EL CONCEPTO DE PERÍMETRO APOYADO EN LA PROPUESTA "APRENDER ENSEÑANDO" Y EN LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO

JUAN CARLOS MÁRQUEZ MIELES
C.C. 71.262.957

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
MEDELLÍN
2008

PROYECTO DE GRADO

EL CONCEPTO DE PERÍMETRO APOYADO EN LA PROPUESTA "APRENDER ENSEÑANDO" Y EN LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO

JUAN CARLOS MÁRQUEZ MIELES

C.C. 71.262.957)

Trabajo de grado para optar al título de

Licenciado Básica matemática

Asesora

FLOR MARÍA JURADO

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

MEDELLÍN

2008

DEDICATORIA

- A Dios por darme el don de la vida y regalarme valiosas personas como familia.

- A mis padres por haberme brindado su apoyo económico desinteresado y la ayuda moral y ética para salir adelante.

AGRADECIMIENTOS

- A mis padres por depositar en mí mucha confianza y ser parte activa de los logros obtenidos a lo largo de mi desarrollo personal y educacional.

- Al personal del Colegio Vida y Paz, Establecimiento Jesús María Valle Jaramillo del Doce de Octubre, Medellín. En especial a la Rectora Bibiana María Grisales y al Coordinador Roberto Torres Payares, por otorgarme la oportunidad de realizar la practica educativa en esta institución, brindándome su confianza y respeto.

- A la asesora Flor María Jurado que con paciencia y dedicación pudo orientarme en la ejecución de este proyecto y lograr así un peldaño más en mi vida.

- A la Universidad de Antioquia por otorgarme la oportunidad de participar de ella, formándome como persona y profesional.

- A todos mis amigos que de una u otra forma intervinieron en la realización del trabajo y que verdaderamente me enseñaron lo valioso de la Amistad.

- A Dios por concederme la vida, una gran familia y una gran oportunidad de realizar mis sueños.

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN

La enseñanza y el aprendizaje de la matemática en todos los niveles escolares se presentan como un problema no resuelto. Este problema está tan extendido, que se convierte en muchos casos en el verdadero obstáculo para el avance en los estudios universitarios y los profesores de matemática son vistos como los grandes verdugos del sistema educativo. Muchas veces el estudiante opta por ciclos o carreras que no tienen la disciplina, aunque no tengan particular vocación por el resultado final de ellos.

La propuesta de este proyecto es detectar el nivel de razonamiento en el que se encuentran algunos estudiantes del grado 7º del año 2007, del Colegio Vida y Paz, Establecimiento Jesús María Valle Jaramillo del Barrio Doce de Octubre. Sobre el concepto de "**Perímetro**". A través, de un propuesta, **"Aprender Enseñando"**[1]. Este propuesta consiste en encomendar la enseñanza de un tema geométrico por medio de guías, a estudiantes de un grupo, e incentivarlos para que les enseñen a otros del mismo grupo; permitiéndoles **"Aprender Enseñando"**.

Para poder detectar el nivel de razonamiento en el que se encuentran los estudiantes en el concepto de perímetro, me apoyo en el modelo de **Van Hiele**. En el ámbito internacional la enseñanza de la Geometría ha sido influenciada por la aplicación de este modelo, el cuál, se ha experimentado en diferentes países con resultados positivos. En Colombia los Lineamientos Curriculares de Matemáticas proponen:

> *"El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele es un modelo específico, que se ajusta a las situaciones que se plantean en el aula cuando los niños están aprendiendo". (pp. 58)*

---

[1] Cifuentes, María Cenaida (1998). *Memorias del Seminario Investigativo* (pp. 78-80). Bogotá, Colombia: Fundación Universitaria Monserrate. (FUM). "**Se aprende enseñando**", es una verdad transmitida por la experiencia de millones de personas. Nos piden que enseñemos tal o cual cosa y terminamos teniendo un dominio sobre el tema mucho mayor que si simplemente tratáramos de aprender sin enseñar.

Este modelo incluye tres aspectos: uno **descriptivo**; en cuanto que intenta explicar cómo razonan los estudiantes. Esto lo hace a través de la definición de cinco niveles de razonamiento; y otro **prescriptivo**, porque da unas pautas a seguir en la organización de la enseñanza para lograr que los estudiantes progresen en su forma de razonar. Esto se lleva a cabo mediante la consideración de cinco "**fases de aprendizaje**". Además de uno tercero, el **insight**.

Se trabaja el concepto de "**Perímetro"**, por su poco tratamiento cuando se enseña matemática. Esto se puede ver reflejado en el rastreo bibliográfico que se realiza en los textos escolares de 1º hasta 11º grado y en textos universitarios de Geometría y Cálculo. En ellos se nota la confusión existente entre sus diferentes sinónimos como: **Contorno, Borde, Alrededor**. Y su limitación en la enseñanza a través de una formula. También, en su aplicación a figura geométricas, polígonos regulares e irregulares.

Se evaluará por medio de un Test, construido a partir de unas actividades previas sobre el concepto de "**Perímetro"**, realizadas a partir del rastreo bibliográfico. Este Test me permitirá visualizar en que nivel de razonamiento se encuentran los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**" y los que reciben el conocimiento por parte de estos, sobre el concepto de "**Perímetro**". Para lograrlo se utilizará el software SPSS (paquete de Estadística para las Ciencias Sociales); que permitirá analizar y comparar resultados de los datos recogidos, a través de gráficos y tablas.

Es importante resaltar, que este proyecto se encuentra apoyado en la Ley General de Educación [ley 115 de 1994. Articulo 23], la cuál enuncia que: "la matemática es esencial y obligatoria en cualquier institución educativa colombiana". A su vez, los Lineamientos Curriculares y Estándares de Matemáticas hablan de esta y de sus diferentes ramas, poniendo a **la Geometría** como fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

2. JUSTIFICACIÓN

Antiguamente se consideraba que la enseñanza de las matemáticas era un arte, y como tal, difícilmente susceptible de ser analizado, controlado y sometido a reglas. Se suponía que el aprendizaje de los estudiantes dependía solo del grado en que el docente dominase dicho arte, y en cierto sentido, de la voluntad y la capacidad de los estudiantes para dejarse moldear por el artista.

Es necesario recalcar, que desde los primeros documentos escritos que se refieren a la enseñanza se destaca la de la matemática como un modelo a imitar. En el pórtico de la Academia de Platón estaba escrito: **“No entre quien no sepa Geometría”**. Esta forma un tanto clásica y mágica de considerar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas ha ido evolucionando a medida que creció el interés por la investigación por la creatividad y el desarrollo del conocimiento gracias a nuevas estrategias.

Actualmente en las instituciones educativas, el aprendizaje de la Geometría se ha limitado por trabajar contenidos que son especialmente mecanización de formulas, llevando a los docentes a que tengan dificultades en la precisión de los niveles de conceptualización para los contenidos temáticos y a la creación de estrategias de intervención pedagógica.

> *El saber geométrico-matemático está fuertemente vinculado con el concepto axiomático y, por tanto, "libre", para ser comprendido sólo cuando se aceptan ciertos términos, ciertos axiomas, y las proposiciones que con ellos se pueden deducir lógicamente; sin embargo, éste, que debe ser el punto de llegada en la comprensión conceptual, no puede ser el propósito para su enseñanza en el nivel elemental; por el contrario, se reconoce que las relaciones entre lo real y lo concreto sirven como el punto de partida para una futura conceptualización, en términos formales de las nociones geométricas; esto quiere decir que la intención predominante es la de*

> *formar pensamiento geométrico, en lugar de llenar las mentes con los contenidos temáticos de las Geometrías. Será entonces, el mundo de las percepciones, los movimientos y las transformaciones en y entre los cuerpos, el que permitirá llegar, en el momento adecuado, al significado actual de lo que es una Geometría.*[2] *(pp. 11-12)*

Por otra parte, en este proyecto se pretende detectar el nivel de razonamiento en el que se encuentran los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**"[3] y los que reciben el conocimiento por parte de estos, sobre el concepto de "**Perímetro**". Por tal razón, se le da la importancia a un concepto que por experiencias del que hacer docente es tratado muy superficialmente cuando se enseña en el aula de clase, cuando se incluye en un plan de estudio y cuando se lee un texto escolar o universitario de matemáticas.

Diversos estudios muestran que en la mayoría de los casos los estudiantes se confunden mucho con el concepto de "**perímetro**", porque:

> *La palabra perímetro lleva a los estudiantes a asociar el concepto con una serie de fórmulas que han aprendido de memoria. Este concepto, como tal, es poco trabajado desde el medir directamente, desde comparar longitudes. Por lo general, este se trabaja de manera abstracta, esto es, sin que se mida, se compare, se viva la experiencia de medir cada una de las magnitudes. Se*

[2] Betancur, Orlando y otros (2000). *Iniciación a la Geometría (*pp. 11-12). Medellín, Colombia: Centro de investigación educativa UdeA, Divergraficas.

[3] Sarmiento, María (1999). *Como Aprender a Enseñar y Como Enseñar a Aprender. (pp. 78-79). Primera edición.* Bogotá, Colombia: Universidad de Santo Tomás, Impresor Ltda. Por algo se dice: **si queres aprender algo, enséñalo**. Educador que no aprende con sus estudiantes, no capitaliza la experiencia adquirida. Así, las personas implicadas en el proceso educativo: educadores y educandos, aprenden, comparten y avanzan, confrontando sus saberes". pág. 64.

enseña con fórmulas. No se trabaja en el proceso que permite llegar a la abstracción y simbolización de descubrimientos tales como las fórmulas[4].

Además, hay otra causa de confusión entre los estudiantes, siendo esta el lenguaje utilizado para hablar del concepto de perímetro. En la revisión de diferentes textos escolares y universitarios se puede ejemplificar la definición del concepto de perímetro. Lo definen como la medida del **contorno, borde, alrededor** y **de la curva que forma un polígono**. Estos textos no trabajan alternamente los diferentes sinónimos para explicar el concepto y diferenciarlo de otro, observando que se limitan a uno solo para desarrollar el tema.

Por otro lado, si se hace una revisión de los trabajos de investigación relacionados con la enseñanza de la Geometría, nos encontramos con un escaso número de ellos, sobre todo en el concepto de perímetro. Una de las escuelas psicopedagógicas que más ideas han aportado al respecto, ha sido la escuela de los esposos Van Hiele, que aunque han publicado sus estudios e investigaciones con anterioridad en los años 60 han permanecido ignorados hasta muy recientemente.

Este proyecto esta apoyado en el modelo de los Van Hiele[5], porque:

> *"El aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento", "que no van asociados a la edad" y "que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente". Es más, se señala que cualquier persona, y ante un nuevo contenido geométrico a aprender, "pasa por todos esos niveles y, su mayor o menor dominio de la Geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente".(pp.1-3)*

---

[4] Bosch, Carlos y Otros (2003). *Diplomado: La Ciencia En Tu Escuela. Módulo de Matemática Primaria.* (En línea). Recuperado el día 15 de enero de 2008, de http://www.centrofermat.com.ar/docentes.htm

[5] Fouz, Fernando (2001). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría.* (En línea). Recuperado el día 7 de febrero de 2008, de: www.sectormatematica.cl/articulos/**van**%20**hiele**.pdf

Con en el anterior modelo, se pretende detectar el nivel de razonamiento en el que se encuentran los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**" y los que reciben el conocimiento por parte de ellos, sobre el concepto de "**Perímetro**". La propuesta es encomendar la enseñanza de un tema geométrico, por medio de guías, a estudiantes de un grupo e incentivarlos para que les enseñen a otros del mismo grupo, permitiéndoles **"Aprender Enseñando"**.

La exploración y análisis de diferentes textos escolares y universitarios permitieron idear varias actividades para trabajar el concepto de perímetro. Para luego, realizar el Test que conlleva a evaluar y por ende, con sus diferentes resultados detectar el nivel de razonamiento en que se encuentran los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**" y los que reciben el aprendizaje por parte de estos.

3. OBJETIVO GENERAL

Diseñar y Aplicar un **Test** apoyado en los niveles de razonamiento de Van Hiele, a los estudiantes del grado 7º, de la institución Educativa Jesús María Valle Jaramillo, del Barrio Doce de Octubre de Medellín; para comparar el nivel de razonamiento en que se encuentran los estudiantes que **"Aprenden Enseñando"** y los que reciben el conocimiento por parte de estos, sobre el concepto de "**Perímetro"**

3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- √ Explorar y Comparar el concepto de **Perímetro** en diferentes textos escolares y universitarios, que permitan observar como trabajan el concepto y así construir actividades, pruebas y un Test.

- √ Utilizar la propuesta de **"Aprender Enseñando"** en estudiantes de un grupo, e incentivarlos para que les enseñen a otros del mismo grupo el concepto de "**perímetro"**, permitiendo comparar los niveles de razonamiento.

- √ Diseñar un **Test** que permita detectar el nivel de razonamiento en que se encuentran los estudiantes frente al concepto de **perímetro**, a través de sus resultados.

- √ Aplicar el **Test** a los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**" y a los que reciben la enseñanza por parte de estos para comparar, analizar resultados y sacar conclusiones.

4. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

- ¿Cómo comparar el nivel de razonamiento en el que se encuentran los estudiantes que **“Aprenden Enseñando”** y los que reciben el conocimiento por parte de éstos sobre el concepto de **“Perímetro”?**

4.1 HIPÓTESIS

- ¿Será que el nivel de razonamiento de los estudiantes que **“Aprenden Enseñando”** es más alto que el nivel de razonamiento de los estudiantes que reciben el conocimiento por parte de éstos?

5. DIAGNOSTICO INSTITUCIONAL

5.1. Identificación de la Institución

- ✓ Nombre de la institución: Colegio Vida y Paz, Establecimiento Jesús María Valle Jaramillo (**Institución por Cobertura**)
- ✓ Población: Grado 7º, año 2007
- ✓ Ubicación: Dirección, calle 101 N° 83-21 Barrio, Doce de octubre. Municipio de Medellín, Departamento de Antioquia
- ✓ Teléfono: 438 02 71
- ✓ Núcleo educativo: 921
- ✓ Fecha de fundación: Enero 17 de 2000
- ✓ Resolución de aprobación: 927 del 9 de febrero del 2001
- ✓ Carácter: Mixto.
- ✓ Nombre del director: Bibiana Grisales Vargas

5.2 Filosofía

El colegio vida y paz tiene como filosofía el desarrollo social e integral del hombre y de la mujer y el reconocimiento consciente de su sensibilidad y humanismo para aprender a vivir, a ser tolerante y responsable. Como dimensión práctica propende por el trabajo humanitario y por la consolidación de una sociedad próspera que mantenga la vida como valor supremo; del amor como sentido trascendente, de la paz como guía permanente, desarrollando valores de: el respeto por la vida y la dignidad humana, la tolerancia y el respeto por las relaciones interpersonales.

5.3 Misión

Ser alternativa de solución educativa para la comunidad de bajos recursos económicos, contribuyendo a la formación humana, social e integral a través de una educación libre y responsable, de superación personal dentro del contexto social y una permanente reflexión y acción valorativa.

5.4 Visión

La comunidad del colegio vida y paz debe distinguirse:
1° EL COLEGIO VIDA Y PAZ: por ser una educación líder en educar hombres y mujeres de bien, en construir valores.
2° LOS ESTUDIANTES: por la vivencia de valores éticos y comunitarios
3° LOS Y LAS DOCENTES: por la práctica de los principios que imparten a los y a las alumnas.
4° LOS PADRES DE FAMILIA: por ser los primeros educadores en la formación de sus hijos y posibilitadores de dicho proceso de cambio.
5° EL ENTORNO: por ser un espacio de transformación positiva.

5.5 Entorno

- La comunidad del Doce de octubre, es un barrio de escasos recursos. Se encuentra a 20 minutos del centro de Medellín. Posee servicios públicos de agua, energía, teléfono, y alcantarillado. Además, cuenta con parques infantiles, piscinas, bibliotecas, placas deportivas, capilla, guarderías y canchas deportivas.

- El mayor problema de la comunidad con relación a éste aspecto, es el alto grado de violencia vivida años anteriores y la escasa inversión por parte del estado. Un aspecto de gran trascendencia para la comunidad fue la integración de líderes comunitarios que contribuyó al mejoramiento de la convivencia y la construcción de nuevas instituciones educativas como el Colegio Vida y Paz.

5.6 Ambiente físico

- Las sedes de la institución siempre permanecen limpias y ordenadas, pero no en todas hay decoración y buen ambiente de aprendizaje y convivencia.

- Sin ser amplias, las sedes y los diferentes espacios institucionales son apenas suficientes para las labores académicas que en ellos se realizan. En algunas sedes faltan áreas de recreación y esparcimiento.

- Hay precariedad en la dotación y adecuación de espacios en algunas sedes o secciones de la institución.

- La planta física es poco estimulante, pero hay áreas en las sedes de la institución, en las que los estudiantes disfrutan de las actividades.

- El Colegio no cuenta con un aula especial para el *área de Matemáticas*, además el laboratorio de ciencias se encuentra ocupado con un grupo de estudiantes por la conglomeración de personal.

5.7 Diseño pedagógico

- El servicio bibliotecario cuenta con suficientes títulos y textos para realizar sus actividades educativas, pero como tal no está muy organizado y persiste un evidente desequilibrio entre los niveles, grados y/o sedes.

- Los materiales didácticos y audiovisuales existentes son insuficientes, no siempre están disponibles para las prácticas docentes ni tampoco responden a las necesidades del plan de estudios y el énfasis institucional.

- La institución tiene una sala de informática con suficiente número de computadores que están en buen estado, pero por política institucional su uso es exclusivo de los encargados del área de informática.

5.8 Recursos humanos

- La institución cuenta con una planta de docentes no suficiente en número. En el Área de Matemáticas cuenta con un solo docente licenciado en Básica Matemáticas, los demás son profesionales en áreas afines como: Físicos, Administradores e Ingenieros.

6 MARCO LEGAL

La educación se reconoce como la causa principal del progreso y de los avances que conocemos como desarrollo en un país. En Colombia la reestructuración educativa ha permitido que con nuevas estrategias de enseñanza-aprendizaje se potencialicen las capacidades de los diferentes jóvenes; para ello se ha instaurado la evaluación por competencias y las nuevas funciones y enfoques de las diferentes áreas de enseñanza.

> *Para el logro de los objetivos de la educación básica en Colombia se establecen áreas obligatorias y fundamentales del conocimiento y de la formación que necesariamente se tendrán que ofrecer de acuerdo con el currículo y el Proyecto Educativo Institucional, entre ellas: las Matemáticas*[6]. (*Ley 115 de 1994, Artículo 23; pp. 8-9)*

Se reconoce de manera muy especial que la cultura matemática resulta esencial para que los individuos tengan una vida productiva y con sentido, y para ello se han venido replanteando los fines de la educación matemática en los proyectos educativos. Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2007), enuncian que:

> *El primer fin de la educación obedece al ideal de ofrecer a toda la población del país una educación Básica masiva con equidad y calidad, lo que implica buscar también la integración social y la equidad en y a través de la educación matemática, es decir, formar en matemáticas a todo tipo de estudiantes y alumnas.*

---

[6] Ministerio de Educación Nacional (MEN) 1994. *Ley General de Educación, Articulo 23. (pp.8-9).* Santa Fé de Bogotá, Colombia: Magisterio.

Las matemáticas han tenido un gran peso en la formación de los ciudadanos de los estados en todos los tiempos. Con mayor razón, en el nuevo contexto mundial se hace necesaria una formación matemática que permita al ciudadano apropiarse de las herramientas de pensamiento y comunicación que las matemáticas ofrecen. Esta apropiación permitirá una participación más activa del ciudadano en los procesos de desarrollo económico, político y social del país[7].

> *Los estudiantes aprenden a usar las matemáticas en la sociedad y a descubrir que estas son relevantes para su educación y profesión posteriores. Puesto que es importante que todos los estudiantes aprendan matemáticas como parte de su educación básica, también es importante que sepan para que las aprendan. A través del contexto desarrollaran una actitud crítica y flexible ante el uso de las matemáticas en problemas que deberán afrontar en la vida real. (Lineamientos curriculares 1998, pp.. 25).*

Por otro lado, la Geometría es una componente importante del currículum escolar de Matemáticas. El conocimiento, la intuición y las relaciones geométricas resultan útiles en muchas y variadas situaciones cotidianas, y tienen conexión con otros conceptos matemáticos y otras materias escolares. Esta permite que el niño establezca sus relaciones en cuanto a la comprensión y ocupación del espacio, a la conceptualización de punto, líneas, fronteras, superficies, figuras y sólidos, elementos fundamentales en el proceso lógico-matemático.

---

[7] Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2007). *Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* (pp. 46-48). Santa Fé de Bogotá, Colombia. Enuncia: *"Desde hace tres décadas, la comunidad colombiana de educadores matemáticos viene investigando, reflexionando y debatiendo sobre la formación matemática de los niños, niñas y estudiantes y sobre la manera como ésta puede contribuir más eficazmente a las grandes metas y propósitos de la educación actual. En este sentido, la educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales, como las relacionadas con una educación para todos, la atención a la diversidad y a la interculturalidad y la formación de ciudadanos y ciudadanas con las competencias necesarias para el ejercicio de sus derechos y deberes democrático".*

En experiencias adquiridas en el quehacer docente, se usa frecuentemente ejemplos y modelos geométricos para ayudar a que los estudiantes comprendan y razonen sobre conceptos matemáticos no geométricos:

> *La **Geometría** ayuda a estimular, ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas. Da oportunidades para observar, comparar, medir, conjeturar, imaginar, crear, generalizar y deducir. Tales oportunidades pueden ayudar al estudiante a aprender cómo descubrir relaciones por ellos mismos y tornarse mejores solucionadores de problemas[8].*

La contribución de la Matemática en general y los contenidos geométricos en particular, han logrado que el pensamiento lógico en los estudiantes se estimule, y obtengan una herramienta para resolver problemas o situaciones de la vida cotidiana.

> *Lo anterior implica relacionar el estudio de la Geometría con el arte y la decoración; con el diseño y construcción de objetos artesanales y tecnológicos; con la educación física, los deportes y la danza; con la observación y reproducción de patrones (por ejemplo en las plantas, animales u otros fenómenos de la naturaleza) y con otras formas de lectura y comprensión del espacio (elaboración e interpretación de mapas, representaciones a escala de sitios o regiones en dibujos y maquetas, etc.), entre otras muchas situaciones posibles muy enriquecedoras y motivadoras para el desarrollo del pensamiento espacial [9].(pp. 61-62)*

---

[8] De Villiers, Michael (1996). *Algunos Desarrollos en Enseñanza de la Geometría*. (En línea). Recuperado el día 20 de abril de 2008, de www. mzone.mweb.co.za/residents/profmd/futurec.pdf

[9] Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2007). *Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* (pp. 61-62). Santa Fé de Bogotá, Colombia.

Las matemáticas hoy, se enfocan en el desarrollo de las competencias necesarias para crear, resolver problemas, razonar, argumentar, establecer conexiones y comunicar resultados. Esta propuesta de detectar el nivel de razonamiento en el que se encuentran los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**" y los que reciben el conocimiento por parte de ellos, sobre el concepto de "**Perímetro**", invita a los docentes a enseñar la Geometría dando prioridad a la utilización de ideas, a la consulta y revisión bibliográfica sobre éstas, al manejo de material didáctico, a la elaboración de actividades, pruebas, Test; que permitan detectar dificultades y destrezas entre los estudiantes, estimulando la realización de nuevas estrategias y contribuyendo a que el estudiante mejore estructuras conceptuales tanto matemáticas como geométricas y no a la mera memorización de definiciones y fórmulas.

Los lineamientos curriculares de matemáticas incluyen a la Geometría como parte esencial y obligatoria del proceso de enseñanza-aprendizaje en las instituciones educativas de nuestro país. En este proyecto, trabajo en el concepto geométrico importantísimo para la enseñanza de la Geometría y que los estándares de matemáticas enuncian: <u>**Perímetro**</u>

- *Grado 4°-5°:*

✓ *Describo y argumento relaciones entre el* **perímetro** *y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.*

✓ *Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.*

✓ *Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.*

- *Grado 6°- 7°:*

✓ *Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.*

✓ *Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.*

Como observamos la base del aprendizaje de la Geometría, tiene dos elementos importantes *"el lenguaje utilizado"* y *"la significatividad de los contenidos"*. En diferentes investigaciones ha quedado de manifiesto que los niños confunden frecuentemente el concepto de perímetro[10], desde su definición y los diferentes sinónimos utilizados para hablar de él.

> *Los encuentros estructurados con este concepto suele producirse en el contexto de la medida y, no pocas veces, acompañados de formulas.* Son *muchos los estudiantes con ideas confusas sobre* ***perímetro****, a causa, probablemente, de un problema a medias lingüístico y a medias matemático. Pero el número de estudiantes incapaces de obtener el* ***perímetro*** *de un rectángulo la primera vez que se les pide induce a pensar que en tal confusión se encuentran profundamente implicados conceptos matemáticos. (pp. 126)*

---

[10] DICKSON, Linda (1991). *El Aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 126). Madrid, España: Ed. Labor. Citan el caso de un chico de 15 años: Su respuesta a la pregunta inicial, ¿Qué significa la palabra perímetro?, fue en extremo dubitativa: le resultaba difícil hallar sustantivos adecuados. «Es... un… lo de afuera...» Trazó el perfil de una figura sobre el tapete, después se retrepó en su asiento y sonrió: «... es difícil de explicar. Es... eeh... cómo se llama… como la circunferencia de un circulo...». Quiso distinguir entre un círculo y un rectángulo, pero al hacerlo confundió la idea de área con la de perímetro. «Es el área exterior de un... no el área... área de una superficie… de ¿cómo se llama?... de un... rectángulo… o… cuadrado...» Su última frase salió arrastrada, casi ininteligiblemente.

Es obligatorio en Colombia que cada uno de los docentes en matemáticas incluya en sus planes de áreas al pensamiento geométrico, además de sus diferentes estándares y conceptos. Para este proyecto, se resalta que el concepto de perímetro es incluido en los currículos de matemáticas pero la mayoría de docentes no le dan mayor importancia, es superficialmente tratado y lo evaden con una simple definición y culminan con la memorización y aplicación de una formula. Olvidando cosas realmente importantísimas para la enseñanza de este.

7 MARCO TEORICO

Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para los objetos en reposo como para el movimiento. Con el estudio de estos sistemas se logra el desarrollo del pensamiento espacial. Para el desarrollo de dicho pensamiento se propone el modelo de Van Hiele.

En el ámbito internacional, la enseñanza de la Geometría ha sido influenciada por la aplicación del Modelo de Van Hiele[11] el cual se ha experimentado en diferentes países con resultados positivos y que a este proyecto se ajusta perfectamente. En Colombia los lineamientos curriculares de matemáticas proponen:

> *"el Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele como un modelo más específico y que se ajusta a las situaciones que se plantean en el aula cuando los niños están aprendiendo".*

Los Van Hiele[12] concretan que:

> *"alcanzar un nivel superior de pensamiento significa que, con un nuevo orden de pensamiento, una persona es capaz, respecto a determinadas operaciones, de aplicarlas a nuevos objetos.*

---

[11] La mayoría del modelo que se describe en este marco teórico, que se encuentra en letra cursiva y en letra no cursiva, para efecto de estética y buena redacción, es tomado de: "De la Torre Gómez, Andrés *(2003). El método socrático y el modelo de van Hiele.* Páginas (99–121*)* Universidad de Antioquia, Medellín. Recuperado el día 20 de febrero de 2007, de: http://www.scm.org.co/Articulos/733.pdf

[12] Fouz, Fernando (2001). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. (En línea). Recuperado el día 7 de febrero de 2008, de: www.sectormatematica.cl/articulos/**van**%20**hiele**.pdf

> *En la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes "el lenguaje utilizado" y "la significatividad de los contenidos". Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo.*

Este modelo incluye tres aspectos: uno **descriptivo**, en cuanto que intenta explicar cómo razonan los estudiantes. Esto lo hace a través de la definición de cinco niveles de razonamiento; y otro **prescriptivo**, porque da unas pautas a seguir en la organización de la enseñanza para lograr que los estudiantes progresen en su forma de razonar. Esto se lleva a cabo mediante la consideración de cinco "fases de aprendizaje". Además, de uno tercero, el **insight**.

Este proyecto se basará en una traducción personal del texto "Structure and Insight" de Van Hiele y el aporte de otros autores donde se expone dicho modelo; enfocándose principalmente en el aspecto **descriptivo**; y mencionando lo importante de los otros dos.

7.1 Niveles de Van Hiele:

Los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, estos niveles se denominan de la siguiente manera:

NIVEL 1: Visualización o reconocimiento
NIVEL 2: Análisis
NIVEL 3: Ordenación o clasificación
NIVEL 4: Deducción formal
NIVEL 5: Rigor

Dado que el nivel 5° es difícil de detectar en los estudiantes, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles.

Es importante señalar que, un o una estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. Van Hiele señala que:

> *"No hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo pero, mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición".*

La versión simplificada por Hoffer[13] explica:

> *Los niveles de pensamiento tal como fueron aplicados por Van Hiele a la Geometría:*
>
> ***Nivel 1:*** *Los estudiantes reconocen las figuras por su apariencia global. Pueden aprender el empleo de cierto vocabulario para identificar algunas figuras (por ejemplo, las palabras "triángulo", "cuadrado", "cubo"). Pero no son capaces de identificar explícitamente las propiedades de las figuras.*
>
> ***Nivel 2:*** *Los estudiantes analizan las propiedades de las figuras (por ejemplo, con enunciados como "los rectángulos tienen diagonales iguales", "un rombo tiene todos los lados iguales"). Pero no son capaces de interrelacionar explícitamente las figuras con sus propiedades.*
>
> ***Nivel 3:*** *Los estudiantes relacionan las figuras con sus propiedades (por ejemplo, con enunciados como "todo cuadrado es un rectángulo"). Pero no son capaces de organizar los enunciados en forma secuencial, para justificar sus observaciones.*

---

[13] Hoffer, A (1973). *Van Hiele, Acquisition of Mathematical Concepts and Processes*. (En línea). Nueva York, Estados Unidos. R.Lesh & M. Landau (eds.). Recuperado el día 18 de febrero de 2008, de: www.scm.org.co/Articulos/733.pdf

Nivel 4: *Los estudiantes organizan sucesiones de enunciados que les permiten deducir un enunciado a partir de otro (por ejemplo, para mostrar que el postulado de las paralelas implica que la suma de los ángulos de un triángulo es 180º). Pero no reconocen la necesidad del rigor y no alcanzan a comprender las relaciones entre varios sistemas deductivos.*

Nivel 5: *Los estudiantes analizan diversos sistemas deductivos con un grado de rigor comparable al exigido por D. Hilbert en sus tratamientos de la Geometría. Los estudiantes comprenden las propiedades de que puede gozar un sistema deductivo, como la consistencia, la independencia y la completitud de los postulados.*

Este último nivel no **será trabajado** en el proyecto por lo dificultoso que se presenta en los estudiantes a quien va dirigido.

7.2 Propiedades de los Niveles

Estas propiedades son cinco:

1. **Secuencial:** *Una persona debe progresar por los niveles. Para trabajar con éxito en un nivel determinado un estudiante debe haber adquirido las estrategias de los niveles anteriores.*

2. **Progreso:** *El progreso de un nivel a otro depende más de los contenidos y los métodos de enseñanza recibidos que de la edad.*

3. **Intrínseco y extrínseco:** *Los objetos inherentes a un nivel llegan a ser los objetos de estudio en el nivel siguiente.*

4. **Lenguajes:** *Cada nivel tiene sus propios símbolos lingüísticos y sus propios sistemas de relaciones entre estos símbolos.*

5. ***Emparejamiento:*** *Si el estudiante está en un nivel y la instrucción se está desarrollando en un nivel diferente, puede que no se de el aprendizaje y el progreso deseados.*

7.3 Aspecto Prescriptivo: Fases

Con el fin de ayudar al estudiante a pasar de un nivel de pensamiento dado al nivel inmediatamente superior, los Van Hiele propusieron una especie de receta que se debe seguir al impartir la instrucción correspondiente. Dicha receta se compone de cinco fases de aprendizaje, al final de las cuales el estudiante habrá alcanzado el nuevo nivel de pensamiento.

La necesidad del aprendizaje para poder progresar en los niveles de pensamiento fue establecida por P. Van Hiele en la forma siguiente:

> *"La transición de un nivel de pensamiento al siguiente no es un proceso natural, sino que tiene lugar bajo la influencia de un programa de enseñanza-aprendizaje. La transición no es posible sin el aprendizaje de un nuevo lenguaje[14]". (pp. 50).*

Van Hiele, afirma con firmeza que la obtención de cada nivel es el resultado de un proceso de aprendizaje, aunque este, en algunas ocasiones, pueda ser incidental y no guiado, e insiste en que sería un error deplorable el suponer que se pueda lograr un nivel por mera maduración biológica.

Las cinco fases de aprendizaje son las siguientes:

---

[14] Van Hiele, P (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*, (pp. 50-58). Florida, Estados Unidos, Academic Press.

Fase 1. Indagación: *El maestro sostiene un diálogo con los estudiantes acerca de los objetos de la materia que se va a estudiar, lo que le permite conocer las interpretaciones que los estudiantes les dan a las palabras. En esta fase se prepara el terreno conceptual para el estudio posterior.*

Fase 2. Orientación dirigida: *El profesor organiza en forma secuencial las actividades de exploración de los estudiantes, por medio de las cuales estos pueden tomar conciencia de los objetivos que se persiguen y se familiarizan con las estructuras características. La mayoría de las actividades en esta fase consisten en tareas de un solo paso en las que se les pide a los estudiantes dar respuestas específicas.*

Fase 3. Explicitación: *Los estudiantes refinan el empleo de su vocabulario, construyendo ahora sobre experiencias previas. La intervención del maestro en esta fase debe restringirse a lo mínimo indispensable y orientarse a facilitar la expresión explícita de las opiniones de los estudiantes con respecto a las estructuras intrínsecas del estudio. En esta fase, los estudiantes empiezan a formar el sistema de relaciones del estudio, a partir del cual podrán operar con eficacia en la solución de los problemas.*

Fase 4. Orientación libre: *Los estudiantes encuentran en esta fase tareas de múltiples pasos, así como otras que pueden llevarse a cabo por procedimientos diferentes. Esto les permite adquirir experiencia en el hallazgo de su manera propia de resolver las tareas. Los estudiantes llegan a hacer explícitas muchas de las relaciones entre los objetos de estudio cuando se les estimula a orientarse por sí mismos en el campo de investigación.*

Fase 5. Integración: *Los estudiantes revisan en esta fase los métodos que tienen a su disposición y lanzan una mirada de conjunto, con lo cual se busca que unifiquen los objetos y las relaciones y que los asimilen* *internamente en un nuevo dominio de pensamiento. La ayuda del maestro en esta fase consiste en proporcionar a los estudiantes algunas vistas panorámicas de aquello que ellos ya conocen, teniendo cuidado de no presentarles ideas nuevas o discordantes.*

La tercera fase de aprendizaje **- la de explicitación -** *no debe confundirse con las explicaciones dadas por el maestro, pues lo esencial en esta fase son las observaciones que los estudiantes formulan explícitamente más que las lecciones que reciben.*

7.4 El Insight:

Según Van Hiele, el Insight[15] se define como:

"Comprensión", pero se interpreta en una forma más clara en la definición presentada por (Ford & Resnick, 1990) como "el reconocimiento de la estructura de un problema", que tiene como propósito, ayudar a los estudiantes a desarrollar la percepción. "Un estudiante tiene insight cuando puede aplicar los conceptos aprendidos para resolver correctamente diversos problemas en distintas situaciones". Tanto los niveles de pensamiento como las fases de aprendizaje deben orientarse para que los estudiantes alcancen el insight. (pp. 1-2)

[15] Duarte, Pedro; vasco, Edison y Otros. (2004). *Los Mapas Conceptuales como Herramienta de Exploración del Lenguaje en el Modelo de Van Hiele*. (En línea). Pamplona, España. Recuperado el día 28 de mayo de 2008, de: http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-234.pdf.

7.5 Descriptores:

La aplicación del modelo necesita el establecimiento de una serie de descriptores para cada uno de los niveles estudiados, que permitan la detección de los mismos a partir de la actividad de los estudiantes. Para que puedan ser considerados dentro del modelo de Van Hiele, los niveles diseñados deben ser jerárquicos, recursivos, secuenciales y formulados de manera tal que permitan detectar un progreso del entendimiento como resultado de un proceso gradual.

Entiendo como Descriptor*:*

> *"una proposición o un conjunto de proposiciones que expresan de manera concisa los conceptos y fundamentos que debe poseer o alcanzar un estudiante para ubicarse en los niveles de razonamiento de Van Hiele, en el desarrollo del aprendizaje matemático".* (*Gloria Valencia, 2006*)**.**

Dichos descriptores se definen y organizan según el concepto geométrico a trabajar. Cuando hablamos de los descriptores, también es importante hablar de los descriptores de separación que son aquellos que precisan el paso al siguiente nivel; es decir, es lo que el estudiante sabe en el nivel inferior pero que no es suficiente, o le falta para pasar al siguiente nivel. Van Hiele, denomina los descriptores como **"Períodos"** y al respecto dice lo siguiente:

> *…El pasaje del Nivel 1 al Nivel 2 es un proceso complicado. También es difícil dado ayudar a un estudiante con este proceso de aprendizaje. A veces puede ser útil dar un nombre al periodo entre Nivel 1 y Nivel 2; nosotros lo llamaremos Periodo 1 simplemente. Después de que el segundo nivel de pensamiento se ha logrado, y Periodo 1 se completa. Nosotros entramos en Periodo 2 que tiene su extremo en el tercer nivel de pensamiento. Durante el*

proceso de aprendizaje del segundo periodo de Geometría, la clasificación de propiedades de figuras geométricas es objeto de estudio. (pp. 290)

En el presente proyecto vamos a trabajar los siguientes descriptores sobre el concepto de perímetro:

NIVEL 1

- Reconoce algunas figuras geométricas
- Identifica algunos polígonos
- Señala el borde de una figura
- Reconoce algunos instrumentos de medida
- Compara algunas figuras geométricas con el entorno que lo rodea

NIVEL 2

- Conoce las clases de polígonos
- Señala las semejanzas y diferencias entre polígonos
- Inventa un criterio para clasificar polígonos
- Puede calcular el borde, el contorno, el alrededor de una figura
- Puede calcular el perímetro de un polígono, pero no algebraicamente
- Da información basada en propiedades para dibujar figuras geométricas.
- Después de clasificar polígonos describe propiedades de estos
- Resuelve problemas sencillos identificando el perímetro de figuras pero no algebraicamente.

NIVEL 3

- Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas geométricas
- Prueba mediante dibujos o construcciones propiedades de los polígonos
- Formula un definición para decir que es perímetro y como se aplica en los polígonos
- Contesta razonadamente a preguntas como: ¿un sólido tiene perímetro?

Nivel 4

- Identifica las propiedades suficientes para definir polígono
- Prueba de forma rigurosa que el perímetro de una figura es: "la suma de la longitud de sus lados"
- Demuestra de forma resumida o analítica que el perímetro de una figura es la longitud de su contorno

8. DISEÑO METODOLÓGICO

8.1 EL CONCEPTO DE PERÍMETRO

El concepto de perímetro se remonta a varios descubrimientos geométricos a través de la historia, comenzando con la etimología de la palabra:

Perímetro[16] **=** *peri + metro****,*** *donde* **Peri =** *contorno, alrededor y* **Metro =** *medida.*

Entre los datos históricos sobre el concepto, resalto[17]:

- *En Egipto, enuncian la importancia de la relación entre área y* **perímetro** *del círculo y el cuadrado. Según los egipcios la relación entre el área de un círculo y su circunferencia es la misma que la razón entre el área y el* **perímetro** *del cuadrado circunscrito.*

- *Al dividir la* **longitud de cualquier circunferencia** *entre su diámetro se obtiene siempre un mismo número que se representa con la letra griega π, bautizada así por lo griegos, inicial de la palabra* **peripheria (perímetro)**[18].

- *El matemático griego* **Eratóstenes** *determinó con notable precisión* **la longitud de la circunferencia** *terrestre.*

---

16 *(USACH) Contacto Centro Comenius* (2002). (En línea). Recuperado el día 06 de junio de 2008, de: www.comenius.usach.cl/webmat2/conceptos/**Perímetro**.htm.

17 *Historia de la Geometría*. (En línea) recuperado el día 06 de junio de 2008, de: www.es.wikipedia.org/wiki/Historia_de_la_Geometria.

18 *Aproximaciones por Defecto y por exceso del Número PI.* (En línea) Recuperado el día 06 de junio de 2008, de: www.descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Aproximacion_de_pi/aproximacion.htm

Es común que al preguntar a los estudiantes qué es el perímetro de un Figura, respondan: "**la suma de todos sus lados**". La definición anterior da cuenta de lo mal que esta definido el concepto, porque lo correcto sería: "la suma de **la longitud** de todos sus lados". También, nos encontramos en muchos textos y en la vida escolar que se utiliza la formula conocida: $P = n \bullet l$ que no es diferenciada para polígonos regulares e irregulares. Esto da cuenta de lo poco trabajado que está el concepto y de otras cosas como la diferencia entre figura y figura geométrica, polígonos y sólidos y de los conceptos de medida.

Es poco común que en los textos hablen de perímetro como la medida del **contorno**, **borde, alrededor**, de una **figura poligonal** o la medida de la **distancia alrededor del exterior del polígono**; porque en la mayoría de textos se habla de la medida de la longitud de los lados de una figura, no aclarando que esta figura debe ser poligonal, porque puede confundirse con figura geométrica, la cuál, puede ser un sólido. Otros mencionan cosas como: **Perímetro** es **la curva que forma un polígono** ó la medida del **Derredor, Periferia, Ámbito** de una figura. Siendo sinónimos pocos usados, para hablar del concepto y que causan confusión en el estudiante.

La palabra **Perímetro** lleva a los estudiantes, a asociar el concepto con una fórmula: $P = n \bullet l$. Pero esta en muchos casos, además de ser aprendida de memoria, no es aclarada por los docentes en su utilización para las diferentes clases de polígonos, causando errores y confusión con varios conceptos entre ellos el de área.

La enseñanza de las magnitudes geométricas perímetro y área, y las dificultades didácticas relacionadas con las mismas, pueden generar algunos problemas particulares en los estudiantes[19]:

---

[19] Net, Gabriela (2006). *Seminario-Taller: "Ideas para enseñar Geometría en la escuela: relaciones y diferencias entre los conceptos de perímetro y área"* Círculo de Ajedrez de Villa Martelli, Argentina. Recuperado el día 22 de marzo de 2008, de: www.centrofermat.com.ar/docentes.htm.

- ✓ *Dificultades relacionadas con el reconocimiento de la conservación de las cantidades de magnitudes geométricas ante ciertas transformaciones.*

- ✓ *Muchas veces relacionada con un énfasis prematuro en el uso de fórmulas, con poco esfuerzo por desarrollarlas y comprender cómo y por qué funcionan, y con la existencia de modelos implícitos (cuadrado, círculo), en los que existe equivalencia entre "misma área" y "mismo perímetro". Perímetro y área suelen ser para el estudiante números intercambiables, dados por fórmulas que no resultan evidentes, no reconocidos como dos magnitudes diferentes. Así, los problemas geométricos se reducen, en muchos casos, a la elección de una fórmula, habitualmente no recordada correctamente.*

Como mencionamos anteriormente con Van Hiele, la base del aprendizaje de la Geometría, tiene dos elementos importantes *"el lenguaje utilizado"* y *"la significatividad de los contenidos"*; probablemente resulte preferible presentar a los niños actividades utilizando un vocabulario más significativo, como[20]:

> *"***la valla que rodea a un jardín"** *al aludir al perímetro y antes de introducir la terminología matemática, más formal.*

Por lo tanto, poseer un lenguaje específico tiene una profunda incidencia en la construcción de conceptos. Podría decirse con ***Raymond Duval*** que[21]:

---

[20] DICKSON, Linda (1991); *El Aprendizaje de las Matemáticas* (pp. 128-130). Madrid, España: Ed. Labor.

[21] Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (2a. ed.). (pp. 32-42 y 74-83). Cali, Colombia: Peter Lang-Universidad del Valle. (Original francés publicado en 1995).

La actividad matemática en los cursos de Geometría se realiza en dos registros: el de las figuras y el de la lengua natural. Uno para designar las figuras y sus propiedades; el otro, para enunciar las definiciones, los teoremas, las hipótesis... Pero no se trata simplemente de un cambio de registro... los tratamientos efectuados separada y alternativamente en cada uno de los dos registros no bastan para que este proceso llegue a algún resultado; es necesario que los tratamientos figúrales y discursivos se efectúen simultáneamente y de manera interactiva. (pp. 32-42 y 74-83)

Con lo anterior, la enseñanza de la magnitud perímetro, debe permitir primero que el estudiante se familiarice con sus propiedades, donde se promuevan actividades de comparación de figuras y con ello sienten las bases para poder acceder a las fórmulas. Y posteriormente detenerse en las fórmulas y el tratamiento algebraico-geométrico de las mismas, lo que supone trabajar con varios sistemas de representación: los números y letras (fórmulas), y las figuras, utilizando unos y otros de manera relacionada, con lo que no se pierde de vista el significado de lo que se hace al calcular perímetros.

8.2 REVISIÓN DEL CONCEPTO EN DIFERENTES TEXTOS

En la profesión de educador como en cualquier otra, cuando se deja de estudiar, se comienza a entrar en obsolescencia. Revisar bibliografía contribuye al educador, estar actualizado, tener buen material de clase y crecer intelectualmente. Este proyecto requiere analizar textos escolares y universitarios, sobre problemas de perímetro y encontrar modelos y situaciones problema que permitan elaborar un Test.

"Como docente se requiere una comprensión del tema tan sólida que permita conocer las respuestas razonables, aunque poco corrientes, e inventar problemas que exploren la comprensión del niño." (Ford, Resnick pág. 228)

Los textos revisados pertenecen al área de matemáticas desde 1° hasta 11° grado, y libros de Matemáticas Universitarias y Cálculo. De la pregunta: **¿Qué es perímetro?,** el proyecto estará apoyado para realizar una extensa revisión de los textos, además de sus ejercicios y gráficos propuestos, para luego, elaborar el Test, en cuanto a este tema geométrico.

8.2.1 Primer Texto

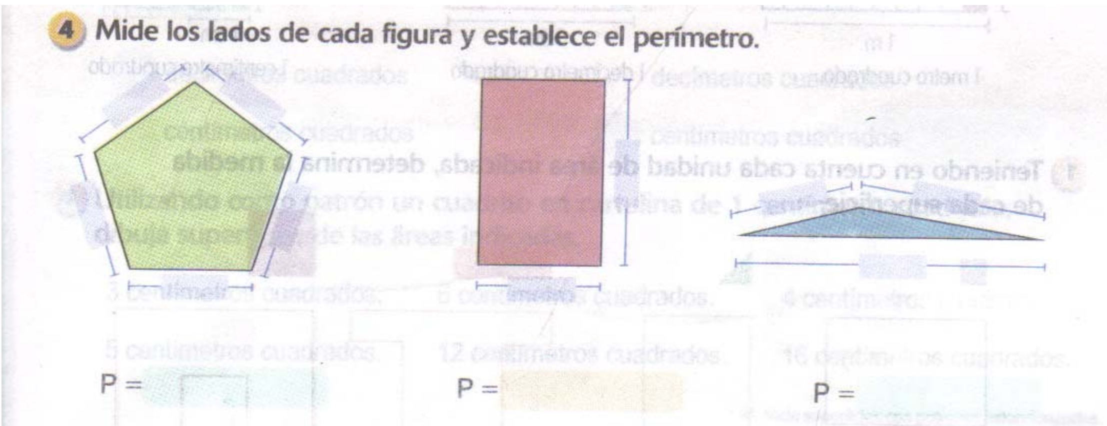
1. **Definición:**

La suma de la medida de los lados de una **FIGURA** se denomina perímetro.[22]

2. **Preguntas:**

Determina el perímetro del triángulo y completa la frase:

- ✓ Para hallar el perímetro de un triángulo isósceles se necesita ________________________
- ✓ Una forma de hallar el perímetro de un cuadrado es____________________



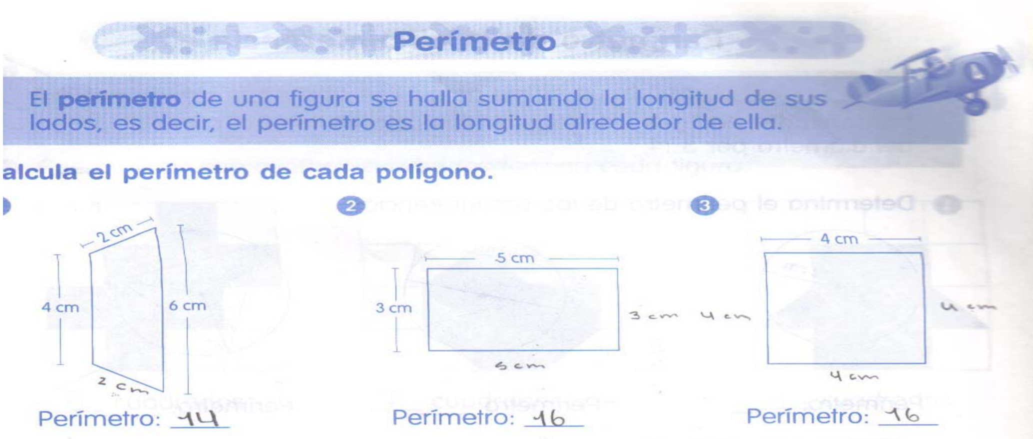
- ✓ Mide los lados de cada **figura** y establece el perímetro

[22] Asencio garzón y Ramírez, Cesar Camilo (2003). *Matemáticas Libro Taller 3°* (pp. 112-113). Bogotá, Colombia: Editorial Escuelas del Futuro.

3. **Observación:** El estudiante debe reconocer las partes de las figuras geométricas y algunas de sus propiedades. Además, no especifican si es una figura plana o de dos dimensiones, porque **FIGURA** significa: Espacio cerrado por líneas o superficies. [Diccionario de la RAE]

8.2.2 Segundo Texto:

1. **Definición:** Se denomina perímetro de una **figura plana** a la **suma de las longitudes de sus lados**[23]**.** De este modo, el perímetro de un triángulo cuyos lados miden 5 cm., 6 cm. y 10 cm. es de 5+6+10=21 cm.



2. **Preguntas:**

✓ Se quiere cercar un terreno cuadrado de lado 8 metros. ¿Cuántos metros de cerca se necesitan?

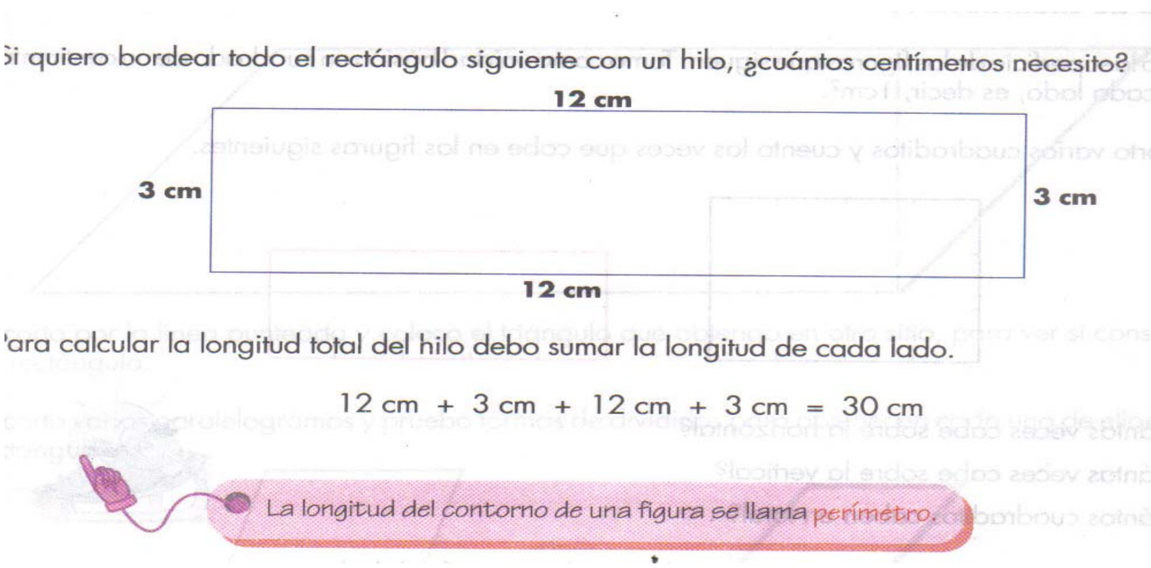
✓ Una ventana cuadrada está formada por 9 vidrios, también cuadrados. Si cada vidrio tiene 30 centímetros de largo, ¿Cuál es el perímetro de la ventana?

[23] Restrepo López, Mauricio (1995). *Taller de Matemáticas Rayuela Básica Primaria 4°* (pp. 73-75). Bogotá, Colombia: Editorial Norma.

3. **Observación:** El estudiante debe conocer el concepto de polígono regular e irregular y algunas de sus propiedades. Aquí, especifican sacar el perímetro a una figura **PERO** plana. También, en el ejercicio de la ventana cuadrada y de sus divisiones se tiende a confundir el concepto de perímetro con el de área.

8.2.3 Tercer Texto

1. **Definición:** La longitud del **CONTORNO** de una figura se llama perímetro[24]



2. **Preguntas:** Se pondrá cinta en el borde de un mantel cuadrado de 2 metros por lado. ¿Cuántos metros de cinta se necesitan?

3. **Observación:** Una palabra no muy usual, es utilizada para definir perímetro.

[24] Mora, Julia (1995). *Matemáticas 4º* (pp. 119-120). Santa Fe de Bogotá, Colombia Editorial Santillana.

8.2.4 Cuarto Texto

1. **Definición:** El perímetro de una figura es la medida de su BORDE. Si representamos el perímetro con la letra p, el número de lados con la n y la longitud con la l, la formula *es* $P = n \bullet l$ [25].

2. **Preguntas:**

- ✓ Cuál es el perímetro de un heptágono regular de lado 7cm.

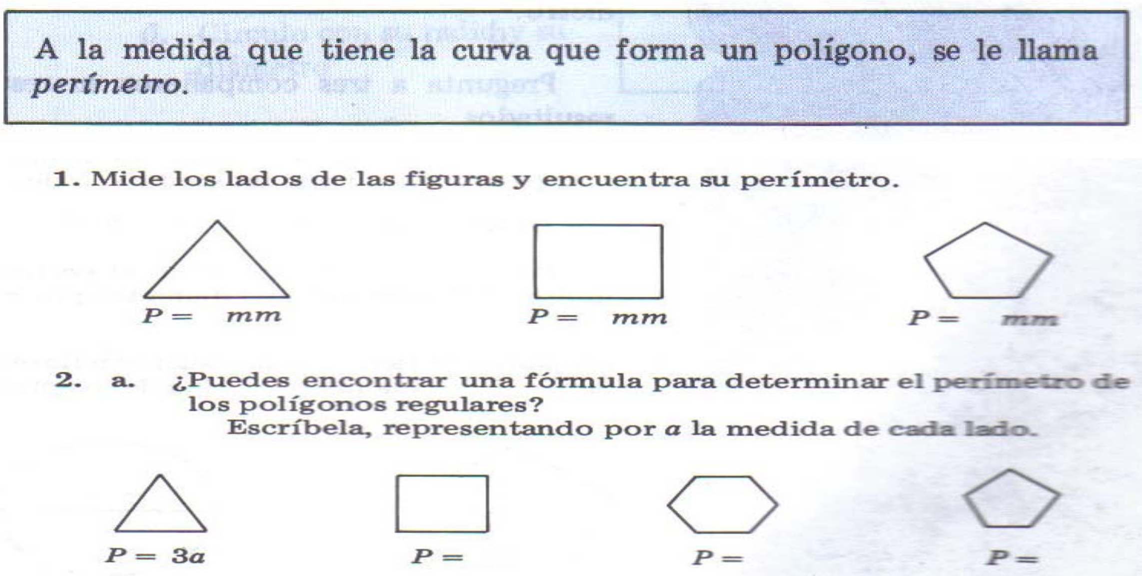
- ✓ Los estudiantes de sexto tienen un salón cúbico. Al preguntar el profesor por el perímetro del piso del salón, un estudiante responde que 0.07m ¿Por qué el profesor asegura que es absurdo? Explica.

3. **Observación:** Aparece una definición de perímetro con una nueva palabra y la simbolización a través de una letra. Aquí dan por hecho que el estudiante ya conoce el concepto de perímetro y que lo puede aplicar algebraicamente. Además, no especifican que esta formula se cumple solamente para polígonos regulares.

[25] De Castellanos, María (1994). *Matemáticas 4 Constructiva* (pp. 119-120). Santa Fe de Bogotá, Colombia: Editorial Libros y Libres S.A.

8.2.5 Quinto Texto

1. **Definición:** A la medida que tiene **LA CURVA QUE FORMA UN POLÍGONO**, se le llama perímetro. Cuando el polígono es regular, basta multiplicar la longitud de uno de los lados por el número de lados del polígono. [26]



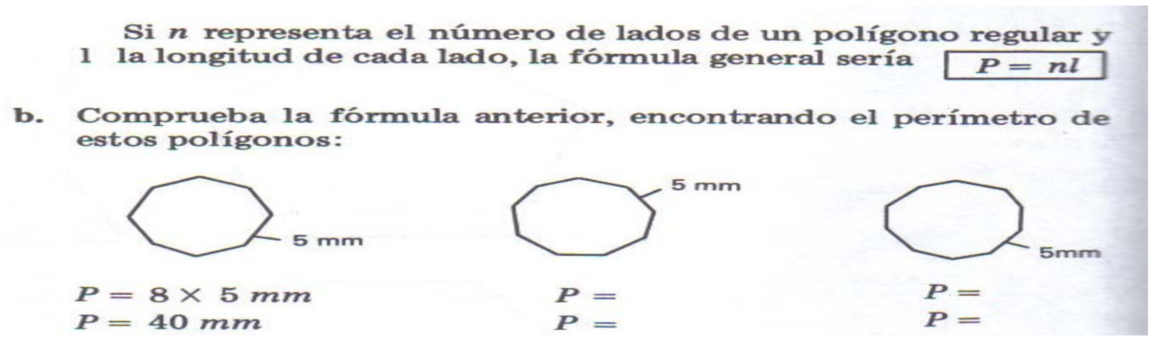
A la medida que tiene la curva que forma un polígono, se le llama *perímetro*.

1. Mide los lados de las figuras y encuentra su perímetro.

$P =$ *mm* $P =$ *mm* $P =$ *mm*

2. a. ¿Puedes encontrar una fórmula para determinar el perímetro de los polígonos regulares?
Escríbela, representando por a la medida de cada lado.

$P = 3a$ $P =$ $P =$ $P =$



Si n representa el número de lados de un polígono regular y l la longitud de cada lado, la fórmula general sería $\boxed{P = nl}$

b. Comprueba la fórmula anterior, encontrando el perímetro de estos polígonos:

$P = 8 \times 5\ mm$
$P = 40\ mm$

$P =$
$P =$

$P =$
$P =$

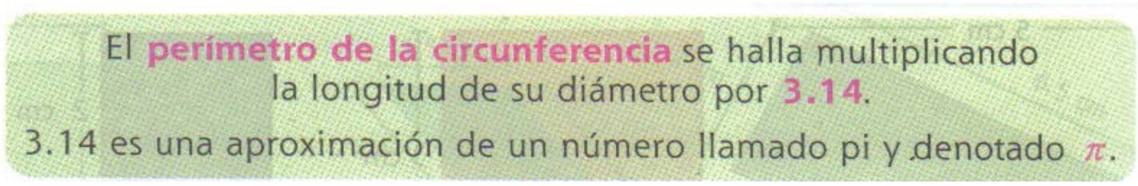
2. **Preguntas:** Muy similares a las anteriores

[26] Beristaín, Eloísa y Campos, Yolanda (1997). *Matemáticas Mcgraw-Hill 6°* (pp. 290-292). Segunda Edición. Bogotá, Colombia: Interamericana S.A.

3. **Observación:** Aparece otra definición de perímetro **y** dan por hecho que el estudiante ya conoce el concepto de polígono y algunas de sus propiedades y que puede hallar el perímetro de figuras algebraicamente. Además, especifican que esta formula se cumple solamente para polígonos regulares.

8.2.6 Sexto Texto

1. **Definición:** El perímetro de una figura es la medida de su **BORDE**[27]. El **Perímetro de la Circunferencia** se halla multiplicando la longitud de su diámetro por π.



El perímetro de la circunferencia se halla multiplicando la longitud de su diámetro por 3.14.
3.14 es una aproximación de un número llamado pi y denotado π.

2. **Preguntas:** Encuentro el perímetro de:

✓ Un cono
✓ Semicircunferencias

3. **Observación:** Aparece una definición de perímetro ya vista en otros textos, pero aquí, la muestran aplicándola a la **Circunferencia**. Además, no especifican en ningún lado que una **Circunferencia** es un polígono. También, en un ejercicio no explican que el cono es un **sólido**, lo que implica dificultad para el estudiante al hallar perímetros.

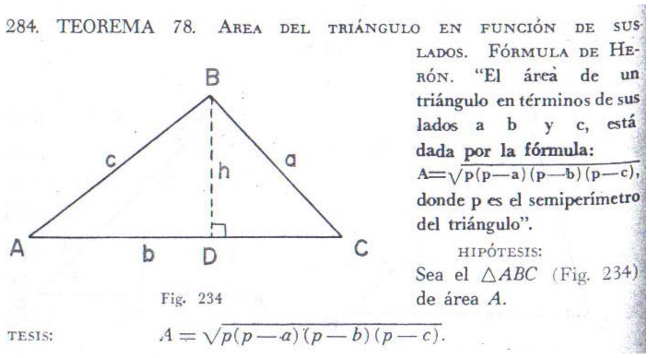
❖ Los siguientes textos son de educación **superior,** por lo cual sus preguntas y ejercicios son de un nivel más alto**.**

---

[27] Chávez, Maritza (1999). *Juguemos Con Las Matemáticas 5°* (pp. 200-202). 2da Edición. Santa Fé de Bogotá, Colombia: Editorial, Akal.

8.2.7 Séptimo Texto

- **Definición:** Aquí el **Perímetro**[28] lo relacionan demasiado con el concepto de **Área**, algo no visto en los textos escolares, apareciendo el concepto de semi**Perímetro**.



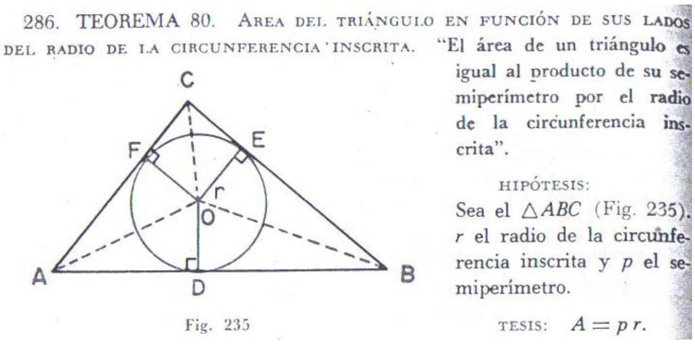
284. TEOREMA 78. AREA DEL TRIÁNGULO EN FUNCIÓN DE SUS LADOS. FÓRMULA DE HERÓN. "El área de un triángulo en términos de sus lados a b y c, está dada por la fórmula: $A=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, donde p es el semiperímetro del triángulo".

Fig. 234

HIPÓTESIS: Sea el $\triangle ABC$ (Fig. 234) de área A.

TESIS: $A=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

2. **Preguntas:** Aquí se debe aplicar la matemática demostrativa



286. TEOREMA 80. AREA DEL TRIÁNGULO EN FUNCIÓN DE SUS LADOS DEL RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA INSCRITA. "El área de un triángulo es igual al producto de su semiperímetro por el radio de la circunferencia inscrita".

Fig. 235

HIPÓTESIS: Sea el $\triangle ABC$ (Fig. 235), r el radio de la circunferencia inscrita y p el semiperímetro.

TESIS: $A = p\,r$.

3. **Observación:** Aparece una propiedad nueva para el perímetro y su intima relación con el concepto de área. La dificultad es mayor por que el estudiante debe tener bastante conocimiento en conceptos geométricos, como: propiedades de los triángulos, circunferencias, perímetro y área.

---

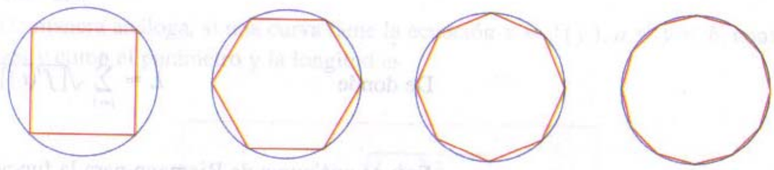
[28] Baldor, J (1967). *Geometría Plana y del Espacio con una introducción a la Trigonometría (pp.* 214-216). Segunda Edición. Santa Fé de Bogotá, Colombia: Editorial Cultura Colombiana, Ltda.

8.2.8 Octavo Texto

- ✓ **Definición:** Aquí el **Perímetro**[29] lo relacionan con uno de sus sinónimos, **longitud de curva.** Además de su relación con el concepto de **Área** y **Volumen**, poco visto en los textos anteriores, apareciendo el concepto de **Perímetro** descrito de una forma diferente a lo tradicional.

¿Qué queremos dar a entender por longitud de una curva?

Si la curva es un polígono, es fácil hallar su longitud: basta sumar las longitudes de los segmentos rectilíneos que lo forman. (Podemos usar la fórmula de distancia para hallar la distancia entre los puntos extremos de cada segmento.) Vamos a definir la longitud de una curva obteniendo en primer lugar una aproximación de ella por medio de un polígono y, a continuación, tomando un límite. Este proceso es conocido para el caso de un círculo, donde la circunferencia es el límite de las longitudes de polígonos inscritos



Suponga que las ecuaciones paramétricas

$$x = f(t) \qquad y = g(t) \qquad a \leqslant t \leqslant b$$

2. **Preguntas:**

- Traza la grafica de la curva $y = x\sqrt[3]{4 - x},\ 0 \leqslant x \leqslant 4.$
- Calcule las longitudes de los lados de los polígonos inscritos con n= 1,2 y 4 lados.
- Enuncie una **integral** para la **longitud de la curva**

[29] Stewart, James (1999). *Cálculo Conceptos y Contextos* (pp. 462). México: International Thompson Editores

3. **Observación:** La dificultades de estos ejercicios requieren de un buen proceso matemático, con conceptos como función, integral, clases de polígonos y perímetro. Pero no aclaran, si una **curva** es un **polígono**, entonces hay confusión en si una **Circunferencia** es un polígono. Entonces habrá casos donde esta puede ser definida como polígono de enésimos lados y en otros, donde se puede decir simplemente que **NO** es polígono.

8.3 OBSERVACIÓN GENERAL DE LOS TEXTOS

- ✓ Se notó que en cada texto suponen que el estudiante ya tiene el conocimiento previo y no hacen un pequeño recuento, nota al pie, resumen o actividad previa para comenzar con el tema.

- ✓ En algunos textos no especifican a que figuras se les puede sacar perímetro, si a las planas o de tres dimensiones.

- ✓ En la mayoría de los textos no se habla mucho de la circunferencia solo se ve expresado en los grados 6°, 7°y 8°. Además, el texto que explica el perímetro de una circunferencia no enuncia de donde sale el número π.

- ✓ En los grados 6º y 7° obvian el concepto de perímetro y hablan del concepto de área, aunque algunos textos lo recuerdan. En el grado 8° se pierde el concepto de perímetro, ya que este debe estar inmerso en el conocimiento del estudiante, suponen los textos.

- ✓ Se resalta, que los ejemplos y actividades de muchos de los textos no desconocen utilizar el aprendizaje desde la realidad, como se propone en uno, al medir nuestras partes del cuerpo.

- ✓ Se resalta que los textos no se casan siempre con la usual definición de perímetro "**la suma de las medidas de los lados de una figura es perímetro**" y cambian a algo más usual como medida del borde, alrededor, contorno, de un polígono.

- ✓ En algunos textos introducen conceptos algebraicos y formulas que permiten hallar el concepto de perímetro, unos lo explican paso a paso y otros lo obvian, dan la formula y continúan hacia el concepto de área.

- ✓ No se expresa en ejemplos, ni en ejercicios hallar el perímetro de una figura que tenga como medida de alguno de sus lados o todos sus lados, longitudes expresadas con fraccionarios o radicales.

- ✓ En ningún texto especifican que **la circunferencia** es un polígono, lo que confunde y abre un sinnúmero de incógnitas. **La circunferencia** esta estrechamente relacionada con el concepto de curva poligonal, y con un polígono de enésimos lados, pero no se determina si es o no un polígono.

- ✓ Los dos últimos textos son un claro reflejo de niveles más altos de aprendizaje diferentes a los aprendizajes escolares, donde el estudiante debe tener muy claro demasiados conceptos matemáticos y su intima relación con el concepto de perímetro. Muestran diferentes formas de llamar el perímetro de una figura, por ello se debe conocer muy bien su definición y haberlo trabajado claramente en el proceso académico. Entre ellos que la longitud de una curva y perímetro están íntimamente relacionados.

8. 4 "APRENDER ENSEÑANDO"

Este propuesta consiste en encomendar la enseñanza de un tema geométrico por medio de guías, a estudiantes de un grupo, e incentivarlos para que les enseñen a otros del mismo grupo; permitiéndoles **"Aprender Enseñando"**.

María Sarmiento, en su texto *"**Como aprender a enseñar y como enseñar a aprender**"* enuncia:

> *"Por algo se dice:* **si queres aprender algo, enséñalo**. *Educador que no aprende con sus alumnos, no capitaliza la experiencia adquirida. Así, las personas implicadas en el proceso educativo: educadores y educandos, aprenden, comparten y avanzan, confrontando sus saberes". (p. 64)*

También, Cenaida Cifuentes en ***"Memorias del Seminario Investigativo",*** habla que:

> ***"Se aprende enseñando",*** *es una verdad transmitida por la experiencia de millones de personas. Nos piden que enseñemos tal o cual cosa y terminamos teniendo un dominio sobre el tema mucho mayor que si simplemente tratáramos de aprender sin enseñar." (pp. 78)*

En este proyecto se seleccionaron 11 estudiantes del grado 7° año 2007 del Establecimiento Jesús María Valle Jaramillo del Barrio Doce de Octubre, para que ellos estuvieran en capacidad de enseñarle a sus compañeros del mismo grupo, el concepto de **"Perímetro"**, a través de guías de trabajo y sus propios aprendizajes.

Se escogieron los 11 estudiantes por su rendimiento académico durante los últimos 3 años en cuanto a geometría se refiere. Se observaron los diferentes niveles en los que se encontraban, gracias a las **Pruebas Saber** aplicadas en los últimos años de primaria. Y del grado 6º, se observó el rendimiento académico en el área de matemáticas.

El acompañamiento en **grado 5º y 6º** fue desde un principio de observación, luego en el grado 7º, fue de observación y aplicación. Los 11 jóvenes fueron evaluados con pruebas y actividades sobre geometría, enfocadas en el concepto de perímetro (**Se mostraran en la sección 8.5**) y se les realizó autoevaluaciones y cohevaluaciones sobre estas mismas.

Los jóvenes adquirieron el nombre de los que **"Aprenden Enseñando"**, porque ellos aplicaron las actividades antes mencionadas a los demás estudiantes de su salón de clase, haciendo el papel de **pequeños docentes** ó estimulo para el **apoyo escolar.** Se convirtieron en orientadores, guías, pequeños instructores, que interactuaron con sus demás compañeros estimulándolos con sus conocimientos para que respondieran las diferentes pruebas. El docente encargado del grupo (**Juan Carlos Márquez**) trabajó como guía general, quien observó la labor de los estudiantes que **"Aprenden Enseñando"** y los que reciben el conocimiento por parte de estos. Evaluando los estudiantes por medio de rúbricas evaluativas, como: Exposiciones, Desarrollo de pruebas, entre otras.

Por último, los jóvenes fueron evaluados por un **Test** (**Sección 9**) enfocado en el concepto de **perímetro**, que con sus resultados permitió detectar el nivel de razonamiento en que se encuentran los estudiantes que **"Aprenden Enseñando"** y los que reciben el conocimiento por parte de estos.

8. 5 ACTIVIDADES PROPUESTAS

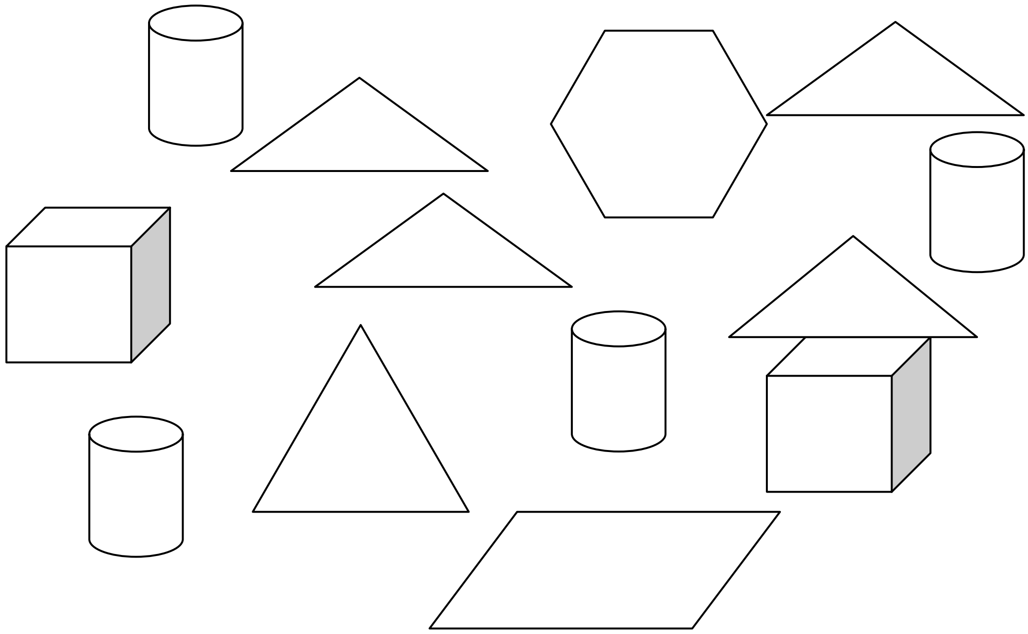
A continuación se presentan una serie de actividades que se les aplicó a algunos estudiantes del colegio Jesús María Valle Jaramillo, de los grados 6° a 11°, como diagnóstico para crear las preguntas del Test. Estas mismas actividades fueron aplicadas a los estudiantes que **“Aprenden Enseñando”** y los que reciben el conocimiento por parte de estos como se mencionó anteriormente (**Sección 8.4**):

La prueba # 1 realizada a 15 estudiantes contiene los siguientes descriptores:

NIVEL 1

- Reconoce algunas figuras geométricas
- Identifica algunos polígonos
- Señala el borde de una figura
- Reconoce algunos instrumentos de medida
- Compara algunas figuras geométricas con el entorno que lo rodea

8.5.1 PRUEBA #1



1. ¿Cuántas figuras geométricas hay?

2. ¿Cuántos polígonos hay?

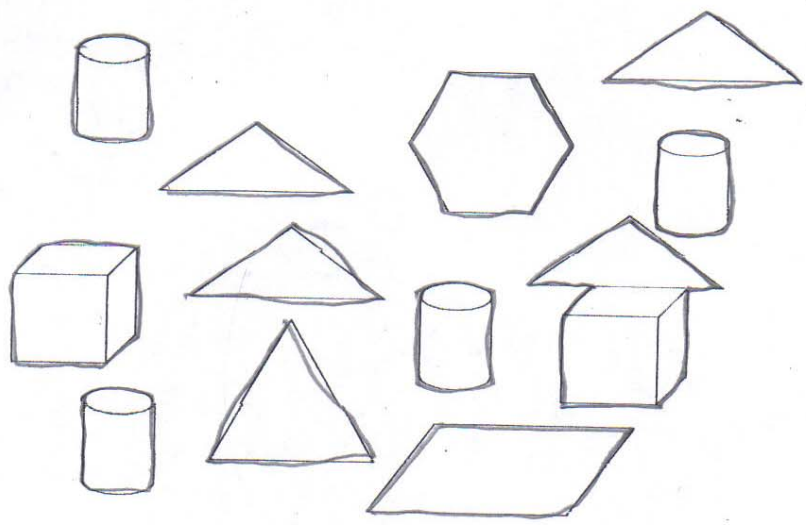
3. Con un color o lapicero de color señalar el borde de las figuras

4. ¿Hay algo en tu casa que se parezca a alguna de estas figuras?

5. ¿Con que instrumento de medida, podemos medir estas figuras?

A continuación se muestra una foto real de la prueba # 1 aplicada a 15 estudiantes de los grados 6º, 7° y 8º:

PRUEBA #1



1. Cuantas figuras geométricas hay?

2. Cuantos polígonos hay?

3. Con un color o lapicero de color señalar el borde de las figuras?

4. Hay algo en tu casa que se parezca a alguna de estas figuras?

5. con que podemos medir estas figuras?

solucion

1. 3

2. 2

4. El cubo a la labadora, la estufa y
- El tubo a un embase para guardar condimentos

5. el cubo y ~~cuadrado~~ el tubo se pueden medir con cantidades a la 3.
el resto de figuras con una regla y sacar su area.

8.5.2 RESPUESTAS

Los estudiantes respondieron lo siguiente a las preguntas:

1) ¿Cuántas figuras geométricas hay?

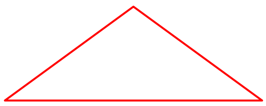
- **12** estudiantes respondieron: 13
- **3** estudiantes respondieron: 7

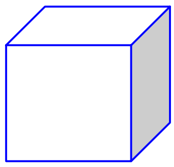
2) ¿Cuántos polígonos hay?

- **6** estudiantes respondieron que: habían 13 polígonos
- **5** estudiantes respondieron que: habían 7 polígonos
- **4** estudiantes respondieron que: habían 6 polígonos

3) Con un color o lapicero de color señalar el borde de las figuras

Todos los estudiantes señalaron el borde de las figuras de dos dimensiones. Además, 8 estudiantes: señalaron las aristas o lados de los polígonos que forman las caras de los cuerpos geométricos. Esto se observa en la foto mostrada anteriormente y se ejemplifica en las siguientes figuras:





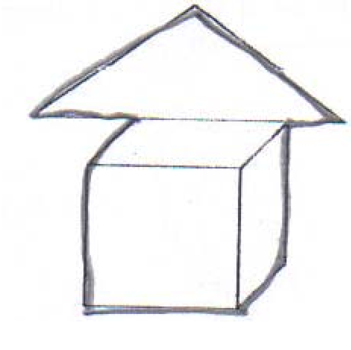
4) ¿Hay algo en tu casa que se parezca a alguna de estas figuras? A esta pregunta contestaron: a un vaso, a una estufa, a una casa, tarro de galletas, tubos, rollos de papel higiénico, tarro de galletas, bafles, lavadora, caneca de basura, entre otros.

5) ¿Con cuál instrumento de medida, podemos medir estas figuras?

- **13** estudiantes respondieron: con regla
- **2** estudiantes respondieron: con regla, transportador, con metros
- Además, 3 estudiantes mencionaron que después de medirlos se les puede sacar el perímetro y el área.

8.5.3 CONCLUSIONES

- En la primera pregunta se nota que algunos estudiantes no saben que es una figura geométrica.
- En la segunda pregunta la mayoría confunden los sólidos con los polígonos
- En la tercera pregunta algunos dudan y señalan los bordes solamente de los polígonos y otros a la siguiente figura solamente le señalan dos lados del triangulo y el lado (la base del triangulo) contenido en el cubo, además de algunas aristas del cubo.



- Los estudiantes se limitan a comparar las figuras sólo con objetos tridimensionales y no bidimensionales.

- En la quinta pregunta, los estudiantes contestaron prácticamente con los instrumentos de medida con los que han trabajado en su vida escolar y no hablan de medir con las partes de su cuerpo o con objetos que permitan medir (cuerdas, lápices, entre otros). Además algunos mencionan el concepto de perímetro y área.

La prueba #2, fue aplicada a 20 estudiantes del grado 6º a 11º, contando con los 15 de la prueba #1:

DESCRIPTORES

NIVEL 1

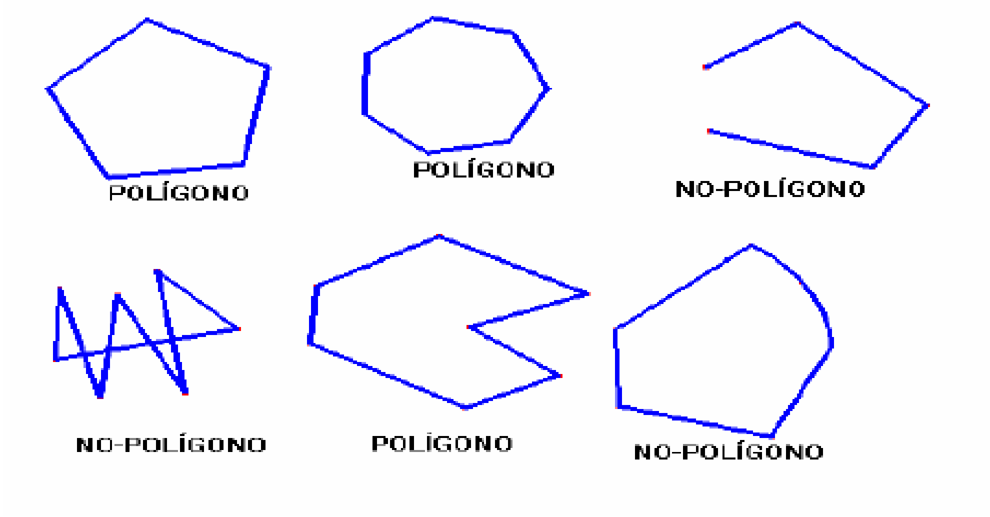
- Reconoce algunas figuras geométricas
- Identifica algunos polígonos
- Compara algunas figuras geométricas con el entorno que lo rodea

NIVEL 2

- Señala las semejanzas y diferencias entre polígonos
- Inventa un criterio para clasificar polígonos
- Da información basada en propiedades para dibujar figuras geométricas.

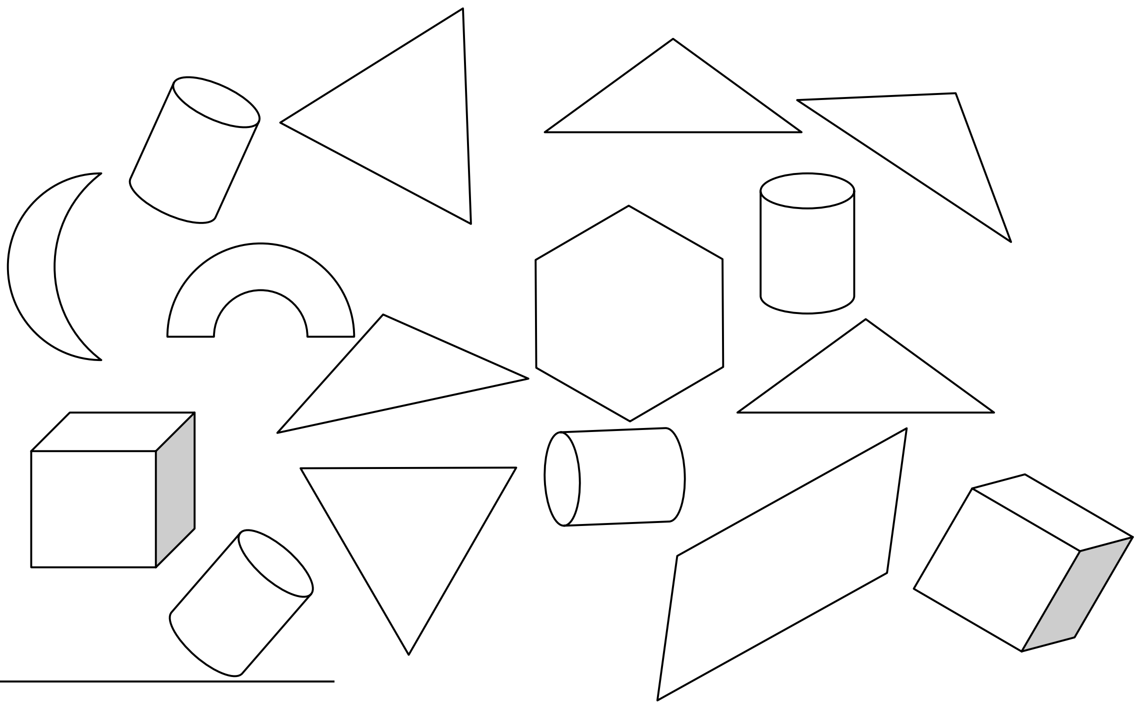
8.6 [30]PRUEBA # 2

- Según se describe en las imágenes de abajo. ¿Qué es un polígono?



8.6.1 PRUEBA # 3

De las siguientes figuras indica aquellas que no son polígonos. Justifica en cada caso

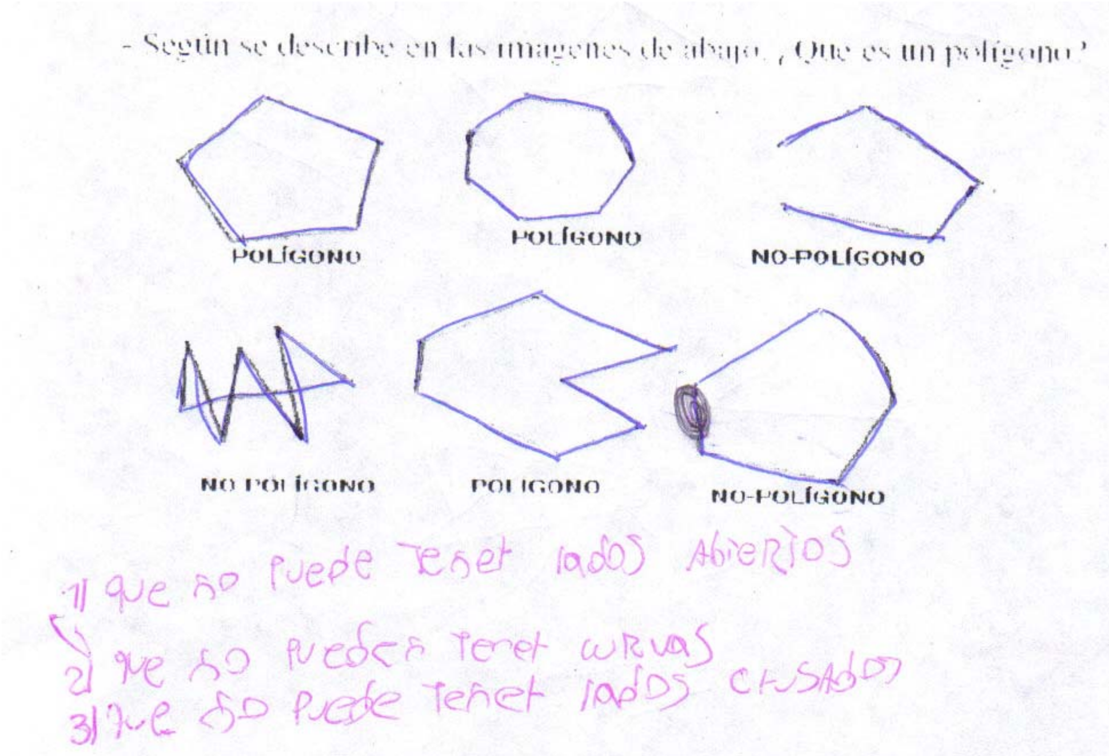


30

Imagen tomada de: divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf El día 6 de julio de 2007.

8.6.2 RESPUESTAS

Los estudiantes en la prueba # 2, a la pregunta ¿Qué es un polígono? contestaron:



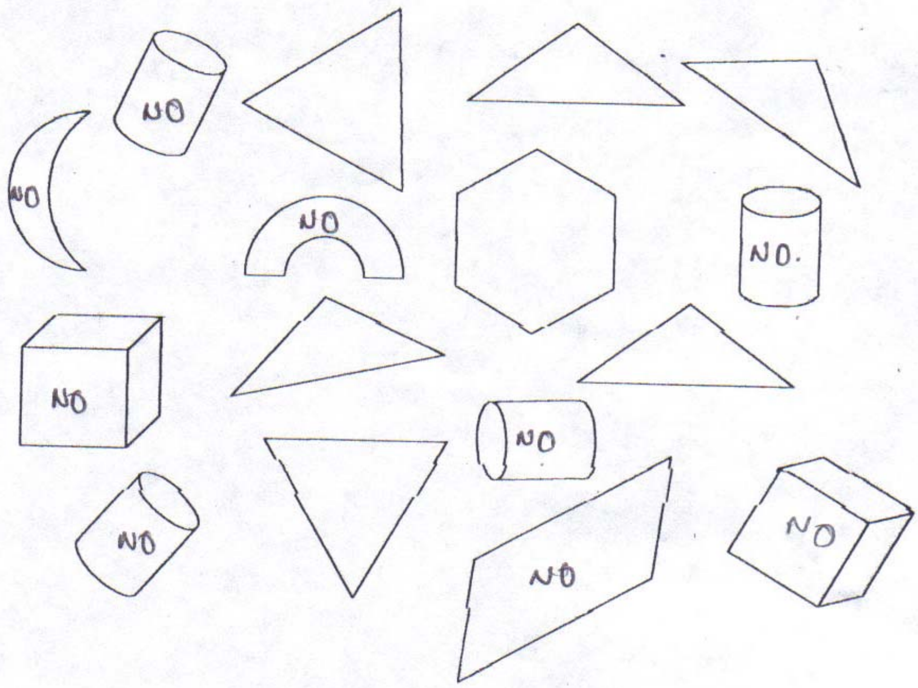
- 13 estudiantes contestaron que: Es aquel qué no puede tener lados abiertos, Que no puede tener curvas.

- **7** estudiantes contestaron que: además de lo anterior, que no puede tener lados cruzados, que es una figura cerrada con lados iguales o lados desiguales.

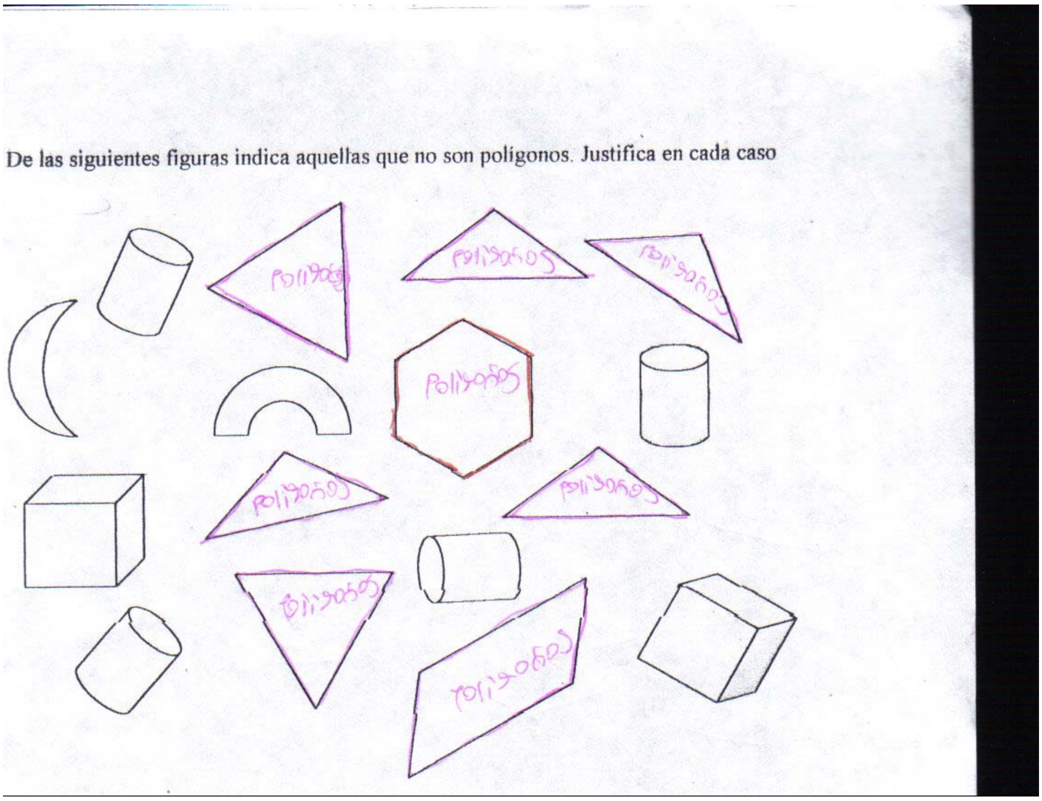
❖ Los estudiantes en la prueba # 3, de las siguientes figuras indican aquellas que no son polígonos. Justifica en cada caso. Responden:

Carlos Arango - Duvan Sanchez 10°B.

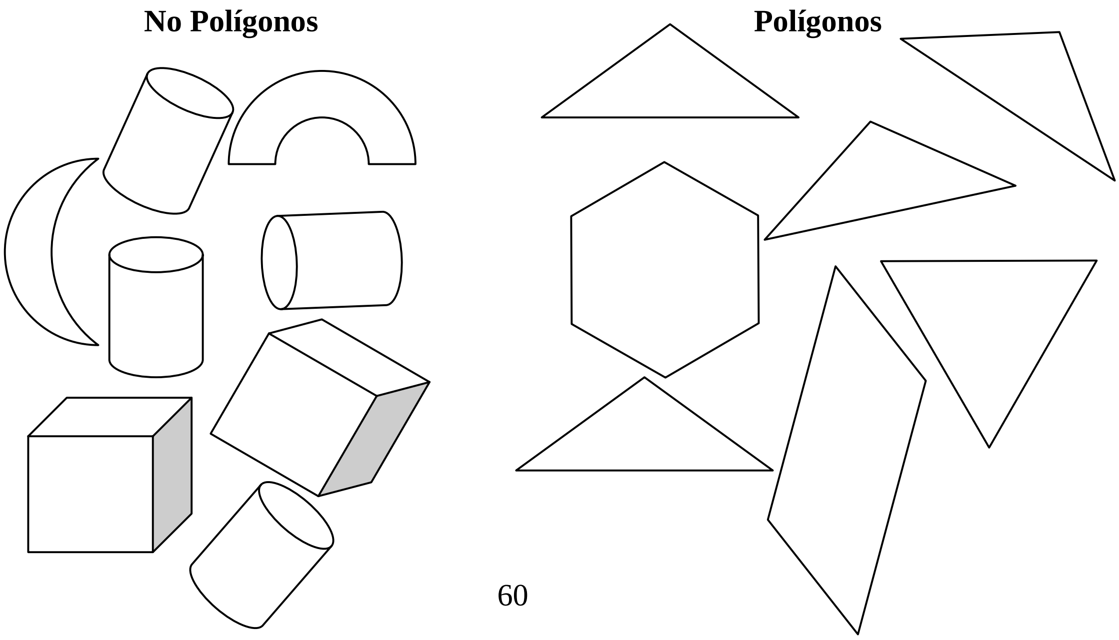
De las siguientes figuras indica aquellas que no son polígonos. Justifica en cada caso



No son poligonos porque. varios son circolares, como por ejemplo la luna y el arco, ademas no son poligonos porque son figuras en tres dimenciones como son el cubo y el rollo.


De las siguientes figuras indica aquellas que no son polígonos. Justifica en cada caso

Dicen algunos que varios son circulares y por esto no son polígonos como: la luna y el arco. Otros mencionan que los polígonos son de dos dimensiones y por eso las figuras como el cubo y el cilindro son de tres dimensiones no siendo polígonos. Además los señalaron y algunos los separaron así:



8.6.3 CONCLUSIONES

- Se notó que hay un avance con la segunda prueba a comparación con la primera, en los estudiantes de los grados 6º, 7º y 8º; porque el estudiante al observar los gráficos como una especie de ayuda para que entienda el concepto de polígono, ya es capaz de definir polígono con sus palabras e identificarlo en su contexto, permitiendo que el concepto de polígono sí se entienda que es lo que se pretende.

- Identifican lo que es un polígono y lo que no, mostrando avance con las actividades.

Después de realizar esta actividad y al sacar conclusiones, se realizó otra dos actividades que permitieran visualizar que los estudiantes entendieran que las figuras geométricas están alrededor de nosotros, que una de las tantas figuras son polígonos y otras son sólidos. Además, de la definición del concepto de perímetro. Estas nuevas actividades se aplicaron a los mismos estudiantes de la actividad pasada, aumentando el personal a 30 estudiantes y teniendo en cuenta las respuestas anteriores, se trató de mejorar los conceptos en esta actividad utilizando estos descriptores:

DESCRIPTORES

NIVEL 1

- Reconoce algunas figuras geométricas
- Identifica algunos polígonos
- Compara algunas figuras geométricas con el entorno que lo rodea

NIVEL 2

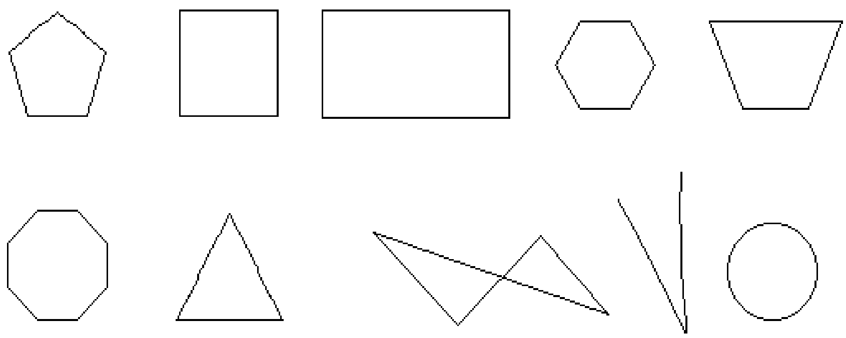
- Conoce las clases de polígonos
- Señala las semejanzas y diferencias entre polígonos
- Inventa un criterio para clasificar polígonos
- Da información basada en propiedades para dibujar figuras geométricas.
- Después de clasificar polígonos describe propiedades de estos

NIVEL 3

- Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas geométricas
- Prueba mediante dibujos o construcciones propiedades de los polígonos
- Formula un definición para decir que es perímetro y como se aplica en los polígonos
- Contesta razonadamente a preguntas como: ¿un sólido tiene perímetro?

8.7 PRUEBA # 4

Vamos a conocer algunas figuras geométricas, las vamos a identificar por algunas de sus características, para ello visualiza lo siguiente:



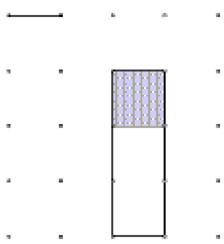
1.

- Señala el borde de las figuras
- Señala el contorno de las figuras
- Señala el alrededor de las figuras
- Señala los lados de las figuras
- Señala la curva que forma el polígono

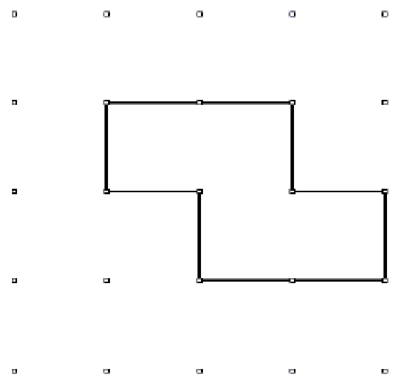
2. ¿Cuál figura es polígono y cuál no?__________________ ¿puedes decir su nombre?

8.7.1 PRUEBA # 5

La distancia de un punto a otro es igual y consideremos la separación entre punto y punto como la unidad de longitud



1. Cuenta el número de separaciones entre punto y punto de la figura anterior, en total son:________________ unidades de longitud. **A la suma de las longitudes de los lados de una figura poligonal se le denomina perímetro.**



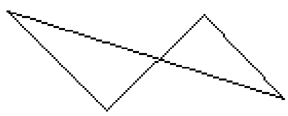
2. ¿Cuál es el perímetro de la figura en unidades de longitud?_________________

8.7.2 RESPUESTAS Y CONCLUSIONES

1. En la prueba **# 4**, **27** estudiantes llegan a la conclusión:

- Después de señalar las figuras, desde su borde, contorno, alrededor, etc. Se concluye que los estudiantes identifican a las figuras geométricas y a los polígonos con una de sus características. Además, asemejan perímetro con palabras como borde.

- **27** estudiantes**,** aciertan diciendo que la siguiente figura no es un polígono, pero que sí es una figura geométrica.



- Los otros **3** estudiantes confunden esta figura con polígono, además entre **11** estudiantes dicen que la circunferencia **No** es un polígono, o que esta **posee** un lado o simplemente tiene **infinitos** lados.

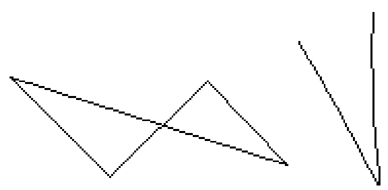
2. A la pregunta **dos**, Ellos contestan:

- **26** estudiantes dicen que no hay figuras de un lado que aparezcan en las graficas, los otros **4** dicen que un punto o una recta es una figura de un lado.

- **27** estudiantes dicen que la figura de dos lados no tiene nombre o simplemente se le llama pico o ángulo

- **22** estudiantes coinciden con los nombres de las figuras, pero cuando llegan al de infinitos lados simplemente **6** estudiantes dicen que es una circunferencia.

- **6** estudiantes aciertan que todas las figuras, menos una, son polígonos. **22** estudiantes aciertan que todas las figuras, menos dos, son polígonos. Estas fueron las figuras:



3. En la prueba **# 5**, a la primera pregunta **29** estudiantes contestan:

- **8 unidades de longitud**

4. A la segunda pregunta los **30** contestan:

- **10 unidades de longitud.**

8.7.3 CONCLUSIÓN GENERAL DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS

- Queda claro que con estas actividades los estudiantes identifican por el momento algunos polígonos, se saben algunos nombres de estos y perciben el concepto de perímetro y lo aplican a veces bien y en otros casos no.

- En algunas figuras los estudiantes confundieron el concepto de perímetro con figuras que no eran poligonales y no contestaban correctamente. Otros hablaban de que como todas las figuras no eran polígonos, no se podía sacar su perímetro.

- El trabajo con graficas fue una herramienta que me permitió observar que conocen los estudiantes del concepto.

- Una cosa adicional a mi propósito es que los estudiantes con estas actividades entendieron que me refería a un concepto en especial, al de perímetro.

9. TEST

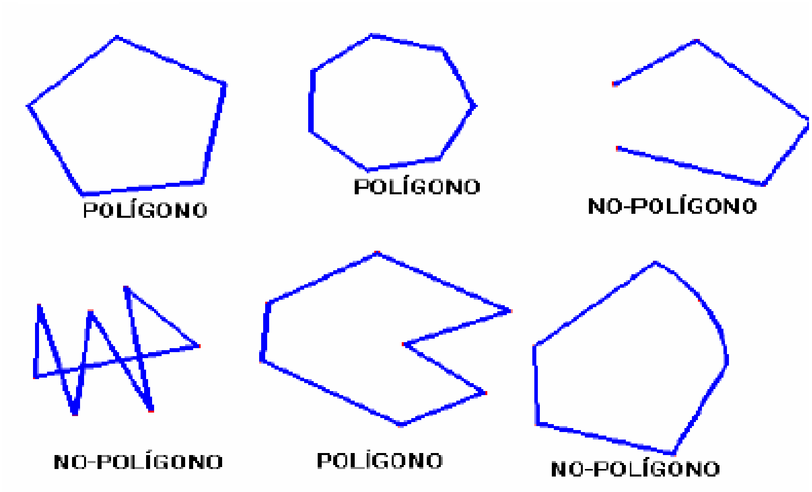
El siguiente Test esta centrado en el concepto de perímetro y sus diferentes sinónimos: **contorno, borde, alrededor, curva que forma un polígono**, además apoyado en los descriptores mencionados anteriormente.

9.1 Instrucciones:

Cada pregunta te ofrece cinco opciones de respuesta (a, b, c, d y e), de las cuales deberás escoger sólo una. No dejes ninguna pregunta en blanco y no respondas al azar. Es posible que en algunas preguntas te parezca que hay varias opciones de respuesta correctas. Escoge aquella opción de respuesta que te parezca más precisa desde el punto de vista matemático, de acuerdo con lo que piensas acerca del tema.

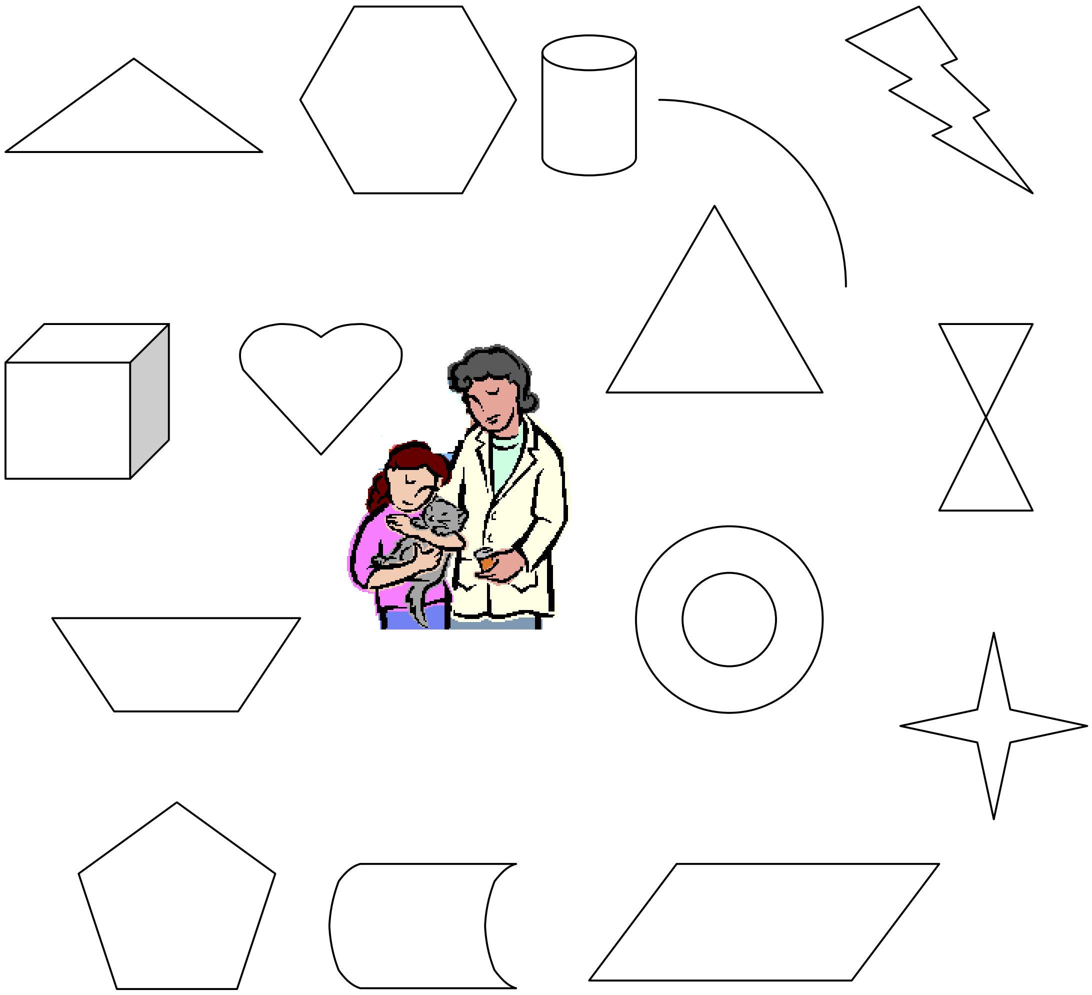
9.2 Preguntas:

1. Según se describe en las imágenes de abajo ¿qué es un polígono?



a) Una figura que no tiene curvas
b) Una figura que no tiene lados cruzados
c) Una figura que no tiene lados abiertos
d) Una figura que tiene 2 dimensiones
e) Todas las anteriores

2. ¿Todas las figuras que se muestran a continuación son polígonos?



a) No, porque hay figuras con curvas

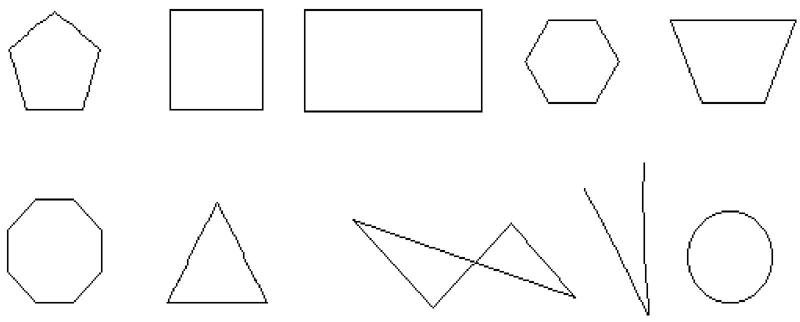
b) No, porque hay figuras de 3 dimensiones

c)No porque, hay figuras con lados cruzados

d)No porque, hay figuras con ancho, largo y profundidad

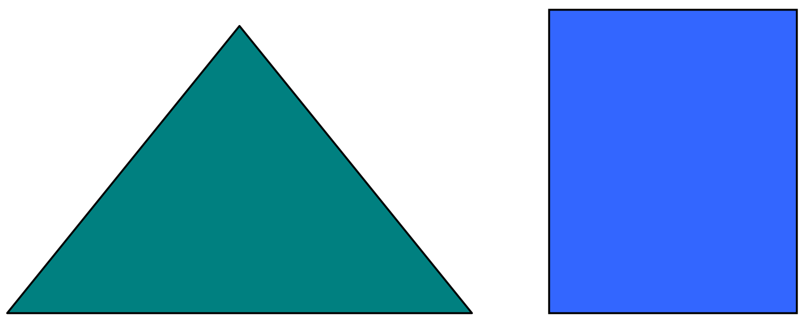
e)Todas las anteriores

3. Sí debemos señalar con un lápiz de color el contorno o el borde o el alrededor de los polígonos que se encuentran en las siguientes figuras, cuántas figuras debo señalar?



a) 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 3

4. Juan compró un terreno de forma triangular y otro de forma rectangular, con medidas de contorno iguales. Observa este modelo a escala:



Si Juan necesita recorrer por completo el contorno de cada uno de los terrenos, ¿Es posible que Juan recorra la misma distancia en cualquiera de los dos terrenos?

a)No es posible, porque los terrenos tienen diferente forma
b)No es posible, porque son de diferente tamaño
c)No es posible, porque las figuras no tienen igual tamaño y son de diferente forma
d)Si es posible, porque aunque la forma y el tamaño son diferentes, la distancia que se debe recorrer en cada uno, es igual.
e)Ninguna de las anteriores.

5. Que es el perímetro de un polígono?

a. La medida del contorno de un polígono
b. La medida del borde de un polígono
c. Es la suma de las longitudes de todos los lados de un polígono
d. Es la medida que tiene la curva que forma un polígono
e. Todas las anteriores

6. ¿Cómo calculas el perímetro de un polígono cualquiera?

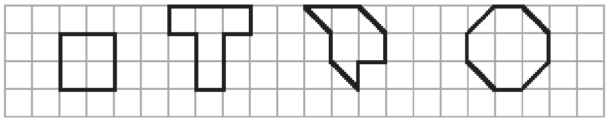
a) Calculando la suma de las medidas de todos sus lados
b) Calculando la medida de su contorno
c) Calculando la medida de su borde
d) Calculando la medida de la curva que forma el polígono
e) Todas las anteriores

7. ¿Cómo calculas el perímetro de un polígono regular?

a) Multiplicando un lado del polígono, por el numero total de lados que forman todo el polígono
b) Multiplicando un lado por el numero total de lados que forman todo el polígono, menos el lado irregular
c) No se puede calcular
d) La a y la b son correctas

e) Todas las anteriores

8. Tomando como unidad de longitud, uno de los lados de un cuadrado que forman la siguiente cuadricula, responder : 



¿Cuál de las figuras anteriores, tiene el mayor perímetro?

a)La primera figura

b)La segunda figura

c)La tercera figura

d)La cuarta figura

e)Todas las anteriores

9. ¿Cuál es la de menor **Perímetro**?

a)La primera figura

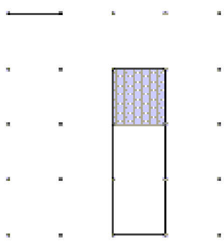
b)La segunda figura

c)La tercera figura

d)La cuarta figura

e)Todas las anteriores

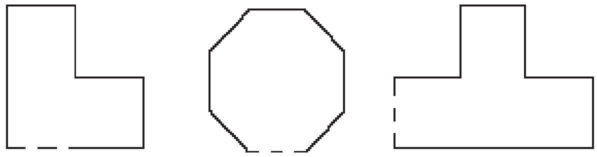
10. Sí La distancia de un punto a otro es igual y considerando la separación entre punto y punto como la unidad de longitud



¿Cuál es el perímetro de la figura en unidades de longitud?

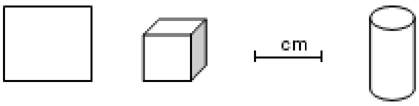
a) 7 unidades de longitud
b) 8 unidades de longitud
c) 9 unidades de longitud
d) 11 unidades de longitud
e) Ninguna de las anteriores

11. Según se describe abajo, ¿Cuál de las figuras tiene el mayor perímetro? Tomemos como unidad de longitud el lado punteado de cada polígono



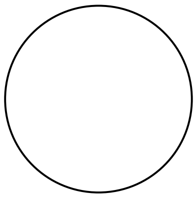
a. La primera figura
b. La segunda figura
c. La tercera figura
d. Todas son iguales en perímetro
e. Ninguna de las anteriores

12. ¿Cuál de las siguientes unidades sirven para medir perímetros?



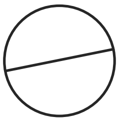
a) Todas sirven
b) Solamente sirve la c
c) Solamente sirve la a
d) Solamente sirve la d
e) Ninguna de las anteriores.

13. ¿Cómo se calcula el perímetro de la siguiente figura?



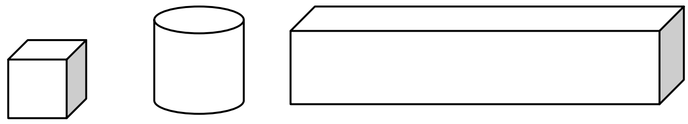
a. No se puede calcular
b. No es polígono, por lo tanto no se puede calcular
c. Se debe utilizar otro método diferente al de los polígonos y así, se puede calcular
d. Ninguna de las anteriores
e. La b y la c

14. En la siguiente circunferencia dan la medida de su diámetro ¿Cuál será su perímetro?



a. Se debe conocer el valor del radio
b. Se debe conocer las partes de la circunferencia
c. Se debe conocer la longitud de la circunferencia
d. Se debe utilizar otro método diferente al de los polígonos y así, se puede calcular
e. Ninguna de las anteriores

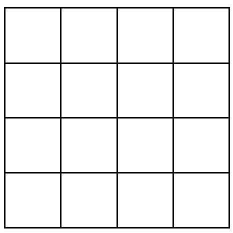
15. ¿Cuál es el perímetro de las siguientes figuras?



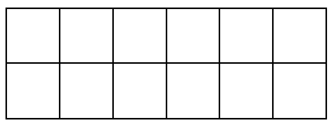
a. No se puede calcular, porque no son polígonos
b. Son sólidos, por lo tanto no tienen perímetro,
c. Tienen perímetro solamente las caras, que son polígonos
d. Todas las anteriores
e. La a y b son correctas

16. Observa las siguientes cuadriculas conformadas por cuadrados de iguales dimensiones:

A



B



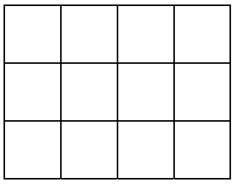
Si tomamos como unidad de longitud, el lado de cada uno de los cuadrados que conforman las cuadriculas: 

¿Cuál de los 2 rectángulos tiene el menor perímetro?

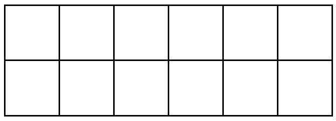
a) El A
b) El B
c) Los 2 tienen igual perímetro
d) Ninguna de las anteriores
e) Todas las anteriores

17. Observa las siguientes cuadriculas conformadas por cuadrados de iguales dimensiones:

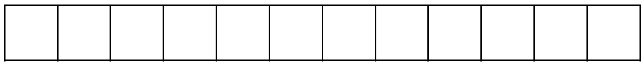
A



B



C

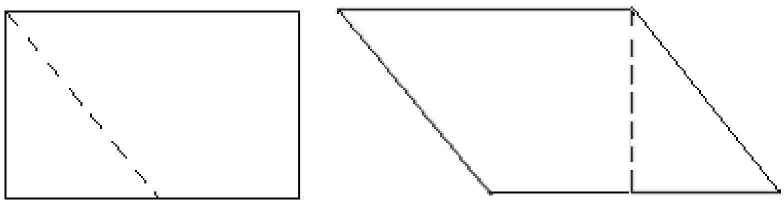


Si tomamos como unidad de longitud un lado de cada uno de los cuadrados que conforman las cuadriculas: 

¿Cuál tiene el mayor perímetro?

a) El A
b) El B
c) El C
d) Todos son iguales
e) Ninguna de las anteriores

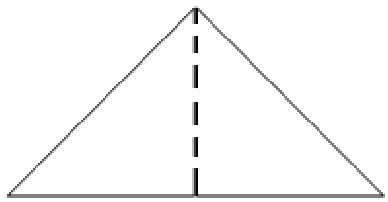
18. Observa las siguientes figuras, la figura 2 fue construida a partir de la figura 1



¿Son iguales en perímetro?

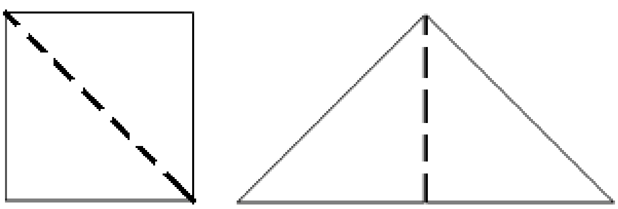
a. Si tienen igual perímetro por su forma
b. No tienen igual perímetro porque son diferentes polígonos
c. Si tienen igual perímetro porque son los mismos polígonos
d. No tienen igual perímetro porque si quitamos algunas partes las deformamos
e. Ninguna de las anteriores

19. ¿Cómo calculas el perímetro de la siguiente figura?



a. Sumando los 4 lados de la figura
b. Multiplicando la base por la altura divido entre 2
c. Sumando la longitud de los 3 lados de la figura
d. Sumando la longitud de los 4 lados de la figura
e. Ninguna de las anteriores

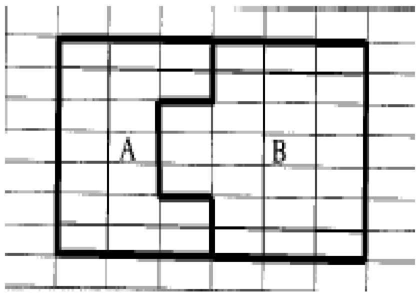
20. Observa las siguientes figuras: la figura 2 fue construida a partir de la figura 1



¿Cuál de los polígonos tiene mayor perímetro?

a. El cuadrado
b. El triangulo
c. El perímetro es igual para los dos
d. No se puede determinar
e. Ninguna de las anteriores

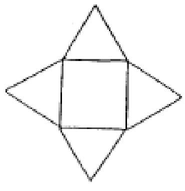
21. La siguiente grafica muestra la división de un rectángulo en dos partes, estas partes las llamaremos A y B:



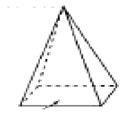
¿Las dos partes tendrán el mismo perímetro?

a. No, porque el perímetro es desigual para los dos
b. Sí, porque los polígonos formados por las fincas tienen igual medida de contorno
c. No, porque los polígonos formados por las fincas tienen desigual medida de contorno
d. La a y c
e. Ninguna de las anteriores

22. Observa la siguiente plantilla:



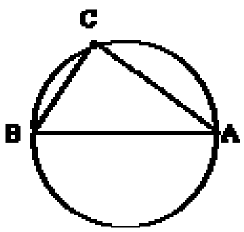
Con dicha plantilla se puede formar, una pirámide cuadrada:



¿A cuál de las dos figuras se le puede calcular perímetro?

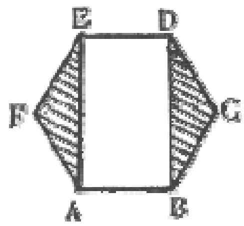
a. A todas dos
b. Solamente a la figura de la plantilla
c. Solamente a la figura del sólido
d. A ninguna de las dos
e. Ninguna de las anteriores

23. ¿Cómo determinarías el perímetro de la siguiente circunferencia?, sabiendo que AB es el diámetro de la circunferencia



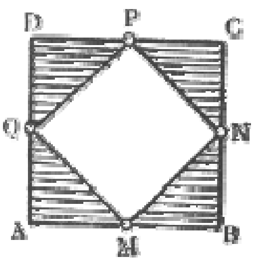
a. No se puede calcular, porque no es un polígono
b. Multiplicando 2 por π y por el diámetro AB y luego dividirlo entre 2
c. Sumando el perímetro del triangulo más el perímetro de la circunferencia
d. Debo realizar una demostración
e. Ninguna de las anteriores

24. Para calcular el perímetro de la siguiente área sombreada, debo tener en cuenta que:



a. ABCDEF hexágono regular
b. Medida de un lado del hexágono
c. La a y b son correctas
d. Debo conocer la altura del rectángulo ABDE
e. Ninguna de las anteriores

25. ABCD cuadrado, M, N, P, Q, puntos medios, ¿cómo calculas el perímetro del área sombreada?



a. No se puede calcular, porque no es un polígono
b. Es un sólido, por lo tanto no tiene perímetro, pero sí volumen
c. Se necesita la medida de un lado y utilizar el teorema de Pitágoras
d. Utilizar otro procedimiento diferente al que se utiliza para los polígonos
e. Ninguna de las anteriores

10. PREGUNTAS POR NIVELES

- **Nivel 1:** las Preguntas **1, 2, 3** se encuentran en este nivel porque en estas el estudiante debe reconocer algunas figuras geométricas, identifica algunos polígonos, realiza figuras con instrumentos geométricos, compara algunas figuras geométricas con el entorno que lo rodea y tiene nociones de la definición de perímetro.

- **Nivel 2:** las preguntas **4, 5, 6, 10, 11** se encuentran en este nivel porque en estas el estudiantes debe reconocer las clases de polígonos, propiedades y semejanzas y diferencias entre ellos. También, debe calcular el borde, el contorno, el alrededor, o perímetro de este. Y no es necesario que utilice expresiones algebraicas para representar y hallar el perímetro de algún polígono.

- **Nivel 3:** las Preguntas **7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22** se encuentran en este nivel porque en estas el estudiantes debe reconocer propiedades de diferentes formas geométricas, comprueba mediante dibujos o construcciones propiedades de los polígonos, debe formular definiciones para decir que es perímetro y como se aplica en los polígonos. Reconoce si un solido tiene perímetro y aplica formulas algebraicas para hallar el perímetro de una figura.

- **Nivel 4:** las Preguntas **23, 24, 25** se encuentran en este nivel porque en estas el estudiante debe probar rigorosamente que el perímetro de una figura es: “la suma de la longitud de sus lados o la longitud de su contorno o borde”. Y utilizar definiciones y teoremas de la Geometría.

11. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

El trabajo y el análisis sobre el concepto de perímetro han permitido considerar que la falta de comprensión del concepto, podría tener como una de las causas fundamentales, la insuficiente dedicación y el incorrecto modo en el que se realiza su enseñanza. Concluyendo, que el tratamiento habitual que recibe el concepto de **Perímetro** esta limitado al estudio de una formula o a una definición que lleva a confusiones con otros conceptos geométricos, en especial con el de área.

Para la elaboración del Test se realizó un estudio de las diferentes manifestaciones del concepto de **Perímetro**:

- √ Desde su definición etimológica
- √ Desde su sinónimos y la utilización del lenguaje
- √ Desde su aplicación a figuras
- √ Desde su aplicación con una formula
- √ Desde la aplicación del Cálculo

Por otra parte, utilizar La propuesta de **"Aprender Enseñando"** en la realización de este proyecto, permitió en los estudiantes, incentivar el gusto por la matemática, por la labor docente, por salir de la rutina diaria y por una opción nueva de conocer amigos, donde los valores de la tolerancia, responsabilidad, igualdad y respeto predominan. Concluyendo, que los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**" poseen un nivel de razonamiento mayor que los estudiantes que reciben el conocimiento por parte de estos, según los resultados arrojados por el Test, qué serán mostrados en la sección 11.3.

Se puede decir, aunque no era el objetivo de este proyecto, que con la realización de este, los niveles alcanzados por los estudiantes en las actividades previas para la construcción del **Test** mejoraron, perfeccionando algunos conceptos geométricos y avanzando a niveles superiores. Los resultados obtenidos por la aplicación del **Test**, muestran que la mayoría de los estudiantes reconocen el concepto de perímetro desde su definición y su aplicación a figuras planas.

11.1 ANÁLISIS ESTADÍSTICO

Habitualmente el propósito de la Estadística es el de sacar conclusiones de una población en estudio, examinando solamente una parte de ella denominada muestra.

Los datos recopilados a través del Test aplicado a 40 estudiantes de edades diferentes y del grado 7º del año 2007 del colegio Jesús María Valle Jaramillo se muestran en el **Anexo 1**. El Test consta de 25 preguntas diferentes sobre el concepto de perímetro, con cinco opciones de respuesta (a, b, c, d y e), de las cuales sólo una es la correcta. Las preguntas están clasificadas en los niveles según unos descriptores:

NIVEL	PREGUNTAS
1	1,2,3
2	4,5,6,10,11
3	7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22
4	23, 24, 25

Descriptores:

NIVEL 1

- Reconoce algunas figuras geométricas
- Identifica algunos polígonos
- Señala el borde de una figura
- Reconoce algunos instrumentos de medida
- Compara algunas figuras geométricas con el entorno que lo rodea

NIVEL 2

- Conoce las clases de polígonos
- Señala las semejanzas y diferencias entre polígonos
- Inventa un criterio para clasificar polígonos
- Puede calcular el borde, el contorno, el alrededor de una figura
- Puede calcular el perímetro de un polígono, pero no algebraicamente
- Da información basada en propiedades para dibujar figuras geométricas.
- Después de clasificar polígonos describe propiedades de estos
- Resuelve problemas sencillos identificando el perímetro de figuras pero no algebraicamente.

NIVEL 3

- Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas geométricas
- Prueba mediante dibujos o construcciones propiedades de los polígonos
- Formula un definición para decir que es perímetro y como se aplica en los polígonos
- Contesta razonadamente a preguntas como: ¿un sólido tiene perímetro?

Nivel 4

- Identifica las propiedades suficientes para definir polígono
- Prueba de forma rigurosa que el perímetro de una figura es: “la suma de la longitud de sus lados”
- Demuestra de forma resumida o analítica que el perímetro de una figura es la longitud de su contorno

Al realizar dicho **Test** se eligieron como variables a investigar y analizar las siguientes:

- ✓ **Edad:** Esta variable, se eligió porque se pretende analizar en que interviene la edad de los encuestados, con la forma en que contestan el Test.

- ✓ **Niveles de Razonamiento del Grado 7º:** Esta variable se eligió para visualizar en que nivel se encuentran los estudiantes del grado 7º, en cuanto al concepto de perímetro. Según sus respuestas, a través de la realización del Test.

- ✓ **Grupos:** Esta variable se eligió para realizar una comparación entre el grupo que “**Aprende Enseñando**” del que recibe el conocimiento por parte de estos. Para ello, llamamos el primer grupo “A” y el otro el grupo “B”.

- ✓ **Las respuestas a cada una de las preguntas del Test:** Esta variable se eligió para analizar las respuestas de cada uno de los estudiantes entrevistados.

11.2 Primer Criterio de Experto

Para poder pertenecer a un nivel determinado, los estudiantes debían responder correctamente una serie de preguntas para cada nivel:

Nivel	**Preguntas**	**Para pertenecer al nivel debe contestar obligatoriamente**
1	1,2,3	1, 2
2	4,5,6,10,11	4,10
3	7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22	7,8,15, 22
4	23, 24, 25	23

Después de elaborar una base de datos [**ver Anexo 1 y 2**], en el software SPSS [paquete de Estadística para las Ciencias Sociales] y con los resultados obtenidos, se realiza una clasificación de conglomerados de K-medias.

Conglomerado de K-medias

> *”Este procedimiento intenta identificar grupos de casos relativamente homogéneos basándose en las características seleccionadas y utilizando un algoritmo que puede gestionar un gran número de casos. Sin embargo, el algoritmo requiere que el usuario especifique el número de conglomerados. Puede especificar los centros iníciales de los conglomerados si conoce de antemano dicha información. Puede elegir uno de los dos métodos disponibles para clasificar los casos: la actualización de los centros de los conglomerados de forma iterativa o sólo la clasificación. Asimismo, puede guardar la pertenencia a los conglomerados, información de la distancia y los centros de los conglomerados finales. Si lo desea, puede especificar una*

variable cuyos valores sean utilizados para etiquetar los resultados por casos. También puede solicitar los estadísticos F de los análisis de varianza. Aunque estos estadísticos son oportunistas (ya que el procedimiento trata de formar grupos que de hecho difieran), el tamaño relativo de los estadísticos proporciona información acerca de la contribución de cada variable a la separación de los grupos.

Ejemplo. ¿Cuáles son los grupos identificables de programas de televisión que atraen audiencias parecidas dentro de cada grupo? Con el análisis de conglomerados de k-medias, podría agrupar los programas de televisión (los casos) en k grupos homogéneos, basados en las características del televidente. Esto se puede utilizar para identificar segmentos de mercado. También puede agrupar ciudades (los casos) en grupos homogéneos, de manera que se puedan seleccionar ciudades comparables para probar diversas estrategias de marketing".

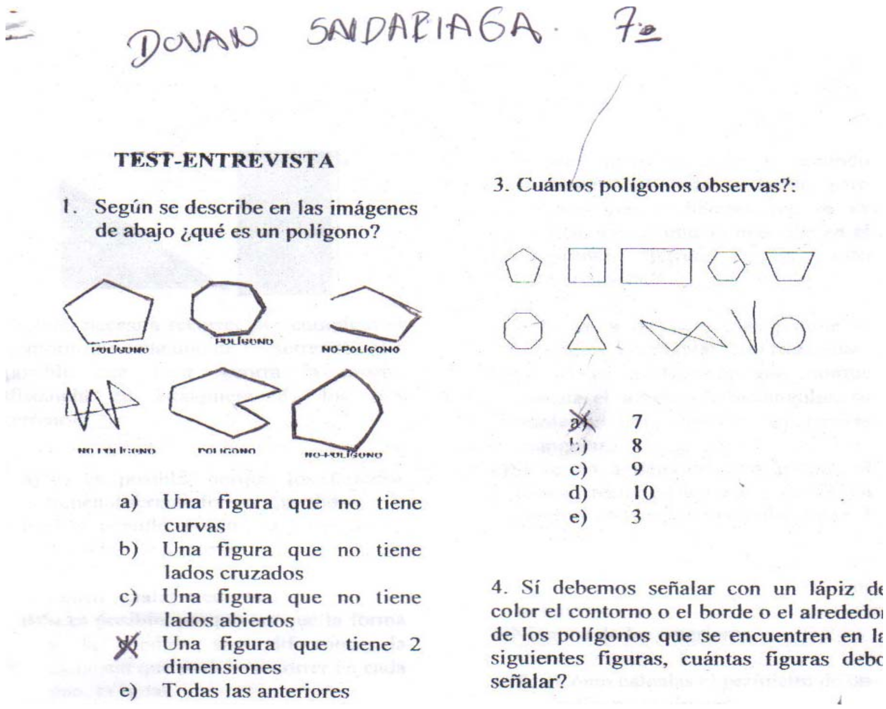
Esta clasificación permitió visualizar los resultados arrojados por la aplicación del Test a los 40 estudiantes del grado 7º:

Niveles de Razonamiento

Conglomerado	1	8,000
	2	19,000
	3	4,000
	4	9,000
Válidos		40,000
Perdidos		,000

- ✓ En el nivel 1 se encuentran 8 personas
- ✓ En el nivel 2 se encuentran 19 personas
- ✓ En el nivel 3 se encuentran 4 personas
- ✓ En el nivel 4 se encuentran 9 personas

Por las experiencias adquiridas en el quehacer docente, se puede decir que los estudiantes que presentaron el Test no deben encontrarse en los niveles que asignó el programa SPSS. La siguiente imagen, es uno de los resultados de la aplicación del Test:



DOVAN SAIDARIAGA. 7º

TEST-ENTREVISTA

1. Según se describe en las imágenes de abajo ¿qué es un polígono?

POLÍGONO — POLÍGONO — NO-POLÍGONO

NO POLÍGONO — POLÍGONO — NO-POLÍGONO

a) Una figura que no tiene curvas
b) Una figura que no tiene lados cruzados
c) Una figura que no tiene lados abiertos
~~d)~~ Una figura que tiene 2 dimensiones
e) Todas las anteriores

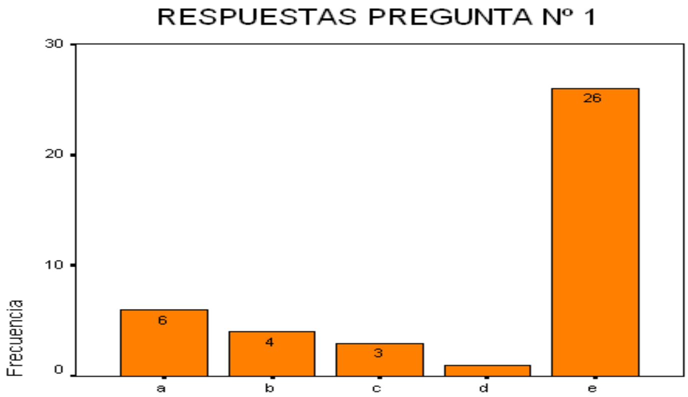
3. Cuántos polígonos observas?:

~~a)~~ 7
b) 8
c) 9
d) 10
e) 3

4. Sí debemos señalar con un lápiz de color el contorno o el borde o el alrededor de los polígonos que se encuentren en la siguientes figuras, cuántas figuras debo señalar?

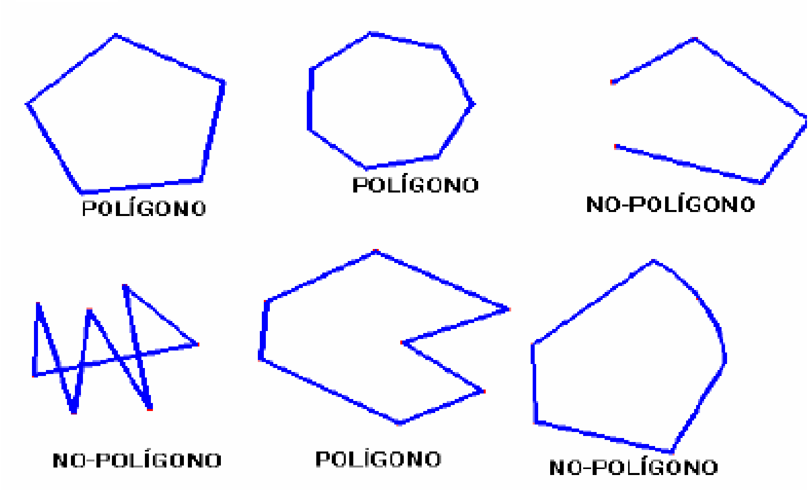
Este resultado para el proyecto demostró ambivalencia, porque este estudiante según el análisis estadístico se encuentra en el nivel 4, pero este no contestó correctamente la primera pregunta, la cuál, se propone cómo la más fácil de todo el Test y que la mayoría contestó correctamente. Esto se puede visualizar en el siguiente grafico:

❖ Se debe tener en cuenta que la respuesta a esta pregunta es la opción “e”



La **primera** pregunta del Test es:

1. Según se describe en las imágenes de abajo ¿qué es un polígono?



a) Una figura que no tiene curvas
b) Una figura que no tiene lados cruzados
c) Una figura que no tiene lados abiertos
d) Una figura que tiene 2 dimensiones
e) Todas las anteriores

Se puede observar que más del 60% de los estudiantes a los que se le aplicó el Test contestaron correctamente dicha pregunta, lo que muestra que esta es una de las preguntas más fáciles para el estudiante. Además, la pregunta es del nivel 1 y se encuentra como obligatoria para posicionarse en dicho nivel.

11.3 Segundo Criterio de Experto

Analizando los anteriores resultados, se optó por reubicar las preguntas que los estudiantes debían responder obligatoriamente para poder pertenecer en un nivel determinado. Además, el estudiante que pasa de un nivel a otro debió obligatoriamente responder correctamente la mayoría de las preguntas de un nivel anterior para poder pasar al siguiente.

Para ello se determinó:

Nivel	Preguntas	Para pertenecer al nivel debe contestar obligatoriamente
1	1,2,3	1, 2
2	4,5,6,10,11	1,2,3,4,6,10
3	7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22	1,2,3,4,5,6,10,11, 15, 22
4	23, 24, 25	Todas

Estos fueron los nuevos resultados:

Niveles de Razonamiento

Conglomerado	1	30,000
	2	5,000
	3	2,000
	4	3,000
Válidos		40,000
Perdidos		,000

- En el nivel 1 se encuentran 30 personas
- En el nivel 2 se encuentran 5 personas
- En el nivel 3 se encuentran 2 personas
- En el nivel 4 se encuentran 3 personas

Lo que para este proyecto se acomodó perfectamente, por la realidad académica que vive la institución educativa y el grado escolar en el que aplique el Test. Lo anterior permite concluir que:

- El 75% del total de los estudiantes reconoce algunas figuras geométricas, identifica algunos polígonos, realiza figuras con instrumentos geométricos, compara algunas figuras geométricas con el entorno que lo rodea y tiene nociones de la definición de perímetro

- El 12.5% del total de los estudiantes reconoce las clases de polígonos, propiedades y semejanzas y diferencias entre ellos. También, calcula el borde, el contorno, el alrededor, o perímetro de este.

- El 5% del total de los estudiantes reconoce propiedades de diferentes formas geométricas, comprueba mediante dibujos o construcciones propiedades de los polígonos, formula definiciones para decir que es perímetro y como se aplica en los polígonos. Reconoce si un solido tiene perímetro y aplica formulas algebraicas para hallar el perímetro de una figura.

- El 7.5% del total de los estudiantes prueba rigorosamente que el perímetro de una figura es: “la suma de la longitud de sus lados o la longitud de su contorno o borde”. Y utiliza definiciones y teoremas de la Geometría.

Observemos los niveles en el que se encuentran los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**" y los que reciben el conocimiento por partes de estos.

Niveles de Razonamiento del Grupo "A" y "B"

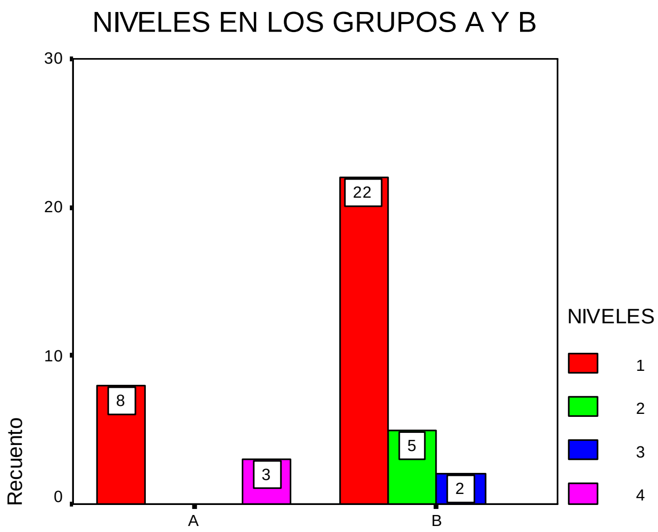
			Número inicial de casos				
			1	2	3	4	Total
grupo	A	Recuento	8			3	11
		% del total	20,0%			7,5%	27,5%
	B	Recuento	22	5	2		29
		% del total	55,0%	12,5%	5,0%		72,5%
Total		Recuento	30	5	2	3	40
		% del total	75,0%	12,5%	5,0%	7,5%	100,0%

- ✓ Los anteriores resultados muestran que los estudiantes del grupo **"A"** (**Aprenden Enseñando**) están entre el nivel 1 y 4. Más exactamente 8 están en el nivel 1 y 3 en el nivel 4.

- ✓ El grupo **"B"** (los que reciben el conocimiento por parte de estos), están entre el nivel 1, 2 y 3. Más exactamente 22 están en el nivel 1, 5 en el nivel 2 y 2 en el nivel 3.

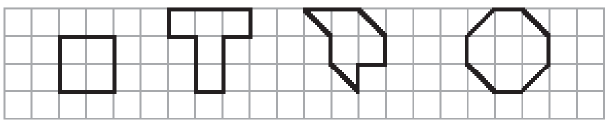
- ✓ Para el proyecto se cumple una hipótesis: los estudiantes que "**Aprenden Enseñando**" se encuentran en promedio por encima a comparación con los que reciben el conocimiento por partes de estos.

✓ También, lo anterior lo podemos verificar en el siguiente diagrama de barras:



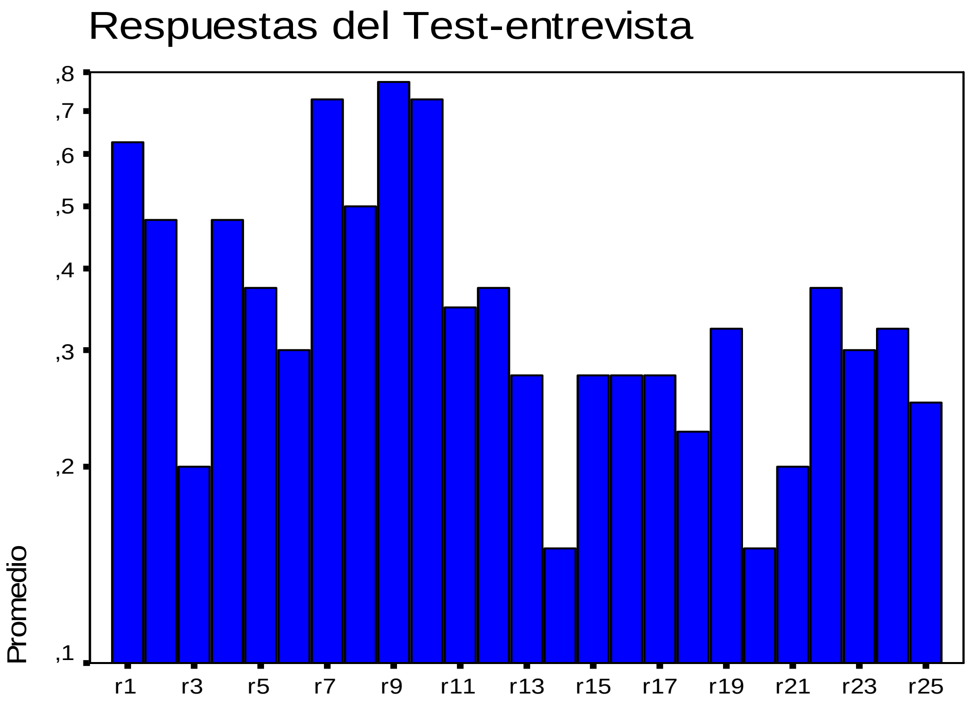
En otra de las preguntas, se pudo observar que la mayoría de estudiantes contestaron la número 9 correctamente, lo que permite deducir que para ellos esta era una pregunta muy fácil. Esta pregunta es del nivel 3, pero no se encuentra en la serie de preguntas obligatorias que debe contestar el estudiante para posicionarse en dicho nivel:

Tomando como unidad de longitud, uno de los lados de un cuadrado que forman la siguiente cuadricula, responder: 



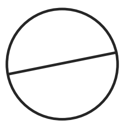
9. ¿Cuál es la de menor **Perímetro**?

a)La primera figura
b)La segunda figura
c)La tercera figura
d)La cuarta figura
e)Todas las anteriores



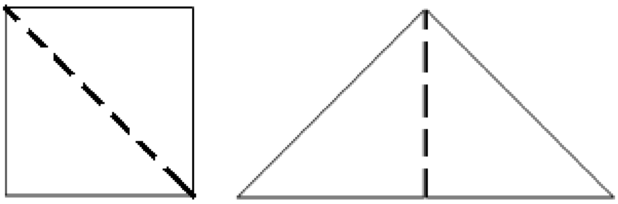
También, se observa que la mayoría de estudiantes no contestaron a la pregunta 14 y 20 del Test, lo que permite deducir que para ellos esta era una pregunta muy difícil. Estas preguntas son del nivel 3, pero tampoco estaban en la serie de preguntas obligatorias que debe contestar el estudiante para posicionarse en dicho nivel. Las preguntas eran:

14. En la siguiente circunferencia dan la medida de su diámetro ¿Cuál será su perímetro?



a. Se debe conocer el valor del radio
b. Se debe conocer las partes de la circunferencia
c. Se debe conocer la longitud de la circunferencia
d. Se debe utilizar otro método diferente al de los polígonos y así, se puede calcular
e. Ninguna de las anteriores

20. Observa las siguientes figuras: la figura 2 fue construida a partir de la figura 1



¿Cuál de los polígonos tiene mayor perímetro?

a. El cuadrado
b. El triangulo
c. El perímetro es igual para los dos
d. No se puede determinar
e. Ninguna de las anteriores

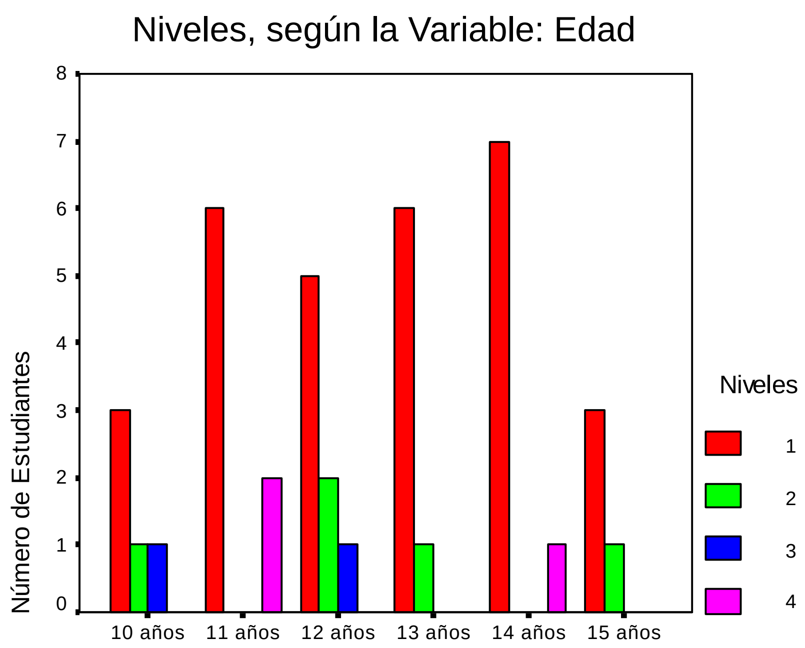
Niveles de Razonamiento

Conglomerado	1	30,000
	2	5,000
	3	2,000
	4	3,000
Válidos		40,000
Perdidos		,000

- ✓ Estos resultados demuestran que una de las hipótesis es cierta: que más del 50% del total de los estudiantes que realizan el Test están en el nivel 1.

- ✓ No se cumple la hipótesis de que ningún estudiante del grado 7º esta en un nivel 4, porque se observa que hay 3 tres estudiantes que pertenecen a este nivel.

Analicemos la variable Edad:



- Podemos observar que los estudiantes que tienen 14 años tienen un nivel de razonamiento mayor que los otros estudiantes de menor edad. La mayoría esta en el nivel 1 y solamente un estudiante se encuentra en el nivel 4.

- Los estudiantes de 10 años están presentes en los 3 primeros niveles, lo que es importante en cuanto la edad y los conceptos trabajados, comparadas con las demás edades.

- Los jóvenes con 15 años, demuestran pocas habilidades con los conceptos geométricos, ya que, se encuentran en los niveles 1 y 2. Se podría pensar, que por su edad deberían estar en los niveles más altos.

12. CONCLUSIONES DEL PROYECTO

“Aprender enseñando”

- La propuesta de **“Aprender Enseñando”** está ligado a uno de los procesos generales, “**la Comunicación**”. Esta es considerada esencial debido a la importancia que tiene el intercambio de ideas, la comparación de estrategias de solución y las discusiones con argumentos, para el aprendizaje y para el que hacer matemático. Los lineamientos curriculares enuncian que:

  > *“La comunicación matemática puede ocurrir cuando los estudiantes trabajan en grupos cooperativos, cuando un estudiante explica un algoritmo para resolver ecuaciones, cuando un estudiante presenta un método único para resolver un problema, cuando un estudiante construye y explica una representación gráfica de un fenómeno del mundo real, o cuando un estudiante propone una conjetura sobre una figura geométrica.”.* (*Pág. 63)*

  Esta propuesta me permitió comparar dos grupos diferentes de estudiantes y analizar detalladamente el avance en los respectivos niveles de razonamiento.

- La propuesta **“Aprender Enseñando”** permite que los estudiantes sean capaces a través de la exploración, de la abstracción, de clasificaciones, mediciones y estimaciones, llegar a resultados que les permitan comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones; en fin, descubrir que las matemáticas están íntimamente relacionadas con la realidad y con las situaciones que los rodean, no solamente en su institución educativa, sino también en la vida por fuera de ella.

- La aplicación de la propuesta **“Aprender Enseñando”**, a la muestra escogida en este proyecto, dio buenos resultados. En términos estadísticos los estudiantes que **“Aprenden Enseñando**” tienen mejores niveles de razonamiento en comparación con los que reciben el conocimiento por parte de estos.

“Test”

- El resultado del **Test** ha puesto de manifiesto la existencia de un elevado número de estudiantes de este nivel educativo que incurren en las fórmulas para aplicar el concepto de perímetro, lo que impide la resolución correcta de cualquier tarea que requiera el uso comprensivo de ella. Comprobando que las tareas que habitualmente se proponen durante la enseñanza del concepto, y que en su mayoría se componen directamente de la aplicación de la formula, no favorece en ningún caso al aprendizaje del concepto, y no constituyen en ninguna medida del grado de comprensión que poseen los estudiantes del mismo.

- El análisis de los resultados del **Test** ha permitido comprobar que en general en la práctica totalidad de los estudiantes, independientemente del nivel en que se encuentren, conocen el significado del termino de **Perímetro** en el siguiente sentido: dibujado cualquier polígono y preguntado el estudiante por lo que el entiende de **Perímetro**, señalara y rayará inmediatamente el borde, contorno, o lados del polígono.

“El Concepto de Perímetro”

- El insuficiente y deficiente tratamiento que recibe el concepto de **Perímetro** normalmente en la enseñanza obstaculiza la comprensión del concepto al conducir a los estudiantes a asociar **Perímetro** con una fórmula. Provocando errores conceptuales, algunos de ellos difíciles de corregir posteriormente, por ejemplo, al que conduce a los estudiantes a establecer una fuerte relación entre **Perímetro** y el área de una misma superficie.

12.4 CONCLUSIONES GENERALES

- El trabajo de investigación desarrollado en este proyecto, ha consistido, fundamentalmente en un estudio exhaustivo del concepto de P**erímetro y** sus incidencias en el campo escolar y universitario. Después de la recopilación y organización de varias actividades a través del estudio efectuado, para realizar el **Test,** el carácter lúdico de estas actividades fueron el principal instrumento para que dentro del aula los estudiantes centrarán su atención sobre los conceptos geométricos.

- Se ha comprobado que el estudiante no tiene claro la clase de polígonos existentes, en especial cuando se le habla de la **Circunferencia**. Podemos considerar a “la **Circunferencia**[31] como un polígono de enésimos lados”, pero también hay una clara discusión sobre ello. Por tal razón, en el proyecto y más especifico, en el Test, trato la circunferencia como una “figura geométrica” y **NO** como un polígono.

---

[31] Ángulos en un polígono. (En línea). Recuperado el día 13 de julio de 2008, de: www.**descartes**.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Poligonos_regulares_y_circulos/Polici8

- En este proyecto, los resultados obtenidos indican que la mayoría de los estudiantes han adquirido niveles superiores de razonamiento al que poseían al inicio del estudio del concepto de perímetro**. Se invita** a los docentes a que el conocimiento de los niveles de razonamiento puede ser de gran utilidad desde el punto de vista didáctico para el mejoramiento de las actividades en el aula, al evitar que este caiga en el error frecuente de molestar a los aprendices con conceptos tomados de niveles que aquellos no han alcanzado. También, a que comprueben en otras instituciones que la propuesta **“Aprender Enseñando”**, contribuye a la aprehensión de conceptos geométricos y por ende, al mejoramiento de la calidad educativa.

ANEXOS

ANEXO 1

EDAD	SEXO	GRADO	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	P21	P22	P23	P24	P25
14	m	7	1	5	5	5	3	1	1	4	1	2	2	2	3	1	2	3	3	1	3	4	1	1	2	1	4
14	m	7	5	5	5	4	5	1	1	2	1	2	3	2	3	4	5	3	3	2	3	2	2	2	2	3	4
14	m	7	1	5	5	5	3	1	1	4	1	2	2	2	3	1	2	3	3	1	3	4	1	1	2	1	4
10	m	7	3	5	1	1	3	1	2	2	1	2	3	2	3	1	3	3	3	3	3	2	2	1	1	2	2
11	m	7	5	5	5	4	3	1	1	2	1	2	3	2	3	4	5	3	3	1	3	2	2	2	2	4	4
10	m	7	5	5	5	5	4	1	2	5	1	5	2	2	2	2	1	2	3	4	2	3	3	1	3	3	1
11	m	7	5	5	1	4	3	1	4	4	1	2	3	1	5	3	3	2	4	3	2	3	4	1	2	3	5
12	f	7	5	5	1	4	3	1	4	4	1	2	3	1	5	3	3	2	4	3	2	3	4	1	1	1	3
14	f	7	5	5	1	5	2	1	1	2	1	2	3	1	3	1	5	1	4	2	2	2	4	3	2	4	4
15	f	7	5	5	1	4	3	1	1	4	1	2	3	2	3	1	2	2	4	1	2	3	3	2	2	2	4
11	f	7	5	5	1	4	3	1	1	4	1	2	3	1	2	4	3	3	4	2	3	1	2	2	2	3	2
12	f	7	5	2	1	2	3	5	2	5	5	2	1	1	2	2	5	2	2	2	5	2	5	3	5	4	1
13	f	7	5	5	1	1	4	4	3	5	2	5	4	4	1	1	1	4	3	1	5	3	3	4	3	3	1
14	f	7	1	4	1	1	1	5	3	5	1	1	1	4	2	2	1	1	1	4	3	2	4	1	2	1	3
12	m	7	5	2	4	3	1	1	5	1	5	1	2	1	2	3	5	4	5	3	5	4	2	2	5	2	3
12	m	7	5	3	4	2	5	2	1	5	4	5	1	1	1	2	4	2	1	2	4	2	1	2	5	3	5
15	f	7	5	5	1	1	4	1	2	5	1	5	3	1	2	1	2	3	4	2	2	4	5	3	3	3	3
10	m	7	5	5	2	2	3	3	1	1	2	2	1	2	1	4	3	1	2	3	5	1	1	2	3	5	5
12	m	7	2	2	1	3	1	1	2	5	1	1	2	4	3	1	1	3	1	2	4	2	3	1	2	4	4
11	f	7	1	3	1	2	2	2	1	1	1	1	2	4	2	5	2	2	1	4	3	3	2	1	4	3	3
11	f	7	2	5	2	4	3	3	2	1	2	3	1	5	1	2	2	4	3	1	1	2	4	3	1	1	1
10	f	7	3	1	1	1	1	1	3	1	1	2	1	5	2	3	3	4	2	5	2	3	4	2	5	2	2
12	f	7	4	2	2	2	5	2	1	3	1	4	3	1	3	1	1	5	1	2	2	2	5	1	2	2	2
13	f	7	5	3	1	2	4	3	2	1	1	1	2	1	2	2	2	5	2	3	3	2	5	2	3	3	3
14	f	7	5	5	4	1	5	1	3	3	2	5	1	3	4	3	3	1	3	1	1	3	1	3	1	1	1
11	f	7	2	2	2	3	5	4	4	5	2	5	2	1	1	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2
12	f	7	5	3	1	2	4	2	1	2	3	5	3	2	2	5	2	3	4	3	3	1	3	4	3	3	3
11	f	7	5	1	3	1	1	1	1	1	2	5	2	1	2	5	3	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1
13	f	7	1	5	2	2	4	2	4	3	2	3	4	4	1	5	1	2	2	5	2	3	2	2	5	2	2
13	f	7	5	3	1	3	1	5	2	2	1	5	1	5	3	5	4	1	2	5	3	5	1	2	5	3	3
13	f	7	2	1	4	1	4	1	2	5	2	2	2	1	2	4	2	4	1	5	1	2	4	1	5	1	1
14	f	7	5	3	5	2	1	1	3	5	1	5	2	2	3	4	3	5	3	5	4	1	5	3	5	4	4
15	f	7	5	1	2	1	4	2	1	5	2	4	1	3	2	1	3	1	2	4	2	2	1	2	4	2	5
13	m	7	1	3	5	2	1	1	2	5	1	5	3	3	1	1	1	3	1	1	1	3	3	1	1	1	4
13	m	7	5	5	5	1	4	1	3	5	2	1	2	4	1	1	1	3	4	3	3	1	3	4	3	3	3
15	m	7	1	2	2	2	3	5	2	5	1	3	1	2	2	1	1	1	1	1	1	3	1	1	1	1	1
14	m	7	5	1	5	1	3	4	1	3	1	5	4	1	1	1	5	2	2	5	2	3	2	2	5	2	2
11	m	7	1	5	4	3	4	5	2	1	2	5	4	2	5	2	2	1	2	5	3	5	1	2	5	3	2
12	m	7	5	2	3	1	2	5	2	1	1	5	3	3	5	3	2	4	1	5	1	2	4	1	5	1	3
10	m	7	5	3	2	4	2	1	2	1	2	5	3	1	2	2	3	5	3	5	4	1	5	3	5	4	1

Nota:

- ✓ Los primeros 11 estudiantes que aparecen en la tabla, son del grupo (A) **"Aprender Enseñando".** Los demás son los que reciben el conocimiento por parte de estos, denominados grupo (B).

- ✓ Las preguntas son nombradas con la inicial “P” seguida del número correspondiente a cada pregunta. Ejemplo: pregunta 3, (P3). También, es necesario recalcar que son cinco opciones de respuesta (a, b, c, d y e), de las cuales una sola es la correcta. Pero en el programa estadístico SPSS es necesario llamarlas de forma numérica. Así:

- a = 1
- b = 2
- c = 3
- d = 4
- e = 5

ANEXO 2

R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22	R23	R24	R25
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0

Nota:

- ✓ Esta tabla muestra las respuestas de cada uno de los estudiantes a las preguntas del Test. Es necesario recalcar que son cinco opciones de respuesta (a, b, c, d y e), de las cuales una sola es la correcta. Las respuestas se nombran con su inicial “R” seguida del número correspondiente a cada pregunta contestada. Ejemplo: Respuesta 2º pregunta, (R2). Para ello, el programa estadístico SPSS hace necesario que la respuesta correcta sea dada con un valor numérico, así:

- Respuesta correcta: valor de uno “1”
- Respuesta Incorrecta: valor de cero “0”

ANEXO 3

CLUSTER_	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22	R23	R24	R25
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Nota:

- ✓ Esta tabla clasifica a los estudiantes en los 4 niveles de razonamiento de estudio (clúster 1, 2, 3, 4). Para ello utilizamos los datos de esta siguiente tabla:

Nivel	Preguntas	Para pertenecer al nivel debe contestar obligatoriamente
1	1,2,3	1, 2
2	4,5,6,10,11	1,2,3,4,6,10
3	7, 8, 9, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22	1,2,3,4,5, 6,10,11, 15, 22
4	23, 24, 25	Todas

Recordemos: Aquí aparecen las respuestas que deben ser mínimamente contestadas por cada estudiante, para poder determinar su nivel de razonamiento.

13. BIBLIOGRAFÍA

13.1 Textos, Libros y Artículos de Revistas:

- Asencio Garzón y Ramírez, Cesar (2003). *Matemáticas Libro Taller 3º* (pp. 112-113). Bogotá, Colombia: Editorial Escuelas del Futuro.

- Aliendro, Estela y Astorga, Angélica (2005). *Síntesis: La enseñanza de la Geometría en la Escuela Primaria de René Berthelot y Marie Hélene Salim*. Salta, Argentina: Laboratorio de Didáctica de las Ciencia y Técnica de la Universidad de Bordeaux I de Aquitania.

- Baldor, J (1967). *Geometría Plana y del Espacio con una introducción a la Trigonometría (pp.* 214-216). Segunda Edición. Santa Fé de Bogotá, Colombia: Editorial Cultura Colombiana, Ltda.

- Beristaín, Eloísa y Campos, Yolanda (1997). *Matemáticas Mcgraw-Hill 6º* (pp. 290-292). Segunda Edición. Bogotá, Colombia: Interamericana S.A.

- Betancur, Orlando y Otros (2000). *Iniciación a la Geometría (*pp. 11-12). Medellín, Colombia: Centro de investigación educativa UdeA, Divergraficas.

- Bosch, Carlos y Otros (2003). *Diplomado: La Ciencia en tu Escuela*. Módulo de Matemática Primaria. Correo del Maestro Núm.86.

- Chávez, Maritza (1999). *Juguemos con las Matemáticas 5º* (pp. 200-202). 2da Edición. Santa Fé de Bogotá, Colombia: Editorial, Akal.

- Cifuentes, María Cenaida (1998). *Memorias del Seminario Investigativo* (pp. 78-80). Bogotá, Colombia. Fundación Universitaria Monserrate (FUM).

- Cuello Ramírez, Rafael y Londoño Zapata, Luis, (2002). *Nueva legislación para los docentes y la educación 2002* (pp. 91-94). Medellín, Colombia: Ciencia e Imaginación.

- De Castellanos, María (1994). *Matemáticas 4 Constructiva* (pp. 119-120). Santa Fe de Bogotá, Colombia: Editorial Libros y Libres S.A.

- De Zubiria, Miguel (1994). *Pensamiento y Aprendizaje*. Bogotá, Colombia: Fundación Alberto Meraní.

- Delgado Fanny y García Pilar (1999). *Aprender a Enseñar Ciencias: Una Propuesta Basada en la Autorregulación*. Revista Educación y Pedagogía, Vol. 11, N° 25, Sep.-Dic. Pág. 66-86.

- DICKSON, Linda (1991); *El Aprendizaje de las Matemáticas.* Madrid, España: Ed. Labor.

- Duval, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (2a. ed.). (pp. 32-42 y 74-83). Cali, Colombia: Peter Lang-Universidad del Valle. (Original francés publicado en 1995).

- Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2007). *Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!* (pp. 46-48). Santa Fé de Bogotá, Colombia.

- Lacasa, P. (2000). *Aprender en la escuela, aprender en la calle*. Madrid, España: Aprendizaje visor.

- Landaverde, F (1963). *Curso de Geometría*. Editorial Progreso, S.A.

- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1994). *Ley General de Educación.* Santa Fé de Bogotá: Magisterio.

- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998). *Matemáticas Lineamientos Curriculares. Áreas Obligatorias y Fundamentales*. Santa fe de Bogotá. Editorial nomos impresores s.a.

- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (*2003). La Revolución Educativa Estándares Básicos De Matemáticas Y Lenguaje Educación Básica Y Media.* Talleres Departamentales de calidad de la Educación.

- *Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación* (2003-2007). Programa **"Aprender Enseñando"**. Buenos Aires, Argentina.

- Mora, Julia (1995). *Matemáticas 4º* (pp. 119-120). Santa Fe de Bogotá, Colombia Editorial Santillana.

- Novak, Joseph y Gowin, Bob (1988). *Aprendiendo a aprender*. Ediciones Martínez Roca. Barcelona.

- Restrepo López, Mauricio (1995). *Taller de Matemáticas Rayuela Básica Primaria 4*° (pp. 73-75). Bogotá, Colombia: Editorial Norma.

- Sarmiento, María (1999). *Como Aprender a Enseñar y Como Enseñar a Aprender. (pp. 78-79). Primera edición.* Bogotá, Colombia: Universidad de Santo Tomás, Impresor Ltda.

- Stewart, James (1999). *Cálculo: Conceptos y Contextos* (pp. 462). México: International Thompson Editores

13.2 Internet:

- A.P. Jaime y A.R. Gutiérrez (1990). *Una propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El modelo de Van Hiele, Práctica en Educación Matemática* (pp. 295-384). (En línea). Sevilla, España: Ediciones Alfar, Tomado de: www.sectormatematica.cl/articulos/**van**%20**hiele**.pdf el día 7 de febrero de 2008.

- American Psychological Association (APA) (1994). *Normas APA aplicables a la presentación de Trabajos de Grado* (En línea). Recuperado el día 16 de Enero de 2007, de: www.monografías.com

- *Aproximaciones por Defecto y por exceso del Número PI.* (En línea) Recuperado el día 06 de junio de 2008, de: www.descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Aproximacion_de_pi/aproximacion.htm

- Bosch, Carlos y Otros (2003). *Diplomado: La Ciencia En Tu Escuela. Módulo de Matemática Primaria.* (En línea). Recuperado el día 15 de enero de 2008, de http://www.centrofermat.com.ar/docentes.htm

- De Villiers, Michael (1996). *Algunos Desarrollos en Enseñanza de la Geometría*. (En línea). Recuperado el día 20 de abril de 2008, de www. mzone.mweb.co.za/residents/profmd/futurec.pdf

- Duarte, Pedro; Vasco, Edison y Otros. (2004). *Los Mapas Conceptuales como Herramienta de Exploración del Lenguaje en el Modelo de Van Hiele*. (En línea). Pamplona, España. Recuperado el día 28 de mayo de 2008, de: http://cmc.ihmc.us/papers/cmc2004-234.pdf.

- Fouz, Fernando (2001). *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*. (En línea). Recuperado el día 7 de febrero de 2008, de: www.sectormatematica.cl/articulos/**van**%20**hiele**.pdf

- *Historia de la Geometría*. (En línea) recuperado el día 06 de junio de 2008, de: www.es.wikipedia.org/wiki/Historia_de_la_Geometria.

- Hoffer, A (1973). *Van Hiele, Acquisition of Mathematical Concepts and Processes*. (En línea). Nueva York, Estados Unidos. R.Lesh & M. Landau (eds.). Recuperado el día 18 de febrero de 2008, de: www.scm.org.co/Articulos/733.pdf

- Iafrancesco, Giovanni (1995). *Apuntes Personales de la Autora, Tomados en la Asignatura de Pedagogía de la Especialización en Docencia Universitaria* (En línea). Tomado de: http://destp.minedu.gob.pe/secundaria/nwdes/publi1.htm el día 28 de marzo de 2008

- Imagen (En línea), Tomada de: divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf El día 6 de julio de 2007.

- Net, Gabriela (2006). *Seminario-Taller: Ideas para enseñar Geometría en la escuela: relaciones y diferencias entre los conceptos de perímetro y área* (En línea). Círculo de Ajedrez de Villa Martelli, Argentina. Recuperado el día 22 de marzo de 2008, de: www.centrofermat.com.ar/docentes.htm.

- Sarmiento, María (1999). *Como Aprender a Enseñar y Como Enseñar a Aprender,* P*sicología Educativa y del Aprendizaje* (En línea). Primera edición. Universidad de santo Tomás, Impresores Ltda. Recuperado el día 23 de enero de 2008, de: divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf

- *(USACH) Contacto Centro Comenius* (2002). (En línea). Recuperado el día 06 de junio de 2008, de: www.comenius.usach.cl/webmat2/conceptos/**Perímetro**.htm.

- Valencia, Gloria (2007). *Definición de un Descriptor* (En línea). Seminario de Práctica Profesional II, Universidad de Antioquia. Medellín.

- Van Hiele, P (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education* (pp. 50-58). (En línea). Florida, Estados Unidos, Academic Press.

- De la Torre Gómez, Andrés *(2003). El método socrático y el modelo de van Hiele*. *Páginas (99–121)* Universidad de Antioquia, Medellín. Recuperado el día 20 de febrero de 2007, de: http://www.scm.org.co/Articulos/733.pdf