

**PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA PARA DESARROLLAR
HABILIDADES DE CÁLCULO MENTAL EN NIÑOS DE PREESCOLAR Y
PRIMER CICLO DE BÁSICA PRIMARIA**

**Alba Milena Ríos Díaz
Alexandra Rodríguez Rodríguez
Glider Lady Caro
Janeth Patricia Velásquez Labrador
Lina Carmenza Tobón
Luis Alonso Lezcano
Luz Mery Suárez
Paola Andrea Restrepo Ossa
Ruth Alexandra Ortega Segura**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
MEDELLÍN**

2002

**PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA PARA DESARROLLAR
HABILIDADES DE CÁLCULO MENTAL EN NIÑOS DE PREESCOLAR Y
PRIMER CICLO DE BÁSICA PRIMARIA**

Alba Milena Ríos Díaz

Alexandra Rodríguez Rodríguez

Glider Lady Caro

Janeth Patricia Velásquez Labrador

Lina Carmenza Tobón

Luis Alonso Lezcano

Luz Mery Suárez

Paola Andrea Restrepo Ossa

Ruth Alexandra Ortega Segura

**Trabajo de Grado para optar por el título de Licenciados en Educación
Preescolar y Básica Primaria**

Asesora

Licenciada Lina María Cano Vásquez

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLÍN

2002

AGRADECIMIENTOS

A la facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, representada en la asesora Lina Maria Cano Vásquez, por el apoyo y acompañamiento pedagógico y humano brindado en nuestro proceso de formación académica durante la realización de la práctica profesional.

A las comunidades educativas Joaquín Aristizabal, Urbana Integrada Tricentenario y Juan del Corral, por permitirnos vincularnos a través de nuestra práctica a la experiencia pedagógica de cada institución.

A todas las personas que desde sus conocimientos, apoyo y colaboración, acompañaron la realización del presente trabajo. A todas nuestras familias por estar presentes en cada uno de nuestros planes y proyectos.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
PRESENTACIÓN	14
JUSTIFICACIÓN	16
FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	19
DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	20
OBJETIVO GENERAL	23
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	24
PREGUNTAS PROBLEMATIZADORAS	25
REFERENTE TEÓRICO – CONCEPTUAL	26
CÁLCULO ESCRITO	40
CÁLCULO MECANIZADO	42
CÁLCULO ESTIMATIVO	43
CÁLCULO MENTAL	54
ESTRATEGIAS DE CONTEO Y CÁLCULO MENTAL	64
Sistemas de Cuantificación	66
CÁLCULO MENTAL ADITIVO	74
LA TABLA DE SUMAR	75
Ceros	76
Conmutatividad	76
Conteo ascendente	76
Dieces	76
Dobles	76
Los dobles más uno	77
El número misterioso	77

Los nueves	77
La familia del diez	78
Buscando el diez	78
Patrones	78
CÁLCULO MENTAL MULTIPLICATIVO	79
LA TABLA DE MULTIPLICAR	79
Conmutar	80
Doblar	80
Añadir un cero	80
Cero y mitad	80
Descomposiciones	81
Patrones	81
TABLAS DE DOBLE ENTRADA	82
JUEGOS	83
TEST DE CÁLCULO MENTAL	90
PAPEL DEL MAESTRO EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO	92
REFERENTE INSTITUCIONAL	94
REFERENTE POBLACIONAL	96
DISEÑO METODOLÓGICO	98
Instrumentos de recolección de la información	100
Población y muestra	101
PRUEBA DIAGNÓSTICA (PRE -TEST)	103
PRESENTACIÓN	104
OBJETIVOS	106
METODOLOGÍA	107
DESCRIPCIÓN	110
Grado: Preescolar	110
PRIMERA SESIÓN	110
SEGUNDA SESIÓN	112
TERCERA SESIÓN	114

Grado: Primero	116
PRIMERA SESIÓN	116
SEGUNDA SESIÓN	120
TERCERA SESIÓN	123
Grado: Segundo	126
PRIMERA SESIÓN	126
SEGUNDA SESIÓN	129
TERCERA SESIÓN	131
ANÁLISIS	133
GRADO PREESCOLAR	133
GRADO PRIMERO	138
GRADO SEGUNDO	144
PROPUESTA PEDAGÓGICA	148
PRESENTACIÓN	149
METODOLOGÍA	151
PREESCOLAR	151
OBJETIVOS	152
METODOLOGÍA	153
PRIMER CICLO DE BÁSICA PRIMARIA	153
OBJETIVOS	154
DESCRIPCIÓN	159
Preescolar	159
SESIÓN 1 “Vamos a mercar a la legumbrería”	
Tema: composición y descomposición del número 3	159
SESIÓN 2 “Hagamos una fiesta”	
Tema: composición y descomposición del número 3	161
SESIÓN 3 “Juguemos baloncesto”	
Tema: composición y descomposición del número 4	163
SESIÓN 4 “La peluquería”	
Tema: composición y descomposición del número 4	165

SESIÓN 5 “La panadería”	
Tema: composición y descomposición del número 5	167
SESIÓN 6 “La floristería”	
Tema: composición y descomposición del número 5	169
SESIÓN 7 “La frutería”	
Tema: composición y descomposición del número 6	171
SESIÓN 8 “Juguemos mamacita”	
Tema: composición y descomposición del número 6	173
SESIÓN 9 “Juguemos fútbol”	
Tema: composición y descomposición del número 7	175
SESIÓN 10 “Visitemos el circo”	
Tema: composición y descomposición del número 7	177
SESIÓN 11 “Vamos de compras al almacén de ropa”	
Tema: composición y descomposición del número 8	179
SESIÓN 12 “El taller de papá”	
Tema: composición y descomposición del número 8	181
SESIÓN 13 “La juguetería”	
Tema: composición y descomposición del número 9	183
SESIÓN 14 “Juguemos voleibol”	
Tema: composición y descomposición del número 9	185
PRIMER CICLO DE BÁSICA PRIMARIA	187
SESIÓN 1 “Voy al cine”	
Subcategoría: Ceros	187
SESIÓN 2 “Disfrutemos del circo”	
Subcategoría: Ceros	192
SESIÓN 3 “Juguemos fútbol”	
Subcategoría: Conteo ascendente	195
SESIÓN 4 “Visito mi biblioteca”	
Subcategoría: Conteo ascendente	200
SESIÓN 5 “De compras navideñas”	

Subcategoría: Dobles	203
SESIÓN 6 “Apostemos en el casino”	
Subcategoría: Dobles	208
SESIÓN 7 “Un día de bolos”	
Subcategoría: Dobles más uno	210
SESIÓN 8 “Planeemos el viaje de vacaciones”	
Subcategoría: Dobles más uno	213
SESIÓN 9 “De regreso al colegio”	
Subcategoría: Conmutatividad	216
SESIÓN 10 “Organizo mi horario”	
Subcategoría: Conmutatividad	219
SESIÓN 11 “El autódromo”	
Subcategoría: Dieces	221
SESIÓN 12 “El zoológico”	
Subcategoría: Dieces	224
SESIÓN 13 “El supermercado”	
Subcategoría: El número misterioso	227
SESIÓN 14 “Visito el centro médico”	
Subcategoría: El número misterioso	229
SESIÓN 15 “El restaurante”	
Subcategoría: Nueves	232
SESIÓN 16 “El metro”	
Subcategoría: Nueves	236
SESIÓN 17 “Págale al banco”	
Subcategoría: La familia del diez	239
SESIÓN 18 “Somos jardineros”	
Subcategoría: La familia del diez	241
SESIÓN 19 “Construyamos el futuro”	
Subcategoría: Buscando el diez	246
SESIÓN 20 “Carrusel”	

Subcategoría: Buscando el diez	249
SESIÓN 21 “La escuela”	
Subcategoría: Patrones	252
SESIÓN 22 “La discoteca”	
Subcategoría: Patrones	254
ANÁLISIS	257
HALLAZGOS	301
CONCLUSIONES	304
BIBLIOGRAFÍA	309

RESUMEN ANALÍTICO

1. DESCRIPCIÓN BIBLIOGRÁFICA

- **TIPO DE DOCUMENTO.** Trabajo de grado
- **ACCESO AL DOCUMENTO.** Centro de Documentación de la Facultad de Educación.

2. TÍTULO

Propuesta de intervención pedagógica para desarrollar habilidades de cálculo mental en niños de preescolar y primer ciclo de básica primaria.

2.1. PROBLEMA

¿Qué impacto tiene, en el ámbito cognitivo y de movilización de procesos, la implementación de una propuesta de intervención pedagógica basada en actividades que potencializan habilidades de cálculo mental, planteadas desde la cotidianidad del niño, desarrolladas por medio del trabajo en equipo y la confrontación constante de forma oral y escrita en niños de preescolar y primer, ciclo de educación básica primaria?

3. AUTORES

Alba Milena Ríos Díaz

Alexandra Ortega Segura

Alexandra Rodríguez Rodríguez

Janeth Patricia Velásquez Labrador

Glider Lady Caro

Lina Carmenza Tobón Muñoz

Luis Alonso Lezcano Posada

Luz Mery Suárez Alzate

Paola Andrea Restrepo Ossa

4. ASESORA

Lina Maria Cano Vásquez

5. PALABRAS CLAVES

Matemática: cálculo escrito, cálculo mecanizado, cálculo estimativo, cálculo mental, estrategias de conteo, sistemas de cuantificación, reformulación, redondeo, truncamiento, sustitución, traslación, compensación en sumas, restas, productos y divisiones; estimar, aproximar. Estrategias de intervención: composición, descomposición, ceros, conmutatividad, conteo ascendente, dieces, dobles, dobles más uno, número misterioso, nueves, la familia del diez, buscando el 10, patrones.

6. POBLACIÓN

La propuesta de intervención fue desarrollada en tres agencias de práctica a saber: La escuela **Joaquin Aristizabal**, en ella, se trabajó con 15 niños pertenecientes al grado primero, con edades que oscilan entre los 7 años-2 meses al comenzar la intervención y 8 años 11meses al terminarla. Del grado segundo la muestra fue de 10 niños con edades entre los 7 años-5 meses y 10 años-7 meses.

De la Escuela **Urbana integrada Tricentenario** se trabajó con 20 niños del grado preescolar con edades que van desde los 5 años-3 meses – 5 años-8 meses al iniciar la propuesta y 6 años – 6 años-5 meses al terminar la aplicación; y con 5 niños del grado segundo con edades entre los 7 años-5 meses y 10 años-7 meses.

Por último de la escuela **Juan del Corral** se trabajó con 5 niños del grado segundo con edades 7 años-5 meses – 9 años-10 meses, al iniciar la propuesta y 8 años-2 meses – 10 años-7 meses al terminar la propuesta.

8. HALLAZGOS

- ✧ Todas las estrategias utilizadas por los niños estuvieron mediadas por el ensayo error como instrumento que permitía la reformulación de procedimientos más adecuados y la reequilibración de cada estrategia, logrando así la efectividad de la aplicación a seguir.
- ✧ Cuando el niño retiene eficazmente los datos, ya sea por similitudes, asociaciones o variaciones, se reduce el margen de error y puede explicar la estrategia que aplicó en la realización de los cálculos.
- ✧ A la hora de resolver un problema la reformulación no fue tomada en cuenta por los niños como posibilidad de solución sino como recuento de los datos olvidados.
- ✧ Los niños al adquirir un amplio campo de conciencia matemática aumentan también el número de posibilidades y caminos para resolver un problema.
- ✧ Al plantear distintas situaciones problema, los niños buscaban como prioridad de solución, las estrategias correspondientes a ceros y dieces; esto se evidenció en que las cifras dadas en las situaciones eran redondeadas por defecto o por exceso a dieces, cientos y miles, como formas de facilitar el hallazgo de la solución.
- ✧ La efectividad de los resultados se dio gracias al proceso lógico con que se presentaba cada una de las estrategias y al mismo tiempo la motivación y

actitudes que les permitían mejorar sus propios procesos teniendo en cuenta ciertas exigencias que posibilitan óptimos resultados.

- ✧ La reiteración y práctica de cada uno de los momentos de la propuesta sobretodo de la retención de datos les preemitió a los niños desarrollar su capacidad de memoria estructural, gracias al conocimiento que tienen de los números y el inquietarse por incorporar cada nuevo dato para una adecuada resolución del problema.

9. METODOLOGÍA

Para efectos de la presente investigación se retomaron elementos del paradigma cualitativo y cuantitativo. Cuantitativo ya que se utilizó el diseño pre-experimental y dentro de este mismo el diseño de un sólo grupo con pre-test y post-test. Las comparaciones importantes se hicieron entre los puntajes de la prueba previa y la prueba posterior, es decir, el efecto del tratamiento se comprobó cuando se compararon los resultados del post-test con los del pre-test.

PRESENTACIÓN

En la actualidad existe una nueva visión, con un soporte teórico bien fundamentado, el cual considera el aprendizaje de las estructuras matemáticas en correspondencia directa con las estructuras intelectuales del niño; además esta teoría, tiene en cuenta un elemento primordial: El "contexto cultural", que puede proveer al niño de aptitudes, competencias y herramientas para resolver problemas.

Desde dicha realidad, el proyecto "procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en niños de preescolar y básica primaria", pretende ofrecer una visión general sobre cuáles son las estrategias utilizadas por los niños para realizar cálculos mentales que den solución a los problemas relacionados con su cotidianidad, así no hayan desarrollado en su totalidad la capacidad para contar como es el caso de preescolar.

Partiendo de los anteriores planteamientos, el presente trabajo tiene como objetivo general proporcionar estrategias que le permitan al niño desarrollar habilidades y procesos en cálculo mental, para enfrentarse a las diferentes situaciones matemáticas. Durante el desarrollo de cada una de las estrategias para la adquisición de habilidades en el cálculo, tendremos muy presente la observación y el análisis de los siguiente momentos en cada uno de los niños: Comprensión de la situación, retención de los datos, elección de las operaciones, realización de las operaciones y contraste posterior de los resultados. Dicha observación y análisis se harán durante las tres etapas por las que pasa la propuesta, las cuales son:

1. Evaluación inicial (Pre-test)

2. Implementación de la propuesta

3. Evaluación final (Post-test)

Debe tenerse presente que la utilización por parte del niño de diferentes procedimientos para realizar cálculos mentales, guarda una estrecha relación con la forma como el niño representa en su mente las experiencias vividas.

Esta es una de las razones por las cuales muchos teóricos plantean que "la efectividad del conocimiento en la escuela, es considerada como una actividad estrechamente relacionada con el entorno cultural, los intereses del niño y su afectividad". (Lineamientos curriculares de las matemáticas) De ahí que sea de gran importancia partir de la realidad e intereses de los niños en esta propuesta.

De igual manera, esta propuesta ofrece a la enseñanza práctica de las matemáticas, una serie de trucos que pueden mejorar en el niño las estrategias del cálculo o le permitan apropiarse de otras nuevas, con el fin de que las utilice lo más adecuadamente posible en cada situación.

La adquisición de estas estrategias requiere de la intervención activa del maestro en el aula, el cual deberá propiciar situaciones de juego, deducciones, búsqueda de explicaciones para dicha adquisición. Todo esto convierte al niño en parte activa del aprendizaje y por ende el cálculo mental no será algo aislado y rutinario.

Pues como plantea Mialaret "a medida que el niño crece necesita ir desarrollando los métodos de cálculo mental que empleará a lo largo de su vida".

JUSTIFICACIÓN

Durante el desarrollo de la práctica profesional en las aulas de preescolar y básica primaria, se evidencia a través de la observación directa de los niños, diferentes situaciones que hacen referencia a la forma como los niños resuelven situaciones problema relacionadas con su vida cotidiana, tanto con los niños de preescolar que poseen nociones prenuméricas como los niños de primero y segundo grado de básica primaria que ya poseen nociones numéricas.

La forma más comúnmente utilizada por los niños para la solución de situaciones problema, obedece a la concepción tradicional de la enseñanza de las matemáticas, en donde los niños a través de un modelo de solución dado por el maestro, se dedican simplemente a repetirlo sin ninguna reflexión sobre lo que están haciendo.

Todo este proceso de observación dio origen a una serie de inquietudes directamente relacionadas con la forma como se enseñan las matemáticas y específicamente lo relacionado con el cálculo mental, entre muchas de las inquietudes precisamos las siguientes: ¿Cómo calculan los niños que ya poseen nociones numéricas?, ¿Cómo calculan los niños que poseen nociones prenuméricas, específicamente los niños preescolares?, ¿Cómo realizan estimaciones?, ¿Cuáles son las estrategias que utilizan para hacer los cálculos? Y ¿Cuáles son las condiciones que más favorecen al niño para que pueda realizar cálculos efectivos y significativos?.

El presente proyecto de investigación busca dar respuesta a cada una de las inquietudes anteriormente enunciadas, no sólo desde el punto de vista teórico,

sino también práctico. Para esto se realizó la búsqueda bibliográfica, la cual permitió la construcción del referente teórico conceptual del proyecto, este destaca conceptos desde diferentes teorías y autores, tales como: Piaget, Gali, Miaralet entre otros, los cuales hacen referencia al desarrollo de estructuras y procesos mentales y proporcionan conceptualizaciones sobre aspectos como: ¿Qué es el cálculo mental?, ¿Cuáles son sus momentos?, ¿Qué estrategias se hacen efectivas para desarrollar el cálculo mental?, ¿Cómo se aplican estas estrategias?, ¿Qué papel juega el docente en el cálculo mental, ágil y eficaz de los niños?, entre otras, y ante todo destaca la labor del maestro en ese proceso de adquisición y desarrollo del cálculo mental.

Estos elementos teóricos dieron viabilidad a nuestra propuesta, la cual sería realizada a través del proyecto pedagógico.

La propuesta en términos generales busca potenciar el desarrollo de habilidades matemáticas para el cálculo mental, el trabajo en equipo, y la confrontación grupal basados en juegos y situaciones problematizadoras que involucren la cotidianidad de los niños preescolares y de básica primaria.

Consideramos la propuesta de suma importancia ya que su implementación no sólo permite adquirir estrategias de cálculo mental sino que además: Mejora la atención y la memoria, permite reflexionar sobre las estructuras prenuméricas y numéricas más que en el concepto de número como tal, agiliza la mente, desarrolla el orden u organización, la atención, la observación, la meticulosidad, la interiorización, la sistematización, la lógica y la memoria.

Ayuda a desarrollar la verificación aproximativa. Colabora en estimar los ordenes de magnitud antes de hacer el cálculo efectivo. Ayuda a la comprensión de los números concretos, individualizándolos y relacionándolos con diversos modos de escribirlos. Aplica y desarrolla las propiedades de los números. Fija la estructura

de las operaciones y, en los primeros niveles la concepción del número, elimina pasos intermedios al lenguaje escrito, valora los caminos personales de búsqueda de una solución, evita determinados problemas de simbolización.

Esta propuesta se realizará con el fin de mejorar las estrategias de cálculo mental en los niños, para que se apropien de elementos que le permitan realizar cálculos efectivos que emplearán a lo largo de su vida, ofreciendo elementos que den nuevas luces a la labor del maestro dentro del aula de clase pues, en consecuencia los mayores beneficiados serán los niños.

FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Qué impacto tiene, en el ámbito cognitivo y movilización de procesos, la implementación de una propuesta de intervención pedagógica basada en actividades que potencializan habilidades de cálculo mental, planteadas desde la cotidianidad del niño, desarrolladas por medio del trabajo en equipo y la confrontación constante a nivel oral y escrito en niños de preescolar y primer ciclo de educación básica primaria?

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

A través de la historia la humanidad ha necesitado hacer cálculos matemáticos que le faciliten la sistematización de datos numéricos que hacen parte de la vida cotidiana, para ello se ha apoyado en diferentes medios que permitan hacerlos con más agilidad y precisión. Los datos históricos evidencian que estas prácticas de cálculo el hombre las realiza desde muy temprana edad.

Los niños antes de llegar a la escuela se han enfrentado a situaciones cotidianas que exigen un manejo de esquemas lógico matemáticos y nociones pre-numéricas, las cuales han ido construyendo en la interacción con los objetos (Piaget). Al ingresar a la escuela se hace una formalización de las estrategias y técnicas utilizadas para realizar cálculos matemáticos sin desconocer que hacen parte del desarrollo cognitivo individual.

Se pueden encontrar varias clases de cálculo: mental, estimativo, escrito y mecánico; cada uno de ellos es utilizado por el sujeto según las situaciones a las que se enfrenta y abordado de una u otra forma dentro de las aulas de clase, sin embargo se puede notar una saturación del cálculo escrito basado exclusivamente en operaciones mecanizadas, el cálculo mental aparece en los planes de estudio de las instituciones, pero puede observarse que pocas veces se hace uso de él dentro del aula pero siendo aún importante y necesario en el manejo cotidiano de situaciones.

El cálculo mental se define como el conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido para obtener resultados exactos o aproximados; este ayuda a generalizar y aumentar la velocidad del pensamiento matemático, pues las operaciones aritméticas en él se

realizan a partir de los esquemas interiorizados de las relaciones simbólicas que poseen los niños.

La eficacia del cálculo mental se apoya en fundamentaciones teóricas que sustentan sólidamente el proceso que se lleva a cabo en el momento de realizar cálculos de este tipo: Comprensión de la situación, retención de datos, elección de la operación y contraste posterior; cada una de estas fases implica el manejo de una serie de procesos cognitivos a nivel individual que no implica solamente lo matemático, sino también otros esquemas lingüísticos y una apropiación del entorno sociocultural. (Vigotsky).

Dentro del trabajo en el aula con alumnos de preescolar, primero segundo y tercero y a través de la interacción con los proyectos de aula se pudo observar que los alumnos poseen un manejo teórico de operaciones matemáticas, los cuales son llevados a la práctica de forma mecanizada, realizan cálculos mentales, sin embargo son poco efectivos por estar alejados de su cotidianidad, utilizan estrategias de cálculo, descontextualizadas de las situaciones, lo que supone una poca comprensión del porqué de estas estrategias y su uso eficaz.

Teniendo en cuenta la falta de bibliografía y preparación docente para abordar este problema y analizando su importancia dentro de la población escolar, se vio en el cálculo mental un buen tema de investigación que a través de una propuesta de intervención pedagógica ayudara a mejorar y potencializar estrategias y habilidades matemáticas en las escuelas.

Basados en la observación inicial y durante el desarrollo de los proyectos de aula se determinaron características con respecto al cálculo mental tales como:

- ✧ En preescolar y primero la mayor parte de los niños utilizan un cálculo estimativo basado en el conteo de los dedos o en el patrón repetitivo y

posteriormente confrontan con el material concreto, ellos no recurren a la búsqueda de estrategias que les posibilitan llegar al resultado a través del cálculo mental.

- ✧ En segundo y tercero de primaria los niños utilizan el cálculo mental pero no confían en los resultado que dan a partir de este, para ello verifican desde lo concreto, utilizando especialmente, el lápiz y papel o el conteo en los dedos.

Es necesario tener en cuenta que el cálculo mental no se limita exclusivamente al manejo de algoritmos matemáticos sino que tiene relación con diferentes procesos: socioculturales, cognitivos, movilización de procesos y de competencias lingüísticas, matemáticas y de comprensión.

De acuerdo con esto el interés investigativo está centrado en la implementación de una propuesta de intervención pedagógica, donde se le presentan al niño una serie de situaciones problemas, basadas en actividades para desarrollar el esquema aditivo, el manejo del lenguaje simbólico matemático, la capacidad de estimación numérica y procesos cognitivos (análisis, síntesis y abstracción), donde tuviera lugar lo cotidiano, el trabajo grupal y la confrontación continua, llevando todo esto al desarrollo de estrategias para adquirir el cálculo mental.

Logrando lo anterior el cálculo mental favorecerá la relación más personal del niño con el conocimiento, pues asociado a éste, el niño desarrolla también habilidades tan importantes como: La verificación estimativa, el desarrollo del sentido del orden u organización, la atención, la observación, la meticulosidad, la interiorización, la sistematización, la lógica y la memoria; la agilidad mental; la fijación de la estructura de las operaciones y en los primeros niveles en la propia concepción del número. Estimación de las órdenes de magnitud antes de hacer cálculo efectivo; entre otras habilidades que le dan la posibilidad al niño para

aplicarlas a la realidad del mundo material que lo rodea y a que este valore los caminos personales que utiliza en la búsqueda de una solución.

OBJETIVO GENERAL

Desarrollar una propuesta de intervención pedagógica basada en actividades que potencialicen habilidades de cálculo mental, partiendo de la cotidianidad del niño, del trabajo en equipo y en complemento con la confrontación constante desde lo oral y lo escrito con el fin de determinar el impacto que a nivel cognitivo y movilización de procesos tiene ésta en niños de preescolar y primer ciclo de educación básica primaria.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✧ Detectar por medio de la implementación de una prueba diagnóstica (pre-test) el estado inicial en el que se encuentran los niños con respecto a sus habilidades para hacer cálculos mentales; abriendo así, el camino a la implementación de nuevas estrategias.
- ✧ Diseñar, a partir de la prueba diagnóstica inicial una propuesta de intervención pedagógica que mejore y amplíe las estrategias para el cálculo mental en los niños.
- ✧ Potencializar el desarrollo de habilidades para el cálculo mental a través de la implementación de una propuesta de intervención pedagógica que involucre las estrategias planteadas en el referente teórico conceptual.
- ✧ Determinar el avance de los niños con relación a los procesos y habilidades en cálculo mental a través de una prueba posterior (post-test).
- ✧ Identificar en los resultados las fortalezas obtenidas por los niños al interior de las actividades desarrolladas.

PREGUNTAS PROBLEMATIZADORAS

- ✧ ¿Cuáles son las habilidades de cálculo mental utilizadas por los niños al enfrentarse a situaciones problema?
- ✧ ¿Cómo pueden desarrollarse habilidades en cálculo mental a través de una propuesta pedagógica que atienda a las necesidades encontradas en la prueba inicial (pre-test)?
- ✧ ¿Cómo las estrategias implementadas en la intervención pedagógica permiten potencializar el desarrollo de habilidades en cálculo mental?
- ✧ ¿Qué avances en los procesos y habilidades en cálculo adquirieron los niños durante la implementación de la propuesta de intervención pedagógica y que pueden evidenciarse en la aplicación de la prueba posterior (post-test)?
- ✧ ¿Según los resultados obtenidos en el análisis cuáles son las fortalezas y debilidades detectadas en los niños durante el proceso de intervención?

REFERENTE TEÓRICO- CONCEPTUAL

"El hombre interpreta el mundo que le rodea, mediante la filosofía, la poesía o la religión, intenta actuar sobre sus condiciones de vida a través de la acción política, mediante la legislación u otros mecanismos. Pero las mejores respuestas a los enigmas de nuestra existencia, o los procedimientos más útiles para dominar la naturaleza y conseguir de ella lo que deseamos provienen del conocimiento científico y, en definitiva de las matemáticas" Miralet.1962.

Las matemáticas, desde sus inicios, se mueven básicamente en dos mundos: el de los números y el de las formas. En los orígenes, los matemáticos antiguos necesitaban del soporte gráfico de los segmentos y de la operación de medirlos mediante una unidad para trabajar con los números. Esto supone la importancia del cálculo dentro de la historia de las matemáticas como el instrumento para trabajar con estos dos mundos e interpretarlos.

Los orígenes del cálculo se remontan a los babilonios y los egipcios quienes enseñaban la aritmética básica para llevar cuentas, aplicar impuestos, conocer la hora, medir la tierra y levantar edificios. Los griegos se centraron en la teoría y enseñaron la aritmética como la ciencia de los números, buscando comprender las propiedades y relaciones de éstos. En cambio los romanos se interesaron por la parte práctica de la aritmética, esto supone que de una u otra forma, para realizar sus cálculos, el hombre siempre ha necesitado de algún tipo de ayuda debido a las dificultades que se presentan al afrontarlos.

Las principales dificultades que se presentan son de dos tipos: por una parte hay que retener de memoria unos datos y un resultado y más aún, unos resultados

intermedios. Por otra parte hay que aplicar unos mecanismos que permitan abreviar el cálculo, para esto es necesario saber escoger el mecanismo adecuado a cada situación en concreto.

Al realizar cálculos, los dedos actuaron como anotadores de los primeros números; el método utilizado por Los Mayas fue el de anudar sobre una cuerda una serie de nudos distribuidos de forma que permitieran al aritmético de la época recordar un número e involucrarlo en sus siguientes cálculos. El sólo hecho de poder anotar un número proporcionaba ya un buen apoyo para la realización de los cálculos más elementales. En la mayoría de las civilizaciones antiguas vemos uno u otro método de anotación numérica.

La misma palabra cálculo proviene de las piedras ("*calculus*" en latín) que se empleaba en la Roma antigua para contar y realizar las operaciones básicas. El primer mecanismo de cálculo fue el ábaco que no es más que la piedra dispuesta de forma que se facilite su movimiento y agrupación. Una característica a destacar del ábaco es que impone su propia notación numérica, no importa como se escriban, nombren o recuerden los números, para pasarlos al ábaco se deben ir contando y agrupando de acuerdo a la distribución de bolas de la particular construcción de que disponga quien calcula.

En Norte América la aritmética entró al programa escolar corriente durante la colonia por ser necesaria en actividades tales como el comercio, la navegación, entre otras.

A mediados del siglo XVIII la aritmética, la lectura y la escritura formaban parte del programa escolar corriente y consistía en memorizar reglas, clasificar problemas según su tipo, y aplicar procedimientos mecánicos para resolverlos. En el siglo XIX la aritmética se utilizaba como la forma de "adiestrar" la mente en la memoria y el razonamiento.

En 1920 la práctica educativa comenzó a dar importancia al método de las repeticiones para enseñar aritmética y los educadores se preocuparon por identificar cada elemento del proceso aritmético. En 1930 la aritmética se definió como un sistema de principios y procesos relacionados; desde 1940 se vio la necesidad de enseñar aritmética para comprenderla; en 1950 se incluyó el material que enriquecía y daba sentido a la enseñanza de ésta.

Tradicionalmente el aprendizaje de las matemáticas era sinónimo de ejercitación, de entrenamiento, los niños eran adiestrados más que enseñados, repetir, repetir, repetir. Entre 1970 y 1971, salen a luz nuevos programas, la ideología era el progreso técnico, había que elevar el nivel y las matemáticas era el instrumento a través del lenguaje y el razonamiento; las matemáticas enseñaban así a pensar, se constituían como el lenguaje de las ciencias y la vía de acceso para comprenderlas.

Diversas corrientes y tendencias comenzaron a aflorar: el aprendizaje de las estructuras matemáticas debió corresponder al desarrollo de las estructuras intelectuales del niño. El desarrollo de nuevas pedagogías, particularmente las vinculadas a la escuela activa, dio pie a poner en tela de juicio, al menos, en el discurso educativo, ciertas prácticas calificadas de rutinarias y pasivas. La memoria se desvalorizaba al enfrentar el problema que empieza a ser crucial: la comprensión.

Las técnicas y destrezas suponen no sólo el uso de hechos numéricos y de los procedimientos habituales del cálculo, sino, además, cualquier procedimiento bien establecido que se pueda desarrollar de acuerdo con rutinas.

Las destrezas deben ser comprendidas y situadas en el esquema conceptual de cada niño y, además, deben ubicarse en la memoria y conseguir un rendimiento

adecuado mediante práctica. Los cálculos se realizan fundamentalmente por uno de estos cuatro medios: escrito, mecanizado, estimativo y mental, tanto cuando los cálculos son exactos como cuando son aproximados, los objetivos de las técnicas y destrezas se refieren a rendir en las operaciones básicas; en este caso se trata de conocer y utilizar las reglas de las cuatro operaciones con números aproximados (aritmética).

Se considera uno de los aspectos fundamentales en la adquisición de destrezas la comprensión frente a la cual, la pedagogía activa planteada por Piaget considera que la actividad es el motor del desarrollo intelectual, de la acción a la abstracción; incursiona lo que se llamará juego lógico, apareciendo así los bloques lógicos y bloques multibase, la moda en los años 1975-1980. Algo claro durante estos años en la literatura escolar fue la incidencia en la comprensión.

Eso sí, no todos entienden lo mismo por comprensión, definiéndola de diversas maneras; "Comprensión instrumental: saber aplicar las reglas, sin tener que comprender su funcionamiento; Comprensión relacional: saber que hay que hacer en los casos concretos y estar en capacidad de relacionar estos procedimientos con conocimientos matemáticos; Comprensión integral: saber construir el camino que conduce al resultado conociendo las razones de los pasos que se siguen" (Reinaldo Gómez, 1993).

Debido a que en los últimos años, se le dio mayor importancia a la comprensión como posibilitadora del proceso de interiorización de las matemáticas, se hizo necesario describir el proceso de comprensión, el cual empieza con la experiencia directa, física y concreta y avanza gradual y desigualmente hacia la comprensión de conceptos más remotos y abstractos.

Este proceso de captar el significado por etapas secuenciales puede verse con claridad en la comprensión de las matemáticas. Pero hablar de comprensión de

los conceptos asociados a los procesos de cálculo es muy complicado. En un primer estadio significa establecer relaciones entre los significados que los alumnos dan a los símbolos escritos. Esto implica el uso de referentes adecuados (representaciones, materiales manipulativos, situaciones del mundo real). Posteriormente, viene el análisis de los procesos concretos sin perder de vista los significados atribuidos

Lejos de la teoría de Piaget, la escuela tradicional planteo el dominio de las cuatro operaciones básicas, las cuales constituyeron el pilar de ésta, realizando sistemáticamente ejercicios destinados a memorizar resultados de cálculo numérico. Eran valoradas positivamente la eficacia y la velocidad en el cálculo.

En los últimos veinte años, numerosos investigadores se han interesado por conocer los procedimientos de los niños al resolver las primeras adiciones o sustracciones y sobre todo, como evolucionan los procedimientos durante el período escolar hasta la adultez. Hasta hace poco muchos investigadores en psicología creían que el desarrollo de una comprensión numérica auténtica sólo se alcanzaba en la edad escolar. Hace tan sólo 20 años los científicos "negaban la capacidad de cualquier proeza en la edad preescolar" (Gelman y Massay 1987).

Sin embargo, en los últimos años los investigadores han acabado reconociendo que, bajo su aparente incapacidad para contar, los niños en edad preescolar tienen conceptos sobre los números que en realidad son bastante sofisticados.

Un cúmulo considerable de investigaciones demuestra que los niños pequeños tienen una conciencia rudimentaria sobre dos principios para contar y especialmente cuando cuentan cantidades muy pequeñas; incluso cuando todavía no dominan la secuencia correcta de los números. (Gelman, 1982; Gelman y Gollistd, 1978)

Hasta cerca de los 7 años, los niños se encuentran en una etapa de la vida en que la realidad tiene un significado personal. Es lo que ellos pueden ver, tocar, oler, oír y gustar. El contenido de las matemáticas, aunque de carácter conceptual, procede del descubrimiento de leyes universales que son claras en acción. Los niños de 5 a 7 años pueden pensar en su propio estilo y sin embargo comprenden las relaciones y los principios contenidos en las matemáticas.

La secuencia de desarrollo que Piaget descubrió comienza cuando el niño no tiene ni la menor noción de lo que significa un número (aunque pueda contar), luego progresa a un concepto del número que se confunde con la apariencia, en cuestión de forma, color o tamaño de artículos comparados, y alcanza un punto, dos o tres años después, en que el niño comprende que el número utilizado para medir cantidad, longitud, espacio, volumen, peso o lo que sea, seguirá siendo el mismo por mucho que otras cosas cambien frente a sus ojos.

El desarrollo del concepto del número se ve fructificado a través de las experiencias apropiadas que el docente pueda brindar, pero no se le puede forzar mediante ejercicios, por que no es posible ejercitársele a comprender, simplemente se puede entrenar para la repetición de memoria; se puede ayudar a comprender a su propio tiempo y modo tan sólo ofreciendo las experiencias que transmitan la idea.

El pensamiento y el concepto de número es una construcción que se elabora en el curso del desarrollo genético y se favorece con la actividad sensorio motriz.

En esta construcción interviene la acción combinada del desarrollo genético natural de las propias condiciones del pensamiento y las experiencias con el medio, determinando la adquisición. Esto va a permitir que se “instalen” en la mente del niño las nociones que se hallan en la base de dicha construcción.

El niño pequeño posee la percepción de la numerosidad, alcanzando a percibir tres objetos, sin embargo, su conocimiento numérico es todavía muy limitado, de modo que hasta el año y medio aproximadamente carecería de los mecanismos de conteo y no tendría aún un concepto verdadero del número, ya que no entendería la equivalencia de una cantidad determinada a través de varios contextos.

En cuanto a la construcción del conocimiento matemático se involucran 3 procesos: el primero es el cognitivo, que se compone de los sistemas conceptuales propios del conocimiento matemático; el segundo es el interactivo, donde el niño puede establecer relaciones con el mundo físico y establecer vínculos con el trabajo grupal, el cual le ofrece la oportunidad al niño de confrontar diversos procedimientos utilizados por los demás niños para dar respuesta a un planteamiento matemático; y el tercero es el pedagógico, que se refiere al modo particular de abordar el conocimiento matemático propiamente en el aula.

Estos procesos de construcción intervienen en la manera como el niño se apropia de los conceptos matemáticos, los cuales se hacen más fáciles si se presentan situaciones significativas, donde él encontrará sentido a lo que hace, donde se le permite ejecutar múltiples acciones y resolver la variedad de preguntas necesarias para desarrollar su pensamiento matemático. En el contexto de una situación significativa el niño puede establecer relaciones que no se le ocurrirían si se le presentaran problemas aislados, precisamente porque ellas están llenas de significados empíricos.

Todo esto conlleva a combatir la educación tradicional basada en el aprendizaje mecanizado y contribuir a un mejor proceso de construcción matemático el cual se inicia en las acciones y poco a poco se va separando de ellas, hasta llegar a representaciones cada vez más estructuradas.

Según, Piaget antes de los seis años de edad aproximadamente, los niños tienen cierta dificultad en establecer nociones sobre diferentes aspectos de espacio, tiempo, movimiento, número, medida, relaciones lógicas elementales, etc. Esto se debe a que el pensamiento del niño en esta etapa no es operativo, es decir, que sus acciones en la realidad no son reemplazadas por acciones en su imaginación, condición indispensable del pensamiento lógico. Por tanto, el niño no puede hacer comparaciones mentalmente, sino que las lleva a cabo en forma práctica y con dificultad establece una relación simple entre pares de objetos.

Debido a la falta de representaciones mentales, su pensamiento está dominado por las percepciones inmediatas y sus juicios adolecen de la variabilidad típica de la percepción, se deduce porque sólo es posible lograr la estabilidad de su pensamiento conceptual mediante una forma de actividades perceptivas que le permite coordinar una cantidad de percepciones de un mismo objeto.

Piaget sostiene que los conceptos matemáticos tienen su origen en las experiencias que lleva a cabo con los objetos, y no en los objetos mismos: que los niños no pueden aprender por medio de simples observaciones. Sino que con sus propios actos tienen que construir antes sistemas de operaciones mentales.

Cuando éstas se encuentran bien coordinadas, el niño puede empezar a interpretar el mundo físico. Mientras el niño no tenga una representación mental de este mundo, no podrá hacerlo gráficamente. Esto sólo puede lograrlo a base de la interiorización de las acciones que realice directamente con los objetos, con las situaciones concretas y con las experiencias vividas.

Además, las características del pensamiento del niño preescolar hacen necesario el empleo de objetos y materiales de tipo concreto, aunque el niño no llega a realizar abstracciones por el sólo hecho de manipular materiales. Más bien, la abstracción se produce a partir del resultado que obtiene cuando clasifica objetos

por orden de tamaño, o cuando los agrupa de una forma determinada y, después los reagrupa estableciendo una nueva relación.

Piaget afirma que los conceptos matemáticos no se derivan de las percepciones e imágenes de los materiales, ni de los materiales mismos, sino de la captación del significado de las relaciones establecidas mediante dichos materiales. Igualmente, considera que las nociones y la capacidad para manejarlas mentalmente se obtienen usando un material concreto, pero son independientes del material empleado.

El niño va construyendo en su mente una especie de modelo operatorio del mundo que le rodea, o sea, el modelo de un mundo de objetos permanentes y cambiantes de sucesos recurrentes, dispuestos en un marco de espacio y tiempo, que manifiestan un orden regular. Este modelo básico forma una estructura que se va ampliando y enriqueciendo constantemente durante toda la vida. En el niño preescolar, el pensamiento no puede apartarse de situaciones concretas y presentes, por lo que todo aquello que no esté dentro del ambiente que le rodea carece de interés para él.

El niño parte de sus juegos para construir por si solo el concepto de conjunto, y obtiene por abstracción, a partir de dichos conjuntos el concepto de número. Es decir, que los conceptos lógicos preceden a los conceptos numéricos. Por tanto, el niño requiere de una preparación específica que le facilite el paso de su pensamiento pre-lógico al lógico, y le capacite para comprender, en etapas subsecuentes, conceptos tales como: el concepto de número y las operaciones que esto implica.

Esta preparación específica que lleva al niño de un pensamiento pre-lógico al lógico, se desarrolla al presentarle al niño actividades que implican clasificación, seriación, correspondencia, conservación, conteo, las cuales son conocidas como

nociones prenuméricas, y que ayudan a interiorizar en el niño el concepto de número. Estas se pueden definir de la siguiente manera:

Clasificar: es formar grupos o subgrupos de acuerdo a una característica establecida (color, tamaño...)

Seriar: es establecer relaciones de acuerdo a alguna magnitud.

Conservar: es la noción que permite comprender que la cantidad permanece invariable a pesar de los cambios que se introduzcan en la relación de los elementos de un conjunto.

Correspondencia: es una operación que se logra cuando el niño es capaz de aparear cada uno de los objetos de un grupo con cada uno de los de otro grupo, teniendo estos una relación entre sí, por ejemplo, taza-plato, flores-florero.

Contar: no sólo se trata de reconocer un cardinal determinado, sino que el niño ha de ser capaz de oír e interpretar la palabra "tres", más adelante esto se le complica con el símbolo "3", que no solamente le es indiferente sino que no le da ninguna clave gráfica para su comprensión. Para contar es necesario establecer una correspondencia uno a uno entre los objetos de una colección y la lista de palabras número, respetando el orden convencional.

El niño comienza a contar-numerar pero ninguna de las palabras "número" pronunciadas representa una cantidad por sí sola, cada palabra "número" pronunciada (incluida la última), es un número que se refiere únicamente al objeto señalado, no se trata aún de una representación numérica, para algunos niños es sólo una demostración al adulto de que sabe contar, para otros es un instrumento que les sirve para representar y/o diferenciar cantidades.

Después de la acción de contar-numerar el niño pasa a enumerar y es consciente de esto cuando la última palabra número que pronuncia no es un simple número, sino que representa la cantidad de todos los objetos. El conteo interviene como una ayuda para memorizar el nombre de las cantidades.

La característica principal en este proceso es que en ningún momento el niño proceda a contar-numerar, sino que el niño tenga en cuenta la noción de la cantidad y pueda representarla por la última palabra número, con un significado cuantitativo mediante la colección de dedos, que permite sentir una codificación plurisensorial de la cantidad tan importante como para no tenerla en cuenta.

Un niño que sepa contar 8 objetos, pero que no sepa mostrar 8 dedos, sin contar, no tiene un concepto correcto de las cantidades. Es muy importante desarrollar la capacidad en los niños de sentir las cantidades en los dedos de modo casi inmediato sin contar.

La acción de apuntar con los dedos a los objetos y contar es imprescindible, porque hace descubrir experimentalmente que se puede pasar de un número al siguiente, establece el apareamiento: principio capaz de fundamentar toda la aritmética, favorece la noción de sucesión natural y en definitiva fomenta dos conceptos básicos de gran importancia y a los que no se suele prestar atención como son apareamiento y sucesión.

Para el aprendizaje concreto de la técnica de contar hay que tener en cuenta 5 principios:

- ✧ Principio de abstracción o de identificación de conjuntos contables: Se refiere a la capacidad para discernir de entre diversos conjuntos que ofrece la realidad, cuáles de ellos son contables y cuales no.

- ✧ Principio de orden estable: utilizan la secuencia numérica en el orden establecido.
- ✧ Principio de irrelevancia en el orden: no importa porque objeto se comienza a contar, o en que orden se cuentan los objetos, ya que esto no hace cambiar el número de los mismos.
- ✧ Principio de biunivocidad: a cada objeto le debe corresponder un sólo término.
- ✧ Principio de cardinalidad: el último término obtenido al contar todos los objetos, es además el que indica el cardinal de colección.

Saber asociar sin contar es esencial porque permite al niño el progreso hacia el cálculo; los problemas aritméticos donde se añade y se quita son los más sencillos, para su solución los niños pueden emplear dos procedimientos el de contar o calcular; en el procedimiento de contar se involucran dos formas, en la suma “el volver a contar” y en la resta “contar lo que queda”, aunque algunos niños pueden emplear el cálculo mental para resolver los mismos problemas ayudándose de la representación numérica que poseen de los números y la utilización mental del algoritmo indicado.

Los niños pueden resolver problemas dentro de esquemas aditivos mucho antes de que hayan interiorizado el simbolismo matemático de la suma y de la resta, esto lo logran por medio de los procedimientos de contar y calcular, ya que al contar utilizarán objetos que le ayudarán a construir la situación que le sugiere el enunciado para luego añadir o quitar el número de elementos indicado, lo cual podrá expresar por medio de un lenguaje corriente, ejemplo 2 y 4 son 6, mientras se apropian del simbolismo matemático adecuado.

En lo que se refiere al calcular el niño podrá hacer cálculos sin utilizar la acción de contar, tomando el calcular como una relación directa entre cantidades a partir de sus representaciones numéricas, sin utilizar construcciones físicas ni a partir de

colecciones de muestra. Para el niño el mundo de los números no es homogéneo por eso este maneja dos campos numéricos: uno es el campo numérico restringido donde el niño podrá hacer cálculos que realizará más fácilmente con los primeros dígitos y un campo numérico más amplio en el que el niño puede aplicar la acción de contar; teniendo en cuenta lo anterior el maestro tendrá la tarea de proponer paralelamente al niño actividades para ejercitar el cálculo y para trabajar con el campo numérico más amplio.

El niño cuando se enfrenta a una situación donde tiene que añadir una cantidad a otra puede resolver la situación de las siguientes formas:

Puede utilizar la estrategia de volver a contar todo: puede recitar los números desde el principio hasta el final de la primera cantidad y luego para agregar la otra utilizar una colección de muestra; puede también utilizar el procedimiento de subcomptage, cuando el niño ya no tiene que recitar el comienzo de la lista de los números, este se presenta de 3 formas:

- ✧ Nombra la primera cantidad y agrega la otra apoyándose en una colección de muestra.
- ✧ Nombra la primera cantidad y agrega la otra levantando el dedo y diciendo el número que representa hasta obtener la cantidad pedida, estas formas del niño contar lo ayudan a acercarse al cálculo. Otro procedimiento que prepara al niño para el cálculo son las colecciones de muestra organizadas: (dedos y constelaciones) pues ayudan a que el niño pueda interiorizar relaciones numéricas que luego utilizará en el cálculo exclusivamente oral.
- ✧ A partir del número más elevado: cuando el niño tiene que suplir uno de los datos para agregar con los dedos el otro.

Los niños logran de modo precoz resolver gran número de problemas por procedimientos en los que hay que contar. En estos casos los maestros deben desconfiar de los juicios a priori sobre su dificultad relativa.

Sin embargo, los procedimientos en los que se cuenta y el empleo de las colecciones de muestra tienen una doble función para los principiantes:

- ✧ Permiten trabajar con cantidades de gran tamaño, con las que los niños no sabrían calcular.
- ✧ Ayudan asimismo a la representación de la situación descrita en el enunciado, porque van acompañadas de la imitación de éste con la ayuda del material utilizado. Al contar, los niños tienen la posibilidad de resolver problemas complejos que facilitan ciertas construcciones conceptuales: la noción de unidad, la de longitud, la cronología.

En el grado preescolar igualmente hay que tener en cuenta la enseñanza de la numeración y de las igualdades numéricas incompletas.

La enseñanza de la numeración es fundamental: lo que se halla en juego es el concepto de cantidades grandes; en preescolar, conocer la numeración consiste fundamentalmente en saber usar la “unidad grande”: la decena, para calcular una suma. En lugar de dedicar el tiempo necesario a este aprendizaje, la escuela tiende a enseñar a muy temprana edad la suma en columnas, siendo preferible enseñar una técnica operatoria más próxima al cálculo oral, pero que exija el uso de la numeración: la suma natural, siendo ésta un caso particular de cálculo pensado.

La enseñanza de las igualdades incompletas es, sin duda, el medio más económico del que disponemos para plantear problemas que inciten a calcular en lugar de contar, constituyen asimismo un lenguaje simbólico que facilita de forma considerable la enseñanza del cálculo pensado.

..." Una iniciación en el cálculo no debe considerarse únicamente como un aprendizaje de técnicas, de procedimientos o de recetas empíricas; debe tratar de provocar en los individuos una verdadera gimnasia intelectual, de crear una nueva actitud lógica ante los diversos fenómenos de la vida corriente, e iniciarlos en un razonamiento que constituya una importante estimulación psicológica"... Miralet 1962

Partiendo de esta premisa es importante reflexionar previamente sobre las formas que adopta el cálculo para ser cada vez más efectivo diferenciándose varios tipos de cálculo, los cuales se especificarán a continuación:

CÁLCULO ESCRITO

Aunque a veces puede parecer que el medio escrito es el principal para la realización de los cálculos, este desenfoco es propio de una actitud excesivamente académica. Desde luego, a un maestro con un grupo numeroso de alumnos, de nivel cultural y matemático muy diverso, le es mucho más fácil poner delante de cada niño una ficha repleta de multiplicaciones o largas divisiones, que intentar que progrese en sus habilidades de cálculo mental. Pero esto no justifica que el cálculo escrito se haya convertido en un medio de cálculo esquizofrénico: la mayoría de los ciudadanos lo utilizan *hasta el aburrimiento* en la escuela y casi nunca más al salir de ella.

Es evidente que el principal inconveniente que presenta el cálculo escrito es el de su lentitud. Si asociamos, como se suele hacer inconscientemente, cálculo escrito con aplicación de los algoritmos estándar para las cuatro reglas, existen además otros inconvenientes asociados a la ventaja esencial de dichos algoritmos: son algoritmos pensados para su utilización irreflexiva, por lo que el alumno más incapaz puede, posiblemente, aplicarlos. Pero precisamente es lo que los convierte en poco útiles cuando se traspasa la puerta de la escuela. Las muchas horas dedicadas al cálculo algorítmico por escrito no consiguen que los alumnos hayan entendido las características esenciales de los procesos operativos.

Como punto de reflexión, se comparará bajo el testimonio de G. MIALARET, el clásico algoritmo para la división con el llamado de la sustracción interactiva. El primero es de todos conocido, el segundo consiste en la repetición del siguiente proceso:

- ✧ Estimar por defecto del cociente.
- ✧ Efectuar el producto de la estimación por el divisor.
- ✧ Restar este producto del dividendo, el resultado es el nuevo dividendo.

$$\begin{array}{r|l}
 378653 & 256 \\
 \hline
 1226 & 1479 \\
 2025 & \\
 2333 & \\
 29 &
 \end{array}$$

378653	256
256000	1000
122653	
102400	400
120253	
15360	60
4893	
2560	10
2333	
2048	8
285	
256	1
29	1479

Evidentemente, el algoritmo clásico es mucho más rápido y eficaz. Pero sí se plantea el porqué se le enseña a los niños, estas ventajas dejan de serlo.

Este proceso se fundamenta porque así los alumnos saben como hacerlo sin comprender la división como tal, el algoritmo de las divisiones repetidas es tan válido como es el usado habitualmente, y tiene la ventaja que es más fácil de aprender y aumenta su habilidad estimativa. Este ejemplo sirve para replantear la funcionalidad del cálculo escrito. Además éste proceso también hace parte del cálculo como tal y permite por la misma escritura un soporte más en la memoria.

CÁLCULO MECANIZADO

Se entiende aquí por cálculo mecanizado el que se realiza por medios que proporcionan los resultados *directos e inmediatos* (en el caso de los computadores, los ordenadores, y las calculadoras), es decir, sin necesidad de pasos intermedios que requieran memorización o anotación. La realización de todo cálculo, sea o no mecanizado, esta inmersa en un proceso más complejo que conviene tener en cuenta: “*antes de calcular hay que plantear el cálculo y después hay que interpretar el resultado*”. (MIALARET, *pedagogía de la iniciación en el cálculo*)

Pero incluso si nos ubicamos en el mismo momento del cálculo, debemos descomponerlo en tres fases: codificación de los operandos y operadores (fase de planteo), ejecución del cálculo (realización) y lectura de los resultados (interpretación).

La fase denominada de planteo incluye dos tipos de decisiones: *qué operaciones* se realizan y como se organiza el cálculo en función de las posibilidades para operar.

El desarrollo de estrategias de cálculo que se adapten a unos medios determinados o a funciones específicas limita el uso y aprendizaje de nuevas técnicas, por el contrario si se saca de ellos todo el jugo posible, es a la vez un fin y un medio. Es un fin cuando el objetivo es calcular, entonces mientras mejor se haga el cálculo, más eficazmente se habrá cumplido el objetivo. Pero también es un medio, puesto que al practicar la elaboración de estrategias de cálculo, el alumno manejará más eficazmente los medios (aparatos) que se le presenten para calcular, y esto es muy conveniente en un momento en que es imposible predecir como serán los medios de cálculo mecanizado que tendrá que usar dentro de unos años.

Una vez escogido el camino y planificado el cálculo, se entra en la fase de realización. Esta fase empieza por la *codificación*. En caso de una calculadora estándar esta codificación no es muy compleja. La *ejecución y la lectura* de los resultados merecen comentarios similares. La lectura presentará problemas sólo en la medida que afecte anotaciones no adquiridas por el lector. Pero el momento clave del proceso llega con la *interpretación de los resultados*.

La rapidez con que se realizan los cálculos junto con las características de la operación da lugar a que la aparición de los resultados sea un tanto sorprendente. Es importante adquirir la costumbre de valorar, contrastar, corroborar y confrontar los resultados obtenidos.

En resumen, hay dos momentos en el proceso del cálculo mecánico que hay que tener presentes especialmente desde una óptica pedagógica; la planificación de la estrategia de cálculo, y la correcta lectura de los resultados.

CÁLCULO ESTIMATIVO

En la vida cotidiana actual es frecuente encontrarse con la necesidad de efectuar, o de dar por bueno, un cálculo sin tiempo ni medios para realizarlo con exactitud. Es necesario, por lo tanto saber estimar, evaluar aproximadamente el resultado.

Las situaciones en las que es necesario estimar son prácticamente inagotables, por ello mismo conviene tener en cuenta unas pocas destrezas prácticas que sirven para orientar la estimación de forma correcta. Hay también destrezas básicas orientadas para obtener rápidamente el resultado de una operación y que desarrollan el cálculo mental.

El cálculo pensado aproximado parte de un esperado dominio del cálculo mental clásico de las cuatro operaciones básicas con los números del uno al cien, junto a las nociones de aproximación. Ello implica el reconocimiento del dominio de los números por composición, descomposición de adiciones y sustracciones, dominio de dobles, reconocimiento de cambios de resultados manteniendo dígitos finales.

Al efectuar cálculos se debe tener en cuenta que: si al realizar un cálculo se emplean valores aproximados, el resultado, en general, también es aproximado.

Hay dos tipos de causas que inciden en la inexactitud del resultado. Por un lado, hay una inexactitud debida a que los valores que se emplean en el cálculo son aproximados; el error que se comete por esta causa se llama error inicial. Por otro lado hay errores que aparecen en la realización del cálculo, debidos a redondeos en resultados parciales o en el resultado final principalmente; el error que se comete por este motivo se llama error de evaluación. El error de evaluación debe ser inferior al error inicial, porque de lo contrario, la precisión de los datos iniciales se pierde.

Hainaut (1978) expresa en once puntos los objetivos sobre Estimación y redondeo en cálculos numéricos:

- ✧ Redondear un número, por defecto: cantidad aproximada por debajo del número a calcular; por exceso: cantidad aproximada por encima del número a calcular u óptimamente (con los cálculos exactos).
- ✧ Determinar la magnitud y el sentido de una aproximación.
- ✧ Determinar el número exacto a partir del número aproximado y la aproximación.
- ✧ Calcular un porcentaje de aproximación.
- ✧ Comparar dos aproximaciones y decidir: cuál es la más precisa, y si alguna de ellas es una estimación inadecuada.

- ✧ Reconocer las cifras significativas de un número.
- ✧ Redondear un número óptimamente a sus tres primeras cifras significativas.
- ✧ Limitar los cálculos corrientes a tres cifras significativas.
- ✧ Estimar el orden de magnitud del resultado de una operación.
- ✧ Evaluar la importancia de la introducción de un número aproximado en la precisión del resultado de una suma, resta, multiplicación, y de una división.
- ✧ Compensar las aproximaciones para aumentar la precisión del resultado.

Para iniciarse en el cálculo con números aproximados es suficiente disponer de unas pocas reglas básicas. Cuando se resta o suma un número aproximado el resultado queda afectado de un error igual que el del término correspondiente, siendo el sentido de dicho error el mismo en el caso de la suma y opuesto en el caso de la resta.

Por ejemplo en la suma $356+98$ se aproxima a $356+100=456$, hemos redondeado un sumando, 98, por exceso; el resultado es igualmente una aproximación por exceso con el mismo error. Pero en la resta $356-98$ se aproxima a $356-100=256$, sea redondeado el sustraendo, 98, por exceso con un error de 2; en este caso, el resultado queda aproximado por defecto y con un error igual (Isidoro Segovia y otros, Estimación en cálculo).

Hay que observar que los objetivos de la enseñanza del cálculo aproximado se reparten entre los distintos medios de cálculo, tanto el mental, como el escrito y como el mecanizado.

Los objetivos en el aprendizaje de la estimación son:

1. Legitimar la estimación: demostrar al alumno por medio de ejemplos claros y cotidianos que la estimación es en muchas circunstancias la mejor solución;

algunas sugerencias para trabajar este objetivo en el aula son: enfatizar aquellas situaciones en las que sólo se requiera una estimación; utilizar el lenguaje de la estimación (sobre, cerca de, alrededor de, más o menos, por debajo de, entre); aceptar una variedad de respuestas, ya que en estimación no hay una única solución válida, sino que cualquiera que este razonablemente cerca al valor exacto lo es, lo importante es que el alumno entienda que hay muchos caminos para estimar. "El aceptar una variedad de respuestas de un mismo problema, dada por los alumnos, exponiendo cada uno de ellos la forma de llegar a la misma, añade riqueza al trabajo y ayuda a los estudiantes a que aprendan más sobre el tema". (Enrique Castro, 1989).

2. Flexibilidad de pensamiento: debido a que hay varios caminos para llegar a un mismo resultado, "cada persona, frente a un problema de estimación, elige la estrategia que considera más conveniente, atendiendo a su familiaridad con la misma y a la situación en la que se plantea el problema. Esto requiere hacer práctica en el análisis de situaciones, lo que proporciona al alumno flexibilidad de pensamiento y sensibilidad sobre los factores que afectan a la estimación, como son, el contexto y el propósito al hacerla" (Isidoro Segura, 1989). Algunas sugerencias con respecto a este objetivo son: presentar situaciones a los alumnos para que las estudien y vean qué tipo de estimación requiere cada una de ellas, y su grado de precisión. Presentar situaciones en donde los estudiantes elijan la estrategia más apropiada para cada ejercicio.
3. Ajuste y razonabilidad del resultado: tener un buen sentido de la relación entre la estimación y la respuesta exacta es una de las dimensiones más importantes en el proceso de estimación, lo cual requiere una buena intuición y sentido de las *relaciones numéricas*. Las sugerencias para este objetivo pueden ser: hacer ejercicios donde los alumnos tengan que hacer *sobreestimación* y *subestimación*. Ajustar estimaciones: se da el resultado errado de algunas estimaciones y el alumno debe ajustarla a la realidad.

Presentar situaciones reales, con datos correctos e incorrectos, y trabajar en el reconocimiento de cuáles son razonables. Realizar ejercicios donde haya que asociar un número o rango numérico apropiado a una situación. Para alcanzar estos objetivos, es necesario desarrollar algunas estrategias de estimación en cálculo.

Siguiendo a Reys y otros (1982), pueden distinguirse tres tipos de procesos en las estrategias de estimación en cálculo. Se denominan: reformulación, sustitución, traslación, compensación, suelen aparecer en distintas fases de aplicación de una estrategia y se completan con el empleo de algoritmos que permiten la realización del cálculo en forma mental.

La base de estos procesos está en la preparación de los datos, y/o de la operación para que se puedan realizar mentalmente; el uso de "buenos" algoritmos juega también un papel importante en la obtención del resultado.

En su forma más sencilla, la estimación del cálculo se puede esquematizar así:

Problema de cálculo estimativo, elección del proceso de estimación, preparación de los datos y la operación, algoritmo, resultado estimado, valoración del resultado.

1. Procesos de reformulación: al usar procesos de reformulación, se realiza una modificación de los datos, para llegar a una situación aritmética más manejable, sin alterar en nada la estructura del problema que pretendemos resolver. Hay dos tipos de reformulación: primeros dígitos, sustitución.
 - 1.1. Primeros dígitos: la reformulación mediante primeros dígitos se caracteriza por el uso de los dígitos más significativos y puede realizarse empleando las dos técnicas usuales de aproximación: redondeo y truncamiento.

1.1.1. Redondeo: una estimación del resultado de una operación aritmética empleando el redondeo consta de las siguientes fases:

1.1.1.1. Elegir el tipo de redondeo de los datos: éste va a depender de la situación en que nos encontremos, es decir, de la precisión que necesite el resultado y de la rapidez con que se requiere obtener. Ambas variables son de efectos contrapuestos: a mayor precisión, más cifras significativas en el redondeo y, a mayor rapidez, menor número de cifras significativas.

1.1.1.2. Redondeo de datos: una vez redondeados los datos y para operar con ellos podemos "olvidar" los ceros del redondeo o tenerlos en cuenta. Al redondear 25484 a 25500 podemos trabajar sólo con 255 o bien con 25500; la primera forma se denomina R-EXT (extracto de redondeo). La segunda se denomina R-MND (mismo número de dígitos).

1.1.1.3. Realizar la operación con los datos redondeados: el empleo de un algoritmo apropiado es fundamental para realizar la estimación.

1.1.1.4. Valoración del resultado y retroacción (sí fuese necesaria). Una vez hecha la valoración del resultado puede conseguirse una aproximación mayor reiterando el proceso o bien actuando sobre el resultado. Un aspecto importante en la estimación de un producto o división mediante redondeo es la elección del factor que resulta más idóneo para redondear.

1.1.2. Truncamiento: recordemos que truncar un número consiste en tomar sólo los dígitos de la izquierda más significativos según las situaciones (y reemplazar por ceros las cifras suprimidas cuando son valores enteros).

Para operar podemos usar los ceros: T-MND (truncamiento con el mismo número de dígitos) o bien tomar los dígitos más significativos sin completarlos: T - EXT (extracto de truncamiento). Comparando con el redondeo, el truncamiento es una técnica más práctica y sencilla aunque dé resultados menos próximos al exacto; siempre cabe, sin embargo, disminuir el orden de truncamiento y precisar más el resultado, si fuese necesario. Truncamientos en sumas y restas; en suma: si sumamos, después de truncar los sumandos, el error que se produce en el resultado es la suma de errores de los sumandos; este error tendrá como límite "n" unidades del orden de la última cifra significativa, siendo "n" el número de sumandos.

2. Procesos de sustitución: cuando un dato resulta demasiado complicado para operar con él, bien porque tenga un número excesivo de cifras significativas o bien porque no sea cómodo trabajar con ese número en una determinada operación, entonces se sustituye por un dato próximo, con lo que desaparece la complicación para operar. Tenemos así la posibilidad de sustituir los datos por números próximos a los exactos pero "compatibles", en el sentido de que la operación entre ellos resulta más fácil.

3. Procesos de traslación: cuando la resolución de un cálculo viene asociada al enunciado de un problema, las acciones o relaciones que aparecen en el problema imponen un orden en los cálculos a realizar. De este modo la estructura del problema se refleja en los cálculos. En los procesos de traslación se produce un cambio sobre las operaciones que supone una modificación en la estructura del problema. Esto puede ocurrir de varias formas: cambio en el orden de las operaciones. Cambio de una operación por otra equivalente: a este tipo pertenecen los cambios que se pueden realizar en sumas y que consisten en transformar una suma de "n" sumandos en un producto de "n" por el valor medio aproximado de los sumandos.

Hay dos pasos en este proceso: primero, se obtiene el valor medio aproximado de los sumandos y, después, se realiza el producto. La utilización de este criterio depende de su mayor o menor facilidad de aplicación. Cuando los números tienen una pequeña dispersión en torno a un valor medio, esta situación es casi inmediata. Pero también puede ocurrir que los números se compensen por parejas, de modo que produzcan la misma suma; en ese caso, la aplicación es más difícil y necesita mayor experiencia.

4. Procesos de compensación: la compensación consiste en reducir el error producido en un sentido, al aproximar uno o varios datos, equilibrándolo con un error en sentido contrario, actuando bien sobre datos diferentes o bien sobre el resultado. La idea clave de la compensación consiste en neutralizar un error excesivo, debido a una reformulación o traslación, provocando un error en sentido contrario que sirva de contrapeso. La compensación no es nunca independiente, sino que se produce en el transcurso de una reformulación o de una traslación. Se distinguen dos tipos de compensación:

4.1. Compensación de los datos: durante el proceso de estimación.

4.2. Compensación en el resultado: se llama así cuando el ajuste se realiza al finalizar el cálculo. Las compensaciones más usuales son las realizadas sobre los datos. Cada operación suele tener sus propias técnicas de compensación, de acuerdo también con el proceso de reformulación seguido.

4.2.1. Compensaciones en sumas y restas: en el caso de la suma conviene redondear unos sumandos por exceso y otros por defecto, equilibrando unos con otros.

4.2.2. Compensaciones en productos y divisiones: conviene aproximar sólo uno de los factores, en primer lugar. Cuando hay que aproximar también el segundo factor, debe hacerse en sentido contrario al primero. De este modo, la aproximación del resultado queda compensada, ya que el

porcentaje de aproximación del resultado es inferior a la diferencia de los porcentajes de aproximación de los factores. A veces, es necesario compensar aproximando un factor y el resultado en sentidos contrarios.

Las actividades de cálculo estimativo tienen como finalidad principal hacer consciente al alumno que realizar un cálculo estimado conlleva varios procesos, aunque no necesariamente en un orden determinado. El alumno debe preguntarse si conviene actuar primero sobre los datos o sobre las operaciones, y en cada caso, cuál es el modo de actuar más conveniente.

Cuando el cálculo resulte más fácil de realizar, debe hacerse una valoración del resultado y, en su caso, una compensación para disminuir el error. El alumno debe aprender a utilizar los diferentes procesos en el momento conveniente.

El siguiente cuadro contiene algunos ejercicios de aproximaciones, para realizar mediante distintos cálculos (M= mental, E= escrito, C= mecanizado (con calculadora)):

Tipo de ejercicio	Tipo de estrategia desarrollada	Tipo de cál.	Edad aprox.
Reconocer la decena más cercana a un número natural.	Redondear, truncar	M	6 - 7
Reconocer valor posicional	Truncar	M	7 - 8
Reconocer la centena más próxima a un número natural (defecto, exceso)	Comparar, truncar	M	7 - 8
Estimar el orden de magnitud de una adición en cantidades de 10 a 100	Redondear, truncar	M	8 - 9
Estimar el orden de magnitud de una sustracción y saber que no puede superar el minuendo.	Truncar, analizar propiedades	E	8 - 9
Utilizar la idea de asociatividad para	Truncar, analizar	E M	8 - 9

multiplicar por un dígito seguido de ceros. Aplicarlo en estimar.	propiedades		
Redondear un número en las tres primeras cifras.	Reformular	M	9 - 10
Estimar el orden de magnitud de una multiplicación	Compensar, redondear, aplicar propiedades	M	9 - 10
Estimar el orden de magnitud de una división. Establecer una aproximación	Redon., apli. Prop. Compen y reform.	M E	10 - 11
Redondear un número a la potencia de 10 más cercana.	Truncar, reformular	M	11 - 12
Saber el orden de magnitud de un número decimal menor que 1	Truncar	M	10 - 11
Estimar un producto redondeando uno de los factores	Reformular, compensar	E C	9 - 10
Determinar la aproximación (efectuado en una multiplicación) del valor real	Comparar	E C	10 - 11
Comparar aprox. y ver cual es mejor	Aplic. Propie., comp.	M E C	10 - 11
Conocer el orden de magnitud de un número decimal mayor que 1	Aplicar propiedades	M E	10 - 11

Fomentar la habilidad para comunicar en matemáticas, es una destreza que se refuerza en situaciones de estimación; por lo cual conviene emplear el trabajo oral y la discusión en grupo. Expresarse oralmente ayuda a los alumnos a emplear la estimación y disminuye la intranquilidad por los datos que quedan escritos.

Cuando los alumnos deben compartir su información y justificar cómo han llegado a obtenerla mejoran su comprensión de los procedimientos para valorar numéricamente una cantidad y perfeccionan sus técnicas para hacer cálculos mentales.

Las estructuras conceptuales básicas para trabajar el cálculo estimativo son:

- ✧ Comprensión de conceptos básicos: los conceptos más significativos son:
 - Cantidad: característica o cualidad de un objeto que se puede valorar numéricamente, siempre con relación a una unidad, también los números son cantidades.
 - Unidad: cantidad de referencia que se toma para hacer la valoración del resto de las cantidades de su especie. La unidad es siempre un convenio, que puede llegar a tener fuerza legal.
 - Sistema de numeración: conjunto de reglas y signos que permiten escribir cualquier número.
 - Estimar: hacer una conjetura sobre el valor numérico de una cantidad, el resultado de un cálculo o una relación entre cantidades.
 - Aproximar: dar un valor cercano a un número o cantidad.
 - Discreto: colección finita de objetos diferenciados y distinguibles. Se mide con números naturales.
 - Continuo: característica de un objeto que no puede descomponerse en elementos discretos.
 - Operaciones numéricas: suma y producto, y sus inversas resta y división.

- ✧ Relaciones entre conceptos:
 - Medir: asignar números reales a cantidades.
 - Medida: número de veces que una cantidad cualquiera contiene a la unidad.
 - Valor aproximado: valor cercano a otro de referencia llamado exacto.
 - Teoría de errores: análisis de datos numéricos aproximados y de los resultados que se obtienen calculando con ellos.

- ✧ Saber seleccionar datos apropiados: esto depende del objetivo a lograr.

- Dentro de las magnitudes discretas: considerar las agrupaciones existentes o si es necesario agrupar.
 - Dentro de las magnitudes continuas: distinguir entre las representaciones geométricas (longitud, amplitud, superficie y volumen), las propiedades físicas (tiempo, masa, capacidad) y las relaciones entre magnitudes básicas o magnitudes derivadas (velocidad, aceleración, peso, densidad).
 - Considerar cuál es el conjunto numérico en el que se van a tomar las medidas de las cantidades consideradas (naturales, enteros, decimales, racionales o reales).
 - Las operaciones a realizar, influyen en la selección de datos.
- ✧ Emplear la estimación en un contexto.
- ✧ Interpretar los datos: forman parte de la interpretación:
- Cadena de relaciones establecidas para estimar.
 - Margen de error entre los datos iniciales y su incidencia en los cálculos a realizar.
 - Grado de fiabilidad que se puede conceder al resultado final.

El cálculo mental y el cálculo aproximado van siempre ligados, por lo menos en los casos de aproximación, ya que siempre que se realiza un cálculo mentalmente se sigue una estrategia de aproximación.

CÁLCULO MENTAL

“Mientras que el cálculo escrito sigue siendo preferible para la resolución de problemas un poco complejos, el cálculo mental, que obliga al alumno a afrontar claramente el objetivo a alcanzar, combate el hábito tan extendido de calcular

mecánicamente, sin intentar juzgar la verosimilitud y la significación de los resultados obtenidos (...) o al menos verificar su orden de magnitud.”

RENE TATON.

El cálculo mental en particular ha sido poco teorizado, y es mucho lo que queda por investigar en cuanto a su rol en la construcción de los conocimientos matemáticos; se puede decir entonces que el cálculo mental es una expresión que convoca no pocas imágenes y suscita adhesiones, rechazos y expectativas, es por ello que podemos encontrar muchas definiciones o concepciones acerca de estos temas, entre las más comunes encontramos que el cálculo mental, el cálculo pensado, es el cálculo callejero, cotidiano, se refiere a la solución de situaciones cotidianas *sin la ayuda de lápiz y papel.*

Es el acto inmediato o el ejercicio intelectual para encontrar las relaciones entre los números y las cantidades como resultado de la comparación que tiene por objeto el aumentar o disminuir la cantidad. Se entiende por cálculo mental el conjunto de procedimientos que analizando los datos por tratar se articulan, sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos o aproximados.

Joaquim Giménez en su libro "cálculo en la escuela" 1993, define el cálculo mental o cálculo pensado a aquel con el que se efectúan operaciones de memoria, sin escribir los elementos que en él intervienen ni utilizar ningún medio material que pueda ayudar a la memoria en los pasos intermedios.

El cálculo es el conjunto de métodos y técnicas para la enseñanza y el aprendizaje de las operaciones aritméticas, por ello se habla de cálculo cuando los niños utilizan diferentes procedimientos para hacer las cuentas; esta forma de solución guarda una estrecha relación con la forma como el niño las represente en su mente; razón por la cual es de suma importancia que estas operaciones se

realicen a partir de experiencias vividas, es decir, situaciones que involucren su diario vivir y no aprendizajes aislados y mecánicos.

Otro de los aspectos que hay que considerar en el cálculo mental es el manejo que tenga el niño de nuestro sistema decimal de numeración y de los procedimientos que conozca para calcular los resultados de las operaciones aritméticas.

El cálculo mental es el dominio privilegiado en el que se debe dejar a los alumnos asumir su individualidad y utilizar a fondo el grupo, para dar a cada uno la ocasión de adherir a las situaciones propuestas por otros, por lo tanto, el cálculo mental ayuda a generalizar y aumenta la velocidad del pensamiento matemático, entre otras cosas, porque las operaciones ya no se realizan con la presencia de referentes materiales o gráficos, sino con los esquemas interiorizados de las relaciones simbólicas. En este sentido el cálculo mental favorece la relación más personal del alumno con el conocimiento; conviene entonces distinguir entre cálculo mental de tipo estímulo respuesta y el cálculo mental que implica toma de decisiones y elección de estrategias. La mayor parte de las tablas, combinaciones numéricas básicas, son un buen ejemplo del primer tipo y el segundo suele ser fruto de una reflexión personal y es raramente desarrollado en la escuela.

La mayoría del cálculo que cotidianamente se hace fuera de la escuela es mental. No siempre se puede usar lápiz y papel, ni tampoco es necesario. Muchas veces la respuesta no tiene por que ser exacta, basta con una aproximación. Este tipo de cálculo se caracteriza por que:

- ✧ Es de cabeza.
- ✧ Se puede hacer rápidamente.
- ✧ Se apoya en un conjunto limitado de hechos numéricos

- ✧ Requiere ciertas habilidades: Conteos, recolocaciones, compensaciones, descomposiciones, redistribuciones, etc. Buscando sustituir o alterar los datos iniciales para trabajar con otros más cómodos, o más fáciles de calcular.

Las habilidades que se desarrollan en el cálculo mental están directamente relacionadas con sus implicaciones:

- ✧ Colabora en la reflexión de las estructuras más que los números.
- ✧ Agiliza la mente.
- ✧ Desarrolla el orden u organización, la atención, la observación, la meticulosidad, la interiorización, la sistematización, la lógica y la memoria.
- ✧ Ayuda a desarrollar la verificación aproximativa.
- ✧ Colabora en estimar los ordenes de magnitud antes de hacer el cálculo efectivo.
- ✧ Ayuda a la comprensión de los números concretos, individualizándolos y relacionándolos con diversos modos de escribirlos.
- ✧ Aplica y desarrolla las propiedades de los números.
- ✧ Colabora en la fijación de la estructura de las operaciones y -en los primeros niveles- en la propia concepción del número.
- ✧ Se convierte en un elemento motivar, ya que nos permite:
 - Eliminar pasos intermedios al lenguaje escrito.
 - Valorar los caminos personales de búsqueda de una solución.
 - Eliminar determinados problemas de simbolización.

Parece claro, que en este tipo de cálculo, la concentración, el hábito, la atención, y el interés son factores determinantes para lograr resultados efectivos.

Ejemplo:

“Cuando se le pedía (se refiere al calculista profesional Zerah Colburn) multiplicar 21.734 por 543, decía inmediatamente 11.801.562. Al preguntarle como lo había hecho, explico que 543 es igual a 181 veces 3. Y como era más fácil multiplicar

por 181 que por 543, había multiplicado primero 21734 por 3 y luego el resultado por 181.

Podemos realizar mentalmente algunas operaciones, pero lo más interesante del proceso mental es que su ámbito de acción es mucho más amplio; en definitiva, se calcule con el medio que se calcule, siempre hay una parte de la actividad que recae sobre la mente.

Aunque a veces pueda ser discutible si entran todos dentro de la fase de cálculo o no, podemos distinguir ciertos momentos en el desarrollo de un cálculo mental: comprensión de la situación, retención de los datos, elección de las operaciones a realizar, realización de las operaciones, contraste posterior de los resultados. Cada una de estas fases deben ser analizadas para un buen planteo de la enseñanza-estimulación de las habilidades del cálculo mental.

En la realización de las operaciones, se aplican habitualmente una serie de trucos que consisten esencialmente en la descomposición de cada operación compleja en dos o más operaciones simples. El interés educativo del cálculo mental es la descomposición y la posterior composición de las operaciones, lo que enseña sobre la estructura de los números y las operaciones, y es difícil de realizar sin entenderla.

Pero más allá de la estricta realización de las operaciones, las otras fases que se han mencionado requieren también de nuestra atención puesto que no sólo se aplica en el proceso de cálculo mental, sino que se desarrollan mentalmente aún cuando el proceso principal sea escrito o mecánico.

Yendo incluso un poco más allá; los balbuceos aritméticos se realizan siempre en el ámbito mental. Cuando el niño aprende a contar o sumar, efectúa estas operaciones a nivel estrictamente mental, pasando bastante tiempo hasta que es capaz de codificarlas por escrito.

Galí (1935) parte de la bondad de cualquier método activo y manipulativo que pueda propiciar la adquisición de los conceptos básicos de los números, pero inmediatamente advierte:

Pero el reconocimiento categórico de estas exigencias pedagógicas no nos ha de hacer olvidar que todos estos procedimientos no representan más que un camino para llegar a la seda del cálculo que es una función marcadamente mental. El campo de los números no es distinto de las otras actividades psíquicas. Quizás más que ninguna otra actividad la de los números parece destinada a ser materia exclusivamente mental.

A partir de esta idea, el autor defiende toda una línea de educación aritmética con un fuerte componente de cálculo mental, ya que en este se unen el aspecto funcional numérico y el aspecto funcional lógico. Define así los elementos que considera necesarios para realizar un buen cálculo mental:

- ✧ La ampliación del campo de conciencia matemática.
- ✧ El dominio de la arquitectura estructural de los números.
- ✧ La posibilidad de aplicación a las realidades del mundo material.

Por “*campo de conciencia matemática*” entiende Galí la capacidad de capturar la esencia matemática de la situación planteada o de los objetos a manipular. Así, incluye dentro de este campo de conciencia la posesión de la escala natural de los números, la capacidad operatoria, la posibilidad de mantener presentes en la conciencia diversos datos numéricos y de mantenerlos en un sentido dinámico, es decir, que su presencia vaya generando relaciones que posibiliten la eventual solución al problema o al cálculo propuesto.

Respecto a "*la arquitectura estructural de los números*", afirma que va mucho más allá de la simple posesión de la serie numérica o de las tablas de las operaciones, Galí continua diciendo que por mucho que valgan estas, saber que 35 es el resultado de 7 por 5, es saber muy poca cosa. El conocimiento verdadero del 35 es una especie de intuición de todas las posibilidades de llegar al número 35, por numerosas que sean 35 es también 10 más 10 más 10 más 5, etc., y también hay que intuir las posibilidades de 35 para dar 70, que no cabe un número exacto de veces en 100, etc.

Para desarrollo de la posesión de esta arquitectura estructural, Galí propone una serie de prácticas de cálculo mental que consisten esencialmente en seriaciones, análisis de patrones, composición y descomposición de los números, entre otras. El cálculo mental no está completo si no se aplica a los problemas mentales.

Algunos autores consideran que la decadencia del trabajo oral y mental en las clases de matemáticas es consecuencia de la falta de reconocimiento de la importancia que el cálculo mental tiene en esta asignatura. Incluso los métodos de cálculo sobre papel utilizado tradicionalmente se basan en la realización mental de determinadas operaciones.

La posibilidad de aplicarlo a las realidades del mundo material está relacionado con las maneras como el sujeto aplica los cálculos en su vida cotidiana, teniendo en cuenta que en la escuela se nos enseña como calcular de una manera, pero no como hacer para calcular de la mejor manera.

No es que esto sea una cuestión de aptitudes o capacidades, o de fanáticos ultrarrápidos, ni tampoco es cierto que con cada par de números haya que actuar de una manera. Si no se tiene confianza en las propias posibilidades es por que no se ha intentado y sobre todo por que en la escuela no se ha enseñado nada sobre ello.

Hay un número limitado de reglas, estrategias, caminos, que facilitan la tarea. Lo que ocurre es que muchos maestros y profesores, no tienen ellos mismos conciencia de los procesos que actúan cuando calculan mentalmente y nunca se han tomado la tarea de organizarlos, con la finalidad de enseñárselos a sus alumnos.

Es importante entonces, que el maestro en el aula tenga en cuenta las siguientes exigencias, principios, elementos y dificultades del cálculo mental, para mejorar el trabajo escolar.

✧ Exigencias:

- De actitud y valor:
 - Concentración y centramiento. Sin ello el error surge inmediatamente.
 - Hábito, para dominar reglas simples, cuanto antes mejor.
 - Atención, ya que cualquier error nos hace tener un resultado absurdo.
 - Interés, que se convierte en motivación ya que ayuda a escribir menos.

- De memoria numérica:
 - Exige el conocimiento de las tablas de sumar y multiplicar hasta 12.
 - Aumenta rapidez si se añaden otros conocimientos: cuadrados del 1 al 20, etc.
 - Tiene limitaciones con respecto a la retención de datos. Una persona "normal" puede retener, como mucho, 10 dígitos.
 - Es necesaria una retención momentánea de resultados intermedios.

- De memoria estructural: Pide claridad en el encadenamiento de las operaciones.

- Las habilidades requeridas: la capacidad de reacción a estímulo - respuesta y de habilidades, la toma de decisiones y estrategias.

2. Principios:

- La realización sistemática de ejercicios de cálculo mental mejora la mediana de operaciones efectuadas y también su exactitud.
- 2.2. La inclusión del cálculo mental, si va además relacionada con el cálculo aproximado, potencia y aumenta el aprendizaje de la aritmética y da seguridad al individuo para afrontar los problemas numéricos cotidianos.
- La formación en el cálculo mental es independiente del trabajo que hay que hacer en la comprensión de las operaciones. Si se juntasen, mejoraría la resolución de problemas.

2.4. Principios metodológicos:

- No proponer nunca ningún ejercicio para empezar, si no ha sido resuelto empíricamente antes. No rehusar, sin embargo, la posible solución inmediata que algunos alumnos suelen encontrar sin papel ni lápiz.
- Estimar previamente los resultados, si es posible.
- Pedir a los alumnos que explique con palabras los procedimientos utilizados.
- Pedir a los alumnos que escriban en lenguaje matemático lo hecho mental y verbalmente.

3. Elementos conceptuales y/o procesales:

- 3.1. Adición, sustracción, multiplicación y división en \mathbb{N} , \mathbb{D} y \mathbb{Q} .
- 3.2. Aproximación, acotamiento y redondeo.
- 3.3. Distributividad, conmutatividad y algoritmización.
- 3.4. Identidad e igualdad algebraica.

4. Dificultades e implicaciones de orden psicológico:

- 4.1. Diversos niveles de dificultad en las operaciones.

4.2. Propuesta del maestro graduada por dificultad, con el fin de ir haciendo un trabajo progresivo.

4.3. El maestro nunca debe improvisar las actividades de cálculo.

4.4. El siguiente cuadro es un ejemplo del trabajo que se puede realizar con la adición mental en distintos niveles.

TEMA	EJEMPLO
Siguiente	$7 + 1$
Dos dígitos iguales: $a + a < 9$	$4 + 4$
Dos números de una cifra	$4 + 7$
Ternas con $a + b + c < 9$	$3 + 4 + 2$
Dos dígitos iguales: $a + a > 9$	$7 + 7$
2 decenas completas	$20 + 30$
Ternas con $a + b + c < 18$	$4 + 7 + 6$
$1/2 + 1/2$	$1/2 + 1/2$
Adiciones $a + ? = 10$	$7 + ? = 10$
Números de una y dos cifras $a + b < 100$	$40 + 6$
Mayor	$73 + 4$
Llevando	$45 + 7$
Fracciones sencillas	$1/4 + 1/4$
Decenas y otros	$70 + 13$
Mayores, sin llevar	$53 + 46$
Llevando	$47 + 25$
Un número acabado en 9	$29 + 34$
Completar decenas	$37 + 43$
Adiciones $a + ? = b$	$21 + ? = 34$

Aunque algunos autores sostengan que los sofisticados métodos de cálculo mental son inapropiados para las mentes infantiles, eso no quiere decir que desde el principio no se puedan sentar las bases para lograr al final de la escolaridad una destreza, eficacia y rapidez razonable para las situaciones de cálculo más habituales.

“A medida que crece el niño necesita ir desarrollando los métodos de cálculo mental que empleará a lo largo de su vida y que tal vez difieran de los que utilice en el trabajo escrito. En los años de primaria debe practicarse con la manipulación

del dinero, la devolución de cambio tal como se hace en las tiendas, el cálculo de tiempos de desplazamiento...” (Mialaret, 1962)

Hay otra razón que aboga por la inclusión del cálculo pensado en las clases, y es que la mayoría de las personas que son consideradas hábiles para calcular rara vez hacen uso de los algoritmos usuales, sino que suelen recurrir a manipular los números para facilitarse la tarea.

A pesar de ello, la mayoría de nosotros hemos aprendido en la escuela un cálculo plagado de rigidez. Palabras y formas de presentar los datos se conectan en nuestra mente de tal manera que la respuesta está fuertemente condicionada, por esto es necesario darle a conocer a nuestros alumnos estrategias que les permitan acceder al cálculo mental dándole la posibilidad así de desenvolverse en situaciones específicas dentro y fuera de la escuela.

ESTRATEGIAS DE CONTEO Y CÁLCULO MENTAL:

Primero es necesario aclarar que no existen estrategias establecidas para todas las operaciones, cálculos y números. Sin embargo, es importante conocer algunos elementos útiles para las primeras adquisiciones del mecanismo de la adición con los niños de los primeros niveles. Entre las estrategias que podemos enseñar explícitamente con números del 1 al 100 se encuentran:

✧ Estrategias simples para trabajar en Preescolar y Primero.

- Añadirle el cero.
- Contar de uno en uno subiendo.
- Seriar de 2 en 2 subiendo
- Añadir y quitar el mismo número.
- Contar de uno en uno bajando.
- Asociar: añadir uno y quitar uno del siguiente.
- Descubrir un número (hasta 10) de diversos modos.
- Descubrir las sumas que hacen 10, o complementos al 10.
- Dobles de los dígitos hasta el 5
- Dobles más uno, más dos, menos uno, menos dos.
- Combinaciones.
- Adiciones de 9 subiendo la decena menos uno, $7 + 9 \dots$ diecisiete menos uno... 16.
- Buscar la decena (estructura asociativa) $7 + 5 = (7 + 3) + 2$.

✧ Estrategias con mayor grado de dificultad para segundo:

2.1. Adición:

- Número de cifras del resultado
- Redondeamiento: completar decenas, compensar: $48 + 36 = (48+2)+(36-2)$, conservar por defecto

- Recolocar (basado en la asociatividad): $47+35+5+63= (47+63)+(35+5)$
- Utilizar el algoritmo por la izquierda: $245+478= (2+4)+1,(4+7)+1,3= 723$
- Buscar los dobles.
- Conocimiento de los dobles.
- Reproducción algoritmo usual.
- Redondear un sumando.

2.2. Sustracción:

- Comprobar que la resta se puede realizar, observando que el sustraendo sea menor que minuendo.
- Hacer la prueba
- Algoritmo usual por la derecha "con 9": $3000 - 487 = (10 - 7), (9-8), (9-4), 3-1$
- Aproximación a la centena.
- Aproximación a la decena

2.3. Multiplicación:

- Conmutatividad.
- Asociatividad.
- Reformulación distributiva especial: $34 \times 11 = 3, (3+4), 4$

La obtención aproximada del resultado de un cálculo puede lograrse mediante estrategias como el ensayo y error. Un esquema de actuación para desarrollar un cálculo podría ser: problema de cálculo estimativo, reformulación, traslación, compensación, cálculo, resultado, valoración. O problema de cálculo estimativo, reformulación truncamiento, cálculo algoritmo usual, compensación en resultado, resultado, valoración. O problema de cálculo estimativo, reformulación, cálculo, resultado, valoración. Será la práctica la que enseñe qué estrategia es más aconsejable en cada situación.

Sistemas de Cuantificación:

Los sistemas de cuantificación son las primeras estrategias que utiliza el niño para calcular, son mencionadas a continuación:

Sistema de cuantificación intensiva: permite comparar las partes de un todo. Las estrategias cognitivas utilizadas en este sistema suelen ponerse en juego en aquellas situaciones en que no se necesita una "perfecta" medida de la cantidad o cantidades que se pretenden evaluar o comparar. Esto ocurre en los procesos o mecanismos de inclusión. Ejemplo: ¿qué hay más animales o animales vertebrados?, ¿Qué hay más carros o carros azules?

Sistema de cuantificación extensiva: relación de las partes del todo entre sí, o de este todo con otro todo (disyunción). Este sistema de cuantificación se divide en:

Cuantificación extensiva simple: es un proceso que permite comparar las partes entre sí, sin necesidad de realizar un proceso de interacción de las unidades discretas que componen el todo, siendo la correspondencia el mecanismo de cuantificación puesto en juego.

Cuantificación extensiva métrica: comparación de las partes entre sí, pero mediante un mecanismo que exige la interacción de unidades y que se denomina *conteo*. Ambas presentan dos vertientes cuantificadoras, la cardinal definitiva para un esquema de correspondencia y la ordinal, para las estrategias de conteo.

Por esto cuando se habla de conteo se refiere a una estrategia de cuantificación extensiva métrica, la cual está estrechamente relacionada con la construcción del concepto de número. A partir de esto se distinguen dos formas de conteo: conteo total y conteo parcial.

Conteo total: es aquél en el que el resultado (de la suma) está determinado por el conteo de todos y cada uno de los elementos (de los sumandos). En este conteo el niño siempre empieza a contar a partir del número 1.

Conteo parcial: es un proceso más eficiente y rápido. En él, la enumeración empieza a partir del primer sumando y continúa hasta que el segundo sumando ha sido numerado. Los prerrequisitos de este conteo son:

1. Poder contar desde un punto arbitrario: para ello se requiere una cierta agilidad verbal, aunque la presencia de la misma no es condición suficiente para que pueda ser utilizada esta subrutina. Ejemplo: $2+2$ el niño comienza a contar a partir del dos, no desde el uno para llegar al resultado.
2. Identificar que el cardinal del primer sumando es igual al resultado del conteo de los elementos de ese conjunto. Ejemplo: $4+4$ él sabe que el 4 contiene al 1, 2, 3, no lo ve como un número aislado.
3. Identificar el primer elemento y el segundo sumando, no como el número "1", sino como conectado al primer sumando. Se deriva del cambio del primer sumando al segundo dentro del acto del conteo de la suma. Ejemplo: $2+2 = 4$ cuenta el dos seguido adiciona el otro dos.

Con respecto a la utilización de estas dos estrategias de conteo en problemas de adición, el conteo total es la subrutina más elemental, es decir, la suma está determinada por el conteo de todos y cada uno de los sumandos. Otras dos subrutinas son: modelo de enumeración de continuación: comienza la secuencia de conteo a partir del primer sumando. En el caso de $2+4$, el niño cuenta 4 pasos a partir de 2. La segunda, denominada "modelo MIM", realiza la secuencia de conteo a partir del sumando mayor y es siempre el sumando menor el que se añade al otro. En el caso de $2+4$, el niño cuenta 2 pasos a partir de 4. Todas estas estrategias pertenecen a un mismo modelo de conteo: conteo aditivo.

El modelo de disminución utilizada en los problemas de resta, presenta dos subrutinas de ejecución: la primera es un deshacer del conteo parcial, restar 6-4 supone contar 4 pasos hacia atrás a partir del 6. La segunda de las subrutinas pretende reproducir, inversamente, el modelo de enumeración de continuación.

Finalmente existe un tercer modelo utilizado sólo por los más hábiles, y es el modelo de elección: en el cual el sujeto elige cuál modelo (de incremento o disminución), lo lleva al resultado con el menor esfuerzo. 6-4 requiere 4 enumeraciones si se utiliza el modelo de disminución; pero sólo dos si se utiliza el modelo de incremento. (José Manuel Serrano y otros, Infancia y Aprendizaje)

Según Cecilia Parra para hablar de estrategias propicias para el desarrollo del cálculo mental, es necesario primero tomar en cuenta la reconstrucción del pensamiento matemático; es decir de una matemática lógica o como es llamada en la didáctica de matemáticas “La toma de conciencia”. Para ello es necesario reconocer ciertos pasos como: El maestro debe previamente seleccionar los ejercicios que favorecerán el cálculo en los procedimientos reconstructivos.

4. Que sean expuestos con claridad a sus alumnos.
5. Que los alumnos busquen recursos para resolverlos, ojalá interactuando en grupos.
6. Se analizan los distintos recursos y se discute la aplicabilidad y la eficiencia para cada ejercicio de cálculo planteado.

“Esto les permite a los alumnos reconocer gradualmente la utilidad de usar recursos conocidos o la interacción para resolver otros cálculos”. Así se va construyendo un repertorio colectivo, visible en la clase y utilizable como recurso personal”. Cecilia Parra.

Como dicen los miembros del equipo ERMEL en su documento: “El cálculo mental es un asunto de trabajo (saber y entrenamiento), de memoria y, sobre todo, de

confianza en uno mismo.” Partiendo entonces de que uno de los requisitos es que los alumnos empiecen a tomar conciencia de los procedimientos que utilizan; es decir, saber que es lo saben y como utilizarlo, se han propuesto ciertas estrategias que pueden ser tomadas en cuenta:

Darle una serie de ejercicios operativos de suma y resta para que en equipo ellos determinen si son fáciles o difíciles, él porque y como lo hicieron. Según el trabajo analizado con este ejercicio pudo notarse que los niños básicamente tomaban cuatro aspectos en cuenta para poderlos determinar como fáciles o difíciles así:

7. El “tamaño”: si los números eran grandes o pequeños.
8. Los recursos: si tenían que contar, usar los dedos, no usarlos, usar la cabeza, hacer palitos, usar la cuenta, etc.
9. El consenso: cuantos los sabían.
10. La velocidad de la respuesta.

Antes de delimitar estrategias que sirven como ejemplo, como base en el trabajo y construcción del cálculo mental; es necesario reconocer que como maestros debemos asumir ciertas responsabilidades (tomado del texto, cálculo mental en la escuela primaria)

Ellas pudieran ser:

11. Proponer situaciones, cálculos y juegos que serán oportunidades de usar y poner a prueba los procedimientos formulados.
12. Favorecer una buena explicación y dar oportunidad de ponerlos en juego.

13. Apuntar a que todos los alumnos amplíen su dominio del repertorio aditivo y que reconozcan la utilidad de apoyarse en lo que saben para resolver otros cálculos.
14. Favorecer la discusión entre los alumnos respecto de los procedimientos, el docente puede apelar a un recurso que es central en el trabajo de cálculo mental: *la organización de la clase*, variando y combinando en pequeños grupos, momentos de trabajo colectivo y momentos de trabajo individual.
15. Para la construcción paralela y vinculada del cálculo pensado y del cálculo automático requiere que se lleven adelante, sistemáticamente, dos tipos de actividades:
 - 5.1. Un trabajo de memorización de repertorios y reglas, a medida que se han ido construyendo.
 - 5.2. Un trabajo colectivo, lento y detallado, de aprendizaje de cálculo mental pensado, que se apoya en la comparación de diversos procedimientos utilizados por distintos chicos para tratar el mismo problema.

Teniendo clara la función del docente, quien debe día a día hallar las metodologías o actividades más indicados para ofrecer al grupo de alumnos con los que trabaja, se encuentra el juego como una de éstas, ya que ha sido reconocido, como una estrategia clave en el proceso de construcción de aprendizaje en los niños, además, los juegos tienen un rol importante.

Por un lado, permiten que empiece a haber en la clase más trabajo independiente por parte de los alumnos: aprenden a respetar reglas, a ejercer roles diferenciados y controles mutuos, a discutir, a llegar a acuerdos. Por otro lado, brindan al docente mayor oportunidad de observación, y la posibilidad de variar

las propuestas según los niveles de trabajo de los alumnos e incluso trabajar más intensamente con quienes lo necesitan.

Por su parte los alumnos realizan un aprendizaje funcional de la numeración y de los diversos conceptos y procedimientos del cálculo: utilizar el número y las operaciones matemáticas para resolver una "situación problema" que tiene interés en resolver. En este tipo de situaciones de aprendizaje se parte y se respetan los conocimientos de matemática informal que los alumnos tienen en el momento de empezar la escuela. El maestro puede llevar a cabo una observación de las estrategias, "errores", dificultades, y procedimientos utilizados por diferentes alumnos y hacer las intervenciones que sean una ayuda educativa para ellos.

La formación de grupos de alumnos en este tipo de tareas es muy beneficiosa, ya que cada uno de ellos utiliza las estrategias que ha podido llegar a construir, los compañeros aprenden unos de otros mediante la confrontación de diversos procedimientos.

Mediante este tipo de organizaciones de clase se permite la existencia de diversidad en los grupos, y existe la posibilidad de construcción a diferentes ritmos de los conceptos matemáticos que están implicados en los juegos.

Los alumnos consiguen una agilidad importante en el cálculo mental utilizando diversas estrategias de descomposición de los números, y al mismo tiempo tienen la posibilidad de iniciarse en las primeras formalizaciones del lenguaje matemático mediante la utilización de signos representativos por escrito.

De igual forma, es el maestro quien debe hacer una correcta elección de los juegos o actividades que ha de proponer a sus alumnos. En la didáctica de las matemáticas, se nombran 6 aspectos importantes a tener en cuenta por el maestro en la elección de actividades:

16. Tener en cuenta los conocimientos previos.
17. Reconocer la utilidad (economía, seguridad) de usar ciertos recursos (resultados memorizados, procedimientos).
18. Tener una representación de lo que hay que lograr, lo que hay que saber.
19. “Medir” su progreso.
20. Elegir, entre distintos recursos, los más pertinentes.
21. Ser capaces de fundamentar sus opciones, sus decisiones. Entre otras.

Reconociendo que en la correcta elección de estrategias se puede dar un desarrollo de agilidad y habilidad para realizar cálculos, es necesario recordar que no es posible una buena destreza en cálculo mental, si no se dispone de buenos puntos de apoyo o de soportes que mejoren el aprendizaje. Un soporte usual es un buen dominio de la secuencia contadora y de las combinaciones aritméticas básicas conocidas como tablas.

Este soporte no sólo es importante porque permite dar respuestas rápidas, sino porque da pie a algoritmos que permiten efectuar cualquiera de las operaciones elementales con un número de conocimientos limitados. Gracias a las tablas es posible calcular sin preocuparse por el tamaño de los números. Cuando los datos son pequeños, se siguen determinadas destrezas o algoritmos mentales; cuando los datos son mayores, los redondeamos, es decir, los hacemos menores al reducir el número de sus cifras significativas, e igualmente, operamos mentalmente.

Por ello, una buena base para la estimación consiste en lograr una destreza adecuada sobre algoritmos mentales que sean fáciles y rápidos de memorizar. Por ejemplo en los algoritmos de la suma usamos la descomposición y recomposición la cual consiste en descomponer los números de forma que luego faciliten una composición general más sencilla.

Hay un punto de vista tradicional que aboga por el aprendizaje “a ciegas” o memorístico de las tablas y otro que defiende que esto no es necesario ya que la mayoría logra un dominio efectivo del cálculo cuando recurre a desarrollar estrategias personales.

Los defensores del primer punto de vista opinan, por el contrario, que no todos los niños son capaces de hacer algo así; muchos de ellos, a lo sumo, serán capaces de dominar las tablas después de una cantidad desproporcionada de esfuerzos y algunos nunca lograrán resultados satisfactorios por sí mismos.

El debate se centra en si hay que dedicar tiempo para hacer ejercicios destinados exclusivamente a la memorización, fijación, mantenimiento y rehabilitación de las tablas; o si por el contrario, basta con ayudarle al niño a desarrollar sus propias estrategias para que puedan obtenerlas asegurándose de su buen funcionamiento, comprensión, uso y consolidación.

Para tomar una decisión sobre cual es la línea de acción más adecuada, conviene tener presente que quizá un planteamiento conduce al otro. Aunque esto no se da en los dos sentidos: El uso de estrategias puede acabar en memorización de resultados, pero la memorización de resultados no sólo no conduce al diseño de estrategias, sino que las obstruye.

Por un lado, la práctica en el uso de estrategias irá aumentando la velocidad en las respuestas, de tal modo que, la frontera entre resultados memorizados y obtenidos, tenderá a difuminarse, y por otro, la tendencia a apoyar el cálculo en un número limitado de combinaciones básicas hará que sus resultados se repitan con tanta frecuencia que se estará incidiendo fuertemente en su retención memorística.

A continuación se explicará el acceso a las tablas aditivas, multiplicativas, de doble entrada, el juego y los tests, a partir de la manipulación de símbolos,

visualizando otras vías, como por ejemplo el conteo de objetos físicos, el tratamiento con materiales didácticos, el recurso de la recta numérica o cualquier tipo de arreglo que corresponda a un nivel conceptual propiamente, para lo cual es necesario que el niño primero domine el cálculo mental aditivo, por lo que se comenzará por este la explicación.

CÁLCULO MENTAL ADITIVO

No tiene sentido que el niño aprenda las combinaciones aditivas básicas si no aprende a arreglar los números para poder recurrir a ellas. Es decir, el niño debe aprender un bagaje de métodos y estrategias que le permitan operar, reduciendo la manipulación de símbolos a aquellos más conocidos o más fáciles.

Naturalmente, la clave de todo este proceso estará en la idea de valor de posición y la expresión multiplicativa del número. Los métodos y estrategias de cálculo mental aditivo no son tan ricos y variados como los multiplicativos, que es el cálculo mental por excelencia. La mayoría de ellos consiste en la descomposición de los sumandos, la alteración de su orden de colocación o la búsqueda de redondeo (trabajar con números que arrastres ceros).

✧ **Recolocación:**

$$47 + 86 + 53 + 14 = (47 + 53) + (86 + 14)$$

Se trata de recolocar mentalmente los números agrupándolos según las familias de sumandos de la unidad seguida de ceros.

✧ **Descomposición:**

$$77 + 148 = 70 + 7 + 130 + 18 = (70 + 130) + (18 + 7) + 5$$

$$243 - 75 = 100 + (100 - 75 + 43) = 100 + 25 + 43$$

En caso general, consiste en descomponer uno de los términos para transformar la operación en otra equivalente más cómoda.

✧ **Redondeo**

Se trata de alterar los dos términos de la operación buscando el redondeo a ceros, al menos de uno de ellos. En la suma, es frecuente la compensación,

añadir a un sumando lo que se le quita a otro. En la resta, la conservación: añadir o quitar a iguales.

✧ **Conteo**

Cuando se tiene cierta destreza, resulta cómodo trabajar de izquierda a derecha manejando cientos, dieces y unidades.

Teniendo en cuenta lo anterior podemos empezar a estudiar las tablas de sumar.

LA TABLA DE SUMAR:

Cuadro en que se disponen los números para facilitar los cálculos.

Entendemos por la tabla de sumar a las 11 x 11 combinaciones aritméticas básicas que se pueden hacer con los dígitos 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10. De ellas, algunas son tan inmediatas que no requieren ningún esfuerzo de la memoria, de otras se pueden prescindir gracias a la propiedad conmutativa de la adición. Unas pocas se obtienen a través de otras más familiares.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
10	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Al final el número de combinaciones básicas que hay que retener es tan reducido que la gran mayoría de las personas las conservan en su memoria sin dificultad.

Algunas de estas combinaciones son las siguientes:

1. **Ceros:** La suma de ceros no supone ningún problema. Cuando se suma cero todo queda igual.
2. **Conmutatividad:** Se usa incluso antes de tener conciencia de ello y se afianza con tal fuerza, que aún sabiendo el resultado de una pareja de números, mucha gente se siente más segura si lo obtiene conmutándolos. La tendencia general, considera más fácil empezar por el sumando mayor $5+4$ en lugar de $4+5$, aunque esto no se puede afirmar que sea cierto.
3. **Conteo ascendente:** Cuando se domina la secuencia contadora y se sabe subirla de dos en dos, de tres en tres, sumar 1, 2 o 3 a cualquier número es algo sencillo de resolver. Aunque al principio haya que apoyarse en los dedos para llevar la cuenta. Esta estrategia es utilísima, por cuánto resuelve sin gasto de memoria el cálculo de 27 de las sumas básicas restantes después de descontar las 66 que resuelven los ceros y la conmutatividad.
4. **Dieces:** Sumar 10 a un dígito es muy simple cuando se dominan las reglas sintácticas de nuestro sistema de numeración. En el lenguaje escrito basta con incorporar un 1 a la izquierda del número dado, o lo que es lo mismo, sustituir el 0 del 10 por el número en cuestión. En el lenguaje oral el énfasis hay que ponerlo en la diferente construcción semántica entre 10 y 1, 2, 3, 4 o 5 (once, doce, trece, catorce, quince) y, 10 y 6, 7, 8 o 9 (dieciséis, diecisiete, dieciocho, diecinueve).

5. **Dobles:** Las parejas formadas con números iguales ($8+8$) son en general más fáciles de retener que el resto de parejas comprobables en tamaño. En general, no requieren instrucción especial, sin embargo, algunos juegos como el dominó o situaciones frecuentes de la vida diaria suponen un buen esfuerzo en caso de dificultad:

Los ojos, $1+1$.

Las ruedas de un carro. Las patas de una mesa, $2+2$.

Dos triciclos. Dos trimestres. Dos triángulos, $3 + 3$.

Las ruedas traseras de un camión. Dos perros, $4+4$.

Los dedos de las manos, $5+5$.

Dos medias docenas de huevos, $6+6$

Los días de dos semanas, $7 +7$.

El dominio de los dobles llega a alcanzarse con tanta seguridad que genera estrategia de cálculo (doblar), que prácticamente es una operación por sí misma, con sus propios algoritmos y estrategias. Muchas personas recurren a doblar cada vez que tienen que multiplicar por dos.

6. **Los dobles más uno:** Son los vecinos del piso de arriba de los dobles ($5+6$) Para resolverlos basta con aumentar una unidad a estos últimos ($5+6 = 5+5+1$). Aunque esta estrategia hace pensar en otra paralela, los dobles menos uno, esto no es así: $5+6$, no es resuelto como $6+6-1$.
7. **El número misterioso:** Cuando se está ante una pareja de números casi vecinos, números entre los cuales hay otro número escondido, $7+9$ o $6+8$, entonces, es posible resolver la situación hallando el doble del número misterioso, 8 en $7 + 9$ o 7 en $6+8$.

8. **Los nueves:** Sumar nueve es como sumar diez menos uno. Como sumar diez es incorporar un 1 a la izquierda del número dado, sumar nueve es como poner y quitar un uno adecuadamente.

$$9 + 7 = (\text{incorporando } 1) \quad 1(7 - 1). \text{ Total } 16$$

9. **La familia del diez:** Aproximarse a las sumas básicas por familias es un enfoque digno de tener en cuenta. Se trata de organizar los datos por parejas que sumen lo mismo. La mano extendida es un magnífico soporte para la familia del cinco. Las regletas Cuisenaire con su colorido ayudan a descubrir todas las parejas posibles de una cierta familia. Ahora bien, entre todas las familias hay una que hay que dominar a la perfección, es la más importante, la familia de sumandos del diez. Aparece tantas veces en el cálculo de columnas debido al criterio de agrupamiento decimal, que no hay que desperdiciar ninguna ayuda que facilite la retención. Por ejemplo ilustraciones como el triángulo de diceses o construcciones como el rectángulo de regletas.

10. **Buscando el diez:** A veces cabe la posibilidad de recurrir a la descomposición de uno de los sumandos de tal manera que se pueda complementar el otro diez:

$$7 + 4 = (7 + 3) + 1$$

$$8 + 4 = (8 + 2) + 2$$

$$8 + 5 = (8 + 2) + 3$$

Esta es una estrategia trascendental para el posterior despegue de uno de los más habituales métodos de cálculo rápido, el redondeo:

$$16 + 17 = (16 + 4) + (10 + 3) = 20 + 13$$

11. **Patrones:** A veces los resultados con ciertos números, organizados adecuadamente, adoptan aspectos chocantes o curiosos, otras veces siguen reglas o patrones, algunos resultan sumamente fáciles de recordar:

$$8 + 6 = 14 = 6 + 8$$

$$18 + 6 = 24 = 16 + 8$$

$$28 + 6 = 34 = 26 + 8$$

$$38 + 6 = 44 = 36 + 8$$

$$48 + 6 = 54 = 46 + 8$$

CÁLCULO MENTAL MULTIPLICATIVO

La multiplicación es por excelencia la operación del cálculo mental. Era aquí donde los famosos profesionales del cálculo mental ultrarrápido, Aitken, Colburn, etc., hacían gala de sus mejores recursos.

LA TABLA DE MULTIPLICAR

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	0	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Hay una etapa en la instrucción del cálculo multiplicativo, en que, sin conocer totalmente la tabla es posible hallar los productos; si se da oportunidad para ello y si ha alcanzado un buen dominio de la adición.

Algunas de las estrategias que se desarrollan en esta fase se adhieren con tanta fuerza, que incluso después, cuando ya se ha memorizado la tabla se sigue confiando en ellas. Esto es así hasta el punto de que la respuesta memorizada de algunos valores de la tabla, va a ir siempre acompañada de cierto titubeo, de cierta inseguridad.

- ✧ **Conmutar:** Aún sabiendo cuanto es 8×7 , muchas personas prefieren conmutar mentalmente, 7×8 , antes de contestar. Es como si se hubieran negado a memorizar el valor de 8×7 .
- ✧ **Doblar:** Una buena estrategia para aproximarse en primera instancia a la tabla de multiplicar consiste en recurrir a la suma de dobles y en su consecuencia la operación de doblar: La idea de que multiplicar por dos es doblar se extiende sin dificultad a multiplicar por cuatro (doblar y doblar o doblar el doble) o por ocho (doblar el doble del doble).
- ✧ **Añadir un cero:** La multiplicación por 10 es tan fácil ($10 \times 6 = 60$) que se retiene inmediatamente. La mayoría de las veces como un truco, sin saber por qué ocurre. Tanto es así, que mucha gente se sorprende de que baste con añadir un cero y son incapaces de explicar por qué es así. Freudenthal (1983) señala que hay que tener en cuenta, primero la conmutatividad: 10 dos son 2 dieces, 10 tres son 3 dieces, ... y después el hecho de que en nuestro sistema de numeración decimal se promociona de 2 unos a 2 dieces, de 3 unos a 3 dieces, etc., simplemente añadiendo un cero a la derecha.

- ✧ **Cero y mitad:** Cuando se ha trabajado el doble y mitad, resulta cómodo multiplicar por 5, multiplicando primero por 10 y hallando después la mitad del resultado: 5×6 , $(10 \times 6) 60$, $(60/2) 30$. Hay que hacer notar que en el caso de los números impares hay un poco de dificultad: 5×7 , 70 , 35 .

5. **Descomposiciones:**

Uno más: Una estrategia frecuente, en particular para el 6 y para el 3, consiste en incrementar un producto próximo más familiar:

$$6 \times 8, (5 + 1) \times 8, 40 + 8$$

$$3 \times 8, (2 + 1) \times 8, 16 + 8$$

Uno menos: Como en el caso anterior, pero disminuyendo un producto próximo. Es una estrategia prácticamente reservada al 9: 9×8 , $(10 - 1) \times 8, 80 - 8$

Particiones: Efectuar la partición de los factores es una manera de resolver situación acudiendo a factores más pequeños:

$\frac{8}{4}$	\times	$\frac{7}{y}$		$\frac{4}{4 \text{ veces } 4}$	y	$\frac{4}{4 \text{ veces } 4}$	
4		y		4 veces 4 + 4 veces 4		4	$4 \times 4 + 4 \times 4, 16 + 16 = 32$
3		3		3 veces 4 + 3 veces 4		4	$3 \times 4 + 3 \times 4, 12 + 12 = 24$

$24 + 32 = 56$, $8 \times 7 = 56$. El 7 se descompone en 7 y 3, el 8 se descompone en 4 y 4. Con esta estrategia se prevé de paso la eliminación del misterio de la técnica de multiplicar números de varias cifras.

- 6. **Patrones:** Sin necesidad de efectuar ningún cálculo, simplemente reteniendo efectos llamativos o chocantes se puede saber cuanto valen ciertos productos:

Las decenas cambian cada tres. Cada diez se repite la pauta de unidades, 12 y 21 que son simétricos distan 3 productos, 24 y 42, distan 6, 15 y 51, 12, 27 y 72, 15 ...

Crece Decrece

$$1 \times 9 = 09$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 9 = 27$$

$$4 \times 9 = 36$$

$$5 \times 9 = 45 \quad \text{Suman nueve o múltiplo de nueve}$$

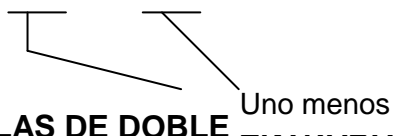
$$6 \times 9 = 54$$

$$7 \times 9 = 63$$

$$8 \times 9 = 72$$

$$9 \times 9 = 81$$

$$10 \times 9 = 90$$



TABLAS DE DOBLE

El almacenamiento de datos numéricos en contacto unos con otros no suele despertar ningún entusiasmo en nuestros alumnos hasta que comienzan a descubrir su magia. Las tablas de doble entrada dan pie a una exploración en busca de efectos observables, recurrencias o patrones dignos de ser resaltados y que, cuando menos, acostumbrarán a ver cuando se mira a los que están habituados a mirar y no ver; algo que requiere cierto adiestramiento.

El alumno puede construir su propia tabla e iniciar la búsqueda en cualquier dirección. El tamaño es una discreción aunque depende de los efectos que se quieran estudiar.

Conviene resaltar con colores o recuadros los descubrimientos, de esa manera se deja constancia de los mismos y se constituye un registro de conocimientos fácilmente disponibles sin necesidad de ser memorizados.

JUEGOS

Jugar con números puede llegar a ser la mejor manera de comenzar a conocer la matemática y de mejorar la capacidad de pensar con lógica y creatividad de nuestros alumnos. El objetivo fundamental de los juegos numéricos no es otro que hacer más atractivo el estudio de las matemáticas a los escolares. Así mismo, éstos juegos están orientados no sólo para facilitar una mejor comprensión de las operaciones y de sus propiedades, y una aplicación adecuada a las situaciones de la vida diaria; sino también, para adquirir nuevos conceptos, descubrir regularidades, trabajar estrategias generales.

Situaciones de tipo representativo - psicomotor

- ✧ Pista de números: apropiado para 7 - 11 años. Los alumnos se colocan sobre una casilla de un cuadro gigante de números del 1 al 100. Cada uno de ellos es un número. El profesor va nombrando un operador numérico y los alumnos deben situarse en las casillas del resultado correspondiente. Si se es capaz de observar las colocaciones sucesivas en determinadas operaciones, para

determinar personas (números), se pueden descubrir propiedades interesantes.

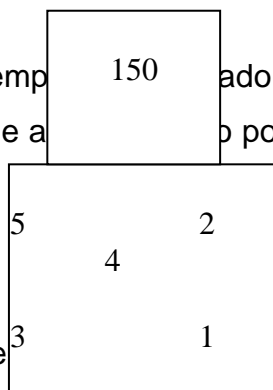
- ❖ Cuadros mágicos: apropiado para 9 - 10 años. Horizontales, verticales y diagonales suman lo mismo. A partir de estos cuadrados, podemos inventar múltiples ejercicios. Sólo debemos suprimir unos cuantos números y proponer a los alumnos que los busquen. Es un buen ejercicio de mecanización de las operaciones de adición y sustracción. Encontramos 34 en todas partes, búscalo.

12	7	9	6
13	2	16	3
8	11	5	10
1	14	4	15

El producto de dos intentos:

Se confeccionan tarjeta y discos como los de la figura.

Partiendo de un número, por ejemplo 150, el jugador tratará de formar un número con los dígitos del rectángulo, que al dividirlo por 7 se aproxime al número del disco.



Reglas:

- ❖ Sólo están permitidos dos intentos.
- ❖ En el segundo de los intentos el jugador sólo puede variar uno de los dígitos del primer intento. Gana el que más se aproxime.

Cifras iguales:

Intervienen dos jugadores. El objetivo consiste en componer un número de tres cifras iguales mediante sumas o restas.

Reglas del juego:

- ✧ Los jugadores acuerdan que número de tres cifras van a formar.
- ✧ Se sortea para saber qué jugador comienza la partida.
- ✧ El jugador que comienza la partida escribe un número cualquiera de tres cifras, todas ellas diferentes.
- ✧ Por turnos, cada uno de los jugadores suma o resta un número de dos cifras hasta conseguir el número de tres cifras iguales propuesto.
- ✧ Sólo se puede sumar cuando el número que se ha escrito es menor que el acordado, y sólo se puede restar cuando es mayor.
- ✧ Todos los cálculos hay que hacerlos en voz alta, sin utilizar lápiz, ni papel.
- ✧ Gana el jugador que consigue formar el número de tres cifras iguales acordado inicialmente.

Ejemplo:

- ✧ Los jugadores acuerdan formar el número 777
- ✧ El jugador A comienza la partida y escribe el número 535
- ✧ Como el número escrito, el 535, por el jugador que inicia la partida es menor que 777, el segundo jugador, el jugador B, tiene que sumar a 535 un número de dos cifras, por ejemplo, el número 80 ($535 + 80 = 615$) y obtiene 615.
- ✧ El jugador A tiene que sumar a 615 un número de dos cifras, por ejemplo el número 62 ($615 + 62 = 677$), con lo que obtiene 677.
- ✧ El jugador B, suma 73 ($677 + 73 = 750$) y obtiene 750
- ✧ Por último, el jugador A suma 27, obtiene 777 y gana la partida.

Las cuatro operaciones:

En este juego pueden intervenir cuatro jugadores. Para su práctica se ha de disponer de tres dados y un tablero dividido en dieciséis cuadrados en los que se escriben números al azar, por ejemplo:

8	14	26	32
17	20	4	18
2	36	23	11
40	5	29	6
8	35	16	6
15	14	20	11
12	18	24	36
9	40	7	29

El objetivo del juego consiste en obtener los números que aparecen en la tabla realizando dos operaciones aritméticas con los puntos que se obtengan con los tres dados.

Reglas del juego:

- ✧ Se echa a suerte para saber que jugador comienza la partida.
- ✧ Cada jugador, por orden, lanza los tres dados, con los que obtiene tres valores numéricos.

- ✧ Con los tres números obtenidos realiza dos operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación o división), pudiendo, si lo desea, repetir operación con el objeto de obtener un resultado conveniente.
- ✧ Cada jugador dirá en voz alta las operaciones realizadas y el resultado obtenido y después tachará el número correspondiente. Por ejemplo: si con los tres dados que ha lanzado ha obtenido los puntos 3, 6 y 2, puede realizar las operaciones:

$$3 + 6 - 2 = 7;$$

$$3 \times 6 + 2 = 20$$

$$3 \times (6 + 2) = 24$$

$$3 + 6 + 2 = 11$$

$$(6 - 3) \times 2 = 6$$

Hay que tener en cuenta que las combinaciones de números y operaciones pueden dar muchos resultados posibles; así pues se realizarán aquellas operaciones que permitan obtener un resultado deseado.

- ✧ Si un jugador, con los puntos obtenidos con los dados, no puede lograr uno de los números que no estén tachados de la tabla, pasa los dados al siguiente jugador.
- ✧ Si un jugador no ha obtenido un número adecuado por no haber efectuado las operaciones convenientes, entonces la jugada es para el jugador que descubre la combinación adecuada.
- ✧ La partida termina cuando todos los números de la tabla estén tachados.
- ✧ Gana la partida el jugador que haya tachado más números.
- ✧ Es aconsejable que los jugadores utilicen colores diferentes para tachar los números.

Variantes:

Para los más pequeños:

Se puede jugar con dos dados, realizando una sola operación con los números obtenidos con los dados, la tabla puede hacerse más pequeña, de tres por tres o de dos por dos.

12	1	6
10	8	5
4	15	3

6	7
9	5

Tableros en blanco:

Los jugadores en vez de tachar los números, los escriben en el tablero en blanco, según las condiciones acordadas previamente; por ejemplo que los números que se obtengan al operar con los puntos obtenidos con los dados sean números impares, o que terminen en cinco, o que sean múltiplos de siete.

Los cien números:

Otra variante del juego consiste en tachar en un tablero en el que previamente se han escrito los cien primeros números, todos aquellos números que se puedan obtener con los puntos que se saquen con una tirada de cuatro dados y efectuando tres operaciones. Gana el jugador que más números haya tachado.

Tachados:

Juego para dos personas, se necesitan dos dados y dos tableros como este:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

El objetivo del juego consiste en tachar el mayor número de puntos de la tabla, teniendo en cuenta que cada jugador lanza los dos dados y tacha en su tablero uno o dos números, según sea la puntuación obtenida.

Por ejemplo, si al lanzar los dados ha obtenido 5 y 2 puntos, respectivamente, el jugador puede tachar uno o dos números de los siguientes: 5, 2, 7 (por la suma), 3 (por la resta).

El juego se desarrolla en dos partes, una para cada jugador, de acuerdo a las siguientes normas:

- ✧ El mismo jugador lanza los dados tantas veces pueda tachar uno o dos números con las condiciones anteriores.
- ✧ El turno de un jugador termina cuando con la puntuación obtenida no puede tachar ningún número de los que queda en la tabla. Por ejemplo, si el jugador ha obtenido los puntos 6 y 1, puede tachar uno o dos números de los siguientes: 6, 1, 7, 5; como todos ellos ya están tachados termina su turno.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

- ✧ La suma de los números que quedan sin tachar es la puntuación de este jugador. En este caso: $2 + 8 + 10 + 11 = 31$

- ✧ Cada uno de los jugadores hace lo mismo en su tablero, gana el jugador que consiga menos puntuación.
- ✧ Los números de los tableros se cambian para cada una de las partidas.
- ✧ El tamaño de los tableros debe variar. Los tableros de nueve, doce y dieciséis números son los más adecuados.

1	2	3
4	5	6
7	8	9

2	5	9	0
7	3	6	11
1	12	4	8
8	10	6	7

TEST DE CÁLCULO MENTAL

Para evaluar el cálculo mental se deben considerar los siguientes aspectos: corrección (rendimiento global, capacidad de asimilación), aplicación de estrategias, generación de nuevas estrategias no - convencionales, rapidez.

Filas de adición, sustracción, multiplicación y división de la prueba.

$$8+4 = 2+5 = 1+4 = 3+5 = 0+4 = 5+4 = 3+3 = 8+5 = 2+4 = 9+4 =$$

$$8-7 = 10-7 = 6-6 = 14-9 = 8-0 = 10-4 = 7-5 = 8-2 = 7-7 = 9-2 =$$

$$2 \times 8 = 3 \times 9 = 2 \times 0 = 6 \times 4 = 7 \times 3 = 8 \times 6 = 9 \times 4 = 3 \times 4 = 8 \times 1 = 6 \times 0 =$$

$$21/3= \quad 40/8= \quad 28/4= \quad 0/7= \quad 4/2=$$

Escala de cálculo mental con enunciado:

7 - 8 años:

- ✧ Relaciones de todo tipo entre $1/2$ y $1/4$
- ✧ Adiciones de tres dígitos hasta $10+10+10$
- ✧ Conocer las decenas y las unidades de un número
- ✧ Sustracciones hasta $14 - 8$
- ✧ Multiplicaciones hasta 5×5
- ✧ Mitades de números hasta el 20
- ✧ Repartes entre 3
- ✧ Horas, medias y cuartos en el reloj.
- ✧ Dobles de números hasta el 20.

8 años:

- ✧ $a + b + c$, $b = 10, 11$. "una llevando"
- ✧ Cuartas partes exactas de un número hasta 20
- ✧ Mitades y cuartos $7 = 14/2$
- ✧ Adiciones de dos números desde el 14 hasta el 26
- ✧ Adición de tres números $31+6+4$
- ✧ Adición de cuatro números $9+4+2+2$
- ✧ Sustracción $65-62$, "sin llevar"
- ✧ Multiplicación de dígitos hasta 5×12
- ✧ Multiplicación de un dígito por 10, 100...
- ✧ Multiplicación del tipo $2 \times 2 \times 20$
- ✧ Partes de la hora, un medio, en tercio y un cuarto.
- ✧ Combinadas $15-3-2$ de 3
- ✧ $(3 \text{ de } 5) - (7+4+2)$
- ✧ reparto con resultados mitad $4/8$

PAPEL DEL MAESTRO EN EL APRENDIZAJE DEL CÁLCULO

Todas estas estrategias requieren de la intervención activa del maestro y de su que hacer en el aula, el cual debe tener en cuenta algunos principios que van relacionados a la teoría citada anteriormente, y hacen que el cálculo mental sea menos rígido y se convierta en un verdadero aprendizaje significativo, algunos de éstos son:

1. Todo educador debe tener un sentido psicológico:

El educador debe tratar de conocer más detalladamente como funcionan los verdaderos mecanismos psicológicos que pone en juego por la actividad escolar, en general y las disciplinas de la enseñanza, en particular.

2. Debe examinar lúcidamente el material:

El educador no puede hacer una obra sólida sino en la medida en que conoce las posibilidades psicológicas del alumno, y en que puede analizar las reacciones del niño en tal o cual proceso educativo.

3. El maestro debe establecer la situación y los conocimientos que posee el alumno.

"La educación básica debe tratar de partir de los conocimientos ya existentes, de las nociones ya asimiladas parcialmente gracias a experiencias anteriores y completar y reunir esos islotes psicológicos construyendo a partir de ellos una trama sólida sobre la cual se apoyará el desarrollo lógico y matemático".

4. El educador deberá fijar las grandes líneas del programa adoptado.

Estas deberán ser lo bastante flexibles como para seguir el ritmo del desenvolvimiento de los niños, ritmo que depende de muchísimos factores, algunos de los cuales quedan fuera del dominio del educador. Además se harán presente muchas otras variaciones pedagógicas previstas (los medios, la organización, la asistencia).

5. Antes de cualquier adquisición abstracta el niño debe tener una experiencia concreta de la noción.

La experiencia concreta debe ser una familiaridad suficiente como para que la formulación verbal no se le imponga desde afuera sino que sea, verdaderamente la traducción en un lenguaje más preciso y más ordenado, de una realidad vivida y sentida por el alumno.

6. Delimitar el manual o texto escolar como guía o consejero que no coarte en nada la libertad del educador:

El maestro debe permitir que el texto sea un medio de activación para movilizar, concretizar y practicar aquellos ejercicios, temas o conceptos que clarifican la enseñanza; y no un texto rígido que debe ser terminado por salvar el costo de la inversión.

7. El educador no debe descuidar el contenido de su enseñanza que es, en verdad, una construcción lógica:

Al tener clara su enseñanza puede decirse que el maestro puede evitar las dificultades y los estancamientos que conducen a fracasos; por eso es necesario proceder lentamente y no olvidar la parte necesaria de automatismo, que es indispensable, además de suponer las bases sólidas y perfectamente aseguradas para que la construcción de su enseñanza sea lógica.

8. Tener claro el idioma en que se dará la iniciación matemática para evitar una dificultad lingüística:

La iniciación matemática debe permitir construir un campo sobre el cual puede realizarse un entendimiento parcial de los hombres.

REFERENTE INSTITUCIONAL

El proceso de investigación es realizado en tres agencias de práctica, las cuales son de carácter oficial, funcionan en las jornadas de mañana y tarde y su personal es mixto:

Escuela Joaquín Aristizabal

Ubicada en el municipio de Caldas, en la carrera 51 número 127S – 4, cuenta con tres grupos de preescolar y 25 grupos de básica primaria (5 grupos por nivel), los cuales trabajan en 14 aulas.

El espacio locativo de la institución cuenta con:

Sala de profesores, sala de dirección, biblioteca, sala de computadores, sala de material, patio con tableros de baloncesto, patio con cancha de microfútbol, patio de juegos tradicionales (golosa, circuito, entre otros); posee muy poca zona verde.

Atiende 850 alumnos. Se cuenta con 28 profesores y director.

Escuela Urbana Integrada Tricentenario

Ubicada en la carrera 63A número 94A- 23, cuenta con tres grupos de preescolar y 15 grupos de básica primaria (3 grupos por nivel), los cuales trabajan en 9 aulas.

El espacio locativo de la institución cuenta con:

Sala de profesores, sala de dirección, sala para Cruz Roja, sala para la asociación de padres de familia, pieza para los guardas de seguridad, biblioteca, patio con tableros de baloncesto, coliseo cubierto con dos canchas de microfútbol, pasadizos entechados, pasamanos en las escaleras y 3 zonas verdes.

Atiende 700 alumnos. Se cuenta con 18 profesores y director, secretaria, asesora, profesor de danzas, vendedora de comestibles, encargada del restaurante escolar.

Escuela Juan del Corral

Ubicada en la carrera 51D número 71 – 69, cuenta con grados desde preescolar hasta quinto de básica primaria, los cuales trabajan en 8 aulas.

El espacio locativo de la institución cuenta con:

Sala de dirección, biblioteca, sala de computadores, sala de cruz roja, patio con tableros de baloncesto, aula múltiple; no posee zona verde.

Atiende 560 alumnos. Se cuenta con 12 profesores y director.

REFERENTE POBLACIONAL

Las tres instituciones agencias de práctica donde se desarrolla la propuesta de investigación presentan características socioeconómico-culturales semejantes a pesar de estar localizadas en barrios con estratos económicos diferentes. Ellas oscilan entre los estratos 1 y 3. En los grados preescolares encontramos poblaciones de 35 niños con edades entre los 5 y 6 años y en los grados de primero y segundo la población varía entre los 35 y 40 niños, cuyas edades alternan entre los 6 y los 8 años.

En estos grupos se observan distintos tipos de familia, como son:

- ✧ Padre, Madre, Hijo(s).
- ✧ Abuelos, Padre, Madre, hijo(s).
- ✧ Abuelos, Madre, hijo(s).
- ✧ Abuelos, Padre, hijo(s).
- ✧ Abuelos, Nietos.

Los oficios o roles desempeñados por estos grupos de familia son en su mayoría oficios varios u obreros, en algunos casos se encuentran padres de familia profesionales y en otros desempleados. En cuanto a las madres se puede decir que gran número de ellas son amas de casa y en gran cantidad de ocasiones ellas son cabeza de familia; hay hogares que carecen de figura paterna ya sea por abandono o el no reconocimiento de su paternidad.

Hay casos en los que se puede observar el poco acompañamiento que el niño tiene por parte de sus padres, no sólo en el ámbito afectivo sino también en su

proceso de aprendizaje. Esto se debe a que en estos núcleos familiares los padres laboran y por lo tanto se ven obligados a dejar los niños al cuidado de tercero.

La mayoría de estos niños dan muestra de una adecuada y sana alimentación.

La población de estos grupos escolares se destaca por estar conformada por niños dinámicos, activos, alegres y receptivos, disfrutan de las actividades lúdicas, recreativas y deportivas. Sobresalen en ellos valores como el compañerismo, la amistad, la cooperación, la responsabilidad.

En general estos grupos poseen grandes capacidades en el aspecto cognitivo, en algunos casos se presentan dificultades de comportamiento, agresividad y déficit de atención.

DISEÑO METODOLÓGICO

Para efectos de la presente investigación se retomarán elementos del paradigma cualitativo y cuantitativo. Cuantitativo ya que se utilizará el diseño preexperimental y dentro de este mismo el diseño de un sólo grupo con pre-test y post-test, el cual consiste en la aplicación a un grupo de una prueba previa, luego un tratamiento en este caso la propuesta con estrategias para desarrollar el cálculo mental y por último la aplicación de una prueba posterior, la cual es la misma prueba diagnóstica aplicada antes de implementar la propuesta pedagógica. Aquí las comparaciones importantes son entre los puntajes de la prueba previa y la prueba posterior, es decir, el efecto del tratamiento se comprueba cuando se comparan los resultados del post-test con los del pre-test.

Es aquí en esta comparación de los resultados donde se retomarán aspectos del paradigma cualitativo, en cuanto que este análisis será netamente como lo plantea dicho enfoque, puesto que se realizará a través de las observaciones llevadas a cabo en cada sesión de trabajo donde se analizará cualitativamente las categorías y subcategorías elegidas las cuales son:

Para preescolar:

- ✧ Comprensión de enunciados.
- ✧ Retención de datos.
- ✧ Elección de las operaciones a realizar

Para los grados 1ro, 2do y 3ro

- Comprensión de enunciados.
- Retención de datos.
- Elección de las operaciones a realizar

- Realización de las operaciones.
- ✧ Ceros.
- ✧ Conmutatividad.
- ✧ Conteo ascendente.
- ✧ Dieces.
- ✧ Dobles.
- ✧ Dobles más uno.
- ✧ El número misterioso.
- ✧ Nueves.
- ✧ Familia del diez.
- ✧ Buscando el diez.
- ✧ Patrones.

- ✧ Contraste posterior de los resultados.
- ✧ Habilidades lógico matemáticas para el cálculo mental.

La información arrojada en el manejo de cada una de las categorías será recolectada a través de la técnica de la observación directa la cual se llevará a cabo observando a los niños en su contexto real (aula de clase).

Para realizar una observación sistemática y controlada se tendrán en cuenta los siguientes aspectos.

- Se utilizará la Observación con un objetivo determinado (cálculo mental), teniendo muy en claro el qué y el para qué de esta.
- Se planificarán las tareas en sus aspectos principales antes de iniciar el trabajo de observación.
- Es necesario tener una orientación teórica para poder realizar la observación.

- Tener una lista de guía o de control acerca de los aspectos a investigar (debe ser abierta y flexible), pues una vez en el terreno pueden aparecer elementos que no se han visto inicialmente.
- Se realizará de manera responsable y sistemática porque si se toma como un formulismo, de manera fragmentaria o rutinaria le restaría validez a los resultados.
- Es necesario de una “comprensión simpática” o interés simpatizante con el grupo de niños del proyecto de investigación.
- Las observaciones se deberán poner por escrito lo antes posible, ya que algunas veces no se pondrá tomar las notas en el momento.

Instrumentos de recolección de la información

Los instrumentos de observación son los elementos que facilitarán, ampliarán o perfeccionarán la tarea de observación realizada por los maestros investigadores. Se utilizarán básicamente tres instrumentos; el diario, el cuaderno de notas, los cuadros de trabajo o sabanas de información.

- ✧ El diario: es el relato escrito cotidianamente de las experiencias vividas y de los hechos observados, será redactado al final del día o al término de una jornada importante. El diario se enriquece y gana en objetividad si se vuelcan en él los datos recogidos en el cuaderno de notas. La extensión de las reseñas diarias varia notablemente de acuerdo con la índole de las experiencias, los objetivos que se persigan y la modalidad del observador. Es conveniente tener presente la objetividad, síntesis, claridad y orden en todas las anotaciones.
- ✧ El cuaderno de notas: el objetivo es anotar, sobre el terreno todas las informaciones, datos, fuentes de información, referencias, expresiones, opiniones, hechos, que serán de interés para el proyecto de investigación.

Estas anotaciones son muy útiles para redactar el diario sobre datos objetivos que podrían ser olvidados o distorsionados.

- ✧ Cuadros de trabajo o sábanas de información: son una forma de presentación gráfica semejante a las planillas, con casillas formadas por columnas y filas. Cada columna corresponde a diferentes categorías del fenómeno que se observa. En la columna matriz se consignarán los aspectos observados, a los cuales corresponden los datos consignados en las columnas. Los cuadros permitirán recoger una serie de informaciones, que pueden ser tratadas de forma estadística; o servir de guía en los aspectos que pueden ser estudiados y en los datos que deben recogerse. Al mismo tiempo garantizan que los maestros investigadores tomen nota de los mismos datos de información en todos los casos y además les revelarán de confiar en la memoria de los hechos observados.

Población y muestra

La población a la cual está dirigida la propuesta de intervención pedagógica sobre cálculo mental, esta localizada en las diferentes agencias de práctica, con un total de 251 niños y niñas distribuidos, así:

Dos grupos de preescolar con 30 y 35 niños (as) respectivamente.

Un grupo de Primero con 39 niños.

Cuatro grupos de segundo con 33, 35, 37 y 42 niños (as) en cada una de las aulas respectivamente.

La aplicación de la propuesta será desarrollada específicamente con un grupo muestral determinado, así: preescolar 20 niños (as) (10 niños (as) de cada grupo), en primero 15 niños, en segundo 20 niños (as) (5 niños (as) de cada grupo).

La elección del grupo muestra se realizará aleatoriamente en cada uno de los grupos de niños de las distintas escuelas teniendo en cuenta los siguientes pasos:

- ✧ Se recortarán papeles de dos colores rojo que identificaran a los niños elegidos como grupo muestral y el azul para el resto de los niños y se depositarán en una bolsa.

- ✧ Cada niño sacara un papel de la bolsa sin mirar.

Después de realizar la elección del grupo muestra este quedó conformado así:

Preescolar: 20 niños (as) con edades entre los 5 años-3 meses – 5 años-8 meses al iniciar la propuesta y 6 años – 6 años-5 meses al terminar la aplicación.

Primero: 15 niños con edades entre los 7 años-2 meses – 8 años-2 meses, al iniciar la propuesta y 7 años-11 meses – 8 años-11 meses al terminarla

Segundo: 20 niños (as) con edades entre los 7 años-5 meses – 9 años-10 meses, al iniciar la propuesta y 8 años-2 meses – 10 años-7 meses al terminar la propuesta.

Es de anotar que al iniciar la propuesta los niños estaban en los grados de preescolar, primero y segundo, al ir avanzando en ella pasaron al grado siguiente por eso al terminar la aplicación se encuentran en los grados primero, segundo y tercero respectivamente, esto sustenta el grado de complejidad de la propuesta.

PRUEBA

DIAGNÓSTICA

(PRE-TEST)

PRESENTACIÓN

“Del mundo del niño se sabe que es, prioritariamente lúdico; por lo tanto, las situaciones didácticas deben ser interesantes para él. El maestro atento a las motivaciones espontáneas que los niños manifiesten por algún tema o situación, podrá recurrir a ellas para iniciar procesos de aprendizaje. El motivo como tal no es importante pero sí que a partir de él se desencadenen actividades e interrogantes ricos en comportamientos matemáticos” Orlando Mesa.

La finalidad de esta prueba diagnóstica es determinar a través de tres núcleos temáticos, las etapas en las que posiblemente se encuentran los niños en cuanto al desarrollo lógico matemático, estos tres núcleos temáticos son:

- ✧ Medios de Transporte (Preescolar)
- ✧ Medios de Comunicación (Primero)
- ✧ Electrodomésticos (Segundo)

Los anteriores núcleos temáticos fueron tomados en cuenta para el diseño de la prueba diagnóstica ya que a través de los proyectos de aula trabajados, los niños se mostraron motivados e interesados en conocer más acerca de los temas nombrados anteriormente, además hacen parte de su cotidianidad y propician el trabajo con situaciones problemas significativas que implican el manejo del cálculo mental y el desarrollo de habilidades como: el sentido del orden u organización, la atención, la observación, interiorización, memoria y agilidad mental entre otras.

Su importancia radica, en la delimitación e implementación de una propuesta que fomente y potencialice el pensamiento matemático en los niños, a partir de

situaciones problemas, que implican la utilización de estrategias de cálculo y la puesta en acción de cada una de las fases necesarias en el momento de realizar cálculos mentales (comprensión de la situación, retención de datos, elección de la operación, realización de la operación, contraste posterior de los resultados), para buscar formas de solución a las situaciones presentadas.

OBJETIVOS

- ✧ Determinar en que etapas del desarrollo lógico matemático se encuentran los niños de preescolar, primero y segundo.
- ✧ Identificar las estrategias de cálculo mental, en las que el niño utilice la resolución de problemas.
- ✧ Promover a partir de actividades lúdicas, recreativas y participativas el acercamiento del niño a la propuesta de investigación y por ende a la utilización comprensiva de operaciones mentales.

METODOLOGÍA

Siendo nuestro interés el diseño y puesta en marcha de estrategias que permitan el desarrollo de los procesos en el ámbito del cálculo mental, se hace necesario realizar una prueba diagnóstica inicial que permita identificar las características y los procesos lógico-matemáticos que emplean los niños para resolver cálculos mentales.

Para ello se parte de un eje central que permita dinamizar dicho diagnóstico inicial (pre-test), el cual estará conformado por tres núcleos temáticos.

Las actividades y conceptos matemáticos que giran en torno a los núcleos temáticos señalados estarán diseñados de acuerdo al nivel de complejidad de cada grado. En preescolar se plantearán actividades que permitan calcular en el círculo del 1 al 10, para primero en el círculo del 1 al 100 y para segundo en el círculo del 1 al 10.000.

La prueba diagnóstica se hará de forma oral, con verificación en material concreto en preescolar y escrita en primero y segundo. Apoyada en los núcleos temáticos y niveles de complejidad anteriormente descritos, los cuales permitirán la interacción maestro - alumno, donde ambos cumplirán tareas específicas.

Una de las tareas por parte del maestro es la elección adecuada del material, ya que este facilitará el trabajo de los niños y del diagnóstico en sí, puesto que parte del grado de complejidad de cada una de las situaciones planteadas. Para preescolar por ejemplo, el material servirá como mediador para la solución de la

situación matemática y en los demás grados, como forma de confrontación, comprobación y verificación de resultados.

Las actividades a realizar serán de tipo lúdico, con relación a la cotidianidad de los niños y sus saberes previos, movilizandolos en ellos la búsqueda de recursos y procesos que les permitan obtener los resultados. Dicha movilización aporta a la investigación las pautas convenientes para el análisis de tales recursos y procesos, sin olvidar dentro de esta prueba diagnóstica los momentos que hacen parte del cálculo mental los cuales son:

- ✧ Comprensión de enunciados.
- ✧ Retención de datos.
- ✧ Elección de las operaciones a realizar.
- ✧ Realización de las operaciones.
- ✧ Contraste posterior de los resultados.

Dentro de este proceso se incluirán también los esquemas de actuación que tienen los estudiantes para desarrollar un cálculo. Estos pueden ser:

- ✧ Problema de cálculo estimativo, reformulación, traslación, compensación, cálculo, resultado, valoración.
- ✧ Problema de cálculo estimativo, reformulación - truncamiento, cálculo algoritmo usual, compensación en resultado, resultado, valoración.
- ✧ Problema de cálculo estimativo, reformulación, cálculo, resultado, valoración.

Esta prueba diagnóstica será desarrollada en tres sesiones, cada una estructurada de la siguiente forma:

1. Motivación y experimentación:

En este momento de la sesión, se realiza una actividad lúdica que amenice el ambiente de trabajo, se presenta el material didáctico y se permite la interacción con él, por último se indagan los conocimientos previos provocando un acercamiento de los niños al núcleo temático y la variable de la sesión.

2. Planteamiento de la actividad matemática central:

En donde se plantearán las situaciones problemas y cuestionamientos matemáticos que determinen los procesos utilizados por los niños para resolver cálculos mentales.

3. Confrontación de los procesos y resultados obtenidos:

En esta última parte de la sesión se busca que los niños analicen a nivel escrito los problemas trabajados mentalmente en el momento de la actividad central. De manera que determine la veracidad de los resultados, lo cual le permitirá buscar nuevos caminos para resolver las situaciones planteadas y sus propias dudas.

Además de la parte escrita los maestros investigadores serán los encargados de propiciar en los alumnos la reflexión de los procesos y estrategias llevadas a cabo durante la resolución de los problemas para que a través del uso adecuado del lenguaje se creen espacios de diálogo que propicien un aprendizaje integral y significativo ya que los niños expresan sus experiencias y aprenden de los demás, y hacen conscientes sus procesos, verifican y confrontan los cálculos tanto a escala individual como grupal.

En preescolar la actividad de confrontación se realizará constantemente en cada sesión y estará apoyada por el material concreto utilizado en las actividades.

DESCRIPCIÓN

Núcleo Temático: Los Medios De Transporte.

Grado: Preescolar

PRIMERA SESIÓN

Motivación y Experimentación:

Se solicitará a los niños que traigan juguetes de diferentes medios de transporte: aviones, trenes, carros, barcos. Basados en dicho material concreto se pedirá a cada niño que represente el juguete en plastilina.

Actividad matemática central:

Se pedirá a los niños que clasifiquen juguetes traídos según sean aéreos, terrestres o acuáticos. Luego los niños realizarán un conteo de los elementos que hay en cada conjunto.

Se preguntará lo siguiente:

1. ¿Cuál conjunto es el de mayor elementos?
2. ¿Cuál conjunto es el de menor elementos?
3. ¿Cuánto le falta al conjunto menor para ser igual al conjunto mayor?

Luego se dará a cada niño un conjunto de medios de transporte para que los organice de las siguientes maneras:

1. Por tamaño, (mayor a menor, viceversa e igual).
2. Por número de llantas (de 2, 4 ó más).
3. Por colores, (1 color, 2 colores, 3 colores, ó más).
4. Por número de pasajeros (2, 4, ó más).

En cada ítem se preguntará:

1. ¿Cuántos hay de cada uno?.
2. ¿De cuál hay más?.
3. ¿De cuál hay menos?.
4. ¿Hay algún conjunto que sea igual a otro?.

Recursos:

1. Juguetes.
2. Plastilina.
3. Tabla para la plastilina.
4. Tizas.

SEGUNDA SESIÓN

Motivación y Experimentación:

En un espacio abierto determinar un parqueadero para carros y un parqueadero para motos y realizar el siguiente juego:

Los niños manejarán en forma imaginaria motos y las niñas manejarán en forma imaginaria carros, al escuchar el sonido de un pito las motos y los carros irán al parqueadero correspondiente. Para que el juego se haga más dinámico los carros y las motos conducirán a diferentes velocidades según sean indicadas.

A partir de la aclaración de lo que es un parqueadero (lugar donde se puede estacionar los carros y las motos), se resolverán las siguientes situaciones:

Actividad matemática central:

En el parqueadero del barrio Tricentenario hay capacidad para estacionar 9 motos. Si sólo hay 6 motos estacionadas. ¿Cuántas motos faltarían para completar el cupo?

Cuando Pablo venía para la escuela vio en el parqueadero 8 motos estacionadas, cuando ya iba de vuelta para su casa sólo habían 3 motos estacionadas.

¿Cuántas motos se fueron mientras Pablo estaba en la escuela?

En el parqueadero de motos sólo hay 1 moto estacionada y al anochecer llegaron 8 más. ¿Cuántas motos quedaron en total en el parqueadero?

Cerca de la escuela también hay parqueadero de carros. Al amanecer llegaron 4 carros, al mediodía llegaron 3 más, y al anochecer llegaron 2.

¿Cuántos carros llegaron el parqueadero en todo el día?

La profesora estacionó el carro en el parqueadero, y ya habían 7 carros más estacionados. ¿Cuántos carros quedaron en total?

En un bus van sentadas 2 personas y de pie 7. ¿Cuántas personas hay en total dentro del bus?

En un taxi van 2 personas y el chofer, en una esquina el taxista recoge otras 2 personas. ¿Cuántas personas iban al principio en el taxi? ¿Y cuántas personas después de la esquina?

En una moto pueden ir dos personas. Si en un semáforo hay 4 motos, cada una con 2 personas ¿cuántas personas hay en total en las 4 motos?

Andrés está de cumpleaños y sus padres le hicieron una fiesta. A ella llegaron en bus 5 niños, a pie llega 1, en moto llegaron 2, y en metro 2. ¿Cuántos niños llegaron en total a la fiesta?

Recursos:

1. Motos y carros en juguetes plásticos.
2. Tizas.
3. Bus didáctico.
4. Sillas.
5. Taxi didáctico.

TERCERA SESIÓN

Motivación y Experimentación:

Juego de medios de transporte y números: Se harán 5 equipos (aviones, barcos, carros, trenes, caballos). Cada equipo (uno por cada medio de transporte) contará con 6 niños, los cuales portarán un peto con la imagen del medio del transporte correspondiente y con un número del 1 al 6, con este número se harán diferentes sumas y restas, por ejemplo:

Discriminación visual del número mediante un juego de competencia: Salen los números 1 de cada equipo, salen los números 3 de cada equipo.....

Para las sumas: De cada equipo salen 2 números que sumados den 4.

De cada equipo salen 3 números que sumados den 6.

Para las restas: Sale el número 3 y el número 1 de los aviones, si sumamos los números cuánto nos da, si luego se va el número 1 cuántos aviones nos quedan.

Actividad matemática central:

Se plantearán a los niños las siguientes situaciones problema:

De los 10 aviones que tenemos 3 salieron de viaje para otra ciudad ¿Cuántos aviones quedaron?

Tenemos 5 carros y llegaron 5 más, ¿Cuántos carros tenemos ahora?

Habían 3 barcos en el puerto, luego llegaron 4 más, pero al anochecer salieron de viaje 5 barcos, ¿Cuántos barcos nos quedaron en el mar?

Si un tren tiene 3 vagones, ¿Cuántos vagones tendrán 2 trenes?

Hay una carrera de caballos y van a participar 9 caballos, pero uno se retiró de la carrera, ¿Cuántos caballos quedaron?. Luego entraron 2 caballos más a participar, ¿Cuántos caballos van a participar en la carrera?

Recursos:

1. Petos.
2. Juguetes (aviones, barcos, carros, trenes, caballos).

Núcleo Temático: Los Medios de Comunicación.

Grado: Primero

PRIMERA SESIÓN

Motivación y Experimentación:

Juego "El teléfono roto".

Los niños se organizarán en círculo, uno dirá una frase al oído de su compañero de la derecha, el cual repetirá lo que entendió y así sucesivamente hasta llegar al niño que comenzó, quien dirá en voz alta la frase final y la comparará con la frase inicial.

Según esto se explica a los niños que el teléfono es un importante medio de comunicación que permite acortar las distancia, y hablar con personas que se encuentran lejos, por lo cuál es necesario utilizarlo adecuadamente.

Con anterioridad se pedirá a los niños que traigan teléfonos de juguete que se utilizarán al finalizar el juego "el teléfono roto". Cada niño hará la descripción del teléfono que llevó para la sesión, mostrándolo a sus compañeros; partiendo de esté reconocimiento se hará una clasificación de los teléfonos llevados, a través de preguntas como:

¿Cómo se pueden organizar los teléfonos que trajimos?, ¿Cuántos grupos se pueden formar?, ¿Se pueden formar otros grupos además de estos?, ¿Cuáles y por qué?, ¿Cuál grupo tiene más teléfonos?, ¿Cuál grupo tiene menos teléfonos, ¿cuántos teléfonos tiene el grupo mayor?, ¿Cuántos teléfonos tiene el grupo menor?, ¿Cuántos teléfonos más tiene el grupo mayor que el menor?

Realizar las mismas comparaciones con los demás grupos (los grupos entre el mayor y el menor).

Después de la manipulación del material concreto se preguntará a los niños si saben cuántos números se deben marcar para hacer una llamada.

Nota: si no saben, preguntar a los niños quienes se saben el teléfono de la casa, escribirlos en el tablero y contar los números.

Escribir en el tablero varios números telefónicos, se comparan y se hallan las diferencias y semejanzas, explicando a los niños que los teléfonos de un mismo sector comienzan con los tres primeros números iguales.

Actividad matemática central:

Se continua con problemas como:

Carolina necesita llamar a sus tías, pero olvido sus números telefónicos, sólo recuerda algunos y tiene la clave para encontrar los otros, veamos cuales son las claves y ayudémosle a encontrar los números que faltan:

1. 573__ __ número entre el 16 y el 18, lo ubicamos en el primer espacio. Número entre 24 y 26, lo ubicamos en el segundo espacio, listo tenemos el número telefónico completo y es: _____.
2. 2__45____, número entre 37 y 39, lo ubicamos en el primer espacio, número entre 43 y 45, lo ubicamos en el segundo espacio, listo el número telefónico es: _____.

3. 3__76__, el primero número es el total de sumar $12+25$, el segundo número es el resultado de restar $38-12$, ya encontramos el tercer número telefónico y es: _____
4. 428__ ____, el primer número es la resta de $76-33$, el segundo número es la suma de $13+13$, el número telefónico es: _____
5. 2__54__, número que continua en la secuencia: 2,4,6,8__. El segundo número es el que continua en la secuencia: 1,3,5,7,9,11,13,____.
6. 2__23__, el primer número es 5 decenas y 8 unidades. El segundo número es 3 decenas y 7 unidades. El teléfono es: _____.

Después de hallar cada número se preguntará a los niños que hicieron para encontrar el número.

Indagar sobre los teléfonos celulares y los números que hay que marcar para comunicarse por ellos. Después explicar a los niños que para marcar a un teléfono celular, además de los 7 números "normales" debo marcar 033, ¿dónde crees que debo marcar el 033, antes o después del número telefónico?, ¿Cuántos números debo marcar para llamar a un teléfono celular?. Cuando llamo de un celular a un fijo debo marcar 034 antes del número telefónico. ¿Cuándo hay que marcar más números, de celular a fijo o de fijo a celular?, ¿Porqué?, ¿Cuál es la diferencia de llamar de fijo a celular a llamar de celular a fijo?.

A partir de esto se realizarán problemas como:

Daniel llamó por teléfono y habló 21 minutos, después, Carlos llamó y habló 9 minutos. ¿Quién habló más? ¿Cuántos minutos?, ¿Cuánto tiempo usaron el teléfono?. Ante cada respuesta se preguntará como lo hicieron.

La mamá de Catalina, hizo 5 llamada el jueves. La primera llamada costo 15 pesos, la segunda llamada 25 pesos, la tercera llamada 8 pesos, la cuarta 12 y la quinta 40 pesos. ¿Cuánto pagó la mamá de Catalina en las llamadas que realizó el jueves?.

Confrontación de los procesos y resultados obtenidos:

Proponer un juego simbólico de solicitudes de teléfono, todos los niños llenarán una solicitud de servicio telefónico, dos niños serán los encargados de seleccionar las solicitudes aceptadas, con el fin de que los niños contextualicen las preguntas que se formularán a continuación, y luego de que los elaboren mentalmente y conteste, se verifique el resultado a través de la representación, de esta actividad se harán las siguientes preguntas:

A una empresa telefónica llegan de un barrio 40 solicitudes para servicio telefónico, sólo fueron aceptadas 28 solicitudes ¿cuántas no fueron aceptadas?.

Si en total hay en el barrio 95 casa sin teléfono, ¿de cuántas casas no mandaron solicitud?, ¿Cuántas casas quedan ahora sin teléfono?.

A las personas que le aceptaron la solicitud deben comprar el teléfono, el lunes 2 personas lo compraron, el martes 12, el miércoles 8, el resto de personas aún no lo han comprado. ¿Cuántas personas ya compraron el teléfono?, ¿Cuántas faltan por comprarlo?, cuatro de las personas que faltan por comprar el teléfono van a ir el jueves y el resto el viernes ¿cuántas personas van a ir el viernes?.

Apoyados en el conteo de las solicitudes se confrontará la veracidad de las respuestas.

SEGUNDA SESIÓN:

Motivación y Experimentación:

Juego “Representa tú programa favorito”.

Después de anotar el nombre de los programas favoritos de los niños, se divide el grupo en dos subgrupos, cada grupo saca un papel donde está anotado el nombre de los programas favoritos de los niños. Cada grupo realizará la mímica del programa escrito en el papel, el resto del grupo debe adivinar el nombre del programa.

Actividad matemática central:

Se les contará el cuento:

“Mariana visita el canal Caracol”

A Mariana le encanta ver televisión, se la pasa casi todo el día, después de llegar del colegio viendo sus programas favoritos. Su canal preferido es Caracol, por que presentan muchas caricaturas: Pokemon, Digimon, los Simpson, Carita de Ángel, Futurama, el club 10; a Mariana también le gusta ver las noticias, por que con ellas se entera de lo que está pasando en el país y el mundo.

Nuestra amiga siempre soñaba con conocer la magia de la televisión, hasta que un día su sueño se hizo realidad. Por medio del club 10 ganó una visita a las instalaciones del canal Caracol. Llegó el gran día, al entrar al canal le recibió un guía, quien le mostraría todos los lugares del canal. Allí se dio cuenta que había varios estudios de grabación: vio dos estudios para programas infantiles, cinco estudios para telenovelas, dos estudios para programas de concurso y un estudio para los noticieros y programas periodísticos. ¿Cuántos estudios vio Mariana en total?

Su guía la llevó al estudio del club 10, allí pasaron un buen rato, Mariana notó que habían muchas cosas y personas en este estudio. Contó 5 cámaras de televisión, 20 micrófonos, 7 monitores (televisores) y 12 reflectores, ¿cuántas cosas vio Mariana en total en ese estudio?

Luego miró las personas que habían, vio un director, 5 camarógrafos, dos técnicos de sonido, 8 actores, dos maquilladores, 3 técnicos de luces, ¿cuántas personas vio Mariana en total en el estudio?

Después de terminar la visita Mariana aprendió que todos los programas se graban y después a través de antenas se emiten hasta nuestros hogares en los cuales sintonizamos el canal que deseamos. Mariana quedó feliz con su visita, aprendió muchas cosas y comprendió que no es simplemente apretar un botón, se requiere mucho trabajo para producir un programa.

Al finalizar el cuento preguntamos ¿cuántos niños tienen televisión en su casa?, ¿Cuántos niños tienen cable unión?, ¿Cuántos no?, ¿Cuál es el resultado de la diferencia entre los que tienen y los que no tienen cable?, ¿Cuántos canales tienen los que tienen cable? ¿Cuántos canales tienen los que no tiene cable?, ¿Cuál es la diferencia de canales?.

Clasificar, comparar y hacer preguntas de suma y resta con los programas favoritos.

Confrontación de los procesos y resultados obtenidos:

Relacionando el tema formularemos otros problemas, los cuales se dictarán para que los niños los realicen de forma escrita en el cuaderno, un niño voluntario realizará el ejercicio en el tablero. Se recordará el resultado obtenido en las operaciones hechas mentalmente y se comparará con el obtenido de forma escrita:

A un programa que dura 60 minutos, le hacen 25 minutos para cortes comerciales, ¿cuántos minutos dura el programa?.

El programa "Pokemon" lo presentaron el lunes 30 minutos, el martes 27 minutos, el miércoles 12 minutos, el jueves no lo presentaron y el viernes 30 minutos diarios, ¿cuántos días de la semana lo presentan?, ¿Cuántos minutos en total lo presentan en la semana?.

En una casa se sintonizaban 10 canales de televisión, al mes colocaron cable y quedo con 68 canales, ¿cuántos canales le agregaron?, si el dueño de la casa paga 10 pesos por cada canal, ¿Cuánto paga por 3 canales?, ¿Cuánto por 6 canales?.

El noticiero se presenta 3 veces al día, en la mañana dura 30 minutos, al medio día 35 minutos y en la noche 35 minutos. ¿Cuántos minutos diarios dan el noticiero?. Si yo veo el noticiero de la mañana y el del medio día ¿cuántos minutos veo de noticias?. Si Martín ve el noticiero de la mañana y de la noche ¿cuántos minutos en total ve el noticiero?. Sí Carlos ve el noticiero del medio día y de la noche, ¿cuántos minutos ve en total Carlos el noticiero?.

TERCERA SESIÓN

Motivación y Experimentación:

Se pedirá a los niños que hagan un periódico donde escriban e ilustren sus personajes favoritos, o la noticia más importante del momento, sólo podrán utilizar tres hojas, diez renglones escritos y dos dibujos en cada hoja.

Se leerán algunos periódicos, y se harán las siguientes preguntas:

¿Cuántos dibujos hay en total en las tres hojas?, ¿Cuántos renglones escritos hay en total en un periódico?, ¿Cuántos en dos periódicos?, ¿Cuántos dibujos hay en cinco periódicos?.

Actividad matemática central:

Observar algunos ejemplares del periódico, centrando la atención en las características que tiene. Primero se mirarán las partes que conforman el periódico, ¿cuántos cuadernillos conforman un periódico?, ¿Qué tema trabaja cada cuadernillo?, ¿Cuántas hojas tiene cada uno?, ¿Cuántas hojas tiene el periódico en total?, ¿Cuántas columnas tiene una hoja?.

Al llegar a la sección de clasificados se explicará que estos son pequeños artículos que las personas colocan con algún fin específico, por ejemplo: vender una casa, un carro, comprar mascotas, entre otras. El precio de un clasificado depende del tamaño de la letra, los días que salga en el periódico y el tamaño del clasificado en general. Con base a esto se realizarán las siguientes situaciones problema:

Cecilia desea vender un carro, sabe que los sábados y domingos mucha gente lee el periódico, por lo cual desea que el clasificado salga estos días, el valor por día

es de 45 pesos, ella coloca el clasificado dos sábados, ¿cuánto paga por ello?, paga con 100 pesos ¿Cuánto le devuelven?.

Marcos pone tres clasificados, el primero le costó 25 pesos, el segundo 32 pesos y el tercero 43 pesos, ¿Cuánto pagó en total?, sólo llevaba 92 pesos, ¿Cuánto quedo debiendo?, si lleva una moneda de 10, ¿Cuánto le devuelven?.

Al periódico cada fotografía le vale 26 pesos, ¿Cuánto paga por 2 fotografías?, ¿Por 3?, ¿Por 4?

Hay 30 periódicos en la escuela y la profesora llega con 18 periódicos más, ¿cuántos periódicos hay en total?, si son 40 niños, ¿Cuántos niños quedaron sin periódico?

En la mañana un vendedor de periódicos vendió 16 periódicos y en la tarde 49, ¿cuántos periódicos vendió en el día?, ¿Cuándo vendió más, en la mañana o en la tarde?, ¿Cuántos más?.

El papá de Federico compró 75 periódicos, la mamá llegó con 13 periódicos más, ¿cuántos periódicos hay en total en la casa de Federico?, si Federico lleva 36 periódicos a la escuela ¿cuántos quedaron en la casa?, el papá de pedro utilizó para pintar la casa 18 periódicos, ¿cuántos periódicos quedaron?.

Confrontación de los procesos y resultados obtenidos:

Comparación de los periódicos elaborados por ellos con el periódico "original", ¿Cuántas hojas más tiene el periódico "original"?

Si el periódico escrito por ellos tiene 30 renglones y el "original" 72, ¿cuál periódico tiene más renglones escritos? ¿Cuántos renglones más? .

Si un periódico tiene 10 hojas en total, ¿Cuántas hojas le faltan al periódico de ellos para ser igual al “original”?

El periódico “original” tiene 27 fotos en total, ¿cuántas fotos más que él de ellos tiene?

Si el cuadernillo A del periódico tiene 13 columnas, el B 29 columnas, el C 54 y el D 8, ¿cuántas columnas en total tiene el periódico?

Recursos:

- Tablero.
- Tiza.
- Cuaderno
- Lápiz
- Teléfonos de juguete
- Periódico

Núcleo Temático: Electrodomésticos.

Grado: Segundo

PRIMERA SESIÓN

Motivación y experimentación:

Se observará un video sobre algunos electrodomésticos utilizados en la casa (la duración del video es de aproximadamente 10 minutos).

Se entablará un diálogo en torno al video, a partir de las siguientes preguntas:

¿Cuáles de estos electrodomésticos hay en tu casa?

¿Qué otros electrodomésticos hay?

¿Por qué se les llama electrodomésticos?

¿Cuál es el electrodoméstico que más te gusta y por qué?

¿Qué utilidad prestan los electrodomésticos en el hogar?

Actividad matemática central:

Se pedirá a los niños que observen el aparato en el cual fue proyectado el video (televisor), luego realizarán comentarios a partir de preguntas como:

¿Qué es el televisor?

¿Cómo crees que funciona un televisor?

¿Cuántas horas al día ves televisión?

¿Cuáles son los programas que más te gustan?

Se escribirán en el tablero los siguientes problemas, los leerán mentalmente y luego escucharán la lectura por parte del profesor. Teniendo esto como base se plantearán los siguientes problemas:

Pedro tiene cuatro hermanos, Juan, Ana, José, y Lucía, durante la semana cada uno de ellos ve televisión las siguientes horas: Juan ve 12 horas semanales, Ana ve 12 horas semanales, José ve 20 horas semanales y Lucía ve 8 horas semanales. ¿Cuántas horas semanales de televisión ven los cuatro hermanos de Pedro?, ¿Cuántas horas semanales ven televisión las niñas?, ¿Cuántas horas semanales ven televisión los niños?.

Sumando las horas vistas en una semana por una pareja de hermanos nos da 24 horas ¿Cuál es la pareja?.

En mi casa compraron un VHS, con el fin de poder divertirnos y ver algunas películas; para poder instalar el VHS en el televisor debo comprar los siguientes implementos: un cable que cuesta 350 pesos, una extensión que cuesta 280 pesos y un par de pilas para el control remoto que cuestan 440 pesos.

¿Cuánto dinero se necesita en la compra de los implementos para la instalación del VHS?, ¿Cuánto dinero para comprar solo la extensión y el cable?, ¿Cuánto vale una sola pila?

Durante la transmisión que realiza el canal uno en la semana, se emiten los siguientes minutos de caricaturas: Entre lunes y martes pasan 120 minutos de caricaturas, miércoles y jueves 200 minutos de caricaturas y el viernes y el sábado 480 minutos de caricaturas. ¿Cuántos minutos de caricaturas se transmiten en la semana en el canal uno?, ¿En qué día se transmiten más caricaturas?

¿Cuántos minutos se transmiten entre los días lunes, martes, miércoles y jueves?, ¿Entre cuáles días de transmisión de caricaturas la suma da 680 minutos?.

En el programa “Quiere Cacao” la primera pareja participante se ganó 3.000 puntos, la segunda pareja 2.500 puntos y la tercera pareja 1.500 puntos ¿Cuántos puntos acumularon las tres parejas?, ¿Cuántos puntos acumularon entre la pareja uno y dos?.

¿Cuántos puntos acumularon entre la pareja dos y tres?, ¿Cuántos puntos acumularon entre la pareja uno y tres?.

Confrontación de los procesos y resultados obtenidos:

Se leerán cada uno de los problemas planteados y a su vez se realizarán en el tablero con el fin de verificar las respuestas dadas oralmente en la actividad anterior.

SEGUNDA SESIÓN

Motivación y experimentación:

Se empleará una grabadora, a partir de la observación de la misma, se entablará un diálogo teniendo como base las siguientes preguntas:

¿Para qué sirve la grabadora?

¿Cómo crees que se realizarán las grabaciones?

¿Has escuchado tu voz en alguna grabación?

Escucharán en la grabadora una canción.

Actividad matemática central:

Escucharán en la grabadora un cuento corto.

Con base a esto se realizarán las siguientes situaciones problema:

Luis pretende grabar un cuento el cual tiene una duración de 73 minutos, él tiene un casete de 90 minutos ¿Cuánto tiempo de la cinta del casete queda sin grabar?

La grabadora de mi casa se dañó, el arreglo cuesta 10.000 pesos y sólo llevo 8.500 pesos. ¿Cuánto dinero me falta para completar el valor del arreglo de la grabadora?.

Mi tío quiere grabar su colección de discos, para esto compra 800 casetes pero sólo graba 575 casetes, ¿Cuántos casetes le quedan sin grabar?

Camilo quiere comprar una grabadora, para esto ahorra 10.000 pesos. Si la grabadora cuesta 30.000. ¿Cuánto dinero le falta a Camilo para comprar la grabadora?

Confrontación de los procesos y resultados obtenidos:

Después de escuchar las posibles respuestas dadas por los niños se sacará al azar quien lo lea y lo resuelva en el tablero. Cada niño lo realizará en el cuaderno y verificará si las respuestas son iguales.

TERCERA SESIÓN

Motivación y Experimentación:

Se realizará la lectura “El tigre que perdió la candela”, a partir de ella se realizarán las siguientes preguntas:

¿Para qué le servía la candela al tigre?

¿Quién le robó la candela al tigre y por qué?

Nosotros los seres humanos ¿Con qué reemplazamos la candela?

Actividad matemática central:

Se dará un espacio de 10 minutos para que cada niño piense como sería el mundo sin energía eléctrica; después se escucharán algunos relatos.

Se presentarán a los niños algunas lámparas eléctricas, de luz amarilla, de luz blanca y luz de día. Se observarán y se realizarán las siguientes preguntas:

¿Para qué sirven las lámparas?

¿En qué lugares haz visto lámparas instaladas?

¿Qué otro tipo de lámparas conoces?

Con base a esto se realizarán las siguientes situaciones problema:

Para iluminar la cuadra en donde se encuentra ubicada mi casa se necesitan 5 lámparas. Si mi barrio tiene 20 cuadras ¿cuántas lámparas se necesitan para iluminar todo el barrio? Sí solo fueran 3 cuadras ¿Cuántas lámparas se necesitarían?

En un edificio de apartamentos cada piso tiene 12 bombillas y el edificio tiene 18 pisos, ¿Cuántas bombillas hay en total en el edificio?, Sí solo fueran 10 pisos ¿Cuántas bombillas se necesitarían? Por cada dos pisos. ¿Cuántas bombillas hay que instalar?

Mi papá compró 6 cajas de bombillas. Si en cada caja hay 30 bombillas. ¿Cuántas bombillas hay en las 6 cajas?, ¿Cuántas bombillas hay en 3 cajas?, ¿Cuántas en 5 cajas?, ¿Cuántas en 2 cajas?

El día del mercado mí mamá compra 5 bombillas. Cada bombilla cuesta 3500 pesos. ¿Cuánto cuestan 5 bombillas?

Confrontación de los procesos y resultados obtenidos:

Luego de realizar los cálculos mentales de los anteriores problemas, por parejas y utilizando lápiz y papel los niños leerán, comentarán y resolverán los problemas para verificar las respuestas dadas.

Recursos:

1. Cuento: "El tigre que perdió la candela".
2. Lámparas
3. Bombillas
4. Grabadora
5. Casetes
6. Televisor
7. VHS
8. Video: "Los electrodomésticos"
9. Lápiz
10. Papel - cuaderno
11. Tablero
12. Tiza

ANÁLISIS

GRADO PREESCOLAR:

Comprensión del Enunciado:

La mitad de los niños, poseen la capacidad para comprender los enunciados matemáticos de forma oral ya que pueden convertir el enunciado gramatical en lógico – matemático, esto se debe a las situaciones significativas presentadas a los niños, las cuales les facilitan encontrar sentido a lo que hacen, desarrollando su pensamiento matemático. El resto de los niños presentaron dificultad en este punto lo que se debe a que el pensamiento de estos no es operatorio, es decir, se les dificulta reemplazar las acciones de la realidad por acciones en el imaginario por lo cual fue necesaria la relectura y/o reformulación del enunciado, posibilitando así, que estos niños pudieran tener una mejor comprensión del mismo.

Retención de Datos:

La mayoría de los niños tenían una buena retención de los datos, lo cual les permitía construir la respuesta correcta o aproximarse a ella, para el resto del grupo se hacía necesaria la relectura y/o reformulación del enunciado, para que identificaran los datos y la incógnita del mismo.

Problemas como:

Cerca de la escuela también hay parqueadero de carros. Al amanecer llegaron 4 carros, al mediodía llegaron 3 más, y al anochecer llegaron 2.

¿Cuántos carros llegaron al parqueadero en todo el día?

En una moto pueden ir dos personas. Si en un semáforo hay 4 motos, cada una con 2 personas ¿Cuántas personas hay en total en las 4 motos?

Fue necesario releerlos ya que para los niños no era suficiente con la primera lectura.

Elección de Operaciones

La buena y rápida elección de las operaciones dependía del nivel de comprensión del enunciado y la retención de datos que los niños tuvieran, por lo cual la mitad de los niños abstraían eligiendo acertadamente de las situaciones problemas si se trataba de una suma o de una resta, si tenían que repartir, adicionar o quitar, de acuerdo al enunciado. Esto se vio claro en preguntas como: Si un tren tiene 3 vagones, ¿Cuántos vagones tendrían 2 trenes?

Con los niños restantes el proceso de elección de operaciones fue mas lento, ya que, como se menciona anteriormente, se hizo necesario reforzar con ellos la comprensión del enunciado y la retención de datos.

Realización de las Operaciones

La mayoría de los niños realizaban las operaciones basados en el cálculo estimativo, a través del procedimiento de contar en sus dos formas: en la suma utilizando “el volver a contar” y en la resta “contar lo que me queda”. Todo ello apoyado en las colecciones de muestra, específicamente la de los dedos, la más utilizada por ellos para hacer sus cuentas.

Algunos de los niños del resto del grupo, para encontrar el resultado seguían el patrón más repetitivo, es decir, la respuesta más común entre ellos mismos.

Y el resto, calculaban mentalmente, ya que no necesitaban utilizar ninguna representación física, ni las colecciones de muestra, pues operan directamente con las cantidades a partir de sus representaciones numéricas.

Entre las estrategias de estimación utilizadas por los niños, tenemos que la reformulación, solía aparecer en distintas fases de aplicación de la prueba, lo cual permitía la realización del cálculo aproximado y en algunos caso en forma mental.

Al usar procesos de reformulación, se realiza una modificación de los datos, para llegar a una situación aritmética más manejable, sin alterar en nada la estructura del problema que se pretendía resolver. Un ejemplo claro de esto es:

Hay una carrera de caballos y van a participar 9 caballos, pero uno se retiro de la carrera, ¿Cuántos caballos quedaron?. Luego entraron 2 caballos mas a participar, ¿Cuántos caballos van a participar en la carrera?

En cuanto al conteo se pudo observar que al enfrentarse los niños a la cantidad total de objetos que hay en un conjunto y otro, estos son capaces de aproximar el resultado de la operación, utilizando y reconociendo adecuadamente los cuantificadores, más, menos, igual, muchos, pocos, nada...

Se observaron 2 estrategias de los niños para realizar el conteo:

- ✧ Contaron en los dedos en orden ascendente o descendente, según fuera suma o resta, agregando o quitando.
- ✧ Hicieron un conteo de uno en uno apoyándose en el material concreto.

Contraste Posterior de los Resultados:

Cuando los niños comparten la información y justifican cómo han llegado a encontrarla, mejoran la comprensión de los procedimientos, y organizan sus técnicas para hacer cálculos aproximados y mentales, pues a través de la confrontación de los resultados con los otros niños, estos pueden llegar a acercarse al resultado correcto, a través, del consenso de ideas donde cada niño explicará que procedimiento utilizó para encontrarlo.

Además, la obtención aproximada del resultado de un cálculo puede lograrse mediante estrategias como el ensayo y error. Esto se observó constantemente en los niños, específicamente en las actividades de clasificación. El uso del material

concreto fue la principal base de confrontación del resultado, donde los niños se daban cuenta si sus respuestas eran acertadas o no.

Para realizar el análisis de cada una de las categorías anteriores, fue necesario tener en cuenta además el análisis de las nociones prenuméricas: clasificación, seriación y correspondencia en las cuales encontramos:

Clasificación:

Basados en la prueba, se puede observar que los niños ya pasaron por la etapa elemental, y se nota una transición entre las etapas de clasificaciones ulteriores y las clasificaciones jerárquicas, ya que los niños clasifican acertada y fácilmente por 1 o 2 criterios, según sea por color, forma, tamaño, además, partiendo de los conjuntos son capaces de formar subconjuntos.

Seriación:

En la seriación por tamaño de los juguetes, la mayoría de los niños, se valen de estrategias para ordenarlos, como la de buscar la figura más pequeña, luego la siguiente y así sucesivamente. Algunos niños utilizan el ensayo y el error.

También observamos que cuando la cantidad de elementos a seriar por los niños, es superior a 8, eventualmente estos, forman grupos ordenados que luego conforman la seriación completa.

Correspondencia:

Cuando los elementos de un conjunto son pocos, los niños logran hacer una correspondencia operativa, pero cuando los elementos del conjunto son más (aproximadamente de 8 en adelante), ya no hacen una correspondencia término a término, sino que su respuesta es perceptiva. Por ejemplo: En una moto pueden ir dos personas. Si en un semáforo hay 4 motos, cada una con 2 personas ¿cuántas personas hay en total en las 4 motos?

En conclusión, este análisis nos permite darnos cuenta del estado inicial de los niños en el campo de las matemáticas, con el cual podemos afirmar que:

La mayoría de los niños utilizan un cálculo estimativo basado en el conteo de los dedos y posteriormente en el material concreto, ellos no recurren a la búsqueda de estrategias que les posibilite llegar al resultado a través del cálculo mental.

Los niños restantes, logran hacer un cálculo mental, teniendo en cuenta que estos hacen una buena retención de los datos, logran hacer rápidamente la realización de las operaciones necesarias; y hacen un buen uso de los algoritmos y esto posibilita la correcta obtención del resultado.

GRADO PRIMERO:

Comprensión del enunciado:

Los niños del grado primero se muestran muy atentos e interesados en participar en las actividades propuestas, aunque algunos deben ser centro de la actividad para lograr que participen más. A uno de los alumnos no es posible involucrarlo en las actividades a pesar de intentar varias maneras de despertar el interés de este, ante cualquier pregunta o invitaciones participar se niega, haciendo un movimiento con la cabeza o sin pronunciar palabras.

Otros dos alumnos hacen caso omiso a las explicaciones pertinentes a actividades, por lo tanto su comprensión se ve basada en ninguna lógica. Por ejemplo al plantearles el siguiente problema: a un programa de TV que dura 60 min., Le hacen 25 min. para cortes comerciales, ¿Cuántos minutos dura el programa? Estos alumnos respondían números al azar, sin ningún sentido, 70 por decir, lo que hacía necesario preguntar si 60 es mayor o menor que 70 para que cayeran en cuenta de lo que estaban haciendo y buscaran otra solución.

En el grupo muestra se evidencia poca capacidad para capturar la esencia matemática de las situaciones ya que debe repetírseles con mucha frecuencia la información y complementar con preguntas que les permitan llegar a nuevas posibilidades de solución.

Caso particular con el problema:

El papá de Federico compró 75 periódicos, la mamá llegó con 13 periódicos más, ¿cuántos periódicos hay en total en la casa de Federico?, si Federico lleva 36 periódicos a la escuela ¿Cuántos quedaron en la casa?, el papá de pedro utilizó para pintar la casa 18 periódicos, ¿Cuántos periódicos quedaron?.

En el cual fue necesario repetir varias veces el enunciado y realizar lentamente cada procedimiento.

Dentro de la mayoría del grupo muestra se nota con claridad el dominio que tienen de los números en la escala del 1 al 100 puesto que establecen relaciones de mayoría, minorías y entre.

En general las actividades planeadas fueron aceptadas positivamente por los niños; la estructura de la prueba no creo duda de tipo conceptual o necesidad de ampliar datos para resolver los problemas.

Retención de Datos:

Al evaluar la retención de datos es importante tener en cuenta que al grupo muestra debe repetírsele con mucha frecuencia los datos, debido a su gran facilidad para distraerse, sin embargo captan con más facilidad el primer y último dato del problema olvidando los intermedios.

En general todos los niños conservan el orden de aparición de los datos, no buscan estrategias para facilitar los cálculos, sino que se ocupan de retener el dato inmediatamente anterior para responder bien y rápido, por ejemplo:

La mamá de Catalina hizo 5 llamadas el jueves. La primera llamada costo 15 pesos, la segunda llamada 25 pesos, la tercera llamada 8 pesos, la cuarta 12 y la quinta 40 pesos. ¿Cuánto pagó la mamá de Catalina en las llamadas que realizó el jueves?.

Los niños se mostraron ansiosos por retener los datos y al mismo tiempo irlos sumando uno a uno, haciendo uso de la repetición constante del dato anterior para operarlo con la nueva cifra proporcionada, olvidando (según la teoría) que gracias a la adecuada retención de los datos es posible encontrar relaciones que faciliten la resolución del problema; es decir para la situación matemática planteada ellos debían hacer la siguiente relación:

Sumar primero $12+8=20$ y $15+25=40$ y $15+25=40$ y así más fácil sumar $20+40+40$.

Cada uno de los alumnos presenta un ritmo diferente de retención y cada uno pide nuevos datos de acuerdo a esto, aquí influyen las cantidades, la exactitud del número y el enunciado del problema, les es más fácil cuando el número termina en 0, cuando es un sólo dígito o cuando puede contar en los dedos.

Casi todos los niños escuchan datos y guardan silencio mientras operan o esperan nuevos datos, mostrando inquietud y ansiedad.

Para los pocos niños que quedan es necesario repetir constantemente los números que llevan ya sean verbal o gestual, mientras se lee el encabezado.

Un niño del grupo muestra busca la manera de escribir los datos en algún lugar para no olvidar ninguno; otros tres de niños no requieren de escritura ni que se les repiten muchas veces los datos para dar las respuestas.

Los niños que presentan dificultad para retener datos, buscan la manera de decir algo cuando se les pregunta, algunos dicen cualquier número que les suene parecido a los trabajados en el problema y otros repiten los escuchados de sus compañeros sin inquietarse por la veracidad de ellos; las dificultades de retención de estos niños se deben a la desatención, inquietud y falta de concentración que presentan durante la lectura del planteamiento del problema.

Un caso específico se presenta con uno de los alumnos del grupo muestra, quien escucha atento el planteamiento pero no se ocupa del problema matemático, sino que relaciona el tema con su cotidianidad, por lo cual interrumpe frecuentemente para hacer comentarios; por ejemplo, mientras que hablamos de la programación de la TV, él interrumpía y decía lo que él veía, o que en su casa había un determinado canal, o la cantidad de tiempo que él veía las caricaturas, o los programas que ve y el orden de los programas que ve, desviando así la actividad y haciendo perder las cuentas de sus compañeros.

En general las respuestas veraces o no que se reciben de los niños dependen del agrado, atención y concentración que se tiene en el momento de plantear el ejercicio.

Elección de Operaciones:

Cuando los niños no están atentos en la lectura de los datos no saben que hacer en el momento de operar, así que se limitan a mirar e imitar a sus compañeros en cuanto a la posición de los dedos y vocalización, sin encontrar sentido a la acción.

Algunos de los niños presentan poca retención de los datos, lo que les impide hacer una correcta elección de la operación para resolver la situación planteada.

Dos alumnos se limitan a observar a uno de sus compañeros, sin intentar actuar.

En general se observa que los niños eligen siempre la suma como única operación para resolver el problema sin tener en cuenta el planteamiento, todo lo suma, la resta nunca se presenta como primera opción para resolver el problema, sólo cuando se les cuestiona por el resultado, se les repite el problema o se les pregunta directamente que operación deben realizar ellos piensan en la resta como posibilidad para hallar el resultado.

Sólo en unos pocos niños del grupo muestra se observó rapidez, lógica y agilidad para operar lo mejor posible, dedicando tiempo a la actividad, siguiendo su propio ritmo y olvidando los compañeros, las respuestas fueron expresadas con entusiasmo, seguridad y certeza.

Analizando lo anterior y teniendo en cuenta la teoría de Galí se concluye que los niños no tienen el dominio de la denominada arquitectura estructural de los números: la cual es la posibilidad de descomponer un número de diversas maneras para llegar a un mismo resultado, reconociendo que existen diversos caminos para solucionar un mismo problema.

Realización de las Operaciones:

En cuanto a la realización de las operaciones se evidencia la preocupación y el interés de los niños por operar independientemente de que el resultado sea el correcto o no.

Todos los niños utilizan los dedos como estrategia de conteo y la mayoría expresa la necesidad de escribir los números para obtener la respuesta más acertada, debido a que los números muy grandes son difíciles de contar en los dedos; por lo cual las operaciones con cifras inexactas y mayores de 50 presentan errores en las respuestas.

Sólo algunos de los niños terminan su proceso de solución del problema, la mitad pierde interés al escuchar las respuestas de los compañeros, acogiéndose a ellas, sin cuestionarlas o confrontarlas. El resto no sigue el proceso y sólo responde lo mismo que los demás.

Unos cuantos niños requieren mucho tiempo y concentración para operar, cualquier ruido o movimiento los distrae y pierden la cuenta. La mayoría se muestran inseguros para lanzar las respuestas y preferir esperar que otros las digan primero y así ellos dicen lo que les dio. Sólo algunos de los niños no realiza ninguna operación y prefiere invertir el tiempo en una actividad distinta, en el momento de dar las respuestas repiten las dadas por los compañeros o dicen cualquier cifra al azar.

El grupo en su totalidad presenta confusión en el concepto de valor posicional de los números, ya que invierten las cifras dadas así: 5 decenas y 8 unidades ellos dicen 85, o lo suman y dicen 13. 3 decenas y 7 unidades ellos dicen 73, es necesario repetirles nuevamente para que caigan en cuenta del número correcto. Igualmente todos los niños mostraron dificultad para continuar series numéricas,

en el caso de pares 2, 4, 6, 8, dijeron 9 en lugar de 10, luego de varias repeticiones algunos entendieron, el resto no.

Contraste Posterior de los Resultados:

Durante esta parte de la sesión se observó que la mayoría de los niños presentan dificultad para escribir los números, casi siempre los escriben al revés.

Cuando realizan operaciones aditivas cuyo resultado es 100, confunden los números que llevan con los que debe colocar en el lugar del resultado. En la suma $30+35+35$, ubican bien el 0 de las diez unidades y empiezan a contar en decenas, al notar que también da diez inmediatamente escriben 110, sin saber explicar la razón.

Uno de los niños salió al tablero a realizar la resta $76-33$, los compañeros le dictaron y él escribió 63, se le repitió varias veces la operación y siempre escribía lo mismo, no realizó ninguna operación ni explicó su escritura, se limitó a escribir 63 sin cuestionar nada.

Al realizar las operaciones por escrito, se evidenció mayor facilidad, rapidez y seguridad cuando las hacían en el ámbito mental que escrito y mucho más cuando se acompañaban con palabras, preguntas o puestas en común, mostrando así cierta dependencia con la asesoría del adulto.

En general los niños requieren mayor práctica en las sumas y restas y especialmente en las restas "menudeando", ya que desconocen el procedimiento correcto para realizar dicha operación.

En la realización escrita de las operaciones también se evidencia el "vicio" de sumar siempre, aún cuando el signo de la operación "-", ellos suman, por lo cual se hace necesario preguntarles varias veces que significa restar, quitar y que tiene

que ver con la resta, de esta manera se debe inducir la operación o evaluar el proceso que está realizando.

GRADO SEGUNDO:

Comprensión del enunciado:

En general para que comprendan el enunciado es necesario leerlo varias veces y aún así ponen más atención a los datos numéricos, que a la esencia matemática de la situación planteada o de los objetos a manejar; esta situación básicamente se presenta en la lectura del primer problema de cada sesión, por que los niños tienen bajo nivel de concentración y se muestran muy ansiosos con las actividades que se están realizando durante esta, lo que no permite el análisis del sentido que tiene el enunciado y lo que se pide en él. Un ejemplo de esta situación se presento cuando se les pidió a los niños que hicieran un recuento de los problemas planteados y sólo mencionaban datos aislados, no coherentes con el interrogante de la situación problema, como sucedió con este:

En mi casa compraron un VHS, con el fin de poder divertirnos y ver algunas películas; para poder instalar el VHS en el televisor debo comprar los siguientes implementos: un cable que cuesta 350 pesos, una extensión que cuesta 280 pesos y un par de pilas para el control remoto que cuestan 440 pesos. ¿Cuánto dinero se necesita en la compra de los implementos para la instalación del VHS?, ¿Cuánto dinero para comprar solo la extensión y el cable?, ¿Cuánto vale una sola pila?

Daban cualquier precio aún sin haber sido mencionado.

Cuando obtienen los resultados no comprenden que representan estos nuevos datos y son utilizados como datos aislados como en el siguiente caso planteado en uno de los problemas, ejemplo: Luis pretende grabar un cuento, el cuál tiene una duración de 78 minutos. Él tiene un cassette de 90 minutos. ¿Cuánto tiempo queda de la cinta sin grabar?.

Después de leer el problema varias veces y lograr que realizaran la operación necesaria para hallar el resultado, en este caso la resta no saben relacionar la

nueva cifra con el problema, mencionan que son cassettes, minutos grabados, o cuentos; sin establecer una relación lógica entre los datos, la operación y el resultado, tomando este como un dato sin ninguna relación con el problema enunciado, es decir no reflexionan sobre el fin del problema como lo plantea Galí: los datos numéricos no se mantienen en un sentido dinámico, no generan relaciones que posibiliten la eventual solución al problema de cálculo propuesto.

Para que lograran alcanzar la comprensión de los enunciados fue necesaria la relectura de cada problema; después de esta, la menor parte del grupo no logró comprender el resultado, resaltando que el resto de los niños no lo comprendían efectivamente. Porque como lo plantea Reinaldo Gómez estos poseían una comprensión instrumental la cual consiste en una aplicación de reglas sin comprender su funcionamiento, pues lo que hacían era seguir las mismas pautas operativas explicadas en el problema modelo, ya fuera de suma, resta o multiplicación, si de este obtienen éxito seguían automáticamente resolviendo los problemas con este mismo patrón.

Retención de Datos

Al verbalizar por parte de los alumnos los problemas leídos, la mayoría de los datos son olvidados, sólo logran retener dos datos máximo y estos los recuerdan a corto plazo, razón por lo cual es necesario volver varias veces sobre las cifras, también cuando son cantidades iguales o repetidas.

Los datos son redondeados por defecto o por exceso llevando las unidades al número más cercano, (ejemplo 77 --- 80, 89 ---- 90) . Para que puedan recordar y realizar el problema es necesario casi mecanizarles los datos hasta el punto de memorizarlos.

Manifiestan dificultad en mantener los datos en un sentido dinámico es decir la presencia de estos pocas veces generan relaciones que posibilitan la solución del

problema. Los mismos niños que presentaron dificultad en la comprensión del enunciado presentaron la misma dificultad en el momento de retener los datos, su principal característica es que son muy distraídos y dispersos.

Elección de Operaciones:

La mayoría de los niños del grupo muestra acertaron en la elección de la operación en la sesión número uno, la cual fue básicamente la suma. Se nota que para ellos es muy fácil reconocer las situaciones problema en las cuales es necesario de la suma para hallar el resultado correspondiente.

En la resta, aproximadamente la mitad de la muestra eligen acertadamente la operación, los otros la confunden con la suma. No tienen un método acertado para elegir la operación que les permita resolver el problema de manera fácil y sencilla, sino que ajustan el problema a un modelo que adquiere al solucionar el primer problema y este a su vez resulta correcto, siguen resolviendo todos los problemas igual así no sea la operación correspondiente. Esto se presenta básicamente con la resta y la multiplicación, con esta última se observó que los niños nunca utilizaron el algoritmo como tal ($18 \times 3 = 54$), ni se ayudaron de las tablas, quienes lograron realizar el cálculo mental lo hicieron por medio de sumas sucesivas ($18 + 18 + 18$).

Realización de las Operaciones:

Para realizar el problema muestran continuamente la necesidad de utilizar papel y lápiz para hacer las cuentas, de alguna manera escribían en el aire, en el pupitre o con la saliva.

Para hallar el resultado utilizan los dedos como medio para contar. Muy pocos hacen cuentas a partir de números redondeados, luego suman las partes, otros organizan las cantidades de menor a mayor, pero sólo utilizan los dos primeros

dígitos de los números, sosteniendo que no se necesitan pues “en ninguna parte le piden los poquitos”.

En la resta la mitad de la muestra confunden la operación con la suma, es necesario hacer preguntas de indagación para que se den cuenta de la operación.

Para realizarlo parten del número menor y miran cuanto le faltan para ser igual al mayor en algunos niños se notaba el redondeo usando la operación contraria, es decir la suma, contando cifras exactas, obviando los datos intermedios lo que da por resultado un número por encima del resultado.

En otros casos utilizan la estrategia de estrato de redondeo en donde se trabajan únicamente con los dígitos de la izquierda pero no con los ceros de la derecha, para dar el resultado se los agregan.

En la multiplicación no utilizan las tablas como estrategia, la realizan como sumas de sumandos iguales, sólo lo hacen si la multiplicación es por el 10, las decenas las suman de 10 en 10 y a partir del resultado agregan las unidades.

Contraste Posterior de los Resultados:

Cuando comprenden bien el problema confían más en el cálculo mental que en el cálculo escrito. Pero si su verificación de los resultados es con los dedos dejan de confiar en el cálculo mental y vuelven a atrás. Otros requerían del cálculo escrito para confrontar los resultados, al contrario del primer caso, cuando se les formulaba otro problema no volvían a confiar en su mente.

Es de notar que sólo un niño de la muestra al confrontar los resultados con cálculo escrito era el primero en hallarlos, en cambio en el momento de operar con cálculo mental nunca dio una respuesta.

PROPUESTA

PEDAGÓGICA

PRESENTACIÓN

“Schoenfeld mencionó que los estudiantes necesitan aprender matemáticas en un salón de clase que represente un microcosmos de la cultura matemática, esto es, clases en donde los valores de las matemáticas como una disciplina con sentido sean reflejadas en la práctica cotidiana” Lineamientos curriculares de las matemáticas.

Por ello la siguiente propuesta de intervención pedagógica parte de situaciones cotidianas lo suficientemente significativas para despertar el interés de los niños en cuanto a la resolución de problemas que implican la utilización de estrategias de cálculo mental.

Debido a la necesidad de conocer cuales son estas estrategias utilizadas por los niños de preescolar, primero, segundo y tercero para realizar cálculo mental, nos hemos puesto en la tarea de indagar las posibles teorías acerca de éstas, proponiéndonos además analizar y profundizar cuales son los conceptos, estructuras, funciones y relaciones que se movilizan al realizar cálculos mentales.

Con esta propuesta se espera contribuir a la capacitación, actualización y mejoramiento del trabajo docente que busque favorecer no sólo los mecanismos de socialización sino también de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, que lleven a los niños a vivenciar en su entorno la importancia de calcular utilizando diferentes recursos y formas de resolverlo, evitando un largo proceso para llegar al camino adecuado.

Para realizar la propuesta hemos ubicado los niños según su estadio de desarrollo, reconociendo los diferentes aspectos físicos e intelectuales que le permitan resolver problemas utilizando estrategias adecuadas a su edad.

Por esta razón en el nivel preescolar utilizaremos estrategias de composición y descomposición de los números hasta el 9, que les lleve a interiorizar conceptos y crear estructuras para llegar al esquema aditivo.

En primaria se busca movilizar las nociones numéricas, lógico - matemáticas que llevan al cálculo mental, permitiéndoles utilizar diferentes técnicas y estrategias para enseñar y aprender las operaciones aritméticas de una forma más amena y entretenida.

Para lograr estos objetivos hemos ideado metodologías y actividades adecuadas, que incluyen representación de la cotidianidad, juegos matemáticos, situaciones problema, confrontación de los resultados, explicación de estrategias. Las cuales permitan que los niños construyan su aprendizaje y asuman diferentes roles que los lleven a aprender por gusto y no por imposición.

METODOLOGÍA

PREESCOLAR:

Momento 1: represento mi cotidianidad

Este momento consiste en ambientar un espacio similar a la situación cotidiana que sugiere la sesión para que los niños puedan participar a través de la representación de los diferentes roles. Las actividades que se realizan en este momento, servirán de motivación y de eje temático de las siguientes.

Momento 2: calculemos en grupo

Este momento se realiza mediante un juego matemático, el cual gira en entorno a la experiencia de la vida cotidiana del primer momento. La metodología del juego se explicará con anterioridad al grupo y se traerá todo el material necesario para su ejecución. El juego matemático apuntará a la composición y descomposición de los números del 3 al 9.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Este momento trata de resolver situaciones problema de forma estimativa a través de la acción, donde se compongan y descompongan los números del 3 al 9.

Los niños con el material concreto verificarán su respuesta a la situación problema planteada, y luego representarán simbólicamente la operación matemática realizada en la mente y con el material concreto. La composición y descomposición de los números apunta directamente a la suma y a la resta

OBJETIVOS

Momento 1: represento mi cotidianidad

Acercar al niño al cálculo mental a partir de la representación de sus experiencias vividas en su entorno más próximo.

Momento 2: calculemos en grupo

Promover el desarrollo de habilidades de composición y descomposición, que le permitan al niño adquirir las estrategias para enfrentarse a situaciones de cálculo mental.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Acercar al niño por medio de la estimación a buscar estrategias que facilitan el cálculo mental.

Fomentar en el niño la verificación y confrontación de los cálculos mentales a través del apoyo en material concreto.

Promover en el niño el análisis de las estrategias utilizadas en el momento de calcular mentalmente a través de la utilización simbólica matemática.

METODOLOGÍA

PRIMER CICLO DE BÁSICA PRIMARIA:

La presente propuesta está diseñada para ser trabajada en 22 sesiones de clase con una duración aproximada de 2 horas cada una. El desarrollo de esta, se realizará a través de cinco momentos específicos, los cuales pretenden proporcionar a los niños las experiencias necesarias que den lugar a la aplicación de estrategias para realizar cálculos mentales.

A través de las 22 sesiones se afianzarán las estrategias de cálculo mental; cada una se trabajará en dos sesiones consecutivas. Dichas estrategias serán explicadas con el fin de ser utilizadas por los niños durante la “Realización de la operación” puesto que éstas pretenden ser funcionales para hallar más rápida y eficazmente los resultados de los cálculos mentales a efectuar. La “realización de la operación” corresponde a uno de los momentos del cálculo mental que se analizará en cada una de las sesiones de trabajo.

La observación y recolección de la información está conformada por las siguientes categorías:

- ✧ Comprensión del enunciado.
- ✧ Retención de datos.
- ✧ Elección de la operación.
- ✧ Realización de las operaciones.
 - ✧ Ceros.
 - ✧ Conmutatividad.
 - ✧ Conteo ascendente.
 - ✧ Dieces.
 - ✧ Dobles.

- ✧ Dobles más uno.
- ✧ El número misterioso.
- ✧ Nueves.
- ✧ La familia del diez.
- ✧ Buscando el diez.
- ✧ Patrones.
- ✧ Confrontación de los resultados.

Las sesiones de trabajo estarán divididas y estructuradas en los siguientes momentos:

Momento 1: represento mi cotidianidad

En este momento se retoman las experiencias vividas por los niños con el fin de acercarlos a situaciones de la vida cotidiana en donde se utilicen las estrategias de cálculo mental. En esta parte de la propuesta se pretende motivar a los niños al trabajo matemático de una forma significativa y llamativa que los disponga a realizar estimaciones y cálculos con un propósito.

Las actividades de este momento estarán conformadas por la representación de una situación de la vida cotidiana o una situación atractiva para los niños como: el cine, el circo, el fútbol, el casino, entre otros; para representar la situación se usará el juego simbólico y el juego de roles en donde los niños interactuarán con material, socializarán con los compañeros, representarán un papel y de manera directa a través de cada una de sus acciones se acercarán a la elaboración posterior de cálculos y estimaciones. En torno a esta situación girarán los demás momentos de la sesión.

Momento 2: realizo estimaciones

A partir de la representación de la cotidianidad, se plantean situaciones problemas que permitan hacer estimaciones y cálculos matemáticos relacionados con lo representado y vivido en el primer momento.

Se trata de resolver situaciones problemas y solucionarlas haciendo uso de estrategias de cálculo, por medio de este momento los maestros investigadores podrán realizar, en cada sesión de trabajo, una identificación de las estrategias usadas por los niños y verificar de que forma aplican las estrategias explicadas y trabajadas en las sesiones anteriores.

Momento 3: calculemos en grupo

En este momento se explica la estrategia a utilizar, su estructura, aplicabilidad matemática y se dan ejemplos, (en lo posible vivenciados en los momentos anteriores).

En la primera sesión de cada subcategoría se explicará la manera de trabajar la estrategia, en la segunda sesión se recordará y reforzará su uso. Después de explicar la estrategia se plantea un juego matemático en el cual pondrán en práctica las nociones matemáticas de la estrategia para hallar los resultados y poder participar, intervenir en las actividades, concursar o simplemente divertirse al mismo tiempo que calculan y hacen evidente la importancia y utilidad de la estrategia para hallar los resultados rápidamente siguiendo un proceso lógico - contextual, usándola al mismo tiempo en situaciones reales.

Los juegos matemáticos poseen un carácter grupal que permite la participación e interacción de todos los niños con los cuales se aplica la propuesta, fomentando así la socialización, el respeto, la participación y el compromiso de cada uno para poder realizar un verdadero trabajo en equipo y conseguir un propósito.

Momento 4: explico como aplico la estrategia

Consiste en movilizar en los niños la importancia de expresar las estrategias que usan para realizar los cálculos mentales y en qué medida la estrategia trabajada en la sesión puede utilizarse en las situaciones presentadas.

Este momento se realiza conjuntamente con el momento de calculemos en grupo, pues al hallar cada resultado el niño debe explicar cómo logró llegar a éste. Esto exige una buena comprensión de la estructura matemática de la estrategia y permite que el niño exprese sus ideas, de explicación de sus actos y del proceso que siguió, al mismo tiempo que permite socializar, escuchar al otro y reconocer que hay diferentes formas de hallar un mismo resultado y que todos son válidos siempre y cuando cumplan con los requerimientos matemáticos específicos de cada estrategia o algoritmo.

Momento 5: opero con algoritmos para confrontar mis resultados

Se realizará a través de la resolución de los problemas trabajados durante el desarrollo de toda la sesión.

El fin de este momento es confrontar a nivel escrito los cálculos mentales realizados, utilizando los algoritmos matemáticos. Se les entregan a los niños las situaciones problema en fotocopia o a través de un material escrito (puede ser en el mismo juego, dependiendo de la naturaleza de la actividad desarrollada en el momento de calculemos en grupo) para que allí sustenten por escrito la elección del algoritmo y su respectiva realización, demostrando cómo dieron solución a la operación, permitiendo al mismo tiempo que confronten y verifiquen los resultados.

OBJETIVOS

Los cinco momentos que componen la propuesta buscan alcanzar los siguientes objetivos:

Momento 1: Represento mi cotidianidad:

- ✧ Ubicar al niño dentro de diferentes espacios de la cotidianidad para que reconozca en ellos, la utilidad de la estimación y el cálculo mental.
- ✧ Representar situaciones cotidianas en las cuales se usan estrategias de cálculo mental, acercando a los niños al empleo significativo de éstas.

Momento 2: Realizo estimaciones:

- ✧ Resolver situaciones hipotéticas a través de la estimación.
- ✧ Acercar a los niños por medio de la estimación a las estrategias que facilitan el cálculo mental.

Momento 3: Calculemos en grupo:

- ✧ Desarrollar habilidades lógico matemáticas que le permitan al niño adquirir las estrategias necesarias para enfrentarse a situaciones de cálculo mental.
- ✧ Aplicar estrategias de cálculo mental que permitan resolver las situaciones problemas planteadas a través de juegos matemáticos.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia:

- ✧ Promover en el niño el análisis de las estrategias utilizadas en el momento de calcular mentalmente a través de la verbalización.
- ✧ Reconocer la verbalización de las estrategias que utiliza el niño como medio para hacer cociente los procesos adquiridos.

Momento 5: Opero con algoritmos para confrontar mis cálculos:

- ✧ Fomentar en el niño la confrontación y verificación de los cálculos mentales a través de la operatividad algorítmica a nivel escrito.
- ✧ Reconocer la importancia y uso apropiado de los algoritmos como medios para realizar, confrontar y verificar los cálculos.

DESCRIPCIÓN

PREESCOLAR

SESIÓN 1

“Vamos a mercar a la legumbrería”

Tema: composición y descomposición del número 3

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad se le asignará a cada niño traer uno de los siguientes alimentos: 1 papa, 1 limón, 1 zanahoria o 1 habichuela.

Propondremos a los niños la representación de ir de compras a la legumbrería. Para ello inicialmente se les preguntará que necesitamos. Después de acordar que lo que necesitamos son alimentos, vendedor y compradores. Se adecuará el espacio similar al de una legumbrería y se asignarán roles a cada niño. Luego se inicia la representación.

Momento 2: calculemos en grupo

“Acertijos en la legumbrería”

Instrucciones: se le dice a los niños que vamos a jugar a las adivinanzas. Se inventa una adivinanza sencilla, como:

“Es de color verde y como una pelotica” (limón). Si no aciertan, se le darán más pistas.

“Te hago llorar cuando me cortas”(cebolla).

“Soy flaquita y larguita de color verde” (habichuela).

“Oro parece, plata no es. ¿Qué es?” (Plátano).

“Blanca por dentro, verde por fuera, si quieres que te lo diga, espera” (pera).

“Soy el alimento de los conejos” (zanahoria).

“A papá le encanta que este en las sopas” (papa).

Con los alimentos que tengamos en el salón haremos un conteo de uno en uno.

Así, cuando adivinen que es el limón, contamos todos los limones que tengamos.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Alejandra necesitaba unas papas para hacer el almuerzo, entonces fue a la legumbrería y escogió 2 papas y luego cogió 1 más. ¿Cuántas papas cogió en total Alejandra?

Juan Diego fue con su mamá a la legumbrería a comprar 1 habichuela, 1 limón, y 1 zanahoria. ¿Cuántos alimentos compro en total Juan Diego?

Manuel fue a comprar 5 zanahorias, pero el dinero no le alcanzó y le tocó devolver 2 zanahorias. ¿Cuántas zanahorias compro Manuel?

En la legumbrería hay 7 papas y Andrés compró 4. ¿Cuántas papas quedaron en la legumbrería?

Juan David compró en la legumbrería 2 habichuelas y 1 limón ¿Cuántos alimentos compró en total Juan David?

En la legumbrería hay 9 limones y Ingrid compro 6. ¿Cuántos limones quedaron en la legumbrería?

Después de dar una respuesta estimativa a cada situación problema, se confrontará con el material concreto, y luego algunos niños harán la

representación simbólica en el tablero de la operación matemática realizada en la mente.

SESIÓN 2

“Hagamos una fiesta”

Tema: composición y descomposición del número 3

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad es necesario: gorros, bombas, dulces.

Se propondrá a los niños la realización de una fiesta con motivo del día de Halloween. Se decorará el salón con la ayuda de los niños. La fiesta se ambientará con música y se repartirán dulces.

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “La golosa”

Se dibujará una golosa con los números del 1 al 9. Cada niño tendrá en su mano una bomba, la cual no podrá dejar caer mientras salta y con la otra mano lanzará la piedrita en la golosa. Si la piedrita cae en el cuadro del número 1 se le preguntará al niño ¿Cuántos cuadritos te faltaron para haber llegado al número 4?

Estas preguntas se le harán a cada niño de acuerdo al cuadro del número de donde le haya caído la piedrita con el fin de que la respuesta sea 3. El niño que de la respuesta correcta recibirá una máscara

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

David llevó 8 bombas a la fiesta y Juan Pablo le estalló 5 ¿Con cuántas bombas quedó David?

A Sandra le entregamos 9 dulces en la mano y se le cayeron 6. ¿Con cuántos dulces quedó Sandra en la mano?

A Carolina se le asignó colgar 7 bombas en la pared, si ya colgó 4. ¿Cuántas bombas le faltan por colgar?

De los 6 dulces que tenemos para repartir a los niños, la profesora le regaló 2 a Daniela, y 1 a Karina. ¿Cuántos dulces sobraron?

En una bolsa tenemos 2 gorros y en otra tenemos uno. ¿Cuántos gorros tenemos en total?

La mamá de Santiago llevó 1 bandeja para repartir los dulces, la mamá de Manuel también trajo 1 bandeja y en el salón había una bandeja. ¿Cuántas bandejas tenemos en total?

Después de dar una respuesta estimativa a cada situación problema, se confrontará con el material concreto, y luego algunos niños harán la representación simbólica en el tablero de la operación matemática realizada en la mente.

SESIÓN 3

“Juguemos baloncesto”

Tema: composición y descomposición del número 4

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad los niños traerán una gorra y una pelota. Cada niño con su pelota jugará baloncesto realizando lanzamientos al aro (cesta). Luego se divide el grupo en dos equipos y se jugará un partido (con una explicación previa de ello).

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “Tingo, tingo, tango”

Instrucciones: Los niños se sentarán en una ronda y habrá una pelota que pasará por cada uno de ellos al pregón “tingo, tingo, tango”, cuando la profesora diga tango el niño que quede con la pelota deberá responder a un enunciado de composición y descomposición de un número, así $3 + 1 = ?$.

El tiempo que se le dará a cada niño para que encuentre la respuesta será de 30 segundos, si éste no ha logrado estimar la respuesta se le dará la pelota al compañero de la derecha para que responda la pregunta, si este tampoco la responde se lanzará la pelota a cualquier otro compañero que sepa la respuesta. El niño que responda acertadamente tendrá derecho a realizar un lanzamiento a la cesta.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Juan Diego hizo 2 cestas y Andrés hizo 2 cestas ¿Cuántas cestas hicieron entre los dos?

En el partido los niños hicieron 5 cestas y las niñas 1 cesta. ¿Cuántas cestas les faltan a las niñas para alcanzar a los niños?

Claudia hizo 1 cesta, Karina 2 y Marcela 1. ¿Cuántas cestas hicieron entre las tres?

Daniela hizo 7 cestas, pero 3 no valieron, fueron anuladas. ¿Cuántas cestas hizo entonces, Daniela?

El equipo de los niños esta conformado por 6 niños, y el de las niñas por 2. ¿Cuántas niñas faltan para que este equipo sea igual al de los niños?

Santiago le pasó la pelota a Jorge 2 veces y a Cristian 1 vez. ¿Cuántas veces paso la pelota Santiago?

Después de dar una respuesta estimativa a cada situación problema, se confrontará con el material concreto, y luego algunos niños harán la representación simbólica en el tablero de la operación matemática realizada en la mente.

SESIÓN 4

“La peluquería”

Tema: composición y descomposición del número 4

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad los niños traerán a clase implementos de peluquería: cepillos, peinillas, rulos, secadores, pinzas, gomina, entre otros. Se decorará el salón con la ayuda de los niños. Se asignarán roles a cada niño, donde unos serán los clientes y otros serán los peluqueros, luego, se hará una exposición de peinados.

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “A gominolar gominolas”

Este juego de la gominola desarrolla el razonamiento deductivo y la capacidad de extraer conclusiones.

Instrucciones: Un niño piensa en un objeto que haya en el salón incluyendo los objetos de la peluquería y dice cosas sobre ese objeto sustituyendo el nombre por la palabra “gominola”. Los demás niños intentan adivinar de qué se trata. Por ejemplo: “la gominola me desenreda el cabello” (peinilla), “En la gominola me siento cuando estoy cansada”(silla), “Tengo una gominola en la mano” (pinza).

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Para el peinado de Alejandra necesitamos 9 rulos y solo tenemos 5. ¿Cuántos rulos nos faltan?

Para la peluquería tenemos 1 frasco de gomina, Camila nos regaló 2 y Andrés nos regaló 1. ¿Cuántos frascos tenemos en total?

Tenemos 7 peinillas y se nos quebraron 3. ¿Cuántas peinillas nos quedaron?

En la mañana llegaron 2 señoras a la peluquería para cepillarse el cabello, en la tarde 1 y en la noche 1. ¿Cuántas señoras se cepillaron el cabello en total?

Karina trajo 3 pinzas para la peluquería y Daniela 1. ¿Cuántas pinzas tenemos en total?

De los 5 secadores que habían en la peluquería 1 estaba malo. ¿Cuántos secadores nos quedaron?

Después de dar una respuesta estimativa a cada situación problema, se confrontará con el material concreto, y luego algunos niños harán la representación simbólica en el tablero de la operación matemática realizada en la mente.

SESIÓN 5

“La panadería”

Tema: composición y descomposición del número 5

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad necesitamos: galletas, panes y tostadas, las cuales colocaremos en una estantería, posteriormente, se adecuará el salón para que se asemeje a una panadería con la ayuda de los niños.

Propondremos a los niños cantar la canción de “La buena aldeana” y la del “Tarro de galletas”, luego los niños harán la representación de ir de compras a una panadería.

Momento 2: calculemos en grupo:

Juego: “Adivina el número oculto”

Se harán unas cartas del 1 al 9, cuyo número de elementos será representado en forma gráfica (panes, galletas o tostadas) y en forma numeral, así:

$$\begin{array}{|c|} \hline \bigcirc \\ \hline \bigcirc \ 2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \ 3 \ \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \text{carta oculta} \\ \hline \end{array}$$

Las cartas se pondrán en el tablero y los niños descubrirán la carta oculta, la cual, dará siempre como resultado el número 5.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Gloria fue a la panadería a comprar 3 panes, luego compró 1 galleta y 1 tostada. ¿Cuántos alimentos de la panadería compró Gloria en total?

Daniela tenía 8 galletas y le regaló 2 a Santiago, y 1 a Sara. ¿Cuántas galletas le quedaron a Daniela?

Mateo fue a la panadería y compró 3 galletas y 2 tostadas. ¿Cuántos alimentos compró Mateo en la panadería?

Iván compró un paquete con 9 tostadas, su mamá se comió 3 y su hermanita 1. ¿Cuántas tostadas quedaron en el paquete?

En la panadería sólo queda un pan y el panadero saca del horno 4 panes más. ¿Cuántos panes hay ahora?

Vanesa llevaba para su casa 7 galletas, pero en el camino se le pierden 2. ¿Con cuántas galletas queda Vanesa?

Después de dar una respuesta estimativa a cada situación problema, se confrontará con el material concreto, y luego algunos niños harán la representación simbólica en el tablero de la operación matemática realizada en la mente.

SESIÓN 6

“La floristería”

Tema: composición y descomposición del número 5

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad los niños traerán flores, jarrones y regaderas.

Se propondrá a los niños la representación de ir de compras a una floristería. Para ello inicialmente se les preguntará que se necesita, después de acordar que lo que se necesita son flores, regaderas, jarrones, compradores y vendedores; se adecuará el espacio similar al de una floristería y se asignarán roles a cada niño. Luego se inicia la representación.

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “Hagamos un jardín”

A cada niño se le repartirá cierta cantidad de pétalos, con los cuales armará una flor, luego, se le dirá a los niños que las flores que necesitamos para hacer el jardín deben estar conformadas por 5 pétalos, así, cada niño nos dirá cuantos pétalos le faltan o le sobran.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Daniel tiene 2 flores y su mamá le regala 3. ¿Con cuántas flores quedó Daniel?

Julián tiene 7 jarrones para decorar el salón, pero Juan Pablo le quiebra 2. ¿Cuántos jarrones tiene ahora Julián?

Daniela tiene que regar 8 flores, pero el agua de la regadera no le alcanzó sino para 3 flores. ¿Cuántas flores le faltaron por regar?

En la floristería hay 6 flores y Carolina compra 1 flor. ¿Cuántas flores quedan en la floristería?

Pedro recibió de Manuela 4 flores y de Sara 1 flor. ¿Cuántas flores tiene en total Pedro?

Alejandra trajo 2 regadoras para la floristería, Ingrid también trajo 2 regaderas y Susana 1 regadera. ¿Cuántas regaderas hay en total en la floristería?

Después de dar una respuesta estimativa a cada situación problema, se confrontará con el material concreto, y luego algunos niños harán la representación simbólica en el tablero de la operación matemática realizada en la mente.

SESIÓN 7

“La frutería”

Tema: composición y descomposición del número 6

Momento 1: represento mi cotidianidad

Se le pedirá a los niños traer una de las siguientes frutas: naranja, manzana y mango. Se ambientará el salón como una frutería asignando roles a todos los niños. Luego se iniciará la representación de ir de compras a una frutería.

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “Árboles frutales”

Se pondrán en el tablero 3 siluetas de árboles (uno para cada fruta), los cuales tendrán siluetas de su fruta respectiva. Luego, preguntaremos a los niños cuántas frutas tenemos que quitar o agregar a cada árbol para que cada uno quede con 6 frutas.

Posteriormente, se darán las siguientes indicaciones: un niño colorará 4 naranjas en el árbol de naranjas, y una niña 1 naranja en el mismo árbol, preguntar ¿Cuántas naranjas tenemos en total?. Se harán indicaciones similares a éstas con los demás árboles, teniendo en cuenta que el resultado siempre de 6.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Carolina compró 2 mangos, 1 naranja y 3 manzanas. ¿Cuántas frutas compró en total Carolina?

En un estante hay 9 naranjas, si Daniel compra 3 naranjas. ¿Cuántas naranjas quedaron en el estante?

En la frutería tenemos 2 mangos, 2 naranjas y 2 manzanas. ¿Cuántas frutas tenemos en total en la frutería?

Manuel necesita para hacer un jugo 6 mangos, si en la nevera de su casa no tiene mangos. ¿Cuántos mangos necesita comprar Manuel en la frutería?

Sara tiene 8 mangos, si le regala 2 mangos a Mateo. ¿Cuántos mangos le quedaron a Sara?

Mauricio compra 7 mangos y se come 1. ¿Cuántos mangos le quedaron a Mauricio?

SESIÓN 8

“Juguemos mamacita”

Tema: composición y descomposición del número 6

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad las niñas traerán muñecas. Se organizará el salón con la ayuda de todos los niños, para ubicar las muñecas se asignarán los siguientes roles: los niños serán papás y las niñas serán mamás. Luego, se iniciará la representación de los roles asignados.

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “La memoria es la que trabaja”

Es muy importante tener buena memoria y, afortunadamente, siempre es mejorable mediante la práctica adecuada. El juego que se propone es muy divertido y además es educativo.

Todos los niños se sentarán en un círculo y uno de ellos será “el padre” o “la madre”, según sea niño o niña, éste tendrá que fijarse muy bien en los demás niños los cuales serán los hijos. Si es necesario, que diga el nombre y describa a cada uno. Luego, cierra los ojos y uno de los niños se saldrá del salón. “El padre” o “la madre” según sea, tiene que adivinar quien falta. Si acierta, sigue jugando, y si no, hace de “padre” o de “madre” el niño que salió de la habitación.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Ingrid trajo 5 muñecas para jugar y Alejandra trajo 1 muñeca. ¿Cuántas muñecas hay en total para jugar?

Sara le trajo 3 vestidos y 3 camisetas a su muñeca. ¿Cuántas prendas de vestir trajo en total Sara?

Karina y Daniel tienen 2 hijas, Alejandra tiene 1 hijo y Juana tiene 3 hijas. ¿Cuántos hijos hay total entre los tres?

Laura tiene 7 muñecas y Manuel le pidió prestada 1 muñeca. ¿Con cuántas muñecas quedó Laura?

Camila le trajo a su muñeca, 1 peinilla, 2 colas y 3 pinzas. ¿Cuántos accesorios trajo en total Camila para su muñeca?

Manuela tiene 8 muñecas y le prestó 2 muñecas a Cristian. ¿Con cuántas muñecas quedó Manuela?

SESIÓN 9

“Juguemos fútbol”

Tema: composición y descomposición del número 7

Momento 1: represento mi cotidianidad

Se conformarán dos grupos uno con las niñas y otro con los niños, cada grupo se ubicará en una cancha diferente, donde cada uno de los niños chutará el balón para hacer goles. Luego, cada grupo jugará un partido de fútbol, es decir las niñas contra las niñas y los niños contra los niños.

Momento 2: calculemos en grupo

Todos los niños se sentarán formando un círculo, un niño pasará el balón a otro niño diciendo el nombre de quien lo recibe, acompañado del número 1, luego, el niño que recibió pasará el balón a otro niño diciendo su nombre acompañado del número 2 y así sucesivamente siguiendo la secuencia de los números. Ejemplo: Manuela pasa el balón a Juan y dice: Juan 1, Juan pasa el balón a Pedro y dice: Pedro 2 y así sucesivamente. Cuando se llegue al número 9 se vuelve a iniciar el conteo.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Juan Pablo hizo 4 goles y Santiago hizo 3 goles. ¿Cuántos goles hicieron entre los dos?

Tenemos 8 balones para jugar fútbol y uno se nos desinfló. ¿Cuántos balones nos quedaron?

Camilo hizo 2 goles, Sergio 2 y Eduardo 3. ¿Cuántos goles hicieron entre todos?

Sergio le pasó el balón a Esteban 2 veces y a Manuel 5 veces. ¿Cuántas veces pasó el balón Sergio?

Tenemos 6 balones de fútbol en el salón y Lucas trajo un balón más. ¿Cuántos balones tenemos en total?

Las niñas metieron 9 goles y los niños metieron 2 goles. ¿Cuántos goles les faltan a los niños para alcanzar a las niñas?

SESIÓN 10

“Visitemos el circo”

Tema: composición y descomposición del número 7

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para jugar al circo, algunos niños se disfrazarán de payasos, otros de magos, las niñas de malabaristas con aros, bolos o de bailarinas, un niño será el presentador y los demás niños serán espectadores. Los niños disfrazados tendrán tiempo para organizar su función, mientras que los espectadores adecuan el salón como el de un circo. Luego, se inicia la representación de ir a visitar el circo.

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “Los bolos”

Sabemos que los payasos y los malabaristas del circo utilizan bolos para hacer sus funciones, y con ellos nosotros vamos a hacer un juego:

Se conformarán 2 equipos uno de las niñas y otro de los niños, cada equipo lanzará una pelota para tumbar los bolos y hará el conteo de los bolos tumbados, comparándolo con los del otro equipo, para saber quien ganó y cuanto le faltó a un equipo para alcanzar al otro.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Si en el escenario del circo hay 5 payasos sentados y 2 payasos de pie. ¿Cuántos payasos hay en total en el escenario?

Juliana compró en la taquilla del circo, 3 boletas y Sandra 4 boletas. ¿Cuántas boletas compraron entre las dos?

Para la función de la noche entraron 3 niños, 1 niña y 3 adultos. ¿Cuántas personas entraron en total a la función de la noche?

A la función de los payasos solo pueden entrar 2 personas y entraron 9 personas. ¿Cuántas personas se tienen que salir de la función?

El circo tiene 8 puesto disponibles para el público, si Santiago se sienta en uno de esos puestos. ¿Cuántas puestos nos quedaron disponibles?

Si Mateo quiere ir al circo con sus 3 primos y sus 3 hermanos. ¿Cuántos tiquetes tiene que comprar Mateo?

SESIÓN 11

“Vamos de compras al almacén de ropa”

Tema: composición y descomposición del número 8

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad los niños traerán de su casa una prenda de vestir, como una camisa, una falda, un buzo entre otras.

Se propondrán a los niños la representación de ir de compras al almacén de ropa. Para ello se les preguntara que necesitamos, luego de acordar que lo que se necesita como los compradores, vendedores, prendas de vestir y dinero, se adecuara el espacio similar al de un almacén de ropa y se asignaran roles a los niños para iniciar la representación.

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “Concurso de prendas de vestir”

Se conformarán dos equipos, se escogerá un participante de cada equipo para que se ponga prendas de vestir en un tiempo determinado, luego, se contará cuantas prendas de vestir se puso cada uno de los niños y de acuerdo a esa cantidad se escogerá el ganador.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Santiago compra 2 camisas para su abuelo y 6 para su papá. ¿Cuántas camisas compró Santiago?

Diana compró en el almacén de ropa 9 vestidos, pero uno no le sirvió y lo devolvió al almacén. ¿Con cuántos vestidos quedó Diana?

Juan compró en el almacén 4 camisas azules, 2 rojas y 2 blancas. ¿Cuántas camisas compró en total Juan?

Ana le quiere regalar 5 faldas a Vanesa, 2 a Lina y 1 a Lorena. ¿Cuántas faldas tiene que comprar Ana ?

En el almacén hay en la mañana 9 vestidos y Julián vendió en la tarde uno. ¿Cuántos vestidos quedaron en el almacén?

Juan Camilo tiene en su armario 4 camisas y 4 pantalones. ¿Cuántas prendas de vestir tiene Juan Camilo en total?

SESIÓN 12

“El taller de papá”

Tema: composición y descomposición del número 8

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad los niños traerán los juguetes del taller como destornillador, llaves, tuercas, serrucho, martillo, entre otros, y las niñas traerán carros, con los cuales se adecuará un taller, como el de papá, y se propondrá a los niños la representación de trabajar en un taller y de arregla los carros, apretar tuercas, etc.

Momento 2: calculemos en grupo

Con una tiza haremos una línea numerada así:

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Cada niño pondrá a rodar el carro por la línea numerada y según donde quede cada carro se le harán preguntas a los niños como: Si el carro de Manuel quedo en el número 1 cuantos números le faltan para llegar al número 9. Las preguntas siempre estarán dirigidas a que la respuesta sea 8.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Juan tiene 2 tuercas, ¿Cuántas más necesita para ajustar 10?

Santiago tiene 6 carros y la mamá le regala 2. ¿Cuántos carros ajustó Santiago?

A Felipe el papá lo mandó a llevar 9 destornilladores al taller, pero en el camino se le perdió 1. ¿Cuántos destornilladores llevó Felipe al taller?

A Cristian le llevaron primero 2 carros para arreglar y luego le llevaron 6.
¿Cuántos carros tiene que arreglar Cristian?

Oscar trajo para el taller 4 tuercas, Pedro trajo 2 destornilladores, Juan trajo 1 alicate y Santiago trajo 1 llave. ¿Cuántas herramientas tenemos en total para el taller?

En el taller tenemos 9 tuercas y Juan Camilo cogió 1 para arreglar un carro.
¿Cuántas tuercas quedaron en el taller?

SESIÓN 13

“La juguetería”

Tema: composición y descomposición del número 9

Momento 1: represento mi cotidianidad

Para esta actividad se necesitan juguetes como carros, muñecas, pelotas...
Se propondrá a los niños la representación de ir de compras a una juguetería.

Para ello se les preguntará que necesitamos, luego de acordar que lo que se necesita son compradores, vendedores, muchos juguetes y dinero, se adecuará el espacio similar a la de una juguetería y se asignarán roles a los niños para iniciar la representación.

Momento 2: calculemos en grupo

Juego: “Simón dice”

Se formarán dos equipos uno con las niñas y otro con los niños, se dibujará en el suelo un círculo y un cuadrado para cada equipo; cada equipo tendrá un representante, el cual hará lo que Simón dice, así:

Simón dice:

El primer representante que coloque 5 juguetes en el círculo y 4 en el cuadrado.

Y pregunta ¿Cuántos juguetes hay en total entre el círculo y el cuadrado?

Se hacen varias preguntas de éste tipo, apuntando a la composición y descomposición del número 9.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Tenemos 5 juguetes para niñas y 4 juguetes para niños. ¿Cuántos juguetes hay en total?

En la juguetería hay a la venta 3 pelotas, 4 carros y 2 muñecas. ¿Cuántos juguetes tenemos en total para la venta?

De los 10 juguetes que tiene Sara, le presta 1 a Edison. ¿Con cuántos juguetes queda Sara?

Daniela tiene 6 moños para jugar y Lina tiene 3 más. ¿Cuántos moños hay en total?

En la juguetería hay 5 teléfonos, 2 cubos y 2 pelotas. ¿Cuántos juguetes hay en total en la juguetería?

SESIÓN 14

“Juguemos voleibol”

Tema: composición y descomposición del número 9

Momento 1: represento mi cotidianidad

Se conformarán dos grupos, cada grupo se ubicará en un espacio diferente, donde cada uno de los niños del grupo golpeará el balón con el antebrazo para pasarlo a otro niño.

Momento 2 calculemos en grupo:

Se conformaran parejas de niños y niñas, cada pareja golpeará el balón varias veces hasta llegar al número 9, así:

La pareja de Pedro y Sara:

Pedro golpeó la pelota 6 veces, entonces a Sara le corresponde golpear la pelota 3 veces, porque $6 + 3 = 9$.

Pedro golpeó la pelota 9 veces, entonces a Sara le corresponde golpear la pelota 0 veces, porque $9 + 0 = 9$.

Momento 3: resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente

Sara le pasó el balón a Sergio 5 veces y a Sebastián 4 veces. ¿Cuántas veces pasó el balón Sara?

En el salón tenemos 2 balones de voleibol y la profesora Beatriz nos prestó 7. ¿Cuántos balones tenemos en total para jugar?

Los niños golpearon el balón 6 veces y las niñas 3 veces. ¿Cuántas veces se golpeó el balón?

Si las niñas golpearon el balón 9 veces y los niños 0 veces. ¿Cuántas veces tienen que golpear el balón los niños para alcanzar a las niñas?

Tenemos 8 balones para jugar y la mamá de Manuel nos trajo 1 más. ¿Cuántos balones tenemos en total?

PRIMER CICLO DE BÁSICA PRIMARIA

SESIÓN 1 **"Voy al cine"**

Subcategoría: Ceros

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se ambientará el aula como una sala de cine, con afiches de las películas que se exhibirán en él, igualmente habrá venta de boletas y comestibles como crispetas, papitas y gaseosa, los cuales comprarán los niños con dinero simbólico que será elaborado con anterioridad por los maestros investigadores, a cada niño se le entregará la siguiente cantidad de dinero: 1 billete de 100 pesos, 3 billetes de 50 y 2 billetes de 10, para los niños de primero y 1 billete de 1000 pesos, 3 billetes de 500 y 2 billetes de 100 para los niños de segundo, cada niño debe saber cuanto dinero tiene; el valor de la boleta de entrada estará pegado cerca de la taquilla en un cartel grande y la lista de precios de los comestibles estará ubicada en el lugar destinado para las ventas, el precio de la entrada será de 100 pesos, las papitas a 20, las gaseosas a 30 y las crispetas a 10 para los niños de primero; y el precio de la entrada para los niños de segundo será de 1000 pesos, las papitas a 200, las gaseosas a 300 y las crispetas a 100.

Los maestros investigadores, observarán y permitirán que los niños jueguen libremente a comprar y vender. Los niños que hacen parte de la muestra, serán los encargados de vender boletas, comida y acomodar a los asistentes en el teatro. Las sillas del "teatro" serán acomodadas de tal manera que sea posible hacer relaciones entre cantidad de asistentes y sillas.

Momento 2: Realizo estimaciones

Para los niños de Primero se realizarán las siguientes preguntas las cuales permitirán evidenciar la estrategia de estimación utilizada por ellos: ¿Cuánto dinero tenían?, ¿Cuánto dinero gastaron?, ¿En qué lo gastaron?, ¿Les sobró dinero?, ¿Cuánto dinero les sobró?, ¿A quién le sobró más?, ¿Cuánto más?, ¿Quiénes se gastaron todo el dinero?, ¿En qué lo gastaron?, ¿A quién no le alcanzó el dinero?, ¿Cuánto le hizo falta?, ¿Para qué le hizo falta?, ¿Cuánto dinero creen que se recogió con la venta de las entradas?, ¿Por qué creen que esa cantidad?, ¿Cómo llegaron a ella?, ¿Qué operación debemos realizar para llegar a la respuesta correcta?.

Para confrontar las respuestas y observar la estrategia de estimación de algunos de los niños del grupo muestral se llamará al encargado de vender las boletas, al cual se le preguntará: ¿Cuánto dinero recogiste?, ¿Coincide con la respuesta del grupo?, ¿Cómo hiciste las cuentas?, luego se llamará al vendedor de comida ¿cuántos niños compraron crispetas? ¿Cuántos gaseosa?, ¿Cuántos papitas?, ¿Qué compraron más gaseosas, papitas o crispetas?.

Llamamos al acomodador, ¿Cuántos niños acomodaste?, ¿Qué había más niños o sillas?, ¿Fueron suficientes las sillas?, ¿Por qué?, ¿Faltaron sillas?, ¿Cuántas?.

Al teatro ingresaron 70 niños y 30 niñas, ¿cuántos niños ingresaron en total al teatro?

El acomodador organizó una tanda de 10 niños, luego una de 30 niños y por último una tanda de 40 niños, ¿cuántos niños ingresaron en total al teatro?

Juan vendió 8 paquetes de crispetas, cada paquete costaba 10 pesos, si le pagaron con un billete de 100, ¿cuánto dinero tiene que devolver?

Las preguntas para los niños de segundo serán:

¿Cuánto dinero tenían?, ¿Cuánto dinero gastaron?, ¿En qué lo gastaron?, ¿Les sobró dinero?, ¿Cuánto dinero les sobró?, ¿A quién le sobró más?, ¿Cuánto más?, ¿Quiénes se gastaron todo el dinero?, ¿En qué lo gastaron?, ¿A quién no le alcanzó el dinero?, ¿Cuánto le hizo falta?, ¿Para qué le hizo falta?, ¿Cuánto dinero creen que sé recogió con la venta de las entradas?, ¿Por qué creen que esa cantidad?, ¿Cómo llegaron a ella?, ¿Qué operación debemos realizar para llegar a la respuesta correcta?.

Se llamará al encargado de vender las boletas, al cual se le preguntará: ¿Cuánto dinero recogiste?, ¿Coincidiste con la respuesta del grupo?, ¿Cómo hiciste las cuentas?, se llamará al vendedor de comida ¿Cuántos niños compraron crispetas? ¿Cuántos gaseosa?, ¿Cuántos papitas?, ¿Qué compraron más gaseosas, papitas o crispetas?.

Llamamos al acomodador, ¿Cuántos niños acomodaste?, ¿Qué había más niños o sillas?, ¿Fueron suficientes las sillas?, ¿Por qué?, ¿Faltaron sillas?, ¿Cuántas?.

El acomodador organizó una tanda de 100 niños, luego una de 300 niños y por último una tanda de 400 niños, ¿cuántos niños ingresaron en total al teatro?

Juan vendió 8 paquetes de crispetas, cada paquete costaba 100 pesos, si le pagaron con un billete de 1000, ¿cuánto dinero tiene que devolver?

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

En este momento el maestro investigador explicará la estrategia tomando como ejemplo algunas de las cifras estimadas en el momento anterior, como: las boletas de entrada son a 100 pesos, tres niños compraron boletas, se escribirán en el tablero dos algoritmos iguales, para mostrar dos formas de hallar el resultado.

100+	100+
100	100
100	100
<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/>	<hr style="width: 100%; border: 0.5px solid black;"/>
300	3__

En la primera tendremos en cuenta sumar los ceros, en la otra sólo sumaremos los números distintos a cero, 3__, ¿qué se deberá escribir para que estos resultados sean iguales?, ¿Al agregarle los ceros los resultados quedan iguales?, los niños deberán explicar lo que sucede con los ceros y darán otros ejemplos.

El afianzamiento de la estrategia se realizará a través del:

Juego: "La cantidad elegida"

Se construyen fichas con los números dependiendo de la cantidad elegida, los jugadores tratarán de aproximarse a la cantidad, sin pasarse.

Instrucciones: el maestro investigador distribuirá una carta para cada jugador. Esta primera carta sólo la ve el jugador que la recibe. Cada jugador puede continuar pidiendo cartas hasta que considere que está lo suficientemente próximo a la cantidad elegida, y que una carta más le puede descalificar por pasarse de esta.

Las sucesivas cartas que se dan deben estar boca arriba, o bien, si se quiere recibir una boca abajo las restantes deben estar a la vista. Cuando todos los jugadores se han plantado (han dejado de pedir cartas), se ven y valoran las cartas de cada uno de los jugadores. Gana el jugador que más se acerque a la cantidad elegida.

La cantidad elegida para primero será el 100, trabajando con los números de 10 en 10 y para segundo la cantidad elegida será el 1000, trabajando los números de 100 en 100.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

A partir de las situaciones trabajadas en los momentos anteriores, se pedirá a los niños explicar la forma como realizaron las cuentas para llegar a los resultados de las ventas, entradas y acomodaciones.

Momento 5: Opero con algoritmos para confrontar mis resultados

Se realizarán por escrito las operaciones de los momentos de estimar y calcular en grupo.

SESIÓN 2

"Disfrutemos del circo"

Subcategoría: Ceros

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se hará la representación de los actos del circo; en el tablero se escribirá la lista de los actos así: un animador, 3 malabaristas, 3 magos, 3 payasos y 2 domadores de animales, los animales serán: 2 elefantes, 4 leones, 1 lora, 1 perro, y 2 micos; cada niño elegirá el acto en el que quiere participar, el resto del grupo será el público. Se darán 2 minutos para inventar los actos, cada niño saldrá y hará su acto frente al grupo. Cada acto tendrá una duración de 3 minutos.

Momento 2: Realizo estimaciones

Al finalizar las representaciones se les dirá a los niños de primero que como administradores del circo deberán hacer las siguientes cuentas:

Un león se come 10 kilos de carne diaria, ¿cuántos kilos de carne diaria se comen los cuatro leones?

El columpio más alto del circo está a 100 metros del piso, el primer malabarista sube al columpio más bajo que está a 20 metros, el segundo malabarista sube hasta la mitad del columpio más alto, ¿cuántos metros subió el segundo malabarista?, ¿Cuántos metros le faltaron al primer malabarista para alcanzar al segundo?, ¿Cuánto le falta al segundo malabarista para llegar al columpio más alto?, ¿Cuántos metros subieron entre los dos malabaristas?

El vestuario del circo está compuesto por 20 trajes de payaso, 10 trajes de mago, 10 trajes de malabaristas, 10 trajes para animador, ¿cuántos trajes en total conforman el vestuario del circo?

Los problemas para los niños de segundo serán:

Un león se come 100 kilos de carne diaria, ¿cuántos kilos de carne diaria se comen los cuatro leones?

El columpio más alto del circo está a 1000 metros del piso, el primer malabarista sube al columpio más bajo que está a 200 metros, el segundo malabarista sube hasta la mitad del columpio más alto, ¿cuántos metros subió el segundo malabarista?, ¿Cuántos metros le faltaron al primer malabarista para alcanzar al segundo?, ¿Cuánto le falta al segundo malabarista para llegar al columpio más alto?, ¿Cuántos metros subieron entre los dos malabaristas?

El vestuario del circo está compuesto por 200 trajes de payaso, 100 trajes de mago, 100 trajes de malabaristas, 100 trajes para animador, ¿cuántos trajes en total conforman el vestuario del circo?

Momento 3: Calculemos en grupo

Las subcategorías de la sesión uno y dos son la misma, por lo cual la estrategia ya fue explicada en la sesión uno, en esta sólo se recordará cuál es y se pondrá en práctica para afianzarla más.

Juego: "La caja mágica"

A cada niño se le dirá un número en secreto (las cantidades secretas deberán ser múltiplos de 10), cada uno de ellos deberá pasar por la caja mágica (una mesa cubierta, donde entrará el niño por un momento), el resto del grupo dirá las palabras mágicas, para que la caja agregue 10 puntos a la cantidad que es el niño, al salir de la caja el niño que estaba dentro dirá en que número quedó convertido, los demás adivinarán el número secreto. A medida que pasen niños

se irá "aumentando el poder" de la caja mágica del circo, a otros niños se les agregará 20, 30, ó 40 puntos.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Durante la resolución de los problemas de estimación realizados en el momento dos se preguntará a los niños ¿Por qué creen que ese es el resultado?, ¿Cómo lo hallaron?, ¿Qué operación efectuaron y que números operaron?. Las mismas preguntas serán realizadas en el momento tres durante el juego de la caja mágica.

Momento 5: Opero con algoritmos para confrontar mis resultados

Se realizarán por escrito los problemas anteriormente solucionados en el momento de realizar estimaciones, y algunas de las sumas realizadas en el juego la caja mágica.

SESIÓN 3

"Juguemos fútbol"

Subcategoría: conteo ascendente

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se formarán equipos de microfútbol, cada uno con su respectivo nombre e hinchada, se jugarán cortos partidos de fútbol para elegir un campeón

Momento 2: Realizo estimaciones

Problemas para primero:

En el barrio vamos a formar un equipo de fútbol, el lunes llegaron 6 niños a inscribirse, el martes se inscribieron 2, el miércoles otros 2, el jueves 2, y el viernes 2. ¿Cuántos niños llegaron a formar el equipo de fútbol?.

Al partido de fútbol del domingo asistieron a tribuna sur 20 personas, a tribuna oriental 20 personas, a norte 20 y a occidental 20, ¿cuántas personas asistieron en total al estadio el domingo?, ¿Cuántas personas entraron en total a la tribuna norte y sur?, ¿Cuántas a la tribuna norte y occidental?, ¿Cuántas a la tribuna sur y oriental?, ¿Cuántas a la tribuna occidental y oriental?, ¿Cuántas a las tribunas norte, sur y occidental?.

El estadio se abrió a las 8:00 de la mañana, en ese momento entraron 5 personas, a las 8:30 entraron 5 personas más, a las 9:00 entraron 5 y a las 9:30 entraron otras 5 personas, ¿cuántas personas entraron en total al estadio?, ¿Cuántas entraron entre las 8:00 y 8:30?, ¿Cuántas entraron entre las 9:00 y 9:30?.

Problemas para segundo:

En el barrio vamos a formar un equipo de fútbol, el lunes llegaron 16 niños a inscribirse, el martes se inscribieron 4, el miércoles otros 4, el jueves 4, y el viernes 4. ¿Cuántos niños llegaron a formar el equipo de fútbol?

Al partido de fútbol del domingo asistieron a tribuna sur 200 personas, a tribuna oriental 200 personas, a norte 200, y a occidental 200, ¿cuántas personas asistieron en total al estadio el domingo?, ¿Cuántas personas entraron en total a la tribuna norte y sur?, ¿Cuántas a la tribuna norte y occidental?, ¿Cuántas a la tribuna sur y oriental?, ¿Cuántas a la tribuna occidental y oriental?, ¿Cuántas a las tribunas norte, sur y occidental?

El estadio se abrió a las 8:00 de la mañana, en ese momento entraron 50 personas, a las 8:30 entraron 50 personas más, a las 9:00 entraron 50 y a las 9:30 entraron otras 5 personas, ¿cuántas personas entraron en total al estadio?, ¿Cuántas entraron entre las 8:00 y 8:30?, ¿Cuántas entraron entre las 9:00 y 9:30?

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

Se explicará a los niños que el conteo ascendente permite hallar las relaciones entre los números, utilizando este conteo se pueden realizar las cuentas más rápido, ya que con él no se contará de uno en uno, sino en pequeños salticos como de dos en dos o tres en tres. La mejor manera para utilizarlo es encontrar la relación entre los números y contar en esa secuencia.

El conteo ascendente se realiza cuando el niño domina las series numéricas. Para afianzar esta estrategia realizaremos el siguiente juego:

Juego: "La liguilla de la estimación"

Se dividirá la clase en equipos de cinco alumnos. Se organizarán partidos de forma similar a los de la liga de fútbol. El maestro investigador será el árbitro y dispone de siete preguntas de cálculo para cada partido; el seguimiento se hará con una ficha como la siguiente:

Preguntas para primero	Resultados	
	Equipo A	Equipo B
1. Continúa el orden: 2, 4, 6,.....,....., 20	1.	
2. Suma de 11 en 11: 11, 22,.....,....., 99	2.	
3. organiza una secuencia de 3 en 3 hasta 100	3.	
4. Si la rana está parada en la piedra 3 y su casa está ubicada en la piedra 73, ¿cuántos salta	4.	
debe dar para llegar, si cada piedra va de 10	5.	
en 10?	6.	
	7.	
5. ¿Cuántos goles tuvo que hacer el equipo ganador para completar 35 puntos, si cada gol suma 5 puntos?		
6. En un torneo de fútbol cada equipo está conformado por 4 capitanes. Si hay 8 equipos. ¿Cuántos capitanes tenemos para organizar el torneo?		
Puntaje total:		
Equipo ganador:		

Preguntas para segundo	Resultados	
	Equipo A	Equipo B
1. Continúa el orden: 20,40,60,,.....,200	1.	
2. Suma de 11 en 11: 11, 22,,.....,99	2.	
3. organiza una secuencia de 30 en 30 hasta 300	3.	
4. Si la rana está parada en la piedra 33 y su casa está ubicada en la piedra 733, ¿cuántos salta debe dar para llegar, si cada piedra va de 100 en 100?	4.	
5. ¿Cuántos goles tuvo que hacer el equipo ganador para completar 350 puntos, si cada gol suma 50 puntos?	5.	
6. En un torneo de fútbol cada equipo está conformado por 4 capitanes. Si hay 80 equipos. ¿Cuántos capitanes tenemos para organizar el torneo?	6.	
	7.	
Puntaje total:		
Equipo ganador:		

Instrucciones: El maestro investigador hará una pregunta a uno de los equipos quienes tendrán 1 minuto para contestar, si la respuesta no es correcta, la pregunta pasa al segundo equipo quien tendrá que contestar inmediatamente. Cada respuesta correcta es un gol que se anota al equipo correspondiente; las diferentes preguntas se van realizando de forma alternativa a los equipos. Gana el equipo con más goles.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Al resolver cada uno de los problemas de estimación y cálculo en grupo, los niños explicarán la manera de hallar los resultados, y las operaciones efectuadas.

Momento 5: Opero con algoritmos para confrontar los resultados

A cada niño se le entregará una ficha con problemas escritos, los cuales deberá resolver de igual forma, los problemas tanto para primero como para segundo serán los mismos del momento "realizo estimaciones".

SESIÓN 4

"Visito mi biblioteca"

Subcategoría: Conteo ascendente

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se Visitará la biblioteca de la escuela, en la cual se explicarán las normas generales de comportamiento y se les mostrará la ubicación de los libros en ella. Cada niño elegirá un libro para leer.

Momento 2: Realizo estimaciones

Los niños observarán los estantes de los libros y calcularán la cantidad aproximada de estos en cada uno de ellos, y la cantidad de todos los estantes. Se contarán los libros y harán comparaciones de los datos aproximados y los reales, ¿en cuánto nos equivocamos?.

Luego se plantearán los siguientes problemas para primero:

En el estante de sociales hay 12 libros, en el de ciencias 6, el de matemáticas 6, en el de español 12, ¿cuántos libros hay en total?, ¿Cuántos libros hay en el estante de ciencias y sociales?, ¿Cuántos libros hay en los estantes de español y matemáticas?, ¿Cuántos libros hay en el estante de matemáticas, sociales y español en total?.

Ayer llegó un pedido de libros así: 6 libros de sociales, 6 libros de ciencias, 6 libros de matemáticas, 6 libros de español, ¿cuántos libros llegaron en total?, Si teníamos 12 libros de sociales y llegaron 6 ¿Cuántos libros ajustamos?, De ciencias teníamos 6, llegaron 6, ¿Cuántos hay ahora?, ¿Cuántos de español?, ¿Cuántos de matemática?

Problemas para segundo:

En el estante de sociales hay 24 libros, en el de ciencias 12, el de matemáticas 12, en el de español 24, ¿cuántos libros hay en total?, ¿Cuántos libros hay en el estante de ciencias y sociales?, ¿Cuántos libros hay en los estantes de español y matemáticas?, ¿Cuántos libros hay en el estante de matemáticas, sociales y español en total?.

Ayer llegó un pedido de libros así: 12 libros de sociales, 12 libros de ciencias, 12 libros de matemáticas, 12 libros de español, ¿cuántos libros llegaron en total?, Si teníamos 24 libros de sociales y llegaron 12 ¿Cuántos libros ajustamos?, Dé ciencias teníamos 12, llegaron 12, ¿cuántos hay ahora?, ¿Cuántos de español?, ¿Cuántos de matemática?

Momento 3: Calculemos en grupo

Juego: "Carreras"

Sé necesitaran dos dados y una pista grande dibujada en el patio, así:

→ 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
Salida											12
23	22	21	20	19	18	17	16	15	14	13	
24											
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	
											36
47	46	45	44	43	42	41	40	39	38	37	
48											
49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	
											60
											Llegada

Todos los niños se ubican en la salida, el primer jugador tirará los dados, uno por uno, el número del primer dado definirá la cantidad de sumandos y el número del segundo dado el dígito que deberá sumar así: el jugador tira los dados, primero uno, observa el número: 6, tira el segundo dado, observa el número: 3, lo que significa que deberá sumar el 3 seis veces, el resultado de la suma es el lugar donde se ubica en la pista, si no sabe el resultado correcto pierde el turno. Cada jugador hará lo mismo. En la segunda ronda se seguirán los mismos pasos, sumando además el lugar donde está parado, por ejemplo está en la casilla 18 y el resultado de la suma de los dados es 6, deberá sumar entonces $18+6$, el resultado es el lugar donde debe ubicarse ahora. Gana el jugador que primero llegue a la meta.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

A medida que los niños resuelvan los problemas planteados en los momentos de estimación y cálculo en grupo se les preguntará como hallaron los resultados y como aplicaron la estrategia.

Momento 5: Opero con algoritmos para confrontar los resultados

Se resolverán por escrito los ejercicios planteados en el momento "Realizo estimaciones":

SESIÓN 5

"De compras navideñas"

Subcategoría: Dobles

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Con anterioridad se pedirá a los niños llevar artículos navideños como: Guirnaldas, pesebres, bolas de navidad, instalaciones o juegos de luces, adornos, tarjetas entre otros.

Con los materiales traídos, a través de actividades de clasificación, se organizará un almacén de artículos navideños, se colocarán en palanganas o poncheras, con el artículo y un letrero que indique su nombre y precio por paquete, el paquete tendrá varias unidades de los artículos así: el paquete de guirnaldas tendrá 3 unidades, el de bolas de navidad seis bolas por paquete, los adornos de a dos por paquete, las luces un juego por paquete y así sucesivamente dependiendo del número de artículos llevados.

En común acuerdo se estimará con los niños el valor de cada producto con el fin de averiguar que tan cercanas pueden ser las estimaciones con relación a los precios reales.

Se les darán 10 minutos para pasar por el almacén y observar lo que se ofrece, se realizarán preguntas como: ¿Cuáles son los artículos más costosos?, ¿Cuáles los más económicos o baratos?, ¿En cuáles hay más variedad de artículos?, ¿Cuáles son los más escasos o en los que hay menos?.

Momento 2: Realizo estimaciones

A partir de la organización y observación del almacén se plantearán las siguientes situaciones problema.

Para los niños de primero:

¿Cuántas unidades tienen los paquetes de guirnaldas?, ¿Cuántas unidades hay en los paquetes de bolas?, ¿Cuántas en los de adornos?, ¿Los demás artículos cómo están organizados?

Si un paquete de bolas tiene 6 unidades, ¿dos paquetes cuántas unidades tiene?

Si sé que dos cajas reúnen 12 bolas de navidad, ¿Cuántas bolas ajusto si compro otras dos cajas?

Si una caja de bolas de navidad cuesta 50 pesos, ¿cuánto cuestan dos cajas?
¿Cuánto cuestan las cuatro?

Una instalación trae diez bombillas, si compro dos instalaciones, ¿Cuántas bombillas ajusto?

La instalación cuesta 45 pesos, ¿dos instalaciones cuánto cuestan?

Las guirnaldas vienen en paquetes de a tres, ¿si necesito seis guirnaldas, cuántos paquetes debo comprar?

Compré 10 paquetes de guirnaldas que suman 30 guirnaldas, ¿Si luego compro otros diez paquetes cuántas guirnaldas ajusto?

Para los niños de segundo:

¿Cuántas unidades tienen los paquetes de guirnaldas?, ¿Cuántas unidades hay en los paquetes de bolas?, ¿Cuántas en los de adornos?, ¿Los demás artículos cómo están organizados?

Si un paquete de bolas tiene 6 unidades, ¿dos paquetes cuántas unidades tiene?

Si sé que dos cajas reúnen 12 bolas de navidad, ¿Cuántas bolas ajusto si compro otras dos cajas?

Si una caja de bolas de navidad cuesta 5.000 pesos, ¿cuánto cuestan dos cajas?
¿Cuánto cuestan las cuatro?

Una instalación trae cien bombillas, si compro dos instalaciones, ¿Cuántas bombillas ajusto?

La instalación cuesta 4.500 pesos, ¿dos instalaciones cuánto cuestan?

Las guirnaldas vienen en paquetes de a tres, ¿si necesito seis guirnaldas, cuántos paquetes debo comprar?

Compré 10 paquetes de guirnaldas que suman 30 guirnaldas, ¿Si luego compro otros diez paquetes cuántas guirnaldas ajusto?

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

Se elegirán algunos niños a los cuales se les pedirá seleccionar de a dos paquetes de cada artículo, fijándose en el precio por paquete, luego se analizará, qué cantidad por artículo suman los dos paquetes; ejemplo: 2 paquetes de guirnaldas suman 6 porque cada paquete tiene 3 unidades; $3+3=6$ ó $3 \times 2=6$ (se hará lo mismo con cada artículo).

El precio de cada paquete también es necesario sumarlo o multiplicarlo por dos (doblarlo) para hallar el valor total, así si un paquete de guirnaldas cuesta 1.500 dos paquetes ¿Cuánto cuestan? $1.500 + 1500 = 3.000$, se hará lo mismo con el

valor de todos los artículos seleccionados con el fin de afianzar la estructura matemática y el mecanismo de trabajo de los dobles.

Después se les concluirá que el doble de un número consiste en sumarlo dos veces o multiplicarlo por dos. Se les pedirá que observen a su alrededor y den ejemplos de dobles.

Juego: "El domino"

El juego matemático a realizar será el del dominó, se reparten entre todos 28 fichas que contienen combinaciones de números.

Para poder comenzar el juego iniciará el jugador que contenga una "muela" o ficha en la que esté el doble del seis, es decir, que tenga seis puntos en cada lado de la ficha del dominó, de allí en adelante en orden de turnos van jugando y colocando las fichas que contenga uno de los números que vaya quedando en los extremos, uniendo así los números similares, quedando en cada unión el doble de ese número.

Gana el jugador que quede con menos puntos en las fichas o que logre quedar sin ninguna de ellas. Al ir colocando las fichas se harán preguntas como: ¿Si el número de un extremo es cuatro, y debo colocar una ficha que contenga en uno de sus lados cuatro, al unirlo cuantos puntos suman estos dos lados de las fichas?.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Se les pedirá a los niños explicar cómo hacen las cuentas, para hallar los resultados de cada una de las situaciones propuestas en los momentos de estimación y calculemos en grupo; esto se realizará inmediatamente después de cada situación planteada con el fin de que los niños justifiquen sus respuestas y poder observar cómo hacen los cálculos antes de explicar la estrategia de dobles,

lo que puede permitir un sondeo acerca de sí los niños aplican ésta y cómo hacen los cálculos posteriormente de la explicación de los dobles.

Momento 5: Opero con algoritmos para confrontar mis cálculos

Se realizará a nivel escrito a través de la elaboración de una factura de compra de los artículos navideños, la factura tendrá la siguiente estructura:

Nombre artículo.	Número artículos	Unidad paquete	Paquetes a comprar	Total Unidades	Valor Paquete	Valor Total
Bolas						
Guirnaldas						
Instalaciones						
Adornos						
			Valor De La Compra			

Para llenar el formato se les irá leyendo cada uno de los problemas trabajados durante la sesión de manera que puedan extraer sólo los datos que necesitan de los problemas y hacer los cálculos que verifiquen las respuestas dadas anteriormente.

SESIÓN 6

"Apostemos en el casino"

Subcategoría: Dobles

Momento1: Represento mi cotidianidad

Se realizarán tres espacios dentro del aula.

Dados: serán lanzados libremente memorizando los puntos obtenidos, ya que el primer dado estará numerado del 10 al 15 y el segundo dado del 20 al 30.

Dardos:: él cual estará dividido por colores que tendrán un puntaje específico, este será el doble del número inmediatamente exterior.

Parques: se avanza en las casillas el doble del número obtenido en los dados

Ruleta: Consiste en hacer girar la ruleta y sortear que caiga en el número apostado para ganar fichas.

Cada uno de los materiales estará dispuesto libremente para que los niños determinen por un espacio de quince minutos como lo van a utilizar y serán los maestros investigadores los encargados de observar el uso que hicieron de cada uno de ellos.

Momento 2: Realizo estimaciones

Dispondremos el grupo en mesa redonda y allí se realizarán preguntas como:

¿Qué puntaje obtuviste en el juego de dardos?, ¿Qué cifras se repetían con mayor frecuencia?, Si al lanzar el primer dado obtienes el número tres y siempre debes sumarlo con el mismo número que obtuviste, ¿qué número deberás

obtener el segundo dado?. Plantearemos este mismo ejercicio cuántas veces sea necesario con distintas cantidades.

Si la condición del parqués es que el número que saques para avanzar se cuenta dos veces, ¿Cuánto avanzarás si sacas doce?

Al poner dos dados por la misma cara cada uno ¿Qué números obtienes?, ¿Qué observas en estos números?, ¿Qué relación pueden tener entre sí?

¿Qué puntaje obtuviste mientras jugabas? ¿Y cuál fue el puntaje final?

Momento 3: Calculemos en grupo

Juego: "La ruleta loca"

Se entregarán 10 fichas numeradas para que cada jugador pueda participar del juego, el jugador de turno deberá elegir una ficha para apostarla al girar de la ruleta y sólo ganará el puntaje cuando la ruleta pare en el número doble a la ficha anteriormente elegida. El puntaje obtenido será la suma de la ficha apostada más el doble que sacó en la ruleta. Cuando no obtengan el número ganador perderá la ficha apostada e irá al final de la fila si desea apostar nuevamente.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

La justificación de los resultados obtenidos que exprese el niño por las preguntas de estimación y de calcular en grupo a través de la ruleta, será la que demostrará el proceso que aplica el niño para obtener los resultados requeridos.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se entregará de manera individual una ficha con varias ruletas dibujadas por parejas, la primera ruleta tendrá un número asignado y la segunda ruleta vacía para que sean ellos quienes ubiquen el número doble correspondiente. Al finalizar

se confrontarán los resultados obtenidos tanto en las estimaciones como en el juego de la ruleta, haciéndolo de manera escrita y verbal.

SESIÓN 7:

"Un día de bolos"

Subcategoría :Dobles Más Uno

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Sé distribuirá el grupo en cuatro equipos para que lancen la pelota a los pines y derriben la mayoría de ellos, se sacará un equipo ganador de acuerdo a la cantidad de pines que derriben. En esta actividad se trabajarán los mismos datos para primero y segundo.

Momento 2: Realizo estimaciones

Para los niños de primero:

¿Cuál es el resultado correcto sabiendo que en el primer lanzamiento derribaste 6 pines y en el segundo lanzamiento derribaste 7?

Si en el primer lanzamiento derribaste 4 pines y en el segundo derribaste el doble más uno ¿cuántos pines has derribado por todos?.

Al final de los turnos pudiste derribar 17 pines, si en el segundo turno derribaste 9 ¿cuántos pines derribaste en el primer turno?.

El primer equipo obtuvo 40 puntos, el segundo equipo le ganó por el doble más uno, ¿con cuál puntaje ganó el segundo equipo?.

El primer equipo lanzó la pelota 32 veces. Si el segundo equipo lanzó la mitad del primero y el tercero lanzó el doble más 1 del segundo, ¿cuántas veces lanzó la pelota el tercer grupo?.

Para los niños de segundo:

¿Cuál es el resultado correcto sabiendo que en el primer lanzamiento derribaste 26 pines y en el segundo lanzamiento derribaste 27?

Si en el primer lanzamiento derribaste 16 pines y en el segundo derribaste el doble más uno ¿cuántos pines has derribado por todos?.

Al final de los turnos pudiste derribar 37 pines, si en el segundo turno derribaste 19 ¿cuántos pines derribaste en el primer turno?.

El primer equipo obtuvo 80 puntos, el segundo equipo le ganó por el doble más uno, ¿con cuál puntaje ganó el segundo equipo?.

El primer equipo lanzó la pelota 62 veces. Si el segundo equipo lanzó la mitad del primero y el tercero lanzó el doble más 1 del segundo, ¿cuántas veces lanzó la pelota el tercer grupo?.

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

Para explicar la estrategia se realizará uno de los ejercicios anteriores de manera que sean ellos quienes expliquen el procedimiento que utilizaron para obtener el resultado, luego se concluirá con el concepto de: para utilizar la estrategia de los dobles más uno debo tener dos números consecutivos, al primero de ellos debo buscarle el doble y sumarle una unidad y te dará el resultado de los números a sumar.

Juego: "La baraja de los dobles"

El grupo estará organizado en media luna y los maestros investigadores irán asignando una carta para cada jugador. Sólo ganará la carta quien efectúe

inmediatamente la operación del doble más uno del número que obtenga en su carta. Si el jugador de turno no realiza la operación correcta deberá ceder el turno a su compañero siguiente, para ello tendrán 10 segundos, este juego se realizará con un juego de cartas de Póker, sin las letras, sólo los números del 2 al 10.

Ejemplo: los maestros investigadores reparten al primer niño la carta 6 y tendrá 10 segundos para decir que su doble más uno es el 13.

En una segunda ronda cada uno tomará al azar una carta, a la cual deberá sumarle el número consecutivo y hallar el resultado, aplicando la estrategia de doble más uno. Ejemplo: el primer jugador toma la carta con el número 7, para ganarla deberá sumarle el número 8, aplicando la estrategia de doble más uno.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Se irá realizando mientras cada niño explica la manera como efectúa los ejercicios planteados durante los momentos de "realizo estimaciones" y "calculemos en grupo".

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se entregará a cada niño las situaciones matemáticas planteadas en el momento dos, los maestros investigadores serán los encargados de determinar y observar los pasos que utilizan para realizarlos.

SESIÓN 8

"Planeemos el viaje de vacaciones"

Subcategoría: Dobles Más Uno

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se iniciará la sesión con un diálogo, donde algunos niños contarán en que lugares han pasado las vacaciones y cuales han sido las más divertidas. También que lugares quisieran conocer en las próximas vacaciones. Los maestros investigadores tomarán nota de los lugares mencionados. Luego de esto, se organizará en el patio el juego "stop". El cual consistirá en que el jugador que lanza la pelota repetirá el siguiente estribillo:

"Yo (niño)quiero ir de vacaciones a (lugar)". El lugar nombrado será el niño que debe recoger la pelota antes de que caiga.

Momento2: Realizo estimaciones

Problemas para primero

Si un viaje a Cartagena cuesta 25 pesos por persona y de una familia quieren ir tres personas, ¿cuánto dinero necesitaría?

Una noche en Coveñas cuesta 75 pesos, la segunda noche cuesta el doble más uno de la noche anterior, ¿Cuánto cuesta la segunda noche?.

Para viajar necesitamos comprar dos tiquetes, el de ida y el de regreso, el de ida cuesta el doble más uno del tiquete de regreso, este cuesta 32 ¿cuánto cuesta el pasaje de ida?

De la terminal salen dos buses, el primero con 35 pasajeros y el segundo con el doble más uno del primer bus. ¿Con cuántos pasajeros salió el segundo bus?.

El dueño de una agencia de viajes vendió el sábado la mitad de los tiquetes del domingo y el domingo sólo vendió 43 tiquetes, ¿cuántos vendió el sábado?.

Problemas para segundo

Si un viaje a Cartagena cuesta 250 pesos por persona y de una familia quieren ir tres personas, ¿Cuánto dinero necesitarían?

Una noche en Coveñas cuesta 750 pesos, la segunda noche cuesta el doble más uno de la noche anterior, ¿Cuánto cuesta la segunda noche?.

Para viajar necesitamos comprar dos tiquetes, el de ida y el de regreso, el de ida cuesta el doble más uno del tiquete de regreso, este cuesta 630 ¿cuánto cuesta el pasaje de ida?

De la terminal salen dos buses, el primero con 35 pasajeros y el segundo con el doble más uno del primer bus. ¿Con cuántos pasajeros salió el segundo bus?.

El dueño de una agencia de viajes vendió el sábado la mitad de los tiquetes del domingo y el domingo sólo vendió 86 tiquetes, ¿cuántos vendió el sábado?.

Momento 3: Calculemos en grupo

Juego: "vamos de paseo"

Conociendo la estrategia anteriormente explicada pasaremos a aplicarla en este juego, el cual consiste en decir objetos que puedan llevarse al paseo. Pero que inicien con la primera letra de sus nombres, y la cantidad de objetos será el doble más uno del número dicho por el compañero anterior. La maestra aprueba si puede ir o no al paseo.

Ejemplo: Paola llevará 1 Panela y podrá ir, Alba llevará 3 peras y no podrá ir (pera no empieza por A), Tomás llevará 7 Tomates y irá, Pedro llevará 16 Papas y no irá (ambas empiezan con P, pero 16 no es el doble más uno de 7).

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Durante todas las actividades y problemas realizados a través de la sesión los maestros investigadores preguntarán a los niños las razones de sus respuestas, para ir confrontando y cuestionando los procesos del niño.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis resultados

Se realizarán los mismos problemas de los momentos de estimación y cálculo en grupo pero de forma escrita para observar diferencias y similitudes en las formas de operar.

SESIÓN 9

“ De regreso al colegio”

Subcategoría: Conmutatividad

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Cada niño elaborará una lista con todo lo necesario para comenzar el año escolar; la lista estará conformada por cuáles y cuántas cosas necesita. Luego en el aula de clase se improvisará una papelería con el fin de que ellos compren su lista de útiles. La mitad del grupo se desempeñaran como empleados de la papelería (vendedores, vigilantes, cajeros, aseadores), la otra mitad serán compradores, por parejas los niños sacarán al azar una de las listas del grupo.

Momento 2: Realizo estimaciones

Se realizarán las siguientes preguntas dirigidas a las parejas compradoras:

- ¿Cuánto les costaron los cuadernos?, los lápices, los colores, etc.
- ¿Cuánto les costaron los cuadernos y los colores?
- ¿Cuánto les costo la lista en total?

A los cajeros (serán los niños muestra):

- ¿Cuánto vendió cada cajero?
- ¿Cuánto vendieron el cajero 1 con el cajero 2?
- ¿Cuánto vendieron los cajeros 3 y cajero 4?
- ¿Cuánto vendieron los cajeros 1,3 y 5?
- ¿Cuánto vendieron los 5 cajeros en total?

A los vendedores

- ¿Con cuántos artículos comenzaron?
- ¿Con cuántos quedaron?
- ¿Cuántos vendieron?

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

Se escogerá una lista con los precios utilizados en las compras y se hallará el total. Luego saldrán 3 niños para que organicen como quieran los mismos precios y hallar el total. Al terminar se observara lo que paso con el total y con el orden de la lista; ellos expondrán sus propias conclusiones. Luego los maestros investigadores explicarán que el orden de los sumandos no altera el resultado.

Juego: “Encuentra el precio”

Se ubicarán en el salón varios artículos correspondientes a la lista de útiles con los tiquetes del precio en blanco (los valores acertados estarán ocultos). Se indicará el valor total de la compra y se les entregarán en carteles los tiquetes del valor de cada artículo para que los organicen según crean que corresponda el valor con el artículo en un tiempo determinado.

Antes de finalizar el tiempo estipulado se detiene el juego y se le indica cuantos valores ha acertado con el fin de que reevalúe y decida cuales precios puede cambiar o, dejar como lo tenía. Cuando finalice el tiempo, el niño sumará para comprobar el total asignado desde el inicio. Luego se descubrirá cuál era el precio real de cada artículo y se comparará con el precio que el niño asignó. Por último, volverá a sumar los precios reales para determinar si es igual a la suma realizada con los precios asignados por él.

La actividad se continúa varias veces con otros artículos que correspondan a los mismos precios, de manera que se presenten distintas posibilidades y orden para las mismas cifras.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Al resolver cada uno de los problemas de estimación y cálculo en grupo, los niños explicarán la manera de hallar los resultados y las operaciones efectuadas.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis resultados

Se devolverán las listas, cada niño colocará al frente el precio de la unidad, y el precio correspondiente a la cantidad que necesita; hallarán el total de los precios y organizarán la lista de tres maneras diferentes.

SESIÓN 10

"Organizo mi horario"

Subcategoría: Conmutatividad

Momento1: Represento mi cotidianidad

Los niños jugarán a ser los directores de la escuela y su función será la de organizar los horarios de los grados terceros de la tarde según las siguientes intensidades horarias semanales:

Matemáticas	5 horas
Español	5 horas
Ciencias	3 horas
Sociales	3 horas
Artística	3 horas
Religión	2 horas
Educación física	2 horas
Lúdica	1 hora
Informática	1 hora

Cada día debe tener 5 horas, ninguna materia se puede repetir más de 2 horas el mismo día. Además no puede coincidir la misma materia a la misma hora en ninguno de los tres grupos.

Momento 2: Realizo estimaciones

Se expondrán los horarios de cada grupo de niños en forma de carrusel de tal manera que todos puedan observar las diferentes formas en que se organizaron.

¿Todos los horarios tienen las mismas materias?

¿Hay la misma cantidad de horas requeridas en cada horario?

¿Cuántas horas suman en total todas las materias?

¿Cuál es el profesor que dicta más clases?

¿Cuál es la materia que menos se ve?

¿Cuántas horas suman las materias de español, matemáticas, ciencias y sociales?

Si se unen las horas de artística y matemáticas de los tres terceros ¿Cuántas horas se tienen en total?

Si los niños entran a las 12:30 y salen a las 5:30 y tienen como intermedio un descanso de 30 minutos. ¿Cuánto tiempo queda disponible para repartir las horas de clase?, ¿Cuánto tiempo se le dedicaría a cada hora de clase?

Momento 3: Calculemos en grupo

Juego: “Turritas”

En un cuadro dibujado en el patio con 9 números escritos al azar, se les pedirá a los niños que sigan el camino que deseen y digan el resultado de sumar los nueve números del cuadro, cada niño seguirá un camino distinto y a todos les deberá dar el mismo resultado. Según esto se les indagará el porqué y se recordará la estrategia de la conmutatividad. El cuadro para los niños de primero será en el círculo del 100, para los niños de segundo será en el círculo del 1000.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Al resolver cada uno de los problemas de estimación y cálculo en grupo, los niños explicarán la manera de hallar los resultados y las operaciones efectuadas.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis resultados

En su cuaderno unificarán las listas pegadas en el tablero, en una sola. Hallaran el total y las organizaran de tres formas diferentes.

SESIÓN 11

"El autódromo"

Subcategoría: Dieces

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se les pedirá a los niños que lleven carritos de juguete preferiblemente de impulso o de carreras, aunque no es imprescindible que sea únicamente de esta clase. Los niños jugarán libremente con los carritos y harán pequeñas competencias entre sí.

Después se elaborará una pista grande en el suelo con tiza, en donde se marcará un circuito como los existentes en los autódromos o en las pistas de la Formula1.

Se elaborará la bandera de salida y la de la meta, se divide el grupo en subgrupos en donde deberán escoger: El piloto, el quipo de mantenimiento, el técnico, el nombre del equipo, y la posición de salida de cada automóvil.

Se realizará una pequeña carrera en la cual concursarán con diez vueltas a la pista, ganará aquel piloto que logre llegar primero a la meta después de las diez vueltas. Las reglas para el desarrollo de la carrera serán:

- ✧ El que se atropelle queda eliminado.
- ✧ Cada 3 vueltas pueden hacer pits o cambiar de carro.
- ✧ No levantar el carro del suelo, ni tirarlo para ganar distancia.

Momento 2: Realizo estimaciones

Los problemas para primero y segundo serán los mismos, en primero se trabajará como sumas sucesivas y en segundo como multiplicaciones.

La carrera tuvo una duración de 10 vueltas, si en un circuito diferente se agregan 8 vueltas, ¿cuántas vueltas deben realizar los carros para llegar a la meta?

Un automóvil recorre 7 kilómetros por vuelta, ¿cuántos kilómetros ha recorrido al finalizar las diez vueltas?

Un carro gasta 8 galones de gasolina cada 10 kilómetros, si recorre 30 kilómetros, ¿Cuántos galones necesita?

Si en cada pits es necesario cambiarle a un carro las cuatro llantas y en una carrera se hacen 10 pits, ¿cuántas llantas son necesarias para la carrera?

10 carros recorren 9 kilómetros en cada vuelta, al recorrer 27 vueltas ¿cuántos kilómetros recorrerán?

En la carrera del domingo se abrieron 100 inscripciones, sólo participaron 60 inscritos ¿qué número de personas no se hicieron presentes?

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de estrategia

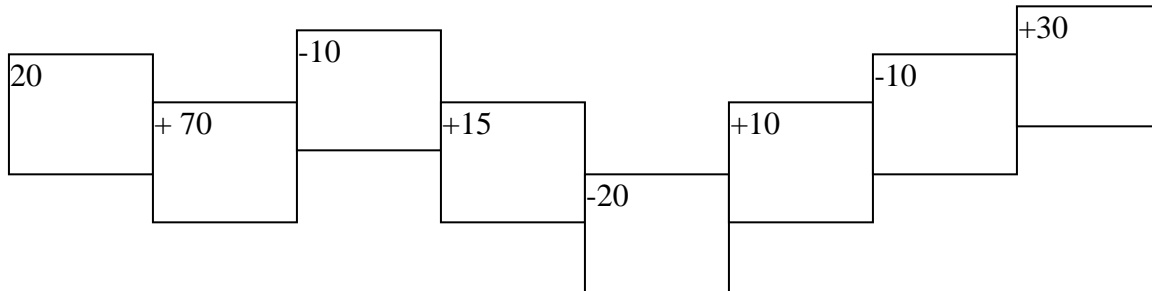
Se elegirá uno de los problemas anteriores para explicar la estrategia de los dieces, la cual consiste en: incorporar un 1 a la izquierda del número dado, o lo que es lo mismo, sustituir el 0 del 10 por el número en cuestión.

Juego: “Laberinto numérico”

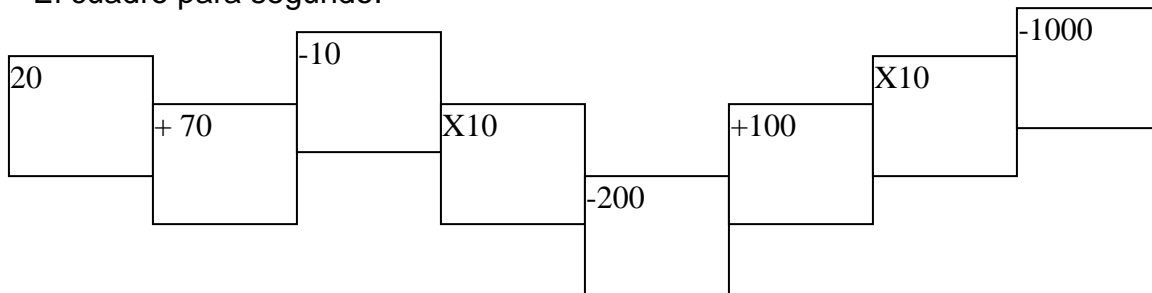
Se realizará un laberinto numérico de tal manera que encuentren varios caminos para llegar a la meta, la meta tendrá un valor determinado: los caminos correctos son aquellos que sumen la cantidad de la meta.

Los niños irán efectuando la operación que va apareciendo en cada una de las casillas que conducen a la meta con la condición de que debe operar tan rápidamente que no pierda su turno para poder avanzar de lo contrario cederá el turno. Este es el ejemplo de sólo uno de los caminos:

Cuadro para primero:



El cuadro para segundo:



Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Al resolver cada uno de los problemas de estimación y cálculo en grupo, los niños explicarán la manera de hallar los resultados y las operaciones efectuadas.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis resultados

Se devolverán las listas, cada niño colocará al frente el precio de la unidad, y el precio correspondiente a la cantidad que necesita; hallarán el total de los precios y organizarán la lista de tres maneras diferentes.

SESIÓN 12

“El zoológico”

Subcategoría: Dieces

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se observará la película “El Doctor Dolittle” en donde analizarán las clases de animales que se presentan, sus características y actividades.

Hablarán sobre lo que vieron, ¿Qué les gustó de la película?, ¿Cuántos animales aproximadamente calculan que habían en la película? ¿Dónde más podemos observar animales? ¿Quiénes han ido al zoológico? ¿Cómo están organizados los animales en un zoológico?. Luego se les mostrarán láminas de animales, con los niños clasificaremos los animales como si fueran organizadores de un zoológico.

Momento 2: Realizo estimaciones

Problemas para primero:

Durante la organización del zoológico se realizarán preguntas como: ¿Qué animales podemos colocar juntos? ¿Por qué?

Si hay 10 micos en una jaula y meto 50 micos más a la jaula, ¿cuántos micos quedan en total?

Hasta el mes de Octubre se tenían 50 animales en el zoológico en noviembre llegaron 45 más ¿cuántos animales quedaron en total?

Hay 20 animales para repartir en 4 jaulas, ¿cuántos animales quedan en cada jaula?

Al zoológico entran diariamente 20 personas, en una semana ¿cuántas personas visitan el zoológico?

En el zoológico es necesario comprar diariamente la siguiente cantidad de alimentos: 10 kilos de carne para los leones, 5 Kilos de frutas para los elefantes, 8 Kilos de hierba para los pony, 12 kilos de bananos para los micos. ¿Cuántos kilos de comida se necesita comprar diariamente en el zoológico para alimentar a todos los animales?

En el zoológico se utiliza un guía por cada 20 personas, si el domingo entran al zoológico 60 personas ¿cuántos guías se necesitan para hacer el recorrido?

Problemas para segundo:

Durante la organización del zoológico se realizarán preguntas como: ¿Qué animales podemos colocar juntos? ¿Por qué?

Si hay 10 micos en una jaula y meto 50 micos más a la jaula, ¿cuántos micos quedan en total?

Hasta el mes de Octubre se tenían 100 animales en el zoológico en noviembre llegaron 94 más ¿cuántos animales quedaron en total?

Hay 80 animales para repartir en 8 jaulas, ¿cuántos animales quedan en cada jaula?

Al zoológico entran diariamente 100 personas, en una semana ¿cuántas personas visitan el zoológico?

En el zoológico es necesario comprar diariamente la siguiente cantidad de alimentos: 30 kilos de carne para los leones, 25 Kilos de frutas para los elefantes, 18 Kilos de hierba para los pony, 22 kilos de bananos para los micos. ¿Cuántos

kilos de comida se necesita comprar diariamente en el zoológico para alimentar a todos los animales?

En el zoológico se utiliza un guía por cada 20 personas, si el domingo entran al zoológico 60 personas ¿cuántos guías se necesitan para hacer el recorrido?

Momento 3: Calculemos en grupo

Juego: “Sumemos los animales”

Se realizará un juego donde se colocará una tabla de valores con animales es decir, cada animal tendrá un valor específico en la tabla, los niños lanzarán una moneda, al lanzarla contarán automáticamente diez y suman el valor del animal en donde caiga la moneda, sin olvidar las cuentas anteriores por más rondas que se den. Se realizarán variaciones como son: Salir contando 100 o contando 1000.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Durante la realización del juego se les irá pidiendo a los niños las cuentas que van llevando al tirar las monedas, y como usan las estrategias de sumar diez, es decir, por qué es importante aplicarla, si la cuenta se hace más rápidamente con este método a hay otras formas de hacer las estimaciones y las cuentas.

Momento 5: Aplico algoritmos para verificar mis cálculos

Se les pasará en fotocopia a los niños los problemas trabajados en el momento de realizo estimaciones, se analizará en grupos los algoritmos utilizados para hallar las respuestas por cada uno de los niños con el fin de comparar y verificar la veracidad de las respuestas.

SESIÓN 13

“El supermercado”

Subcategoría: El número misterioso

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Los alumnos llevarán folletos de propagandas de supermercados. Recortarán los artículos de los folletos y se colocarán en un centro común. Se realizarán preguntas sobre ¿Cómo está organizado el mercado?, ¿Cómo hacen las compras en la casa?, ¿Quién las hace?, ¿Cuáles supermercados han frecuentado?, ¿Qué es lo que más les gusta que les compren en el mercado?, si ellos fueran los encargados del mercado ¿Qué comprarían?.

Momento 2: Realizo estimaciones

Los niños irán tomando un número de artículos designados en orden ascendente ejemplo, el primer niño un artículo, el segundo dos artículos y así sucesivamente.

Calcularán cuántos artículos tienen entre todos y luego de manera intercalada tratarán de decir cuánto tienen entre los dos, ejemplo el 1 y 3 ¿cuántos artículos tienen entre los dos?. Se irán aumentando el número de artículos que debe tomar cada uno.

Por último escogerán los artículos que quieren comprar; designarán un cajero y harán las cuentas con los precios de cada artículo para hallar el total de cada compra.

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

Se retomarán los ejemplos realizados, como: $5 + 7$, $10 + 12$, (trabajados en el momento de realización de estimaciones, el quinto niño con 5 artículos se suma con el

séptimo niño al que se le asignaron siete artículos, y así sucesivamente). Los sumaremos, ¿Cuál es el número que va entre los dos que estamos sumando (6)?, busquemos el doble de este número, ¿Qué observamos entre estos dos totales?. Daremos otros ejemplos y se sacaran conclusiones. Los valores trabajados serán los mismos para primero y segundo.

El número misterioso consiste en que cuando se están sumando dos números casi vecinos, números entre los cuales hay uno escondido, el resultado de la suma es igual al doble del número escondido.

Juego: “Adivina el número misterioso”

Se elaborarán tarjetas con sumas de números vecinos(8+10). Los niños estarán sentados en círculo, en orden van diciendo la respuesta del resultado de la tarjeta, si no la dicen rápido (1/2 minuto) pasa la pregunta al siguiente, gana el niño quien más tarjetas gane.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Se irá realizando durante cada uno de los momentos trabajados.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se resolverán las sumas indicadas en las tarjetas utilizadas en el momento tres en el juego matemático, cada niño tomará varias de ellas y hallará el resultado escribiendo por detrás la operación que utilizaría y el total encontrado.

SESIÓN 14

“Visito el centro médico”

Subcategoría: El número misterioso

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Saldrán los niños del grupo muestra; cada uno sacará de una bolsa una ficha donde aparece el nombre de cinco dependencias del Centro Médico; como son: consultorio, cirugía, rayos X, urgencias, pediatría

Los maestros investigadores repartirán el resto del grupo en las distintas dependencias y en diferentes cantidades, en donde los médicos serán los niños del grupo muestra y los demás los pacientes, cada niño de la muestra informará y escribirá en el tablero cuantos pacientes tienen en su dependencia.

Momento 2: Realizo estimaciones

Los niños responderán las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos pacientes habían en cada una de las dependencias?
- ¿Cuántos suman los pacientes de cirugía y pediatría?
- ¿Cuántos suman los pacientes del consultorio y rayos x?
- ¿Cuántos suman los pacientes de urgencias y pediatría?
- ¿Cuántos suman los pacientes del consultorio y urgencias?
- ¿Cuántos suman los pacientes de rayos x y cirugía?

Los problemas para primero serán:

En el piso tercero hay 16 camas y en el quinto hay 18 camas. ¿Cuántas camas hay en el piso cuarto?

En el piso dos hay 15 camas y en el cuarto 27 camas. ¿Cuántas camas hay en el piso tercero?

A un paciente que se encuentra en urgencias le aplican medicinas cada dos horas y le aplicaron a las 7 am, 9 am y 1 pm. ¿A qué horas no le fue suministrada la medicina?

Los médicos de rayos x, pediatría y el consultorio, inician labores a las 6:00 am y terminan a las 6:00 pm, tienen un descanso cada uno de una hora cada 4 horas. ¿Cuántas horas descansan al día?, ¿En que horarios descansan los médicos?

Los problemas para segundo serán:

En el piso tercero hay 26 camas y en el quinto hay 28 camas. ¿Cuántas camas hay en el piso cuarto?

En el piso dos hay 25 camas y en el cuarto 27 camas. ¿Cuántas camas hay en el piso tercero?

A un paciente que se encuentra en urgencias le aplican medicinas cada dos horas y le aplicaron a las 7 am, 9 am y 1 pm. ¿A qué horas no le fue suministrada la medicina?

Los médicos de rayos x, pediatría y el consultorio, inician labores a las 6:00 am y terminan a las 6:00 pm, tienen un descanso cada uno de una hora cada 4 horas. ¿Cuántas horas descansan al día?, ¿En que horarios descansan los médicos?

Momento 3: Calculemos en grupo

Juego: “Alcance la estrella”

El juego consiste en dividir el grupo en dos equipos y nombrar en cada equipo una persona para alcanzar una estrella, detrás de cada una de ellas estará el número

al que ellos en un tiempo muy corto deberán de dar respuesta, según lo planteado anteriormente por los maestros.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Mientras los niños realizan cálculos y estimaciones, los maestros investigadores les preguntarán el porqué de sus respuestas es decir se hará una socialización corta.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis resultados

Se realizarán los mismos ejercicios del segundo y tercer momento (realizar estimaciones y calculemos en grupo), esto lo harán de forma escrita en sus cuadernos, allí se observará y confrontará el ejercicio.

SESIÓN 15

“El restaurante”

Subcategoría: Nueves

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se montará con los niños un restaurante; se les pedirá que lleven mecate o alimentos en lo posible preparados, con lo que lleven harán las representaciones imaginarias de las comidas que deseen, escogerán al mesero, al chef y los clientes. Jugarán libremente a hacer los pedidos y la representación de lo que ocurre en un restaurante.

Momento 2: Realizo estimaciones

A partir de lo representado en el primer momento, se les pedirá a los meseros las tarjetas de los pedidos que anotaron y a partir de ellas realizarán las cuentas del total de cada pedido, leyendo los pedidos que hizo cada niño, en este caso cada cliente, con su respectivo valor. Se le preguntará al chef cómo prepara cada plato, qué ingredientes utiliza y cuántas cantidades de cada uno.

Luego se plantearán las siguientes situaciones problema para primero:

En el restaurante, para preparar los almuerzos se necesitan 9 kilos de arroz, y para la cena 7 kilos. ¿Cuántos kilos de arroz se necesitan en el restaurante para preparar el almuerzo y la cena?

Cada kilo de arroz cuesta 50 pesos, ¿cuánto dinero se necesitó para comprar los kilos de arroz necesarios para el arroz del almuerzo? ¿Cuánto para los kilos de arroz de la cena?, ¿Cuánto dinero se pagó en total por los kilos comprados ese día?.

De una libra de carne salen 9 porciones, de dos libras ¿cuántas porciones salen?

De una libra se utilizaron 9 porciones y de la otra 4, ¿cuántas porciones se utilizaron?

A un restaurante llegan 5 personas a desayunar y en el almuerzo llegan 9. ¿Cuántas personas comieron ese día en el restaurante?.

Problemas para segundo:

En el restaurante, para preparar los almuerzos se necesitan 9 kilos de arroz, y para la cena 7 kilos. ¿Cuántos kilos de arroz se necesitan en el restaurante para preparar el almuerzo y la cena?

Cada kilo de arroz cuesta 500 pesos, ¿cuánto dinero se necesitó para comprar los kilos de arroz necesarios para el arroz del almuerzo? ¿Cuánto para los kilos de arroz de la cena?, ¿Cuánto dinero se pagó en total por los kilos comprados ese día?.

De una libra de carne salen 9 porciones, de dos libras ¿cuántas porciones salen?

De una libra se utilizaron 9 porciones y de la otra 4, ¿cuántas porciones se utilizaron?

A un restaurante llegan 50 personas a desayunar y en el almuerzo llegan 90. ¿Cuántas personas comieron ese día en el restaurante?.

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

Se preguntará cuál fue el número que más se utilizó en las cuentas, escojamos por ejemplo: $9 + 4 = 13$; ahora pasémosle una unidad del 4 al 9 (para que quede convertido en 10) ¿en qué números se convierten ahora el 9 y el 4?, ¿Cómo queda ahora la suma $(10+3)$?, ¿Qué número queda ahora?, ¿Cómo es el

resultado comparado con la primera forma? Después se transformará el 9 en diez y se sumará con el 4, ¿qué tenemos que hacer para que quede el mismo resultado de las sumas anteriores? $(9+4=10+4=14-1=13)$ ¿por qué debemos restar uno al resultado final?

Se concluirá que para sumar un número con el nueve se puede hacer de varias formas, aproximar el 9 a 10 y restarle 1 al resultado final, o pasarle una unidad del número distinto al nueve para convertir el 9 en 10 y hacer la suma con el diez y el número que quedo.

Juego: “Bingo matemático”

Se les repartirá a los niños tablas de bingo de cinco columnas por dos filas. En cada casilla estará indicada una suma con 9, para ir completando el bingo se debe estar atento a los resultados que van saliendo en las balotas, los cuales corresponden a las sumas indicadas.

Para primero

B	I	N	G	O
$9 + 8$	$90 + 30$	$9 + 5$	$50 + 90$	$8 + 9$
$9 + 4$	$90 + 50$	$9 + 6$	$80 + 90$	$4 + 9$

Para segundo

B	I	N	G	O
$9 + 8$	$90 + 80$	$900 + 800$	$900 + 800$	$8 + 9$
$9 + 4$	$90 + 40$	$900 + 400$	$900 + 400$	$4 + 9$

Si sale B13, se debe escribir el resultado de la suma y tapar la casilla donde esta $9+4 (=13)$

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Los niños irán explicando como realizan los cálculos en cada una de las situaciones presentadas durante la sesión.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se les entregará a los niños una fotocopia de las situaciones problema del momento “realizo estimaciones” y de una de las tablas del bingo para que realicen las operaciones necesarias para resolverlo, cada uno lo hace y socializa los resultados.

SESIÓN 16

“El metro”

Subcategoría: Nueves

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Se iniciará con un diálogo sobre lo que se hace y se encuentra en el metro, a partir de ello se les entregará una hoja para escribir las estaciones y pegarlas en los lugares por donde se hará el recorrido, luego escogerán quién va a vender los tiquetes, quien conducirá los metros, uno de Itagui a Niquía y otro de Niquía a Itagui, quiénes serán los pasajeros y en que estaciones se subirían, para representar los vagones se les entregarán aros.

Momento2: Realizo estimaciones

Primero se les preguntará, ¿cuántos vagones formaron?, ¿Cuántas estaciones recorrieron?, ¿Cuánto les costaron los tiquetes?, ¿Cuánto tiempo demoró el recorrido?, ¿ Por qué? Luego se les plantearán las siguientes situaciones:

Problemas para primero:

De la estación Niquía a Prado hay 9 estaciones, de Prado a Ayurá hay 8. ¿Cuántas estaciones recorren desde Niquía a Ayurá?

Necesitamos ir de Itagui a San Javier, primero cogemos la línea A de Itagui a San Antonio hasta donde hay 9 estaciones y en la línea B de San Antonio a San Javier hay 6. ¿Cuántas estaciones debemos recorrer para llegar a nuestro destino?

En un vagón se suben en la estación Bello 9 personas y en la estación Madera 15, ¿cuántas personas quedan en total en el vagón?

El metro se demora 9 minutos para hacer el recorrido de la línea A y en la línea B 22 minutos. ¿Cuántos minutos suman los recorridos de la línea A y B?

El metro de las 4:00 p.m. Comienza su recorrido en Itagui con 80 pasajeros, al llegar a Prado sólo hay 50. ¿Cuántas personas se han bajado en las estaciones anteriores?

Problemas para segundo:

De la estación Niquía a Prado hay 9 estaciones, de Prado a Ayurá hay 8. ¿Cuántas estaciones recorren desde Niquía a Ayurá?

Necesitamos ir de Itagui a San Javier, primero cogemos la línea A de Itagui a San Antonio hasta donde hay 9 estaciones y en la línea B de San Antonio a San Javier hay 6. ¿Cuántas estaciones debemos recorrer para llegar a nuestro destino?

En un vagón se suben en la estación Bello 90 personas y en la estación Madera 50, ¿cuántas personas quedan en total en el vagón?

El metro se demora 90 minutos para hacer el recorrido de la línea A y en la línea B 20 minutos. ¿Cuántos minutos suman los recorridos de la línea A y B?

El metro de las 4:00 p.m. Comienza su recorrido en Itagui con 1400 pasajeros, al llegar a Prado sólo hay 900. ¿Cuántas personas se han bajado en las estaciones anteriores?

Momento 3 Calculemos en grupo

Juego: “Concéntrese”

Se pegará el juego de parejas con 20 números es decir 10 parejas, las parejas estarán indicadas por la suma y para formar pareja deben encontrar el resultado de la suma o viceversa.

Se divide el grupo en dos equipos, gana el equipo que más parejas encuentre.

Ejemplo para primero:

$9+2$	$9 + 15$	$18+9$
24	11	27

Para segundo:

$90+20$	$9000 + 5000$	$18+9$
14000	110	27

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

A medida que se van planteando las situaciones los niños irán explicando cómo aplican la estrategia de nueve para hallar los resultados o que otras estrategias usan para hacerlo.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se dibuja un esquema de la ruta del metro, en cada estación hay una operación con 9, correspondientes a las sumas trabajadas en los anteriores momentos y en el juego.

SESIÓN 17

“Págale al banco”

Subcategoría: La familia del diez

Momento1: Represento mi cotidianidad

Se hará la representación de un banco donde todos los billetes serán de la familia del diez, y así los niños podrán jugar libremente a utilizar este dinero y el cajero que será un alumno, el cual entregará recibos de pago y consignación a cada niño de acuerdo al pago que realice.

Momento 2: Realizo estimaciones.

Al cajero:

¿Cuánto dinero hay en caja?

¿Cuánto dinero consignó cada niño (cada uno debe sumar sus recibos)?

¿Cuánto dinero consignaron dos de los niños?

¿Cuál es la cantidad mayor de dinero que retiró uno de los niños?

Otras preguntas para primero:

Si un niño consignó el lunes 12 pesos, el martes 8 pesos, el miércoles 28 y el jueves y el viernes 2. ¿Qué dinero tiene guardado en el banco?.

John ahorró en su natillera 38 pesos en dos días, 10 en el segundo y 12 pesos para terminar. ¿Cuánto dinero ahorro por todo?

Para segundo:

Si un niño consignó el lunes 120 pesos, el martes 80 pesos, el miércoles 280 y el jueves y el viernes 20. ¿Qué dinero tiene guardado en el banco?.

John ahorró en su natillera 68 pesos en dos días, 10 en el segundo y 12 pesos para terminar. ¿Cuándo dinero ahorro por todo?

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

Se explicara la estrategia “la familia de los diez” bajo la siguiente pauta. A cada niño se le entregará una lista de 4 sumas, él deberá encontrar el resultado y buscar en el banco el billete que le corresponda a cada resultado.

A partir de esta actividad se explicará, que la manera más rápida de encontrar un resultado en esta clase de sumas será agrupando los números que sumados pertenezcan a la familia del diez y se repetirán algunos ejemplos como:

$$18 + 10 + 22 = 18 + 2 + 20 + 10 = 50.$$

Juego: “Seamos ricos”

Un niño hará de banco y los demás de ricos. Se elaborará un tablero con 18 cajones de 3 colores diferentes, cada color tendrá 6 cuadros en secuencia amarillo, azul, rojo, amarillo, azul, rojo.

El niño que caiga en las casillas amarillas elaborará la suma y el total se lo dará al banco. Si el niño cae en el cuadro azul, el banco elaborará la suma, el total se lo dará al niño que cayó allí, en las rojas, además de las sumas habrán en unas caras tristes y en las otras caras felices, si le cae en las rojas con cara triste el total será para esa casilla, si le cae en la roja con cara feliz, el total lo tomará de una cara triste.

Momento 4. Explico como aplico la estrategia

A medida que se van planteando las situaciones, los niños irán explicando cómo aplican la estrategia de la familia del diez para hallar los resultados o que otras estrategias usan para hacerlo.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Cada niño cogerá sus recibos y elaborará la suma, con el resultado irá al banco para que le devuelvan su dinero .

SESIÓN 18

“Somos jardineros”

Subcategoría: La familia del diez

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Cuento: Demasiados Saltarines

Bueno, dijo papá Saltarines mientras contemplaba la hermosa mañana de primavera, es hora de sembrar nuestros huertos. Este año, Papá y yo queremos que todos los chicos ayuden, dijo mamá Saltarines.

¡Bravo! Exclamaron los quince pequeños Saltarines.

El huerto y el jardín del Señor y la Señora Saltarines eran los más fértiles y hermosos de toda la finca Fruslerías. Todas las primaveras removían y rastrillaban la tierra. Después, hacían largos surcos rectos y echaban las semillas. Por ultimo, cubrían las semillas y las regaban. ¿Cuándo podemos empezar? Gritaron los pequeños Saltarines.

Esta misma mañana, dijo papá Saltarines, mientras mamá y yo vamos a la tienda a comprar semillas de zanahoria, ustedes pueden empezar a trabajar en el huertecito de rábanos. Pónganse en fila para decirles lo que tienen que hacer.

-Vilo, Velo, Vale, Velma y Vilma, Tomen los azadones y empiecen a labrar.

¡Hurra! Exclamaron los quintillizos.

-Rita, Rosa, Ramón y Raúl. Ustedes pueden rastrillar; dijo mamá.

¡Bien! Exclamaron los cuatrillizos.

-Flor, Fela y Fula. Ustedes abran los surcos para las semillas, dijo papá.

¡Bravo! Gritaron las trillizas.

-Chabelo y Cheo. Dijo mamá. Ustedes...

Ya sabemos, ya sabemos, siembren las semillas. Dijeron los mellizos.

¿Qué hago yo?, dijo Pedrín.

A ti te toca regar. Gritaron los Saltarines.

Ahora todo el mundo a trabajar dijeron pá y má

Los pequeños Saltarines saltaron al huerto. Casi podían saborear los gruesos rábanos rosados. Empezaron todos al mismo tiempo.

-Se supone que primero hay que remover la tierra. Dijeron Vilo, Velo, Vale, Velma y Vilma.

-Esperen a que nosotros rastrillemos. Dijeron, Rita, Rosa, Ramón y Raúl.

-No siembren todavía las semillas. Gritaron, Flor, Fela y Fula.

-Nos estás mojando. Chillaron, Chabelo y Cheo.

-Estoy haciendo mi trabajo. Dijo, Pedrín.

-Que lío exclamo papá Saltarines cuando regreso de la tienda- Hay demasiados Saltarines.

Basta, basta dijo mamá vamos a empezar de nuevo. Siéntense todos.

-Bueno, quintillizos a labrar.

Vilo, Velo, Vale, Velma y Vilma removieron la tierra.

-Ahora cuatrillizos, a rastrillar.

Rita, Rosa, Ramón y Raúl. Rastrillaron.

-Trillizas abrir surcos.

Flor, Fela y Fula abrieron los surcos.

-Mellizos a sembrar las semillas.

Chabelo y Cheo sembraron las semillas.

¡Pedrín, abre la manguera!

Pedrín la abrió, y el huerto de rábanos quedó listo.

¿Lo ves? No hay demasiados Saltarines.

Tienes razón, dijo Papá, no hay demasiados Saltarines cuando no están todos en el mismo sitio al mismo tiempo.

Se le pedirá a los niños semillas y se llevarán al jardín de la escuela, donde cada uno sembrará sus semillas y al mismo tiempo se permitirán los comentarios mientras se realiza la actividad.

Momento 2: Realizo estimaciones

Después de realizada la actividad se plantearán los siguientes problemas para primero:

Un árbol tiene 12 hojas en una rama, 8 hojas en la otra, 3 y 2 en otra. ¿Cuántas hojas tiene en total este árbol?

En el jardín se sembraron 5 de semillas de manzano y 7 semillas de naranja, 3 semillas de guayaba y 5 más de semillas de mango. ¿Cuántas semillas se sembraron por todas?

El sembrador necesita saber cuántas frutas tendrá que vender en la cosecha pues recogió 13 manzanas, 7 naranjas, 18 guayabas, y 20 mangos. Ayúdale al sembrador contando.

De la venta de frutas el sembrador recogió en dinero 10 pesos manzanas, 5 pesos manzanas, 5 pesos naranjas, y 18 pesos de mangos, pero antes tenía 2 pesos. ¿Cuánto dinero tiene en total?.

La finca del sembrador tiene 50 hectáreas y compró 23 hectáreas en la cosecha, pero por herencia le regalaron 2 hectáreas más. ¿Con cuánta tierra o hectáreas quedó el sembrador para sembrar?.

Problemas para segundo:

Un árbol tiene 120 hojas en una rama, 80 hojas en la otra, 30 y 20 en otra. ¿Cuántas hojas tiene en total este árbol?

En el jardín se sembraron 50 de semillas de manzano y 70 semillas de naranja, 30 semillas de guayaba y 50 más de semillas de mango. ¿Cuántas semillas se sembraron por todas?

El sembrador necesita saber cuantas frutas tendrá que vender en la cosecha pues recogió 130 manzanas, 70 naranjas, 180 guayabas, y 200 mangos. Ayúdale al sembrador contando.

De la venta de frutas el sembrador recogió en dinero 100 pesos manzanas, 50 pesos manzanas, 50 pesos naranjas, y 180 pesos de mangos, pero antes tenía 20 pesos. ¿Cuánto dinero tiene en total?.

La finca del sembrador tiene 500 hectáreas y compró 230 hectáreas en la cosecha, pero por herencia le regalaron 20 hectáreas más. ¿Con cuánta tierra o hectáreas quedó el sembrador para sembrar?.

Momento 3: Calculemos en grupo

Juego: “Topo come flores”

Los maestros investigadores serán el topo come flores y tendrán en una bolsa con sumas de la familia del diez, cada niño sacará una flor y resolverá la suma correspondiente, si el resultado es correcto se ganará la flor, si es incorrecto no la ganará, al final del juego gana el niño que más flores tenga.

Momento 4: explico como aplico la estrategia

Los niños irán diciendo como llegaron a los resultados de las situaciones planteadas, en cada uno de los momentos trabajados.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se le entregará a los niños una hoja con los problemas del momento dos y las sumas de las flores, él deberá desarrollarlas por escrito en dicha hoja.

SESIÓN 19

“Construyamos el futuro”

Subcategoría: Buscando el diez

Momento 1: represento mi cotidianidad

Se les pedirá a los niños que lleven “Estralandia” y se dejará que construyan libremente.

Momento 2: realizo estimaciones.

Se elaborarán los siguientes problemas para primero:

Una casa de dos pisos tiene en el primer piso 7 ventanas y en el segundo piso 4 ventanas. ¿Cuántas ventanas tiene la casa?

Un constructor utiliza en la mañana 8 bultos de cemento y en la tarde 4 bultos más. ¿Cuántos bultos utilizó en el día?

Una volqueta recolectora de escombros recoge en el primer viaje 6 kilos de escombros y en el segundo 9 kilos más. ¿Cuántos kilos de escombros recogió?

En el Home Mart venden el lunes 16 lavamanos y el martes 17 lavamanos más. ¿Cuántos lavamanos vendieron en los dos días?

Una constructora vende 18 apartamentos en Enero y en Febrero vende 14 apartamentos más. ¿Cuántos apartamentos vendió en los dos meses?

Problemas para segundo:

Una casa de dos pisos tiene en el primer piso 7 ventanas y en el segundo piso 4 ventanas. ¿Cuántas ventanas tiene la casa?

Un constructor utiliza en la mañana 80 bultos de cemento y en la tarde 40 bultos más. ¿Cuántos bultos utilizó en el día?

Una volqueta recolectora de escombros recoge en el primer viaje 60 kilos de escombros y en el segundo 90 kilos más. ¿Cuántos kilos de escombros recogió?

En el Home Mart venden el lunes 160 lavamanos y el martes 170 lavamanos más. ¿Cuántos lavamanos vendieron en los dos días?

Una constructora vende 180 apartamentos en Enero y en Febrero vende 140 apartamentos más. ¿Cuántos apartamentos vendió en los dos meses?

Momento 3: Calculemos en grupo

Explicación de la estrategia

A veces cabe la posibilidad de recurrir a la descomposición de uno de los sumandos de tal manera que se pueda complementar el otro diez.

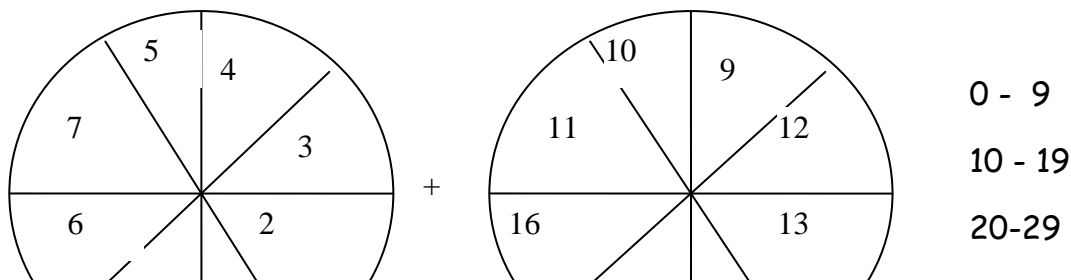
Se retomará un problema.

$$\begin{aligned}7 + 4 &= (7 + 3) + 1 \\ &= 10 + 1 \\ &= 11\end{aligned}$$

Juego: Ruleta de la estimación

La figura representa dos discos de cartón con números como los que se indican: ambos discos están fijados en el centro de un tablero y pueden girar.

Después de hacer girar los dos discos cada jugador debe estimar la suma de los números que coincidan, indicando en que intervalo está el resultado.



Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Los niños irán explicando como realizan los cálculos en cada una de las situaciones presentadas durante la sesión.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se realizarán los cálculos de los problemas en los momentos anteriormente planteados, sólo que en esta ocasión será por escrito.

SESIÓN 20

“Carrusel”

Subcategoría: Buscando el diez

Momento 1: represento mi cotidianidad

Se les pedirá a los niños que lleven trompos, pirinolas, lazos, canicas, se permitirá que jueguen a su gusto y se estimulará el trabajo en equipos y el desarrollar su creatividad.

Momento 2: Realizo estimaciones

Para llevar a cabo este momento se plantearán los siguientes problemas para primero:

En el juego de lazos un compañero saltó 8 veces y el otro 13 veces. ¿Cuántas veces saltaron entre los dos?.

Un niño comienza un juego de canicas con 16 de ellas. En la primera ronda ganó 8 canicas y en la segunda ronda ganó 6 canicas más. ¿Cuántas canicas ganó en total?.

Un trompo gira 15 veces en el primer lanzamiento, 8 veces en el segundo lanzamiento y 9 veces en el tercero. ¿Cuántas veces giró en total en los tres lanzamientos?.

Un niño lanza la pirinola 3 veces, en el primer lanzamiento acierta 26 veces, en el segundo acierta 7 veces y en el tercero 8 veces. ¿Cuántas veces acertó?.

En la primera base de un carrusel los niños se demoraron 14 minutos, en la segunda 7 minutos y en la tercera 9 minutos. ¿Cuántos minutos se demoraron en total en el carrusel?.

En el juego de lazos un compañero saltó 80 veces y el otro 130 veces. ¿Cuántas veces saltaron entre los dos?.

Un niño comienza un juego de canicas con 160 de ellas. En la primera ronda ganó 80 canicas y en la segunda ronda ganó 60 canicas más. ¿Cuántas canicas ganó en total?.

Un trompo gira 150 veces en el primer lanzamiento, 80 veces en el segundo lanzamiento y 90 veces en el tercero. ¿Cuántas veces giró en total en los tres lanzamientos?.

Un niño lanza la pirinola 30 veces, en el primer lanzamiento acierta 260 veces, en el segundo acierta 70 veces y en el tercero 80 veces. ¿Cuántas veces acertó?.

En la primera base de un carrusel los niños se demoraron 54 minutos, en la segunda 37 minutos y en la tercera 19 minutos. ¿Cuántos minutos se demoraron en total en el carrusel?.

Momento 3: Explicación de la estrategia.

Al ser la segunda sesión para esta estrategia se tendrá en cuenta la anterior explicación.

Juego: “Pide más campeón”

Para iniciar se tendrá a disposición de todos los niños un dado, el cual irán lanzando para determinar quien será el que inicie el juego, por el más alto puntaje. Luego volverán a lanzar y si al tirar el dado obtiene el número 4 corresponderá a la pista “cuántas niñas hay en tu salón”, para obtener la respuesta él tendrá que contar rápidamente y el número acertado será el que deberá sumar con el resultado que obtuvo de la pista anterior, sin embargo tendrá un tiempo límite y al

ser incumplido cederá el turno a su compañero siguiente y así sucesivamente hasta rotar y obtener de nuevo la oportunidad.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Los niños irán explicando como buscan los diez en los cálculos que se les plantean en cada una de las situaciones presentadas durante la sesión.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se realizarán los cálculos a nivel escrito de los problemas en los momentos 2 y 3 de la sesión anteriormente planteada.

SESIÓN 21

“La escuela”

Subcategoría: Patrones

Momento 1: Represento mi cotidianidad

Los niños jugarán a la escuelita, entre ellos designarán el rol que deseen desempeñar, elegirán un tema a trabajar para dar una clase a sus compañeros o una actividad escolar donde intervenga toda la comunidad educativa.

Momento 2: Realizo estimaciones

Se elaborarán preguntas sobre la escuela como:

¿Cuántos grados o grupos hay?, ¿Cuántos por grupo?, ¿Cuántos profesores?,
¿Cuántos seremos por todos en la escuela?.

Después se plantearán las siguientes situaciones:

En el grado 3:A hay 3 alumnos en danzas, de 3:B hay 8, de 4:B 13 y de 4: C 8
¿Cuántos niños de tercero hay en el grupo de danzas?, ¿Cuántos de cuarto?

De preescolar A participaron en los juegos callejeros 5 niños y de preescolar B 4 niños. De primero A participaron 14 y de primero B 15. ¿Cuántos niños participaron del grado primero?, ¿Cuántos niños participaron de preescolar?.

Si un grupo de cuarto tiene 40 niños y un grupo de quinto tiene 50. ¿Cuántos niños hay en los dos grupos?.

Los problemas serán los mismos para primero y segundo.

Momento 3 Calculemos en grupo.

Explicación de la estrategia.

Se retomarán algunas de las situaciones problemas trabajadas en el momento 2 y se explicarán las sumas en el ábaco observando cuál es la cantidad que permanece y cuál la que cambia y si se aumentan los valores a las decenas y centenas o unidades de mil, ¿Cómo siguen siendo las unidades o los números que se mantienen constantes?, estos valores constantes los llamaremos patrones así por ejemplo: si sumamos $8+3=11$, $18+3=21$, $28+3=31$ las unidades se mantienen constantes sólo se aumenta la decena ya que $8+3=11$ o $8000 + 3000=11000$.

Juego: “Bolsas mágicas”

Se llevarán 3 bolsas, cada una contiene un juego de números de 1 a 9, se divide el grupo en dos equipos, cada equipo saca un número de dos de las bolsas, con estos da un número patrón y de la tercera bolsa sacará el número de veces que debe repetir el patrón, gana quién más rápido recuerde cuál es el patrón y lo repita correctamente las veces que se le pida.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Se irá desarrollando a medida que se plantean las situaciones problemas ya que los niños explican el proceso a través del cual llegó cada uno al resultado, y si utilizó la estrategia trabajada.

Momento 5: Opero con algoritmos para confrontar mis cálculos

Resolverán por escrito los problemas trabajados en el momento dos y algunas de las operaciones solucionadas en el juego “las bolsas mágicas”

SESIÓN 22

“La discoteca”

Subcategoría: Patrones

Momento1: Represento mi cotidianidad

Se realizará una pequeña discoteca con los niños, organizando un lugar, con pista de baile, barra, mesas y demás implementos que posee este. Se nombrará un discjockey y un encargado de la barra. Cuando ya todo esté preparado se comenzará el baile, primero con música que quiera el discjockey, luego a través de los concursos de baile con bombas, en donde se intenta explotar la bomba del compañero al bailar, y con sillas donde se va quitando una silla cada vez que se quite la música para ir eliminando participantes.

Momento 2: Realizo estimaciones

Se harán las siguientes preguntas:

¿Qué estilos de música escucharon?

¿Qué canciones recuerdan?

¿Cuántas personas había en la discoteca?

¿Cuántas bombas se reventaron?

Los problemas para primero serán:

En un concurso de baile que se realizó en una discoteca participaron 42 personas y asistieron como espectadores 3 personas. ¿Cuántas personas había en la discoteca?

En un principio en la discoteca se dispusieron 52 vasos, estos no fueron suficientes, por lo cual fue necesario conseguir 3 vasos más, ¿Cuántos vasos se utilizaron en total?

El alquiler del juego de luces costó 520 de lunes a jueves y 30 de viernes a sábado. ¿Cuánto pagaron en total por el alquiler de las luces?

Cada uno elaborará un problema teniendo en cuenta esta misma estrategia, luego lo compartirán con un compañero.

Problemas para segundo:

En un concurso de baile que se realizó en una discoteca participaron 600 personas y asistieron como espectadores 800 personas. ¿Cuántas personas había en la discoteca?

En un principio en la discoteca se dispusieron 1600 vasos, estos no fueron suficientes, por lo cual fue necesario conseguir 800 vasos más, ¿Cuántos vasos se utilizaron en total?

El alquiler del juego de luces costó 8000 de lunes a jueves y 6000 de viernes a sábado. ¿Cuánto pagaron en total por el alquiler de las luces?

Cada uno elaborará un problema teniendo en cuenta esta misma estrategia, luego lo compartirán con un compañero.

Momento 3: calculemos en grupo

Identificarán el patrón utilizado y se reforzará la estrategia.

Juego: Pañuelito

Se organizan los niños en dos hileras, una enfrente de otra, en el centro estará ubicado un objeto para coger. Para saber quién sale a coger el objeto se numeran en la escala del patrón trabajado ejemplo: 14, 24, 34, 44... correspondientes a las sumas: $8+6$, $18+6$, $28+6$, $38+6$...

14	24	34	44	54
----	----	----	----	----



14	24	34	44	54
----	----	----	----	----

Saldrán a concursar los niños que poseen el resultado de la operación indicada por el director, por ejemplo si se dice $28+6$, saldrán los niños que tengan el número 34, este debe coger el objeto y volver a su lugar sin ser tocado por el oponente de lo contrario, el punto será para el otro equipo.

Momento 4: Explico como aplico la estrategia

Este momento se evidencia en cada un de los momentos anteriores, al dar los niños explicaciones sobre como resuelven las situaciones planteadas.

Momento 5: Opero con algoritmos para verificar mis cálculos

Se pasarán por escrito todos los problemas inventados por los niños en el momento “realizo estimaciones” en forma de carrusel, así cada uno resolverá cada problema diseñado por los demás compañeros. (Los problemas serán revisados primero para verificar que correspondan a la estrategia y que estén bien redactados)

ANÁLISIS

El objetivo principal del trabajo de investigación consistió en el diseño de una propuesta de intervención pedagógica a través de la cual se potencializaran habilidades en cálculo mental en los niños de cinco a diez años, correspondientes a los grados preescolar y primer ciclo de básica primaria, favoreciendo el desarrollo de la flexibilidad de pensamiento de manera que obtengan distintas posibilidades de solución a diferentes situaciones problema planteadas.

Esta propuesta fue sometida a una experimentación con el fin de validar su aplicabilidad dentro del aula de clase y su impacto a nivel cognitivo y de movilización de procesos en los niños que participaron del grupo muestra. A través de ella se pudo examinar su pertinencia, viabilidad, y grado de adecuación a las necesidades, características e intereses de los niños.

El diseño de investigación preveía una evaluación pre-test y post-test de las categorías elegidas para el análisis cualitativo del proceso de intervención, buscando evidenciar posibles avances en el desarrollo de cálculos mentales que realizan los niños.

Las observaciones y datos de esta propuesta fueron analizados bajo el paradigma cualitativo, el cual exige una descripción detallada de cada una de las actitudes y de los procesos presentados por los niños, en la puesta en práctica de las diferentes estrategias trabajadas a lo largo de la intervención, buscando establecer los cambios presentados por los niños en el pre- test, con relación al post-test.

Esta descripción cualitativa se organiza a través de la observación y recopilación de las experiencias registradas durante el trabajo realizado en cada una de las sesiones en las cuales se evidencia cómo avanzan y como se desenvuelven los niños en cada uno de los momentos de la propuesta: **represento mi cotidianidad, calculemos en grupo, resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente**, en preescolar. **Represento mi cotidianidad, realizo estimaciones, calculemos en grupo, explico como aplico la estrategia y opero con algoritmos para verificar mis cálculos**, en el primer ciclo de básica primaria y cómo enfrentan cada una de las categorías escogidas: comprensión del enunciado, retención de datos, elección de la operación, realización de la operación y verificación de resultados.

El análisis está clasificado en dos grupos de edades:

El grupo 1, 5 años-3 meses – 5 años-8 meses al iniciar la propuesta y 6 años – 6 años-5 meses al terminar la aplicación .

El grupo 2: niños con edades de 7 años-2 meses al comenzar la intervención y 10 años-7 meses al terminarla.

GRUPO 1:

Comprensión del enunciado:

Comprender el enunciado es el primer paso para dar respuesta de un problema planteado, y de esta comprensión depende la efectividad de la respuesta.

En la prueba Pre-test solo 10 de los niños de la muestra podían comprender con facilidad el enunciado matemático en forma oral, y con frecuencia se hacía necesaria la reformulación de los enunciados, es decir la acomodación de palabras que le permitieran al niño interiorizar la información que sugería el enunciado de manera más clara, como en el caso de las motos en el semáforo (sesión 2), cuyo planteamiento era:

Si en un semáforo hay 4 motos, cada una con 2 personas ¿cuántas personas hay en total en las 4 motos?

Se hizo necesario la reformulación de la situación, hasta llegar incluso a recurrir a la acción directa con el material concreto para facilitarle a los niños comprende con efectividad el enunciado.

Igualmente se presentó con frecuencia la relectura como estrategia en la comprensión del texto para ubicar a los niños en el enunciado que queríamos transmitir, como sucedió en el siguiente enunciado:

Si un tren tiene 3 vagones, ¿Cuántos vagones tendrían 2 trenes?

Ya que, los mismos niños con su actitud ya fuera preguntando, manifestando no entender o en silencio, demostraban que necesitaban que se les leyera nuevamente, situación que en el prueba pre-test se presentó repetidas veces, pero al aplicar esta estrategia, permitió que algunos niños por lo menos intentaran dar un resultado por estimación; más adelante durante el desarrollo de la propuesta los niños lograron mejorar sus niveles de comprensión, ya que poco a poco se iban familiarizando con la metodología que se les planteaba, además el hecho de que se realizara en el primer momento de nuestra propuesta una motivación partiendo de un hecho cotidiano, involucró directamente a los niños para que estos reconstruyeran el mensaje del enunciado a partir de sus propios esquemas.

Esto permitió ir avanzando en cada una de las sesiones de la propuesta, y es así como al finalizar la misma, los niños entendieron la estructura del enunciado matemático, ya que podían representar matemáticamente la situación sugerida, para luego elabora las posibles respuestas del mismo, variando en cada uno de los niños, pues individualmente presentan diferentes procesos cognitivos e

interactivos, que les permiten construir el conocimiento matemático de acuerdo a sus propios posibilidades.

En la prueba Post-test encontramos un gran avance en la comprensión del enunciado, puesto que ya no son 10 niños los que logran asimilar con facilidad la información que contienen el enunciado, sino que ya son 15 de los niños de la muestra los que logran convertir correctamente el enunciado gramatical a lo lógico-matemático, a la vez que asociaban con mayor rapidez la situación matemática, los demás niños lograban identificar las partes del enunciado, pero con menor acierto, por lo cual algunos recurrían al patrón repetitivo, situación que disminuyó favorablemente luego de realizar nuestra propuesta.

Comprender un enunciado matemático requiere además de concentración y atención una apropiación de los conceptos matemáticos, los cuales facilitamos al presentarles a los niños situaciones significativas, donde ellos le encontraban sentido a lo que hacían y les permitía ejecutar diversas acciones y dar respuesta a las diferentes preguntas; esta comprensión les facilitaba igualmente pensar en las diferentes posibilidades de solución, haciendo un análisis individual lógico de la operación matemática planteada.

Retención de datos:

Una buena retención de los datos depende de la buena comprensión que se haya tenido del enunciado, debido a la secuencia lógica que se tiene a la hora de dar respuesta a una situación problema.

Esta segunda categoría va muy relacionada con una de las habilidades del cálculo mental, la retención numérica, la cual da cuenta de que la práctica del cálculo es en sí misma un elemento del proceso de memorización; la memorización no la sigue sino que la acompaña y puede que incluso se derive de

ella. Se relacionan, ya que los niños tienen que concentrarse para memorizar a corto plazo los datos del enunciado para dar solución al problema planteado.

En la prueba Pre-test 10 niños lograban reconocer y retener los datos del enunciado, razón por la cual la participación se hacía medianamente, ya que los demás niños no recordaban los datos del enunciado o no hacían una buena extracción de ellos.

Al observar esta categoría durante todo el proceso de nuestra propuesta, se presentaron diferentes situaciones:

- ✧ Niños que para poder recordar los datos tenían que ir ubicando en la colección de muestra de sus dedos el valor numérico de los mismos y memorizar la incógnita.
- ✧ Niños que ya poseían la representación numérica y podían simplemente utilizar su memoria para resolver la incógnita con estos.
- ✧ Niños que solo podían recordar el último o el primer dato y lo asociaban con la pregunta del enunciado, situación que impedía que los niños pudieran estimar un resultado y que en algunos casos recurrieran a dar su respuesta basadas en el patrón repetitivo.

En las sesiones de la propuesta se hizo evidente que los problemas con más de 2 datos, son un obstáculo para los niños resolverlos por medio de cálculo mental, o estimación, debido a falta de retención de todos los datos, y por ello que se hacía necesaria la relectura; un ejemplo de esto se presentó en los siguientes problemas, los cuales presentan más de dos datos:

Juan compró en el almacén 4 camisas azules, 2 rojas y 2 blancas. ¿Cuántas camisas compró en total Juan?

Edisson trajo para el taller 4 martillos, Pedro trajo 2 destornilladores, Juan trajo 1 alicate y Santiago trajo 1 llave. ¿Cuántas herramientas tenemos en total para el taller?

Aunque los datos son cifras pequeñas, retener 3 ó 4 datos implica para los niños dificultades para la búsqueda de solución del problema de manera rápida y efectiva, en estos casos las respuestas eran dadas basadas en los procedimientos del conteo.

En la prueba Post-test, se observó cómo las sesiones a lo largo de la propuesta permitieron mejorar los niveles de atención y retentiva numérica en los niños, conllevando esto a una retención de datos de manera más efectiva aumentándose la cifra de 10 niños que retenían dos datos a 15 niños, lo cual influye directamente en el aumento de la participación de estos en las sesiones.

Retener los datos de una situación matemática planteada, implica desarrollar memoria a corto plazo, concentración y atención, llevando esto a que los niños den respuestas más efectivas.

Elección de operaciones:

La correcta elección de operaciones depende en gran medida de la comprensión del enunciado y de la buena retención de datos del mismo, y con base en esta elección posteriormente se dará una respuesta al problema planteado.

En la prueba Pre-test, se observa que no todos los niños logran esta correcta elección debido a la falta de comprensión del enunciado y a la retención de datos.

En las sesiones de la propuesta esta categoría logra un avance significativo, ya que los niños identifican más fácilmente el tipo de operación a realizar, ya sea suma o resta, gracias a que en el mismo enunciado estaba implícito el procedimiento a seguir, como lo muestra el siguiente ejemplo:

En la vitrina de la panadería solo queda un pan y el panadero saca del horno 4 panes más. ¿Cuántos panes hay ahora?

Es importante anotar que los niños relacionan la suma y la resta con palabras claves, así:

Si en el enunciado me regalan, o se gana o se compra indica una suma.. por ejemplo:

Para la peluquería tenemos 1 frasco de gomina, Camila nos regaló 2 y Andrés nos regaló 1. ¿Cuántos frascos tenemos en total?

En este caso algunos niños decían *“como nos regalaron hay que sumar”*.

Si en el enunciado se vende, se me pierde, o me quitan indica una resta. Por ejemplo:

En el almacén hay en la mañana 9 vestidos y Julian vendió en la tarde uno. ¿Cuántos vestidos quedaron en el almacén?

Estas abreviaciones taquigráficas utilizadas por los niños son estrategias que ellos utilizan para identificar una operación, pero no siempre les va a dar resultado, y crea una confusión en ellos, lo que sucedió en el siguiente ejemplo:

Juan tiene 2 tuercas, ¿Cuántas más necesitan para ajustar 10?

La palabra más (+) implícita en el enunciado indicaba una suma, generando esto una confusión en los niños, dando como respuesta 12 tuercas, y por ello se hizo necesario la relectura del enunciado para que ellos comprendieran mejor la incógnita del mismo.

En la prueba post-test, todos los niños acertaron en este punto, cada uno a su ritmo de agilidad matemática, con los niños de proceso más lento se les hacía necesaria la relectura de los enunciados para llegar así a la elección correcta.

Es importante antes de hacer la elección de la operación a realizar hacer consciente la incógnita del enunciado para tener claro el procedimiento a seguir.

Realización de las operaciones:

Esta categoría está estrechamente relacionada con las categorías anteriores y dependiendo de su interiorización y manejo se va a llegar a una buena y correcta realización de las operaciones, de lo contrario las respuestas al problema planteado no van ser las correctas, y los mecanismos utilizados para llegar a ella serán equivocados.

La realización de las operaciones es la categoría que más apunta a la actividad matemática central de preescolar, que es la composición y descomposición de los números del 3 al 9.

La prueba Pre-test, nos muestra que 10 niños realizaban las operaciones por medio del procedimiento de conteo, 8 por patrón repetitivo y 2 por cálculo mental.

En las sesiones de la propuesta se observa que los niños en los procedimientos de contar determinan el resultado de una suma o de una resta representando las cantidades en una colección de muestra (dedos) que les ayudan a construir la

situación que le sugiere el enunciado para luego añadir o quitar el número de elementos indicados. En cuanto a este tipo de colección de muestra se observa que los dedos son un contexto que facilita los descubrimientos en los niños, es evidente que contar de uno en uno es, para ellos, lo que les permite con mayor seguridad representar las cantidades, lo cual lo hacían de la siguiente forma:

- ✧ Utilizan el volver a contar todo, representan cada una de las cantidades por medio de colecciones de muestra, como sucedió en el siguiente enunciado: Juan Pablo hizo 4 goles y Santiago hizo 3 goles. ¿Cuántos goles hicieron entre los dos? Crean un colección de 4 dedos , añaden o levantan otros 3 dedos, y vuelven a contar todo, cuentan el conjunto de dedos levantados. Para controlar la cuenta, suelen decir cada palabra-número al mismo tiempo que ejercen presión con el dedo correspondiente en la mejilla o en el suelo.
- ✧ Otros niños ya no necesitan formar una colección de 4 dedos, pero, en cambio, continúan recitando la serie de las palabras-número hasta 4 y sí necesitan la colección de 3 dedos, donde continúan con los números 5, 6 y 7 para dar su resultado.
- ✧ Otros niños ya no necesitaban recitar el comienzo de la lista de los números, este procedimiento empleado es el subcomptage, donde decían 4 y de este modo toma la cuenta del total en el camino.
- ✧ Otros niños en vez de formar directamente una colección de muestra de 3 dedos, los levantan de modo sucesivo, diciendo 4 sin hacer nada, diciendo cinco y levantando un dedo, seis y levanta otro, siete y levanta otro, en este caso estos niños proceden a contar por partida doble: lo que se ve constituye un “contador” que le permite controlar cuantas palabras-número pasan después de 4, cuando los niños leen 3 palabras-número después de 4 (las ha contado

con los dedos), cabe pensar que en esta forma de subcomptage los dedos ya no representan objetos, sino palabras-número.

- ✧ En la resta utilizan la técnica que consiste en contar lo que queda. Así: Sara tiene 8 mangos, si le regala 2 mangos a Mateo, ¿cuántos mangos le quedan a Sara? Crean una colección de 8 dedos, bajan 2 y cuentan lo que queda.

Los procedimientos de conteo es un proceso donde al principio, cuando los niños “vuelven a contar todo”, las únicas entidades que pueden contar son los objetos. De modo progresivo, sustituyen los objetos por palabras –número.

Esta sustitución se produce primero en la cantidad inicial (acceso a la primera forma de subcomptage) y después en la cantidad que se añade (acceso a la segunda forma de subcomptage). Este proceso de sustitución de objetos por palabras-número cuando el niño cuenta está acompañado en el plano verbal por el descubrimiento de reglas. El niño descubre que, la relación de sucesión de las palabras-número (cinco) es el siguiente a (cuatro) corresponde al añadido de una unidad (cinco es uno más que cuatro), y que, por extensión, para añadir 2 unidades, hay que tomar el siguiente del siguiente, que para añadir 3 unidades, hay que coger el siguiente del siguiente del siguiente...

Este es el proceso que se observó en los niños en los procedimientos de conteo, en cuanto al procedimiento de cálculo encontramos que: 9 niños resuelven los problemas sin constituir colección alguna, sin mover los dedos ni los labios. Aparentemente no cuentan y obtienen la solución directamente en la cabeza, con la única ayuda de las representaciones numéricas.

En la prueba Post-test, se analiza un cambio notable donde 9 niños realizan las operaciones por medio del procedimiento de conteo, basados en las colecciones de muestra de los dedos donde se apoyan para dar el resultado, 2 niños por

patrón repetitivo, donde se observa mejoría en este aspecto, permitiendo observar un mayor análisis por parte de los niños para dar sus respuestas y 9 niños por cálculo mental, donde anteriormente eran 2.

Estos últimos niños lograron establecer una relación directa entre cantidades a partir de sus representaciones numéricas, sin pasar por la construcción física de una o varias colecciones cuyos elementos se cuentan.

Siendo ésta categoría la que más evidencia el desarrollo de habilidades de cálculo mental en los niños.

En ambas pruebas se evidencia claramente, que los niños pueden resolver problemas de esquemas aditivos, mucho antes de que hayan interiorizado el simbolismo aritmético, ya que éste no lo logran manejar en ninguna de las dos pruebas por si mismos, y es por ello que en el momento de representar simbólicamente la operación realizada, los niños utilizan los signos del más (+), menos (-) e igual (=) a través de un trabajo dirigido, el cual era apoyado en la esquematización previa de estos símbolos.

En este mismo momento de la representación simbólica se presentaba con gran frecuencia los números invertidos, los cuales eran corregidos por ellos mismos y las respuestas por patrón repetitivo, situaciones que fueron mejorando por la implementación de la propuesta al trabajar la composición y la descomposición de los números

En la primera sesión de la prueba post-test, 3 de los niños se dejaban llevar por la percepción, y sus respuestas en cuanto a ¿Cuál conjunto es mayor que? eran basadas en su impresión visual, aun después de decir la cantidad de elementos que había dentro del conjunto, estos niños juzgan según su impresión general del tamaño espacial y no ven la necesidad de descomponer los conjuntos en

unidades, solo tienen una totalidad perceptual, esto se debe a la falta de representaciones mentales presentes en estos niños.

Los problemas simples, que se resuelven a través de una sola operación aritmética y donde los datos determinan de manera unívoca el algoritmo de resolución, son los problemas más fáciles de resolver por los niños a través del cálculo mental, en cambio los problemas inversos que se resuelven a través de una sola operación, pero precisan de la reversibilidad algorítmica, implican para los niños recurrir al procedimiento del conteo para llegar a su solución.

Igualmente se observa que los enunciados con más de 3 datos, implican la relectura del mismo, e impiden su resolución por cálculo mental en los niños de preescolar.

Se observan grandes movilizaciones en los resultados obtenidos en la prueba post-test, esto se debe a las situaciones significativas presentadas a los niños para darle un mejor sentido y un mejor desarrollo a su pensamiento matemático, situaciones que le permitían al niño ejecutar múltiples acciones y resolver todas las preguntas necesarias para desarrollar su pensamiento.

Dentro de estas situaciones significativas, está la resolución de situaciones problema, situaciones donde no hay una respuesta inmediata y que crean desequilibrios en los niños.

En la prueba Pre-test encontramos dificultades en los niños a la hora de resolver situaciones problema, como lo fueron:

- ✧ Falta de comprensión de la pregunta y de los términos.
- ✧ Falta de transformación, de los procesos matemáticos precisos para obtener una respuesta.

- ✧ Falta de destrezas procedimentales donde los niños no sabían realizar las operaciones matemáticas que el problema les exigía.
- ✧ Falta de esfuerzo mental.

A lo largo de las sesiones de la propuesta estas dificultades se fueron solucionando, mostrando como resultado en la prueba post-test las siguientes características.

- ✧ Los niños logran hacer una buena y mejor decodificación del lenguaje lógico-gramatical.
- ✧ Se observa un avance significativo en la recodificación del lenguaje lógico-gramatical al lenguaje matemático, donde los niños hacen una sustitución acertada de cantidades concretas por su correspondiente número, traducen los problemas en fórmulas operativas y enfrentan y comprenden mejor los enunciados que poseen estructuras gramaticales con diferentes grados de complejidad.

Dentro de esas grandes movilizaciones también encontramos que los niños ya elaboraron el concepto de número y por tanto conocen el número de elementos que tiene un conjunto dado (contar), se iniciaron en la comprensión de los mecanismos que intervienen en las operaciones aritméticas básicas logrando desarrollar la capacidad de razonar lógicamente en la resolución de problemas sencillos, igualmente iniciamos el desarrollo de procesos cognitivos de abstracción, comparación y asociación, además con la implementación de la propuesta logramos acceder a ciertas nociones matemáticas e iniciar en determinadas técnicas y automatismos básicos en etapas posteriores, todo ello trayendo como resultado una mejor apropiación de los conceptos matemáticos, los cuales se reflejaron en los niños en el siguiente grado (primero) en comparación con los demás niños no participantes de esta propuesta.

Contraste posterior de los resultados

Tanto en la prueba pre-test, en las sesiones de la propuesta y en la prueba post-test, encontramos que el material concreto, sigue siendo la fuente principal de confrontación de resultados en los niños de preescolar, ya que los conceptos matemáticos que adquieren los niños tienen su origen en las experiencias que pueda tener con este tipo de material, las acciones directas con estos objetos es lo que le permite al niño representar el mundo físico y representar en su mente los procesos matemáticos.

La confrontación con el material concreto va más allá de la manipulación de los objetos, de la agrupación, de la clasificación, de la seriación, es más una interiorización de las acciones que se realicen directamente con los objetos, se produce una abstracción a partir de los resultados y se establecen relaciones mediante dicho material.

Además esta categoría nos permitió observar los diferentes procedimientos y estrategias utilizadas por los mismos para llegar al resultado.

La forma oral les permitía a los niños dar a conocer sus resultados indicando los procedimientos elaborados, teniendo una mejor comprensión del mismo, hasta el punto de darse ellos mismos cuenta de sus errores. Igualmente esto le permitió a los demás niños observar diferentes formas de encontrar los resultados elaborados por sus demás compañeros.

Teniendo en cuenta todo el análisis anterior de la propuesta de preescolar, podemos decir que, el aprendizaje del cálculo mental en estos niños debe realizarse de forma comprensiva desde el comienzo, incluyendo actividades de composición y descomposición de números para iniciar el concepto de conservación del número y para preparar al niño en el aprendizaje de la

reversibilidad de las operaciones, proporcionarles situaciones relacionadas con la vida diaria que favorezca el aprendizaje de conceptos numéricos, promoviendo la observación y manipulación de material concreto, realizando razonamientos sobre conjuntos de objetos: asociaciones, seriaciones, comparaciones, a la vez desarrollando el conocimiento del vocabulario y las experiencias numéricas y como ultima fase del proceso el conocimiento escrito del número y sus posibilidades de operar.

GRUPO 2:

Comprensión de la situación

La efectividad en cuanto a esta categoría, determina la calidad en el análisis de los datos y por ende la exactitud de los resultados. La comprensión de la situación puede darse por diferentes medios, tanto mental, escrito, gráfico, o de manipulación de objetos. El objetivo de la propuesta fue utilizar esta comprensión de los datos sin necesidad de apoyarse en otros instrumentos materiales favoreciendo así la agilidad en el cálculo mental.

Con este grupo fue necesario, en las primeras sesiones de aplicación de la propuesta, representar gráficamente algunas situaciones planteadas, como en el caso de la liguilla de la estimación, en la cual uno de los planteamientos era:

“Si la rana está parada en la piedra 3 y su casa está ubicada en la piedra 73, ¿cuántos saltos debe dar para llegar, si cada piedra va de 10 en 10?” . “Si la rana está parada en la piedra 33 y su casa está ubicada en la piedra 733, ¿cuántos saltos debe dar para llegar, si cada piedra va de 100 en 100?”.

Fue necesario dibujar la situación para entender desde qué número se empezaba a contar, y qué debían realizar, puesto que al leer “contar de 10 en 10” o de “100 en 100” entendían contar “de a 10” o “de a 100” pues ellos decían que el primer

número indicaba de a cuanto se contaba, al plantear “comenzar en el 3 o en el 33 y cada piedra va de 10 en 10 o de 100 en 100” hubo conflicto para comprender si se contaba de 3 en 3 (33 en 33) o de 10 en 10 (100 en 100). Las gráficas ayudaron a que comprendieran la situación y en especial el valor de cada piedra.

También planteaban que si se contaba de 10 en 10 o de 100 en 100 el resultado debía terminar en 0, olvidando que el problema decía: “ si la rana está parada en la piedra 3 o 33 “, la respuesta debía terminar en 3, ya que para la mayoría de los niños de la muestra al contar de 10 en 10 solo consideraban el contar de decena en decena, obviaban las unidades y luego le quitaban o le agregaban al total.

Ejemplo: 13, 23, 33, 43, entre estos números no consideran que hay diez, la situación la comprendían y ejecutaban así: $13 + 10 = 10 + 10 + 3$.

Les costaba identificar que de 13 a 23 había diez unidades, planteaban las situaciones mentalmente así: $13 + 10 = 20$, luego al hacerlo por escrito agregaban las tres unidades que omitían de la primera cantidad; al finalizar la propuesta algunos lograron aclarar este concepto y otros aún lo conservan y sólo logran resolver adecuadamente el ejercicio por escrito o realizando conteo uno a uno (13, 14, 15...).

Con este ejemplo se puede ver que el niño establece parámetros para resolver sus cálculos, los cuales utiliza con alguna frecuencia, y por lo general le da resultado, cuando no lo consigue comienza un proceso de cuestionamiento y replanteamiento, al mismo tiempo adecuación de las estrategias a diferentes situaciones.

Se puede decir que al comenzar la implementación de la propuesta, les costaba comprender los problemas o situaciones planteadas, en el transcurso de la intervención se pudo obviar la utilización de gráficas o relecturas, ya que ellos

estaban más atentos a lo que se les preguntaba y la representación de la situación la hacían mentalmente. Algunos cerraban los ojos para representarla, sin embargo en la comprensión de la última estrategia: “Patrones” fue necesario realizar muchos ejercicios para comprender en qué consistía y cómo se podía aplicar a las situaciones, en ésta se notó que fue más complejo el nivel de abstracción ya que implicaba la conservación de uno o varios dígitos pero su valor posicional variaba.

Ejemplo : $18 + 16 = 34$

$$180 + 160 = 340$$

$$1800 + 1600 = 3400$$

se conservan los números 16 y 18, sólo cambia el valor posicional. En el resultado se conserva el 34, cambia el valor posicional.

Dentro de esta categoría se pudo observar que además de la comprensión de las estrategias lograron en la mayoría de los casos aplicarlos eficazmente (cada niño utilizaba la estrategia explicada u otras aprendidas anteriormente).

En el post-test se notó avance general en cuanto a la comprensión del enunciado, al hacerles preguntas sobre la misma situación sabían como operar, así se les planteaba el problema inverso anticipando la operación que debían realizar; sin embargo a un niño se le dificultaba comprender el planteamiento, al pedirle que hiciera un recuento de la situación recordaba la mayoría de los datos pero sin orden lógico, haciendo la referencia a las cantidades y se tomaba mucho tiempo para decir que debía hacer, hasta el punto que sus compañeros comenzaban a desesperarse y le daban la respuesta; en cuanto a las estrategias, la mayoría aplicaba un orden lógico para hallar los procedimientos, la rapidez y la eficacia mejoró notablemente, algunos eran tan atentos que daban el resultado correcto inmediatamente se terminaba el enunciado.

Esto está directamente relacionado con la atención y la seguridad en sí mismo, de la cual depende la comprensión de la situación presentada, caso específico dos niños quienes al iniciar la intervención se notaban poco ubicados en las actividades, pero al desarrollar cada una de las estrategias y su aplicación podían operar al igual que sus compañeros, justificando cada uno de los resultados obtenidos.

En general aprendieron a utilizar los diferentes procesos correctamente, al comprender la situación los niños pudieron emplear la flexibilidad del pensamiento donde toman conciencia de los distintos caminos que pueden seguir para poder llegar a la solución del problema, cada niño estudiaba la situación y de acuerdo a su reflexión personal y razonamiento de la misma, elegía el camino más apropiado, la elección de estos en algunos coincidía, otros distaban en la estrategia pero seguía siendo válido el procedimiento puesto que el resultado era el mismo.

Por ejemplo en un problema algunos realizaban las sumas por sumandos iguales para llegar al resultado pedido, otros aplicaban dobles y agregaban el resto, en la estrategia del doble más uno algunos sumaban los dos números, otros seguían la estrategia, $15+16=31$, lo hacían $15+15=30+1=31$ ó $5+6=11$, “entonces coloco el uno después del tres por que $1+1=2$ y como llevaba uno 3”.

La comprensión del enunciado potencializa la calidad de la estimación que se pueda realizar, gracias a ella se puede comprender cuál es el mejor camino y que otras estrategias pueden aplicar, ya sea, redondeo, eligiendo el tipo de redondeo, ó truncamiento y que tipo de truncamiento.

En esta categoría es primordial el tener en cuenta el ensayo y error, al leer varias veces el enunciado esto se ponía de manifiesto, los niños ensayaban y al no hallar el resultado o al confrontar que otros encontraban unos diferentes, volvían a

replantear la situación para verificar y reconstruir su esquema de actuación; estos esquemas se encontraban de varios tipos como los citados en el referente teórico conceptual:

- ✧ Problema de cálculo estimativo, reformulación, traslación, compensación, cálculo, resultado, valoración. Ejemplo: al leerse la situación o problema de cálculo estimativo “el columpio más alto del circo está a 100 metros del piso, el primer malabarista sube al columpio más bajo que está a 20 metros, el segundo malabarista sube hasta la mitad del columpio más alto, ¿cuántos metros subió el segundo malabarista? ¿Cuántos metros le faltaron al primer malabaristas para alcanzar al segundo? ¿Cuánto le faltan al segundo malabarista para llegar al columpio más alto? ¿Cuántos metros subieron entre los dos malabaristas?

- ✧ Los niños escuchaban cada uno de los planteamientos, los reformulaban en ocasiones de forma mental al hacer la representación del mismo o pedían que se les leyera nuevamente el problema.

- ✧ La traslación la utilizaban al organizar los datos presentados y escoger aquellos que necesitaban en cada una de las preguntas que se derivaban de la misma situación, realizaban cambios en las operaciones o en el orden de los datos. Por ejemplo el columpio más alto está a 100 metros, si subió hasta la mitad ($100-50$ ó $50+50$) trasladaban la operación de la suma o de la resta para hallar el resultado y así consecutivamente en varios de los planteamientos realizados.

- ✧ Compensaban los pasos planteados con los datos dados por el problema, tratando de reducir el error que podía presentarse al realizar el cálculo, dicha compensación en este esquema era notoria en el proceso de estimación, y en

las sumas y restas cuando redondeaban algunos datos por exceso o por defecto, equilibrando unos con otros.

- ✧ Realizaban el cálculo elegido posteriormente a la comprensión del enunciado, teniendo en cuenta la cantidad, la unidad, la aproximación en muchos casos y el sistema de numeración.

- ✧ Daban el resultado inmediatamente realizaban el cálculo.

- ✧ Valoraban el resultado comparando el producto encontrado con la situación presentada.

- ✧ Otro esquema de actuación: problema de cálculo estimativo, reformulación, traslación, truncamiento, cálculo algorítmico usual, compensación en resultado y valoración. Como en el caso de las estrategias de ceros donde después de comprender la situación truncaban los datos utilizando únicamente los primeros datos significativos, calculaban con el algoritmo usual, en este caso la suma, por lo general, compensaban el resultado agregando los ceros que se habían obviado al realizar el truncamiento, daban el resultado completo y valoraban su exactitud.

- ✧ O también seguían el esquema: problema de cálculo estimativo, reformulación, cálculo, resultado, valoración; este fue el esquema más utilizado durante toda la propuesta, los niños leían el problema, o lo escuchaban, lo reformulaban al explicar lo que iban a hacer o cómo lo entendían, aplicaban la o las estrategias, daban el resultado y lo valoraban en comparación con los resultados dados por los demás y legitimaban el resultado de esta estimación.

De acuerdo a la comprensión del enunciado el niño sigue el esquema de actuación que más se ajusta a su propio proceso que corresponde a la forma cómo se comprendió o se asimiló.

Retención de los datos

Es de anotar que los esquemas de actuación presentados anteriormente en la comprensión del enunciado, están directamente relacionados con la retención de datos en cuanto a la reformulación, traslación, compensación y cálculo, ya que siguen un proceso lógico derivado de la comprensión, para lograr una buena retención de los datos, de ésta dependerá la eficacia y reducción del margen de error al realizar los cálculos y al explicar cómo se aplicó la estrategia.

Esta categoría se pudo observar en los momentos: realizo estimaciones, calculemos en grupo, opero con algoritmos.

Cuando uno o varios problemas, poseen un encadenamiento similar, se les hace más fácil la retención de datos; al plantear una cierta variación, retienen con menos efectividad los datos preguntados.

Por ejemplo: “Juan vendió 8 paquetes de crispetas, cada paquete costaba 10 (100) pesos, si le pagaron con un billete de 100 (1000) ¿cuánto dinero tiene que devolver?”.

Recordaban sin ninguna dificultad que vendían 8 paquetes a 10 (100) pesos, pero hubo que dividir el problema en dos partes, una el valor de los 8 paquetes, después de hallar este resultado se buscaba la diferencia de ese dato con respecto a los 100 (1000) pesos con que le pagaron para saber cuánto debían devolver, de la comprensión y retención de los datos podían elegir la operación a realizar

En general se pudo observar que los niños retenían los tres primeros datos, como en el caso de la sesión del carrusel de juegos en donde al plantearles el siguiente problema:

“En los juegos de la calle se mandaron a hacer trofeos para premiar a los ganadores, el costo de estos fue de 10.000 pesos para el de la pirinola, el de golosa costó el doble del primero, el de canicas el valor del segundo más el primero y el de lazo el doble de este último” se les repetían los datos e iban llevando la cuenta, al final dieron el resultado sin incluir el último dato, “el doble de este último”, operaron hasta un punto, por lo cual fue necesario hacer un análisis de cada uno de los datos hasta que notaran cuales habían realizado y cuáles faltaban para completar la operación y hallar el resultado correcto.

En el post-test, aunque se mejoró en la retención de datos se sigue notando que los niños no retienen eficazmente más de tres datos, si lo hacen, retienen partes, mas no cantidades, ni información completa, es decir que debe repetírseles por varias ocasiones los datos de manera que puedan operar con ellos cuando los valores son muy grandes, esto se debe según el referente teórico conceptual a cualquier persona “normal” retiene máximo 10 dígitos.

Un ejemplo de esto se presentó en el siguiente problema, el cual presenta muchos datos: En el barrio vamos a formar un equipo de fútbol, el lunes llegaron 8 (16) niños a inscribirse, el martes se inscribieron 4, el miércoles otros 4, el jueves 4, y el viernes 4. ¿Cuántos niños llegaron a formar el equipo de fútbol?.

Aunque las cifras eran pequeñas, el recordar 6 dígitos con sus correspondientes datos les complicaba la retención, dificultándoles la búsqueda de diferentes caminos para resolverlo, es decir la flexibilidad del pensamiento porque no tenían claros los datos que debían utilizar.

Otra característica presentada en algunos problemas era cuando comenzaban a sumar todos los datos, sin esperar a la formulación de las preguntas que les indicaran que hacer, por ejemplo: “Un automóvil recorre 7 kilómetros por vuelta, ¿cuántos kilómetros ha recorrido al finalizar 10 vueltas?”, la respuesta inmediata de los niños fue 17, sumando $10+7$ sin analizar que debían sumar 7 veces el 10.

Dentro del proceso de retención de los datos deben tenerse en cuenta ciertas exigencias que mejoran o entorpecen este proceso, ellas son la actitud y la memoria.

En lo que hace referencia a la actitud, hablamos de su capacidad de concentración y de centramiento que para los niños se hacía evidente desde su participación en cada uno de los momentos que representaban su cotidianidad y al mismo tiempo daban cuenta de sus hábitos e intereses, convirtiéndose así en la motivación para retener aquellos datos mencionados, así fuese necesario repetirlos.

Las respuestas veraces con respecto a la retención de los datos que se reciben de los niños dependen del agrado, atención y concentración que se tiene en el momento de plantear el problema o ejercicio.

Cuando los datos sobrepasan la capacidad de retención que tienen los niños, éstos recurren a la escritura con el propósito de no olvidar ninguno de ellos, en caso particular 4 niños buscaban escribir donde les fuera posible y así al momento de operar tuvieran acceso a ellos, es decir que los pudieran mirar, escribiendo en el borrador, en la regla, en la mesa o en la mano, sin embargo hay otros niños que no requieren de la escritura para emitir sus respuestas de acuerdo a los datos recibidos. Para nuestro caso encontramos que los niños retienen con mayor facilidad el primero y último dato, y son los intermedios los que deben repetírseles con cierta frecuencia.

Los niños que presentan poca facilidad para retener los datos al momento de ser solicitada su opinión con respecto al problema, buscan emitir cualquier juicio o número parecido al resultado anterior, denotando poca racionalización del mismo y al confrontar su respuesta dan la explicación pertinente de su error.

Los niños retienen con mayor facilidad aquellas cifras que son terminadas en ceros, ejemplo, en el problema: “De la venta de frutas el sembrador recogió en dinero 100 pesos por manzanas, 50 pesos por peras, 50 pesos por naranjas, y 180 pesos de mangos, pero antes tenía 20 pesos. ¿Cuánto dinero tiene en total?”. “De la venta de frutas el sembrador recogió en dinero 10 pesos por manzanas, 5 pesos por peras, 5 pesos por naranjas, y 18 pesos de mangos, pero antes tenía 2 pesos. ¿Cuánto dinero tiene en total?”.

Con respecto a la memoria los niños retenían muy fácil los datos gracias al buen conocimiento de los números, para otros se les dificultaba, por ejemplo solo uno de los niños no identificaba bien los números mayores a veinte por lo tanto no retenía los datos que implicaban estas cifras, a no ser que fuera a nivel gráfico, pues a nivel mental no lo lograba. Cuando el niño puede establecer distintas asociaciones del concepto de número a unos datos dados le es más fácil retenerlos. Y hablamos entonces de una memoria numérica y asociativa.

Existe la particularidad de que algunos de los niños buscan relacionar los datos con vivencias personales que se refieren al tema, sin darle mucha importancia a las cifras que representan los datos, sino que los asocian con hechos específicos, solo después de reflexionar sobre la importancia de los datos para la elección de la estrategia a aplicar, tenían en cuenta aquellos datos olvidados para operar con ellos.

La efectividad de la retención de datos está dada también por la memoria estructural, el hecho de que los niños pidan nuevamente la repetición de los

datos, se debe a que están haciendo uso de tal estructura, puesto que incorporan estos datos a su esquema de actuación, los memorizan y buscan así la estrategia que pueden aplicar con ellos.

Cuando pueden establecer la estructura de los números y de las operaciones pueden retener datos con más facilidad, un ejemplo claro de ello lo tenemos en la estrategia “buscando el diez” en la cual podían hacer la retención estructural de las unidades que se aproximaban a diez, cien o mil $23+47=70$ por que $3+7=10$ y luego se suman los otros dígitos más el diez, sabiendo reconocer en qué cantidades se puede descomponer el diez y cómo con ellas se puede aproximar a los valores posicionales del sistema numérico.

Utilizaban también la descomposición de un número en sus dobles como el 70 en $35+35$ ó buscando el diez $30+30+10$ entre otras posibilidades; de aquí la importancia de la propuesta trabajada con los niños del grupo 1 en donde se enfatiza en la descomposición de los primeros números, esto tiene implicación al trabajar con datos más grandes.

La eficacia de retención de los datos está también relacionada con la edad de los niños, ya que fue evidente que a menor edad su objetivo principal era operar con los datos sin tener en cuenta los procesos de traslación, es decir la organización de los datos y de las operaciones, caso contrario se presentaba en edades mayores, los niños de 8 años en adelante retenían los diferentes datos, podían establecer un orden lógico, relaciones de mayorancia y minorancia, entre otras y por último establecían los resultados que les permitían competir en agilidad con los demás compañeros.

Los procesos de reformulación son usados como estrategia de modificación, ordenación y sustitución de los datos, de manera que sean manejables sin alterar la estructura del problema. Caso muy particular ocurría en aquellos niños que no tomaban en cuenta la reformulación como posibilidad de solución, sino como

recuento de los datos olvidados impidiéndoles así la modificación de los mismos para hallar otras posibilidades de solución.

Para los niños mayores la reformulación les permitía la aplicación de la estrategia más efectiva, ya fuera ordenando o sustituyendo aquellos datos necesarios o innecesarios, para facilitar el proceso operativo y dar respuesta a la situación.

Elección de las operaciones

Esta categoría se refiere a la reflexión personal que realizan los niños con respecto a aquellos caminos que consideran más convenientes para hallar la solución, buscando legitimar la estimación, desarrollar la flexibilidad de pensamiento, la realización de un ajuste y razonabilidad de los resultados.

Los niños pueden elegir entre diferentes caminos como son: los procesos de reformulación, compensación, valor aproximado, elegir los datos apropiados, según el objetivo a lograr, interpretar los datos siguiendo procesos de redondeo, truncamiento, procesos de sustitución, traslación y compensación.

Las reformulaciones las realizan entre ellos mismos, en ocasiones oralmente, cuando planteaban los diferentes caminos que elegían antes de realizar la operación propiamente dicha, a través del momento *explico cómo aplico la estrategia*, se lograba que los niños ampliaran su campo de razonamiento y tomaran conciencia de las diferentes operaciones que podían elegir para hallar los resultados y decidir entre éstas las más económicas que permitieran llegar más rápidamente a la solución de la situación.

Las compensaciones las realizaban antes, durante y después de la elección de la operación; antes, en cuanto replanteaban aquellas operaciones más convenientes para aplicar los mismos datos a utilizar y la forma de utilizarlos; durante el proceso, cuando comparaban verbalmente los procesos realizados y los resultados obtenidos notaban que era necesario agregar las cifras poco

significativas que habían obviado al realizar la operación utilizando su propia estrategia y después del proceso, al compararlos con los resultados dados por los demás y compensar la estrategia propia utilizada con las empleadas por los otros compañeros.

Ejemplo: en la estrategia del número misterioso, para hallar el resultado de $45+47$, algunos niños no tuvieron en cuenta las cifras más significativas para ellos, sumando $40+40=80$ (omitiendo las unidades) ó $45+45=90$ (dejando de contar 2 unidades del segundo sumando), al confrontar con sus compañeros compensaban las cifras que faltaban.

El proceso de traslación se observa al elegir el orden de los datos y las operaciones, por ejemplo si realizaban primero una suma, una resta y una multiplicación o una suma, una resta y sumas sucesivas, entre otras operaciones que podían elegir mentalmente en el momento de enfrentarse a la elección del procedimiento más indicado para encontrar la solución.

En cuanto al análisis cualitativo realizado en esta categoría se pudo notar que se presentaba dificultad para elegir la operación y especialmente cuando el problema era compuesto, (por ejemplo si se debía realizar una suma y luego una resta) esto durante las primeras sesiones, cuando los niños no poseían la suficiente capacidad de abstracción, y poca concentración. A partir de las sesiones 7 y 8 reflexionaban para escoger la operación, haciendo además uso de estrategias anteriormente explicadas y trabajadas, comprendiendo mejor las posibles operaciones que podían realizar, ejemplo: sumas sucesivas, ceros, o dobles (algunos establecían patrones con estas estrategias), en general reconocían la operación que debían utilizar, sumas por grupos, sumas de diez en diez, restas.

Un hecho para resaltar en la implementación o utilización de las estrategias como elección de operación, era que introyectaban los mismos algoritmos de las

operaciones elementales para aplicarlos más fácilmente a estrategias que les permitiera utilizarlos de una forma más eficaz. Por ejemplo en la estrategia de los dobles más uno en el cual utilizaban el algoritmo de la suma de una forma más dinámica $32+33= 32+32+1= 65$ o en la conmutatividad donde buscaban varios órdenes de los datos, que al sumar dieran el mismo resultado.

Algunas de las estrategias más elegidas eran las relacionadas con ceros y dieces, aplicándolas a la mayoría de las situaciones planteadas, éstas estrategias hacían posible la elección y manejo del truncamiento con el mismo número de dígitos, puesto que trabajaban con los primeros dígitos más significativos y luego añadían los ceros correspondientes al mismo número de dígitos de los datos utilizados, por ejemplo en el problema: “el acomodador organizó una tanda de 10(100) niños, luego una de 30 (300) niños y por último una tanda de 40 (400) niños, ¿Cuántos niños ingresaron en total al teatro?, para hallar los resultados sumaban los números $1+3+4$ y luego agregaban un cero.

En estrategias más complicadas como en las de nueves o patrones redondeaban los datos que no eran enteros a dieces y luego sumaban lo que les faltaba, ejemplo: $960 +320= 900+300= 9+3 = 10+3-1= 12$ se agregan luego los dos ceros que se habían truncado dando por resultado 1200, luego sumaban $60+20= 6+2=8$, agregan el cero y el resultado será 80, por último sumaban $1200+80$ por lo tanto el resultado será 1280.

En el post-test, identificaban correctamente la operación que debían realizar, no había confusión entre suma, resta, o multiplicación. En ocasiones utilizaban la multiplicación por sumas sucesivas o reemplazaban sumas de sumandos iguales por multiplicaciones; con relación al pre-test se notó una mejor comprensión en los problemas que implicaban multiplicación en cuanto a la elección de la operación, esto únicamente en los niños mayores, los menores no utilizan aún el algoritmo de la multiplicación, pero compensan éste con el de sumas sucesivas.

Aquellos niños que demostraban mayor capacidad y agilidad en la elección de operaciones asumían una posición de liderazgo y de crítica de las elegidas por los demás, en el post-test, cada uno buscaba utilizar la estrategia que se aplicaba al problema planteado sin tener en cuenta las respuestas de los demás compañeros y responder por su propia elección, dando cuenta de una maduración obtenida durante el desarrollo de las sesiones tanto a nivel cognitivo (comprensión de las estrategias y su estructura matemática) y de movilización de procesos (diferentes formas de hallar los resultados siguiendo varias posibilidades)

Al avanzar la intervención, en los niños aumentaban las posibilidades de elección de las operaciones en cuanto reconocían diferentes procedimientos expuestos por ellos mismos durante los momentos de las sesiones, esto permitía ampliar el campo de intervención, comprensión y ejecución de los procedimientos, aquí los niños exponían otras estrategias diferentes a las trabajadas en la sesión pero que de alguna forma las implicaban, como son: El redondeo, el conmutar, el agregar ceros, el doblar, estimar por aproximación, aplicar las tablas de la suma, la utilización del cálculo mental aditivo y en algunos momentos con los niños mayores el cálculo mental multiplicativo.

Partiendo del campo de conciencia matemática, entendido por Galí como la capacidad de capturar la esencia matemática de la situación planteada sobre los objetos a manipular. Los niños de la muestra buscaban adaptar los datos dinámicamente para así generar distintas relaciones que individualmente o por comentarios en equipo ponían en acción su capacidad operatoria para escoger entre las operaciones la correcta, al tener un amplio campo de conciencia matemática se aumenta también el número de posibilidades a escoger.

El ensayo error era muy evidente en esta categoría, al escoger una operación, camino o estrategia la ponían en práctica, si daba resultado comenzaba a ser parte del repertorio matemático adquirido, si no, volvían a buscar entre las

diferentes posibilidades, en todo momento el papel de los maestros investigadores en este aspecto fue primordial, pues debían manejar el error como una posibilidad de búsqueda, pero no como una sanción o reprobación. De esta forma se permite la movilización de esquemas matemáticos y de procedimientos a realizar en una situación determinada.

Los niños al elegir una operación toman en cuenta las diferentes posibilidades de operar de acuerdo con los datos dados, las diferentes representaciones de estos ayudan a la elección de diversos caminos que llevan matemáticamente al mismo resultado, esto relaciona la intuición que tengan los niños de la operación a realizar y la información obtenida sobre el problema, haciendo uso de la arquitectura estructural de los números y las operaciones.

La intuición es uno de los factores que aunque no podía observarse directamente, por ser un acto mental, se pone de manifiesto al elegir la operación, ésta corresponde también al campo de conciencia matemática adquirido que se utiliza intuitivamente para hallar el resultado, es decir, que el niño hace una estimación del estado final y a partir de esto deduce la operación, ejemplo si considera que el resultado es mayor a los datos iniciales, concluye que es una suma o multiplicación, en el caso contrario, considera que debía restar, respondiendo a una arquitectura estructural de los números.

Cuando los niños determinaban el tamaño de los números, tenían la posibilidad de utilizarlos con distintos recursos, cuando hacían un debido consenso a nivel individual y cuando emitían con cierta velocidad la respuesta, podía notarse el reconocimiento que tenían de la operación indicada para dar respuesta al problema planteado.

Los niños al sentirse seguros de los procedimientos planteados elegían efectivamente la operación a realizar, en ocasiones fijándose más en el proceso

que en el mismo resultado, sin embargo para ellos era primordial hallar la respuesta correcta con mayor rapidez, eligiendo aquellas operaciones que les ayudaran a alcanzar este fin, propiciando con esto la autocorrección y autorregulación.

El plantear actividades tanto grupales como individuales que incluyeran la parte oral, el trabajo colectivo y la discusión, favoreció una mayor comprensión y asimilación de los procesos a seguir.

Realización de las operaciones

Esta categoría está directamente relacionada con la anterior, el punto de variación está en la forma de realizar la operación que se ha elegido, teniendo en cuenta, la estructura matemática de la misma, de tal forma que no pierda su sentido.

En la realización de las operaciones, se aplican habitualmente una serie de trucos que consisten esencialmente en la descomposición de cada operación compleja en dos o más operaciones simples, el interés educativo del cálculo mental es la descomposición y la posterior composición de las operaciones, lo que enseña sobre la estructura de los números y las operaciones, y es difícil de realizar sin comprenderla.

Las actividades de cálculo estimativo tienen como finalidad principal hacer conciente al alumno que realizar un cálculo estimado conlleva varios procesos, aunque no necesariamente en un orden determinado. Se pudo observar que durante el proceso los niños se preguntaban en varias ocasiones en donde era conveniente actuar primero, sí sobre los datos o sobre las operaciones.

Las operaciones mentales, en un principio fueron realizadas con alguna dificultad porque no colocaban las decenas o unidades que faltaban, consideraban que sólo se podía llegar al resultado de una forma, siguiendo un modelo preestablecido

como en el caso de las sumas de forma vertical, enseñadas tradicionalmente, pero en la medida en que se implementaba la propuesta se facilitó la ejecución de las mismas, lo cual se pudo evidenciar cuando realizaban estimaciones y resolvían problemas mentalmente, los niños se dieron cuenta de que las operaciones no eran algo estático ni rígido, sino que implicaban procesos más dinámicos sustentados en las estrategias aprendidas.

Específicamente cuando utilizaban varias formas de realizar una suma, notándose más rapidez en las estimaciones que en el mismo desarrollo de los problemas propuestos, ya que cuando los cálculos mentales estaban relacionados directamente con situaciones prácticas y ellos tenían la oportunidad de vivenciarlos se les facilitaba la realización de la operación, caso contrario cuando se les leía o se alejaba de lo concreto o cercano a su experiencia.

En el momento en que los niños hicieron propias la utilización de las estrategias y aprendieron que se podía ser más creativo y que habían caminos más sencillos para realizar los cálculos, comenzaron a utilizar las operaciones con más agilidad y comprensión.

En el post-test se notó que siempre relacionan el concepto de resta con quitar, cuando se les dice “lo que falta a un número para...” se confunden con la forma de hacer la operación, identifican que sigue siendo una resta pero no hallan la forma de operar, principalmente por escrito. Mentalmente se les facilitó y algunos lo asocian con la suma (como operación reversible), le van sumando a lo que tienen hasta completar lo que necesitan aunque a varios niños se le dificultó hacerlo de las dos formas.

Respondiendo así a un modelo de disminución (deshacer el conteo parcial) para realizar la operación de la resta (contar tantos pasos hacia atrás) y para hacer la prueba y verificar la respuesta seguían un modelo de incremento donde utilizaban

la operación inversa, es decir, desde el dato menor cuanto pasos hacia adelante se deben dar para alcanzar el dato mayor.

Al principio el objetivo era dar la respuesta correcta, avanzando en el proceso, el fin se transformó en la realización de diferentes operaciones llevadas a cabo por descomposición y composición para operar con los algoritmos y cifras más sencillas haciendo más fácil la agilidad en el cálculo. Cuando los datos son mayores, los redondeaban, es decir, reducían el número de sus cifras significativas, y operaban mentalmente.

A través del desarrollo de la propuesta se logró obtener una destreza adecuada sobre algunos algoritmos mentales que permitían hacer los cálculos más fácil y rápido, ayudando a memorizar la estrategia. Por ejemplo en algunos algoritmos de la suma usaban la descomposición y recomposición, (mencionada anteriormente en el algoritmo de la resta), la cual consistía en descomponer los números de forma que facilitara una composición general más sencilla.

Por ejemplo en la estrategia de los nueves en la cual debían descomponer un dígito ($90+40=(9+1)+(4-1)=13$ luego se agrega el cero, la respuesta será entonces 130) recomponiéndolo para hallar el resultado, al aplicarlo en el juego este algoritmo se memorizaba y permitía hacer más fácil el cálculo de las operaciones.

Al empezar la intervención los niños del segundo grupo buscaban operar de acuerdo a los datos que iban apareciendo, luego en el post- test se notó una gran diferencia puesto que seguían procesos de traslación en donde lograban organizar los números de mayor a menor haciendo uso de un cálculo mental aditivo básico más eficaz.

El uso de los métodos y estrategias de la recolocación se evidenció al explicarles la estrategia de buscando el diez, algunos ya la utilizaban, sobre todo los niños

mayores, aproximando las unidades a decenas, esto lo pudieron poner en práctica en el juego implementado en la sesión del banco en donde debían resolver el ejercicio para consignarle al banco o para aumentar la cuenta propia, ejemplo $620+180+50=600+100=700$, $20+80= 100$, $700+100+50= 750$.

Los niños que no tenían claro el valor posicional no podían operar correctamente para dar los resultados correctos, por lo cual debían nuevamente operar.

Al realizar las operaciones podían seguir varias de las reglas de la estimación, pero se veía como prioridad el redondear por exceso a cifras terminadas en ceros, el redondeo lo hacían a decenas, centenas o a miles, según su grado edad y desarrollo. Por defecto no lo hacían puesto que era muy evidente la dificultad de realizar dos operaciones al mismo tiempo.

Mientras los niños realizaban las operaciones se pudo observar que:

- ✧ Determinaban la magnitud y el sentido de una aproximación.
- ✧ Determinaban el número exacto a partir del aproximado y la aproximación.
- ✧ Calculaban un porcentaje de aproximación.
- ✧ Comparaban dos aproximaciones para decidir: cuál era la más precisa, y si alguna de ellas era una estimación inadecuada.
- ✧ Reconocían las cifras significativas de un número. Los niños menores reconocían hasta las dos primeras cifras, y los mayores hasta las tres primeras. Redondeando así efectivamente un número a sus primeras cifras significativas. Dando como explicaciones hechos concretos vividos en su cotidianidad en los cuales reconocían el mayor uso de cifras relevantes.

- ✧ Limitaban los cálculos corrientes a tres cifras significativas para operar más fácilmente con ellos.
- ✧ Estimaban el orden de magnitud del resultado, si era mayor o menor a los datos dados.
- ✧ Evaluaban la importancia de la introducción de un número aproximado en la precisión del resultado de una suma o resta. La exactitud de los resultados que tenían los niños dependía de la estrategia que mejor dominaran, como la de los ceros, dieces, dobles, buscando el diez, la familia del diez, los nueves, aquellas que no introyectaban como fáciles o prácticas las obviaban en el momento de utilizarlas para hallar las respuestas.
- ✧ Compensaban las aproximaciones para aumentar la precisión del resultado.

Para realizar las operaciones también seguían procesos de reformulación y así llegaban a una operación aritmética más manejable, por ejemplo, en cuanto a la utilización de los primeros dígitos, haciendo uso de los dígitos más significativos a través de las dos técnicas más usuales que son el redondeo y el truncamiento.

Dentro del redondeo, elegían el tipo de redondeo de los datos, el cual dependía de la situación en la que se encontraran, es decir determinando la precisión necesaria solicitada para el resultado.

Los niños mayores, realizaban redondeo de los datos a números exactos, allí olvidaban los ceros, para operar con cifras más pequeñas, ejemplo: en el banco el 5583 lo aproximaban a 5600 y luego operaban solo con 56 (extracto de redondeo) así podían operar más rápido, evitando perder la cuenta por la complejidad y

cantidad de números. Por último valoraban el resultado y aprobaban o desaprobaban el tipo de redondeo realizado.

Al realizar las operaciones los niños, en especial los mayores, aplican las propiedades de éstas, como la distributiva, la asociativa y la conmutativa teniendo en cuenta la debida algoritmización presente en las mismas.

Las estrategias enseñadas durante las propuestas no fueron las únicas trabajadas por los niños, ellos utilizaban éstas y otras, como eran:

- ✧ Añadían el cero.
- ✧ Contaban de uno en uno subiendo.
- ✧ Seriaban de 2 en 2 subiendo.
- ✧ Añadían y quitaban el mismo número.
- ✧ Contaban de uno en uno bajando
- ✧ Asociaban: añadiendo uno y quitando uno del siguiente.
- ✧ Descubrían un número (hasta 10) de diversos modos.
- ✧ Descubrían las sumas que hacen diez, o complementos al 10.
- ✧ Utilizaban los dobles de los dígitos hasta el 5, los dobles más unos, menos uno y menos dos.
- ✧ Adicionaban el 9 subiendo la decena menos uno y aumentaban según el valor posicional.
- ✧ Utilizaban redondeos, recolocaciones, utilizaban el algoritmo por la izquierda, reproducción los algoritmos usuales.

Contraste de los resultados

Es evidente dentro de esta categoría, cómo los niños hacían contrastes de resultados con mayor facilidad en los cálculos mentales pues ponían en evidencia cada uno de los procesos aprendidos o sobre todo porque tenían claros los

momentos anteriores y la estrategia que mejor se aplicaba a la situación planteada, caso contrario en la elaboración de cálculos escritos que simplemente se dedicaban a buscar el algoritmo correcto.

Cabe anotar que dentro de esta categoría existía una dificultad que mejoró con el transcurso de la propuesta y la experiencia que les proporcionaba la misma, la cual consistía en que cuando se les leía el problema era más fácil comprender y encontrar las soluciones que cuando debían escribirlo, los niños mayores manifestaban pereza para confrontar por escrito, pues según ellos era innecesario hacerlo nuevamente si ya habían hallado el resultado.

Sin embargo en su mayoría los niños de la muestra consideraban que la confrontación de los resultados era realizar los cálculos de manera mental y dar solo el resultado correcto a la situación planteada, o también los realizaban nuevamente con los algoritmos comunes y siguiendo el procedimiento mecánicos, es decir, se dedicaban a dar resultados que asociaban con la vivencia de los momentos anteriores sin escribir procesos, ni mucho menos el algoritmo correspondiente a la operación y así respondían las demás situaciones que presentaran el mismo esquema.

En algunos casos a través de este momento se podía observar cuales estrategias utilizaban y como realizaban aquellas que elegían, otros utilizaban nuevas estrategias como por ejemplo en la multiplicación. En el problema planteado en el post-test, se evidenció claramente el proceso utilizado para su resolución así: “En un edificio de apartamentos cada piso tiene 12 bombillas y el edificio tiene 4 pisos, ¿Cuántas bombillas hay en el edificio?”

Este lo resolvieron así:

$$4 \times 10 = 40, 4 \times 2 = 8 \quad 40 + 8 = 48.$$

Descomponiendo el número 12 en 10 y 2, ya que es más fácil multiplicar por 10 y por 2 y luego sumar los dos resultados.

En el momento que se les posibilitaba el expresar oralmente las situaciones de estimación realizadas y al ser discutidas en grupo podían hallar con mayor efectividad y comprensión el algoritmo matemático utilizado en el momento de contraste de resultados.

Por lo tanto debe posibilitársele a los niños, comunicar oralmente las situaciones de estimación y representación del algoritmo a través de la discusión en grupo ya que ayuda a los alumnos a emplearlos y utilizarlos más eficazmente y además disminuye la tensión por los datos que deben quedar por escrito.

Todo esto se vivenció en cada uno de los momentos de la sesión, los cuales se consideraron pertinentes porque en cada uno de ellos se contextualizó a partir de la vida de los niños y de alguna forma contribuyó al uso y búsqueda de estrategias en cálculo.

En preescolar estos momentos ayudaron a la consolidación de una intervención efectiva, que correspondió a las necesidades de los niños y a sus intereses, cada momento aportó en gran medida al desarrollo de cálculos y al mismo tiempo contribuyó a la adquisición de varias estructuras matemáticas básicas que corresponden a la iniciación de los niños en el cálculo, como son la arquitectura estructural de los números, conceptos prenuméricos, conteos, descomposición y composición numérica, reconocimiento y manejo del sistema de numeración y la iniciación en la operatividad matemática.

Durante el desarrollo de la propuesta se observó que el **Momento Represento mi cotidianidad** realmente generó en los niños el interés necesario para que

lograran centrar su atención con naturalidad en los procesos matemáticos que se pretendían trabajar en los momentos siguientes.

La representación de lo cotidiano, permitió que los niños se involucraran directamente en la metodología de la propuesta, logrando interactuar en ella como sujeto activo y no como espectador de la misma, pues para ellos este primer momento fue muy motivante, innovador y participativo.

Aquí se logró involucrar a los niños en un aprendizaje matemático significativo donde se reflejaron las experiencias diarias de ellos con respecto a la manipulación de objetos de forma concreta que incidían directamente en el trabajo con cantidades que debían manejar mentalmente, lo cual permitió una mejor adquisición de la noción de las cantidades y del número.

En cada una de las sesiones se observó como los niños sugerían situaciones que ellos mismos formulaban lúdicamente logrando encontrarle un sentido propio a la representación de roles y a través de ésta acercarse a los conceptos matemáticos que les permitían enfrentarse a las situaciones problema y seguir procedimientos efectivos para hallar las soluciones de los mismos.

En el **Momento Calculemos en grupo** se tenía como base un juego matemático para realizar en equipo, el cual permitió acercar a los niños en la composición y descomposición de los números del 3 al 9 en forma lúdica, espontánea y colectiva.

En el transcurso del juego matemático los niños podían ir interiorizando poco a poco la representación gráfica del número que se trabajaba en cada sesión y de los demás números que se utilizaban en la composición y descomposición de éste, para luego operar con ellos en el siguiente momento.

En este momento de la propuesta, se comprobó que jugar con números puede llegar a ser la mejor manera de comenzar a conocer la matemática y de mejorar la capacidad de pensar con lógica y creatividad, el juego permitió hacer más atractiva la interacción con el mundo matemático e igualmente facilitar una mejor comprensión de las operaciones y de sus propiedades.

En el tercer momento **Resuelvo situaciones problema, confronto con material concreto y represento simbólicamente**, especialmente en las primeras sesiones de la propuesta en cuanto a la **resolución de situaciones problemas** se observó poca participación en las respuestas de los niños, esto se debió a la dificultad en la comprensión de los enunciados y a la retención de datos del mismo, en el transcurso de la propuesta los niños lograron asimilar la metodología del trabajo y aumentar así sus niveles de atención, conllevando esto a que los niños hicieran uso de estrategias de estimación para acercarse más concretamente al resultado de los problemas.

En lo que respecta a la **confrontación con el material concreto**, se encontró, a través de la intervención, que el uso de material como colección de muestra es una buena herramienta utilizada por los niños para verificar y confrontar sus resultados y realizar de alguna manera los procesos de reformulación y sustitución, presentes en la resolución de situaciones que exigen calcular mentalmente.

La parte culminante del tercer momento corresponde a **representar simbólicamente**, éste sirvió de ayuda pedagógica para acercar a los niños a la simbología matemática, tanto de la diferenciación de los símbolos gráficos como de su correspondencia sonora. Por último se llegó al reconocimiento de los símbolos del más (+) el menos (-) y el igual (=), a través de una ayuda visual dirigida basada en la abstracción, comparación y asociación que podían establecer con cada una de sus acciones ya que los niños no manejan la

simbología aritmética, a la vez que se observaba un incremento funcional del desarrollo lógico y la potencialización de los procesos cognitivos de los niños.

En el primer ciclo de básica cada uno de los momentos potencializaron habilidades de cálculo mental al mismo tiempo que se relacionaban con los intereses de los alumnos y la utilización significativa de estrategias de cálculo aditivo, entre otras.

El primer momento **represento mi cotidianidad** lo asumían los niños con mucho interés y motivación, en estos iban surgiendo situaciones que ellos mismos formulaban o analizaban matemáticamente en una forma lúdica, por ejemplo en las sesiones que implicaban el montaje de un restaurante, almacén, papelería entre otros, ellos asignaban los precios y las cantidades, los cuales se ajustaban a la realidad y a lo que ellos viven a diario e inclusive le hacían críticas a los niños que no conocían dichos precios con expresiones como: “ tan caro”, “ tan barato”, “tengo plata suficiente”, “ puedo comprar tanto porque...”, sabiendo el valor de un sólo objeto, se notó un buen uso del dinero en forma simbólica, llevaban bien las cuentas.

Al principio se veía la necesidad de trabajar con cifras pequeñas y se demoraban para hacer los cálculos, para pagar o devolver; en el transcurso del trabajo se pudieron aumentar las cifras; ellos mismos exigían el uso de cantidades mayores, las actividades que implicaban el manejo del dinero lo hacían más ágilmente llegando a manejar cantidades hasta miles como en el caso de las sesiones del banco, donde a través del juego consignaban o retiraban valores grandes.

Las mismas sesiones, en este momento, permitían además el desarrollo de actitudes, capacidades, descubrimientos, reconocimiento de talentos, y desempeño de roles, esto permitía que el niño se sintiera involucrado y comprometido desde su gusto por la actividad matemática lo que le generaba

seguridad en lo que hacía, esto se vivencio en sesiones como el circo, el hospital, la escuela, el viaje de vacaciones y el metro.

En el momento de **realizo estimaciones**, al principio del trabajo se mostraban desmotivados o apáticos al formularles los problemas, en el trascurso de la propuesta aprendieron a hacer inferencias de la actividad trabajada en el primer momento, al hacer los cálculos utilizaban los algoritmos de las operaciones básicas, para hallar el resultado, siguiendo el esquema que realizaban por escrito, ejemplo:

$$5 + 6 = 11 \text{ pongo una y llevo una.}$$

Y así para cada dígito de las cantidades sumadas, o en la resta: de 8 saco 4 y me queda 4.

Ejemplo de resta menudeando:

512-

44

De 2 no puedo sacar 4, le pido prestado 1 al vecino, el dos me queda en 12 y el vecino me queda en 0. Al principio de la aplicación de la propuesta resolvían las restas de esta manera, en el transcurso del proceso se notó que ya no era tan marcado este esquema, en cambio se veía el interés por utilizar las estrategias aprendidas.

Luego al familiarizarse y afianzar las estrategias utilizaban los mismos algoritmos de forma más rápida y eficaz, por ejemplo en la biblioteca. Al sumar los libros de cada materia: 12 (12) de sociales, 12 (12) de español, 24 (6) de ciencias, 24 (6) de matemáticas, hacían las sumas con dobles:

$$12 + 12 = 24$$

$$24 + 24 = 48$$

$$24 + 48 = 72$$

$$6 + 6 = 12$$

$$12 + 12 = 24$$

$$12 + 24 = 36$$

En lugar de:

$$12+12+24+24= 72$$

$$12 + 12 + 6 + 6 = 36$$

En este momento se trabajaba específicamente el proceso matemático y se analizaba la eficacia del uso de estrategias, se podía observar que varios niños las utilizaban, otros caían en cuenta de que había formas más rápidas de hallar los resultados, incluso a medida que se avanzaba se notaba la aplicación constante de estrategias anteriores.

Además así se les facilitaba su comprensión, las estrategias donde esto se evidenció más fue en las de ceros, dieces, dobles, dobles más uno, y en la estrategia donde se dificultó más fue en la de patrones, donde fue necesario retomar muchos más ejemplos para poder interiorizar y racionalizar el procedimiento.

A través de los juegos matemáticos el afianzamiento del uso de las estrategias fue más dinámico y provechoso, puesto que se tenía un para qué y un porqué hacerlas, en el desarrollo de los juegos ellos mismos explicaban como hacían las cuentas, incluso les indicaban a los otros como podían hacerlas. Con expresiones “hágala como yo la hago”, o preguntas como ¿Cuánto le falta a para ser igual a?

De aquí la importancia de tener en cuenta al plantear actividades matemáticas en el aula de clase, que estén abarcadas en un contexto, tengan una intencionalidad relacionada con intereses y motivaciones del niño convirtiendo cada planteamiento matemático en situaciones significativas, abstrayendo de ésta la aplicación del cálculo en especial el cálculo mental, puesto que las mismas actividades lo exigen, lo permiten y lo facilitan haciendo que el niño no se tense

ni se bloquee; pues el resultado no es para un agente externo que lo va a sancionar o a examinar sino que lo hace motivado.

El cuarto momento **explico como aplico la estrategia** se evidenciaba implícitamente en el tercero momento, ellos explicaban después de terminar de resolver cada situación problema como lo hacían, diciendo “yo lo explico”, “yo lo digo como lo hice”, explicando verbalmente el proceso que los había llevado al resultado. Un caso específico se presentó en una de las sesiones de El número misterioso, donde era necesario sumar $11+13$, la respuesta fue 24 y la explicación fue $10+10=20$ y $1+3=4$, entonces $20+4=24$

El quinto momento **opero con algoritmos para confrontar mis resultados**, sirvió al principio para establecer parámetros, para constatarles que el cálculo mental es tan efectivo e importante como el escrito pero más rápido; también se vio la importancia en la verificación pues permitió la autocorrección y autorregulación (Piaget), así se derivan los esquemas matemáticos en el proceso de pensamiento, asimilación, acomodación, equilibrio y desequilibrio; que de alguna forma se trabaja en el desarrollo de la propuesta.

Cada uno de estos momentos se considera esencial e indispensable para el análisis del impacto que en el ámbito cognitivo y de movilización de procesos tuvo la aplicación de la propuesta, ya que permite en lo cognitivo la apropiación del aprendizaje y de esquemas mentales necesarios para elaborar cálculos, la comprensión de estrategias matemáticas, en el uso de algoritmos de forma práctica y no mecánica, el análisis y comprensión de datos, la organización y elaboración mental de operaciones.

En cuanto a movilización de procesos los niños demostraban el “saber hacer algo” no sólo lo que comprendían y decían sino también lo que ejecutaban, adquiriendo técnicas y estrategias de acción a lo largo de la aplicación de la propuesta,

algunos de estos procesos son internos, los cuales se notaban en la efectividad de desempeños al elegir y realizar la operación necesaria y tomar los elementos del medio para hallar la solución.

HALLAZGOS

El análisis de la propuesta de intervención pedagógica, evidencia avances importantes en el desarrollo del cálculo mental en los niños de Preescolar, así:

- ✧ La composición y descomposición de los números del 1 al 9 adquieren una escala de dificultad entre el 7 y el 9 al calcular mentalmente, pues los niños operan más fácilmente con los números del 1 al 6, por ser cantidades para éstos visualmente más fáciles de contar y manipular.
- ✧ Trabajar la composición y descomposición en la escala de los números del 3 al 9, facilita los procedimientos del conteo y del cálculo mental.
- ✧ Los problemas aritméticos más sencillos para los niños resolver por medio del cálculo mental son aquellos donde hay que añadir o quitar una cantidad y que son planteados en un enunciado donde el niño solo tiene que operar con dos términos para hallar la respuesta (problemas simples).
- ✧ Antes de que los niños aprendan a manejar el simbolismo aritmético de la suma y de la resta, ya pueden resolver problemas de adición, mediante los procedimientos del contar o calcular, por lo que, los problemas donde hay que añadir o quitar una cantidad a otra se presentan como la estructura aritmética más sencilla para los niños.

En cuanto a los hallazgos encontrados en la implementación de la propuesta en el nivel de primaria, específicamente en el **primer ciclo de educación básica** tenemos:

- ✧ Todas las estrategias utilizadas por los niños estuvieron mediadas por el ensayo error como instrumento que permitía la reformulación de procedimientos más adecuados y la reequilibración de cada estrategia, logrando así la efectividad de la aplicación a seguir.
- ✧ Cuando el niño retiene eficazmente los datos, ya sea por similitudes, asociaciones o variaciones, se reduce el margen de error y puede explicar la estrategia que aplicó en la realización de los cálculos.
- ✧ A la hora de resolver un problema la reformulación no fue tomada en cuenta por los niños como posibilidad de solución sino como recuento de los datos olvidados.
- ✧ Los niños al adquirir un amplio campo de conciencia matemática aumentan también el número de posibilidades y caminos para resolver un problema.
- ✧ Al plantear distintas situaciones problema, los niños buscaban como prioridad de solución, las estrategias correspondientes a ceros y dieces; esto se evidenció en que las cifras dadas en las situaciones eran redondeadas por defecto o por exceso a dieces, cientos y miles, como formas de facilitar el hallazgo de la solución.
- ✧ La efectividad de los resultados se dio gracias al proceso lógico con que se presentaba cada una de las estrategias y al mismo tiempo la motivación y actitudes que les permitían mejorar sus propios procesos teniendo en cuenta ciertas exigencias que posibilitan óptimos resultados.
- ✧ La reiteración y práctica de cada uno de los momentos de la propuesta sobretodo de la retención de datos les preemitió a los niños desarrollar su

capacidad de memoria estructural, gracias al conocimiento que tienen de los números y el inquietarse por incorporar cada nuevo dato para una adecuada resolución del problema.

- ✧ Existe una mayor rapidez y efectividad para calcular mentalmente que para hacerlo por escrito ya que los niños manifestaron resistencia para representar simbólicamente la elaboración mental, si lo hacían solo escribían el resultado.
- ✧ Los niños al enfrentarse a situaciones problema que implicaba dos operaciones, se les dificultaba la comprensión del enunciado haciéndose necesario el trabajar cada operación por separado para obtener así el resultado.
- ✧ La comprensión del enunciado potencializo la calidad de la estimación que cada niño podía realizar.
- ✧ En la medida en que el niño se relaciona con situaciones problema que vinculan a su cotidianidad, éste encuentra una mayor necesidad de dar un significado lógico a los datos para poderlos resolver.
- ✧ Para obtener respuesta a los problemas planteados, los niños utilizaron el proceso de traslación el cual consistía en elegir el orden de los datos, mostrando mayor facilidad y destreza cuando eran ordenados de mayor a menor y luego si ser operados.

CONCLUSIONES

El propósito de esta investigación fue el plantear y probar experimental el impacto a nivel cognitivo y de movilización de procesos, de una propuesta de intervención pedagógica basada en actividades que permitieran la adquisición de estrategias que potencializaran habilidades de calculo mental abordadas desde la cotidianidad del niño, el trabajo en equipo y la confrontación escrita.

Las preguntas de investigación, los datos, las observación y el análisis nos permitieron concluir que:

- ✧ Las configuraciones de los dedos constituyen para las primeras cuentas matemáticas del niño una colección de muestra privilegiada.
- ✧ Abordar las situaciones problema de forma dinámica y en acuerdo con los intereses de los niños se pudo comprobar cómo ésta se ajustaba a los conceptos planteados en el referente teórico conceptual, puesto que se pudo confrontar su aplicabilidad en el proceso enseñanza aprendizaje de las matemáticas y su aporte con respecto al cálculo mental.
- ✧ El uso de estrategias de cálculo mental permite la confianza en el niño y el avance con respecto a lo cognitivo y de movilización de procesos esto no sólo en la dimensión matemática, sino en cuanto al desempeño general en su contexto.
- ✧ Esta propuesta permitió:
Contribuir al desarrollo de la flexibilidad de pensamiento.

Ir más allá de la cuantificación.

Tomar en cuenta los procesos y la integralidad del niño.

Hacer una evaluación y revisión permanente, continua y formativa del proceso, lo que permite reorientar las estrategias matemáticas y didácticas de manera oportuna a fin de lograr su mejoramiento.

La enseñanza de las matemáticas es flexible, tiene en cuenta el ritmo de aprendizaje de los niños.

- ✧ Los niños mejoraron efectivamente en cada uno de los procesos implicados en el desarrollo de habilidades de cálculo mental, potencializando la adquisición de las estrategias de análisis, abstracción y comprensión.
- ✧ La comprensión de la situación puede darse por diferentes medios: mental, escrito, gráfico o manipulación de objetos, todos ellos son válidos en cuanto a la apropiación del esquema de actuación a seguir para resolver los cálculos, sin embargo con el uso de estrategias y el desarrollo de habilidades en cálculo mental estos medios van reduciéndose cada vez más, trayendo como consecuencia la agilidad y flexibilidad del pensamiento en los niños, lo que les da más seguridad, efectividad, organización y creatividad al enfrentarse a situaciones problema.
- ✧ La efectividad en cuanto a la comprensión de la situación, determina la calidad en el análisis de los datos y por ende la exactitud de los resultados.
- ✧ Los niños además de desarrollar y potencializar habilidades para el cálculo mental, adquirieron mayor dominio en el pensamiento matemático; puesto que no requerían en la mayoría de veces de materiales gráficos para emitir distintos resultados sino que establecían una relación más personal con el conocimiento previo.

- ✧ La puesta en acción de cada una de las estrategias en las sesiones de trabajo, permitieron a los niños avanzar en el cálculo mental, disfrutar de las matemáticas, no sólo como acceso al mundo de los números, sino en el placer de aprender a través del juego.
- ✧ A través del proyecto de investigación y en la aplicación de la propuesta de intervención, se puede hablar de una correcta iniciación en el cálculo ya que durante todo el proceso siguieron diversos procedimientos de valoración, confrontación de resultados y la reiteración de su propio proceso.
- ✧ Cada uno de los aprendizajes fueron construidos a partir de la vivencia personal de los niños y primordialmente porque estaba presente la racionalización de sus propios resultados, por medio del momento explico como aplico la estrategia y opero con algoritmos para verificar mis cálculos.
- ✧ La propuesta motivó a los niños a aprender y a participar de cada una de las actividades matemáticas planteadas en las sesiones, se interesaron en el desarrollo de esta, lo que ayudo a la efectividad de los cálculos que iban realizando con cada estrategia puesto que, la motivación y el interés ayudan a centrar la atención la cual es fundamental en el aprendizaje de las matemáticas y en especial las habilidades de cálculo mental.
- ✧ Las experiencias matemáticas crearon mayor afinidad crearon mayor afinidad con el reconocimiento de los números sobre todo porque dio la capacidad de arriesgarse a operar con cifras mayores a su dominio valiéndose de la compensación y descomposición de los números y dando mayor comprensión y claridad al proceso a aplicar.
- ✧ Los niños mejoraron sus niveles de atención, concentración y memoria ya que en cada una de las intervenciones se exigía de estas habilidades para poder

comprender la situación, escoger entre varios caminos el más rápido y efectivo para hallar el resultado, estimar y valorar la aproximación o la calidad de las respuestas emitidas de acuerdo al planteamiento realizado.

- ✧ La importancia de la explicación de la estrategia utilizada es que ayuda a los niños a reequilibrar estructuras matemáticas, asimilan nuevos conceptos y procedimientos y los adaptan a su propio esquema de actuación.

- ✧ La propuesta de intervención pedagógica, además de desarrollar las distintas habilidades y la elección más correcta de las estrategias a aplicar de acuerdo a una situación problema planteada, permitió que los niños practicasen conceptos matemáticos básicos como lo es la operatividad y al mismo tiempo la aplicación de estos referentes reales tales como la devolución y cambio de dinero que hacen parte de la experiencia diaria del niño.

- ✧ Solo con el uso constante de las estrategias los niños lograron comprobar la eficacia y veracidad de estas, comenzando a introyectarlas y a estructurar otros esquemas de resolución matemática.

- ✧ Por la implementación de la propuesta, se pudo evidenciar como los niños establecían sus propias deducciones e hipótesis de las leyes que rigen las operaciones.

- ✧ Las estrategias trabajadas permiten un desarrollo y posesión de la arquitectura estructural de los números que en complemento con el análisis de los datos, la comparación con las distintas estrategias y otras operaciones que fundamentan un cálculo mental más lógico y estructurado.

- ✧ La composición y descomposición son fundamentales en el proceso de cálculo mental pues exige un análisis de las estructuras numéricas y los diferentes

caminos para trabajar con ellos y aplicarlos a los problemas mentales presentados.

- ✧ La implementación de las estrategias trabajadas durante la propuesta, generó mayor seguridad y comprensión en los niños evidenciándose en la puesta en práctica de cada una de ellas por la atención y pertinencia de la situación planteada.
- ✧ En lo que respecta al resultado de logros a nivel matemático y del área del lenguaje, se notó gran avance de los niños que participaron en la ejecución de la propuesta; puesto que se tuvo una mejor comprensión de las situaciones problema, de la retención, de la agilidad mental, la concentración y atención, lo cual está relacionado directamente con esquemas matemáticos y lingüísticos.
- ✧ El campo de posibilidades para la resolución de un problema se aumentó cuando los niños estaban en capacidad de debían redondear por exceso, descomponer, ó aproximar las cifras a números de mayor dominio.
- ✧ La efectividad de una propuesta de intervención pedagógica dependerá del dominio conceptual que el maestro posee y de la relevancia que le de a las necesidades e interés de los niños y la orientación pedagógica que se le dé a la intervención, también es primordial la continua evaluación del proceso con el fin de detectar posibles adecuaciones, reconstrucciones, complementos y variaciones que pueden presentarse de acuerdo a las situaciones y al contexto en el cual se desarrolle; de allí la importancia de planear actividades innovadoras que incluyan el trabajo en equipo, la confrontación escrita, y el trabajo individual del niño.

BIBLIOGRAFÍA

BEDOYA, M. JOSÉ IVÁN. Pedagogía, enseñar a pensar. Reflexión filosófica sobre el proceso de enseñar. Ecoe ediciones, Santa Fé de Bogotá DC. 1998.

CARNAHAN. BRICE. Cálculo numérico, métodos y aplicaciones. Ed. Rueda. Madrid 1979.

COHEN. DOROTHY H. Como aprenden los niños, Fondo de cultura económica, México. 1998

FRANCES. FLOURNOY. Las Matemáticas en la Escuela Primaria.

GARDNER, HOWARD. Arte, mente y cerebro, una aproximación cognitiva a la creatividad. Piados Básica. Barcelona. 1997

G. MIALARET. Pedagogía de la Iniciación en el Cálculo, ed. Kapelusz. Buenos Aires. 1962

GIMÉNEZ. JOAQUIM. GIRONDO. LUISA. Cálculo en la escuela, reflexiones y propuestas, ed. Graó. Barcelona. 1993

GÓMEZ ALFONSO. BERNARDO. Matemáticas: Cultura Y Aprendizaje. Nº3, Numeración y Cálculo, ed. Síntesis. 1993

GÓMEZ. GERMÁN RAFAEL. Teoría piagetiana del aprendizaje. Ed. Humanitas, instituto de investigación educativa. 1978.

GRIFFIN. P, NEWMAN. D, La zona de construcción del conocimiento. Colección Ministerio de Educación y Ciencia. Ed. Morata. Madrid 1991.

MONTGOMERY. G. C, Enseñanza de la matemática, la ciencia y los estudios sociales. Centro regional de ayuda técnica. Agencia para el desarrollo internacional. México. 1969.

P. de BOSCH. LYDIA. F. de MENAGAZZO. LILIA, Colección de auto construcción. La iniciación matemática de acuerdo con la psicología de Jean Piaget. e. Latina. Buenos Aires, Argentina. 1974.

PARRA. CECILIA. Didáctica de las matemáticas.

SEGOVIA. ISIDORO, CASTRO. ENRIQUE y otros. Matemáticas: Cultura Y Aprendizaje. N°9, Estimulación en cálculo y medida, ed. Síntesis. 1989

SERRANO. JOSÉ MANUEL, DENIA. ANA MARÍA, Infancia y Aprendizaje 39-40. Art. "Estrategias de conteo implicadas en los procesos de adición y sustracción". 1987.

STASSENBERGER. CATHELEEN, THOMPSON. A, Desarrollo de la persona desde la niñez hasta la adolescencia. Ed. Media panamericana, cuarta edición. Cap. 10: Años Preescolares: Desarrollo Cognitivo.

UDINAI ABELLO. FREDERIC, Matemáticas: cultura y aprendizaje. N° 10, Aritmética y Calculadoras, ed. Síntesis. 1992

V. de TAPIA. NELLY, T. de BIBIOM. ALICIA, Jugando con matemática para tercer grado. Ángel Estrada y Cía. S.A. Buenos Aires. 1981.