SITUACIONES PROBLEMA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS RELACIONES INTRA E INTER FIGURALES EN LOS TRIÁNGULOS

PROYECTO DE PRÁCTICA PROFESIONAL

JHON FREDY BEDOYA RESTREPO
MARILUZ BUSTAMANTE CASTRILLON
JAMES DAVID CANO RIOS
DIANA MARCELA CASTRILLON GALVIS
MONICA YASMID LOPERA CORREA
MILTON ESTEBAN SIERRA CADAVID
JINELA MARIA VILLA GALLEGO

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN
2008

SITUACIONES PROBLEMA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS RELACIONES INTRA E INTER FIGURALES EN LOS TRIÁNGULOS

PROYECTO DE PRÁCTICA PROFESIONAL

JHON FREDY BEDOYA RESTREPO 8063184

MARILUZ BUSTAMANTE CASTRILLON 39357197

JAMES DAVID CANO RIOS 71365794

DIANA MARCELA CASTRILLON GALVIS 43973913

MONICA YASMID LOPERA CORREA 21469712

MILTON ESTEBAN SIERRA CADAVID 8029025

JINELA MARIA VILLA GALLEGO 43636740

Monografía presentada como requisito para obtener el título de Licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas

María Denis Vanegas Vasco

Magíster en Educación

Asesora

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

MEDELLÍN

2008

Nota de aceptación:

____

____

____

____

____

____

____

Firma del presidente del jurado

____

Firma del jurado

____

Firma del jurado

Medellín, 12 de Septiembre 2008

Este trabajo lo dedicamos a nuestras familias quienes con gran esfuerzo nos apoyaron durante el proceso de formación como docentes

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a nuestra profesora María Denis Vanegas por la colaboración y asesoría brindada durante el desarrollo de la práctica profesional, y la elaboración de este trabajo.

A las Instituciones Educativas LA PAZ del municipio de Envigado y ANTONINO del municipio de Sabaneta por permitirnos realizar nuestras observaciones y diagnósticos a estudiantes de la educación básica, con el fin de desarrollar y aplicar las situaciones problema para la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones intra e inter figúrales en los triángulos.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

Durante el proceso de formación como futuros docentes de matemáticas en el siglo XXI se hace necesario motivar, proponer y promover diferentes espacios académicos que contribuyan a replantear y desarrollar nuevas estrategias didácticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (especialmente en la geometría) las cuales respondan de manera efectiva y coherente, no sólo con los estatutos legales propuestos por el Ministerio de Educación (Lineamientos curriculares, estándares, leyes y decretos relacionados con la educación colombiana) sino que a su vez sean contextualizados para el estudiante permitiéndole desarrollar habilidades y destrezas del pensamiento que pueda aplicar en su interacción con el entorno.

Por consiguiente, surge la necesidad de replantear en los estudiantes y docentes estrategias de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo del pensamiento matemático que den sentido y significado a los conceptos trabajados en el aula de clase.

Howard Gardner en su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de ellas la espacial, la cual es esencial para el desarrollo del pensamiento científico, puesto que permite manipular y representar información en el tratamiento y resolución de problemas; esto implica que el desarrollo del pensamiento espacial juegue un papel importante en el aprendizaje de las matemáticas en la medida que permite al estudiante realizar procesos de visualización, análisis y representación de lo que observa, lo que ve o lo que lee, a la hora de enfrentarse a cualquier situación de su contexto.

Con base en lo anterior, este trabajo de investigación pretende aportar elementos metodológicos y didácticos para la enseñanza, asimilación y comprensión de los procesos implícitos en el desarrollo del pensamiento espacial, enfocados específicamente a las relaciones Inter e Intra figurales en los triángulos.

La propuesta implementada en este trabajo, parte de la investigación del estado actual de la enseñanza del pensamiento espacial y los sistemas geométricos, analizando el currículo propuesto desarrollado y logrado en la educación actual, abordando diferentes autores y propuestas didácticas sobre el pensamiento espacial (Van Hiele, Linda Dickson, Rey Duval, entre otros) a la luz del método de investigación propuesto por la ingeniería didáctica y elaborando situaciones problema desde la teoría del profesor Orlando Mesa; permitiendo con esto que el estudiante más que reproducir contenidos, reflexiones sobre ellos, desarrolle competencias de comunicación y argumentación y lo mas importante, que reconozca la aplicación de los conceptos, en situaciones de su propio contexto.

JUSTIFICACIÓN

En la enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas se puede evidenciar la dificultad que presentan los estudiantes en la apropiación y aplicación de los contenidos enseñados, cuando son presentados en situaciones o contextos parecidos ya que no hay un momento de reflexión y comprensión de lo que se esta haciendo dentro y fuera del aula. Se trata más bien de un trabajo mecánico y procedimental el cual obedece sólo a la ejecución de algoritmos netamente operativos, en lugar de momentos significativos.

La enseñanza y el aprendizaje de la geometría, a pesar de ser una ciencia que surge de la observación del espacio y de las necesidades del hombre, se ha caracterizado a lo largo de la historia por ser enseñada desde el plano, lo que impide al estudiante que el aprendizaje de esta ciencia sea significativo en su contexto y que pueda realizar abstracciones del medio, las cuales están relacionadas directamente con los conceptos geométricos para establecer relaciones entre lo que lo rodea y los conceptos abstractos.

Con la realización de este trabajo se pretende introducir al estudiante de forma significativa en el pensamiento espacial a partir del reconocimiento de las relaciones Inter. e intrafigurales de los triángulos, dando a entender la relación que éstas tienen con el entorno a partir del diseño de una estrategia metodológica para grado séptimo, basada en la teoría de situaciones problemas, para la enseñanza y aprendizaje de las relaciones Intra e ínter figúrales en los triángulos, como herramienta que permita lograr procesos de observación, análisis, generalización y aplicación, desarrollando la capacidad de realizar conjeturas, deducir propiedades, patrones y regularidades.

Para ello es necesario que el maestro proporcione herramientas que ayuden al alumno a la adquisición y apropiación de los conceptos, buscando que éste pueda establecer diferentes relaciones que lo lleven a tomar decisiones dentro de situaciones cotidianas.

Es así como este trabajo se desarrolla mediante la búsqueda, adaptación y construcción de situaciones problema relacionadas con las relaciones Inter. e intrafigurales, a partir de la “Ingeniería Didáctica” como metodología de investigación.

De este modo se hace pertinente la realización del trabajo, puesto que proporciona bases y herramientas a los docentes para el proceso de enseñanza y aprendizaje del pensamiento espacial, cuyo tratamiento no es adecuado en la escuela, y al mismo tiempo es poco manejado e investigado por parte de los educadores, pues se trabaja sin ser asociado a los demás pensamientos matemáticos.

1. ANTECEDENTES

Desde la publicación de los lineamientos curriculares, como eje rector de la actividad educativa, se han propuesto diferentes metodologías y teorías, para la enseñanza de los saberes que hacen parte de la educación básica.

Sin embargo al revisar los resultados obtenidos en Materia de Calidad de la Educación, se encuentran diferentes conclusiones que ponen en cuestión la aplicabilidad de dichas teorías dentro de una realidad educativa como la que se tiene en Colombia.

En este sentido es necesario realizar un análisis integral de lo propuesto desde el marco legal de la educación, en relación a lo enseñado dentro de las instituciones y adicionalmente que tan satisfactorios son los resultados que se tiene a la hora de valorar la apropiación de los Conceptos.

1.1 ¿QUÉ AVANCES SE HAN TENIDO EN EL AMBITO EDUCATIVO EN CUANTO A LA ENSEÑANZA DEL PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS?

A la hora de revisar dentro del currículo de Matemáticas cuales han sido los avances logrados en cuanto a resultados educativos, es necesario remitirse a aquellas pruebas y actividades tanto de tipo nacional, como internacional, que nos permiten conocer el estado de la calidad académica, en relación con otros instituciones, municipios, departamentos y países.

En concordancia con lo anterior, en el 2006 Colombia Presentó Tres Pruebas Internacionales de evaluación: PISA 2006, con énfasis en Ciencias Naturales y dirigido a estudiantes de 15 años, que estén cursando de séptimo a undécimo grado; SERCE 2006, en las áreas de lectura, escritura, matemática y Ciencias

Naturales, dirigido a estudiantes de tercero y sexto grado de educación básica; y TIMSS 2007, con énfasis en matemática y Ciencias Naturales, dirigido a estudiantes de cuarto y octavo grados de educación básica.

Los resultados alcanzados por Colombia en estos proyectos, permitirán conocer las fortalezas y debilidades de nuestro sistema educativo frente a los más de 70 países participantes e identificar qué tan cerca nos encontramos de los estándares internacionales en cada componente evaluado. Esta información permitirá contextualizar y precisar el alcance de nuestro sistema educativo, frente al de los demás países, y tomar las acciones pertinentes al nivel de política educativa respecto de los campos evaluados.

1.1.1 RESULTADOS DE LAS PRUEBAS SABER 2005

Antes de conocer los resultados obtenidos con la aplicación de las pruebas Saber durante el año 2005, es pertinente saber el por qué y para qué se pretende evaluar por medio de esta.

Desde 1991, el ICFES inició una nueva etapa de trabajo en el campo de la evaluación de la educación básica, que ha dado como resultado el desarrollo y la aplicación de las pruebas conocidas en el país como SABER.

El propósito general de este programa de evaluación nacional ha sido el de obtener, procesar, interpretar y divulgar información confiable y análisis pertinentes sobre la educación en el país, de tal manera que se constituyan en una base sólida para la toma de decisiones en las diferentes instancias del servicio educativo, permitiendo fortalecer y contribuir a la calidad de la educación.

Las pruebas SABER de matemáticas específicamente, se concentran en evaluar el uso que el estudiante hace de la matemática para comprender, utilizar, aplicar y comunicar conceptos y procedimientos matemáticos.

Retomando el asunto de los resultados obtenidos en las pruebas SABER de 2005, se tiene que durante este año, se mejoró con relación a años anteriores (2002/2003), en áreas como Lenguaje y Matemáticas, además de que aumento la población de niños que las presentaron, gracias a la participación de departamentos como Atlántico, Bolívar y Magdalena, incluyendo los distritos de Barranquilla y Santa Marta.

Mientras que en el 2002/2003 fueron presentadas por 1'021.790 niños y niñas de calendarios A y B (70.19% nacional), en el 2005 las presentaron aproximadamente entre 1'013.466 niños y niñas (80.98% nacional) quedando pendientes por ser evaluados en mayo de 2006 los departamentos de Valle, Nariño y algunas ciudades del país, de calendario B.

Este tipo de Pruebas (SABER, ICFES y ECAES) permite tener un sistema de evaluación permanente que permita conocer la tendencia en el comportamiento de tres variables que se pueden valorar: el rendimiento promedio de los estudiantes de una institución al terminar un ciclo; el número o proporción de estudiantes que alcanza un determinado nivel de desempeño o de competencia y la dispersión de los resultados individuales alcanzados en cada campo evaluado, con el fin de tener una fuente permanente de información acerca de tales variables, robusta, reproducible y confiable, que permite a los distintos actores tomar decisiones inteligentes con miras al mejoramiento de la calidad de la educación que se ofrece en el país.

Entendiendo las pruebas SABER, como herramienta de evaluación que expresa lo que los estudiantes deberían saber y "saber hacer" con lo que han aprendido, su finalidad es orientar los procesos de mejoramiento de la calidad en la educación básica,

Las Pruebas saber son evaluadas, de acuerdo con cinco niveles en los que se ubican los estudiantes con base en el desempeño realizado para dar solución a las situaciones problema, que se le plantean. Los niveles que se tienen en grado 5º son:

Nivel B: En este nivel se ubican los estudiantes que son capaces de resolver problemas de rutina, contextualizados en un componente específico (numérico-variacional, geométrico-métrico o aleatorio), en los que aparece toda la información necesaria para su resolución y en los que se sugiere explícita o implícitamente la estrategia de solución. En este nivel se ubican los estudiantes que están en capacidad de expresar ideas utilizando ilustraciones, elaborar representaciones simples de objetos matemáticos, reconocer patrones, cantidades, atributos y condiciones propuestas en una situación problema. Argumentar utilizando representaciones icónicas, gráficas, pictóricas y justificar usando ejemplos. Modelar estructuras simples (estructura aditiva)

Nivel C: En este nivel se ubican los estudiantes que son capaces de resolver problemas rutinarios, que pueden estar contextualizados en más de una componente, en los que toda la información necesaria para resolverlos es explícita en el enunciado, pero que no insinúan un camino o estrategia para su solución, el estudiante debe estar en capacidad de reorganizar la información. En este nivel se ubican los estudiantes que están en capacidad de utilizar lenguaje natural, gráfico y/o simbólico para modelar situaciones aritméticas y describir propiedades y relaciones. Justificar estrategias y procedimientos usando ejemplos. Clasificar de acuerdo con relaciones y propiedades y usar un patrón para continuar una secuencia. Combinar estructuras para modelar situaciones (dos operaciones, una operación y una relación). Verificar soluciones y usar más de una estrategia para solucionar un problema

Nivel D: En este nivel se ubican los estudiantes que son capaces de resolver problemas no rutinarios, que pueden estar contextualizados en más de una componente, en los que los datos no están organizados de manera que permitan realizar directamente una modelación (esto posibilita diferentes formas de abordar el problema), el estudiante debe descubrir en el enunciado relaciones no explícitas que le posibiliten identificar una estrategia para encontrar la solución. En este nivel se ubican los estudiantes que están en capacidad de hacer traducciones entre diferentes representaciones: icónicas, gráficas y simbólicas. Expresar en lenguaje natural relaciones propiedades y patrones. Argumentar el porqué de un procedimiento o estrategia. Modelar situaciones aditivas y multiplicativas (combinaciones), proponer diferentes estrategias para la solución de un problema y reconocer generalizaciones sencillas.

Nivel E: En este nivel se ubican los estudiantes que son capaces de resolver problemas no rutinarios complejos, en los que debe descubrir relaciones no explícitas que le permitan establecer una estrategia para encontrar la solución, estos problemas pueden involucrar distintos tópicos del conocimiento matemático y exigen una apropiación más significativa de los conceptos matemáticos. En este nivel los estudiantes debe estar en capacidad de construir argumentos formales, hacer generalizaciones, predecir y justificar razonamientos y conclusiones, hacer conjeturas y verificar propiedades, generalizar procedimientos de cálculo, describir y representar situaciones de variación. Generalizar soluciones.

En los resultados obtenidos en el área de matemáticas específicamente, se tiene que el promedio del puntaje nacional para 5º aumentó de 52,82 en el 2002/2003 a 57,72 en el 2005, es decir un incremento de 4,91 puntos. Para 9º aumentó el promedio en 4,17 puntos con respecto al 2003, pasando de 57,22 a 61,39 en el 2005.

La desviación estándar en grado 5º varía en igual proporción a Lenguaje y Ciencias Naturales, mientras que en el grado 9º, el área de Matemáticas es la que presenta mayores desigualdades, lo que indica que muchos estudiantes mejoran en promedio alejándose del común de estudiantes del territorio nacional.

Esto significa que el país en Matemáticas hizo un gran esfuerzo por mejorar el desempeño de los estudiantes de ambos grados, pero los aprendizajes de los niños y niñas continúa siendo muy diversos o heterogéneo.

En cuanto a niveles de logro en 5° grado, el 13.98% de los evaluados no alcanza el nivel más bajo B, lo que indica que no están haciendo uso del razonamiento lógico. En el nivel B se encuentra el 39.70% de los estudiantes que logran resolver problemas de rutina y contienen en su enunciado la estrategia de solución ya sea directa o indirectamente, logra elaborar representaciones simples de objetos matemáticos, reconocer patrones y argumentar utilizando ejemplos. El 21.04% alcanza el nivel C, lo que indica que pueden construir una estrategia de solución, justificar estrategias y procedimientos con ejemplos. El 25.28% alcanza el nivel de más complejidad D, es decir, que pueden descubrir en un enunciado la estrategia de solución, traducir diferentes representaciones gráficas, icónicas o simbólicas y proponer diferentes estrategias para la solución de un problema.

En la siguiente tabla se relaciona la anterior información

Grado 5°

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel B	Nivel C	Nivel D
NACIONAL	714,323	13.98	39.70	21.04	25.28

Tabla #1

Para grado 9° un preocupante grupo del 22.21% de evaluados no alcanza a ubicarse en el nivel más bajo (C). Un 42.82% están en ese nivel (C) que son quienes logran resolver problemas de rutina, pueden modelar situaciones aritméticas y justificar estrategias y procedimientos usando ejemplos. En el nivel D se ubicaron el 20.23% de los jóvenes, los cuales pueden proponer diferentes estrategias para la solución de un problema. Sólo el 14.73% alcanza el mayor nivel (E) nivel que exige la capacidad de resolver problemas complejos, construir argumentos, generalizar, predecir y justificar razonamientos y conclusiones.

Grado 9 °

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel C	Nivel D	Nivel E
NACIONAL	**478,634**	**22.21**	**42.82**	**20.23**	**14.73**

Tabla #2

Respecto a las diferentes regiones del país, se tiene los mejores resultados en el 2005 para el grado 5º se presentan en: Bogotá, Duitama, Bucaramanga, Florida blanca y Tunja y las que mas mejoraron (8 puntos o más) fueron: Risaralda, Dosquebradas, Putumayo, Girardot y Sogamoso de las cuales vale la pena mencionar que Dosquebradas aumenta significativamente, manteniéndose constante en su desviación estándar, También Sogamoso aumenta de manera importante el promedio y disminuye su desviación estándar. Solamente San Andrés y Sahún no mejoraron sus resultados promedios en esta área.

Los mejores resultados en el 2005 para el grado 9º aparecen en: Bogotá, Duitama, Bucaramanga, Florida blanca y Sogamoso y las que mas mejoraron (4 puntos o mas) fueron: Sogamoso, Risaralda, Santander, Neiva y Barrancabermeja, aumentando de igual forma su desviación estándar; solo **Envigado**, Atlántico, Guaviare, Manizales y Sahagún no mejoran en resultado promedio de matemática, para éste grado.

El sector oficial, se ha mantenido constante en el resultado promedio en las dos aplicaciones de la prueba en matemática para los dos grados, mientras que en el sector no oficial, el aumento en promedio es importante (en 5º aumenta 9,04 puntos y en 9º aumenta en 7.03 puntos). Lo cual significa que el mayor aporte al aumento en promedio para el área de matemática es debido al sector no oficial.

Con respecto a Antioquia, sus estudiantes mejoran significativamente en las áreas de Matemáticas y Lenguaje, aumentando 3 puntos con relación a los resultados obtenidos en las pruebas aplicadas en octubre del 2003, según lo informó la Secretaria de Educación para la Cultura de Antioquia (Claudia Patricia Restrepo).

De las áreas evaluadas, los 88.823 estudiantes de grado 5 y los 57.477 estudiantes de grado 9 que conforman los 125 municipios del Departamento de Antioquia, obtuvieron mejores resultados en Lenguaje y en Matemáticas.

Para el Ministerio de Educación, las mejorías en ambas competencias es el resultado de las inversiones que ha efectuado la Administración "ANTIOQUIA NUEVA, un hogar para la vida" en capacitación de los maestros.

En la siguiente tabla se muestra los resultados obtenidos en Antioquia y su comparación frente al resultado nacional, para los grados quinto y noveno

Gado 5°

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel B	Nivel C	Nivel D
NACIONAL	**714,323**	**13.98**	**39.70**	**21.04**	**25.28**
ANTIOQUIA	88,823	9.47	46.44	23.22	20.87

Tabla #3

Grado 9 °

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel C	Nivel D	Nivel E
NACIONAL	**478,634**	**22.21**	**42.82**	**20.23**	**14.73**
ANTIOQUIA	57,477	27.18	45.89	17.70	9.24

Tabla #4

Respecto a los resultados obtenidos en los municipios de Medellín, Envigado y Sabaneta, en donde se encuentran ubicados los centros de práctica de los estudiantes del curso Seminario Integrativo y práctica profesional II a cargo de la profesora Maria Denis Vanegas. Se tienen los siguientes resultados:

Grado 5º - Medellín

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel B	Nivel C	Nivel D
NACIONAL	**714,323**	**13.98**	**39.70**	**21.04**	**25.28**
ANTIOQUIA	88,823	9.47	46.44	23.22	20.87
MEDELLIN	36,044	7.59	43.78	24.71	23.92

Tabla #5

Grado 9º - Medellín

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel C	Nivel D	Nivel E
NACIONAL	**478,634**	**22.21**	**42.82**	**20.23**	**14.73**
ANTIOQUIA	57,477	27.18	45.89	17.70	9.24
MEDELLIN	25,993	26.01	44.98	18.26	10.74

Tabla #6

Grado 5º - Envigado

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel B	Nivel C	Nivel D
NACIONAL	**714,323**	**13.98**	**39.70**	**21.04**	**25.28**
ANTIOQUIA	88,823	9.47	46.44	23.22	20.87
ENVIGADO	360	4.11	31.06	25.88	38.95

Tabla #7

Grado 9º - Envigado

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel C	Nivel D	Nivel E
NACIONAL	**478,634**	**22.21**	**42.82**	**20.23**	**14.73**
ANTIOQUIA	57,477	27.18	45.89	17.70	9.24
ENVIGADO	336	20.16	44.09	18.19	17.56

Tabla #8

Grado 5º - Sabaneta

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel B	Nivel C	Nivel D
NACIONAL	**714,323**	**13.98**	**39.70**	**21.04**	**25.28**
ANTIOQUIA	88,823	9.47	46.44	23.22	20.87
SABANETA	852	9.09	32.92	27.52	30.47

Tabla #9

Grado 9º - Sabaneta

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel C	Nivel D	Nivel E
NACIONAL	**478,634**	**22.21**	**42.82**	**20.23**	**14.73**
ANTIOQUIA	57,477	27.18	45.89	17.70	9.24
SABANETA	793	18.35	38.50	24.03	19.12

Tabla #10

Grado 5° - institución: la Paz

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel B	Nivel C	Nivel D
NACIONAL	**714,323**	**13.98**	**39.70**	**21.04**	**25.28**
ANTIOQUIA	88,823	9.47	46.44	23.22	20.87
ENVIGADO	360	4.11	31.06	25.88	38.95
ESCUELA URBANA LA PAZ	40	0.00	45.00	35.00	20.00

Tabla #11

Grado 9° - institución: la Paz

Entidad	N Alum	Porcentaje			
		A	Nivel C	Nivel D	Nivel E
NACIONAL	**478,634**	**22.21**	**42.82**	**20.23**	**14.73**
ANTIOQUIA	57,477	27.18	45.89	17.70	9.24
ENVIGADO	336	20.16	44.09	18.19	17.56
INSTITUCION EDUCATIVA LA PAZ	210	23.81	43.81	19.05	13.33

Tabla #12

Comparando los resultados de envigado y Sabaneta tenemos que respecto a los estudiantes del grado quinto, el mejor desempeño lo tienen los estudiantes de envigado con 38.95 puntos en el nivel D, mientras que en el grado noveno el mejor desempeño de las pruebas lo obtuvieron los estudiantes de Sabaneta en un nivel E con 19.12 puntos.

Con relación al componente geométrico y espacial de estas pruebas se involucra las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones o representaciones materiales; Mas específicamente está ligado a la comprensión del espacio, al desarrollo del pensamiento visual, al análisis abstracto de figuras y formas en el plano y en el espacio a través de la observación de patrones y regularidades. Involucra el razonamiento geométrico, la solución de Problemas significativos de medición, modelación, diseño y construcción. (PAG 7, menweb.mineducacion.gov.co:8080/**saber**/Marco_interpretacion_**resultados_2005)**

Los resultados obtenidos frente a este tipo de componente en cada una de las instituciones a intervenir fueron:

Institución Educativa la Paz

Grado 5°

Entidad	N Alum	Porcentaje A	Nivel B	Nivel C	Nivel D
NACIONAL	**714.323**	**13,98**	**39,7**	**21,04**	**25,28**
ANTIOQUIA	88.823	9,47	46,44	23,22	20,87
ENVIGADO	360	4,11	31,06	25,88	38,95
ESCUELA URBANA LA PAZ	36	11,11	11,11	44,44	33,33

Tabla #13

Entidad	N Alum	Numérico Variacional		Geométrico Métrico		Aleatorio	
		Prom	Desv	Prom	Desv	Prom	Desv
NACIONAL	**714.323**	**4,09**	**1,1**	**3,92**	**1,22**	**3,87**	**1,14**
ANTIOQUIA	88.823	3,85	1,05	3,55	1,13	3,63	1,13
ENVIGADO	360	4,24	1,07	4,05	1,12	4,15	1,01
ESCUELA URBANA LA PAZ	36	3,9	1,24	4,03	1,3	3,87	0,83

Tabla #14

1.1.2 PRUEBAS TIMSS

Respecto de las pruebas TIMSS en matemáticas, se encuentra estructurada por dos dimensiones organizadoras, una dimensión de contenidos y una dimensión cognitiva, análogas a las utilizadas en las evaluaciones anteriores de TIMSS 5. Como se detalla a continuación, cada dimensión consta de varios dominios:
Dominios de contenido de las matemáticas

- Números
- Álgebra
- Medición
- Geometría
- Datos

Dominios cognitivos de las matemáticas:

- Conocimiento de hechos y de procedimientos
- Utilización de conceptos
- Resolución de problemas habituales

- Razonamiento

Las dos dimensiones y sus dominios constituyen el fundamento de la evaluación de las matemáticas.
Los dominios cognitivos definen los comportamientos esperados de los estudiantes al ocuparse del contenido de matemáticas. Cada uno de los dominios de contenido tiene varias áreas temáticas (es decir, "Números" incluye las categorías de números naturales, fracciones y decimales, enteros, así como razón, proporción y porcentaje). Cada área temática se presenta como una lista de objetivos cubiertos en la mayoría de los países participantes, bien en cuarto o bien en octavo curso 6.

1.1.3 RESULTADOS DE LAS PRUEBAS PISA

El Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) tiene como propósito principal evaluar en qué medida los jóvenes de 15 años de edad se encuentran preparados para los desafíos que encontrarán en las sociedades de hoy y puedan ser considerados como ciudadanos reflexivos y bien informados además de consumidores inteligentes.
La competencia de las pruebas PISA se enfoca en la capacidad de los estudiantes de utilizar su conocimiento matemático para enriquecer su comprensión de temas que son importantes para ellos y promover así su capacidad de acción.

Para transformar la anterior definición en un instrumento de evaluación de la competencia matemática, se han identificado tres amplias dimensiones:

- *Procedimientos.* Se evalúan las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar ideas de manera efectiva mediante el planteamiento, la formulación y la resolución de problemas matemáticos. Los procedimientos se dividen en tres clases: reproducción, definiciones y cálculos; conexiones e integración para resolver problemas; y conceptualización, pensamiento matemático y generalización.

- *Contenido.* Se enfatiza en temas matemáticos muy generales, tales como el cambio y el crecimiento, el espacio y la forma, el razonamiento cuantitativo y las relaciones de dependencia y la incertidumbre.

- *Contexto*. Un aspecto importante de la competencia matemática consiste en aplicarla en situaciones muy diversas, incluyendo la vida personal, escolar, laboral y en los deportes.

El proyecto PISA pretende
:

1. Investigar en que medida los estudiantes son capaces de emplear los conocimientos adquiridos a lo largo de su escolaridad en situaciones propias del mundo natural.
2. Medir el grado de competencias relevantes e indispensables para actuar como ciudadano al nivel personal, social y global.

La evaluación se hace mediante pruebas para las áreas fundamentales: matemática, lectura y ciencias y las pruebas están organizadas en torno a contextos o situaciones propias del mundo real, que normalmente incluyen textos o información gráfica, a partir de las cuales se plantea al estudiante una serie de cuatro o cinco preguntas de diferente grado de complejidad. Estas incluyen preguntas de selección múltiple, preguntas de opción múltiple compleja y preguntas abiertas de respuesta corta o extendida; En las últimas el estudiante debe justificar una respuesta o desarrollar un argumento.

Respecto a nuestra área de interés, las matemáticas, las pruebas Pisa evalúan los siguientes aspectos:

En el proyecto PISA 2006 se evaluó la competencia matemática que se entiende como la capacidad de un individuo para identificar y entender el rol que juegan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundamentados y utilizar las matemáticas en formas que le permitan satisfacer sus necesidades como ciudadano constructivo y reflexivo.

El dominio de competencia en matemáticas exige la capacidad de los individuos para analizar, razonar y comunicar sus ideas al tiempo que se plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en una variedad de contextos.
La evaluación esta centrada en problemas de la vida real que van más allá de las situaciones y problemas típicos de un salón de clase, teniendo en cuenta técnicas de razonamiento cualitativo o espacial así como otras herramientas matemáticas que ayuden a clarificar, formular o resolver un problema.

El análisis realizado al currículo logrado, permite adquirir elemento de vanguardia y actualidad para diseñar SITUACIONES PROBLEMA, que permitan desarrollar en el estudiante habilidades como:

- Resolver problemas rutinarios y no rutinarios utilizando modelos.

- Argumentar utilizando representaciones icónicas, gráficas, pictóricas y justificar usando ejemplos.

- Capacidad de utilizar lenguaje natural, gráfico y/o simbólico para modelar situaciones aritméticas y describir propiedades y relaciones.

- Hacer traducciones entre diferentes representaciones: icónicas, gráficas y simbólicas.

- Proponer diferentes estrategias para la solución de un problema y reconocer generalizaciones sencillas.

1.2 ¿QUÉ PROPONE EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL EN CUANTO A LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS?

La ley general de educación como marco legal de la actividad educativa concibe el currículo como el conjunto de criterios, planes de estudios, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral del estudiante.
En este sentido y como apoyo a lo anterior se constituyen los lineamientos curriculares de las diferentes áreas propuestas para la educación básica como estructura organizada de los procesos, conocimientos básicos y contextos que se deben tener presentes a la hora de pensar en la intervención didáctica.

En cuanto al saber matemático, dentro de los conocimientos básicos que el estudiante debe adquirir en su proceso de formación, se hace referencia al desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos como elemento principal para el desarrollo del pensamiento científico, ya que permite representar y manipular información durante el proceso de aprendizaje y en especial en la solución de problemas.

Los lineamientos curriculares en cuanto a la enseñanza del pensamiento espacial y los sistemas geométricos propone entre las diferentes teorías que abordan esta temática el desarrollo de la geometría activa como alternativa para reestablecer el estudio de los sistemas geométricos desde la exploración y representación del espacio

El desarrollo de estas habilidades y conceptos propuestos en los lineamientos curriculares son contemplados en los estándares básicos de calidad, organizados por bloques de grados de la siguiente forma:

Estándares básicos del pensamiento espacial y sistemas geométricos grado 1 a 3.

1. Diferenciar atributos y propiedades de objetos tridimensionales.
2. dibujar y describir figuras tridimensionales en distintas posiciones y tamaños.
3. Reconocer nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
4. Representar el espacio circundante para establecer relaciones espaciales (distancia, dirección, orientación, etc.).
5. Reconocer y aplicar traslaciones y giros de una figura en el plano.
6. Reconocer y valorar simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.
7. Reconocer congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
8. Realizar diseños y construcciones con cuerpos y figuras geométricas.

Estándares básicos del pensamiento espacial y sistemas geométricos grado 4 a 5.

1. Comparar y clasificar objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades.
2. Comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
3. Identificar el ángulo como giros, aberturas, inclinaciones en situaciones estáticas y dinámicas.
4. Utilizar sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
5. Identificar y justificar relaciones de congruencia y semejanza entre figuras

6. Construir y descomponer figuras y sólidos a partir de condiciones dadas.
7. Hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.
8. Construir objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.

Estándares básicos del pensamiento espacial y sistemas geométricos grado 6 a 7

1. Representar objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
2. Identificar y describir figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.
3. Clasificar polígonos en relación con sus propiedades.
4. Predecir y comparar los resultados de aplicar transformaciones (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.
5. Resolver y formular problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.
6. Resolver y formular problemas usando modelos geométricos.
7. Identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

Estándares básicos del pensamiento espacial y sistemas geométricos grado 8 a 9

1. Hacer conjeturas y verificar propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas.
2. Reconocer y contrastar propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).

3. Aplicar y justificar criterios de congruencia y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas.
4. Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en la matemática y en otras disciplinas.

Estándares básicos del pensamiento espacial y sistemas geométricos grado 10 a 11

1. Identificar las propiedades de las curvas en los bordes obtenidos mediante cortes (longitudinal y transversal) en un cono y un cilindro.
2. Identificar características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, esféricos,...).
3. Resolver problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas de manera algebraica.
4. Usar argumentos geométricos para resolver y formular problemas en contextos matemáticos y en otras ciencias.
5. Describir y modelar fenómenos periódicos del mundo real usando relaciones y funciones trigonométricas.
6. Reconocer y describir curvas o lugares geométricos.

1.3 ¿QUÉ AVANCES SE HAN TENIDO EN LA ESCUELA EN CUANTO A LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS RELACIONES INTER E INTRAFIGURALES EN LA EDUCACIÓN BÁSICA?

Durante lo que se lleva del período de investigación en el área de geometría, se han observado varias dificultades y falencias a la hora de desarrollar las temáticas y aún más en el momento de darle una aplicabilidad a los conocimientos y conceptos abordados en el aula, debido a que se enseñan sin sentido alguno, y descontextualizado para el estudiante.

Por tal motivo se ha hecho una encuesta a estudiantes y profesores de las diferentes instituciones donde se esta llevando a cabo la práctica profesional. Las dos encuestas realizadas fueron las siguientes:

- **Encuesta dirigida a Docentes**

1. ¿Que cambios se han dado en la enseñanza de la geometría?

Con esta pregunta se pretende saber si los docentes de geometría han podido cambiar la manera en que a ellos se les enseñó este saber, (solo con tiza y tablero) y además de ello si enseñan otros conceptos mas avanzados como propiedades, relaciones entre figuras, entre otras, o si aun se siguen enseñando solo las cuatro figuras básicas. (Circulo, cuadrado, rectángulo y triangulo).

2. ¿Qué dificultades se evidencian en los estudiantes frente a la geometría?

La intencionalidad de esta pregunta es conocer las dificultades más frecuentes que observan los docentes en sus estudiantes a la hora de enfrentarse con una actividad de geometría, como pueden ser: la utilización del espacio, el empleo de diferentes herramientas como la regla, el compás, el transportador, el papel, el computador entre otros.

3. ¿Qué herramientas didácticas utiliza para la enseñanza de la geometría?

Se desea saber si el maestro crea sus propias herramientas, o si emplea algunos juegos como el tangram, los bloques lógicos y el algebra geométrico o programas sistematizados para hacer mas agradable y significativa la enseñanza de la geometría.

4. ¿Cuál es la intensidad horaria dedicada a la enseñanza de la geometría?

Se quiere saber que espacios dedica el maestro para la enseñanza de esta; si la da en el mismo espacio asignado para la matemática, o si se tiene un espacio asignado a parte para la geometría (cuantas horas semanales quincenales o mensuales).

5. ¿Le parece importante la enseñanza de la geometría?

Se quiere conocer la opinión de cada docente encuestado acerca de la enseñanza de la geometría, si es importante o si la deja para final de año, o si no la tiene en cuenta como temática para el grado en que enseña.

6. ¿Qué teorías o propuestas conoce para la enseñanza de la geometría?

Se desea saber si el docente esta actualizado, si conoce algunas propuestas como por ejemplo la de los VAN HIELE, y si además de conocerlas las emplea.

- **Encuesta dirigida a Estudiantes**

1. ¿Te gusta la geometría?

Se desea saber si el estudiante se encuentra motivado por aprender la geometría o si por el contrario no muestra ningún interés por su aprendizaje.

2. ¿Qué sabes de geometría?

Se indaga por los conocimientos que el estudiante ha logrado interiorizar de la geometría, por medio del acompañamiento, motivación y enseñanza de sus docentes.

3. ¿Cómo te enseñan la geometría?

Se desea conocer los diferentes métodos o estrategias empleados por los docentes para la enseñanza de la geometría a sus estudiantes.

4. ¿Para que te sirve la geometría?

La intencionalidad de esta pregunta es saber si el estudiante si le ve alguna aplicabilidad a la geometría en su contexto y si es capaz de realizar procesos de abstracción del espacio, donde identifique conceptos y elementos geométricos.

5. ¿Cada cuanto te enseñan geometría?

Se desea saber si los docentes si le asignan un espacio a la enseñanza de la geometría y con que intensidad horaria.

Los docentes que se encuestaron fueron 7, de los cuales 2 no tienen una formación matemática.

1.3.1 RESULTADO DE LA ENCUESTA APLICADA A ESTUDIANTES Y DOCENTES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA.

Los docentes encuestados con las preguntas anteriores fueron 7, de los cuales 2 no tienen una formación especifica en matemática.
Los resultados obtenidos con las respuestas dadas por los docentes fueron los siguientes:

- Un 57.14 % coincide en que han vuelto a pensar la geometría desde lo concreto, para luego ir a lo abstracto y tener una manera más fácil de aplicación a lo cotidiano.

- El 57,16% de los profesores dice que esta muy marcada la relación de la geometría con la enseñanza del álgebra.

- Respecto a las dificultades que se evidencian en los estudiantes, un 42,28% de los docentes dicen que hay desinterés, ya que la geometría se ha trabajado como un ente aislado de las matemáticas, que requiere de menos esfuerzo y dedicación.

- El 14.28% de los docentes manifestó el poco dominio que hay en los estudiantes a la hora de llevar la geometría a la parte demostrativa, y todos coincidieron en que los niños y niñas tienen dificultades en el manejo de instrumentos como el compás, transportador y la regla.

- El 100 % de los maestros, para ayudar en las dificultades que se van presentando, utilizan algunas estrategias en el aula de clase como situaciones problemas, en las cuales los estudiantes deben poner a prueba sus conocimientos previos, buscar posibles soluciones, hacer conjeturas y defender sus posturas. También emplean material concreto (como el tangram) y ejemplos contextualizados.

- Haciendo un promedio de las horas mensuales que se le dedican a geometría, se tiene una intensidad horaria mensual de 6, o sea, máximo una hora y media por semana.

- Por último, el 87,5 % de los maestros coinciden en que las propuestas y teorías que conocen para la enseñanza de la geometría son: lineamientos curriculares, y de estos hay una división del 42.85 % que aplican la teoría constructivista y un 57,14% la conductista (transmisión de contenidos directamente tomados de los textos escolares y fraccionados por temas, enseñados por medio del empleo de figuras planas plasmadas en un tablero).

PROFESORES	OPINION	PORCENTAJE
4	repensar la geometría	57,14
4	relacionan la geometría con el álgebra	57,14
3	ven desinterés en los estudiantes	42,28
1	ve poco dominio de la parte demostrativa en los niños(as)	14,28
7	se ayudan de nuevas estrategias: tamgram, geoplano	100
6	saben de la propuesta de los lineamientos y estándares	87,5

Tabla #15

Respecto a las respuestas que dieron los estudiantes a la encuesta se tienen las siguientes conclusiones:

Los estudiantes encuestados fueron 10, los cuales se encuentran cursando los grados cuarto, quinto, sexto y séptimo, (la edad oscila entre los 9 y 12 años).

El 33 % pertenecen a la población femenina y el resto a la masculina.

El 100% de los estudiantes tienen mucho gusto por la geometría, existe una gran división del 50% aproximadamente entre los que dicen conocer de geometría las figuras planas y el resto figuras sólidas, áreas, perímetros, volumen, manejo de compás y transportador, entre otros.

Un 40% de los estudiantes manifiestan que les gustaría tener una intensidad horaria de geometría mayor, para seguir aprendiendo cosas nuevas, debido a que la manera en que les enseñan es muy divertida, puesto que el profesor emplea juegos, también trabajan las conceptualizaciones, hacen talleres y tiene contacto con cosas y objetos de la vida real, lo que les permite interiorizar lo que se trabaja en clase.

El otro 60% de los niños manifiestan que les gusta la clase de geometría, pero la manera en que se les enseña es muy teórica, ya que la trabajan desde el tablero y tiene poco contacto con juegos y material didáctico que dinamice el aprendizaje.

El 80 %, de los estudiantes coinciden en que trabajan esta área cada ocho días, o sea, una vez a la semana, pero no especifican cuantas horas. (Ver anexos de las respuestas de las encuestas).

En lo recolectado en las encuestas de los estudiantes se ha evidenciado poco trabajado con el material didáctico. (Los estudiantes no manifiestan haber realizado actividades con el tangram, con el álgebra geométrica u otros).

ESTUDIANTES	OPINION	PORCENTAJE
10	Les gusta la geometría	100
5	Conocen lo básico	50
4	quieren más horas a la semana de geometría	40
6	Más Juegos y dinámicas	60
8	Dos horas ala semana	8

Tabla #16

1.4 CONCLUSIONES GENERALES DE LOS CURRÍCULOS PROPUESTO, DESARROLLADO Y LOGRADO.

Los resultados analizados a la luz del currículo propuesto, desarrollado y logrado en cuanto a la enseñanza del pensamiento espacial y los sistemas geométricos, permiten obtener las siguientes conclusiones:

- El MEN de educación Nacional en su afán por el mejoramiento continuo de la educación ha propuesto la enseñanza de la educación matemática como una experiencia significativa que permite desarrollar habilidades, destrezas y competencias de situaciones contextualizadas de su entorno.

- Aunque los resultados obtenidos arrojan un mejoramiento en la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje, se requiere de una capacitación y acompañamiento continuo a los docentes, que garantice la correcta comprensión de las diferentes metodologías propuestas y la revisión de los contenidos didacticos que se implementaran en el aula de clase.

- En cuanto a la solución de problemas se requiere generar situaciones didácticas de un mayor grado de complejidad que permitan realizar en los estudiantes procesos de observación, análisis y flexión, que posibiliten la generalización de los conceptos y la aplicación de estos en diferentes situaciones de su cotidianidad.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

2.1 OBJETIVOS

2.1.1 OBJETIVO GENERAL

Diseñar una estrategia metodológica para grado séptimo, basada en la teoría de situaciones problemas, para la enseñanza y aprendizaje de las relaciones Intra e ínter figúrales en los triángulos, como herramienta que permita lograr procesos de observación, análisis, generalización y aplicación, desarrollando la capacidad de realizar conjeturas, deducir propiedades, patrones y regularidades.

2.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Indagar acerca del nivel conceptual y de apropiación en los pensamientos espacial y métrico, logrados en los estudiantes, para detectar fortalezas y debilidades.

- Observar e indagar en el aula de clase la pertinencia y aplicación del Marco Legal Educativo (Estándares de Matemáticas, Lineamientos curriculares en Matemática, Ley General de Educación, Resoluciones; entre otros).para diseñar situaciones problema que respondan a los requerimientos exigidos por el gobierno

- Conocer y analizar los resultados de las pruebas SABER, TIMSS, ICFES, PISSA, a nivel nacional, para identificar fortalezas y debilidades de los estudiantes frente al pensamiento espacial, las cuales serán tenidas en cuenta en la elaboración de las situaciones problema.

- Diseñar estrategias de enseñanza y aprendizaje, que sirvan como herramientas de apoyo a docentes y estudiantes en el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico, involucrando procesos de observación, análisis, representación y generalización de propiedades y regularidades existentes en las relaciones intra e Inter. figúrales de los triángulos

- Desarrollar en el estudiante habilidades y competencias en la comprensión de conceptos geométricos abstractos como área, perímetro, congruencia y semejanza a través de situaciones que le permita realizar procesos reflexivos del espacio tridimensional.

- Implementar situaciones problemas que le permitan identificar relaciones intra e inter figúrales de los triángulos, las cuales lo lleven a realizar procesos de clasificación, medición e inclusión a partir de patrones y propiedades.

2.2 HIPÓTESIS Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Cada profesional en su campo de acción, además de conocer y manejar el saber específico, debe apropiarse de su conocimiento y comenzar a cuestionarse sobre como dar respuesta a los interrogantes existentes (descubrir nuevas posibilidades) o en su defecto, mejorar los procesos que lo componen (proponer nuevas alternativas), logrando de esta forma obtener mejores resultados, los cuales estén enfocados al mejoramiento continuo de la sociedad y por ende, a su calidad de vida.

Hablando específicamente del campo de acción educativo, una de las pretensiones más significativas que propone el Ministerio de Educación es mejorar significativamente la Calidad de la Educación, lo que implica directamente desarrollar Competencias y Habilidades en el estudiante, las cuales puedan ser aplicadas a su entorno y que estén a la altura de la educación Internacional.

Por consiguiente todo docente o quien aspira a serlo, debe enfocar tanto su ser como su hacer, a la búsqueda de herramientas didácticas, que permitan mejorar la calidad de la educación y que a su vez faciliten o enriquezcan el proceso de Enseñanza y Aprendizaje para los estudiantes.

En este sentido, es donde adquiere valor hablar de la investigación en educación, puesto que no se trata de inventar nuevos conceptos teóricos, sino con base en los que hay actualmente, diseñar diferentes estrategias para que el estudiante pueda apropiarse de ellos y los utilice de forma significativa en su cotidianidad. Ya que en los procesos de observación y reflexión de la educación matemática que se han hecho en esta investigación se hizo muy notoria la necesidad en los estudiantes de encontrarle un valor agregado, más que el de una nota para la materia, sino el de una utilidad en su contexto. Por lo cual reiteramos la importante labor del docente en saber utilizar los recursos que hay en las diferentes instituciones y profundizar con ellos.

Apoyándose en el párrafo anterior, en la enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas se puede evidenciar la dificultad que presentan los estudiantes en la apropiación y aplicación de los contenidos enseñados, cuando son presentados en situaciones o contextos parecidos ya que no hay un momento de reflexión y comprensión de lo que se esta haciendo dentro y fuera del aula. Se trata más bien de un trabajo mecánico y procedimental el cual obedece sólo a la ejecución de algoritmos netamente operativos, en lugar de momentos significativos.

Sin embargo se debe tener en cuenta que la propuesta actual, para la enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas, implica desarrollar en el estudiante, mas que contenidos, pensamientos y competencias que le permitan comprender, analizar y aplicar, los conceptos matemáticos de forma mas profunda y significativa.

Con base en esto, el Ministerio de Educación, plantea que los pensamientos propuestos por los lineamientos curriculares (Pensamiento Numérico, Pensamiento Espacial, Pensamiento Métrico, Pensamiento Aleatorio y Pensamiento Variacional), sean abordados mediante la propuesta de los Estándares Básicos de Matemáticas, los cuales están organizados, de acuerdo con tres procesos básicos que deben estar presentes en la actividad matemática[1]:

- Planteamiento y Resolución de Problemas
- Razonamiento Matemático (Formulación, Argumentación y Demostración)
- Comunicación Matemática. Consolidación de la manera de Pensar (Coherente, Clara, Precisa).

Por consiguiente, El conocimiento matemático, al igual que las dificultades que se presentan durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, deben abordarse, por medio de estrategias que respondan a lo propuesto por el Ministerio de Educación y que tengan presente los elementos involucrados en los estándares matemáticos.

Es por esto, que el docente o el maestro en formación, debe evidenciar las dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza y Aprendizaje y partiendo de estas, pensar y diseñar estrategias que ayuden al estudiante a vencer los obstáculos que se presentan en la adquisición de los contenidos y que a su vez pueda aplicarlos en las diferentes situaciones que lo requiera.

Dos de las causas en donde se evidencian dificultades para la apropiación y la aplicación significativa de los contenidos, aparece en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría es debido al nivel de abstracción que supone este saber y a la enseñanza totalmente tradicional que se ha utilizado para impartirla.

[1] Estándares básicos de Calidad. Ministerio de Educación.

La enseñanza y el aprendizaje de la geometría, a pesar de ser una ciencia que surge de la observación del espacio y de las necesidades del hombre, se ha caracterizado a lo largo de la historia por ser enseñada desde el plano, lo que impide al estudiante que el aprendizaje de esta ciencia sea significativo en su contexto y que pueda realizar abstracciones del medio, las cuales están relacionadas directamente con los conceptos geométricos para establecer relaciones entre lo que lo rodea y los conceptos abstractos.

Frente a esta situación se tienen varias propuestas que dan respuestas o estrategias para la enseñanza de la geometría en donde se parte de la idea de que el estudiante hace significativo el conocimiento cuando él es el protagonista de su construcción y que además lo realiza desde el medio y los elementos que lo rodea.

Una de ellas es la propuesta realizada por los esposos Van Hiele (Modelo de Van Hiele) que surge a raíz de los problemas que se presentaban en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, durante el trabajo en el aula. Este modelo propone la enseñanza de la geometría desde cinco niveles de razonamiento (Reconocimiento, Análisis, Clasificación, Deducción Formal y Rigor Matemático), que se deben presentar en el estudiante durante la adquisición de un nuevo conocimiento, los cuales serán abordados mediante cinco fases que lo llevaran de un nivel a otro[2].

Pero adicionalmente esta propuesta se debe fundamentar en las diferentes actividades que plantean los estándares básicos de calidad durante la actividad matemática, los cuales son considerados en la propuesta de enseñanza basada en situaciones problema.

---

[2] Implementación e Interpretación de los Estándares Básicos de Matemáticas

En el trabajo con situaciones problema, se propone abordarlas inicialmente con la selección de un motivo o problema inicial, luego realizar una organización básica de los contenidos básicos que el motivo permite trabajar, seguido de una estructuración de los niveles de conceptualización y la elaboración de preguntas y actividades que posibiliten la motivación hacia otros aprendizajes, y finalmente la evaluación de los procesos[3].

Articulando las dos propuestas mencionadas anteriormente, el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría o de los conceptos geométricos, debe fundamentarse, en la propuesta de los VAN HIELE, para garantizar la participación del estudiante en la construcción del conocimiento, mediante la manipulación de los objetos y el medio, pero al mismo tiempo se debe partir del trabajo por medio de situaciones problema que permitan contextualizar el aprendizaje del estudiante, realizar procesos de razonamiento (Formulación, Argumentación y Demostración) y que le ayuden a evidenciar la relación de la geometría con el medio, de tal forma que el conocimiento adquirido, pueda ser aplicado en las diferentes situaciones que requiera hacerlo.

Para llevar a cabo el trabajo con esta propuesta se debe tener claro los conceptos específicos a trabajar y con base en esto, diseñar una situación problema intencionada, que permita de forma significativa desarrollar habilidades y competencias en el estudiante.

Por lo tanto con este trabajo, se pretende afianzar y desarrollar con el estudiante, las relaciones Intra e Ínter figúrales de los Triángulos, teniendo en cuenta los siguientes conceptos temáticos:

- Clasificación Triangular según lados y ángulos

[3] Mesa B, Orlando. Criterios y Estrategias para la enseñanza de las matemáticas. Universidad de Antioquia. Medellín 1994

- Desigualdad Triangular
- Características y relaciones de las líneas notables (media, mediana y moda) en los triángulos
- Teorema de Pitágoras y Teorema de Thales
- Áreas y Perímetros a través de Triángulos en Polígonos regulares.

El trabajo se desarrollará con base en situaciones Problema, las cuales estén relacionadas con el medio en el que se desenvuelve y las actividades se realizaran teniendo presente lo propuesto por el modelo de VAN HIELE, para garantizar la participación del estudiante en la construcción de su propio conocimiento. De esta forma se busca que el estudiante más que aprender un contenido aislado, sea capaz de contextualizarlo en diferentes situaciones de su cotidianidad.

Por lo tanto, basados en la justificación anterior y los elementos teórico-didácticos, que se plantean, se tienen elementos de peso para afirmar la siguiente hipótesis:

> "El desarrollo del Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos; se logra de manera mas reflexiva y significativa, cuando se realiza mediante Situaciones Problema, que al ser fundamentadas desde el modelo de los Van Hiele y diseñadas desde la cotidianidad, motivan al estudiante a ser protagonista en la construcción de conocimiento y a su vez, desarrollar habilidades que le permitan aplicar lo aprendido en situaciones similares donde lo requiera, partiendo por supuesto desde lo tridimensional (Espacio) hacia lo bidimensional (plano)."

2.3 VARIABLE DEL TRABAJO PARA EL DESARROLLO DE LAS RELACIONES INTER E INTRAFIGURALES EN LOS TRIÁNGULOS.

Teniendo como base el diagnóstico que se realizo en la institución educativa la Paz y en el Centro Educativo Antonino sobre los conceptos que debían manejar los estudiantes de los grados sexto y séptimo según los estándares curriculares de matemáticas, se decidió tomar la siguiente variable:

- *Área y Perímetro de Polígonos Regulares mediante Triángulos.*

Se abordará el concepto de área y perímetro en polígonos regulares, por medio de recubrimiento con triángulos equiláteros, permitiendo que el estudiante establezca características y propiedades, tanto de polígonos como de los triángulos. Respecto a las líneas notables de los triángulos, sólo se abordará la altura, con el fin de profundizar en los conceptos antes mencionados, y también como se plantea en la ingeniería didáctica, en donde hay que cerrar el campo de investigación.

- *Clasificación Triangular*

Lograr que el estudiante establezca relaciones entre ángulos y lados, que le permitan clasificar los diferentes tipos de triángulos que existen, de tal manera que su clasificación no se vea afectada por la posición en que se le presentan dichos triángulos.

3. REFERENTE TEÓRICO

3.1 REFERENTE HISTORICO

La geometría (del griego geo, 'tierra'; metrein, 'medir') es una rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y perímetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Otros campos de la geometría son la geometría analítica, geometría descriptiva, la topología, la geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, la geometría fractal, y la geometría no euclidiana.

Sin embargo, la construcción de una ciencia tan formal y abstracta como la geometría, no aparece tan formalizada y estructurada desde sus comienzos, sino que a lo largo de la historia, el hombre en su interacción con el espacio y buscando dar solución a diferentes situaciones que se le presentaban en su vida diaria (repartición de tierras, control de animales, construcción de edificaciones, entre otros) descubrió relaciones espaciales entre los elementos de su entorno que lo llevaron a reflexionar y abstraer conceptos particulares, que posteriormente serian generalizados.

Gracias a la reconstrucción histórica que se ha hecho del desarrollo de la geometría, se puede entender y conocer a muchos personajes que desde sus experiencias y recursos (según su época) lograron encontrar muchos de los teoremas y conceptos que son tan conocidos y estructurados en la enseñanza actual. Por ejemplo los hallazgos encontrados frente al nacimiento de la matemática, aunque no son totalmente seguros, surgen en el antiguo Egipto, según los escritos de Herodos y otros viajeros griegos, afirman que los egipcios hicieron progresos asombrosos en la ciencia de mediciones exactas.

Los egipcios tenían inspectores territoriales que se conocían como extendedores de cuerda, los cuales utilizaban una cuerda con nudos para medir las porciones de los terrenos y repartirlas. Adicionalmente descubrieron que con la cuerda eran capaces de construir ángulos rectos, partiendo de que tres cuerdas de 3, 4 y 5 unidades de longitud respectivamente podrían formar un triángulo rectángulo.

Otro descubrimiento que a pesar de no ser conciente en un comienzo para los egipcios, y era exacto en sus cálculos, fue la capacidad de dividir la circunferencia en 5, 6 o 7 partes iguales, construyendo así sus templos y pirámides.

Los antiguos egipcios utilizaban un método práctico, para dar solución a sus problemas geométricos puesto que les permitía satisfacer diferentes necesidades de su época, en asuntos de negocios y construcción, los cuales representaban sus principales actividades económicas y culturales.

Posteriormente en Grecia, se comienza a formalizar dichos conocimientos prácticos gracias a diferentes filósofos, matemáticos y pensadores de la época.

Uno de esos personajes es el famoso Thales de Mileto, quien vivió aproximadamente desde el 640 hasta el 550 antes de cristo y fue conocido como uno de los siete sabios de Grecia.

A éste matemático y astrónomo, se le atribuyen proposiciones como las siguientes: todo diámetro biseca al círculo, también que el triángulo inscrito en un semicírculo es recto, al igual que los ángulos de la base de un triángulo isósceles son congruentes o que los ángulos correspondientes a ángulos iguales en triángulos semejantes, son proporcionales. Todos los teoremas y postulados anteriores a pesar de ser tan comunes en la actualidad, en su momento marcaron una época y elevaron simples afirmaciones a verdades generales.

Entre otros hallazgos realizados por Thales, se tiene la idea de abstracción de todo volumen y área de su figura material, tal como un cuadrado o un triángulo y considerarlo como función de línea, llevándolo a sustentar la idea de lo abstracto y lo general.

Posteriormente aparece Pitágoras (discípulo de Thales), quien vivió aproximadamente del 569 hasta el 500 antes de cristo, realizando aportes a la geometría como el teorema llamado por su nombre; donde afirma que el cuadrado formado por uno de los lados de un triángulo rectángulo es igual a la suma de los cuadrados formados por los lados restantes. Pitágoras también se interesó por los objetos naturales más abstractos y se dice que descubrió las maravillosas progresiones armónicas de las notas de la escala musical, hallando la relación entre la longitud de una cuerda y el tono de la nota producida al vibrar. Entre otros.

Un segundo momento de la historia de las matemáticas es en Atenas durante los siglos V y IV antes de cristo, ya que esta ciudad no sólo se convirtió en el centro político y comercial, sino también en el centro intelectual del mundo griego. Sus más importantes filósofos y matemáticos fueron:

Hipócrates y Platón. La escuela de Atenas se concentró en aspectos especiales de la súper estructura; y bien por accidente o predestinación, se encontraron envueltos en tres grandes problemas: “la duplicación del cubo”,”la trisección de un ángulo dado” y” la cuadratura del círculo”. Estos problemas se presentaron naturalmente en un estudio sistemático de la geometría, pero, a medida que iba pasando el tiempo y no se encontraban soluciones, atrajeron una atención creciente.

Hacia el año trescientos antes de cristo, aparece Euclides quien se encontraba entre los primeros maestros. Se sabe poco de su vida y su carácter; sin embargo el aporte mas significativo, comienza con su obra “Elementos de Euclides” al realizar una aproximación conceptual de los elementos básicos de la geometría, como la definición de línea, punto, arista, superficie, entre otros, los cuales posteriormente serian refutados por otros autores, dando origen a nuevos planteamientos sobre la geometría.

Posterior a Euclides, aparece Arquímedes quien estudió ampliamente las secciones cónicas, introduciendo en la Geometría las primeras curvas que no eran ni rectas ni circunferencias, aparte de su famoso cálculo del volumen de la esfera, basado en los del cilindro y el cono.

Pero al igual que la geometría se ha constituido como ciencia, gracias a los diferentes aportes de personajes mencionados anteriormente, la enseñanza de esta ciencia, se ha caracterizado en diferentes épocas de la historia por una clase especifica de geometría, que a su vez, daba origen a nuevos planteamientos sobre el que hacer Geométrico.

En la edad media por ejemplo, tiene gran acogida la geometría propuesta por Euclides, siendo esta impartida en las diferentes universidades y escuelas de manera informal y basada en anécdotas. Durante este periodo uno de los aspectos mas relevantes, fueron las nuevas formulaciones de algunos postulados.

Durante la edad moderna y específicamente en el renacimiento, aparece la geometría proyectiva como consecuencia del descubrimiento de la perspectiva en el arte, la cual fue opacada por la aparición de la geometría cartesiana. En la cual su principal representante fue Descartes, quien propone mirar la geometría desde un punto de vista investigativo y en asuntos como el plano con coordenadas.

Después, la aparición de la Geometría Analítica trae consigo una nueva forma de entender la Geometría. El nuevo método, algebraico, sustituye al antiguo, el sintético, consistente en establecer unos axiomas y unas definiciones y deducir de ellos los teoremas.

En la edad contemporánea Gauss devuelve el carácter geométrico que impregna parte del Análisis Matemático, fundamentalmente con dos contribuciones: el nacimiento de la Variable Compleja y de la Geometría Diferencial; adicionalmente realiza aportes a esta ciencia con la construcción del polígono regular de 17 lados y la condición necesaria para que este polígono pueda construirse.

En nuestros días, la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, está enmarcada desde las diferentes propuestas que se han planteado a lo largo de la historia de esta ciencia, sin embargo a la hora de abordar una adecuada propuesta metodológica, se debe partir no solo de la enseñanza de conceptos abstractos y formales de la geometría, sino que debe realizarse la construcción de estos conceptos, desde situaciones didácticas, que permitan la interacción del estudiante con su entorno, logrando de esta forma que el aprendizaje tenga no solo significado, sino también sentido y utilidad en su contexto.

3.2 REFERENTE EPISTEMOLOGICO

La enseñanza de la geometría según los lineamientos curriculares, había sido desplazada por la "matemática moderna", ocasionando que esta se considerara importante dentro del desarrollo del pensamiento matemático y por ende no fuera desarrollada en las instituciones educativas.

Al retomar el estudio de esta ciencia comienzan a surgir dificultades de carácter cognitivo, metodológico y conceptual en los estudiantes, debido a lo abstracto y formal de sus elementos y contenidos, los cuales auque se encontraban presentes en el espacio, requerían de un verdadero proceso de reflexión que le permitiera representar la observación del espacio en forma bidimensional, de tal forma que pudiera deducir y generalizar propiedades y relaciones de los objetos.

Una de las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas y en especial de la geometría son los obstáculos epistemológicos, los cuales consisten en viejos conocimientos o concepciones adquiridos que son útiles para ciertas actividades y durante algún tiempo, pero en un momento dado son contradictorios o falsos ante conocimientos nuevos que se quieran adquirir.

Los obstáculos epistemológicos tienen su origen en los conceptos que se estudian y se encuentran presentes de forma generalizada en toda una comunidad. En cuanto las matemáticas, esta es considerada una de las áreas en las que los estudiantes presentan mayores dificultades y una manifestación de esta es el hecho de confundir lo que se quiere representar con lo que finalmente es representado.

La geometría como una rama de las matemáticas, no es ajena a que los estudiantes presenten dificultades en el aprendizaje, pero estas se deben en gran parte al abandono que ha sufrido como objeto de estudio en los currículos escolares durante los últimos años, abandono que se manifiesta en evidencias (encuestas realizadas) tanto a nivel nacional como internacional.

Este abandono de la geometría en los currículos escolares se debe a aspectos como:

- El movimiento de las matemáticas modernas, el cual se fundamenta en el supuesto que algunas partes de la geometría elemental están “muertas” para la realización de investigaciones avanzadas.
- La introducción de nuevos campos como la estadística.
- La naturaleza que la actividad cognitiva requiere para su aprendizaje, por una parte la realización de un estudio de las figuras y sus propiedades y por otro enunciar definiciones, teoremas, hipótesis, pero no se pueden realizar por separado si se quiere llegar a la construcción de conocimientos. Por lo tanto,

es necesario efectuarlos simultáneamente; y es precisamente esta coordinación entre los tratamientos figúrales y discursivos la que se convierte en una de las mayores dificultades en su enseñanza.

Con relación a las figuras geométricas, estas juegan un papel importante en la enseñanza de la geometría en cuanto permiten al estudiante visualizar mejor los enunciados, sin embargo a pesar de ser una buena herramienta, también se pueden presentar algunos obstáculos o dificultades con su uso o aplicación como los siguientes:

- La asignación de propiedades que realmente no tienen, o no ver ninguna propiedad.
- La concepción de las figuras como algo estático y por ende se llega a la negación de la posibilidad de realizarle transformaciones como divisiones, traslaciones, rotaciones, entre otras.
- No encontrar en las figuras las relaciones o propiedades que se relacionan con la hipótesis planteada y que lo pueda llevar a la solución del problema o situación.
- Que los maestros consideren que al presentar las figuras no necesitan hablar más del problema planteado y no elaboren un discurso que acompañe al estudiante en la búsqueda de la solución y del mismo planteamiento.
- En algunos casos se puede presentar la no coherencia entre la figura y el enunciado del problema en el lenguaje natural.
- Al resolver problemas relacionados con la comparación o búsqueda de áreas, el estudiante centra su estrategia sólo en el conteo o tanteo de posibles respuestas, mientras que para lograr que los estudiantes lleguen a la respuesta pero no resuelvan el problema o lleguen a la pérdida de la globalidad de la figura y que manejen la figura como un todo, se debe ir más allá y buscar

estrategias para que ellos puedan ver la figura y el planteamiento del problema como un todo y no por partes..

Dentro de los aportes que pueden dar las figuras en la solución de un problema geométrico se identifica que estas pueden facilitar tres aprehensiones diferentes, las cuales son: Aprehensión perceptiva, operatoria y discursiva; a continuación se presentan cada una de estas:

Aprehensión Perceptiva: hace referencia a lo que el estudiante percibe inmediatamente de la figura presentada, aquí se puede presentar la dificultad que lo que el estudiante percibe en un primer momento no sea lo que permita llegar a la solución del problema planteado.

Aprehensión Operatoria: Hace referencia a todas las posibles transformaciones que se pueden realizar a las figuras; aquí se puede presentar la dificultad que el estudiante no identifique la operación u operaciones pertinentes para dar solución al problema, esta no identificación en algunos casos se debe a que el estudiante desconoce algunas de las propiedades o características de la figura presentada.

Aprehensión Discursiva: Esta se encuentra relacionada con las propiedades mencionadas en las hipótesis y es indispensable en los procesos de demostración.

- **ANALISIS HISTORICO Y EPISTEMOLOGICO DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA**

El Conocimiento histórico y epistemológico de la geometría, como puntos de partida para abordar un proyecto de investigación matemático enfocado en este caso en el desarrollo de las relaciones intra e inter figúrales de los triángulos, requiere analizar cada uno de los antecedentes y obstáculos que se han presentado a largo del tiempo, orientando así las diferentes propuestas didácticas que se planteen para la aprehensión de los conceptos geométricos.

Con relación a la historia de la geometría, aunque es particular a cada concepto que se desee estudiar; lo que se puede generalizar es que surge como el resultado de una necesidad del hombre para resolver una situación o problema relacionada con su entorno. Por consiguiente este debe ser el punto de partida de cualquier intervención didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de las relaciones espaciales presentes en el contexto del estudiante.

Frente al desarrollo epistemológico de la geometría, aparecen diferentes obstáculos importantes a analizar, a la hora de pensar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las relaciones intra e inter figurales en los triángulos. La introducción de obstáculo en las matemáticas, se debe a Brousseau, quien parte de la concepción de que “el error no es solamente el efecto de la ignorancia, de la incertidumbre, del azar, según se creía en las teorías empiristas o conductistas del aprendizaje; sino el efecto de un concepto anterior, que tuvo su interés, su éxito, y que ahora se revela falso o simplemente inadaptado. Los errores de este tipo no son fortuitos o imprevisibles, su origen se constituye en un obstáculo”(errores y obstáculos en el aprendizaje matemático)
Con base en lo anterior el profesor Orlando Mesa define “el obstáculo como una concepción que ha sido, en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas, pero que falla cuando se aplica a otro”.(las tendencias en educación matemática y su implementación en los currículos y prácticas docentes)

Estos obstáculos presentes en el aprendizaje la geometría, pueden ser de tipo ontogenético, epistemológico o didáctico; el primero de ellos obedece a las características propias del niño, las cuales están ligadas a su desarrollo neurofisiológico, el epistemológico esta intrínsecamente relacionado al propio concepto, la construcción del conocimiento matemático se enfrenta con ellos y se apoya en ellos y finalmente el didáctico que resulta de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza; procedentes de las decisiones que toma el profesor o el propio sistema educativo en relación con algunos conocimientos matemáticos.

En vista de la particularidad que presentan los obstáculos ontogenéticos al ser propios de cada sujeto, abordaremos solo aquellos obstáculos que están relacionados directa o indirectamente con la parte epistemológica y didáctica, es decir, con la construcción de los conceptos geométricos presentes en las relaciones intra e inter figúrales entre los triángulos y las propuestas metodológicas que plantean estrategias para la enseñanza y aprendizaje de la geometría

Otra de las tareas planteadas al analizar la epistemología, es cambiar algunas concepciones erróneas que tienen los estudiantes, debido a que se las han trasmitido sus profesores, y estos a su vez se han apoyado de algunos textos que los definen así, como por ejemplo: “Un triangulo isósceles es aquel que tiene dos lados iguales y uno desigual”, con esta definición los estudiantes desconocen que un triangulo equilátero también es isósceles. Obstáculos epistemológicos como el anterior tienen su origen en los conceptos que se estudian y se encuentran presentes de forma generalizada en toda una comunidad, pero que igualmente intentaremos cambiar así sea en una pequeña parte de la comunidad.

De todo lo anterior también es necesario establecer una coordinación entre los tratamientos figúrales con los discursivos, ya que es imposible abordar estos tratamientos por separado, buscando suplir las dificultades que se presentan en la enseñanza de la geometría, e intentando que los estudiantes empleen propiedades y características intra e inter figúrales de los triángulos.

3.3 RELACIONES INTER E INTRAFIGURALES EN LOS TRIÁNGULOS.

3.3.1 PROCESOS REALIZADOS POR EL ESTUDIANTE DURANTE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS RELACIONES INTER. E INTRA FIGURALES EN LOS TRIÁNGULOS.

Teniendo en cuenta los planteamientos de Raymond Duval (2001) donde dice que en la actividad geométrica deben asociarse tres tipos de procesos cognitivos dada su complejidad:

3.3.1.1 PROCESOS DE VISUALIZACIÓN.

Los ***procesos de visualización***, en los cuales están ligadas las representaciones espaciales y al método heurístico para dar solución a una situación compleja.
Tiene estrecha relación con la manipulación o transformación de los objetos bi y tridimensionales. No es una habilidad innata del ser humano, por lo cual debe ser modelada y explotada. Existen varios niveles de visualización, en el primero o visualización global permite asociar figuras matemáticas con objetos del entorno. En el segundo nivel o de la percepción de elementos constitutivos se centra en identificar en los elementos aquellos bi o tridimensionales que los conforman. En este nivel se busca el reconocimiento de relaciones entre los elementos constitutivos de las figuras como relaciones de perpendicularidad o paralelismo. En el último nivel se encuentran las manipulaciones mentales de las figuras aplicando transformaciones (rotaciones y traslaciones) visuales.

3.3.1.2 PROCESOS DE CONSTRUCCIÓN

En los ***procesos de construcción*** mediante .herramientas, la .construcción de configuraciones puede servir como modelos, los cuales están relacionados con objetos matemáticos.

3.3.1.3 PROCESOS DE RAZONAMIENTO.

En el ***razonamiento*** se da la extensión del conocimiento para la demostración o explicación de sucesos matemáticos.

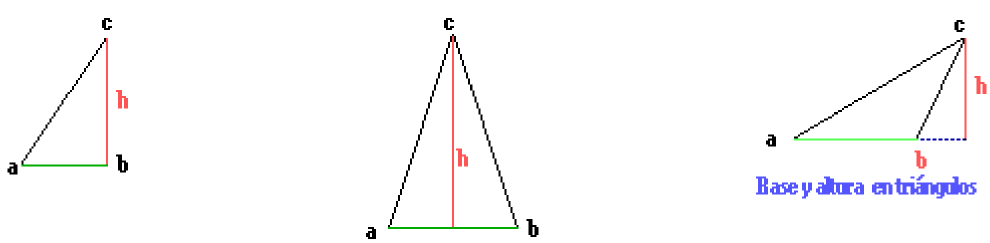
3.4 RELACIONES INTRAFIGURALES EN LOS TRIÁNGULOS

3.4.1 ALTURA EN LOS TRIÁNGULOS.

Cualquiera de los lados de un triángulo puede tomarse como su *base*, es decir, como el lado que queda en posición horizontal respecto del observador. En geometría se acostumbra designar el lado que se toma como base de un triángulo, como *lado AB*. Denominación que también afecta al ángulo que está en cada extremo de la base; y por lo tanto se designa como C el ángulo superior, que se denomina *vértice* del triángulo.

La *altura* de un triángulo, es la distancia que existe entre el lado tomado como base, y el *vértice* del triángulo; representada por una línea que saliendo del vértice es perpendicular a la base.

En geometría es usual designar la altura de una figura empleando la letra H, probablemente con referencia a la palabra francesa *hauteur* (se pronuncia: *otér*), que precisamente significa *altura*.



3.4.2 DESIGUALDAD TRIANGULAR.

El teorema de desigualdad triangular afirma que en cualquier triángulo la longitud de uno de los lados no puede nunca superar a la suma de las longitudes de los otros dos.

Demostración (caso real)

Haciendo uso de las propiedades del valor absoluto, es posible escribir:

$$-|a| \leq a \leq |a|$$
$$-|b| \leq b \leq |b|$$

Sumando ambas inecuaciones:

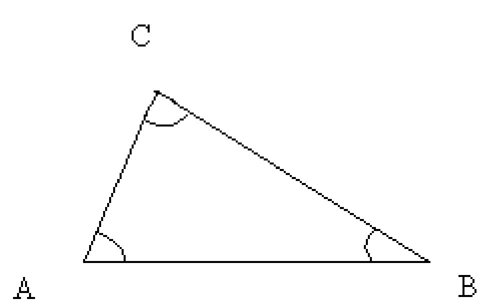
$$-(|a| + |b|) \leq a + b \leq |a| + |b|$$

A su vez, usando la propiedad de valor absoluto $|a| \leq b$ si y solo si $-b \leq a \leq b$ en la línea de arriba queda:

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

3.4.3 ÁNGULOS INTERNOS DEL TRIÁNGULO.

Teorema relativo a la suma de los ángulos internos de un triángulo: La suma de las medidas de los tres ángulos internos de un triángulo cualquiera es



siempre igual a 180º

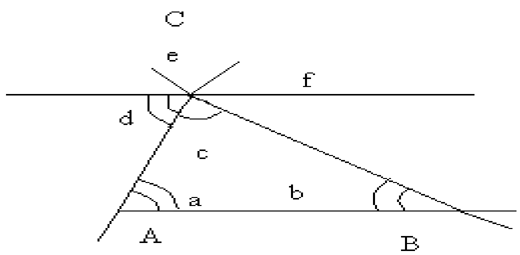
Dem. Grafiquemos un triángulo cualquiera

Demostraremos que:

$\measuredangle a + \measuredangle b + \measuredangle c = 180º$

Primeramente trazamos una recta paralela al segmento

$\overline{AB}$, como se muestra a continuación



Podemos observar que:

- $\measuredangle d + \measuredangle c + \measuredangle f = 180º$

3.4.4 CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS SEGÚN LA MEDIDA DE SUS ÁNGULOS Y SUS LADOS.

- **SEGÚN LA LONGITUD DE SUS LADOS**

Los Triángulos según las medidas de sus lados se clasifican en:

TRIÁNGULO ESCALENO: Es el Triángulo cuyos lados poseen diferentes medidas: es decir:

$$\text{med } \overline{AB} \neq \text{med } \overline{AB} \neq \text{med } \overline{BC}$$

TRIÁNGULO ISÓSCELES: Es el Triángulo con dos de sus lados congruentes (de la misma longitud o medida), es decir, se cumple alguna de las siguientes tres condiciones.

$$\text{med } \overline{AB} = \text{med } \overline{AC} \neq \text{med } \overline{BC}$$

$$med\ \overline{\mathrm{AB}} = \text{med } \overline{BC} \neq \text{med } \overline{\mathrm{AC}}$$

$$\text{med } \overline{AC} = \text{med } \overline{BC} \neq \text{med } \overline{AC}$$

En todo Triángulo Isósceles, los lados de la misma longitud son opuestos a los ángulos internos de iguales medidas.

TRIÁNGULO EQUILÁTERO: Aquellos que poseen sus lados congruentes o de la misma medida.

$$med\ \overline{\mathrm{AB}} = \text{med } \overline{BC} = \text{med } \overline{CD}$$

Los ángulos internos de todo Triángulo equilátero posee la misma medida, la cual es de 60º, por lo tanto se dice que son tanto equiláteros (por tener sus lados de la misma longitud) como equiángulos (por ser los ángulos internos de la misma medida).

Todo Triángulo equilátero es también isósceles, pero ningún triángulo isósceles es equilátero.

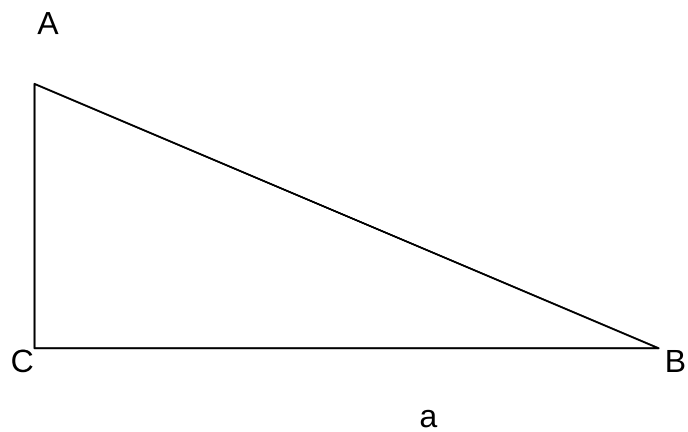
$$\text{med } \angle \mathrm{A} = \text{med } \angle \mathrm{B} = \text{med } \angle \mathrm{C} = 60^{\circ}$$

- **SEGÚN LAS MEDIDAS DE SUS ÁNGULOS INTERNOS** se clasifican en:

ACUTÁNGULOS: Son los triángulos cuyos ángulos internos son agudos (miden menos de 90º).

RECTÁNGULOS: Un Triángulo es Rectángulo si uno de sus ángulos internos mide 90º.

En los triángulos Rectángulos, la suma de las medidas de los ángulos agudos es 90º



En un Triángulo Rectángulo los lados de menor longitud reciben el nombre de **catetos** (forman el ángulo recto), y el de mayor longitud y que une a los cateto se llama **hipotenusa.**

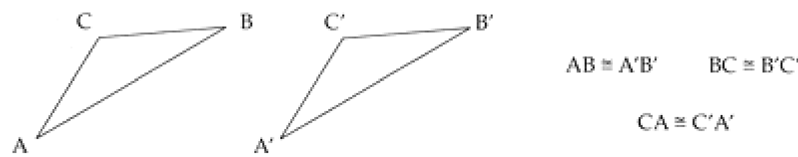
Vértices: $\begin{cases} A \\ B \\ C \end{cases}$ Ángulos Internos: $\begin{cases} \alpha \\ \beta \\ \varphi \end{cases}$ Lados: $\begin{cases} \overline{AB} \\ \overline{AC} \\ \overline{BC} \end{cases}$

3.5 RELACIONES INTER FIGURALES

3.5.1 RELACIONES DE CONGRUENCIA ENTRE TRIÁNGULOS.

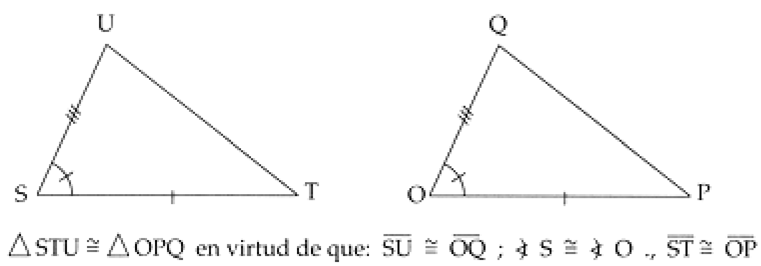
- **Primer criterio: lado, lado, lado (LLL)**

Dos triángulos son congruentes si los tres lados de uno de ellos son congruentes a los lados del otro triangulo.



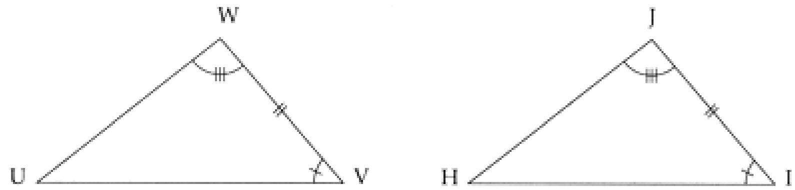
- **Segundo criterio: lado, ángulo, lado (LAL)**

Dos triángulos son congruentes si, en el primer triangulo, dos de sus lados y el ángulo comprendido entre ellos del segundo triangulo



- **Tercer criterio: ángulo, lado, ángulo (ALA)**

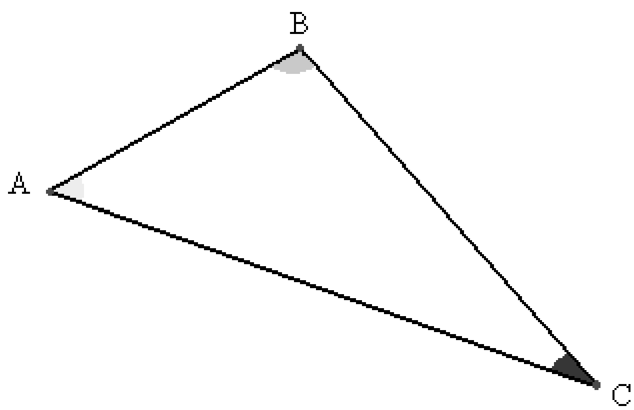
Dos triángulos son congruentes si dos ángulos y el lado comprendido entre ellos, de uno de los triángulos, son congruentes con dos de los ángulos y el lado comprendido entre ellos del otro triangulo



$\triangle UVW \cong \triangle HIJ$ en virtud de que: $\sphericalangle V \cong \sphericalangle I$; $\overline{VW} \cong \overline{IJ}$., $\sphericalangle W \cong \sphericalangle J$

3.5.2 RELACIONES DE SEMEJANZA ENTRE TRIÁNGULOS

Dos **triángulos** son **semejantes** si existe una relación de semejanza o similitud entre ambos.



Una semejanza es una composición de una isometría (o sea, una rotación y una posible reflexión o simetría axial) con una homotecia. Puede cambiar el tamaño y la orientación de una figura pero no altera su forma.

Por lo tanto, dos triángulos son semejantes si tienen similar *forma*.

En el caso del triángulo, la forma sólo depende de sus ángulos (no así en el caso de un rectángulo, por ejemplo, donde los ángulos son todos rectos pero cuya forma puede ser más o menos alargada, es decir que depende del cociente *longitud / anchura*).

Se puede simplificar así la definición: dos triángulos son semejantes si sus ángulos son iguales dos a dos.

En la figura, los ángulos correspondientes son A = A', B = B' y C = C'. Para denotar que dos triángulos ABC y DEF son semejantes se escribe ABC ~ DEF, donde el orden indica la correspondencia entre los ángulos: A, B y C se corresponden con D, E y F, respectivamente.

Una similitud tiene la propiedad (que la caracteriza) de multiplicar todas las longitudes por un mismo factor. Por lo tanto las razones *longitud imagen / longitud origen* son todas iguales, lo que da una segunda caracterización de los triángulos semejantes:

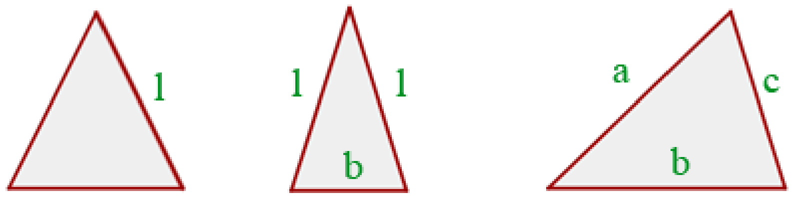
Dos triángulos son semejantes si las razones de los lados correspondientes son iguales

3.5.3 ÁREA Y PERÍMETRO ENTRE TRIÁNGULOS.

- Perímetro de un triángulo

El **perímetro de un triángulo** es igual a la **suma** de sus tres **lados**

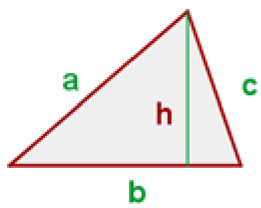
Triángulo Equilátero	Triángulo Isósceles	Triángulo Escaleno
$P = 3 \cdot l$	$P = 2 \cdot l + b$	$P = a + b + c$



- **Área de un triángulo**

El área de un triángulo es igual a base por altura partido por 2

La altura es la recta perpendicular trazada desde un vértice al lado opuesto (o su prolongación).



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

4. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

4.1 INGENIERÍA DIDÁCTICA

Michélle Artigue (Francia)

Investigadora del más alto nivel internacional, contribuyó notablemente a la ingeniería didáctica, un tema de gran influencia en las investigaciones y la práctica en la educación matemática. También ha dedicado más de 20 años a la integración de tecnologías computacionales a la educación matemática. Es presidenta actual de la International Commission of Mathematical Instruction.

Artigue, Michelle y Douady, Règine. Ingeniería didáctica en educación matemática. Grupo Editorial Iberoamérica. México. 1995.

Michèle en su capítulo 2 presenta los esquemas de formación de profesores de matemáticas en Francia resaltando el rol de la didáctica en esta formación.

Este volumen profundiza en uno de los aspectos característicos de la Escuela Francesa de Didáctica de las Matemáticas: la ingeniería didáctica. "Se denomina con este término a una forma de trabajo didáctico equiparable con el trabajo del ingeniero quien, para realizar un proyecto determinado, se basa en los conocimientos científicos de su dominio y acepta someterse a un control científico. Sin embargo, al mismo tiempo, se encuentra obligado a trabajar con objetos mucho más complejos que los objetos depurados de la ciencia y, por lo tanto, tiene que abordar prácticamente, con todos los medios disponibles, problemas de los que la ciencia no quiere o no puede hacerse cargo" (Artigue, p. 34).

La ingeniería didáctica, desarrollada específicamente en el área de la educación matemática, tiene una doble función. "Ella llega a significar tanto unas producciones para la enseñanza, basadas en resultados de investigaciones que han utilizado metodologías externas a la clase, como una metodología de investigación específica" (p. 36).

Michèle en el capítulo 4, presenta el contexto de aparición de esta noción y describe el papel que ella pude jugar como metodología de investigación, estudiando en detalle un campo de investigación específico: la enseñanza del cálculo. Allí es posible percibir el papel de la ingeniería didáctica como metodología de investigación, por su parte: Règine Douady se interesa en los diferentes factores que rigen la elaboración de una ingeniería didáctica y su interdependencia. Ella presenta dos ejemplos de propuestas de enseñanza que corresponden a selecciones didácticas analizadas, argumentadas y justificadas en investigaciones. Es interesante consignar que la ingeniería didáctica se ubica en el registro de los estudios de casos, y cuya validación es interna, basada en la confrontación entre el análisis a priori y a posteriori.

Definir el problema de la ingeniería didáctica es definir su relación con el desarrollo actual y el porvenir de la didáctica de las matemáticas, el problema de la acción y de los medios para la acción, sobre el sistema de enseñanza. En cuanto a las metodologías externas mencionadas se refieren a la implementación de cuestionarios, entrevistas, tests, el éxito de estos radica en que se pueden utilizar de manera cómoda y se pueden hacer reconocer como productoras de resultados científicos.

Lo referido al trabajo de grado que se toma de la ingeniería Didáctica, esta basado en realizar diferentes aportes que ayudan a orientar la investigación; implementado una de las metodologías externas, como lo es la aplicación de encuestas tanto a docentes y estudiantes de la básica primaria y la básica secundaria. También se recurre a herramientas tecnológicas como el software PaperAir, el cual se convierte en un mediador y posibilita el proceso de investigación observándolo desde diferentes variables (motricidad fina, gruesa, seguimiento de instrucciones, competencia tecnológica entre otras) la interacción que tienen los estudiantes con las situaciones que se diseñaron.

Por lo anterior, se limitó la complejidad para los grados abordados. Es decir, sexto y séptimo de básica secundaria. Para las diferentes situaciones problemas, se tuvo en cuenta un análisis apriori, para poder realizar adecuadamente un proceso de validación y pasar luego a realizar una confrontación con los análisis aposteriori y así poder concluir el nivel y la pertinencia que tienen las situaciones en los estudiantes por medio de la aplicación en el contexto en que se desenvuelven.

En el campo de acción se implemento la teoría de las situaciones problema, las cuales sirven de referencia a la metodología propuesta por la ingeniería didáctica, en la cual su función primordial es constituirse en una teoría de control de las relaciones entre el significado y las situaciones. Para que esta relación se de, debe haber necesariamente una concordancia entre lo que se plantea y lo que se hace, y así poder ver los resultados y recoger de ellos todas las observaciones mediante la aplicación de las situaciones, para hacer después el análisis a posteriori.

5. EXPERIMENTACIÓN

5.1 LAS SITUACIONES PROBLEMA COMO MODELO PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

Una primera aproximación a las situaciones problema está dada por Gilberto Obando y Jhon Jairo Múnera quienes la definen como:

> "… un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, donde los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos" (Obando, Munera. 2003)

Las situaciones didácticas constituyen el punto de partida de la situación problema. Definida como una situación didáctica fundamental, pone en juego, como instrumento implícito los conocimientos que el alumno debe aprender.

Dentro de estas se reconocen las siguientes características:

- Debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.
- Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.
- Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores.
- Debe ofrecer una resistencia suficiente para llevar al alumno a poner en duda sus conocimientos y a proponer nuevas soluciones.
- Debe contener su propia validación.

Estas situaciones son importantes en la medida que logran en los estudiantes un desarrollo autónomo de los procesos de exploración (formulación de hipótesis, validación, reformulación), dando lugar a que el individuo participe activamente en la elaboración teórica. En este caso, la elaboración de situaciones problema que apunten hacia el desarrollo del concepto de la magnitud volumen, buscan que el estudiante comprenda, adquiera y aplique el significado e importancia de esta magnitud en diferentes contextos sociales.

Elementos que componen una situación problema. Para diseñar una situación problema se debe tener en cuenta ciertos elementos característicos:

- **Red Conceptual:** La red conceptual es una malla de relaciones donde los nudos son el centro de encuentro entre los conceptos asociados a los conocimientos que la situación permite desarrollar. La red conceptual permite que el proceso de exploración y sistematización genere cada vez, más significados entre los conceptos y que las relaciones entre éstos no se agoten. Este elemento es de gran importancia, pues permite tomar decisiones sobre los medios y los mediadores a utilizar; además, qué tipo de actividades se puede proponer al estudiante.

- **Motivo:** El motivo se presenta como la excusa, la oportunidad, el evento, la ocasión, el acontecimiento, la coyuntura, o el suceso, que permitirá generar una situación problema en el aula de clase. Debe ser elegido con cuidado, pues de ello depende que la situación sea apropiada por los estudiantes. El motivo debe generar un contexto que sea significativo para el alumno y que despliegue sus habilidades matemáticas.

- **Medio:** Los medios son soportes materiales sobre los cuales se estructura la situación problema. Ellos pueden ser materiales físicos para manipular, instrumentos u objetos abstractos que permiten llegar al conocimiento matemático.
- **Mediadores:** Se considera mediador, específicamente, a un medio que permite el desarrollo de la actividad matemática del alumno. Para que un medio se convierta en mediador es necesario analizar la red conceptual y los elementos que están estructurados en ella, con el fin de establecer a través de

qué medio, el pensamiento matemático podrá ser mediado para lograr su construcción conceptual.

- **Estrategias:** Son las tareas que presenta la situación problema de forma visible permitiendo desarrollar la actividad matemática por parte del estudiante. Es así como las estrategias o actividades permiten en el alumno:

> "la búsqueda de diferentes respuestas, relaciones, maneras de explicación y representación, formulación de conjeturas y problemas a partir de los interrogantes. Por eso las preguntas planteadas durante la intervención deben guardar una estrecha relación con la selección de los contenidos y deben ser de todo tipo cerradas y abiertas con el fin de promover la reflexión, la creatividad, la investigación" (Munera 1998).

- **Evaluación:** La situación problema tiene implícito un mecanismo de evaluación o de validación del trabajo, que le den al alumno herramientas de confrontación clara de lo realizado con lo esperado, que le ayuden a pensar como seguirá en el desarrollo de la solución del problema. La argumentación entra a ser parte importante de la validación.

> "La evaluación empieza a tomar cuerpo de las mismas situaciones diseñadas, de manera tal, que el término "evaluación" empiece a hacerse "invisible", en la medida que no perdamos de vista que las aproximaciones a las soluciones (no respuestas) acertadas o con errores son canalizadoras del aprendizaje y a la vez para que den luz verde a los procesos en los que se tienen en cuentan aspectos conceptuales, procedimentales y actitudinales." (Obando, Munera)

La evaluación dentro de una situación problema respeta los ritmos de aprendizaje y canaliza los errores presentes en las respuestas como agentes mediadores para provocar cambios conceptuales en los alumnos.

6. SITUACIONES PROBLEMA PARA LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS RELACIONES INTRA E INTER FIGURALES

6.1 PRESENTACIÓN DE LA SITUACIÓN UNO: MODELADO DE AVIONES EN PAPEL.

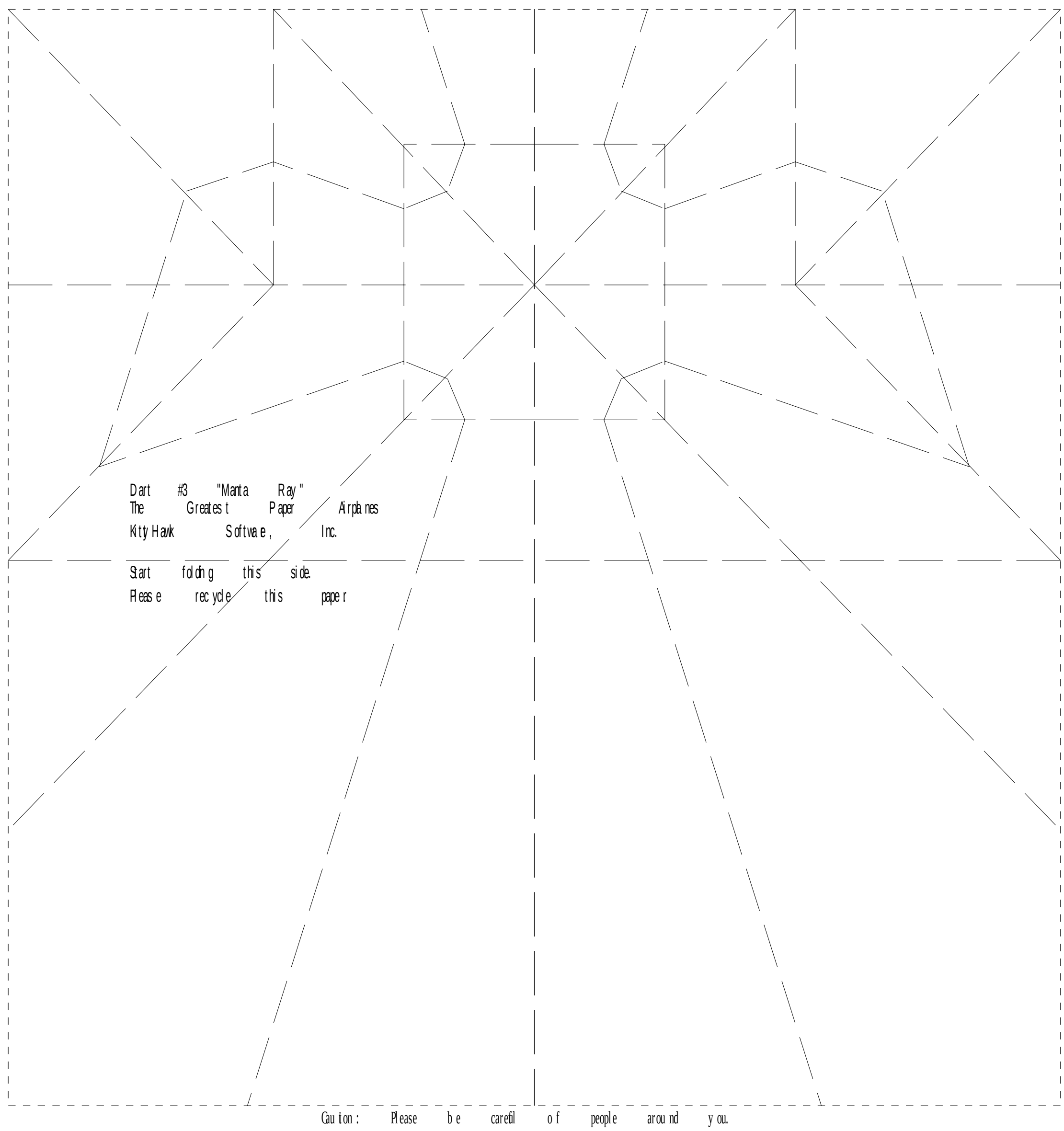
- **SITUACIÓN 1**

ACTIVIDAD # 1

1. Diríjase al escritorio del computador, haga clic en Mi PC, luego clilck en Disco local C.
2. Después abra la carpeta “aviones” y de doble clic en el archivo “PaperAir”.
3. Haga clic en el vínculo llamado: *planes* y luego en el vínculo *Darts.*
4. Allí encontrarás varios modelos de aviones y tú doblarás en papel el modelo llamado *Manta Ray.* Allí haz clic en las fechas del cursor e irás observando como armar el avión, podrás devolverte y ver paso a paso como se arma el avión.

Después de haber armado el avión sigue las indicaciones de la actividad 2.

Planos Del Avión:



ACTIVIDAD #2

Después de haber armado el avión anterior, desdóblalo y responde las siguientes preguntas.

1. Luego de desdoblar la hoja de papel, ¿Qué observas?
2. ¿Qué clase de polígonos tienes en el plano?, ¿Qué características tiene cada una de ellas?
3. Con base en el plano de tu avión, completa el siguiente plano.

Clase de polígono	Número de lados	Número de ángulos	Cantidad en el plano	Propiedades
Triángulo	3	3	8	Suma de ángulos internos igual a 180º

Tabla # 17

Hasta el momento hemos aprendido desde la construcción de un avión las diferentes clases de polígonos, sus relaciones y propiedades.

Ahora, como es lógico, todo avión se construye para lanzarlo tan alto que su vuelo llegue hasta las nubes. La siguiente actividad permitirá que tu avión vuele tan alto como tu imaginación y que tu conocimiento sea cada vez mayor.

ACTIVIDAD # 3

JUGANDO Y APRENDIENDO

Reúnete con tres de tus compañeros y sigue las instrucciones:

1. Cada uno debe identificarse con una letra (A, B o C)
2. Comienza lanzando A, luego B y por ultimo C.
3. Se realizaran 20 rondas de lanzamientos.
4. Luego de lanzar los tres aviones se medirán las distancias que hay entre A y B, luego A y C, y por ultimo entre B y C, registrando la información en la siguiente tabla:

Nota 1: Las medidas que obtendrás en metros, las registrarás en la tabla con su equivalente en centímetros

Ejemplo: Si la distancia entre AB al medirla fue de 5 mt, entonces tu vas a colocar en la tabla 5 cm

Nota 2: En ocasiones la distancia no te dará un número entero, por lo cual debes de aproximar teniendo en cuenta la siguiente información:
Si la medida te da 0.5 o más entonces lo aproximarás a la siguiente cifra, es decir si al medir la distancia AB te da 8.6, entonces debes de colocar en la tabla 9.
Si la medida te da menor a 0.5, entonces debe de registrar el número entero más cercano en la tabla. Ejemplo: 8,2; registrarás 8,0.

REGISTRO DE LANZAMIENTO DE AVIONES			
No Ronda	**Distancia AB**	**Distancia AC**	**Distancia BC**
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

Tabla # 18

5. Una vez termines de registrar la tabla, dibuja, con ayuda de regla y compás los triángulos que se forman con la información anterior. Para dibujarlos ten en cuenta las siguientes indicaciones:

Suponiendo que los resultados obtenidos en una de tus rondas hayan sido los siguientes:

REGISTRO DE LANZAMIENTO DE AVIONES			
No Ronda	**Distancia AB**	**Distancia AC**	**Distancia BC**
1	**6**	**7**	**8**

Tabla # 19

Vas a dibujar cada uno de las distancias con ayuda de tu regla, es decir que vas a trazar 3 segmentos con cada una de las medidas anteriores de tal forma que AB = 6, AC = 7 y BC = 8

Luego vas a dibujar uno de los segmentos nuevamente y los vas a nombrar

Luego toma la medida del lado AC, con el compás y con esa abertura, haces centro en A y trazas un arco con esa medida, luego, realizas el mismo procedimiento con BC, de tal forma que ambos arcos se corten. Este punto que se obtiene es el vértice C, por ultimo unes A con C y luego B con C, obteniendo el triángulo pedido.

Nota: Cada triángulo lo debes de enumerar de acuerdo al lanzamiento que corresponda

6. Responde las siguientes preguntas con base en lo realizado en el punto anterior.

¿Te dieron triángulos con las medidas de los tres lados iguales? ¿Cuántos?

¿Cuántos triángulos de los anteriores tienen al menos dos lados iguales?

¿Cuántos triángulos de los anteriores tienen los tres lados desiguales?

7. Completa la tabla, colocando una X de acuerdo con los triángulos realizados en el punto 5.

CLASIFICACION DE TRIANGULOS SEGÚN SUS LADOS			
Triángulo	**Equilátero (Tiene los tres lados iguales)**	**Isósceles (Tiene dos lados iguales)**	**Escaleno (Tiene los tres lados desiguales)**
1	**x**	**x**	
2			X
3		x	
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

Tabla # 20

8. Ahora mide con ayuda del transportador cada uno de los ángulos de los triángulos del punto 5 y completa la información en la siguiente tabla:

MEDIDA DE ANGULOS			
Triángulo	**Ángulo A**	**Ángulo B**	**Ángulo B**
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

Tabla # 21

9. Con base en la información del tablas anterior responde:

¿Cuántos triángulos tienen todos sus ángulos agudos?
¿Cuántos triángulos tienen al menos un ángulo recto?
¿Cuántos triángulos tienen un ángulo obtuso?

10. Ahora completa la siguiente tabla:

CLASIFICACION DE TRIÁNGULOS SEGÚN SUS ANGULOS			
Triángulo	**Acutángulos (Tiene los tres ángulos Agudos)**	**Rectángulo (Tiene un ángulo Rectángulo)**	**Obtusángulo (Tiene un ángulo Obtuso)**
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			

Tabla # 22

11. Ahora dibuja un triángulo en cada casilla que cumpla con las especificaciones dadas en la siguiente tabla:

CLASIFICACION DE TRIANGULOS SEGÚN SUS ANGULOS Y LADOS			
TRIÁNGULO	**Acutángulo (Tiene los tres ángulos Agudos)**	**Rectángulo (Tiene un ángulo Rectángulo)**	**Obtusángulo (Tiene un ángulo Obtuso)**
Equilátero (Tiene los tres lados iguales)			
Isósceles (Tiene dos lados iguales)			
Escaleno (Tiene los tres lados desiguales)			

Tabla # 23

Se desea construir un parque recreativo en un terreno de forma triangular, que tiene las siguientes medidas:

AB = 6 AC = 6 BC = 5

¿Qué clase de triángulo se tiene según la medida de los lados?

¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de este triángulo?

¿Qué tipo de triángulo es según sus ángulos?

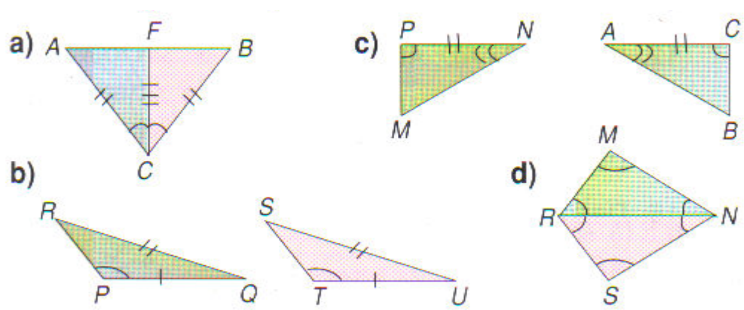
ACTIVIDAD #4

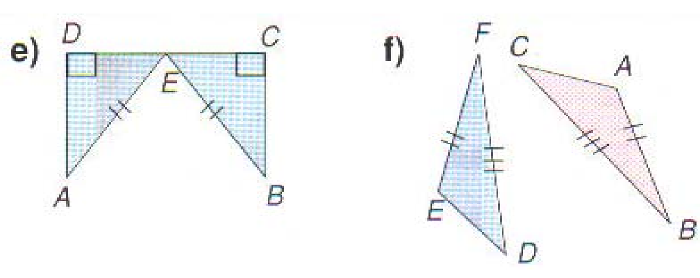
EXPLOREMOS TRIÁNGULOS.

Retomando nuevamente el plano de tu avión y para que conozcas algo más sobre los triángulos debes seguir las siguientes indicaciones:

1. Desdobla el avión y señala con la ayuda de una regla cada una de las marcas que hay en la hoja.
2. Selecciona todos los triángulos y recórtalos.
3. Superpone estos triángulos entre si y observa muy bien si coinciden sus tres vértices.
4. Los que encuentres iguales entre sí, coloréalos del mismo color.
5. Toma una pareja de triángulos del mismo color y responde:
   a. ¿Qué características comunes tienen estos dos triángulos?
   b. ¿Qué crees que se necesita para que un triángulo sea igual a otro?
6. Clasifica todos los triángulos según sus lados y con la ayuda de una regla toma la medida de cada uno de estos. Responde:
   a. ¿Cuántos triángulos equiláteros encontraste?
   b. ¿Cuántos triángulos Isósceles encontraste?
   c. ¿Cuántos triángulos escálenos encontraste?
7. Con la ayuda del transportador toma la medida de cada uno de los ángulos de estos triángulos y clasifícalos de acuerdo a esta.
8. Busca dos triángulos que tengan sus lados iguales entre sí, ¿Estos dos triángulos son congruentes?
9. Selecciona dos triángulos que tengan dos lados iguales y el ángulo comprendido entre ellos también igual. ¿Puedes afirmar qué estos triángulos son congruentes?
10. Nuevamente selecciona dos triángulos que tengan dos ángulos iguales y el lado comprendido entre ellos igual. Si estos triángulos tienen estas características comunes, entonces, ¿Son congruentes?

11. Repite el proceso de las preguntas 8, 9 y 10 con dos pares de triángulos en cada caso. ¿Qué características deben tener dos triángulos para poder decir que son congruentes o iguales?
12. Ahora toma dos triángulos que tengan sus tres ángulos iguales entre si. ¿Estos dos triángulos serán congruentes? ¿será suficiente que sus ángulos sean iguales para ser congruentes? Si no lo son, entonces como se llama la relación que existe entre estos dos triángulos.
13. Busca todos los triángulos que tengan la misma forma aunque su tamaño sea diferente (que conserven la proporción de sus medidas) ¿puedes decir que estos triángulos son semejantes?
14. Realiza el siguiente ejercicio:
    a. En los siguientes triángulos están marcados algunos elementos congruentes. Establece si los triángulos son congruentes o no y si lo son, ¿Cuál es el criterio de congruencia aplicado?





    b. Dibuja dos triángulos que sean semejantes entre sí y explica cuál es el criterio de semejanza que estás empleando. Repite el mismo proceso con otra pareja de triángulos.

ACTIVIDAD # 5

“CONSTRUYENDO TRIÁNGULOS CON REGLA Y COMPÁS”

Práctica de exploración:

Para realizar la siguiente actividad, la regla y el compás siempre has de utilizar.

a) Construye la mayor cantidad de figuras geométricas posibles, describiendo el proceso o los pasos empleados de las que mas te llaman la atención.

DESCRIPCIÓN DE PROCEDIMIENTOS:

____

____

____

____

____

____

____

____

b) Ahora tienes un nuevo reto, deberás construir cada figura propuesta utilizando los segmentos de recta necesarios del siguiente grupo. No puedes utilizar más de una vez cada segmento.

a=_____________________________________ b=___________________________

c=____

d=____ e=____________________

f=____________________ g=_____________________________________

h=______________________________ i=_____________________________________

j=____________________ k=_______________ r=___________________

m=_____________________________________ n=_______________________

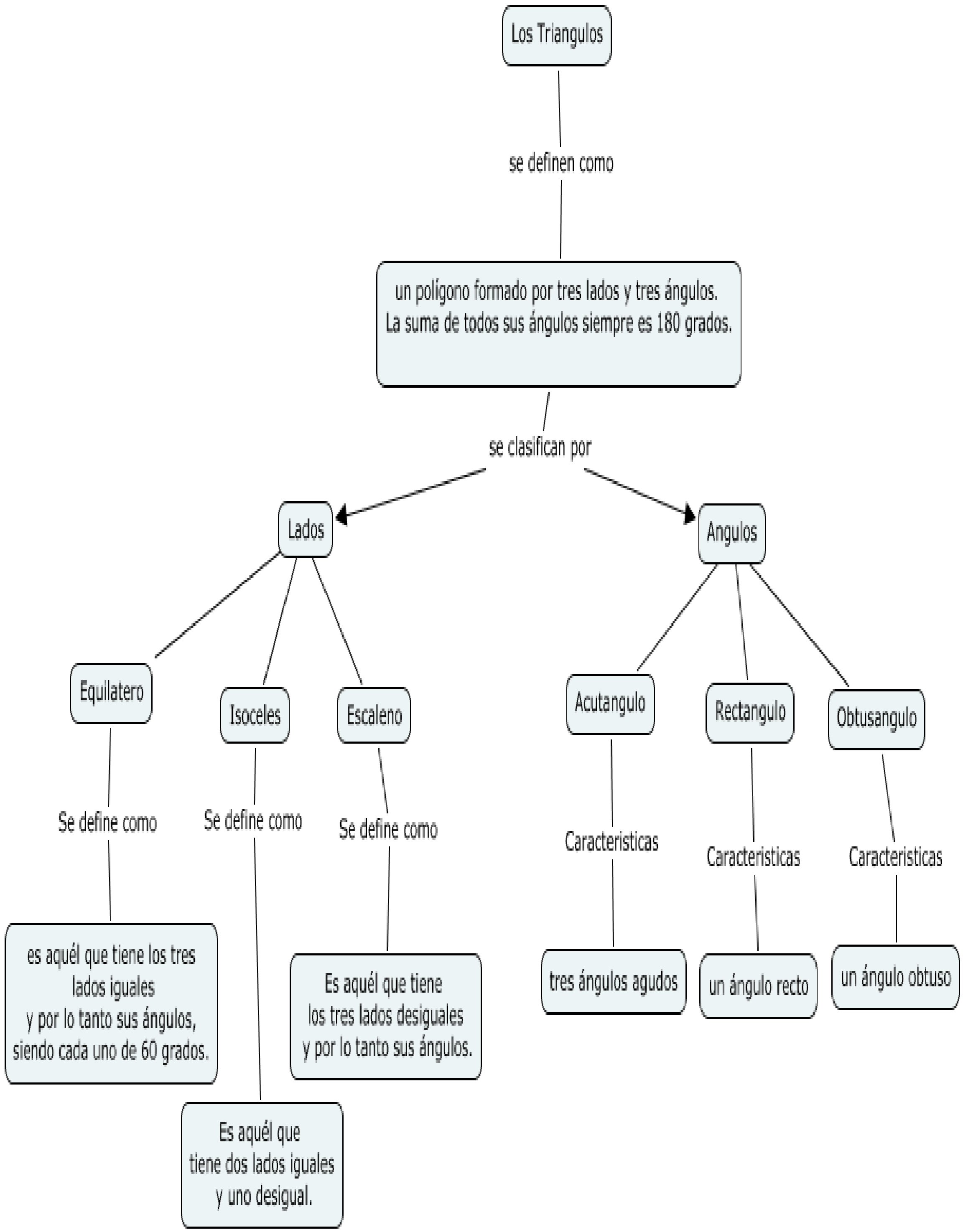
o=____

p=____________________________

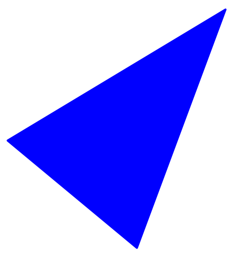
1. Construir un triángulo equilátero. 2. Construir un triángulo escaleno.
3. Construir un cuadrado. 3. Construir un triángulo isósceles.
4. Construir un triángulo rectángulo.

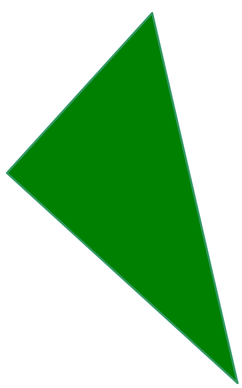
*Escribe los pasos que utilizaste para construir cada uno.**

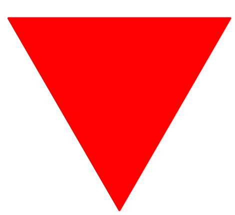
¿Qué tal un poco de información?



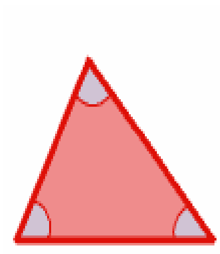
Observa los siguientes triángulos: El de color rojo es un triángulo equilátero, el de color azul es isósceles y el de color verde es escaleno: (compruébalo hallando las longitudes de sus lados empleando la regla).

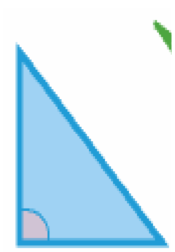


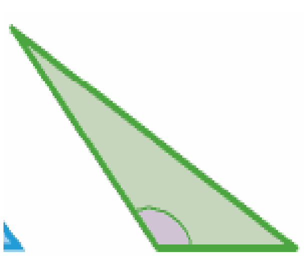


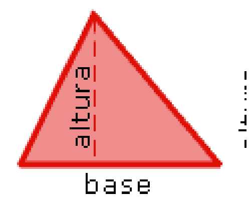


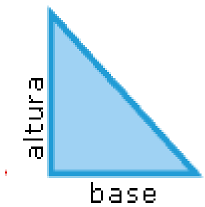
Los siguientes triángulos están clasificados según sus ángulos:
El de color rojo es un triángulo acutángulo, el de color azul es rectángulo y el de color verde, obtusángulo (compruébalo utilizando tu transportador).

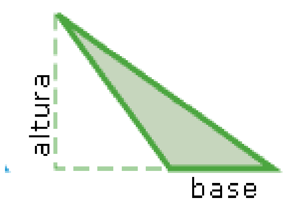










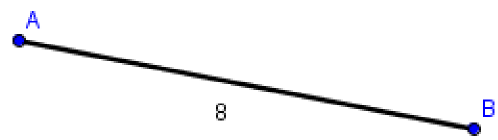


En los tres triángulos anteriores puedes observar la altura correspondiente a la base indicada. ¿Según esto cuántas alturas tiene un triángulo?______________

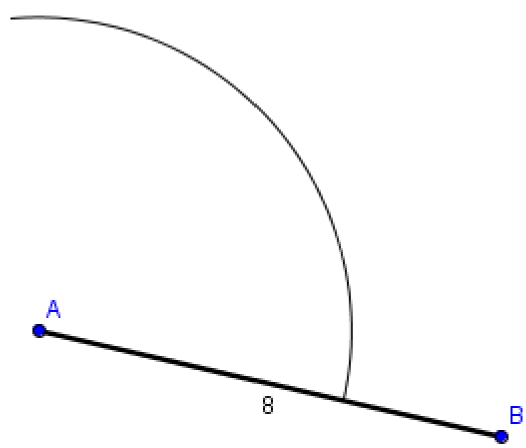
CONSTRUCCIÓN DE UN TRIÁNGULO CON REGLA Y COMPÁS

Si queremos construir un triángulo cuyos lados midan, por ejemplo, 8 cm., 5 cm. y 6.5 cm., sigamos éstos pasos:

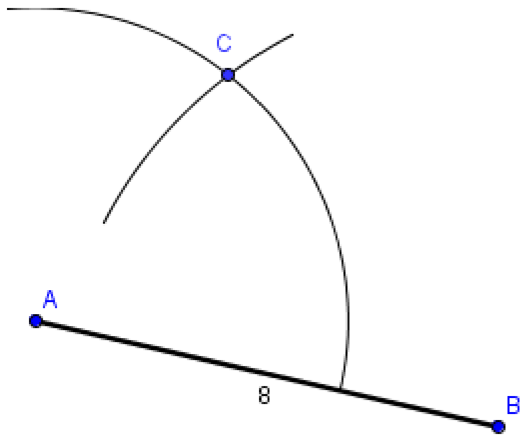
1. Escogemos el lado mayor de los tres, el de 6 cm., y trazamos con la regla un segmento de esa longitud. En sus extremos rotulamos los puntos ***A* y *B***:



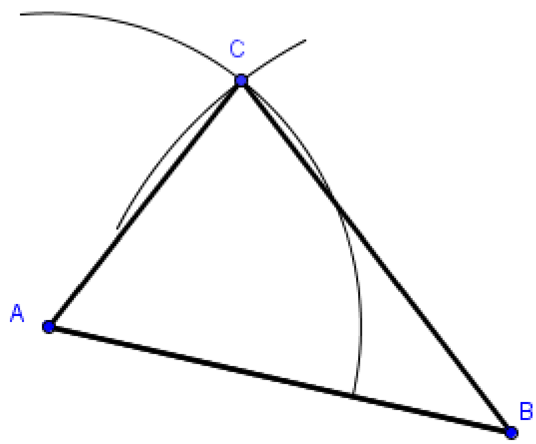
2. Ayudándonos de la regla, abrimos el compás de forma que entre una punta y la otra haya 5 cm. Sin cambiarlo de abertura, hacer centro sobre el extremo izquierdo del segmento y trazamos un arco de circunferencia:



3. Usando de nuevo la regla, abrimos el compás de forma que entre una punta y la otra haya 6.5cm. Sin cambiarlo de abertura, hacer centro sobre el extremo, derecho del segmento, y trazamos otro arco de circunferencia que cortará al anterior en un punto, que podemos nombrar como ***C*:**



4. Unimos los dos extremos del segmento con el punto C, así: A con C y B con C y el triángulo queda construido:



AB= 8 cm. BC = 5cm y AC = 6.5cm, como sus tres lados son desiguales entonces **¿este triángulo es?______________________________________**

De igual manera como se construyo este triángulo, así mismo se pueden construir los demás conociendo sus lados.

“HORA DE CONSTRUIR TUS PROPIOS TRIÁNGULOS”

1. Construir un triángulo cuyos lados midan, 9 cm., 5,5 cm. Y 5,5 cm.

¿Qué nombre recibe el triángulo que acabas de construir, según sus lados?

____

2. Construir un triángulo cuyos lados midan 7.5 cm. cada uno.

Según la medida de sus lados este triángulo recibe el nombre de: ___________

Según la medida de sus ángulos este triángulo recibe el nombre de__________

3. Construir un triángulo tal que:

El lado AB mida 8 cm.; el lado BC, mida la cuarta parte del lado AB y el lado CA mida el triple del lado BC, aumentado en 1,5 centímetros.

Según la medida de sus lados este triángulo recibe el nombre de: ____

Según la medida de sus ángulos este triángulo recibe el nombre de: ____

CONOCIDOS DOS LADOS Y EL ÁNGULO COMPRENDIDO.

También puede construirse un triángulo conociendo dos lados y el ángulo comprendido entre ellos. En este caso no existe dificultad alguna de construcción ya que el tercer lado viene automáticamente determinado por situarse en los extremos de los otros dos.

Construir un triángulo de lados igual a 11cm y 7cm y un ángulo de 55°.

INDICACIONES:

a. Construya un ángulo de 55°
b. Prolongue sus lados.
c. Sobre estos marque respectivamente las medidas dadas.
d. Por ultimo una los dos extremos.

4. Construir un triángulo que contenga un ángulo recto y dos lados de 6 cm.

Qué nombre recibe este triángulo: ________________________________

5. Construir un triángulo de 110°, un lado de 3cm y 6cm respectivamente.

Qué nombre recibe este triángulo: ____

CONOCIDO UN LADO Y LOS DOS ÁNGULOS CONTIGUOS

Conocido dos ángulos y el lado comprendido entre ellos. También queda determinado un único triángulo.

6. Construir un triángulo de ángulos iguales a 70°, 35° y un lado de 10cm.

INDICACIONES:

a. Trazar el segmento de 10 centímetros.
b. Construir a partir de los extremos del segmento los ángulos dados.
c. Prolongue los lados de ambos ángulos, hasta que se corten.

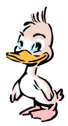
Qué nombre recibe este triángulo: ____

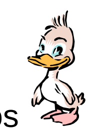
7. Construir un triángulo de dos ángulos iguales de 65° y lado igual a 12cm.

Qué nombre recibe este triángulo: ___________________________________

ACTIVIDAD #6

“CIUDAD TRIANGULAR”

La siguiente ciudad se llama triangular, en ella viven dos familias muy reconocidas; la familia de los caracoles  y la familia de los patos  cada una compuesta de tres integrantes, cada integrante de la familia tiene un atarea para hacer, ayúdales a realizar su tarea teniendo en cuenta lo siguiente:

1. Debes utilizar el camino mas corto para llegar al sitio de su tarea y devolverse al punto de partida por el mismo camino.
2. Cada vivienda o negocio dentro de triangular tiene tres entradas enumeradas con 1,2 y 3 utiliza solo la que te indiquen.
3. Los  se llaman C1, C2, C3 y los  se llaman P1, P2, P3

Tareas:

- P1 debe de ir a la panadería a comprar un roscón, para esto deberá entrar por la puerta 2 y caminar en línea recta atravesando por completo la panadería hasta este.
- C2 tiene que ir primero a la floristería, entrando por la puerta 3 a comprar unos girasoles para esto deberá caminar en línea recta atravesando por completo la floristería hasta tomar los girasoles; luego deberá salir por la puerta 1 y dirigirse a la farmacia por un noxpirín para su hermano C3 que se encuentra enfermo El deberá entrar por la puerta 1 y caminando en línea recta atravesando por completo la farmacia hasta tomar el noxpirín.

- P3 tiene que ir a la panadería por unos palitos de queso que olvidaron sus hermanos para esto entrara por la puerta 1, atravesara la panadería y tomara los palitos de queso.
- C1 debe de ir a la farmacia a comprar unas Aspirinas para esto deberá entrar por la puerta 2 y caminar en línea recta atravesando por completo la farmacia hasta tomar las aspirinas.
- P2 tiene que ir primero a los videos entrando por la puerta 3 a alquilar una película de terror para esto deberá caminar en línea recta atravesando por completo la tienda de videos hasta llegar a ella, luego deberá salir por la puerta 2 y dirigirse a la panadería por unas tostadas entrando por la puerta 1 y caminando en línea recta atravesando por completo la panadería para llegar a ellas.
- C3 tiene que ir a la farmacia por un jarabe para la tos que olvidaron sus hermanos para esto entrara por la puerta 1, atravesara la panadería y tomara el jarabe.

Observa como te quedo el plano de triangular y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo es cada línea que se encuentran al interior de la farmacia con respecto al vértice donde se inician y su lado opuesto?
2. ¿Cómo es cada línea que se encuentran al interior de la panadería con respecto al vértice donde se inician y su lado opuesto?
3. ¿Cuántas líneas hay al interior de la farmacia y cuantas hay al interior de la panadería?
4. Si C2 no hubiera comprado Noxpirín sino Dristán. ¿Cómo serian cada línea que se encuentran al interior de la farmacia con respecto al vértice donde se inician y su lado opuesto?
5. ¿Las líneas Al interior del triángulo se encuentran en algún lugar?
6. Afirmándote que las líneas que parten de cada vértice da la panadería se llaman alturas, realiza el concepto de ésta.

7. Trázale la altura al supermercado y describe como lo hiciste.

Imaginemos que le ganaste a tus compañeros por todos los aprendizajes que haz logrado, pero tenemos un nuevo reto para ti. Resulta que Carlos quien es otro personaje importante en la historia de las matemáticas aplico sus conocimientos para hacer fabulosas obras de arte mediante la construcción de teselaciones. En la siguiente actividad te contaremos algo sobre esto.

ACTIVIDAD #7

TESELACIONES.

Una pieza es teselante cuando es posible acoplarla entre sí con otras idénticas a ella sin huecos ni fisuras hasta recubrir por completo el plano. La configuración que en tal caso se obtiene recibe el nombre de **mosaico o teselación.**

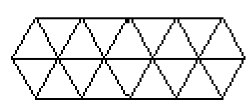
Las teselaciones han sido utilizadas en todo el mundo desde los tiempo más antiguos para recubrir suelos y paredes, e igualmente como motivos decorativos de muebles, alfombras, tapices, etc... El artista holandés M.C. Escher se divirtió teselando el plano con figuras de distintas formas, que recuerdan pájaros, peces, animales....

Como es fácil de imaginar, la diversidad de las formas de las piezas teselantes es infinita. Los matemáticos y en particular los geómetras se han interesado especialmente por las teselaciones poligonales; incluso las más sencillas de estas plantean problemas colosales.

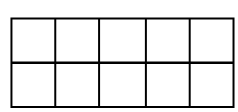
Cuando todos los polígonos de la teselación son regulares e iguales entre sí, se dice que la teselación es regular.

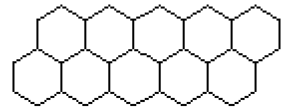
Ahora bien, sólo existen tres teselaciones o mosaicos regulares: la malla de triángulos equiláteros, el reticulado cuadrado como el del tablero de ajedrez y la configuración hexagonal, como la de los paneles.

Teselación de Triángulos



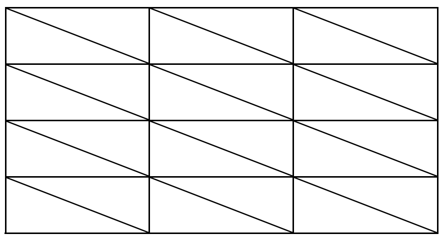
Teselación de Cuadrados



Teselación de Hexágonos 

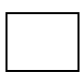
ACTIVIDAD # 8

Carlos quiere cambiar el piso de su pieza y para ello decide dividir el plano de ésta en rectángulos y luego le traza a cada uno de ellos sus diagonales obteniendo la siguiente teselación:

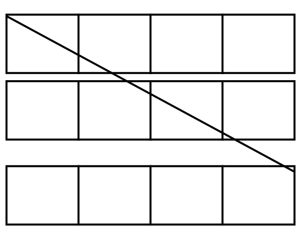


Si quieres saber cuántas baldosas va a utilizar Carlitos para baldosar su cuarto que tiene un área de 2mts x 3mts debes realizar la siguiente actividad:

Para hallar el área de cada rectángulo Carlos utiliza cuadrados de 20 cm. de lado como unidad de medida.



20 cms.



1) ¿Cuántos cuadrados caben en el rectángulo?
2) ¿Cuántos cuadrados forman la base?
2) ¿Cuántos cuadrados forman la altura?

3) Si multiplicas el número de cuadrados de la base por el número de cuadrados de la altura, ¿qué obtienes?

Observa que al trazar la diagonal a cada rectángulo obtienes dos triángulos,

4) ¿Por cuántos cuadritos está formado cada triángulo?

5) ¿Qué relación hay entre el número de cuadrados del rectángulo y el de los triángulos?

6) ¿Cuál es el área del rectángulo?,

7) ¿Cuál es el área de cada triángulo?

Suma las áreas de los dos triángulos y compara este resultado con el área del rectángulo.

8) ¿Qué observas?

9) ¿Cuántas baldosas va a utilizar Carlitos en total para baldosar su cuarto?

6.1.1 ANÁLISIS A PRIORI DE LA SITUACIÓN UNO.

ACTIVIDAD # 1:

Modelado de Aviones

Materiales:

- Aula de Informática
- Programa "Paper Air"
- Dos hojas de Papel Iris por cada estudiante
- Una copia de actividad para el docente

Productos:

- Dos aviones por cada estudiante

Análisis A priori

Duración: 40 Minutos

Análisis de Situaciones

Al presentarles a los estudiantes la actividad, se van a sentir motivados por ser algo nuevo debido a que se enfrentaran a instrumentos diferentes a los comunes, como el software PaperAir convirtiéndose en un reto para ellos.

Al momento de ingresar a la sala de sistemas tendrán mucha ansiedad y curiosidad por saber como es el software. Habrá desequilibrio cuando los estudiantes observen que los botones y las instrucciones del programa están en inglés, lo cual genera mayor reto. Al comienzo podrán pensar que el programa es de difícil manejo, pero a medida que interactúen con él, se darán cuenta de que es muy fácil, ya que sus comandos funcionan dando clic y están en un lenguaje no verbal muy claro (señas).

Al iniciar la actividad del doblado de papel los niños se preguntarán que relación tendrá con las matemáticas pero al ir realizando la actividad encontrarán relaciones de forma explicita al hacer comparaciones con sus compañeros sobre las formas y figuras que se plasmarán al doblar el papel.

El avión tiene un grado de dificultad de nivel medio y los estudiantes podrán presentar inquietudes y dificultades que requieran la ayuda de los profesores

Mientras más se avance se hará más difícil doblar el papel, ya que la hoja se reducirá de tamaño y se volverá más gruesa, por lo cual los dobleces tendrán que hacerse con mayor fuerza y exactitud.

Las dificultades que se les pueden presentar a los estudiantes durante el desarrollo de la actividad son:

- Los estudiantes no lleven los instrumentos y materiales de trabajo.
- La calidad del papel no sea la adecuada.
- Dañar la hoja con quiebres mal hechos.
- El trabajo no sea de interés para los estudiantes.
- El espacio en el que se proponga el desarrollo de la actividad no sea el adecuado.

Análisis de Dificultades o Aspectos Relevantes

Las dificultades o aspectos relevantes que se pueden presentar durante el armado de aviones son:

Antes del desarrollo de la situación:

- No comprender las instrucciones dadas por el profesor.
- El idioma del software bloquee al estudiante a la hora de conocerlo.
- Diferentes estados de ánimo y sentimientos como desmotivación, frustración, entre otros.
- El estudiante no tenga conocimientos básicos sobre el manejo del computador.
- El software presente problemas de ejecución.

Durante el desarrollo de la situación:

- El estudiante no presente una adecuada motricidad para el armado de los aviones.
- La guía no sea suficientemente clara para el desarrollo de la actividades
- El software no sea de fácil manejo para el estudiante.
- Bloqueo del computador durante la ejecución de la actividad.
- Indisciplina de los estudiantes (tirar el avión sin previa instrucción, mal uso de la palabra, elementos distractores).
- Los estudiantes acudan a otros compañeros para que les construyan el avión.
- El estudiante revise en el computador contenidos diferentes al software propuesto.
- Los estudiantes no aprendan los conceptos propuestos en la situación.

Después del desarrollo de la actividad

- El tiempo planeado para el desarrollo de la actividad no alcance para terminar el trabajo.
- Los aviones elaborados no queden bien construidos.
- El producto del trabajo no sea entregado por la mayoría de los estudiantes.
- Los aviones construidos no llene las expectativas del estudiante

ACTIVIDAD # 2

- Avión armado
- Copia de la actividad No 2 para cada estudiante
- Lápiz
- Borrador

Productos:

Entrega solucionada la Actividad No 3. y socialización de la actividad en clase

Análisis A priori

Análisis de Situaciones

Cuando los estudiantes acaben de armar el avión y se den cuenta que lo siguiente es desdoblarlo para responder unas preguntas, sentirán mucha tristeza y algunos no querrán hacer la actividad.

Si se da el caso de que un alumno haga un doblado mal, eso tendrá consecuencias negativas o erradas en las respuestas que pueda dar de la segunda actividad.

Al observar el plano del avión, los alumnos podrán responder que ven figuras como: triángulos isósceles, escálenos, equiláteros, cuadrados, rectángulos (por ser las figuras anteriores más comunes). En algunos casos podrán responder que hay otros polígonos regulares e irregulares y también que hay alguna figuras que están dentro de otras.

Cuando comiencen a llenar la tabla de datos de la pregunta tres, actividad dos, y si no tienen los conocimientos mínimos sobre geometría, se les dificultará completarla de forma adecuada y más aún en la columna de las propiedades de cada figura.

Las dificultades que se le pueden presentar a los estudiantes durante el desarrollo de la actividad son:

- El estudiante no desee desarmar el avión para hacer la actividad.
- No emplear correctamente los implementos de trabajo como regla y lápiz.
- Se pierda el interés por la situación.
- El estudiante desee continuar el trabajo en la sala de sistemas.
- Los estudiantes no lleven los instrumentos y materiales de trabajo.
- El espacio en el que se proponga el desarrollo de la actividad no sea el adecuado.
- El estudiante no le hayan enseñado geometría en años anteriores.

Análisis de Dificultades

Las dificultades o aspectos relevantes que se pueden presentar durante esta actividad son:

Antes del desarrollo de la situación:

- No comprender las instrucciones dadas por el profesor.
- Diferentes estados de ánimo y sentimientos como desmotivación, frustración, entre otros.
- Lo extenso de la guía genere apatía en el estudiante.

Durante el desarrollo de la situación:

- No realizar los trazos correctamente por errores en el doblado del papel
- Los conocimientos previos de los estudiantes, no sea los requeridos para el desarrollo de la actividad
- Se copie la solución de la guía de otro compañero
- El estudiante no identifique las figuras incluidas en otras.
- Falta de agilidad en el manejo de los instrumentos.

Después del desarrollo de la actividad

- La heterogeneidad de las figuras encontradas por los estudiantes.
- Los estudiantes no aprendan los conceptos propuestos en la situación.
- No identificar las propiedades de los diferentes polígonos, encontrados en el plano del avión.
- No saber las definiciones básicas de los polígonos regulares e irregulares.
- El tiempo planeado para el desarrollo de la actividad no alcance para terminar el trabajo.
- El producto del trabajo no sea entregado por la mayoría de los estudiantes.

ACTIVIDAD # 3

Materiales

- Avión armado
- Lienza o metro de Construcción (dos por equipo y equipo de tres personas)
- Copia de la actividad No 2 por equipo (8 hojas)
- Lápiz
- Borrador
- Regla y Compás
- Transportador

Productos:

Entrega solucionada la Actividad No 3.

Análisis A priori

Duración: 2 horas

Análisis A priori

Duración: 40 Minutos

Análisis de Situaciones

Cuando los estudiantes comiencen a leer las instrucciones para realizar el lanzamiento de los aviones se les puede presentar dificultades a la hora de comprender lo que deben hacer, puesto que no es simplemente hacer el lanzamiento y tomar la medida de la distancia que el avión voló. El profesor o profesores deberán hacer ejemplos de cómo se deben distribuir los alumnos y simular la situación para que pueda ser comprendida y se realice correctamente.

Debido a las distancias que vuele el avión, las medidas que hagan los alumnos no sean enteras o exactas y tendrán que hacer aproximaciones.

También, por la cantidad de lanzamientos que deben hacer los estudiantes, algunos puedan inventar datos y no realizar el trabajo completo.
A la hora de hacer la equivalencia de metros a centímetros, puede haber confusión por parte de los estudiantes y no le encuentren un sentido a esto. Después, cuando avancen en la actividad y lleguen al punto donde tengan que dibujar los triángulos que se formaron, encontrarán la razón por la cual se hizo el cambio de las medidas.
Durante el proceso de dibujo de los triángulos, pueden tener dificultades en el manejo de los instrumentos y se les puede llegar a confundir los lados de los triángulos.

En la tabla 20 de la situación uno, los estudiantes podrían llegar a confundir la clasificación de los triángulos si se guían por los dibujos que hicieron y no por las medidas que tomaron. Lo mismo podría ocurrir en la tabla 22 con la medida de los ángulos.

Las dificultades o aspectos relevantes que se les pueden presentar a los estudiantes durante el desarrollo de la actividad son:

- Los aviones no tengan el vuelo esperado.
- Daño o deterioro de los aviones durante la actividad de vuelo.
- Los estudiantes no lleven los instrumentos y materiales de trabajo.
- El trabajo no sea de interés para los estudiantes.

- El espacio en el que se proponga el desarrollo de la actividad no sea el adecuado.
- Que en lugar de una lienza lleve un metro, el cual dificulta y retrasa la toma de medida

Análisis de Dificultades o Aspectos Relevantes:

Las dificultades o aspectos relevantes que se pueden presentar durante el en el armado de aviones son:

Antes del desarrollo de la situación:

- No comprender las instrucciones dadas por el profesor.
- Diferentes estados de ánimo y sentimientos como desmotivación, frustración, entre otros.

Durante el desarrollo de la situación:

- La guía no sea suficientemente clara para el desarrollo de la actividades
- Los instrumentos para medir y calcular tiempo no sean utilizados de forma adecuada.
- Dificultad para realizar aproximaciones.
- Los estudiantes registren información inventada
- Los aviones al ser lanzados queden ubicados de manera colineal.

Después del desarrollo de la actividad

- El tiempo planeado para el desarrollo de la actividad no alcance para terminar el trabajo.

- Los estudiantes no aprendan los conceptos propuestos en la situación.
- El producto del trabajo no sea entregado por la mayoría de los estudiantes.
- Los resultados obtenidos luego de las medidas registradas por los estudiantes, no permitan realizar una clasificación de triángulos.

ACTIVIDAD # 4

Materiales

- Copia de la actividad para cada estudiante (los cuales trabajarán en grupos de 3 personas)
- Regla
- Lápiz
- Transportador
- Tijeras
- Colores
- Un avión

Productos

Entrega de la actividad # 4 solucionada en la próxima Clase.

Análisis A priori

En le trazo del plano de los aviones, los alumnos pueden utilizar mal los instrumentos de trabajo (regla, tijeras, transportador), no identificar los triángulos que hay dentro de otros polígonos ó identificarlos y no buscar una solución para poderlos recortar y continuar con el desarrollo de la actividad. Cuando superpongan los triángulos, pueden confundir los conceptos de semejanza y congruencia y completar de forma errónea las tablas y las preguntas.

Cuando mencionen las características de los triángulos, lo pueden hacer de una forma muy corriente y no matemática (tiene un lado mas grande que los otros dos, dos de sus lados son iguales).

Al realizar la clasificación de congruencia de los triángulos según sus lados y ángulos, los estudiantes pueden llegar a sobreponer los triángulos de forma equivocada y obtener conclusiones erradas. Seguir cometiendo el error varias veces y llegar a generalizar.

Las dificultades o aspectos relevantes que se pueden presentar durante esta actividad son:

- Los estudiantes no lleven los instrumentos y materiales de trabajo.
- El trabajo no sea de interés para los estudiantes.
- El espacio en el que se proponga el desarrollo de la actividad no sea el adecuado.

Antes del desarrollo de la situación:

- No comprender las instrucciones dadas por el profesor.
- Diferentes estados de ánimo y sentimientos como desmotivación, frustración, entre otros.
- El estudiante no desee recortar el plano, porque lo desea armar nuevamente.

Durante el desarrollo de la situación:

- El estudiante no identifique las figuras incluidas en otras.
- Falta de agilidad en el manejo de los instrumentos.
- El estudiante recorte mal las figuras
- Llevar a cabo de forma incorrecta los procesos de transcripción y correspondencia.
- El estudiante no tenga los conceptos necesarios para solucionar la guía.
- Los estudiantes realicen la solución de la guía copiándole a los compañeros.

Después del desarrollo de la actividad

- La heterogeneidad de los productos entregados por los estudiantes.
- Los estudiantes no aprendan los conceptos propuestos en la situación.
- No saber las definiciones básicas de los polígonos regulares e irregulares.
- El tiempo planeado para el desarrollo de la actividad no alcance para terminar el trabajo.
- El producto del trabajo no sea entregado por la mayoría de los estudiantes.

ACTIVIDAD # 5

Materiales

- Copia de la actividad para cada estudiante.
- Regla

- Lápiz.
- Colores.

Productos

Entrega de la actividad # 5

Análisis A priori

Cuando los estudiantes comiencen a leer las instrucciones y no comprendan lo que hay que hacer y requieran ayuda del profesor. También, por la mala ubicación espacial que tengan se les dificulte ubicar en el plano los puntos que hay que tener en cuenta para hacer los trazos y seguir los caminos.

Cuando realicen los trazos, los hagan todos de un mismo color o repitan colores, lo cual puede llegar a causar confusiones y el trabajo que se haga sea el equivocado.

Las líneas que tracen los estudiantes no sean rectas, lo cual los llevaría a obtener conclusiones equivocadas.

Cuando comiencen a trazar las líneas, lo hagan desde el vértice equivocado, lo cual formaría un triángulo diferente u otro polígono.

Las dificultades o aspectos relevantes que se pueden presentar durante esta actividad son:

- Los estudiantes no lleven los instrumentos y materiales de trabajo.
- El trabajo no sea de interés para los estudiantes.

- El espacio en el que se proponga el desarrollo de la actividad no sea el adecuado.

Antes del desarrollo de la situación:

- No comprender las instrucciones dadas por el profesor.
- Diferentes estados de ánimo y sentimientos como desmotivación, frustración, entre otros.

Durante el desarrollo de la situación:

- El estudiante no identifique las figuras que se formen.
- Falta de agilidad en el manejo de los instrumentos.
- El estudiante recorte mal las figuras
- Llevar a cabo de forma incorrecta las instrucciones que se dan y por consiguiente trazar de forma equivocada.
- El estudiante no tenga los conceptos necesarios para solucionar la guía.
- Los estudiantes realicen la solución de la guía copiándole a los compañeros.

Después del desarrollo de la actividad

- La heterogeneidad de los productos entregados por los estudiantes.
- Los estudiantes no aprendan los conceptos propuestos en la situación.
- No saber las definiciones básicas de los triángulos.
- El tiempo planeado para el desarrollo de la actividad no alcance para terminar el trabajo.
- El producto del trabajo no sea entregado por la mayoría de los estudiantes.

6.2 PRESENTACIÓN DE LA SITUACIÓN DOS: CANCHAS MÚLTIPLES.

ACTIVIDAD # 1

Como motivación al estudio del conocimiento propuesto, se formularán las siguientes preguntas a los estudiantes, que contestarán oralmente:

1. ¿Conoces el nombre del lugar dónde dieron origen los juegos olímpicos?
2. ¿Sabías que los antiguos griegos fueron grandes matemáticos?
3. ¿Qué otros pueblos de la antigüedad hicieron aportes para el desarrollo de la Geometría?
4. ¿Qué deportes de las Olimpiadas de Grecia 2004, captó más tu atención?
5. ¿Qué deportes se practican más en tu comunidad?
6. ¿Si trazas una cancha de fútbol, utilizas la idea de punto, segmento, recta, plano o rayo? Explica tu respuesta.
7. ¿Qué figuras geométricas reconoces en la cancha de fútbol?
8. ¿Se podría calcular la medida del ángulo que se genera cuando representa la mitad del círculo, sin la ayuda de algún instrumento Geométrico? Explica tu respuesta.

ACTIVIDAD # 2

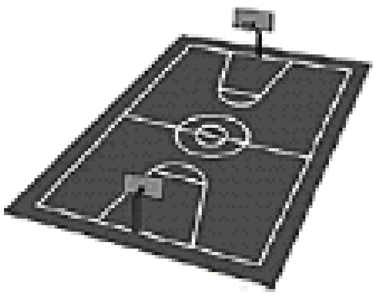
1. Completa la siguiente tabla indicando el tipo de ángulo y la medida de éste.

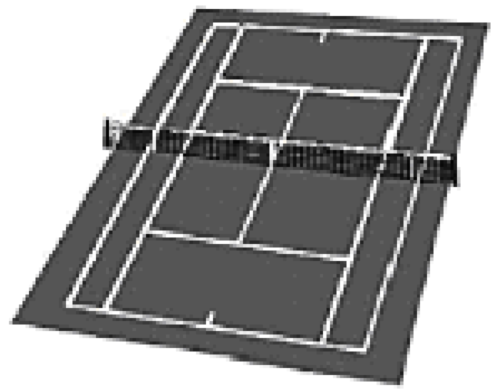
Descripción del ángulo	**Dibujo que representa la situación planteada**	**Nombre del ángulo**	**Medida del ángulo**	**Clase de triángulo que se podría formar**
El brazo está totalmente **extendido** y paralelo al suelo.				
El antebrazo está flexionado **verticalmente** respecto del suelo.				
El codo está **flexionado en una abertura menor** cuando está en posición vertical al suelo.				
El codo está **flexionado en una abertura mayor** cuando está en posición vertical al suelo.				

Tabla #24

1. Observa las siguientes imágenes e identifica los ángulos agudos, rectos, obtusos y extendidos según corresponda.

2. Traza dentro de los rectángulos de las canchas 10 triángulos posibles y clasifícalos.





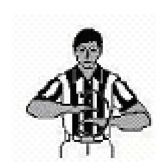
Toma nota: La clasificación de los ángulos en **agudos o ángulos que miden menos de 90°, rectos o ángulos que miden 90°, obtusos o ángulos que miden más de 90°, pero menos de 180°; y extendido o ángulo que mide 180°**, es anterior a Platón y quizás de origen griego, así como el concepto de **perpendicular o de intersección en 90°**.

En Básquetbol el árbitro comunica las faltas de los jugadores mediante señales con sus brazos.

3. Escribe sobre cada dibujo si los brazos forman un ángulo agudo, recto, obtuso o extendido.

Lucha

Falta de jugador



Pasos

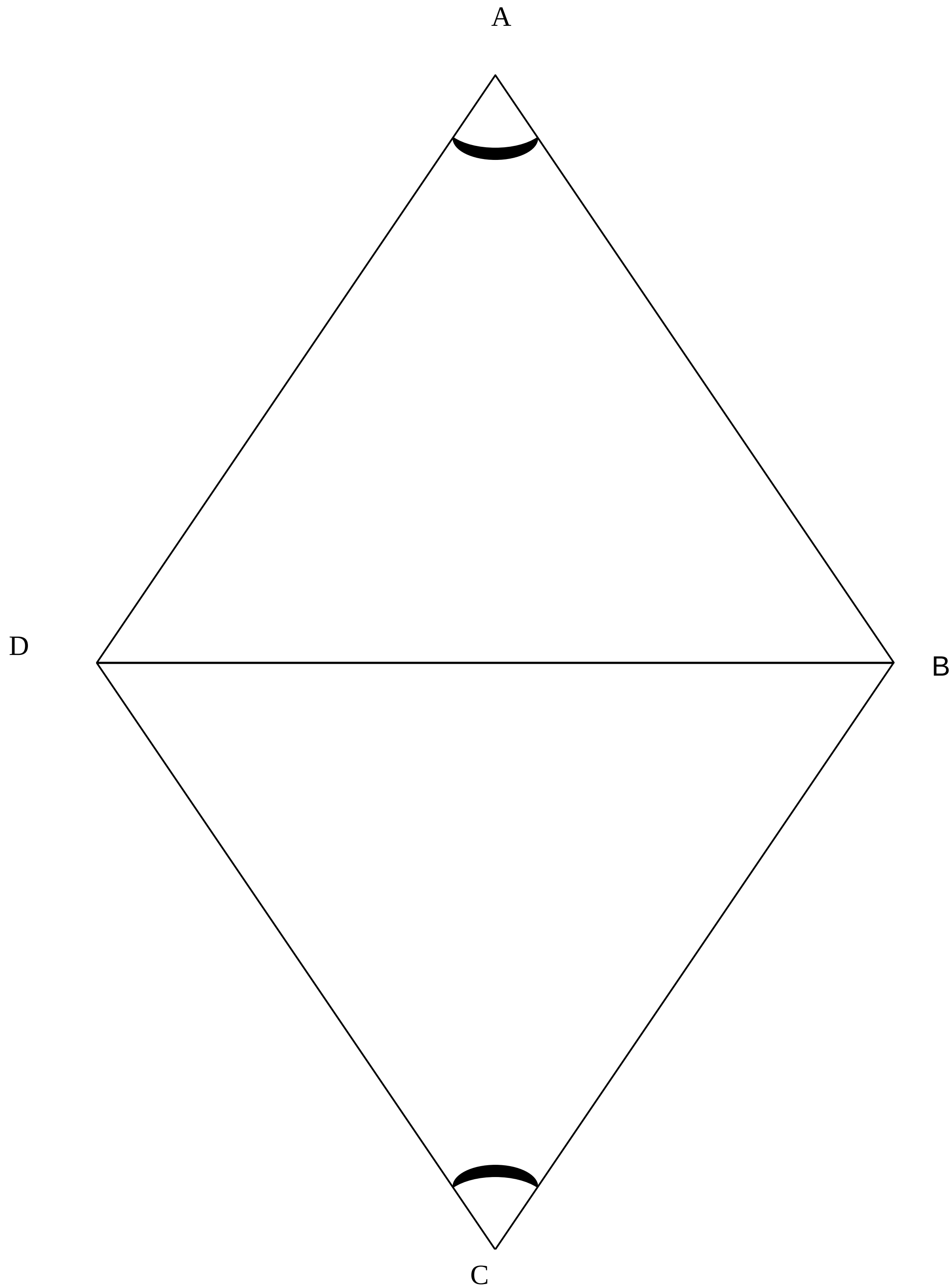
Falta técnica

				
3 segundos en zona	Puntos anotados	Falta personal	triple	Bloqueo

5. Une las líneas de acuerdo a la posición de las manos del árbitro formando triángulos. ¿Qué clase de triángulos se pueden formar? ¿Qué puedes concluir?

ACTIVIDAD # 3

1. En el siguiente terreno se construirá una cancha para jugar un nuevo deporte, sigue las instrucciones y obtendrás las líneas que conforman la cancha



1. Halla el punto medio de los siguientes segmentos: AB, BC, CD. DA y escribe las siguientes letras a cada punto hallado en el orden respectivo: E; F; G y H.
2. Une con un segmento de recta punteado los puntos H y E. También los puntos F y G.
3. Halla el punto medio de los segmentos HE y GF. Cada punto tendrá como nombre respectivamente U y O.
4. Une con un segmento de recta los puntos D y O, B y O, D y U, B y U.
5. Une con un segmento de recta punteado los puntos OA y OC respectivamente.

MONO-BALL

En este juego solo participan dos jugadores, los cuales estarán ubicados en los puntos U y Q (puntos de saque). En la mitad de la cancha habrá una maya que separará el terreno de juego.

El lanzamiento es con la mano y si el jugador del equipo contrario deja caer el balón recibirá puntos en contra dependiendo del lugar donde caiga la pelota.

Si la pelota cae en semiarco del final de cada terreno se anotaran dos puntos en contra; si cae en alguno de los triángulos como el DCQ recibirá 1 punto en contra o en algún triángulo como el DUB medio punto en contra.

LA GRAN FINAL DE MONO-BALL

En el colegio se hizo un torneo de Mono-Ball y los finalistas fueron María Camila, Andrés y Jaime. En el juego de la semifinal Jaime recibió 4 impactos en la zona del arco, 7 en la zona como la BQC y 12 impactos en la zona DQB. María Camila recibió 7 impactos en la zona AUB, 6 en la zona del arco y 10 en la zona DQB. Por último, Andrés recibió 9 impactos en la zona del arco, 15 en la zona DUB y 4 en la zona DAU. Solo dos juegan la final, ¿Quiénes pasaron a ella si gana cada juego quien tenga menos puntos en contra?, ¿En qué orden quedaron?

PREGUNTAS:

1. Utilizando la hoja milimetrada, construirás la cancha de Mono–Ball a escala, teniendo en cuenta que a cada longitud de la cancha inicial se le aumentaran ½ de su longitud.
2. En la hoja auxiliar dibujaras una replica exacta de la cancha de Mono–Ball y marcar sus vértices internamente con las letras respectivas.
3. Recortarás cada una de las partes de la cancha.
4. Sobreponer cada una de las piezas entre ellas mismas e identificar en cuales grupos de triángulos coinciden sus vértices y lados correspondientes. Anota en el siguiente espacio los grupos de triángulos que encontraste:

____
____
____
____
____
____
____
____

5. Ahora recortarás las partes de la cancha que esta en la hoja milimetrada y sobrepondrás las partes de ambas canchas para identificar cuales tienen igual forma pero diferente tamaño. Anota en el siguiente espacio los grupos de triángulos que tiene la misma forma pero diferente tamaño que encontraste:

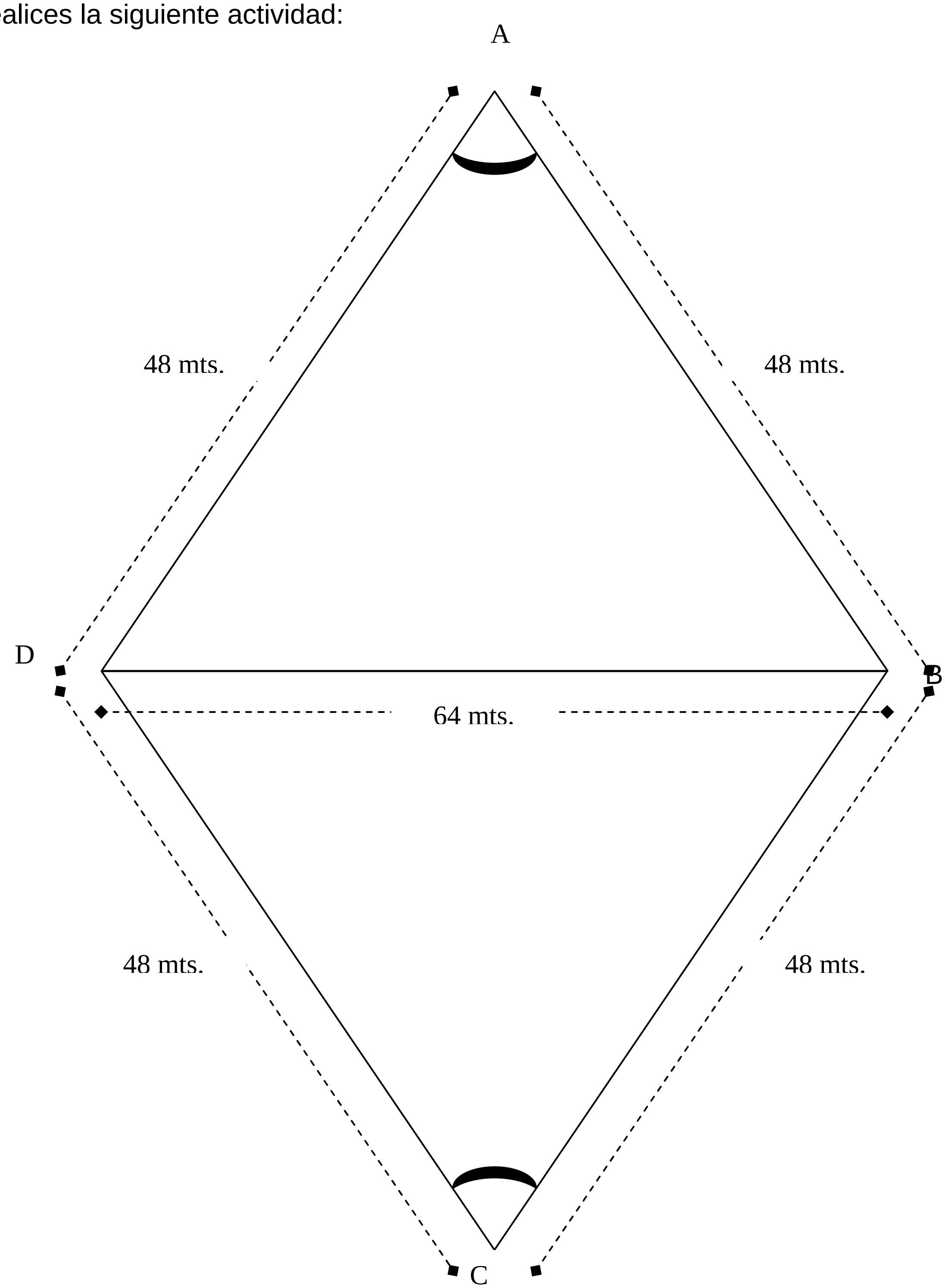
____
____
____
____
____

6. Observa los grupos de triángulos del numeral 4 y define a partir de sus características el concepto de congruencia:

7. Observa los grupos de triángulos del numeral 5 y define a partir de sus características el concepto de semejanza:

ACTIVIDAD # 4

Te acuerdas de la cancha de **MONO-BALL** Aquí te damos sus medidas para que realices la siguiente actividad:



La cancha de **MONO-**BALL ahora tiene medidas para que con ellas encuentres lo siguiente:

1. Halla el área y el perímetro total de la cancha de MONO-BALL.
2. En la guía Anterior Hallaste y trazaste líneas con los puntos medios de los segmentos de la cancha de MONO-BALL al trazar estas líneas encontraste varias figuras, ahora a cada una de estas figuras encuéntrales el área y el perímetro.
3. A partir de las líneas obtenidas en la guía anterior vamos a identificar polígonos y complete el siguiente cuadro de acuerdo al ejemplo.

Polígonos			
Nº	**Nº de lados**	**Notación**	**Nombre del polígono**
1	4	EFGHE	Cuadrilátero
2	5		
3			Triángulo
4	3		
5			Pentágono
6		EHOBE	
7	6		
8			Trapecio
9	4		
10		FCGH	
12			Triángulo Isósceles
13			Rectángulo
14			
15			

Tabla #25

4. De acuerdo a las figuras obtenidas en el punto anterior clasifíquelas de acuerdo al número de lados completando el siguiente cuadro:

Polígonos	
Nombre del polígono	**Nº de las figuras**
Triángulos	3, …
Cuadriláteros	
Pentágonos	
Hexágonos	

Tabla #26

5. Compara el área y el perímetro del punto 1 (área y perímetro de la cancha de MONO-BALL) con el área y perímetro del punto 2; Saca algunas conclusiones y comentarios.

6.2.1 ANÁLISIS A PRIORI DE LA SITUACIÓN DOS.

ACTIVIDAD # 1

¿Cuanto Sabemos hasta ahora?

Materiales

- Copia de la actividad No 1 para cada estudiante y para el docente
- Papel y Lápiz

Productos

- Entrega de la actividad No 1
- Motivación para el trabajo de la situación

Análisis a Priori

Cuando el profesor comience a realizar las preguntas en voz alta a los alumnos puede pasar que ellos no conozcan los orígenes de los juegos olímpicos y se tenga que hacer una intervención a modo de recuento. Lo mismo podría suceder en las preguntas relacionadas con los juegos olímpicos del 2004, ya que en nuestro país no se le da relevancia.

Cuando se de comienzo a las preguntas sobre los gustos deportivos de los estudiantes, la cancha de fútbol y los elementos geométricos, podría haber una mayor participación y se tendría que hacer una regulación de la palabra para que la clase pueda evolucionar.

Los estudiantes pueden presentar dificultades o aspectos relevantes durante el desarrollo de la actividad por falta de:

- Falta de Conocimiento sobre los Juegos Olímpicos. Para esto se indicará a los estudiantes que consulten en Internet y Bibliotecas sobre estos Juegos y traigan la actividad solucionada en la próxima Clase.
- Que el estudiante no practique ningún deporte, por lo cual se le preguntará cual es entonces el deporte que le gustaría practicar.
- Que el estudiante no tenga claro algunos conceptos geométricos, como punto, recta segmento, ángulo, por lo cual se requiera hacer una retroalimentación de los conocimientos adquiridos en años anteriores.

ACTIVIDAD # 2

Materiales

- Transportador
- Regla
- Copia de la actividad # 2 para cada estudiante
- Lápiz
- Borrador

Productos:

Entrega solucionada la Actividad # 2.

Análisis A priori

Cuando se comience la segunda actividad el profesor deberá hacer buena ejemplificación con los brazos o con algún instrumento de apoyo para que los estudiantes puedan comprender como se debe realizar la actividad.

Cuando comiencen a completar la tabla, es posible que encuentres confusiones en los nombres de los ángulos y sus medidas (clasificación) y el profesor deberá intervenir para hacer las aclaraciones pertinentes.

Cuando los alumnos comiencen a dibujar los ángulos que hay en las dos canchas, pueden solamente trazar los ángulos rectos, ya que son los más evidentes y no tener en cuenta otros ángulos.

Estudiantes que tengan un mayor nivel de conocimiento pueden tener en cuenta los ángulos que se forman con la base de la cesta de baloncesto o la malla de tenis.

Cuando lleguen a los dos puntos finales de ésta actividad, los estudiantes confusiones sobre como tener en cuenta las manos del árbitro de fútbol para medir los ángulos o hacer alguna aproximación. Por lo cual el profesor deberá hacer algunos ejemplos.

Lo mismo podría ocurrir con el último punto, en donde hay que unir los brazos del árbitro con una línea formando un triángulo.

Los estudiantes pueden presentar dificultades o aspectos relevantes durante el desarrollo de la actividad por falta de:

- Que el estudiante recuerde los nombre de triángulos y ángulos; para esto se remitirá al estudiante a lo trabajado en la situación # 1
- Que el estudiante no se sienta motivado con la actividad propuesta debido a su estado de ánimo, por lo tanto debe haber acompañamiento por parte del profesor

Dentro de la clase # 2, Se realiza la socialización de la actividad # 2

ACTIVIDAD # 3

Materiales

- Copia de la actividad # 3
- Hoja Milimetrada
- Lápiz
- Borrador
- Regla y Compás
- Transportador

Productos:

Entrega solucionada la Actividad # 3.
Dibujo propuesto de la Cancha de Mono-Ball en Hoja milimetrada.

Análisis A priori

Las situaciones que se pueden presentar durante esta actividad son las siguientes:

- Que se les dificulte realizar construcciones con regla y Compás. Para esto se remitirá al estudiante a la situación # 1
- Que el estudiante no comprenda como nombrar se nombran los ángulos. Para esto se realizará una pequeña aclaración a los estudiantes sobre como se enuncian los ángulos.
- Que al estudiante se le dificulte el trabajo en la hoja milimetrada. En esta parte se requiere de la orientación del docente

- Que se le dificulte el manejo de instrumentos geométricos.
- Que maneje adecuadamente los instrumentos, lo cual permitirá agilizar la actividad y avanzar con éxito.
- Que no se alcance a realizar la actividad en las dos horas propuestas.
- Que el estudiante no comprenda los conceptos de Semejanza y congruencia fácilmente, por lo cual se debe proponer diferentes situaciones que le permitan lograrlo.

ACTIVIDAD # 4

Materiales

- Copia de la actividad No 4
- Lápiz
- Borrador
- Regla

Productos:

Entrega solucionada la Actividad # 4.

Análisis A priori

Las situaciones que se pueden presentar durante esta actividad son las siguientes:

- Que el estudiante no tenga claro los conceptos de área y perímetro. Para esto se debe remitir al estudiante a la Situación # 1.

- Que el estudiante no identifique las características y propiedades de los polígonos.
- Que el estudiante no se sienta motivado con la actividad propuesta debido a su estado de ánimo, por lo tanto debe haber acompañamiento por parte del profesor.
- Que no se alcance a realizar la actividad en las dos horas propuestas.

7. ANÁLISIS APOSTERIORI DE LAS SITUACIONES APLICADAS

7.1 ANÁLISIS APOSTERIORI DE LA SITUACIÓN UNO

ACTIVIDAD # 1:

Análisis a posteriori

Para esta clase se pudo llevar a cabo todas las actividades que estaban planteadas. Para el armado del avión, el idioma del software no fue dificultad alguna. Los alumnos se dieron cuenta a medida que iban armando el avión el funcionamiento del programa. Terminaros de armarlo cuando apenas había transcurrido la mitad del tiempo establecido. Pero este tiempo restante, se empleo para la actividad siguiente, en la cual fue muy necesario.

Análisis de dificultades

Antes del desarrollo de la situación:

En el desarrollo de esta actividad no se presento ninguna de las dificultades tenidas en cuenta en el análisis a priori.

- En uno de los grupos donde se llevo a cabo la intervención había un estudiante con déficit de atención y se le dificultaba un poco el seguir instrucciones, pero logro presentar su producto final con ayuda de otro compañero y acompañamiento de los practicantes.

Durante el desarrollo de la situación:

- Pocos estudiantes presentaron una inadecuada motricidad para el armado de los aviones y se desesperaban por finalizarlo.
- Un par de estudiantes acudieron a otros compañeros para que les construyeran el avión debido a la situación anterior.

En este momento no se presentaron mas dificultades en los estudiantes, todo estuvo bien planeado.

Después del desarrollo de la actividad

- Un par de aviones no quedaron bien construidos. (una estudiante se dio cuenta que había realizado mal un dobles y retrocedió en la instrucción y corrigió inmediatamente su error, a otra estudiante le quedaron diferentes las alas del avión debido a doblados diferentes)

El tiempo planeado fue suficiente, cada estudiante presentó su producto elaborado antes de salir del aula de informática y manifestaban satisfacción al finalizarlo.

ACTIVIDAD # 2

Análisis A posteriori

Análisis de la situación:

Las dificultades que se presentaron durante el trazo delas figuras que se formaron en el plano del avión fueron:

Antes del desarrollo de la situación:

Los profesores dieron la instrucción de lo que se debía hacer y los estudiantes comenzaron a realizarlo sin ningún problema.

Durante el desarrollo de la situación:

Durante el trazo de los planos, se evidencio la falta de motricidad fina en algunos estudiantes. También la confusión de uno por que quedaban figuras unas dentro de otras y como decían literalmente “si hago el trazo, se me daña la otra”. Cuando llegó el momento de comenzar a responder las preguntas de la guía correspondiente, se generó discusiones entre algunos estudiantes sobre el nombre de algunos polígonos, como los podían clasificar y las propiedades que tenían.

Algunos estudiantes hacían preguntas a los profesores sobre dudas que tenían en los nombres de las figuras o en las propiedades que cumplían.

Después del desarrollo de la actividad

Los estudiantes no pudieron terminar la guía, por lo cual se la llevaron para la casa y la debían de llevar terminada a la próxima clase. Cuando llegó la clase siguiente, todos la llevaron terminada

ACTIVIDAD # 3

Análisis A posteriori

Análisis de la situación:

Las dificultades o eventos relevantes que se presentaron durante el vuelo de aviones fueron:

Antes del desarrollo de la situación:

Los profesores evidentemente tuvieron que hacer una ejemplificación de cómo era la dinámica para el lanzamiento de los aviones y también como se llenaba la tabla de datos.

Durante el desarrollo de la situación:

Los estudiantes estuvieron muy motivados y realizaron de forma organizada el lanzamiento de los aviones. Para solucionar la dificultad de que no llevaron las cintas métricas, cada grupo trabajo midiendo las distancias con tres reglas cada una de 30 cm; algunos equipos simplemente contaban el número de veces que las reglas cabían en las distancias y luego multiplicaban ese número de veces por 30 que era la medida de la regla.

Para completar los datos en las tablas, lo que hacían era que cada uno anotaba su distancia y hacia la conversión. Luego se pasaban los datos.

Después del desarrollo de la actividad

Cuando acabaron de tirar los aviones y se reunieron para seguir la actividad, el tiempo no alcanzó, por lo cual los estudiantes se reunieron extra clase para terminarla.
Cuando se recogieron los trabajos (tarea), algunos equipos no los llevaron.

ACTIVIDAD # 4

Análisis A posteriori

Análisis de dificultades.

Las dificultades o eventos relevantes que se presentaron durante el armado de aviones fueron:

Antes del desarrollo de la situación:

Las instrucciones que había en la guía fueron claras para los estudiantes y comenzaron a resolverla. Todos llevaron el material de trabajo que se necesitaba.
Cuando se dieron cuenta que debían armar otro avión, la gran mayoría del grupo se acordó de los pasos para armarlo.

Durante el desarrollo de la situación:

- Unos estudiantes se confundieron al tener que volver a pintar una figura que estaba dentro de otra (establecer relaciones Inter. figúrales).
- Cuando llegó la hora de recortar las figuras coloreadas, casi todos los estudiantes se encontraron con que habían unas figuras que quedaron dentro de otras o figuras que estaban compuestas; por lo cual la gran mayoría opto por usar una hoja auxiliar y pasar algunas figuras allí y así no dejar perder ninguna otra. Los estudiantes que decidieron hacer la actividad sin importarles este suceso fueron muy pocos.
- Cuando estaban respondiendo las preguntas de la guía, unos recurrían a dar vuelta a las figuras para poder responder si se cumplían los criterios de congruencia. La gran mayoría respondió de forma correcta.
- Cuando debían responder si las figuras eran semejantes, algunos estudiantes decidieron tomar la medida de los lados de cada figura y establecer razones de proporcionalidad, otros simplemente se guiaban por la observación.

Después del desarrollo de la actividad

- Todos los alumnos acabaron la guía en el tiempo esperado, algunos lo hicieron en un menor tiempo y se le dio material de trabajo para que comenzaran a adelantar el trabajo siguiente.
- Cuando se hizo la socialización de las respuestas, algunos estudiantes llevaron a clase datos extra de consultas que habían hecho a raíz de las inquietudes que les había generado en trabajo que hicieron.

ACTIVIDAD # 5

Análisis A posteriori

Análisis de dificultades.

Las dificultades o eventos relevantes que se presentaron durante el armado de aviones fueron:

Antes del desarrollo de la situación:

El profesor comenzó leyendo la situación en voz alta, luego los estudiantes hicieron una lectura mental de la introducción de la situación y de las instrucciones a seguir.

Luego los estudiantes hicieron algunas preguntas sobre las instrucciones que debían seguir para comenzar a resolver lo planteado en la ciudad triangular.

Durante el desarrollo de la situación:

Cuando comenzaron a resolver la guía, algunos estudiantes tuvieron dificultades para hacer los trazos de los caminos que debían de seguir. También algunos confundieron los colores o lo hicieron del mismo color, por lo cual debieron de borrar todos los trazos que ya habían hecho y comenzar de nuevo.
Cuando iban finalizando la guía y debían de responder las preguntas referentes a las alturas de los triángulos, algunos se dieron cuenta de lo que se debía hacer, otros, tuvieron que pedir ayuda a los profesores.

Después del desarrollo de la actividad

Algunos estudiantes no alcanzaron a terminar la guía y se la llevaron para la casa como tarea. Al finalizar todas las actividades planteadas, el docente titular del grupo del colegio Antonio, realizo una evaluación a los estudiantes donde debían aplicar todo lo aprendido durante las situaciones.

En la evaluación, se aplicaron conceptos como:

- Clasificación de ángulos.
- Clasificación triangular según lados.
- Clasificación triangular según ángulos.
- Bisección de ángulos.
- Líneas notables de los triángulos (altura, bisectriz y mediatriz).
- Hallar complementos y suplementos de ángulos en polígonos irregulares.
- Relaciones Inter. E intra figúrales-

Los resultados que se obtuvieron de la prueba fueron muy satisfactorios y la gran mayoría de estudiantes obtuvo una calificación superior a 4.0. Solamente tres estudiantes perdieron la evaluación.

7.2 ANÁLISIS APOSTERIORI DE LA SITUACIÓN DOS

ACTIVIDAD # 1

Análisis A posteriori

Análisis de la situación:

En ésta actividad los estudiantes manifestaron que a pesar de haber visto en televisión información de los juegos olímpicos, era importante profundizar un poco más sobre este tema y la relación con el área de matemáticas. Pero cuando se les proporcionó dicha información y se les realizaron las otras preguntas, ellos dieron respuestas acertadas y aproximadas debido a que éstas se pueden ver en la cotidianidad lo cual facilita las respuestas y el agrado de los estudiantes.

Es importante resaltar, que los estudiantes identificaron de forma correcta la idea de punto, segmento, recta, plano en el plano de la cancha.

Antes del desarrollo de la situación:

Los profesores comenzaron hablar con los estudiantes sobre el conocimiento que ellos tenían de los juegos olímpicos y también indagaron sobre los deportes y canchas que hay en su entorno. A partir de esta conversación comenzaron a realizar las preguntas que habían planteadas para esta actividad.

Durante el desarrollo de la situación:

Los estudiantes se mostraron muy entusiasmados con el diálogo planteado por los profesores debido a que el tema era de su agrado. A medida que los profesores realizaban las preguntas, los estudiantes respondían activamente, identificando conceptos geométricos con gran facilidad.

Después del desarrollo de la actividad

Los estudiantes quedaron muy animados y a la espera de la nueva actividad, mostrando gran interés por uno de los pensamientos matemáticos que poco se trabaja en los colegios; “el pensamiento espacial”.

ACTIVIDAD # 2

Análisis A posteriori

Análisis de la situación:

A pesar de que los estudiantes manifestaron que la actividad era muy sencilla, se evidenciaron confusiones y desconocimiento por parte de los alumnos en relación con el nombre de triángulos y ángulos, además algunos de ellos no seguían correctamente las instrucciones lo cual conducía a que el trabajo no tuviera buenos resultados.

Antes del desarrollo de la situación:

Al inicio de la clase los profesores explicaron en que consistía la segunda actividad y realizaron varios ejemplos con los brazos e instrumentos de apoyo con la finalidad que los estudiantes pudieran comprender como se debe realizar la actividad.

Durante el desarrollo de la situación:

La mayoría de los estudiantes sólo trazaron ángulos rectos en el momento en que debía dibujar los ángulos que habían en las dos canchas, debido a que son los más evidentes y por tal motivo no tuvieron en cuenta los otros ángulos. Además presentaron mucha confusión al realizar los ángulos indicados por los árbitros y así mismo la evidencia y reconocimiento de dichos ángulos.

Después del desarrollo de la actividad

Después de la nueva explicación y varios ejemplos realizados por los profesores, los estudiantes manifestaron gran interés y gusto por la actividad, corrigiendo el taller y proponiendo nuevas posiciones para identificar ángulos.

ACTIVIDAD # 3

Análisis A posteriori

Análisis de la situación:

Las dificultades o eventos relevantes que se presentaron durante la construcción de la cancha de MONO-BALL fueron

Antes del desarrollo de la situación:

Los profesores tuvieron que hacer una ejemplificación de uno de los pasos de la construcción de la cancha y del uso de las hojas milimetradas.

Durante el desarrollo de la situación:

Los estudiantes estuvieron muy motivados y siguieron de forma organizada los pasos para la construcción de la cancha de MONO-BALL y los de superposición de figuras**.**

Después del desarrollo de la actividad

- Todos los alumnos acabaron la guía en el tiempo esperado, algunos lo hicieron en un menor tiempo y ayudaron a los demás compañeros en la solución de la guía
- Cuando se socializo el trabajo algunos estudiantes además de los conceptos creados por ellos de congruencia y semejanza en el desarrollo de la actividad, llevaron investigaciones sobre estos.

ACTIVIDAD # 4

Análisis A posteriori

Análisis de dificultades.

Las dificultades o eventos relevantes que se presentaron durante el desarrollo de la guía 4 fueron:

Antes del desarrollo de la situación:

Las instrucciones que había en la guía fueron claras para los estudiantes y comenzaron a resolverla. Todos llevaron el material de trabajo que se necesitaba.

Durante el desarrollo de la situación:

- Unos estudiantes confundieron los conceptos de área y perímetro, debiéndolos remitir a la situación #1

Después del desarrollo de la actividad

- Todos los alumnos acabaron la guía en el tiempo esperado, algunos lo hicieron en un menor tiempo.
- Cuando se hizo la socialización de las respuestas, la mayoría del grupo coincidían con estas.

8. CONCLUSIONES DE LA INVESTIGACIÓN

El conocimiento matemático escolar es una forma de pensamiento que el estudiante debe desarrollar. Por esta razón, es uno de los sistemas fundamentales de expresión a través del cual podemos organizar, interpretar y dotar de significados innumerables aspectos de la realidad.

Esta investigación correspondiente al pensamiento espacial y sistemas geométricos en lo relacionado a las relaciones Inter. e intrafigurales en los triángulos en el grado séptimo presentó una serie de conceptos y contenidos a nivel matemático que nos permitieron desarrollar unas actividades, plasmadas en talleres a nivel grupal e individual, en las que los estudiantes estuvieron en capacidad de poner a prueba sus habilidades en dicho pensamiento.

Es importante tener presente que la educación es un proceso que les permite a los seres humanos ampliar su concepción acerca del mundo, construir herramientas mentales y tener criterios para comprender su entorno y darle sentido a cada una de sus experiencias.

De esta manera durante la aplicación de las situaciones problema se observó que:

- Debido a la formalidad de los conceptos y contenidos matemáticos, se hace necesario que el profesor de matemáticas, diseñe diferentes estrategias didácticas como las Situaciones Problema, que motiven al estudiante a ser protagonista en la construcción de su conocimiento, de tal forma que se favorezcan los procesos de observación, análisis, abstracción, reflexión y argumentación, facilitando así el camino hacia la conceptualización y la generalización.

- La enseñanza y el aprendizaje de las relaciones espaciales y geométricas, se logra de manera más significativa, cuando se enfrenta al estudiante a actividades que parten de lo tridimensional a lo bidimensional favoreciendo así los procesos de visualización, construcción y razonamiento, los cuales son necesarios dada la complejidad de los procesos cognitivos presentes en la actividad geométrica.

- Partiendo de la idea propuesta por el modelo de los Van Hiele donde afirman que "el aprendizaje de la geometría se hace pasando por unos niveles de pensamiento y conocimiento", se sugiere que toda propuesta didáctica para la enseñanza de las relaciones inter e intra figurales en los objetos geométricos incluya actividades relacionadas en los niveles de visualización o reconocimiento, análisis y ordenación o clasificación, las cuales contribuyan al estudiante en la construcción de los conceptos geométricos.

- Las propuestas didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, al igual que para el desarrollo del pensamiento espacial, se debe caracterizar por involucrar actividades de ambos hemisferios cerebrales, las cuales están relacionadas con pensar en palabras y en imágenes, procesar la información tanto de manera global como particular , involucrar procesos de reversibilidad en la relación parte-todo y dar respuestas tanto en forma visual como escrita.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARTIGUE, M., DOUADY, R., MORENO, L., GÓMEZ, P. **Ingeniería Didáctica en Educación Matemática, "Una empresa docente".** Grupo Editorial Iberoamericana. México. 1995.

- Biblioteca de Consulta Microsoft ® Encarta ® 2005. © 1993-2004 Microsoft Corporation. Reservados todos los derechos.

- CATALÁ Cluaudi, et al. **¿Por qué Geometría?.** Propuestas didácticas para la Escuela Secundaria Obligatoria –ESO-. Editorial Síntesis. España. 1997.

- DUVAL, RAYMOND. **Semiosis y Pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Ed. Meter Lang. Universidad del Valle. Cali. 1999

- FILLOY YAGÜE, Eugenio. **Didáctica e Historia de la Geometría.** Grupo Editorial Iberoamericana. México. 1998.

- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN). Colombia, **Análisis de resultados de las pruebas de Matemáticas —TIMSS—** Colombia, 1997

- MONTAÑA GALÁN, Marco Fidel. **Pruebas censales Evaluación de competencias Matemáticas**, Santa Fe de Bogotá, 2000.

- MORENO ARMELLA, Luís. Evolución y Tecnología. En: CASTIBLANCO PAIBA, Ana Cecilia. **Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo**

de Matemáticas de la Educación Media de Colombia. CINVESTAV. México.

- MUNERA CORDOBA, John Jairo. **Las situaciones problemas como alternativa para generar procesos de aprendizaje matemático en la educación básica.** Ponencia, en Quinto encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Editorial Gaia. Memorias. Bucaramanga. 2003.

- OBANDO, Gilberto. MUNERA, John Jairo. **Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización.** En Revista Educación y Pedagogía. Nº 35. 2003

- SIGMA, E**l mundo de las matemáticas**. Tomo 1. segunda edición, Barcelona, 1974. Ediciones Grijalbo.

- ________. **Lineamientos curriculares de Matemáticas**, Santa Fe de Bogotá, 1998.

- ________. **Estándares Básicos de la Calidad de Matemáticas**, Santa fe de Bogotá, 2002.

- http://es.geocities.com/eucliteam/estudios_de_geometria.html#Geometr%EDa

- http://es.wikipedia.org/wiki/Historia_de_la_Geometr%C3%ADa#Despu.C3.A9s_de_Euclides

- http://www.icfes.gov.co/pisa/Documentos/Guia%20de%20Orientacion%20PISA%202006.pdf

- http://www.ince.mec.es/pub/marcosteoricostimss2003.pdf

LISTA DE TABLAS

LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1

ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES

1. ¿Que cambios se han dado en la enseñanza de la geometría?

2. ¿Qué dificultades se evidencian en los estudiantes frente a la geometría?

3. ¿Qué herramientas didácticas utiliza para la enseñanza de la geometría?

4. ¿Cuál es la intensidad horaria dedicada a la enseñanza de la geometría?

Se quiere saber que espacios dedica el maestro para la enseñanza de esta; si la da en el mismo espacio asignado para la matemática, o si se tiene un espacio asignado a parte para la geometría (cuantas horas semanales quincenales o mensuales).

5. ¿Le parece importante la enseñanza de la geometría?

6. ¿Qué teorías o propuestas conoce para la enseñanza de la geometría?

ANEXO 2

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES

1. ¿Te gusta la geometría?

2. ¿Qué sabes de geometría?

3. ¿Cómo te enseñan la geometría?

4. ¿Para que te sirve la geometría?

5. ¿Cada cuanto te enseñan geometría?

ANEXO 3

SITUACION 1

PLANO DE ACTIVIDAD #6 “CIUDAD TRIANGULAR”