollo, seguimiento, evaluación y retroalimentación del mismo y su adopción como parte del proyecto educativo institucional” (Art. 4 resolución 2343 de Junio de 1996) exige de los docentes un rol de mayor responsabilidad, muy particularmente en lo que se refiere al manejo curricular. Los maestros debemos entender esta responsabilidad reconociendo en el saber curricular un elemento básico para nuestro desempeño ya que es este, el instrumento que permite planificar una formación.

Desde esta autonomía que nos da la Ley General de Educación proponemos que la generalización matemática no sea vista como un concepto en el plan de estudios, sino que sea un eje transversal en las matemáticas en especial en el grado octavo, planteada desde situaciones cotidianas en los diferentes temas y en las cuales esté inmerso el proceso de generalización teniendo en cuenta que esto debe generar cambio en el maestro, no solo porque debe ser mas creativo sino porque la metodología debe cambiar para así lograr en el alumno, un aprendizaje significativo.

Para ver al proceso de generalización como un eje trasversal en la educación matemática es necesario una planificación y diseño de actividades que partiendo de visiones específicas, de su enseñanza y de su aprendizaje nos lleve a utilizar aspectos de las matemáticas para crear situaciones didácticas en las que los estudiantes desarrollen habilidades que les permitan enfrentarse de manera efectiva y crítica a las diferentes situaciones de su vida social, cultural, académica y quizás, laboral.

¿QUÉ ES LA EDUCACIÓN DE ADULTOS?

Antes de entrar a caracterizar la educación de adultos es importante revisar lo que afirma la ley general de educación, “La educación de adultos es aquella que se ofrece a las personas en edad relativamente mayor a la aceptada regularmente en la educación por niveles y grados del servicio público educativo; que deseen suplir y complementar su formación, o validar sus estudios.” Ley General de Educación 1994, Capítulo II artículo 5, Pág. 32. Esta definición queda complementada con lo que afirma el decreto 3011 el cual dice que “La educación de adultos es el conjunto de procesos y de acciones formativas organizadas para atender de manera particular las necesidades y potencialidades de las personas que por diversas circunstancias no cursaron niveles, grados de servicio público educativo, durante las edades aceptadas regularmente para cursarlos o de aquellas personas que deseen mejorar sus aptitudes, enriquecer sus conocimientos y mejorar sus competencias técnicas y profesionales”. (Decreto 3011 Capítulo I artículo 2, Diciembre 19 de 1997).

La educación de adultos en ningún caso debe ser entendida ni tiene como objetivo solamente una preparación para el trabajo, por este motivo la educación de adultos debe propender por una educación integral donde se desarrollen competencias y habilidades, no solo en la parte laboral, sino en su parte cognoscitiva y que pueda contribuir para el ingreso a la educación superior.

La educación de adultos es y debe ser una verdadera educación, en el sentido de proceso que impulsa y fortalece el desarrollo físico, intelectual, afectivo, social y moral del ser humano, de acuerdo con sus necesidades, sus intereses y el contexto en el que se desenvuelve. De ninguna manera debe ser considerada como una educación de segunda, ni por quienes elaboran las políticas respectivas, ni por quienes la dirigen, ni por quienes la imparten. Donde el rigor y la calidad de la educación no varían solo por el tipo de población, aunque muchos aspectos de la formación para el trabajo quedan considerados dentro de la educación, por supuesto, pero de ninguna manera constituyen su preocupación única o preponderante.

Y es con esa visión amplia de lo que es y debe ser la educación de adultos que podríamos considerar cuatro grandes y comprehensivas competencias culturales complejas: comunicación, pensamiento crítico, participación y resolución de problemas. Aunque por supuesto son competencias necesarias para el trabajo, de ninguna manera se pueden considerar como competencias laborales. Las cuatro forman parte del Modelo de Educación para la Vida y el Trabajo (el remoquete de “... y el Trabajo” agregado, claro, durante el sexenio anterior), del Instituto Nacional para la Educación de los Adultos de México. Sería más que deseable trabajar en la construcción de una categoría más, la de las competencias para el aprendizaje a lo largo de toda la vida, que ahora se encuentran dispersas en las cuatro que menciono, ya que las competencias para el aprendizaje son también competencias culturales.

Aunque podrían constituirse en áreas de aprendizaje por sí mismas, no se está sugiriendo tal, y el desarrollo de las cuatro competencias culturales complejas mencionadas puede también permear los contenidos de las áreas más tradicionales establecidas, tales como lenguaje, matemáticas, ciencias naturales y sociales, educación de la sensibilidad y otras. Mencionaremos, aunque sea de paso, que la educación de la sensibilidad, también denominada educación estética, se encuentra muy descuidada tanto en la educación de adultos, como en la educación en general. Y aprovechamos para agregar que mucho de lo que se diga en esta sección va resultar válido también para la educación básica, media y superior en los sistemas escolarizados y a distancia dirigidos a personas que se encuentran en las edades respectivas.

Para concluir se puede afirmar que la incorporación de competencias a los currículos de la educación en general, de la educación de adultos y de la formación de educadores de adultos en particular, permite destacar, sin demérito de los otros contenidos, un conjunto de aprendizajes que se consideran imprescindibles por el carácter integrador que tienen, porque hacen más razonables y sanos los procedimientos para el diseño y el desarrollo curriculares y para la evaluación del

aprendizaje, porque impulsan la aplicación del conocimiento en la vida de todos los días y porque construyen un puente entre el saber y el saber hacer. Pero todo ello implica responsabilidades insoslayables: la reorganización del quehacer educativo en aulas y planteles, la participación real de quien aprende, la modificación de las normas que rigen el trabajo educativo, el uso de nuevas metodologías y materiales de aprendizaje, el establecimiento de tutorías y otros programas de acompañamiento, el enriquecimiento de nuestras bibliotecas, el fortalecimiento y racionalización del trabajo extramuros.

CAPITULO Nº 3. DISEÑO METODOLÓGICO

En este capítulo se hace explícito el diseño metodológico de esta investigación. Se presentan las herramientas utilizadas para la obtención de la información, entre ellas: observaciones de clase, entrevistas individuales y colectivas. Se les presentó a los estudiantes una serie de actividades a través de situaciones, estas fueron seleccionadas y diseñadas para el diagnóstico porque no distan mucho del contexto en el cual se desenvuelve la población para cual va dirigida, ya que éstas situaciones poseen elementos que les permitirán a los estudiantes una mayor facilidad para abordarlos porque ellos están en constante interacción con éstos elementos. Estas se presentan con el objetivo de movilizar el pensamiento matemático de los estudiantes de bachillerato, desarrollar sus capacidades para establecer conjeturas y generalizaciones, aplicar procesos algorítmicos, definir variables, establecer relaciones, descubrir reglas de formación y resolver problemas. La situación problema como estrategia de intervención pedagógica: “Es un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos, para plantear y resolver problemas de tipo matemático” (Mesa, 1994).

Además algunas actividades de manera implícita y otras de forma explícita tienen elementos que permiten desarrollar las fases para llegar a la generalización de los

conceptos matemáticos que cada actividad pretende desarrollar, algunas actividades de las propuestas tiene una parte gráfica que permite que el estudiante pueda acercarse a ella y pueda visualizar el camino que lo llevará a la solución, otras llevan un lenguaje natural que sugiere al estudiante la realización de una traducción a un lenguaje matemático para poder desarrollarlo y otras tienen un lenguaje matemático estructurado donde el estudiante debe utilizar todo sus conocimientos previos para poder solucionarlo. Todas las actividades fueron pensadas de tal manera que permitan desarrollar las fases para llegar a la generalización (Villa, 2006) citando a Mason (1999), afirma que:

(...) 'ver' hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación (ver un patrón puede ocurrir después de un periodo de tiempo trabajando con un número de ejemplos particulares), y con frecuencia esto sucede cuando se logra la identificación de un algo común, logro que va acompañado de una sensación de regocijo. El 'decir', ya sea a uno mismo o a alguien en particular, es un intento de articular en palabras esto que se ha reconocido. 'Registrar' es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita (incluyendo los dibujos)...

Con base en lo anterior se desarrollaron las actividades de intervención para los estudiantes que participaron en esta investigación.

POBLACIÓN

El Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM) sede castilla, es una institución que brinda educación Formal de carácter oficial a la población adulta del sector y en general de toda la ciudad de Medellín. Los estudiantes que participaron en nuestra investigación pertenecen a la jornada de la noche, además son estudiantes que trabajan y es por esto, eligen ésta jornada. También han estado alejados del

sistema escolar por varios años y esto puede ser un factor determinante para su rendimiento académico ya que la pérdida de continuidad puede generar un aprendizaje un poco más lento.

Los estudiantes que participaron en nuestra investigación pertenecen al ciclo IV que corresponde al grado octavo y noveno de la educación básica y sus edades se encuentran entre los 18 y 45 años aproximadamente.

LA ETNOGRAFÍA COMO METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN EN LA EDUCACIÓN DE ADULTOS

La etnografía, también conocida como investigación etnográfica, es de naturaleza cualitativa y constituye un método de investigación útil en la identificación, análisis y solución de múltiples problemas de la educación. Este método cambia la concepción positivista e incorpora el análisis de aspectos cualitativos dados por los comportamientos de los individuos, de sus relaciones sociales y de las interacciones con el contexto en que se desarrollan. Generando una investigación de campo con carácter cualitativo donde se toman las historias orales o historias de vida y los estudios de casos. Para otros, la etnografía la consideran sólo como método o conjunto de prácticas y herramientas desarrolladas como complemento en el uso de métodos cuantitativos, pero con una concepción más amplia algunos criterios de esta afirman que *"es una forma particular de articular la experiencia de campo y el trabajo analítico, los que son parte inseparable de un mismo proceso"* (Nolloa, 1999, p.14)

Nuestro trabajo, corresponde a la intervención directa en el aula para visualizar e identificar los factores que nos ayudarán en nuestra investigación, continuando con los criterios y elementos que soportan nuestra investigación y que nos proporciona la

investigación etnográfica, tenemos técnicas para recolectar, analizar y presentar datos (observación participante), entrevistas abiertas y un análisis cualitativo (descripción narrativa). La etnografía como metodología de la investigación: *" Puede ser el inicio de una investigación longitudinal, o de una comunidad vista a través de varios aspectos, puede ser usada en el desarrollo de diseño de investigaciones como diagnóstico, puede ser encajada dentro de un estudio cuantitativo para producir las descripciones gruesas y ricas de situaciones y también puede ser utilizada para desarrollo de proyectos curriculares, a los cuales se le da seguimiento con la investigación cuantitativa. Es importante enfatizar que la investigación cualitativa es más que una metodología, es una posición frente al conocimiento, su producción y su uso."* (Nolloa, 1999, p.15)

Las particularidades del trabajo etnográfico es que este como cualquier otro trabajo de investigación requiere de una elaboración teórica, de un análisis de conceptos que ayude a comprender la realidad. *"Cuando en la etnografía no se presenta una perspectiva epistemológica o cuando simplemente una descripción se presenta sin ninguna teorización que la ubique, difícilmente podremos hablar de un estudio o descripción etnográfica"* (Woods, 1987, p 20)

También requiere de un proyecto o diseño de la investigación que dé una visión de conjunto y determine las diferentes etapas, por lo que es necesario tener bien claro el problema que se va a estudiar, pues *"el problema objeto de investigación contribuye a organizar el proceso de investigación y señala la dirección que debe seguir y el contenido concreto que debe desarrollar y las estrategias metodológicas que se van a seguir para delimitar claramente lo que se quiere investigar"*.(Woods, 1987, p 20)

El enfoque de la investigación está dado de acuerdo con el fundamento teórico y filosófico que se asuma; los métodos y técnicas que utiliza van desde la observación hasta las entrevistas formales e informales, que ofrecen riqueza y variedad en el dato, los que son muy útiles en el análisis y la interpretación. Su carácter holístico le permite estudiar el objeto de forma integral y tratar de descubrir su realidad histórica, ideológica y psicológica. Esto se hace primero planteando unas preguntas

que más tarde se convertirán en hipótesis y que guiarán el trabajo de investigación y la búsqueda de nuevas informaciones; de ésta forma se estrecha el foco de interés y nos reorientamos en el trabajo que pretendemos realizar. (Woods, 1987, p 22)

La Etnografía como modalidad de investigación utiliza múltiples métodos y estrategias. El diseño etnográfico supone una amplia combinación de técnicas y recursos metodológicos; sin embargo, suelen poner mayor énfasis en las estrategias interactivas: la observación participante, las entrevistas formales e informales, los instrumentos diseñados por el investigador y el análisis de toda clase de documento.

1.- la observación participante: el investigador etnográfico combina la observación con la participación, observa las pautas de conductas y participa en la cultura que está siendo observada, en algunas investigaciones el rol varía puede que el investigador sea observador y en otras participante. *“La observación participante ha sido siempre el método central de los etnógrafos. A menudo la complementan con otras fuentes, en especial con entrevistas informales”* (Woods, 1987, p 26)

2.- La Entrevista Informal: Es otra técnica utilizada por los etnógrafos en el trabajo de campo. Dice que: *“Su objetivo es mantener a los participantes hablando de cosas de su interés y cubrir aspectos de importancia para la investigación en la manera que permita a los participantes usar sus propios conceptos y también términos”*. (Woods, 1987,p 27)

3.- Materiales Escritos (Documentos): *“estos constituyen de gran importancia en la investigación, los que más se usan son los documentos oficiales, los personales y los cuestionarios. ”*. (Woods, 1987, p 27)

INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

La información se recogió utilizando diversos instrumentos entre ellos:

- La observación de los maestros investigadores en formación durante el periodo de clases.
- Prueba diagnóstica.
- Entrevistas
- Pruebas

Estos instrumentos para la recolección de la información van en consonancia con lo que propone la etnografía que es la metodología de la investigación, ya que estos elementos nos permiten realizar un análisis cualitativo de los razonamientos y respuestas de los estudiantes frente a las diferentes pruebas, las entrevistas nos permiten una confrontación directa con los estudiantes frente a la forma como este abordó la situación planteada e intentar descubrir los elementos relevantes para él en la situación y así poder concluir de acuerdo a las respuestas del estudiante

CAPITULO Nº 4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Durante nuestro periodo de observación y de intervención directa al interior de los grupos ciclo IVB10 Y IVB11 que participaron en nuestra investigación, observamos que los estudiantes poseen dificultades para trabajar variables, pues no tienen una fundamentación para ello y además presentan debilidades para descubrir variaciones al interior de las actividades de clase y demás elementos que componen la matemáticas de octavo y noveno grado. Es por lo anterior que planteamos unas

situaciones donde se ponían de manifiesto las debilidades de los estudiantes anteriormente mencionadas para poner analizar con mayor certeza el porque de sus dificultades.

RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

En este apartado se presentan las conclusiones que se realizaron con base en las actividades propuestas para el diagnostico, estas actividades se encuentran en los anexos del trabajo y en e l mismo orden en que se presentan las conclusiones. Se muestran los resultados encontrados con el grupo de estudiantes de ciclo IV (8º Y 9º de Educación Básica) del ITM de Castilla. Los hallazgos se reportaron por cada actividad, cada una de las cuales hace parte del contenido temático del grado octavo y cada actividad lleva consigo un concepto que hace parte de dicho contenido.

Con base en los análisis los resultados se clasificaron en cuatro categorías, a saber:

C0: describe cambios pero no observa regularidades

C1: observa regularidades en casos particulares

C2: descubre regularidades e intenta describirlas

C3: observa regularidades y las describe e intenta registrarlas

Actividad del once y sus regularidades.

Las frecuencias de los resultados en la situación “El once y sus regularidades se muestran en la siguiente tabla:

EL ONCE Y SUS REGULARIDADES	CATEGORIAS	CANT. EST	PORCENTAJE
	CATEGORIA 0	29	83%
	CATEGORIA 1	10	29%
	CATEGORIA 2	6	17%
	CATEGORIA 3	1	3%
	MUESTRA	35	100%

Tabla 1. Resultados de la situación “El once y sus regularidades”.

La tabla muestra que 29 de los 35 estudiantes que desarrollaron esta situación se ubicaron en la categoría 0 estos estudiantes abordaron la situación desde una perspectiva de seguir instrucciones y donde se les planteaba concluir o inferir algo no evidenciaron el descubrimiento de alguna regularidad solo mencionaban que había un cambio pero no describían de que manera se daba en la situación. 10 del total de estudiantes se ubicaron en la categoría 1 estos estudiantes describían algún cambio o regularidad pero para casos particulares y no intentaron proponer alguna ley general para todos los casos. Los de la categoría 2 equivalen al 17% del total de la muestra estos estudiantes mostraron habilidades para describir algún tipo de regularidad ya que la situación presenta muchas de estas pero no indagaron si se cumplía para todo número o si era aplicable a números de cifras mayores. Solo una estudiante se ubicó en la categoría 3 la cual fue capaz de observar describir y proponer a través de la observación de una regularidad una ley de formación para todos los números llegando así a hacer una generalización mediante los casos particulares presentados.

Como se observó anteriormente en el desarrollo de esta actividad el 83% de los estudiantes observaron cambios, solo un 17% intento expresar esos cambios como regularidades que se conservan y solo un 3% de estos intento generalizar estos resultados para todos los casos del problema, ya que al encontrar la regularidad

intentaban extenderla y convertirla en una ley de formación para los grupos de números presentados y cada que el grupo de números cambiaba por otros mayores intentaban aplicar lo hallado a este nuevo grupo de números, para plantear como cambiaban en dicho grupo

En la situación denominada: “**Número Mágico**” se obtuvo las siguientes frecuencias:

NÚMERO MÁGICO	CATEGORIAS	CANT. EST	PORCENTAJE
	CATEGORIA 0	11	37%
	CATEGORIA 1	11	37%
	CATEGORIA 2	8	26%
	CATEGORIA 3	0	0%
	MUESTRA	30	100%

Tabla 2. Resultados de la situación “Numero Mágico”

Como muestra la tabla 11 de los 30 estudiantes se ubicaron en la categoría 0, puesto que solo siguieron las instrucciones de la actividad hasta donde esta les proporcionaba los medios para hacerlo en cuanto a los casos particulares, donde se les pedía realizar varias operaciones con el número que pensaron para llegar a que con cualquier número que piensen la respuesta sería cinco, este hallazgo se puede concluir con los casos particulares, pero más que encontrar que todos dan cinco es encontrar por que dan cinco, los estudiantes que se ubican en este nivel solo realizaron las operaciones y no intentaron generalizar los resultados para todos los

números. En la categoría 1 se ubicaron 11 estudiantes los cuales al igual que los de la categoría 0 realizaron las operaciones que pedía el problema pero además observaron ciertas regularidades que se daban al interior del problema, e intentaron hallar una ley general que fuera aplicable a todos los números y también intentaron escribirla. En la categoría 2 solo se ubicaron 8 estudiantes que corresponde al 26% de todos los estudiantes de este estudio, estos recogen las características de las demás categorías anteriores pero además estos observan la regularidad y la escriben e intentan plantear un argumento para descubrir el truco que posee el problema, si se miran estos resultados a la luz de las fases propuestas por Mason los de la categoría 2 estarían en el paso de decir a registrar, porque en la categoría 3 aunque no se ubicaron estudiantes, serían aquellos que logran registrar acertadamente lo que se observó y después fue descrito hasta llegar a plasmarlo

En la situación “**Números Triangulares**” se obtuvieron las siguientes frecuencias:

NÚMEROS TRIANGULARES	CATEGORIAS	CANT. EST	PORCENTAJE
	CATEGORIA 0	11	28%
	CATEGORIA 1	17	44%
	CATEGORIA 2	11	28%
	CATEGORIA 3	0	0%
	MUESTRA	39	100%

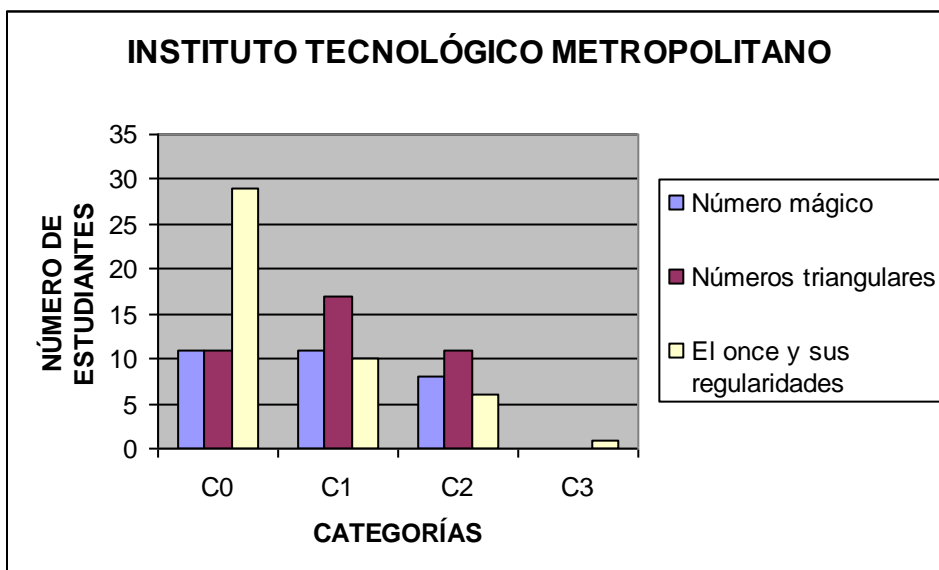
Tabla 3. Resultados de la situación de “Números Triangulares”

La tabla 2 nos muestra que 11 de los 39 estudiantes que realizaron esta situación se ubicaron en la categoría 0 estos estudiantes realizaron la situación en los casos particulares siguiendo las indicaciones gráficas que da la situación pero no intentaron generalizar los resultados para casos donde el número se hace mas

grande, ya que ellos únicamente resolvían la situación en presencia de las gráficas evidenciando debilidades para abstraer e identificar las propiedades y las regularidades que se conservan en la secuencia sin la presencia del material concreto. En la categoría 2 se ubicaron aquellos estudiantes que después de realizar una buena observación hallaban los casos particulares que pedía la situación y después continuaban los gráficos sumándole puntos al último gráfico que presentaba la situación, pero no se quedaban hay, sino que intentaban construir una secuencia que se conservara desde el primer caso hasta el último que se les pedía, mostrando buenos intentos por generalizar sus hallazgos, si bien en ocasiones fallaron ya que lanzaban conjeturas pero no se daban a la tarea de validarla de sus hipótesis se puede concluir que se encuentran en una fase de decir lo que se observa de una manera un poco desordenada y tal vez fue por esto que no llegaron a una ley general para la situación, ya que solo se quedaban en el análisis para los casos particulares y no intentaban extenderlo para casos donde no estuviera presenta la grafica, la tabla o alguna forma de representación en la cual ellos pudieran apoyarse. en esta categoría se evidenció procesos graduales que encaminan a una generalización matemática debido a que en la segunda parte de la actividad que eran los números cuadrados se realizó una observación mas refinada que permitió que los estudiantes tuvieran unas conclusiones mas acertadas para la ley de formación cosa que no paso con los números triangulares. En la categoría 2 se ubicaron 11 estudiantes que corresponden al 28% de la muestra, estos estudiantes mostraron grandes habilidades para descubrir regularidades en una secuencia haciendo una relación de variables que le permitían validar sus hipótesis esto surge de una buena observación desde los gráficos y de una buena traducción de eso que se observó, sus debilidades se presentaron en hallar una ley de formación para todos los números pero daban ejemplos de casos particulares para números muy grandes y de allí se puede concluir que tienen un acercamiento a procesos generales de casos particulares. En la categoría 3 no se ubicó ningún estudiante ya que el estudiante que se ubique en dicha categoría debe además de cumplir con todo lo requerido en los niveles anteriores, acercarse de manera escrita y descriptiva a una ley general que se pueda aplicar en cualquier caso.

En general los estudiantes que participaron en este estudio mostraron habilidades para observar cambios en las situaciones problemas planteadas mediante la descripción de lo observado y el intento de registrarlo de manera escrita. Sin embargo fueron más los estudiantes que fueron capaces de observar las regularidades que los que fueron capaces de representarlas simbólicamente. Aunque los estudiantes con frecuencia intentaron describir y escribir las regularidades y las leyes de formación halladas, no intentaron aplicar sus hallazgos a la situación para verificarla.

Los resultados nos evidenciaron que si bien, los estudiantes en ocasiones aplicaban procesos que mostraban grandes acercamientos a la generalización matemática, este proceso no se lograba evidenciar en el desarrollo de otras situaciones planteadas, no se identificó una aplicabilidad de los hallazgos de una situación a otra.



La mayoría de los estudiantes fue capaz de resolver problemas que involucraban casos específicos, sin excepción en ningún problema, en las situaciones del número mágico, los números figurados y el once y sus regularidades, para resolver los casos

concretos, los estudiantes se basaron en las indicaciones del problema ya que no era muy difícil seguir las instrucciones dadas de cada problema.

Para el problema del once y sus regularidades los estudiantes tendieron a calcular las soluciones a casos particulares usando la relación recursiva descrita en el problema. Para este problema ellos debían comenzar multiplicando el once por los números menores que 10 y a medida que el problema avanzaba debían multiplicar el once por números mayores que diez hasta cumplir lo que pedía la situación, de manera similar, con el problema del número mágico los estudiantes realizaban las operaciones pedidas hasta llegar al número cinco que era el resultado para todos.

En el problema de los números triangulares es una situación que exige en el estudiante descubrir un patrón de cambio, los estudiantes en la mayoría de los casos no identificaron esta regularidad solo se limitaron a adicionar los puntos que faltaban para el siguiente comenzando desde el último caso específico dado por el problema, por eso tuvieron dificultad a medida que la figura se hacia mas grande. Solo once de los treinta y nueve estudiantes encontraron un camino que los llevará a hallar los resultados sin realizar las gráficas, utilizando razonamientos tales como los siguientes:

E1: ¿Qué observas de acuerdo a la tabla y a la gráfica?...que aumentan de acuerdo a la base del triángulo y se suman todos los números que hay antes de la base

E2: ¿Cómo puedes hallar el número de puntos para cualquier posición?... sumando $10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=55$

En la segunda parte del problema de los números cuadrados los estudiantes presentaron mayor habilidad para abordar el problema porque las gráficas seguían un comportamiento mas conocido para ellos, ya que asemejaban el número de puntos de cada posición con el área de un cuadrado cuyo lado correspondía a la posición en la cual estaba ubicado.

Para la pregunta ¿Qué observas de acuerdo a la tabla y a la gráfica? Muy pocos descubrieron lo que pedía el problema, algunas de sus respuestas fueron:

E3:...la posición se puede multiplicar por sí misma para hallar el número de puntos

E4:... se le suman puntos alrededor del cuadrado y se multiplican las filas por las columnas.

Los estudiantes fueron capaces de resolver una variedad de problemas que involucran casos específicos, con excepción de situaciones que requerían hallar regularidades para seguir avanzando en el problema.

RESULTADOS DE LA PRIMERA ENTREVISTA

Después de realizar la prueba diagnóstica se seleccionaron 6 estudiantes de todos los participantes y con ellos se realizaron unas entrevistas sobre las pruebas escritas que ya presentaron, donde se puede observar que todos los estudiantes se ubican en un nivel donde es muy importante la parte visual para poder inferir las regularidades que el problema les presenta, por eso en los problemas de corte geométrico los estudiantes en general mostraron mayor habilidad para descubrir o por lo menos decir e intentar plantear una posible regla de formación. En las situaciones de corte aritmético como es el caso de la situación “ el once y sus regularidades” los estudiantes tienden a caer en una generalización abusiva donde solo experimentan con unos pocos y concluyen para todos pero la entrevista ayudo un poco ya que después de cierto intervalo de números se les preguntaba a los estudiantes que pasaba en cada caso, y por esto los estudiantes podían observar que lo que ellos habían respondido en la prueba escrita carecía de validez, lo mas relevante de esta entrevista en cuanto a esta situación es que los estudiantes pudieron establecer generalidades pero para cada tramo ellos con certeza podían afirmar que pasaría en un intervalo concreto de números y también concluyeron que

no sería lo mismo para el otro intervalo siguiente pero si podían afirmar cual sería la regla de formación para este. en la prueba “ el número mágico” una actividad con un corte algebraico los estudiantes presentaron grandes dificultades porque la entrevista mostró que los estudiantes solo se limitaron a seguir las instrucciones del problema pero en ningún momento intentaron descubrir que había detrás de esta, y en las preguntas en las cuales se indaga por la razón que llevaba a que todas las respuestas fueran el mismo número los estudiantes respondían cosas que distaban mucho de una buena asimilación de la actividad y de lo que esta pretendía.

Con la actividad de los números triangulares y de los números cuadrados se observó un gran comprensión por parte de los entrevistados, como se había mencionado anteriormente los estudiantes presentan mayor comprensión en las actividades que involucran figuras geométricas. En los números triangulares los estudiantes dijeron tener la necesidad de realizar las figuras en cada posición para luego contar los puntos, solo 2 estudiantes intentaron hallar una expresión para cualquier posición relacionando la posición con el número de puntos y la forma de la figura. Los demás creen que necesario hacer la figura para saber el número de puntos y cuando se le preguntaba por un número de posición bastante alta no encontraban argumentos sólidos para responder. En los números cuadrados fue mucho más fácil ya que los estudiantes asemejaban la situación con el área de un cuadrado de lados iguales, entonces en la posición que sea esta es el lado del cuadrado y esto ya es más fácil de hallar

RESULTADOS DE LAS PRUEBAS

RESULTADOS DE LA SEGUNDA ENTREVISTA

Dados los resultados de la primera entrevista se hizo necesario realizar una segunda prueba con una segunda entrevista ya que las actividades para esta segunda fase tomaron en cuenta las fortalezas que mostraron los estudiantes en la primera entrevista y esto fue unas actividades que tuvieran más gráficos ya que al analizar la

primera prueba los estudiantes obtuvieron mejores resultados cuando se enfrentaban a una situación que poseía una parte gráfica

Los resultados obtenidos con las situaciones implementadas nos llevan a realizar un análisis sencillo basado en las fases que propone MASON para llegar a la generalización, en el desempeño de los estudiantes en cada una de las etapas de generalización. Se nota un mejor desempeño en la etapa *ver*, lo que muestra coherencia con el aspecto de particularización, donde el estudiante tiene más solvencia en las actividades de generalización. En la etapa describir es más poco su nivel de análisis pero es aceptable, esto significa que el estudiante en muchos casos, percibe las regularidades presentes en los problemas y es capaz de describirlas verbalmente pero el poco rendimiento en la etapa registrar indica que se le dificulta expresarlas en forma simbólica.

Se presenta a continuación un análisis cualitativo de estas pruebas para mostrar cómo se desarrollaron los estudiantes en cada uno de los problemas y etapas de la generalización.

De acuerdo con los referentes planteados en el marco teórico la generalización matemática, es un proceso que se da a través de tres etapas bien diferenciadas, con unas características especiales para cada una: En la etapa *ver* se hacen particularizaciones que ayuden a descubrir los patrones o regularidades, lo que es propio de cada caso específico y lo que es común a todos ellos, lo que no presenta variación, se utilizan ayudas como gráficos, dibujos, tablas, etc.; En la etapa *describir* se hace uso del lenguaje verbal para caracterizar las regularidades halladas, los patrones o reglas de formación; y en la etapa *registrar* se hace una simbolización de las relaciones que se observan y se enuncia la regla general lo cual requiere del planteamiento de variables y de expresiones que las relacionen. Teniendo en cuenta el nivel de desarrollo de los alumnos con los cuales se lleva a cabo la investigación y el nivel de conocimientos matemáticos que deben tener para el grado académico en el que están, la exigencia de la simbolización debe ser mayor; y además, como el álgebra se presenta como el mejor medio para expresar generalizaciones de situaciones, lo que permite hacer inferencias y transferencias de las mismas

situaciones a otras formas más complejas del conocimiento; se pretenda analizar la forma en que los alumnos establecen la generalización mediante un proceso de abstracción, esto conlleva a analizar sus formas de razonar, las estrategias utilizadas y el lenguaje simbólico que utilizan, se diseña entonces una prueba de entrada de la cual se realiza en páginas anteriores un análisis cuantitativo en forma de tablas y gráficos de barras. Los bajos niveles en los que se ubicaron los estudiantes, sobre todo en la etapa registrar y teniendo en cuenta que en el ciclo IV de educación básica, que es donde se realizó la prueba, por la importancia que tiene el lenguaje algebraico en este grado, se considera de vital importancia el realizar registros simbólicos adecuados de expresiones. Se pretende ahora hacer un análisis que de cuenta de la forma como los alumnos respondieron la prueba realizada, los recursos utilizados para hacerlo y los errores que se cometieron, de manera que se justifique el porqué siempre se ubicaron en un nivel primario en el grupo. Para hacer esto se analizan una a una las hojas de respuestas y los problemas resueltos categorizando cada respuesta de acuerdo con los niveles preestablecidos por nosotros. Donde siempre se justifica las respuestas desde la perspectiva de que en matemáticas y más en la enseñanza de ella, no se debe llevar al extremo de descalificar una respuesta dada por un estudiante, por pequeños errores cometidos, que pueden ser ajenos al mismo conocimiento del tema.

El trabajo con estudiantes de ciclo IV de la institución en la que aplicamos la secuencia permite afirmar lo siguiente:

1. Los estudiantes realizan cálculos numéricos para buscar las regularidades y los patrones de comportamiento de las situaciones y logran visualizar los cambios, expresarlos en forma verbal y numérica, pero a la hora de generalizar, no basta con las preguntas de la secuencia, es importante la intervención, en la plenaria, de argumentos y preguntas claves del docente, relacionadas con la manera de relacionar las clases de cantidades que intervienen en los cálculos numéricos. Lo que significa que la búsqueda de un patrón general de comportamiento es lenta y requiere de varias actividades no repetitivas, sino que promuevan distintos aspectos que intervienen en esta clase de generalizaciones.

2. Las situaciones planteadas logran movilizar aspectos relacionados con el pensamiento variacional, como reconocer los cambios, dependencia entre magnitudes y variables, rangos de variación, tipos de cantidades que intervienen en la situación, pero el paso a la expresión algebraica requiere que se pueda ver lo general en lo particular y esto se hace verbalmente o con frases que combinan lo numérico y lo verbal y se requiere la intervención del docente para llegar a la expresión algebraica. Como registro que puede atrapar todos esos otros elementos que se han ido construyendo.

3. La representación tabular es potente, pues favorece la visualización de los cambios, por lo menos en forma separada, los de cada magnitud y a los correlacionados se puede llegar a través de preguntas, cómo las propuestas en esta secuencia.

4. Se logró darle cierto sentido a las ecuaciones, en un primer acercamiento (caso de los números pentagonales) pero se requiere continuar con este tipo de trabajo, diseñando otra secuencia que posibilite la operatividad de las expresiones algebraicas y la solución de ecuaciones, en contextos concretos y en ámbitos formales.

Por último queremos resaltar:

5. El valor que tiene el trabajo que hemos realizado, en el cual nos hemos integrado en un equipo que ha hecho agradable el trabajo, se ha aprendido de todos y se ha enriquecido a través de los distintos aportes que se lograron investigando y desde la práctica profesional.

CONCLUSIONES

El desarrollo del presente trabajo desde la concepción misma del problema y el objetivo general, los referentes teóricos, las pruebas realizadas, la intervención pedagógica y la propuesta didáctica, presenta gran relevancia en cuanto propone aspectos del currículo y la enseñanza que no se habían llevado al aula de clase en el grado 8º y 9º de educación básica del ITM de castilla de la ciudad de Medellín, como son diseñar actividades que involucren el contexto real de estudiantes adultos. Además de analizar parte de su razonamiento frente a casos de generalización.

1. Las respuestas que dieron los alumnos a las pruebas realizadas permiten inferir que hay dos clases de acciones diferentes, la primera es la de seguir los requerimientos que plantea el problema hasta donde este brinde los elementos para ello. No ven mas allá de lo que sus sentidos le proporcionan, tratan de resolver el problema en forma global, no hacen esquemas, no utilizan estrategias adicionales a las dadas por el profesor; esta forma de ver los problemas es la que comúnmente se encuentra en nuestros estudiantes y la segunda es después de realizar lo que pide la actividad, ir un poco mas allá con lo que el problema propone pero que no da los elementos para ello. Realizan variaciones sobre este, tratan de descomponerlo, elaboran gráficos y dibujos para representar las situaciones, realizan tablas para relacionar los datos, tratan de resolver el problema abordándolo desde otros aspectos.

2. El proceso realizado por los estudiantes en el tratamiento de cada problema es de abordaje simple poniendo en juego estrategias que le permitan solucionarlo más fácilmente De esta manera se observa como los estudiantes se mueven en las diferentes representaciones. Es de resaltar que la representación tabular aparece como un mediador entre las representaciones de los diferentes lenguajes que anteriormente se conocían -lenguaje gráfico y el habitual- y un nuevo lenguaje - lenguaje algebraico o simbólico.

3. Al final de las pruebas se reconoce un avance notable en la utilización de representaciones como tablas, gráficos, y la utilización de expresiones, ya que los

estudiantes implementaban estos elementos para observar con mayor facilidad los cambios que se presentaban, se nota además soltura en la descripción de patrones de formación y regularidades entre los elementos de secuencias numéricas o gráficas, lo que permite facilidad por parte de los estudiantes para dar a conocer ideas y resultados encontrados en torno al problema.

4. Las actividades realizadas por los estudiantes sobre generalización, posibilitaron el desarrollo de habilidades como la elaboración de conjeturas como predicción de posibles resultados en un determinado problema y la sistematización de datos permitiendo encontrar en forma rápida y eficaz las posibles relaciones en un conjunto de elementos, lo que propicia una visión más global de la situación por parte del estudiante.

5. Mediante el proceso metodológico se realizaron actividades en las que fueron consideradas las estrategias que los estudiantes manejaban frente a situaciones específicas y posteriormente se diseñaron otras en las que en forma progresiva y bajo la guía del docente, fueron accediendo un lenguaje matemático más formalizado para formular generalizaciones de acuerdo con los elementos planteados, a los objetos construidos, las instrucciones verbales, a la estrategia pedagógica y a la motivación frente a las diferentes situaciones planteadas. Empezaron a utilizar las letras adecuadas para las variables a relacionar estas en forma adecuada, a plantear proposiciones en forma correcta y enunciar leyes generales para los problemas. Lo anterior evidencia que en forma progresiva el estudiante accede a la simbología matemática mediante la intervención pedagógica que pretende favorecer aprendizajes significativos.

Observamos como los estudiantes adultos la necesidad que sienten la necesidad de trabajar con valores particulares y de asignar un valor específico cuando se les pide trabajar con incógnitas o variables con aseveraciones como “cierta cantidad”. Esta dificultad para llegar a una expresión general nos lleva a inferir que las habilidades propias de la generalización no han alcanzado su nivel de desarrollo en los estudiantes, sea en sus grados anteriores de escolaridad o en su contacto con diferentes contextos cotidianos, , el proceso de generalización no es desarrollado en

los estudiantes, además la memorización y repetición de conceptos que no llegan a ser significativos para ellos, ante esta necesidad pensamos en una propuesta didáctica que dará cuenta de actividades que desarrollen habilidades y competencias en la generalización de los procesos matemáticos.

6. Los estudiantes adultos presentan tres niveles de comprensión una generalización próxima, donde se apoyan en estrategias aditivas para la solución de problemas. Un segundo nivel es una generalización extendida verbalmente donde se implementan las estrategias multiplicativas. Y por último una generalización para casos mayores y un intento de expresión simbólicamente

RECOMENDACIONES

Considerando los logros obtenidos en la presente propuesta tanto para los estudiantes que intervinieron en ella en cuanto a la habilidad para generalizar, como para los investigadores al corroborar que las situaciones de generalización se presentan como buena estrategia para reafirmar conceptos algebraicos e inducir al alumno al razonamiento; la experiencia obtenida a través de las situaciones desarrolladas y las teorías que respaldan el tema de estudio, es importante recomendar algunos aspectos: motivarlos a realizar acciones sobre los objetos matemáticos, consistentes en la separación de tales objetos en elementos variables e invariables, llevarlos al establecimiento de relaciones invariantes, que conducen a los alumnos a mejorar su razonamiento, a una comprensión más profunda entre conceptos matemáticos, establecer conexiones entre elementos del currículo y desarrollar habilidad en la resolución de problemas.

- Implementar la generalización como proceso de pensamiento matemático en cada uno de los grados de la educación básica en forma gradual y adecuada para los diferentes tipos de estudiantes y de acuerdo con el desarrollo del pensamiento formal del alumno como una estrategia para lograr aprendizajes significativos,

alcanzar niveles de pensamiento matemático más formal y mejorar el uso de la simbología y lenguaje matemático.

- Implementar a través de actividades de generalización el aprendizaje inductivo, de lo concreto a lo abstracto, que los mismos estudiantes descubran las relaciones generales que hay detrás de cada situación. El conocer primero las fórmulas para aplicarlas luego en la solución de casos particulares condiciona al alumno a trabajar sólo deductivamente y no lo hace partícipe del proceso mismo de construir matemáticas.
- Utilizar los problemas de regularidades, patrones y relaciones como camino para alcanzar procesos de pensamiento matemático, para que el estudiante razone y elabore conjeturas, que las enuncie verbal y simbólicamente, que establezca leyes generales; darle libertad para que utilice las estrategias que quiera: dibujos , tablas, gráficas, rayas, etc., para que comunique su pensamiento matemático.
- Fortalecer las diferentes formas de abstracción y generalización matemática como una forma de alcanzar niveles de pensamiento mas elevado, de manera que se creen habilidades para resolver situaciones problemáticas cada vez más complejas

Las siguientes son posibles conductas el docente puede que adoptar para estimular o fomentar estrategias de creatividad en sus alumnos:

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ✓ POLYA, G. Cómo resolverlo ED. Tecnos Madrid. 1954. Pág. 16, 97
- ✓ OBANDO, Gilberto. Generalización y conceptualización el caso de las estructuras aditivas. En Cuadernos pedagógicos N° 16 Universidad de Antioquia Medellín 2001. Pág. 78
- ✓ GRUPO AZARQUIEL. Ideas y actividades para enseñar álgebra. 1ª reimpresión. ED. Síntesis. . Madrid 1993. Pág. 36, 37, 55
- ✓ MASON J. (1999) Rutas hacia el álgebra .Traducción por Cecilia Agudelo Valderrama. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia
- ✓ LECCIONES DEL ÁREA DE MATEMÁTICAS NUMERO UNO, centro de estudios e investigaciones docentes CEID ADIDA 2001
- ✓ REVISTA EMA, investigación e innovación en educación matemática vol4 n 3 julio 1999 editora cristina carulla. una empresa docente Santa Fe de Bogota
- ✓ La Generalización como proceso de pensamiento matemático: una propuesta didáctica para mejorar el aprendizaje del álgebra elemental por John Jairo Pérez Peña (tesis) facultad de educación, universidad de Antioquia 2006
- ✓ GRUPO AZARQUIEL. (1993) Ideas y actividades para trabajar álgebra. Madrid: Ed Síntesis.

- ✓ FILLOY, E (1995). Diseño y desarrollo curricular en Matemáticas. Universidad Nacional Autónoma de México. México

- ✓ GÓMEZ, P (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. En: Ema Vol. (7) N°2. noviembre. Bogotá.

- ✓ MASON, J. (1996) Expressing generality and roots of algebra. En: Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (Eds). Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching. Dordrecht: Kluwer. (pp.65-86)

- ✓ MASON, J., GRAHAN, A., PIMM, D., GOWARD, N. (1999) Rutas/raíces hacia el álgebra. Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

- ✓ RADFORD, L. (1996) Some reflections on teaching algebra through generalization. En: Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (Eds). Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching. Dordrecht: Kluwer. (pp.107,111)

- ✓ Villa, J. (2006). El proceso de generalización matemática: algunas reflexiones en torno a su validación. En. Tecno Lógicas. N° 16 Medellín.

- ✓ Good, P. (1985). La Escuela por dentro: La etnografía en la investigación educativa. En Paidós, Barcelona.

- ✓ Paradise R. (1994) Etnografía: ¿técnica o perspectiva epistemológica? En CISE-UNAM México.

- ✓ Martínez M. (1994). La investigación cualitativa etnográfica en educación. En Trillas, México

- ✓ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). 1998 Lineamientos Curriculares.

- ✓ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). 2003 Estándares Curriculares.

ANEXOS.

ANEXO A. SITUACIONES DE DIAGNÓSTICO

ACTIVIDAD 1

EL ONCE Y SUS REGULARIDADES

1. Para iniciar la actividad vamos a completar la siguiente tabla donde se multiplica el once por todos los números menores que 10

Números	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Multiplica por 11	11	22	33						

¿Qué observas en los resultados? _____

2. Ahora vamos a multiplicar el once con números mayores que diez

Números	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Multiplica por 11	121	132	143						

¿Qué observas en los resultados? _____

¿Cómo sería los resultados para el 20, 21,22,23 que puedes afirmar con respecto a esto _____

¿Qué pasará cuando multipliquemos a 11 por 19, 28,29, y con los números cuya suma digital sea mayor que 10? _____

ACTIVIDAD 2

LOS NÚMEROS TRIANGULARES



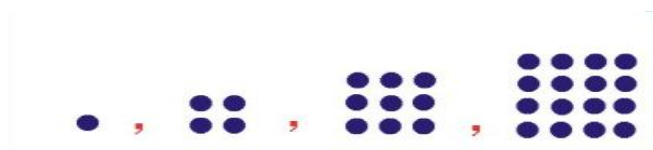
En la figura anterior se muestran los números triangulares

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Numero de puntos	1	3	6						

¿De acuerdo a la grafica y a la tabla que observas? _____

¿Qué puedes afirmar que pasara en la posición 10, 12, 15? _____

LOS NÚMEROS CUADRADOS



En la figura anterior se muestran los números cuadrados.

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Numero de puntos	1	4	9						

¿De acuerdo a la gráfica y a la tabla que observas? _____

¿Qué puedes afirmar que pasará en la posición 11, 13, 16? _____

ACTIVIDAD 3

Piensa un número cualquiera	2	5	10	N
súmale 2 a ese numero	2+2			
Multiplica el resultado que obtuviste por 2	4x2			
Suma 6	8+6			
Divide entre 2	14/2			
Resta el numero que pensaste al comienzo	7-2			

Completa la columna de la derecha de acuerdo a las indicaciones dadas en la columna de la izquierda

Responde:

1. ¿Cuál es el truco que el problema? _____
2. ¿Qué pasará si el número inicial es 101 _____
3. plantea un argumento algebraico que te permita analizar la situación anterior

ACTIVIDAD 4

Muchas de las ciudades en la actualidad están destinando parte de sus recursos para embellecer sus escenarios. En la fotografía se muestra algunos de los diseños que se han estado construyendo en la ciudad de Medellín en este sentido.

Cada tramo de la cerca está compuesta por cuatro maderos, dos horizontales y dos verticales, los verticales tienen una longitud de 1 metro mientras que los horizontales tienen una longitud de 1.5 metros.

Dibuja el tramo de la cerca que serviría para cercar el frente de tres edificios que tienen tres, seis y nueve metros respectivamente. ¿Cuántos maderos de cada clase se necesitan en cada caso?

Suponga que ahora se desea cercar el perímetro de nuestro colegio, ¿cuántos maderos de cada clase se necesitan?

Si se sabe que el perímetro del colegio es de 1 km

¿Cuántos maderos de cada clase se necesitan para hacer dicho trabajo?

Además se desea cercar la cancha la cual tiene un área de 40mts^2 y su ancho es de 5mts . ¿Cuántos maderos serán necesarios para cercar el perímetro de la cancha?



Describe la forma cómo se podría construir el tramo 10 partiendo de la construcción del tramo 9. ¿Existe alguna regla para construir cualquier tramo?

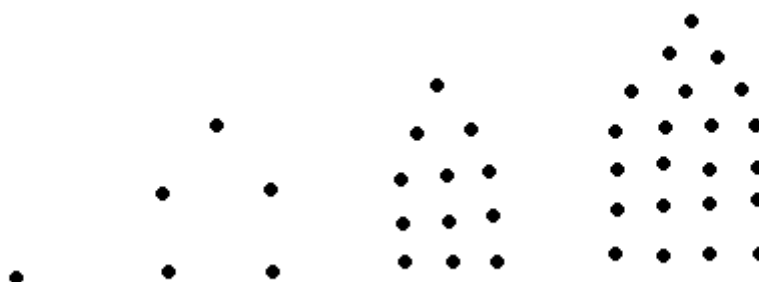
Con base en la situación completa los espacios en blanco de la siguiente tabla:

longitud	5			
Maderos horizontales		20		
Maderos verticales			10	
Total maderos				28

Esta actividad posee una parte grafica permitiendo con esto que el estudiante tenga un contacto visual y pueda observar las regularidades e identifique cómo esta cambiando los tramos de la cerca y al descubrir regularidades pueda ir elaborando una secuencia para hallar las diferencias de la primera con respecto a las demás, hasta encontrar una regla de formación para tramos de la cerca en general.

ACTIVIDADES PARA IMPLEMENTAR EN EL GRADO OCTAVO EN LA SEGUNDA PRUEBA

NÚMEROS PENTAGONALES



En la figura anterior se muestran los números poligonales

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de puntos	1	5	12	22				

¿De acuerdo a la grafica y a la tabla que observas? _____

¿Qué puedes afirmar que pasara en la posición 9, 10 y 11? _____

¿Se puede sacar una fórmula general? _____

SUCESIÓN DE FIBONACCI

1. Analiza la siguiente secuencia

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,...

1. ¿Qué observas en ella? _____

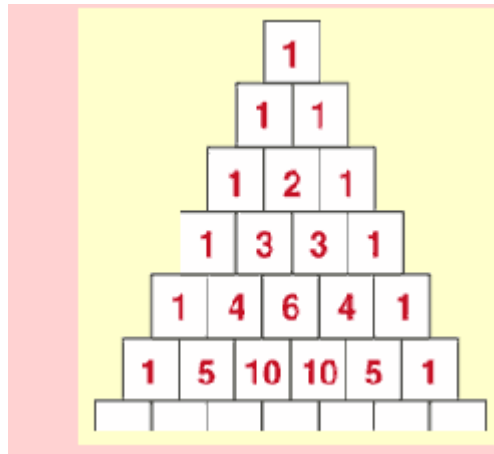
En la siguiente tabla completa la secuencia

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	5	8				

2. ¿Cómo hiciste para determinar el término 6, 7, 8 y 9? Explica brevemente _____

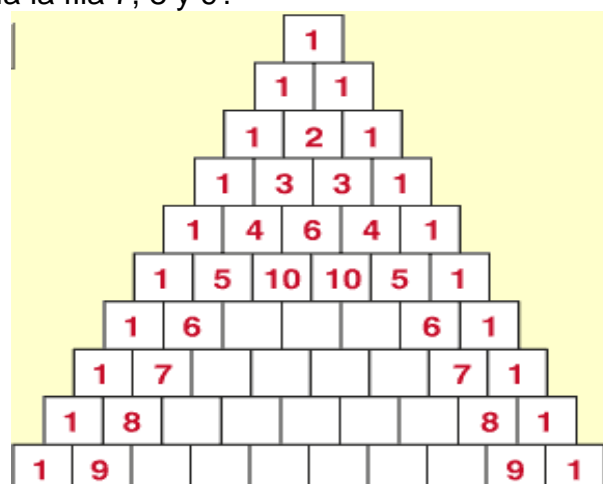
TRIÁNGULO DE PASCAL

1. Observa el siguiente triángulo.



2. ¿Encuentras alguna relación entre los números allí colocados?
Explica _____

3. ¿Cómo quedaría la fila 7, 8 y 9?



4. Ahora observemos otro aspecto de este triángulo, si sumamos los números que hay en cada fila y los llevamos a una tabla así

Número de fila	Suma de los números de la fila	Base 2
1	1	2^0
2	2	2^1
3	4	2^2
4	8	2^3
5	16	2^4
6		
7		
8		
9		

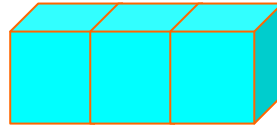
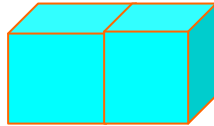
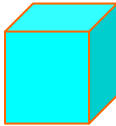
5. ¿Qué observas en la tabla anterior? _____

6. ¿Cómo se podría llenar la columna dos de la tabla anterior? _____

7. ¿Cómo se podría llenar la columna tres de la tabla anterior? _____

ÁREAS SUPERFICIALES

1. Observa con atención los siguientes cuerpos:



Sigue agregando un cubo a cada cuerpo y completa la tabla:

Volumen	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Área superficial	5	8	11										

- ¿Qué observas?
- ¿Podría decir la regla para obtener el área superficial de un cuerpo de esta forma, construido con cualquier cantidad de cubos?