



**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

# **Cálculo de confiabilidad y disponibilidad para líneas de transmisión**

**María Yessenia Álvarez Gil**

Universidad de Antioquia  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Instituto de Matemáticas  
Medellín, Colombia  
2022

# **Cálculo de confiabilidad y disponibilidad para líneas de transmisión**

**María Yessenia Álvarez Gil**

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título  
de:

**Matemático**

**Luz Estela del Socorro Sanchez Herrera**  
Orientador Interno, Instituto de Matemáticas

**Leonardo Fabio Porras**  
Orientador externo, ISA Intercolombia

Universidad de Antioquia  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales  
Instituto de Matemáticas  
Medellín, Colombia  
2022

## **Agradecimientos**

Agradezco a todas las personas que hicieron parte de este proceso, en especial a mis padres Andrea Gil y Julian Alvarez por su amor, confianza, valores enseñados y sacrificio todos estos años. A los profesores del Instituto de Matemáticas. A mi coordinador de práctica Leonardo Fabio Porras por darme la oportunidad de trabajar con él y conocer este mundo empresarial. A mis amigos Maria Isabel Aristizábal, Carolina Lopera, Angie Isaza, Diego Gallego y Paola Velásquez por los momentos y horas de estudio compartidos. Finalmente a José Jaramillo, mi pareja y compañero por su apoyo incondicional y compañía.

Gracias Universidad de Antioquia.

## **Resumen**

En el presente trabajo se muestra una aplicación de los Procesos Poisson, los cuales resultan adecuados para estudios de confiabilidad y disponibilidad. Se requiere, principalmente, la recopilación de datos recurrentes que surgen al monitorear el sistema a través del tiempo y un grupo de eventos, los mantenimientos correctivos y preventivos, estos ocurren en diferentes instantes del período de observación. Con el fin de que la empresa ISA INTERCOLOMBIA, encargada del 80 % de la transmisión de energía eléctrica en el país preste un servicio de alta calidad, se calcula la confiabilidad y la disponibilidad en las líneas de transmisión, todo encaminado a contribuir en la toma de decisiones a la programación de los mantenimientos preventivos, esto conduce a evitar las fallas y detectar alteraciones en el funcionamiento.

**Palabras clave:** Confiabilidad, Disponibilidad, Procesos Poisson, Tasa de recurrencia.

# Cálculo de confiabilidad y disponibilidad para líneas de transmisión

María Yessenia Álvarez Gil \*

4 de abril de 2022

---

\*E-mail: [myessenia.alvarez@udea.edu.co](mailto:myessenia.alvarez@udea.edu.co), Instituto de Matemáticas, Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

## Resumen

En el presente trabajo se muestra una aplicación de los Procesos Poisson, los cuales resultan adecuados para estudios de confiabilidad y disponibilidad. Se requiere, principalmente, la recopilación de datos recurrentes que surgen al monitorear el sistema a través del tiempo y un grupo de eventos, los mantenimientos correctivos y preventivos, estos ocurren en diferentes instantes del período de observación. Con el fin de que la empresa ISA INTERCOLOMBIA, encargada del 80 % de la transmisión de energía eléctrica en el país preste un servicio de alta calidad, se calcula la confiabilidad y la disponibilidad en las líneas de transmisión, todo encaminado a contribuir en la toma de decisiones a la programación de los mantenimientos preventivos, esto conduce a evitar las fallas y detectar alteraciones en el funcionamiento.

**Palabras clave:** *Confiabilidad, Disponibilidad, Procesos Poisson, Tasa de recurrencia*

## Contenido

<b>Agradecimientos</b>	<b>3</b>
<b>Resumen</b>	<b>4</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>7</b>
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>9</b>
2.1. Conceptos estadísticos . . . . .	9
2.1.1. Procesos Poisson . . . . .	10
2.2. Confiabilidad . . . . .	14
2.3. Disponibilidad . . . . .	15
<b>3. Metodología</b>	<b>17</b>
<b>4. Desarrollo práctico</b>	<b>20</b>
4.1. Confiabilidad . . . . .	20
4.1.1. Resultados . . . . .	28
4.2. Disponibilidad . . . . .	29
4.2.1. Resultados . . . . .	33
<b>5. Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>34</b>

# 1. Introducción

En cada empresa es importante conocer, evaluar y mantener sus activos, con el fin de brindar un servicio de calidad que resulte económicamente rentable. En este sentido, calidad lleva implícito la confiabilidad, la cual se define como la capacidad de un sistema para realizar una función en un intervalo de tiempo bajo ciertas condiciones. Adicionalmente, en el proceso de buscar la excelencia, surge la disponibilidad, descrita como la capacidad del sistema de estar en funcionamiento en cualquier instante. Es natural que ambas se traten de mejorar, lo cual se logra mediante ideas innovadoras desarrolladas en la planeación de los mantenimientos.

Con base en el registro de fallas, reparaciones de los equipos, realización de mantenimientos y el tiempo empleado en cada procedimiento que se acaba de mencionar, se obtiene el análisis de Confiabilidad, Disponibilidad y Mantenibilidad, conocido como Análisis RAM (Reliability, Availability and Maintainability, por sus siglas en inglés), el cual permite predecir el comportamiento de un proceso de producción para un período determinado de tiempo, basados en la estructuración y confiabilidad de sus componentes, de modo que, califica el estado actual de dicho desarrollo y del sistema. Asimismo, ayuda a detectar posibles problemas en el planeamiento de las acciones preventivas y las condiciones de los equipos en relación a la recurrencia de fallas y reparaciones. En tal sentido, facilita la realización de una evaluación y la toma de decisiones sobre cómo debe ejecutarse el mantenimiento y qué estrategias usar para cada equipo.

Por otro lado, ISA INTERCOLOMBIA, la empresa de ISA (Interconexión Eléctrica S.A. E.S.P), se dedica al transporte de energía eléctrica a alto voltaje en el país y para cumplir con ésta función, hace parte de su sistema, las denominadas líneas de transmisión, las cuales a su vez están conformadas por otros elementos tales como, conductores, aisladores, entre otros. Es necesario recalcar que son el mayor transportador de energía en el país con cubrimiento nacional, por esta razón resulta fundamental que su sistema funcione continuamente para poder prestar un servicio de alta calidad, evitando apagones que coloquen en riesgo la integridad de las personas y sus activos. Además, el funcionamiento inadecuado de estos equipos, les puede generar sanciones económicas, afectando también a las empresas del sector donde ocurren las fallas.

Por lo expuesto anteriormente, la Dirección Mantenimiento, lleva gran parte de la responsabilidad de mantener el sistema en funcionamiento, razón por la cual surge el proyecto de realizar el Análisis RAM a las líneas de transmisión de energía, mediante metodologías matemático-estadísticas y así obtener un resultado más exacto, cambiando la antigua estrategia de evaluar y predecir sobre los activos de manera subjetiva. Adicionalmente, se realiza con el fin de apoyar las decisiones, sobre todo en el mantenimiento preventivo y de esta forma, evitar a futuro las acciones correctivas.

En el presente trabajo se estudia e implementan los resultados previos obtenidos para el cálculo de confiabilidad por el practicante Mateo Ochoa (estudiante de Estadística, Universidad Nacional Sede Medellín), donde se hace uso de los Procesos Poisson, el cual es un modelo paramétrico simple comunmente utilizado para el análisis de ciertas clases de datos de recurrencias y se replica el mismo procedimiento realizado por él en un total de 57 líneas, identificadas como las que han presentado más fallas históricamente. Algunos de los resultados importantes obtenidos, son la predicción de fallas a futuro y la determinación de que las líneas están mejorando, empeorando o son constantes en cuanto a la recurrencia de fallas.

De igual forma, se expone el desarrollo del cálculo implementado para obtener el índice actual de disponibilidad, el cual requiere del tiempo aplicado a los procedimientos de mantenimiento correctivo y preventivo y sus respectivas tasas de recurrencia, por tal razón, se implementa también los procesos Poisson.

Finalmente, se tiene que el trabajo se divide en 4 partes. La primera consta de bases teóricas sobre

los procesos Poisson, confiabilidad y disponibilidad. La siguiente sobre la metodología implementada para lograr los objetivos ya expuestos. Posteriormente, el desarrollo práctico. Por último una serie de conclusiones y recomendaciones.



## 2. Marco Teórico

### 2.1. Conceptos estadísticos

De acuerdo con [2], un proceso estocástico es una colección de variables aleatorias  $\{X_n\}_{n \in T}$  donde  $T$  representa un conjunto de índices finito o contable, o es una colección  $\{X(t)\}_{t \in T}$  donde  $T$  representa un conjunto de índices no enumerable. En el caso en el que  $T$  es finito o contable se dice que el proceso es de tiempo discreto. En el caso del conjunto de índices no enumerable  $T$ , se dice que el proceso es de tiempo continuo. El conjunto de todos los posibles valores de las variables aleatorias  $X_n$ , en el caso del tiempo discreto, o  $X(t)$  en el caso del tiempo continuo, se denota con  $S$  y se llama espacio de estados del proceso o, también, alfabeto del proceso. Cada elemento de  $S$  se llama estado. El espacio de estados  $S$  también se clasifica como continuo o discreto de acuerdo con la caracterización del conjunto de valores que toma.

Suponga que, en un punto marcado como  $t = 0$ , se comienza a contar la ocurrencia de cierto evento. En este caso, las fallas en las líneas de transmisión de energía.

Para cada valor de  $t$  se obtiene el número de eventos que han ocurrido hasta el tiempo  $t$ , denotado por  $N(t)$ , la cual constituye una variable aleatoria discreta que puede tomar algún valor del conjunto  $\{0, 1, 2, \dots\}$ . Para deducir cuál es la distribución de esta variable aleatoria, se consideran las siguientes suposiciones, acerca de la forma en que pueden ocurrir estos eventos.

1. **Estacionariedad.** Decimos que la variable aleatoria  $N(t)$  tiene incrementos estacionarios si para todo  $n \geq 0$  y  $s, t_1$  y  $t_2$  reales no negativos, con  $t_1 \leq t_2$ ,

$$P(N(t_2) - N(t_1) = n) = P(N(t_2 + s) - N(t_1 + s) = n)$$

Es decir, para cualesquiera dos intervalos de tiempo, la probabilidad de que ocurran  $n$  eventos es la misma si su longitud es la misma.

2. **Incrementos independientes.** Para todo  $n \geq 0$  y para todo intervalo de tiempo  $(t, t + s)$ , la probabilidad de que ocurran  $n$  eventos en  $(t, t + s)$  es independiente de cuántos eventos han ocurrido antes. En particular, si se consideran los tiempos  $0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_k$ , para  $1 \leq i \leq k - 1$  se define  $A_i$ , como el evento de que ocurran  $n_i$  eventos en el intervalo  $[t_i, t_{i+1})$ . Los incrementos independientes indican que los eventos  $A_1, A_2, \dots, A_{k-1}$  son independientes.
3. **Orden.** La ocurrencia de dos o más eventos en un intervalo de tiempo muy pequeño es un evento imposible. En términos de convergencia,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{P(N(h) > 1)}{h} = 0$$

es decir, cuando  $h \rightarrow 0$ , la probabilidad de que ocurran dos o más eventos,  $P(N(h) > 1)$  va para 0 más rápido que  $h$ .

De [6] se tiene que un proceso estocástico  $\{N(t)\}_{t \geq 0}$  se dice que es un proceso de conteo si satisface:

1.  $N(t) \geq 0$ .
2.  $N(t)$  es un valor entero.

3. Si  $t_1 < t_2$ , entonces  $N(t_1) \leq N(t_2)$
4. Para  $t_1 < t_2$ ,  $[N(t_2) - N(t_1)]$  representa el número de eventos que han ocurrido en el intervalo  $(t_1, t_2]$ .

### 2.1.1. Procesos Poisson

Considerando [4], los modelos más utilizados para datos de recurrencia (conteo) son los procesos de Poisson (homogéneos y no homogéneos), los procesos de renovación y las versiones superpuestas de estos procesos. La aplicación más común es para monitorear y modelar ciertas clases de recurrencias.

Un proceso Poisson se presenta cuando se satisfacen las siguientes condiciones:

1.  $N(0) = 0$ , es decir, en el tiempo  $t = 0$ , donde se comienza a contar, no hay recurrencias.
2. Los números de recurrencias en intervalos de tiempo disjuntos son estadísticamente independientes, es decir, tiene incrementos independientes.
3. La tasa de recurrencia  $\nu(t)$  es positiva y

$$\begin{aligned}\mu(t_1, t_2) &= E[N(t_1, t_2)] \\ &= \int_{t_1}^{t_2} \nu(t) dt < \infty, \quad \text{Cuando } 0 \leq t_1 < t_2 < \infty\end{aligned}$$

donde  $N(t_1, t_2) = N(t_2) - N(t_1)$ .

Se sigue que, para un proceso Poisson,  $N(t_1, t_2)$  tiene una distribución de probabilidad Poisson:

$$P[N(t_1, t_2) = d] = \frac{[\mu(t_1, t_2)]^d}{d!} e^{-\mu(t_1, t_2)}, \quad d = 0, 1, 2, \dots$$

### Proceso Poisson homogéneo

Un proceso Poisson homogéneo (HPP), es un proceso Poisson con tasa de recurrencia constante  $\nu(t) = 1/\theta$ . En este caso:

$N(t_1, t_2)$  tiene distribución Poisson con parámetro:

$$\mu(t_1, t_2) = \int_{t_1}^{t_2} \nu(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\theta} dt = \frac{t_2 - t_1}{\theta}$$

Se tiene que cumple la propiedad de incrementos estacionarios, ya que el número esperado de recurrencias en  $(t_1, t_2]$  es  $\mu(t_1, t_2)$ . Equivalentemente, el número esperado de recurrencias por unidad de tiempo en  $(t_1, t_2]$  es constante e igual a  $1/\theta$ .

Los tiempos entre recurrencias,  $\tau_j = T_j - T_{j-1}$  son independientes e idénticamente distribuidos, cada uno con una distribución exponencial,  $Exp(\theta)$ .

Esto se sigue directamente de la relación:

$$P(\tau_j > t) = P[N(T_{j-1}, T_{j-1} + t) = 0] = e^{-1/\theta}$$

Por lo tanto, el tiempo medio entre recurrencias en estado estacionario para un HPP es igual a  $\theta$ . Para un proceso de falla, se diría que el tiempo medio entre fallas es  $MTBF = \theta$ .

### Proceso Poisson no homogéneo

Un proceso Poisson no homogéneo (NHPP) es un modelo Poisson con tasa de recurrencias no constante  $v(t)$ . En este caso, los tiempos entre recurrencias no son independientes ni idénticamente distribuidos. El número esperado de recurrencias por unidad tiempo transcurrido sobre el intervalo  $(t_1, t_2]$  es:

$$\frac{\mu(t_1, t_2)}{t_2 - t_1} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Un modelo NHPP es frecuentemente especificado en términos de la tasa de recurrencia  $v(t)$ , donde está dada como una función de un vector de parámetros desconocidos  $\Theta$ , así  $v(t) = v(t, \Theta)$ .

Como señala [6], se han establecido varios modelos paramétricos para describir la tasa de ocurrencia de fallas de un elemento reparable de un NHPP. En este caso, se discutirán: el modelo de la regla de potencia y el modelo log-lineal.

Para el modelo de la regla de potencia, la tasa de recurrencia está dado por:

$$v(t) = \lambda \beta t^{\beta-1}, \quad \text{para } \lambda > 0, \quad \beta > 0 \quad \text{y} \quad t \geq 0$$

Por tanto el número acumulado medio de recurrencias sobre  $(0, t]$  es:

$$\mu(0, t) = \int_0^t \lambda \beta s^{\beta-1} dt = \lambda t^\beta$$

Se considera que un sistema reparable modelado con regla de potencia está mejorando si  $0 < \beta < 1$ , y deteriorándose si  $\beta > 1$ . Si  $\beta = 1$  se tiene que  $v(t) = \lambda$ , por tanto el modelo se reduce al HPP. En el caso  $\beta = 2$  se obtiene una tasa de recurrencia linealmente creciente.

Para el modelo log-lineal, la tasa de recurrencia está dada por:

$$v(t) = e^{\alpha+\beta t} \quad \text{para} \quad -\infty < \alpha, \beta < \infty \quad \text{y} \quad t \geq 0$$

Por tanto el número acumulado medio de recurrencias sobre  $(0, t]$  es:

$$\mu(0, t) = \int_0^t e^{\alpha+\beta t} dt = \frac{e^\alpha (e^{\beta t} - 1)}{\beta}$$

Un sistema reparable modelado con log-lineal está mejorando si  $\beta < 0$ , y deteriorándose si  $\beta > 0$ . Cuando  $\beta = 0$ , se tiene que  $v(t) = e^\alpha$ , en consecuencia el modelo se reduce a un HPP.

### Pruebas para la tendencia de la tasa de recurrencia

Retomando el libro [4], allí se menciona que la gráfica más simple para datos de recurrencia de un solo sistema, es aquella que muestra el número acumulado de recurrencias a lo largo del tiempo. La no linealidad en este gráfico indica que los tiempos entre recurrencias no están distribuidos de manera idéntica. Para los procesos Poisson, esto implica una tasa de recurrencia no constante, lo cual puede estar

señalando un modelo NHPP. Un HPP debe tener una gráfica que sea aproximadamente lineal, pero este por sí solo no implica un HPP.

Para probar tendencia de HPP vs NHPP, se pueden usar las pruebas Military Handbook para modelo de potencia y Laplace para el modelo log-lineal. Para más detalle ver [4].

Otra forma de evaluar el modelo HPP contra el NHPP es a través de las estimaciones obtenidas para los  $\beta$  en los ajustes NHPP con los modelos de regla de la potencia y log-lineal, que de acuerdo con la teoría si  $\beta = 1$  ó  $\beta = 0$ , para cada caso respectivamente, entonces se tiene un modelo HPP.

## Ajuste de máxima verosimilitud del proceso Poisson

### Verosimilitud del proceso Poisson

Suponga que se observa un sistema por un periodo  $(0, t_0]$  con ocurrencia de fallas en  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , con  $t_n \leq t_0$ . Se tiene de [4] que la función de verosimilitud está dada por:

$$L(\Theta) = \left( \prod_{i=1}^n v(t_i) \right) \left( e^{-\int_0^{t_0} v(t) dt} \right) \quad (1)$$

#### Estimador de máxima verosimilitud para HPP

El MLE para la tasa de recurrencia está dada por:

$$\hat{v}(t) = \frac{n}{t_0} \quad (2)$$

#### Estimadores de máxima verosimilitud del NHPP con modelo de regla de la potencia

Los MLEs  $\hat{\beta}$  y  $\hat{\lambda}$  de  $\beta$  y  $\lambda$ , respectivamente, están dados por:

$$\hat{\beta} = \frac{n}{n \ln(t_0) - \sum_{i=1}^n \ln(t_i)} \quad (3)$$

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{t_0^{\hat{\beta}}} \quad (4)$$

#### Estimadores de máxima verosimilitud del NHPP con modelo log-lineal

Los MLEs  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$ , de  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente, se encuentran al resolver:

$$\sum_{i=1}^n t_i + \frac{n}{\hat{\beta}} - \frac{nt_0}{1 - e^{-\hat{\beta}t_0}} = 0 \quad (5)$$

para obtener  $\hat{\beta}$ . Luego con este valor, se calcula  $\hat{\alpha}$ :

$$\hat{\alpha} = \ln \left( \frac{n\hat{\beta}}{e^{\hat{\beta}t_0} - 1} \right)$$

La solución de estos valores se hace mediante métodos numéricos.

## Intervalos de confianza para los parámetros

Basados en la razón de verosimilitud, se construyen los intervalos de confianza, ya que proporcionan un método poderoso y extremadamente general para hacer inferencias sobre una amplia gama de combinaciones de modelos de datos.

### Intervalos de confianza para el NHPP con modelo de regla de la potencia

#### Intervalo de confianza para $\beta$

La verosimilitud de perfil para  $\beta$  es:

$$R(\beta) = \max_{\lambda} \left[ \frac{L(\lambda, \beta)}{L(\hat{\lambda}, \hat{\beta})} \right] = \left( \frac{\beta}{\hat{\beta}} \right)^n t_0^{n(\beta - \hat{\beta})} \prod_{i=1}^n t_i^{\beta - \hat{\beta}} \quad (6)$$

donde  $L(\cdot)$  es la función de verosimilitud.

El intervalo sobre el cual  $R(\beta) > e^{-\chi_{(1-\gamma,1)}^2/2}$  es un intervalo de confianza del  $100(1 - \gamma)\%$  aproximado para  $\beta$ , en otras palabras, los valores de  $\beta$  que tengan alta probabilidad. Usando la expresión 6, para todo valor fijo de  $\beta$ , se encuentra el punto de verosimilitud relativa más alta al maximizar la verosimilitud relativa con respecto a  $\lambda$ . Esto proporciona el nivel de verosimilitud de perfil para el valor de  $\beta$ . Valores de  $\beta$  con verosimilitud de perfil alta son más plausibles que aquellos con valores más bajos de verosimilitud de perfil.

#### Intervalo de confianza para $\lambda$

La verosimilitud de perfil para  $\lambda$  es:

$$R(\lambda) = \max_{\beta} \left[ \frac{L(\lambda, \beta)}{L(\hat{\lambda}, \hat{\beta})} \right]$$

La solución de ésta expresión es la solución de:

$$\frac{n}{\beta} + \sum_{i=1}^n (\ln(t_i)) - \lambda t_0^{\beta} \ln(t_0) = 0 \quad (7)$$

para  $\lambda$  fijo, y luego reemplazando en

$$\left( \frac{\lambda}{\hat{\lambda}} \right)^n \left( \frac{\beta}{\hat{\beta}} \right)^n \prod_{i=1}^n (t_i^{\beta - \hat{\beta}}) e^{\lambda t_0^{\hat{\beta}} - \lambda t_0^{\beta}} \quad (8)$$

El intervalo sobre el cual  $R(\lambda) > e^{-\chi_{(1-\gamma,1)}^2/2}$  es un intervalo de confianza del  $100(1 - \gamma)\%$  aproximado para  $\lambda$ .

### Intervalos de confianza para el NHPP con modelo log-lineal

#### Intervalo de confianza para $\beta$

La verosimilitud de perfil para  $\beta$  es:

$$R(\beta) = \max_{\alpha} \left[ \frac{L(\alpha, \beta)}{L(\hat{\alpha}, \hat{\beta})} \right] = \left[ \frac{\beta(e^{\hat{\beta}t_0} - 1)}{\hat{\beta}(e^{\beta t_0} - 1)} \right]^n e^{(\beta - \hat{\beta}) \sum_{i=1}^n t_i}$$

donde  $L(\cdot)$  es la función de verosimilitud. El intervalo sobre el cual  $R(\beta) > e^{-\chi_{(1-\gamma)}^2/2}$  es un intervalo de confianza del  $100(1-\gamma)\%$  aproximado para  $\beta$ .

*Intervalo de confianza para  $\alpha$*

La verosimilitud de perfil para  $\alpha$  es:

$$R(\alpha) = \max_{\beta} \left[ \frac{L(\alpha, \beta)}{L(\hat{\alpha}, \hat{\beta})} \right]$$

donde  $L(\cdot)$  es la función de verosimilitud y su solución, es la solución de:

$$\sum_{i=1}^n t_i + e^{\alpha} \left[ \frac{e^{\beta t_0} - 1}{\beta^2} - \frac{t_0 e^{\beta t_0}}{\beta} \right] = 0$$

para  $\alpha$  fijo, y luego reemplazando en

$$e^{n(\alpha-\hat{\alpha})} e^{(\beta-\hat{\beta})\sum_{i=1}^n t_i} e^{\frac{e^{\hat{\alpha}}(e^{\hat{\beta}t_0}-1)}{\hat{\beta}} - \frac{e^{\alpha}(e^{\beta t_0}-1)}{\beta}}$$

El intervalo sobre el cual  $R(\alpha) > e^{-\chi_{(1-\gamma)}^2/2}$  es un intervalo de confianza del  $100(1-\gamma)\%$  aproximado para  $\alpha$ .

### Estimación de la predicción de recurrencias futuras

El número esperado de recurrencias en un intervalo  $[t_1, t_2]$  es  $\int_{t_1}^{t_2} v(t, \Theta) dt$ . La correspondiente predicción puntual de máxima verosimilitud es  $\int_{t_1}^{t_2} v(t, \hat{\Theta}) dt$ .

Las predicciones puntuales para el número de recurrencias futuras están dadas por:

Para el modelo HPP es:

$$\int_{t_1}^{t_2} \hat{v}(t) dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{n}{t_0} dt = \frac{n}{t_0} (t_2 - t_1) \quad (9)$$

Para el modelo NHPP con regla de potencia:

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t, \hat{\Theta}) dt = \int_{t_1}^{t_2} \hat{\lambda} \hat{\beta} t^{\hat{\beta}-1} dt = \hat{\lambda} (t_2^{\hat{\beta}} - t_1^{\hat{\beta}}) \quad (10)$$

Y para el modelo NHPP log-lineal:

$$\int_{t_1}^{t_2} v(t, \hat{\Theta}) dt = \int_{t_1}^{t_2} e^{\hat{\alpha} + \hat{\beta} t} dt = \frac{e^{\hat{\alpha}}}{\hat{\beta}} (e^{\hat{\beta} t_2} - e^{\hat{\beta} t_1}) \quad (11)$$

## 2.2. Confiabilidad

En [6], se define la confiabilidad como la capacidad de un elemento para realizar una función requerida, en determinadas condiciones ambientales y operativas durante un período de tiempo establecido.

Así, la confiabilidad denotada  $R(t)$ , es la probabilidad de que el elemento no falle en el intervalo de tiempo  $(0, t]$ .

Ya que por definición  $N(t_1, t_2)$  tiene distribución Poisson, es decir,  $N(t_1, t_2) \sim p(\mu(t_1, t_2))$ . Se tiene que, confiabilidad está dada por:

$$P[N(t_1, t_2) = 0] = \frac{[\mu(t_1, t_2)]^0}{0!} e^{-\mu(t_1, t_2)} = e^{-\mu(t_1, t_2)} \quad (12)$$

### 2.3. Disponibilidad

Basados en [1], el concepto de disponibilidad se explica mejor en términos de un sistema de funcionamiento continuo que está operando y, por tanto, "activo", o está en mantenimiento y, por tanto, "inactivo". La disponibilidad se define entonces como la probabilidad de que en un momento arbitrario el sistema esté operando, es decir, "activo".

Al menos 3 tipos de disponibilidad se han definido. Estas son, disponibilidad inherente (intrínseca), lograda y operacional.

- **Disponibilidad inherente,  $A_i$ :** Considera el tiempo medio entre fallas o MTBF (Mean Time Between Failures, por sus siglas en inglés) y el tiempo medio para reparar o MTTR (Mean Time to Repair, por sus siglas en inglés) de un sistema y, por definición, está dado por la fórmula:

$$A_i = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR}$$

Excluye el tiempo de inactividad, el tiempo de logística, el tiempo de espera y el tiempo de mantenimiento preventivo y, por lo tanto, es un parámetro útil para el diseño de equipos/sistemas.

- **Disponibilidad lograda,  $A_a$ :** Incluye mantenimiento preventivo y viene dado por la fórmula:

$$A_a = \frac{MTBM}{MTBM + \bar{M}} \quad (13)$$

donde  $\bar{M}$  es el tiempo medio de mantenimiento preventivo y correctivo activo dado por la Ecuación (15) y  $MTBM$  es el intervalo medio entre las acciones de mantenimiento correctivo y preventivo igual al recíproco de la frecuencia a la que ocurren estas acciones, que es la suma de la frecuencia o tasa  $\lambda$  a la que ocurren las acciones correctivas, y la frecuencia o tasa  $f$  en el que se realizan las acciones de mantenimiento. Por tanto,

$$MTBM = \frac{1}{\lambda + f} \quad (14)$$

$$\bar{M} = \frac{\sum \lambda_i M_{ci} + \sum f_i M_{pi}}{\sum \lambda_i + \sum f_i} \quad (15)$$

donde

$\lambda_i$  = tasa de falla del i-ésimo componente reparable o reemplazable en el equipo/sistema.

$M_{ci}$  = tiempo de mantenimiento activo de un sistema cuando falla el i-ésimo componente con tasa de falla  $\lambda_i$ .

$f_i$  = frecuencia con la que se realiza mantenimiento preventivo al i-ésimo componente.

$M_{pi}$  = tiempo de mantenimiento activo del sistema cuando se realiza mantenimiento preventivo al i-ésimo componente.

- **Disponibilidad operacional,  $A_o$ :** Incluye además de  $A_a$ , el tiempo de logística, el tiempo de espera y el tiempo administrativo, de modo que el tiempo de inactividad medio total MDT se convierte en:

$MDT = \bar{M}$  + Tiempo medio de espera + Tiempo logístico medio +  
Tiempo administrativo medio.

y añade al tiempo de actividad el tiempo de disponibilidad RT, es decir,

$$A_o = \frac{MTBM + RT}{MTBM + RT + MDT}$$

note que RT es el tiempo promedio de disponibilidad del sistema en un ciclo operativo completo, siendo el ciclo  $MTBM + MDT + RT$ .



### 3. Metodología

Para dar solución al problema planteado, en primer lugar, se conoció superficialmente el funcionamiento y algunos procesos de la empresa, enfocado en las líneas de transmisión y los modos de falla que presenta. Posteriormente, se realizó un estudio minucioso del reporte hecho por el practicante Mateo Ochoa Medina [5], verificando al mismo tiempo los cálculos matemáticos mostrados en la sección anterior. Seguidamente, se replicó en las líneas restantes su respectivo cálculo de confiabilidad.

Finalmente, se estudió del libro [1] *Engineering Design Handbook - Maintainability Engineering Theory and Practice* los conceptos relacionados con la Disponibilidad.

#### Herramientas

Las principales herramientas utilizadas fueron RStudio, Excel y el servicio de análisis de datos de Microsoft, Power BI. Esta última con el fin de presentar los resultados de una forma de fácil visualización y poder incluirla en sus tableros.

#### Confiabilidad

##### Base de datos y variables

La base de datos utilizada, pertenece a la empresa ISA INTERCOLOMBIA. Es un archivo de excel que reporta las fallas desde 1999 hasta 30-07-2021. Consta de 26 variables, de las cuales 4 fueron de interés:

- Causa Real: Origen de la falla.
- Elemento: Línea en donde ocurrió la falla.
- Fecha Salida: Fecha de la falla.
- Hora Salida: Hora de la falla.

##### Implementación del código en R

La programación para el desarrollo del proceso Poisson en la confiabilidad, se llevó a cabo en RStudio. A continuación, se describirá de forma resumida el paso a paso implementado.

Para comenzar, se realiza la lectura de la base de datos, restringiendo el número de columnas de tal forma que incluya las variables de interés, “Causa real”, “Elemento”, “Fecha Salida” y “Hora Salida”. Luego se filtra en la variable “Elemento” la línea a la cual se le realizará el cálculo de confiabilidad. Después, se crea una variable de clase POSIXct llamada “tiempo\_estampilla”, donde se unen las variables “Fecha Salida” y “Hora Salida”.

A continuación, conviene tener los tiempos de falla en días, tomando de referencia la fecha de puesta en servicio de la línea, es decir, a cada falla le corresponde un número, días transcurridos desde la fecha de puesta en servicio hasta la falla y se guardan en “tiempo\_fallas”.

Con lo obtenido, se crea una nueva base de datos con las variables “Tiempo” (resultado del procedimiento anterior guardado como “tiempo\_fallas”), “Evento” (para todos corresponde falla) y “Modo\_falla” (se encuentra la causa de la falla). Ahora bien, según lo acordado con el experto, se eliminan los datos

repetidos en la variable “Tiempo” y además, que presenten los mismos orígenes de falla, diseñando así, una base de datos con el nombre *fallas0*, con esta última se continúa el trabajo.

Para el análisis descriptivo y exploratorio de los datos, que se expone en la siguiente sección, se programa para extraer las tablas donde se especifica el número de ocurrencias por año, proporciones en los modos de falla y su respectivo gráfico para las frecuencias. Seguidamente se grafica la función que ilustra el número de fallas acumuladas,  $N(t)$ , como una función del tiempo para los datos en “tiempo\_fallas”. Adicionalmente, otros dos gráficos con la misma información del anterior, uno añadiendo en la parte inferior y de forma horizontal, la distribución de fallas en el tiempo y los tiempos entre falla y el otro, con una curva suave a través de los puntos para observar mejor el comportamiento en cuanto a linealidad, concavidad o convexidad.

Para el análisis inferencial, se definen los valores denotados por  $n$ , que representa la cantidad total de fallas,  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , los números obtenidos en “tiempo\_fallas”, como se mencionó anteriormente, indican el tiempo en que se presentó la falla y  $t_0$  que indica el último instante de observación, el cual puede coincidir con el de la última falla, de ser así  $t_0 = t_n$ , si no,  $t_0 = t_n +$  tiempo transcurrido entre la última falla y último tiempo de observación, el cual para todas las líneas corresponde la fecha 30-07-2021.

Seguidamente, se realizan las estimaciones para el NHPP de potencia, programando las ecuaciones 3 y 4, que proporcionan los MLEs para  $\lambda$  y  $\beta$ . Por otro lado, mediante métodos numéricos, se grafica la verosimilitud de perfil para estos parámetros, usando las expresiones 6, 7 y 8 y se calculan los intervalos de confianza del 95% basados en la razón de verosimilitud para ambos parámetros. De la expresión 1 y la tasa de recurrencia del modelo de potencia, se extrae la función de log-verosimilitud y se evalúan los MLEs, para obtener la log-verosimilitud en el punto máximo. Finalmente, se grafica el comportamiento de la tasa de recurrencia estimada en el intervalo de tiempo que se observó.

Se desarrolla el mismo procedimiento para las estimaciones en el modelo NHPP log-lineal, con la diferencia de que para calcular el MLE para  $\beta$  se grafica la expresión 5 como ayuda para obtener la solución mediante el método de la bisección, el cual requiere de dos puntos iniciales que determinan un intervalo, en el que se tiene certeza sobre la existencia de una raíz.

Se elabora además para el modelo HPP, el cómputo de la expresión 2, la cual indica la tasa de fallas estimada (constante).

Una vez decidido entre el modelo HPP vs. NHPP con regla de Potencia o HPP vs. NHPP log-lineal, mediante la estimación de  $\beta$  y sus respectivos intervalos de confianza o en su defecto, si en ambos casos se descarta el HPP, se decide entre NHPP con regla de Potencia y NHPP log-lineal, mediante la Log verosimilitud en el punto máximo. se procede a realizar el pronóstico de fallas a un año, es decir, para el intervalo de tiempo marcado por el último tiempo de observación y éste más 365 días. Para este fin, se programaron las expresiones 9, 10 y 11 y por medio de una función se implementa la que corresponde al modelo que mejor se ajustó a los datos.

Para finalizar este cálculo de confiabilidad se utiliza la función de R para la distribución Poisson, indicando el pronóstico de fallas y el 0, en concordancia con la expresión 12 y se grafica la confiabilidad asociada a diferentes pronósticos de fallas.

## Disponibilidad

### Base de datos y variables

Para este procedimiento, fue proporcionado otro archivo de excel diferente al anterior, el cual ha sido diligenciado de forma diferente. Presenta datos desde el 2000 hasta el 10-10-2021, pero por la confiabilidad de la información y en acuerdo con el experto, se tiene en cuenta los datos a partir del 01-01-2004,

o en su defecto, si la puesta en servicio de la línea es después de dicha fecha, se considera a partir esta. Tiene 14 variables, de las cuales 5 fueron de interés:

- Causa Regulatoria: Indica si se realizó mantenimiento correctivo o preventivo.
- Elemento: Línea a la que se le realizó el mantenimiento.
- Fecha Evento: Fecha del mantenimiento.
- Hora Evento: Hora del mantenimiento.
- Disponibilidad Horas: Tiempo en horas del mantenimiento.

### **Implementación del código en R**

Para la disponibilidad, se requiere el cálculo de tasas de recurrencia, tanto para el mantenimiento correctivo, como preventivo, por ello al igual que para la confiabilidad, se utilizan los procesos Poisson y por tanto se emplea gran parte del código descrito anteriormente.

Para comenzar, se realiza la lectura de la base de datos. Luego se filtra en la variable “Elemento” la línea a la cual se le realizará el cálculo de disponibilidad y la fecha a partir de la cual se toman los datos. Seguidamente, se cambia el nombre de las variables “Fecha Evento” por “Fecha Salida” y “Hora Evento” por “Hora Salida” y así poder usar el código anterior.

Adicionalmente, se filtra la variable “Causa Regulatoria”, eligiendo aquellos datos que corresponden a mantenimiento preventivo. También se sacan los datos atípicos de la variable “Disponibilidad Horas” mediante el rango intercuartílico, para ello se saca el primer y tercer cuartil, Q1 y Q3 respectivamente, de ahí se obtiene el rango intercuartílico,  $IQR = Q3 - Q1$ , luego se toman los datos que están entre  $Q1 - (IQR) * 1.5$  y  $Q3 + (IQR) * 1.5$ , creando así una nueva base de datos, de la cual se saca la media y este valor se divide por 24 para representar el tiempo en días.

Con la base de datos inicial (sin quitar los datos atípicos), se realiza el mismo procedimiento empleado para obtener la tasa de recurrencia para el mantenimiento preventivo.

Por otro lado, para el mantenimiento correctivo, se filtra la variable “Causa Regulatoria” tomando aquellos datos que corresponden a este tipo de mantenimiento y se realiza lo mismo que se implementó para el mantenimiento preventivo, obteniendo así la media del tiempo empleado para tales eventos y la tasa de recurrencia.

Una vez obtenidos estos valores, se programan las expresiones 13, 14 y 15, obteniendo así el cálculo deseado. Finalmente se realiza un gráfico que ilustre el comportamiento de la disponibilidad a través del tiempo.

## 4. Desarrollo práctico

### 4.1. Confiabilidad

Es fundamental mencionar que las líneas de transmisión son las que se usan para llevar la energía eléctrica a grandes distancias. Para realizar este desarrollo práctico, nos basamos en [3] y [5]. Se consideran datos de una de las líneas, llamemosla Línea 1.

Tomando el archivo donde están registrados los eventos de todas las líneas, desde 1999 hasta el 30-07-2021, se realiza un filtrado sobre la columna **Elemento** y se crea una nueva tabla sólo con los datos que corresponden a la Línea 1.

Los datos consisten de tiempos transcurridos (en días) desde el tiempo de puesta en servicio hasta cada evento de falla que requirió de mantenimiento correctivo, en este caso están entre las fechas 2000-01-01 y 2021-07-30. En la Tabla 1 se muestra la estructura de los datos, sin duplicados en la fecha y hora de falla, se exhiben sólo las primeras 10 observaciones de un total de 112. La tabla 2 presenta el número de fallas por año, donde se registra que los años con mayor número de fallas han sido 2015 y 2016.

Tiempo	Evento	Modo de falla
294.8194	Falla	Sin Análisis - Categoría Causa
450.0618	Falla	Descarga Atmosférica
467.1187	Falla	Descarga Atmosférica
509.9986	Falla	Descarga Atmosférica
527.9632	Falla	Descarga Atmosférica
659.1972	Falla	Descarga Atmosférica
659.9500	Falla	Descarga Atmosférica
659.9917	Falla	Descarga Atmosférica
883.1410	Falla	Descarga Atmosférica
916.4465	Falla	Descarga Atmosférica
⋮	⋮	⋮

Tabla 1: Estructura de los datos de recurrencias.

Año	Número de fallas	Año	Número de fallas
2000	1	2011	5
2001	7	2012	3
2002	4	2013	8
2003	9	2014	6
2004	4	2015	11
2005	2	2016	11
2006	5	2017	5
2007	1	2018	3
2008	1	2019	7
2009	2	2020	9
2010	5	2021	3

Tabla 2: Número de fallas por año

Los modos de falla que presenta ésta línea son: Descarga atmosférica, No establecida - Categoría causa y Sin análisis - Categoría causa, estos dos últimos hacen referencia al desconocimiento del motivo de la falla por parte de los expertos.

Cabe resaltar que en otras líneas se presentan, además de estos modos de falla, otros muy comunes como: Alta vegetación, Quema o fuego bajo la línea, Cruce conductores multicircuito, AMI atentado torre definitiva, entre otros.

*Análisis descriptivo y exploratorio de los datos*

Sabemos que todo estudio que involucre estadística debe comenzar con un análisis descriptivo de los datos, ya que proporciona una base para realizar posteriormente un análisis inferencial, así mismo, los datos pueden ofrecer perspectivas útiles que lleven a la creación de hipótesis y a una mejor interpretación de los resultados de un modelo. Por lo mencionado, esta parte se enfoca en examinar los datos.

Para comenzar, se realizará el análisis ignorando los modos de falla, es decir, se asumen del mismo tipo. Esto debido a que si se observa la Tabla 3 y la Figura 1, con el gráfico de barras, históricamente la causa de falla que más se ha presentado, es la descarga atmosférica, con una proporción aproximada del 87%, lo que indica que hay un bajo número de ocurrencias asociadas a los tipos de falla restantes, de modo que impide la partición de eventos, para posteriormente realizar el estudio descriptivo e inferencial de la información.

Modo de falla	Frecuencia	Proporción
Descarga Atmosférica	98	0.8750
No Establecida - Categoría Causa	12	0.1071
Sin Análisis - Categoría Causa	2	0.0178

Tabla 3: Número de ocurrencias y proporciones de los modos de falla.

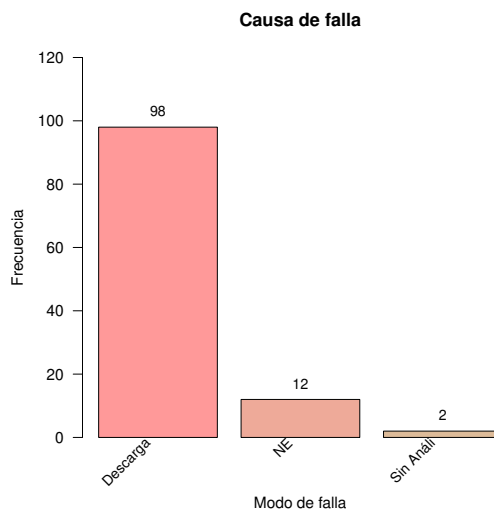


Figura 1: Representación gráfica de las frecuencias de las causas de falla.

Apoyados en [6], el número de fallas  $N(t)$  se puede ilustrar como una función del tiempo  $t$  (calenda-

rio) como se ilustra en la Figura 2. La gráfica se denomina gráfica  $N(t)$  o gráfica de Nelson-Aalen. Note que por definición es constante entre fallas y presenta saltos con altura de 1 unidad en los tiempos de falla  $t_i$  para  $i = 1, 2, 3, \dots$ . Por tanto, es suficiente trazar sólo los puntos de salto  $(t_i, N(t_i))$ .

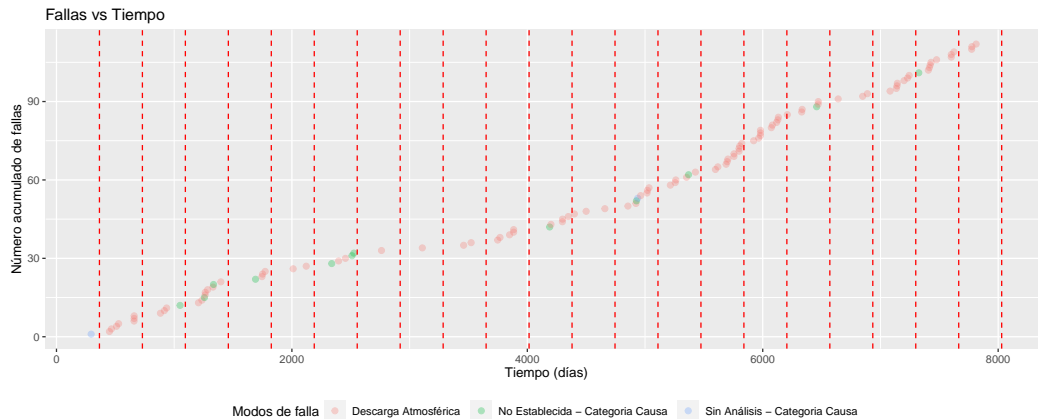


Figura 2: Número de fallas  $N(t)$  como función del tiempo para los datos de la Tabla 1

En la figura 2, cada modo de falla tiene asociado un color y las líneas punteadas verticales rojas representan un año calendario. En este tipo de gráfica, se esperaría ver algún patrón en los modos de falla para ciertos intervalos de tiempo, sin embargo, estos no son muy claros. Adicionalmente, en la gráfica no se observa un comportamiento lineal, más bien se observa, un comportamiento aproximadamente convexo, entre los 2000 y 6000 días, mostrando una persistencia a crecer hasta el final. Cabe resaltar que la gráfica está mayormente influenciada por el modo de falla descarga atmosférica. Por ende, se espera que siga predominando lo anterior en el futuro, si no se realizan acciones de mejora para la línea.

Cuando el sistema parece estar deteriorándose y las fallas tienden a ser más frecuentes, es denominado un sistema triste por Ascher y Feingold (1984) y un sistema con la propiedad opuesta, donde las fallas se vuelven menos frecuentes con el tiempo de operación, se llama sistema feliz. Basados en estas descripciones, notemos que  $N(t)$  como función de  $t$ , tenderá a ser convexo cuando el sistema está triste y tenderá a ser cóncavo cuando el sistema está feliz. Si  $N(t)$  es aproximadamente lineal, el sistema es estable, es decir, los tiempos de interocurrencia tendrán la misma longitud esperada.

El gráfico de la Figura 3 es el mismo en contraste con el de la Figura 2, añadiéndole que en la parte inferior, a lo largo del eje horizontal se muestra la distribución de las fallas en el tiempo y, adicionalmente, los tiempos entre fallas, los cuales claramente no tienen la misma distancia. Por otro lado,  $N(t)$  no es lineal en ningún rango de tiempo de observación, se puede entonces reafirmar lo mencionado anteriormente, que en la gráfica predomina el comportamiento convexo, por tanto, la línea 1 está deteriorándose, en otras palabras, es un sistema “triste”.

En este caso, resulta sencillo realizar este tipo de hipótesis para el comportamiento de la gráfica, hecho que servirá de ayuda para el análisis inferencial de los datos, sin embargo, para otras líneas no, por tal razón nos apoyamos en la gráfica de la figura 4, la cual traza una curva suave a través del gráfico  $N(t)$ .

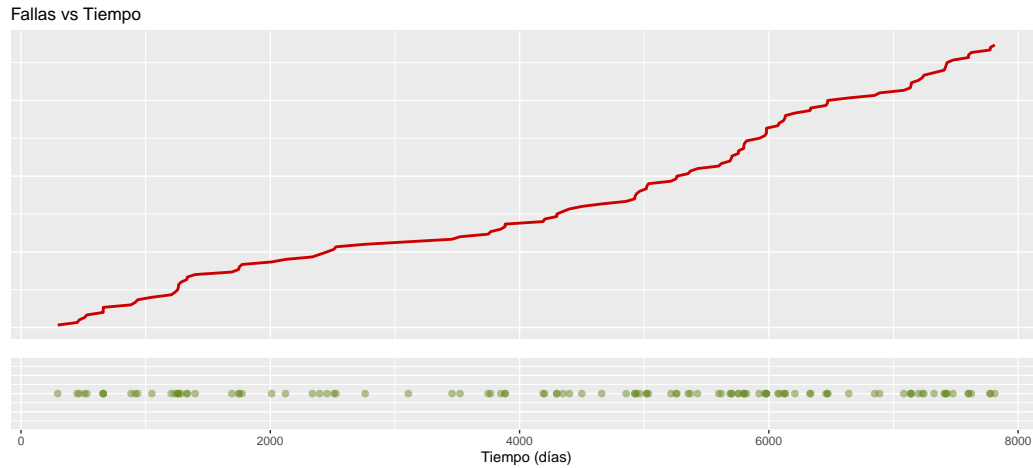


Figura 3: Número de fallas  $N(t)$  como función del tiempo para los datos de la Tabla 1 y frecuencia de las fallas.

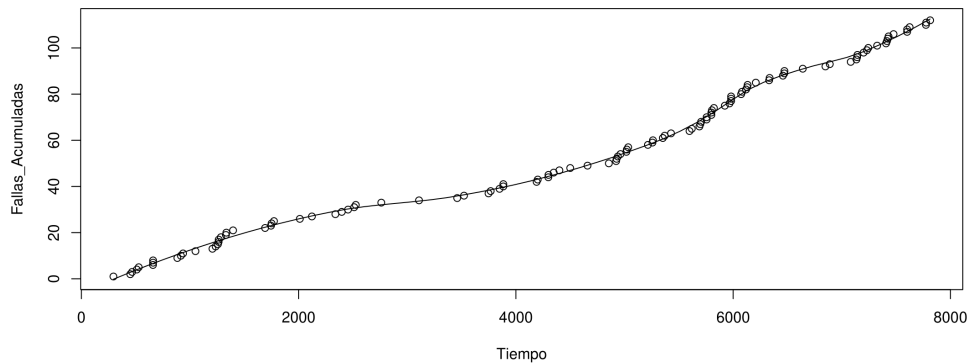


Figura 4: Número de fallas  $N(t)$  como función del tiempo para los datos de la Tabla 1 junto con una curva suave

### *Análisis inferencial de los datos*

#### *Estimaciones para el NHPP de potencia*

La Tabla 4, presenta las estimaciones de los parámetros. En la figura 5, se muestra  $R(\lambda)$  (izquierda) y  $R(\beta)$  (derecha), los cuales indican cómo obtener los intervalos de confianza del 95% aproximados basados en la verosimilitud para  $\lambda$  y  $\beta$ , respectivamente. La línea horizontal roja es  $e^{-\chi^2_{(0,05;1)}/2} = 0.1465001$ , el cual proporciona los puntos finales de sus intervalos de confianza (dados numéricamente en las columnas 3 y 4 de la Tabla 4) al cortar la curva en dos puntos. La línea vertical azul son los respectivos MLEs, cuyos valores se encuentran en la columna 1 de dicha tabla.

Se tiene que el intervalo de confianza para  $\beta$  es  $[1.0472, 1.5172]$ , por lo que  $\beta > 1$ , así en la prueba de HPP vs. NHPP con modelo de regla de la potencia, se descarta HPP, lo que significa que la Línea 1 con este modelo se está deteriorando, lo que concuerda con lo mencionado en el análisis descriptivo.

Resultados de la estimación de máxima verosimilitud			
	MLE	95 % Inferior	95 % Superior
$\lambda$	0.001285721	0.0001359947	0.009385285
$\beta$	1.267779	1.047252	1.517283
Log verosimilitud en el punto máximo: -585.5122			

Tabla 4: Parámetros estimados por máxima verosimilitud asumiendo un modelo NHPP de regla de la potencia para los datos de la Línea 1.

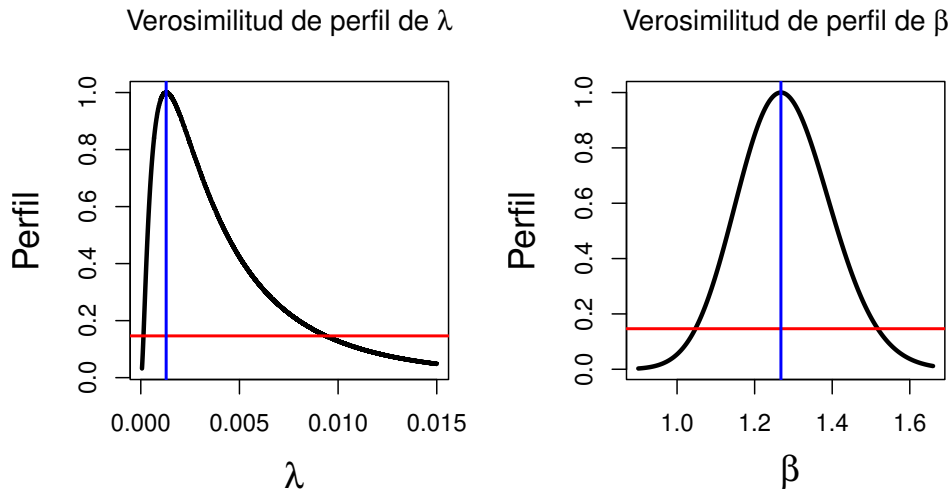


Figura 5: Verosimilitudes de perfil asumiendo un modelo NHPP de regla de la potencia. En la izquierda  $R(\lambda)$  y en la derecha  $R(\beta)$ .

#### Estimaciones para el NHPP log-lineal

La Tabla 5, presenta las estimaciones de los parámetros. La figura 6, muestra  $R(\alpha)$  (izquierda) y  $R(\beta)$  (derecha), los cuales indican cómo obtener los intervalos de confianza del 95 % aproximados basados en la verosimilitud para  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente. La línea horizontal roja es  $e^{-\chi^2_{(0.05;1)}/2} = 0.1465001$ , la cual proporciona los puntos finales de sus intervalos de confianza (dados numéricamente en las columnas 3 y 4 de la Tabla 5) al cortar la curva en dos puntos. La línea vertical azul son los respectivos MLEs, cuyos valores se encuentran en la columna 1 de dicha tabla.

Resultados de la estimación de máxima verosimilitud			
	MLE	95 % Inferior	95 % Superior
$\alpha$	-4.717483	-5.152578	-4.31787
$\beta$	0.0001097806	0.000027485	0.0001936061
Log verosimilitud en el punto máximo: -584.9996			

Tabla 5: Parámetros estimados por máxima verosimilitud asumiendo un modelo NHPP log-lineal para los datos de la Línea 1.

Se tiene que el intervalo de confianza al 95 % para  $\beta$  es  $[0.000027, 0.000193]$   $\beta > 0$ , por tanto en la



prueba de HPP vs. NHPP con modelo log-lineal, se descarta el HPP.

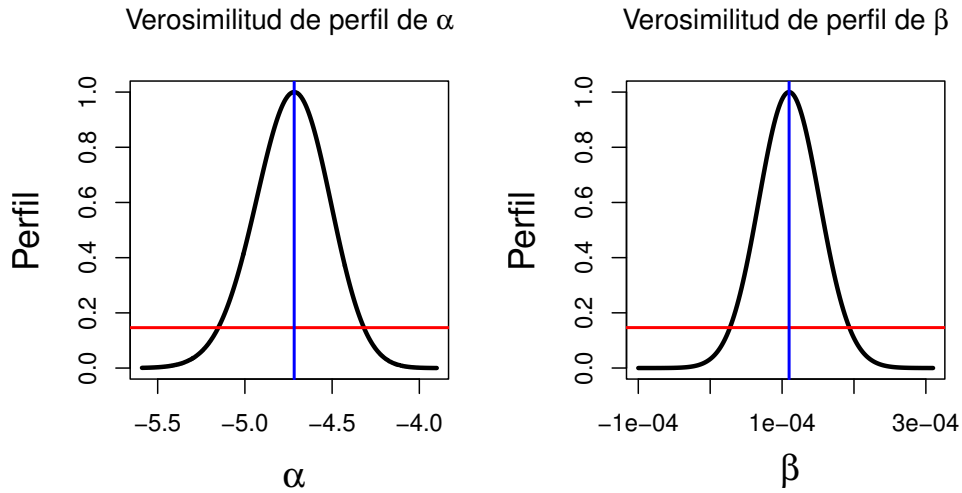


Figura 6: Verosimilitudes de perfil asumiendo un modelo NHPP log-lineal. En la izquierda  $R(\alpha)$  y en la derecha  $R(\beta)$ .

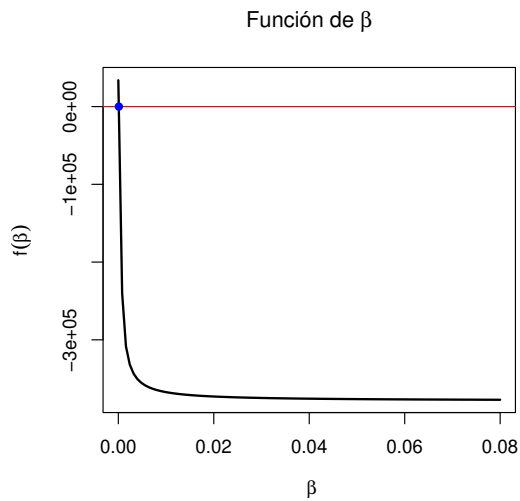


Figura 7: Expresión para  $\beta$  evaluada en los datos de la Línea 1. El punto azul es la raíz positiva, que resulta del corte entre la función y la línea horizontal roja  $y = 0$ .

Como se mencionó, el MLE de  $\beta$  se obtiene como raíz de la expresión:

$$\sum_{i=1}^n t_i + \frac{n}{\beta} - \frac{nt_0}{1 - e^{-\beta t_0}} = 0$$

La Figura 7 representa dicha función y dado que parece tener dos raíces, una positiva y una negativa, se tomó la raíz positiva para este caso, ya que de acuerdo como se indicó anteriormente, si  $\beta > 0$  la Línea 1 modelada por el modelo log-lineal se está deteriorando, lo que concuerda con lo que se dedujo en el análisis descriptivo.

*Elección del modelo para los datos de la Línea 1*

Hemos visto que en ambos casos se descarta el modelo HPP. La elección del modelo paramétrico NHPP que mejor ajusta a los datos de recurrencia, es una decisión que se toma de acuerdo con las estimaciones obtenidas.

De las Tablas 4 y 5 se observa que el valor de la función de log-verosimilitud para el modelo log-lineal es -584.9996, el cual es mayor que -585.5122 que corresponde al modelo de regla de la potencia, de manera que el modelo log-lineal sugiere un mejor ajuste.

De esta forma, eligiendo el modelo NHPP con modelo log-lineal se tendría la siguiente tasa de recurrencia representada en la figura 8.

$$\begin{aligned} v(t, \hat{\Theta}) &= e^{\hat{\alpha} + \hat{\beta}t} \\ &= e^{-4.717483 + 0.0001097806t} \end{aligned} \tag{16}$$

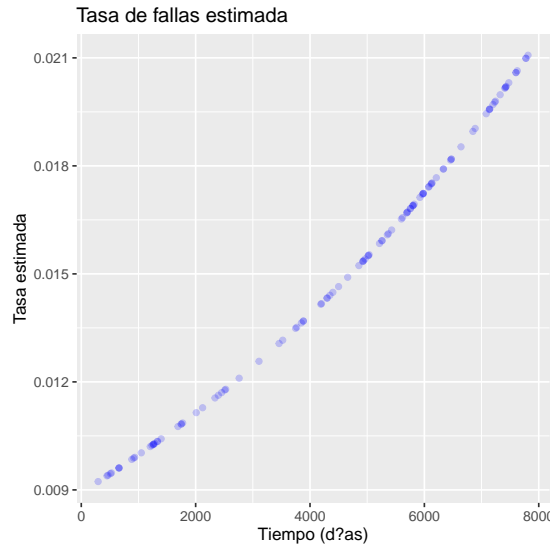


Figura 8: Tasa de recurrencia estimada del modelo NHPP con modelo log-lineal.

*Estimación de la predicción del número futuro de recurrencias*

Para el caso de la Línea 1, se tiene que la predicción del número de fallas en un intervalo futuro, está dado por el modelo NHPP con modelo log-lineal, es decir:

$$\begin{aligned} \int_{t_1}^{t_2} v(t, \hat{\Theta}) dt &= \frac{e^{\hat{\alpha}}}{\hat{\beta}} (e^{\hat{\beta}t_2} - e^{\hat{\beta}t_1}) \\ &= \frac{e^{-4.717483}}{0.0001097806} (e^{0.0001097806t_2} - e^{0.0001097806t_1}) \end{aligned} \tag{17}$$

Se desea estimar el número de fallas futuras desde el último tiempo de observación a un año, es decir entre  $t_1 = 7881.974$  días y  $t_2 = 8246.974$  días, por tanto el número de recurrencias esperadas en este intervalo de tiempo es:

$$\int_{7881.974}^{8246.974} v(t, \hat{\Theta}) dt = \frac{e^{-4.717483}}{0.0001097806} (e^{0.0001097806(8246.974)} - e^{0.0001097806(7881.974)}) \quad (18)$$

$$= 7.90743$$

Esto es, en un año a partir de Agosto-2021, se espera tener para Línea 1, entre 7 y 8 recurrencias.

Por otro lado, se tiene que  $N(7881.974, 8246.974)$  tiene distribución Poisson, es decir,  $N(7881.974, 8246.974) \sim p(\mu(7881.974, 8246.974))$ .

Luego, la confiabilidad de la línea es:

$$P[N(t_1, t_2) = 0] = \frac{[\mu(t_1, t_2)]^0}{0!} e^{-\mu(t_1, t_2)}$$

$$= e^{-\mu(t_1, t_2)}$$

$$= e^{-\mu(7881.974, 8246.974)} \quad (19)$$

$$= e^{-7.90743}$$

$$= 0.0003679991$$

Usando el término de porcentaje, la Línea 1 tiene una confiabilidad del 0.0367%.

En la Figura 9, se evidencia que la línea tiene muy baja confiabilidad (punto naranja) con la predicción obtenida. Además, se observa que la confiabilidad disminuye rápidamente, a medida que aumentan las fallas futuras.

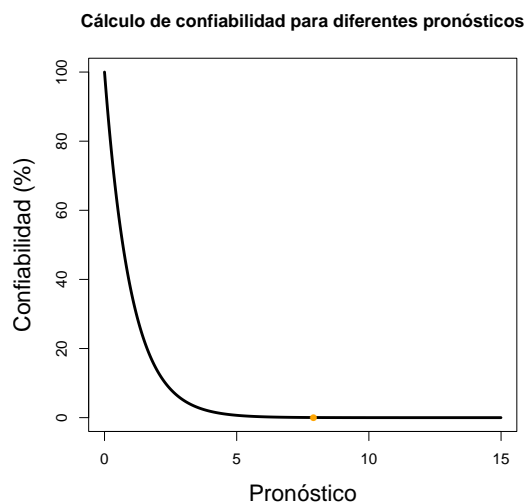


Figura 9: Confiabilidad asociada a diferentes pronósticos posibles para el año siguiente.

#### 4.1.1. Resultados

En la Tabla 6, se presenta 36 resultados de un total de 56, obtenidos para otras líneas de transmisión de energía. Los cuales también se presentaron en Power BI, el cual es un programa para la visualización interactiva de datos.

<b>Línea</b>	<b>Recurrencias a un año</b>	<b>Confiabilidad %</b>
Línea 1	7 - 8	0.036799 %
Línea 2	19 - 20	0.0000003 %
Línea 3	14 - 15	0.000053 %
Línea 4	7 - 8	0.077524 %
Línea 5	3 - 4	4.275719 %
Línea 6	2 - 3	7.567382 %
Línea 7	2 - 3	6.143749 %
Línea 8	2 - 3	6.732080 %
Línea 9	2 - 3	8.202666 %
Línea 10	2 - 3	5.250074 %
Línea 11	2 - 3	6.482474 %
Línea 12	2 - 3	7.520241 %
Línea 13	3 - 4	3.402931 %
Línea 14	2 - 3	12.36493 %
Línea 15	3 - 4	3.957922 %
Línea 16	3 - 4	3.754602 %
Línea 17	1 - 2	15.98398 %
Línea 18	1 - 2	14.88152 %
Línea 19	2 - 3	6.408686 %
Línea 20	0 - 1	85.71692 %
Línea 21	6 - 7	0.187674 %
Línea 22	4 - 5	1.453434 %
Línea 23	3 - 4	1.880744 %
Línea 24	5 - 6	0.376139 %
Línea 25	5 - 6	0.401054 %
Línea 26	6 - 7	0.151151 %
Línea 27	4 - 5	1.728198 %
Línea 28	4 - 5	1.411644 %
Línea 29	4 - 5	1.288970 %
Línea 30	4 - 5	1.119749 %
Línea 31	2 - 3	7.807206 %
Línea 32	3 - 4	3.101901 %
Línea 33	3 - 4	4.029782 %
Línea 34	3 - 4	3.225926 %
Línea 35	3 - 4	4.453290 %

Tabla 6: Algunos de los resultados obtenidos en el cálculo de confiabilidad.

## 4.2. Disponibilidad

Para realizar este cálculo, se toman los datos de un archivo excel, diferente al usado para la confiabilidad, ya que este último no tiene una de las variables de interés correspondiente al tiempo empleado en la reparación o mantenimiento. Este presenta, entre otras, la causa regulatoria, fecha y hora de los eventos, la indisponibilidad en horas. Con base en lo acordado con el experto, se tendrán en cuenta los datos entre las fechas 01-01-2004 y 10-10-2021 por la confiabilidad de la información, tanto para el mantenimiento preventivo (programado) y correctivo (fallas), o en su defecto, si su puesta en servicio es después de dicha fecha, se considerará a partir de la fecha de puesta en servicio.

Por otro lado, consideraremos una línea como un sistema de un solo componente, así para la Ecuación 15, se tiene que  $i = 1$ , por tanto,  $\lambda_i = \lambda_1$  y  $f_i = f_1$ . Por facilidad en la notación, se considera  $\lambda_i = \lambda$ ,  $f_i = f$ ,  $M_{pi} = M_p$  y  $M_{ci} = M_c$

El desarrollo se llevará a cabo para la línea, que corresponde en el cuadro 6, a la Línea 2. Como se mencionó, se toman los datos a partir del 2004.

La primera parte, se enfoca en obtener los datos correspondientes al mantenimiento preventivo. Para comenzar, se filtra en la columna “Causa Regulatoria” los datos correspondientes a:

- Mantenimiento programado plan.
- Mantenimiento mayor.
- Mantenimiento programado fuera plan.

Se obtienen 23 datos, de los cuales, para obtener  $M_p$  (tiempo de mantenimiento activo del sistema cuando se realiza mantenimiento preventivo) se excluyen los valores atípicos que se detectan utilizando el rango intercuatílico, ya que con estos datos se tendría una media de 13.16 horas para realizar un mantenimiento preventivo, siendo este un valor no muy acorde con la realidad. Para una breve visualización de esta variable, se observa el histograma de frecuencias en la Figura 10, el cual indica que es más frecuente un mantenimiento de aproximadamente 10.5 horas.

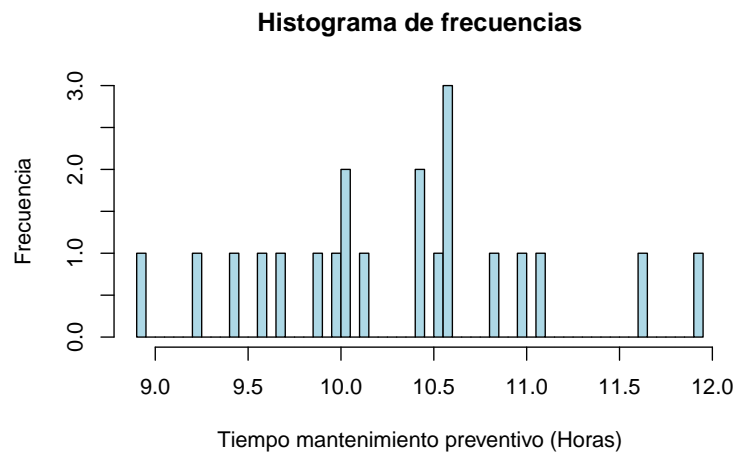


Figura 10: Gráfico de frecuencia para el tiempo de mantenimiento preventivo

Considerando la media de la variable Indisponibilidad Horas, que corresponde al tiempo empleado en realizar el mantenimiento, se tiene que:

$$\widehat{M}_p = 10.3127 \text{ horas} = 0.4296958 \text{ días.}$$

Para calcular la tasa o frecuencia de mantenimiento  $f$  se utiliza gran parte del código empleado en el cálculo de confiabilidad, ya que este ajusta los datos a un modelo que requiere la tasa de recurrencia.

Como se hizo anteriormente, se empieza con un análisis exploratorio de los datos.

En la Figura 11, se tiene el gráfico que representa el número de mantenimientos preventivos acumulados en función del tiempo y se observa que en el último año se han realizado más mantenimientos preventivos, lo que puede influenciar en el análisis inferencial y la elección del modelo, ya que la gráfica presenta un comportamiento aproximadamente convexo.

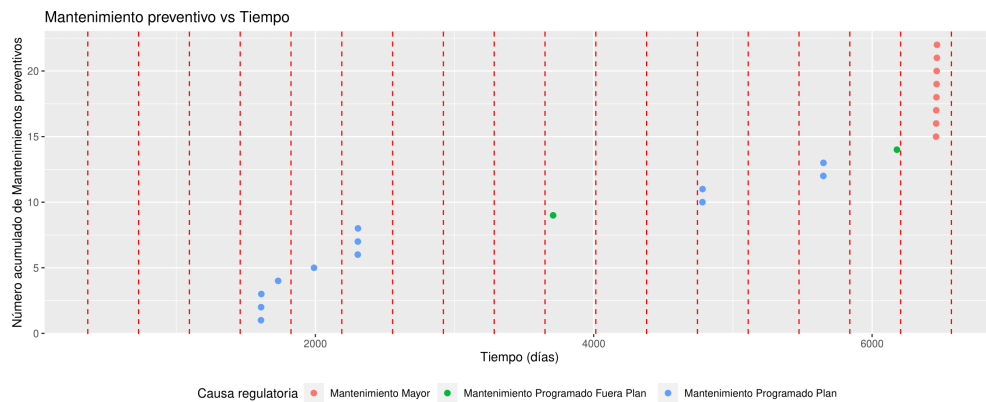


Figura 11: Número de mantenimientos preventivos acumulados en función del tiempo.

Después de realizar el mismo procedimiento anterior, se tiene que el mejor modelo que se ajusta a los datos es el NHPP con modelo log-lineal, para el cual la tasa de recurrencia hasta la fecha de observación, es:

$$\hat{f} = 0.008879933$$

Una vez obtenidos los valores deseados del mantenimiento preventivo, se trabaja con los datos del mantenimiento correctivo.

Para este caso, se filtra en la columna “Causa Regulatoria” los datos correspondiente a:

- Mantenimiento Emergencia
- Catástrofe Natural
- Evento Forzado
- Fuerza Mayor

Se obtienen 66 datos, de los cuales, para obtener  $M_c$  (tiempo de mantenimiento activo del sistema cuando se realiza mantenimiento correctivo), se excluyen los valores atípicos ya que con estos datos se tendría

una media de 60.83 horas para realizar un mantenimiento correctivo, lo cual no es acorde con la realidad. Una vez realizado este filtrado, se obtienen 57 datos. La Figura 12, muestra que el tiempo que más se presenta para realizar un mantenimiento correctivo, está entre 0 y 1 hora.

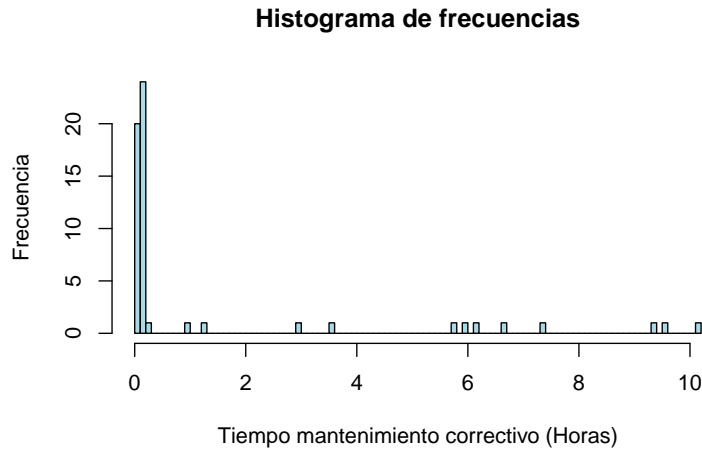


Figura 12: Gráfico de frecuencia para el tiempo de mantenimiento correctivo.

Considerando la media del tiempo de mantenimiento, se tiene que:

$$\widehat{M}_c = 1.310526 \text{ horas} = 0.05460526 \text{ días.}$$

Así mismo, en la figura 13 se muestra el gráfico que representa el número de mantenimientos correctivos acumulados en función del tiempo, la cual presenta un comportamiento aproximadamente cóncavo, que se ve interrumpido en el último año por el evento Catastrofe natural.

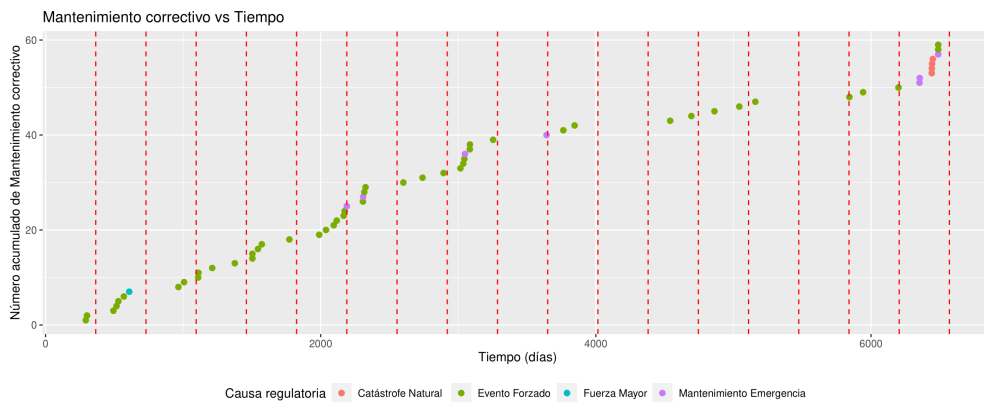


Figura 13: Número de mantenimientos correctivos acumulados en función del tiempo.

Finalmente, se tiene que el mejor modelo que se ajusta a los datos, es el NHPP de potencia. Para el cual la tasa de recurrencia hasta la última fecha de observación es:

$$\hat{\lambda} = 0.007367661$$

Se tienen los valores requeridos en las ecuaciones para el cálculo de la disponibilidad, en consecuencia:

$$\begin{aligned} \widehat{MTBM} &= \frac{1}{\hat{\lambda} + \hat{f}} \\ &= \frac{1}{0.007367661 + 0.008879933} \\ &= 61.54757 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \widehat{M} &= \frac{\hat{\lambda}\widehat{M}_c + \hat{f}\widehat{M}_p}{\hat{\lambda} + \hat{f}} \\ &= \frac{(0.007367661)(0.05460526) + (0.008879933)(0.4296958)}{0.007367661 + 0.008879933} \\ &= 0.2596066 \end{aligned}$$

Así:

$$\begin{aligned} \widehat{A}_a &= \frac{\widehat{MTBM}}{\widehat{MTBM} + \widehat{M}} \\ &= \frac{61.54757}{61.54757 + 0.2596066} \\ &= 0.9957997 \end{aligned}$$

En términos de porcentaje, la disponibilidad actualmente es de 99.57%.

Para completar, se muestra el comportamiento históricamente de la disponibilidad, con el gráfico de la figura 14.

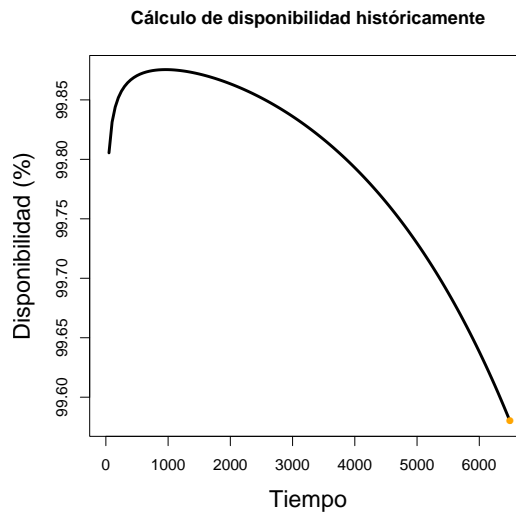


Figura 14: Disponibilidad históricamente.



#### 4.2.1. Resultados

En la tabla 4.2.1, se presentan 41 resultados que corresponden a las líneas que se muestran en la Tabla 6. Al igual que los resultados anteriores, se presenta en Power BI.

<b>Línea</b>	<b>Disponibilidad %</b>
Línea 1	99.95833 %
Línea 2	99.57997 %
Línea 3	99.81134 %
Línea 4	99.98318 %
Línea 5	99.92939 %
Línea 6	99.78253 %
Línea 7	99.90742 %
Línea 8	99.81065 %
Línea 9	99.90422 %
Línea 10	99.94598 %
Línea 11	99.98412 %
Línea 12	99.54054 %
Línea 13	99.94901 %
Línea 14	99.92650 %
Línea 15	98.63928 %
Línea 16	99.94164 %
Línea 17	99.89880 %
Línea 18	99.65296 %
Línea 19	99.63691 %
Línea 20	99.91402 %
Línea 21	99.96975 %
Línea 22	99.82837 %
Línea 23	99.57625 %
Línea 24	99.77129 %
Línea 25	99.83586 %
Línea 26	99.94652 %
Línea 27	99.67331 %
Línea 28	99.95829 %
Línea 29	99.78548 %
Línea 30	99.90133 %
Línea 31	99.95028 %
Línea 32	99.86817 %
Línea 33	99.84528 %
Línea 34	99.88718 %
Línea 35	99.86507 %

## 5. Conclusiones y Recomendaciones

El Proceso Poisson puede implementarse en el cálculo de confiabilidad para cualquier sistema que presente recurrencias de cualquier tipo, siempre y cuando se cumplan las condiciones del modelo, por ejemplo, la independencia de los eventos aleatorios. Además resulta útil para la predicción a futuro de los eventos en cuestión.

Los pronósticos de fallas obtenidos en el cálculo de confiabilidad, para los 57 circuitos con mayor cantidad de salidas de funcionamiento, mediante este proceso, son acordes con la realidad.

Cabe resaltar que los resultados en la confiabilidad, presentaron un índice muy bajo, esto se debe a la predicción de fallas, ya que para que el sistema presente una alta confiabilidad, se requiere que no ocurran fallas.

Por otro lado, en términos de disponibilidad se presentan muy buenos índices, esto debido a que el tiempo de inactividad es mínimo comparado con el tiempo en que el sistema se encuentra activo.

Finalmente, se sugiere tomar decisiones que busquen la mejora de los procedimientos de mantenimiento preventivo para las líneas con más baja confiabilidad. Mejorar el planeamiento en la programación de las acciones preventivas, en concordancia con los mantenimientos que requieren más tiempo, para evitar que los índices de disponibilidad disminuyan. Y lo más importante, procurar tener una buena calidad en la información, para seguir llevando a cabo el cálculo de confiabilidad y disponibilidad.

## Referencias

- [1] AMCP 706-133. *Engineering Design Handbook - Maintainability Engineering Theory and Practice*. U.S. Department of Defense, Washington, D.C., 1976.
- [2] L. Acero. *Introducción a los procesos estocásticos*. Universidad de Antioquia, 2020.
- [3] C.M. Lopera and E.C Manotas. Aplicación del análisis de datos recurrentes sobre interruptores FL245 en Interconexión Eléctrica S.A. *Revista Colombiana de Estadística*, 34(2):249–266, 2011.
- [4] W. Meeker and L.A. Escobar. *Statistical Methods for Reliability Data*. Wiley, New York, 1998.
- [5] M. Ochoa. Construcción de modelo de mantenibilidad y disponibilidad de activos y cálculo de confiabilidad aplicado en líneas de transmisión. Technical report, ISA INTERCOLOMBIA, 2021.
- [6] M. Rausand, A. Barros, and A. Hoyland. *System Reliability Theory: Models, Statistical Methods, and Applications*. Wiley Series in Probability and Statistics. John Wiley & Sons, 2004.