



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Facultad de Educación



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1803

**Transición aritmética al álgebra en la factorización de expresiones
algebraicas.**

WALTER AVILEZ CAMPUZANO

Asesores

GRIMALDO OLEAS LIÑAN

LUIS FERNANDO PEREZ RUA

**Trabajo presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y
Física**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MEDELLIN

2016

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

CONTENIDO

Facultad de Educación

Pág.

1. ANÁLISIS INSTITUCIONAL FACULTAD DE INGENIERÍA.....	11
1.1. Misión de la facultad.....	13
1.2. Visión de la facultad.....	13
1.3. Principios pedagógicos.....	13
1.4. Modelo pedagógico.....	14
1.5. Estrategia didáctica.....	15
1.6. Análisis curso del núcleo común.....	18
2. PROBLEMA.....	23
2.1. Pregunta de investigación.....	23
2.2. Objetivos.....	23
2.2.1. Objetivo General.....	23
2.2.2. Objetivos específicos.....	23
2.3. Justificación.....	24
3. ANTECEDENTES.....	27
4. MARCO TEÓRICO.....	31
4.1. Contenido.....	31
4.2. Introducción.....	31
4.3. Objeto matemático.....	34



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

4.4. Tipos de objeto	35
4.4.1. Enfoque ontosemiotico	36
Facultad de Educación	
4.5. Niveles de algebrización	37
4.6. Transición aritmética al álgebra	38
4.7. Razonamiento de Van Hiele	41
4.8. Fases de aprendizaje Van Hiele	43
4.9. Evaluación en el modelo de Van Hiele	45
4.10. Concepciones y representaciones	45
4.11. Polya – resolución de problemas	48
4.12. Tendencia directiva - desarrollista	49
5. METODOLOGÍA O PROPUESTA DE INTERVENCIÓN	52
5.1. Paradigma socio-critico	52
5.2. Enfoque cualitativo	53
5.3. Alcance investigativo	53
5.4. Método - Estudio de caso	55
5.5. Selección de muestra	56
6. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN	58
6.1. Encuesta – Cuestionario	58
6.1.1. Encuesta	58
6.1.2. Cuestionario	59
6.2. Prueba diagnóstica	60
6.3. Intervención	62

1803

1803



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

6.4. Quiz - Guía..... 62

1803

7. ANÁLISIS DE DATOS **Facultad de Educación**..... 65

7.1. Análisis prueba diagnóstica..... 69

7.2. Análisis Quiz – Guía..... 73

7.3. Resultado..... 78

7.4. Presentación de resultados y conclusiones..... 78

REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA..... 83

ANEXOS..... 92

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

LISTA DE TABLAS

Facultad de Educación

Pág.

Tabla 1. Grupos de investigación UdeA subdivido por cada ingeniería.....	17
Tabla 2. Porcentaje promedio de deserción acumulada por semestre y por programa en la modalidad presencial.	18
Tabla 3. Porcentaje promedio de deserción acumulada por semestre y por programa en la modalidad virtual.	19
Tabla 4. Correlación cruzada entre las series de porcentajes de ganadores y canceladores.	20
Tabla 5. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría.	41
Tabla 6. Resultados prueba diagnóstica.	71
Tabla 7. Análisis Naruto Niveles de Van Hiele.	76
Tabla 8. Análisis Bellota Niveles de Van Hiele.	76
Tabla 9. Preguntas acertadas prueba diagnóstica vs calificación definitiva algebra y trigonometría.	78

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
Gráfica 1. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en calculo II en el periodo 1996-1 – 2014-1.	19
Gráfica 2. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en Geometria Euclidiana en el periodo 1996/1 – 2014/1.	20
Gráfica 3. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en Geometria vectorial y analítica en el periodo 1996/1 – 2014/1.	20
Gráfica 4. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en Calculo I en el periodo 1996/1 – 2014/1.	21
Gráfica 5. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en Algebra y Trigonometria en el periodo 1996/1 – 2014/1.	21
Gráfica 6. Porcentaje Genero Estudiantes de Ingeniería 2015-1.	66
Gráfica 7. Condición socioeconómica de estudiantes de ingeniería 2015-1.	66
Gráfica 8. Gráfica Admitidos Institución Publica vs Privada.	67
Gráfica 9. Gráfica niveles en los que se consideran para las matemáticas estudiantes de ingeniería 2015-1.	67
Gráfica 10. Posibilidades de terminar su carrera.	68
Gráfica 11. Razones para estudiar ingeniería.	68
Gráfica 12. Rango de edades estudiantes Ingeniería 2015-1.	69

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Esquema general que resume la teoría de campos conceptuales.....	46
Figura 2. Pregunta tipo algebraica tomado de prueba diagnóstica.	61
Figura 3. Pregunta tipo algebraico tomado de prueba diagnóstica.	61
Figura 4. Pregunta tipo Geométrico tomado de prueba diagnóstica.	61
Figura 5. Formato explicativo del constructo geométrico de Van Hiele.....	64
Figura 6. Pregunta tipo Aritmético.	72
Figura 7. Pregunta tipo algebraico.....	73
Figura 8.Situacion Van Hiele.....	75

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo 1. Prueba Diagnóstica.....	92
Anexo 2. Pruebas Van Hiele.....	103

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

DEDICATORIA

Facultad de Educación

Este trabajo es la suma de muchos esfuerzos por eso lo dedico de manera muy especial a las siguientes personas ya que son los pilares en la edificación de mi vida personal y profesional, cada uno de ellos son el ejemplo de lo que represento de una u otra forma en mi formación en valores y en mi título profesional.

Sandra Avilés. Mi amada madre, guerrera de principio a fin, mil gracias por tu disciplina, esfuerzo y por tu constante apoyo, eres mi heroína.

Angie Avilés. Hermanita sé que siempre estarás a mi lado incondicionalmente mostrándome tu tenacidad, te amo mucho.

Laura Londoño. Mi futura esposa, ella es el espejo en el que siempre me quiero reflejar, eres un ángel con mil virtudes, sin ti este trabajo no hubiera sido posible gracias por tus mil traspasadas, consejos y palabras de aliento, cada día te admiro más.

Matías Avilez. Aun eres muy pequeño para comprender estas palabras, espero que cuando crezcas entiendas que no hay nada que adore y ame tanto como a ti, tú le diste un segundo aire a mi vida llenándome de esperanza y motivación.

Natalia Vásquez. La bondad y la caridad echa persona, mil y mil gracias por tu protección te quiero mucho.

A ti Dios mío que con tus enormes bendiciones me pusiste en el camino correcto con las personas indicadas, “Todo lo puedo en cristo que me fortalece” Filipenses 4:13

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

RESUMEN

Facultad de Educación

La aritmética está relacionada con algunos conjuntos numéricos tales como los números naturales, enteros y racionales y cimentada en operaciones básicas como sumar, restar, multiplicar y dividir pero puede existir una ruptura conceptual al momento de enfrentar al estudiantado con el álgebra, Como lo esboza Kieran (1989), los escolares al comenzar el estudio del álgebra, traen nociones y enfoques de uso en el trabajo aritmético, pero que no son suficientes para abordar el trabajo algebraico, ya que éste no es una simple generalización del aritmético. De lo anteriormente expuesto nace la propuesta de trabajo que da inicio a la pregunta de investigación la transición aritmética al algebra en la factorización de expresiones algebraicas. Debido a que dentro de contexto escolar cada letra es un signo grafico que representa un símbolo en la escritura letras que antes del algebra solo son utilizadas y representadas dentro de la oralidad, semántica, sintaxis y lingüística no más como el uso exclusivo de la lengua materna; quizás aquí radica la dificultad inicial al entrelazar todos aquellos símbolos representados desde el contexto de la comunicación llevados al entrañable mundo de la matemática, y por supuesto esta variación acarreará cambios cognitivos notorios en el desarrollo intelectual del estudiantado, ya que innumerables símbolos que anteriormente eran utilizados en la aritmética traen diferentes connotaciones en lo algebraico lo que genera choques con los anteriores significados, por eso a lo largo de este trabajo se intentara explicar las principales dificultades y problemáticas que traen consigo desde la escuela los nuevos integrantes de la universidad de Antioquia en la transición aritmética-algebra, relacionándolo con la factorización de expresiones algebraicas llevadas no solo desde lo procedimental y algorítmico si no como un concepto global formado desde un constructo geométrico, que permitirá evidenciar una de las problemáticas con las que inician los estudiantes de las nuevas cohortes y así mismo generar estrategias que permitan reducir los índices de deserción presentes en la facultad de ingeniería debido a los cursos iniciales de formación matemática tales como lo son algebra y trigonometría, calculo, geometría euclidiana, geometría vectorial y física.

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

ABSTRACT

Facultad de Educación

The arithmetic is related to some numerical sets such as natural numbers, integers, rational and grounded in basic operations such as add, subtract, multiply and divide but there may be a conceptual break when confronting the student with algebra, as outlined Kieran (1989), school to begin the study of algebra, bring concepts and approaches used in the arithmetic work, but they are not sufficient to address the algebraic work, since this is not a simple generalization of arithmetic. From the above comes the work proposal that initiates the research question arithmetic transition to algebra in the factorization of algebraic expressions. Because in school context each letter is a graphic sign representing a symbol in writing letters before algebra only are used and represented within orality, semantics, syntax and language no longer as exclusive use of the mother tongue ; perhaps here lies the initial difficulty to intertwine all those symbols represented from the context of communication led to the beloved world of mathematics, and of course this variation would result notorious cognitive changes in the intellectual development of students, as many symbols that were previously used in arithmetic they bring different connotations in algebraic generating clashes with the above meanings, so throughout this paper try to explain the main difficulties and problems they bring from school the new members of the university of Antioquia in arithmetic-algebra transition, relating factoring algebraic expressions taken not only from the procedural and algorithmic but as an overall concept formed from a geometrical construct, which will highlight one of the problems with initiating students new cohorts and likewise generate strategies to reduce dropout rates present in the engineering faculty because of the initial training courses such as mathematics are algebra and trigonometry, calculus, Euclidean geometry, vector and physical geometry.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

1. ANÁLISIS INSTITUCIONAL FACULTAD DE INGENIERÍA

El presente análisis es el resultado de la primera parte del ejercicio investigativo desarrollado en la práctica pedagógica I del pregrado Licenciatura en Matemáticas y física de la Universidad de Antioquia; la cual se realizó en la Facultad de Ingeniería de la misma universidad.

Con esta investigación se pretende identificar y analizar los factores que ocasionan la deserción temprana de la facultad de ingeniería al cursar las materias del núcleo básico, para así generar estrategias que permitan disminuir dicha condición. Se indaga sobre el contexto sociocultural, pedagógico y académico de la Facultad de Ingeniería; la información se obtuvo del documento rector emitido por la facultad de Ingeniería en 2004 acerca de la transformación pedagógica y diversas publicaciones del grupo de investigación ingeniería y sociedad en la revista digital ingeniería y sociedad.

La Universidad de Antioquia es la institución con mayor reconocimiento en el departamento de Antioquia y posee varias sedes a lo largo y ancho de este; la principal está ubicada cerca al centro de la ciudad de Medellín, donde se encuentra la Facultad de Ingeniería, la cual cuenta con gran espacio dentro del campus, con cuatro bloques donde se encuentran las aulas, laboratorios, oficinas y el auditorio; a esto se agrega que tienen acceso a aulas auditorios y sedes del campus.

La facultad tiene matriculados aproximadamente 8.800 estudiantes en más de 13 programas de pregrado y de posgrado. Los primeros son: Bioingeniería, Ingeniería Ambiental, Civil, Materiales, Sistemas, Telecomunicaciones, Eléctrica, Electrónica, Industrial, Mecánica, Oceanográfica, Química y Sanitaria.

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Las instalaciones cuentan con aulas espaciosas dotadas con sillas para cada estudiante, video beam, computador, tablero, un salón con escritorios especiales para dibujo, laboratorios, un centro de documentación, catorce salas de computación, espacios comunes con mesas, baños, cafetería y las oficinas de toda la parte administrativa. En cuanto a la movilidad hay ascensores, rampas y escaleras debido a que cada bloque posee tres y cuatro pisos.

Para identificar el aspecto teleológico se tomó como referente el texto titulado “Transformación Curricular Documento Rector” realizado por el Comité de Currículo de la Facultad de Ingeniería en el año 2004, en el que se encontró la misión de la facultad de Ingeniería.

1.1. Misión de la facultad

Enfrentar todos los desafíos presentados en las competencias internacionales para generar avances nacionales, para ello, cuenta esencialmente con mayor fortaleza, el elemento humano, su formación integral, sus instalaciones, en la variedad de sus programas y en su compromiso con la sociedad, a quien se debe como entidad pública.

1.2. Visión de la facultad

La Facultad espera ser reconocida nacionalmente e internacionalmente por el liderazgo profesional, tecnológico y humano de sus egresados y del personal que la integra, basado en la excelencia académica, en el impulso de la investigación y la extensión. Todo ello, dirigido a la competitividad del sector productivo, particularmente en las áreas de lo ambiental, la energía, la informática y los materiales. (Comité de currículo, 2004, pp. 12-13)

1.3. Principios pedagógicos

Entre los principios pedagógicos que reinan dentro la facultad de ingeniería se encuentran la resolución de problemas, ya que tiene como objetivo desarrollar capacidades que permitan plantear, examinar y analizar las situaciones, determinando si existen subproblemas que permitan ahondar la situación general, la formulación de hipótesis o explicaciones del problema y evaluarlas y así aplicar soluciones tentativas y descartar las que no muestran la suficiente evidencia o fortaleza; Segundo, la formación integral que pretende generar las competencias o el



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

saber hacer en contexto, la asimilación de estructuras conceptuales y procedimentales, y la incorporación de actitudes, valores y sentimientos, la interdisciplinariedad que promueve la concurrencia de saberes, haciéndose necesario un diálogo permanente entre ellos para encontrar la solución a diversos problemas y satisfacer las necesidades sociales en busca del desarrollo humano.

“La formación en investigación que hace alusión al desarrollo de competencias propias de los procesos de la ciencia y su aplicación a la docencia en ingeniería, la libertad de cátedra que permite al profesor exponer de forma autónoma su conocimiento en el marco de lo aprobado para el curso” (Comité de currículo, 2004, p. 30)

1.4. Modelo pedagógico.

El modelo adoptado por la Facultad de Ingeniería para impulsar la transformación curricular, es el desarrollista, en tanto aspira a hacer del estudiante un sujeto activo con capacidad de resolver problemas y construir conocimiento a través de la investigación y a hacer del docente un orientador y guía que crea ambientes estimulantes, brinda experiencias prácticas y permite el desarrollo de estructuras mentales. (Comité de currículo, 2004, p. 33)

Los cinco componentes que le dan el carácter de estructura al modelo son: el problema, el objeto, el propósito, la estrategia y la evaluación. El problema surge de la insatisfacción de los sujetos en relación con la situación específica manifiesta en el objeto de conocimiento a demás surge de la necesidad no satisfecha y puede generarse en el contexto, en las necesidades e intereses del sujeto o en el conocimiento mismo.

El objeto es la parte de lo real portadora del problema; el contenido es objeto del conocimiento. El propósito es la intención del sujeto de alcanzar cambios en o con el objeto, para que una vez transformado, satisfaga su necesidad y resuelva el problema. La estrategia o método, es la organización del proceso de enseñanza, en tanto proceso de comunicación y acción, son los pasos que desarrolla el sujeto en su interacción con el objeto, a lo largo del proceso docente. Las estrategias más utilizadas en este modelo pedagógico son: los proyectos de aula, el estudio de casos, solución de problemas y el seminario investigativo. Parte integrante de la estrategia metodológica son los medios o herramientas que se utilizan para la transformación del objeto.



“La evaluación, es la constatación permanente del desarrollo del proceso de modificación que el estudiante, mediante su proceso de aprendizaje realiza del objeto y de sí mismo” (Comité de currículo, 2004, p. 34).

Facultad de Educación

1.5. Estrategia didáctica

Se define a través del aprendizaje centrado en la solución de problemas y proyectos de aula, este último es más una estrategia metodológica para abordar el estudio de una disciplina o de un conjunto de saberes propios de disciplinas diferentes, con un enfoque investigativo, el cual permite a los estudiantes desde una situación problema el análisis de este promoviendo la investigación en diferentes ámbitos que permita no solo la solución de dicho problema sino también su articulación con su contexto. Las fases propuestas son: priorización y selección del Problema, el Problema y el proyecto, los objetos de estudio o contenidos, plan de acción. Diseño de Experiencias de aprendizaje, indagación o ejecución, sistematización y organización del conocimiento, evaluación y seguimiento del proyecto, evaluación de los aprendizajes.

Teniendo en cuenta todo esto la facultad de ingeniería en sus labores continuas, en pro de la formación de sus profesionales este enmarcada por la excelencia y la innovación por eso cuenta con programas que enriquecen la formación del estudiantado como por ejemplo:

Programa inglés para ingenieros: Es un programa que busca cualificar a los estudiantes en el manejo del inglés en todas las habilidades del idioma y con vocabulario de su área de conocimiento para facilitar su inserción en los procesos de internacionalización y mejores oportunidades en el mercado laboral. Siendo una de sus premisas que en el que los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia completen satisfactoriamente los seis (6) niveles que ofrece el programa, el estudiante estará en capacidad de aprobar un examen TOEFL o IELTS para ser admitido en cualquier universidad extranjera; podrá comunicarse a nivel oral y escrito con hablantes nativos del inglés y será capaz de utilizar estrategias de lectura para enfrentar cualquier texto escrito en inglés; tendrá conocimiento del vocabulario en lo referente a la ciencia y la ingeniería.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Ude@: Debido a las necesidades de la facultad de ingeniería de ofrecer un soporte a sus programas de educación formal fue creado Ude@ apoyados en las tecnologías de la información y comunicación, ~~cuenta con una gran cantidad de actividades con diferente formatos:~~ textos, videos multimedia interactivas y videoconferencias con docentes en tiempo real a través de la herramienta wiziq, aulas virtuales en la plataforma moodle en este modelo virtual el estudio depende más del esfuerzo de su estudiantado, con este modelo pedagógico se pretende dejar de ser un espectador en el aula para convertirse en un participante activo del proceso de aprendizaje.

Como objetivo general pretende ampliar la cobertura de la Universidad de Antioquia en su formación, diseñando y aplicando un modelo pedagógico apoyado en nuevas tecnologías de la información y la comunicación:

- Formar profesores y estudiantes para que asuman el nuevo rol que los ambientes de aprendizaje virtual requiere.
- Diseñar una estrategia didáctica que permita ofrecer cursos en diferentes programas académicos a través de diversas metodologías de enseñanza.
- Implementar estrategias comunicativas que permitan la interacción de estudiantes y profesores a través de nuevos modelos pedagógicos.

Unidad de Movilidad Nacional e Internacional de la Facultad de Ingeniería: Creada en el año 2009, es un espacio que ofrece asesoría y acompañamiento a los estudiantes, egresados, profesores y en general a toda la comunidad de la Facultad que desee participar en los programas de movilidad nacional o internacional, ya sea en modalidad de pasantía o doble titulación. La unidad posibilita información del campo internacional a nivel cultural, académico e investigativo propiciando la formación de ingenieros integrales conocedores del mundo, capaces de interactuar en diferentes culturas y con los conocimientos suficientes para difundir en otros idiomas los procesos que se llevan a cabo en los diferentes campos de las ingenierías, a nivel nacional e internacional, posibilitando un mejor acercamiento a las diferentes culturas y un mejor desempeño en el ámbito social.



UNIVERSIDAD

DE ANTIOQUIA

Grupos de investigación: La Universidad de Antioquia cuenta con 239 grupos de investigación, de los cuales 35 pertenecen a la Facultad de Ingeniería, y de estos los cuales 25 han sido reconocidos por Colegiencias, que a su vez se subdividen en Dependencias Académicas como lo son Ingeniería Ambiental, de materiales, eléctrica, informática, mecánica, médica, química y otras tecnologías.

A continuación, mostraremos los grupos de investigación divididos por dependencias:

Tabla 1. Grupos de investigación UdeA subdividido por cada ingeniería.

Ingeniería Ambiental	Ingeniería de Materiales	Ingeniería Eléctrica e informática	Ingeniería Mecánica	Ingeniería Médica	Ingeniería Química	Otras tecnologías
Ciencia y Tecnología del Gas y Uso Racional de la Energía Diagnóstico y Control de la Contaminación Grupo de Ingeniería y Gestión Ambiental Grupo de investigación en Gestión y Modelación Ambiental	Centro de Investigación, Innovación y Desarrollo de Materiales •Grupo de investigaciones Pirometalúrgicas y de Materiales Grupo de investigación en Materiales Cerámicos y Recubrimientos Grupo de Materiales Poliméricos Materiales Preciosos Grupo Cementos, Cerámicos & Compuestos Catalizadores y Adsorbentes	Sistemas Embebidos e Inteligencia Computacional Grupo de investigación en Manejo Eficiente de la Energía Eléctrica Grupo de Electrónica de Potencia, Automatización y Robótica Grupo de Investigación en Materiales y Sistemas Eléctricos Grupo de Investigación en Telecomunicaciones Aplicadas Grupo de Simulación de Comportamientos de Sistemas Ingeniería y Software	Grupo de Energía Alternativa Grupo de Diseño Mecánico	Grupo de investigación en Bioinstrumentación e Ingeniería Clínica Grupo de Biomateriales Avanzados y Medicina	Bioprocesos Catálisis Ambiental Procesos Físicoquímicos Aplicados Simulación, Diseño, Control y Optimización de Procesos Agroindustria & Ingeniería Procesos Químicos Industriales	Gestión de la Calidad Innovación y Gestión de Cadenas de Abastecimiento Grupo de investigación en Biomateriales Ingeniería y Tecnologías de las Organizaciones y de la Sociedad Grupo Ludens Grupo Geolímna Grupo de Investigación en Emprendimiento, Finanzas y Gestión Organizacional



Fuente: Realizada con datos de Facultad de Ingeniería (s.f). Recuperado de http://emagcreator.com/universidadeindustria/FACULTAD_DE_INGENIERIA_70_aos/pubData/source/FACULTAD_DE_INGENIERIA_70_aos.pdf

Por último en la facultad de ingeniería todos los pregrados tienen las materias específicas de cada programa y a su vez también tienen las materias del núcleo básico las cuales las tienen todas las ingenierías, Estas últimas no son dirigidas por la facultad, son dictadas por la facultad de ciencias exactas, estas materias son: calculo diferencial, algebra lineal, algebra y trigonometría, geometría vectorial, calculo integral, y descubriendo la física, estas materias plantean objetivos direccionados a emplear los conceptos en el planteamiento y resolución de problemas como aplicaciones a las situaciones propias de la ingeniería, indagando por posibles vías de solución y determinando las más óptimas. Se espera que los ejercicios resueltos en la clase trasciendan lo meramente operativo e incentiven la comprensión de los conceptos vistos.

1.6. Análisis curso del núcleo común

La revista Ingeniería y Sociedad de la facultad realizó un análisis para conocer el índice de estudiantes que pierden, cancelan y ganan los cursos del componente básico, obteniendo los siguientes resultados entre los periodos 1996 a 2014.

Tabla 2. Porcentaje promedio de deserción acumulada por semestre y por programa en la modalidad presencial.

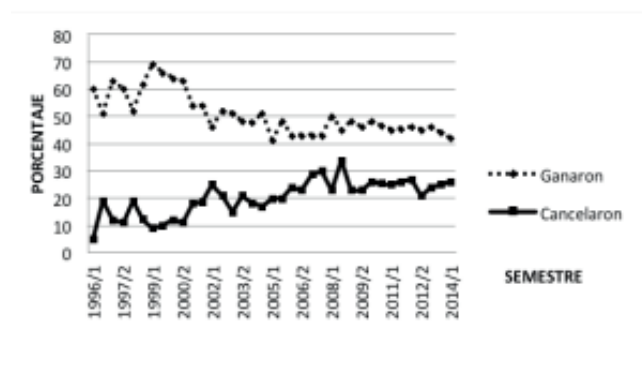




Ingeniería	Semestre													
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
Bioingeniería	17	28	35	40	43	46	51	53	57	61	68	63	71	71
Ambiental	19	27	33	38	42	45	45	51	53	65				
Civil	18	26	31	34	38	39	41	43	45	49	51	52	53	58
Materiales	24	35	43	51	56	58	59	61	65	66	68	70	73	76
Sistemas	18	28	34	39	41	43	47	48	49	48	52	55	58	58
Telecomunicaciones	22	31	40	46	53	57	61	64	67	68	68			
Eléctrica	22	30	39	43	48	51	56	58	58	58	59	64	63	63
Electrónica	14	21	27	33	38	40	44	44	46	47	49	51	48	43
Industrial	9	16	18	18	20	21	24	25	29	33	34	40	38	37
Mecánica	19	25	32	35	39	38	41	43	46	48	48	52	49	43
Química	12	20	26	30	32	34	37	39	40	39	39	40	37	34
Sanitaria	28	36	44	48	53	55	55	56	59	59	59	62	61	55
Facultad	18	27	33	37	41	43	46	47	50	51	52	54	54	52
Número de cohortes	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

Fuente: Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y Sociedad*, (10). Recuperado de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20175>. p. 77.

Gráfica 1. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en calculo II en el periodo 1996-1 – 2014-1.



Fuente: Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y Sociedad*, (10). Recuperado de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20175>. p. 70.

Tabla 3. Porcentaje promedio de deserción acumulada por semestre y por programa en la modalidad virtual.

1 8 0 3



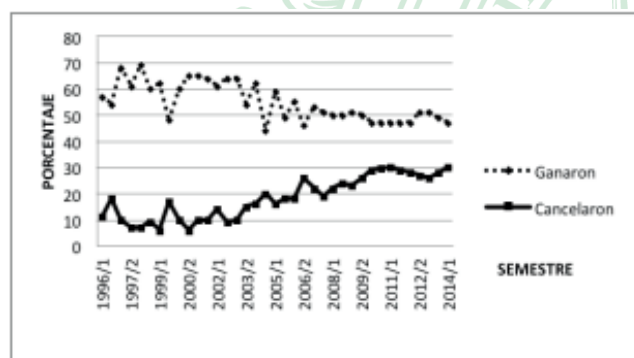
UNIVERSIDAD QUILA

Ingeniería	Semestre														
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV
Ambiental	17	78	70	85											
Sistemas	47	59	66	78	78	79	81	80	82	83	83	90	84	85	84
Industrial	43	54	58	63	65	65	64	68	69	68	69	72	73	73	73
Telecomunicaciones	37	50	58	64	68	72	75	74	78	77	79	82	81	82	81
Facultad	40	53	59	66	70	72	78	74	77	76	77	80	80	80	79
Número de cohortes	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2

ión

Fuente: Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y Sociedad*, (10). Recuperado de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20175>. p. 78.

Gráfica 2. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en Geometría Euclidiana en el periodo 1996/1 – 2014/1.



Fuente: Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y Sociedad*, (10). Recuperado de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20175>. p. 68.

Tabla 4. Correlación cruzada entre las series de porcentajes de ganadores y canceladores.

		Materias (ganadores)								
		GE	GV	A y T	CI	C II	C III	FI	F II	F III
Materias (canceladores)	Geometría euclidiana (GE)	-0.88	-0.65	-0.72	-0.82	-0.72	-0.28	-0.85	-0.62	-0.27
	Geometría vectorial (GV)	-0.58	-0.81	-0.51	-0.86	-0.75	-0.32	-0.8	-0.74	-0.48
	Álgebra y trigonometría (A y T)	-0.51	-0.36	-0.67	-0.6	-0.39	0.17	-0.68	-0.48	-0.46
	Cálculo I (C I)	-0.62	-0.6	-0.61	-0.92	-0.69	-0.22	-0.85	-0.77	-0.46
	Cálculo II (C II)	-0.54	-0.63	-0.54	-0.74	-0.87	-0.19	-0.72	-0.64	-0.36
	Cálculo III (C III)	-0.54	-0.66	-0.31	-0.64	-0.51	-0.54	-0.64	-0.62	-0.43
	Física I (F I)	-0.72	-0.65	-0.73	-0.83	-0.66	-0.12	-0.95	-0.69	-0.38
	Física II (F II)	-0.59	-0.63	-0.53	-0.85	-0.61	-0.32	-0.76	-0.84	-0.41
	Física III (F III)	-0.35	-0.69	-0.34	-0.49	-0.44	-0.11	-0.48	-0.56	-0.69

Fuente: Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y Sociedad*, (10). Recuperado de <https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20175>. p. 75.

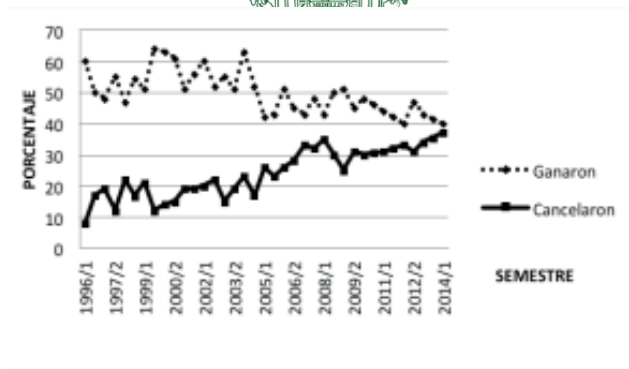
Gráfica 3. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en Geometría vectorial y analítica en el periodo 1996/1 – 2014/1.

1 8 0 3



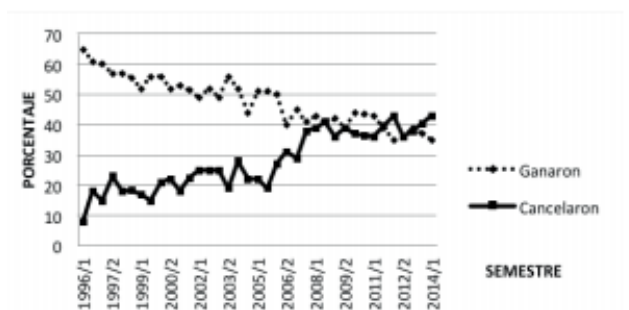
UNIVERSIDAD ANTIOQUIA

de Educación



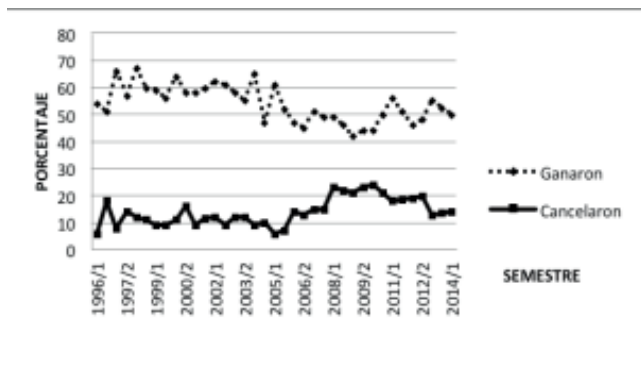
Fuente: Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y Sociedad*, (10). Recuperado de <https://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20175>. p. 69.

Gráfica 4. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en Calculo I en el periodo 1996/1 – 2014/1.



Fuente: Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y Sociedad*, (10). Recuperado de <https://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20175>. p. 70.

Gráfica 5. Porcentaje semestral de ganadores y canceladores en Algebra y Trigonometria en el periodo 1996/1 – 2014/1.



Fuente: Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y Sociedad*, (10). Recuperado de <https://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20175>. p. 70.



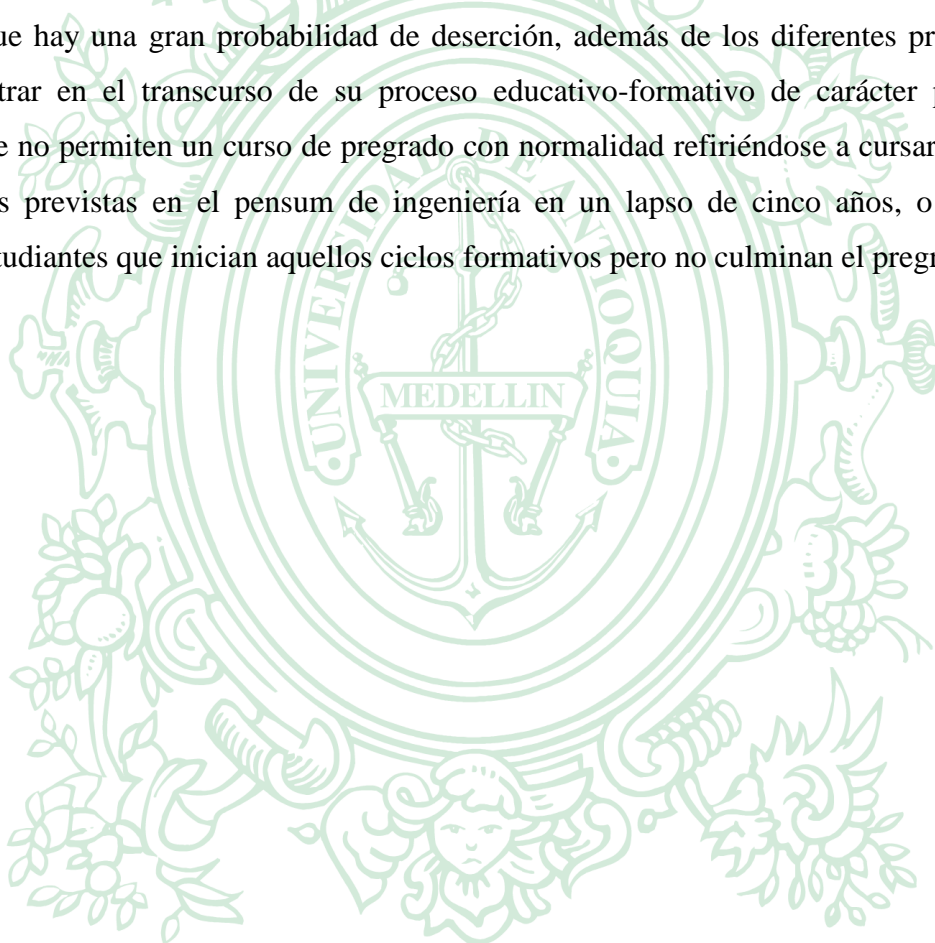
UNIVERSIDAD

DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

A partir de estos resultados se puede ver una tendencia de pérdida de cursos que en general es aproximada de 26,5% y un porcentaje de cancelación del 18,2%, lo que permite evidenciar el alto riesgo en que se encuentran los estudiantes al momento de cursarlas. Los estudiantes solamente pueden perder una materia dos veces, si a la tercera vez se pierde el estudiante quedará expulsado de la universidad; esta situación ha generado un gran problema, debido a que hay una gran probabilidad de deserción, además de los diferentes problemas que pueda mostrar en el transcurso de su proceso educativo-formativo de carácter personales y sociales que no permiten un curso de pregrado con normalidad refiriéndose a cursar cada una de las materias previstas en el pensum de ingeniería en un lapso de cinco años, o más radical aquellos estudiantes que inician aquellos ciclos formativos pero no culminan el pregrado elegido.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

2. PROBLEMA

Dificultades presentes en la transición de la aritmética al álgebra en la factorización de expresiones algebraicas, necesaria para la resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los admitidos para el semestre 2014-2 de la facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia

2.1. Pregunta de investigación

¿Cómo se da la transición aritmética al álgebra en la factorización de expresiones algebraicas en estudiantes de primer semestre de la facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia?

2.2. Objetivos

2.2.1. Objetivo General. Identificar las dificultades que se les presenta a los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia en la transición aritmética al álgebra en la factorización de expresiones algebraicas, para analizarlas y generar estrategias que permitan un aprendizaje conceptual de la factorización.

2.2.2. Objetivos específicos. Analizar las principales dificultades que se les presentan a los estudiantes en la transición aritmética - álgebra de la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia

Facilitar un acercamiento por parte de los estudiantes al concepto de factorización desde la aritmética, álgebra, y geometría.

Diseñar estrategias de reconocimiento y aprendizaje de la factorización para los estudiantes de la facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia.

1 8 0 3

2.3. Justificación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

El conocimiento algebraico es esencial por su aporte a la comunicación y expresión de la matemática, la construcción de modelos y a la estructuración de formas de razonamiento, conocimiento que está sustentado desde la aritmética y que se fortalece con el aprendizaje del álgebra, en otras palabras el paso de lo aritmético al lenguaje simbólico está relacionado con el uso de otros sistemas de representación, es decir la letras solo eran utilizadas desde la semántica desde la interpretación de símbolos llevados a la lingüística, las letras como esa unión entre la escritura y la oralidad y siendo el álgebra el común denominador de las áreas de las ciencias básicas, campo inicial de formación donde se sustenta la matemática universitaria no puede pasar desapercibido.

La factorización se ha considerado un tema que para algunos de los estudiantes iniciados en sus primeros ciclos formativos genera problemas de conceptualización por múltiples razones, método de estudio, falta de generalización entre lo aritmético y lo algebraico entre otras dificultades. Debido a que este se encuentra relacionado con los contenidos de los primeros semestres formativos se busca cómo plasmar didácticamente la enseñanza de este concepto de forma que los estudiantes lo comprendan y lo apropien para que su comprensión lo lleva a la aplicación, ya que en diversos momentos en su proceso de formación se encontrarán con temas que implican factorizar.

Cuando los estudiantes desarrollan la parte procedimental en una operación esta les permitirá mediante una serie de acciones obtener destrezas en la técnica, habilidad o estrategia las cuales están encaminadas dentro de la factorización a simplificar una expresión o reescribirla en términos de «bloques fundamentales» hay que resaltar que no todos los procedimientos son los mismo y no todos tienen el mismo grado de complejidad algunos son más sencillos que otros y adquirir este dominio posibilitara el “saber hacer” es decir que esa secuencia de pasos acarrear habilidades, que con llevan un fin, pues como se ha dicho estos contenidos:

Están conformados por conceptos, principios, leyes, enunciados, teoremas, sin embargo, no basta con obtener información y tener conocimientos acerca de las cosas, hechos y conceptos de una determinada áreas científica o cotidiana, es preciso además comprenderlos y establecer relaciones significativas con otros conceptos, a través de un



proceso de interpretación y tomando en cuenta los conocimientos previos que se poseen (González, 2009, párr. 7)

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

El proyecto pedagógico de la facultad de ingeniería busca entrelazar conocimientos y asociarlos con tal veracidad que permitan entender y solucionar cualquier tipo de situación; además hay que nombrar que el estudiantado pueda inferir sus propias hipótesis abstrayendo información y sintetizando datos, intentando darle validación de acuerdo a su interpretación es decir que aquellos se puedan modelar, en consecuencia las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde la elaboración matemática cobra sentido, es por esto que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende sean más significativas para el alumnado estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano, en el proceso de aprendizaje se hace un rastreo de la comprensión de los contenidos anteriormente vistos.

Desde el ministerio de educación se plantea que “Muchos estudios destacan los obstáculos cognitivos principales que la enseñanza tradicional - de la aritmética que frecuentemente se enfoca en los resultados de los procesos de cálculo más que en los aspectos relacionales y estructurales- oponen al desarrollo del pensamiento algebraico” (Romero et al., s.f, p. 2). En el que nos deja ver un problema fundamental en la transición de un tema a otro, en este caso la transición aritmética al álgebra en la factorización de expresiones algebraicas.

En la revisión de los planes de estudio de las diferentes áreas del componente básico de la facultad de ingeniería diseñado por la facultad de ciencias exactas y naturales se encontró que en las materias de álgebra y trigonometría se abordan los siguientes temas relacionados con la factorización: binomio de Newton, triangulo de Pascal, ecuaciones polinómicas, el polinomio cuadrático, raíces de una ecuación cuadrática, polinomio de grado superior, teorema del residuo y del factor, ejercicios de aplicación, operaciones con fracciones, simplificación de fracciones, descomposición en fracciones parciales, identidades trigonométricas, demostración de identidades y ecuaciones trigonométricas; además en el plan de área de cálculo diferencial también encontramos los siguientes temas relacionados: desigualdades, diferentes tipos de funciones, límites que incluyen funciones trigonométricas, límites al infinito y asíntotas de una curva, Formas indeterminadas, números críticos, por último en el plan del curso calculo integral:



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

integración por descomposición en fracciones parciales, todos los temas agregados al plan de estudio que tiene como finalidad contribuir al desarrollo del intelecto y de la capacidad analítica del estudiante, potenciando facultades cognitivas de orden superior y la abstracción, es decir el desarrollo de estos temas aportan al estudiantado en aspectos inductivos y deductivos.

En relación con la experiencia obtenida a partir de los talleres desarrollados en las inducciones de la facultad de ingeniería con los estudiantes que ingresaban, se desarrollaron diferentes ejercicios de los cuales se destaca uno. “El área de un cuadrado es de 25m^2 , su diagonal se incrementa en 5m, ¿Cuánto cambiará su área?”, este problema desde lo procedimental es efectuar un producto notable, el cual todos conocían, sin embargo todos desarrollaron el ejercicio de manera errónea, lo primero que hicieron fue distribuir el cuadrado a cada uno de los términos de la suma, cuando se procede a explicar que este es un producto notable todos se sorprendieron ya que pensaron que solo aplicaba para problemas algebraicos los relacionados con letras y variables. Es evidenciable las falencias entre los contenido que han abordado con anterioridad, ya que todos lo conocían pero no se conceptuaba, a pesar que este tema hace parte del currículo escolar no se presenta una asociación que permita una representación veraz de la situación que se les presenta; estos talleres no tuvieron la intención de detectar este problema, pero surgió de la interacción con los estudiantes y a partir de este resultado, es natural e interesante observar las causas y sus implicaciones.

Parece haber una tendencia en la forma de entender el álgebra escolar como la parte de las Matemáticas a utilizar trata de la simbolización de las relaciones numéricas, interpretándola como una aritmética generalizada. Este enfoque presenta algunos inconvenientes, ya que el álgebra no es sólo una generalización de la aritmética: aprender álgebra es algo más que hacer explícito lo que estaba implícito en la aritmética. El álgebra supone un cambio en el pensamiento del estudiante. (Gavilán, 2011, p. 95)

Apoiado en autores como Juan D Godino, Van hiele, Kieran entre otros se ilustraran teorías en rutadas a la representación simbólica y geométrica del concepto de factorización dado desde la multiplicación de áreas y desde la codificación de letras y su simbología matemática, para brindar una validez en el contexto mas no como una simple generalización de los temas relacionados con la aritmética.

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

3. ANTECEDENTES

Inicialmente es de resaltar que de una u otra manera muchos autores han abordado la transición de la aritmética al álgebra en sus investigaciones, a causa de ello la intencionalidad de ese trabajo de grado es identificar los problemas que se han venido presentando frecuentemente en los estudiantes de la facultad de ingeniería; basados en referente teóricos que han tratado el tema desde diferentes perspectivas, para luego intentar generar estrategias didácticas y disciplinares que nos permitan emprender procesos que vayan de acuerdo a la visión de dicha facultad. Para lograr hacer un acercamiento, se han tomado ideas de varias investigaciones que dan punta de partida como lo hace:

Nombre: Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo?

Autor: Paloma Gavilán Bouzas

Año: 2011

Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo? Paloma Gavilán Bouzas pp. 95-108 Universidad de Alcalá de Henares.*

Epistemológicamente el cambio aritmético al álgebra esta dado desde la resolución de problemas específicamente en la búsqueda de soluciones generalizadas desde la aritmética, donde el lenguaje algebraico es constante construcción iniciada desde la resolución de ecuaciones hasta el campo actual de la sustitución de letras por números. Se genera un barrido de las dificultades más comunes y las diferentes interpretaciones dadas del lenguaje algebraico tales como variable, generalización y simbolización, sintaxis matemática y codificación al lenguaje natural, es aquí donde la práctica docente como eje fundamental en el aprendizaje en el álgebra escolar, cobra su máximo sentido como el transmisor en rigurosidad de las estructuras matemáticas basado en el trabajo de pequeños grupos para asimilar dobles responsabilidades las individuales y las que están dadas desde lo grupal.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Nombre: De la aritmética al álgebra: números triangulares, tecnología y ACODESA

Autor: José C. Cortés^{1,8,0,3}, Fernando Hitt y Mireille Saboya

Facultad de Educación

Año: 2014

(De la aritmética al álgebra: números triangulares, tecnología y ACODESA.) REDIMAT, J. (2014) Res. Math. Educ. 3, No. 3, 220-252.

Su objetivo es ahondar entre la aritmética y el álgebra, mediante diferentes actividades que tienen como finalidad trabajar dos tipos de pensamiento matemático siendo estos el aritmético y el algebraico, mediante una visualización matemática que permita construir estructuras cognitivas dadas desde actividades que permitirán identificar y categorizar tipos de pensamiento y clasificar los aciertos y dificultades según sea el caso.

En concordancia con el trabajo investigativo que está enmarcado desde la transición aritmética - álgebra, se visualiza como estos conjuntos numéricos, son manipulados desde actividades que permitirán desglosar los términos matemáticos que conforman toda una sintaxis algebraica que permitirá concebir e desentrañar que tipo de pensamiento matemático es usado para cada caso, dicho lo anterior es necesario subrayar las dificultades que surgen al intentar generalizar cada campo numérico.

Nombre: La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en algebra por alumnos de 12 a 14 años

Autor: Palarea

Año: 1999

“La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en algebra por alumnos de 12 a 14 años” (Palarea, 1999) En la revista de didáctica de las matemáticas volumen 40, diciembre 1999, p. 3-28

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Lo que pretende la autora con su tesis doctoral es evitar la deserción escolar debido al fracaso en el área de matemáticas, la propuesta está elaborada para estudiantes que se encuentran en la iniciación y transcurso del algebra, mediante una mirada global que le permite prestar atención a aquellos factores que son relevantes en el momento de enfrentarse a las variables, tales como los cognitivos, los afectivos entre otros. Siendo esta la edad donde normalmente los estudiantes se encuentran entre 7, 8 y 9 grados se es visto que debido al currículo es allí donde se encuentran alojados contenidos tales como aritmética, algebra y factorización, siendo estos básicos a la hora de iniciar la educación superior que se relacionan con de los cursos primarios de matemáticas.

Nombre: Dificultades en la adquisición del significado en el uso de la letras en algebra

Autor: Gonzales, F. Diez, M

Año: 2002

(Gonzales, F. Diez, M. 2002. En Dificultades en la adquisición del significado en el uso de las letras en Algebra. De la Revista complutense de educación, ISSN 1130-2496, Vol. 13, N° 1, p. 281-302)

Se ocupa de la inclusión de letras al lenguaje matemático, develando el paso que hay de la aritmética al álgebra haciendo énfasis en las concepciones del estudiantado y el profesor mediante situaciones didácticas. En otras palabras lo que se busca es hacer referencia a los cambios de las letras como semántica a la letra como variable e incógnita para intentar validarlos mediante modelos en los que los alumno se encuentren inmersos, situaciones donde se afronten con momentos de acción, comunicación y de debate.

Sierspinka y otros (1993) sugieren que las investigaciones relativas a la educación matemática se deben profundizar, entre otras, en las situaciones de enseñanza aprendizaje la realidad de las clases y el propio sistema educativo.

Nombre: El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios.



Autor: Fonseca, C. Bosch, M. Gascón, J.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Año: 2010

1803

Facultad de Educación

Cada investigador y cada sujeto que aprende poseen técnicas de estudio que deben ir acompañadas de momentos didácticos que permitan generar una praxis que implique conocimientos, en el trabajo se pretende abordar de una más general la división sintética y la factorización para permitir el asalto a nuevos conocimientos. En resumen se busca mostrar todos aquellos procedimientos que fueron obviados en la escuela se hacen visible en la vida universitaria.

El trabajo de la técnica, considerado como una de las dimensiones de la actividad matemática, tiene un papel esencial en el desarrollo y completación progresiva de la práctica matemática escolar. Entre sus funciones destacan: la articulación del proceso de estudio y la creación de nuevos objetos matemáticos. Pero estas funciones didácticas deben entenderse a partir de su relación con el resto de las dimensiones de la actividad matemática y, muy en especial, con la exploración de nuevas tareas y la constitución del entorno teórico que toda práctica matemática requiere. En este trabajo nos centraremos en la práctica matemática escolar en torno a la división sintética (denominada "regla de Ruffini" en España) y la factorización de polinomios. (Fonseca, Bosch & Gascón, 2010, p. 5)

La factorización es un tema muy amplio que es tocado desde muchos frentes, y acorde a la intención de mitigar la deserción en la facultad de ingeniería se convierte en un aporte que intentará ser validado a lo largo del trabajo de investigación mediante conceptos y procedimientos que van acorde a lo geométrico, algebraico y aritmético. A manera de conclusión se intenta mostrar la incompletud de la enseñanza en la escuela y la ausencia de técnicas y lenguajes matemáticos para emprender un problema de manera acertada, el cual sirve para ejemplificar las dificultades que pueden existir en el lenguaje algebraico al introducirnos a la escuela.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803



4.1. Contenido

Facultad de Educación

1. Introducción
2. Tipos de objeto
3. Objeto matemático
 - 3.1 Enfoque Ontosemiótico
4. Niveles de algebrización
 - 4.1 Nivel 0 de algebrización (ausencia de razonamiento algebraico)
 - 4.2 Nivel 1 - Nivel Incipiente de algebrización
 - 4.3 Nivel 2 - Nivel Intermedio de algebrización
 - 4.4 Nivel 3 - Nivel consolidado de algebrización
5. Transición aritmética al álgebra
6. Razonamiento de Van Hiele
 - 6.1 Primer Nivel (Reconocimiento)
 - 6.2 Segundo Nivel (Análisis)
 - 6.3 Tercer Nivel (Clasificación)
 - 6.4 Cuarto Nivel (Deducción Formal)
 - 6.5 Quinto Nivel (Demostrativo)
7. Fases de aprendizaje Van Hiele
8. Evaluación en el modelo de Van Hiele
9. Concepciones y representaciones
10. Tendencia Directiva-desarrollista

4.2. Introducción

El marco teórico que fundamenta esta investigación está basado en teorías tales como Van Hiele – geometría, Godino – representaciones ontosemióticas, Kieran – aritmética y álgebra, Polya- Resolución de problemas Vergnaud- campos conceptuales entre otros, los cuales apuntan a dar claridad a la pregunta de investigación además brindan ideas y conceptos que llevados al



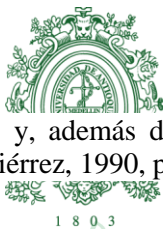
UNIVERSIDAD

contexto de la práctica pedagógica realizada con estudiantes de ingeniería de la universidad de Antioquia, generaran precedentes para futuras investigaciones y posible solución a una de las dificultades que presentan estudiantes de dicha facultad pertenecientes a primer semestre con referencia al área de matemáticas.

Facultad de Educación

Se inició con los aspectos más relevantes con el cambio de números concretos a la algebrización es decir la dificultad que en ocasiones surge al aceptar el uso de las letras en las matemáticas, siendo estas utilizadas principalmente en el lenguaje cotidiano, puesto que la utilización de una cantidad de símbolos que en efecto son utilizados en la semántica, serán de uso continuo en las matemática, lo que nos lleva a decir que en la aritmética solo se trabajaba con el conjunto numérico de los naturales y hacer el apareamiento con un nuevo conjunto como los enteros genera dificultades, que están enmarcadas en el cambio aritmético al algebraico como nos dice Gavilán (2011) “La mayor parte de los símbolos empleados en el álgebra ya han sido utilizados por los estudiantes en la aritmética, por lo que tienen previamente asignado un significado que puede entrar en conflicto con el que se les atribuye ahora” (p. 98). Problemas de este tipo también han sido estudiados intentando dar respuesta a los desaciertos más frecuentes que están relacionados con los procesos y cambios aritméticos al algebra tales como las diferentes interpretaciones que se pueden hacer del uso de las letras, el concepto de variable y simbolización, los signos de operación, el signo igual entre otros. Dificultades que afectan un normal desarrollo de la secuencialidad que se le da a los cursos de ciencias básicas de los primeros ciclos de la facultad de ingeniería, basados en el lenguaje aritmético y algebraico se aborda la factorización como el concepto geométrico, utilizando los niveles de razonamiento expuestos por Van Hiele, en síntesis observando la factorización como el producto de áreas se describirá los distintos tipos de razonamiento geométrico y así mismo categorizar en que posible de nivel de razonamiento se encuentran los estudiantes, además comprender que temas se deben presentar adecuadamente a su nivel y a sus respectivas fases de aprendizaje como se menciona en el siguiente apartado donde se cita a Van hiele.

Cada nivel de Van Hiele se caracteriza por varias habilidades de razonamiento importantes, de forma que solo se puede considerar adquirido un nivel de razonamiento cuando se tenga un dominio adecuado de todas esas destrezas. No es en absoluto razonable pensar que una persona adquiere el dominio de las diferentes destrezas de forma automática



UNIVERSIDAD DE ANTIQUÍA

y simultanea; y, además de no ser razonable, la experiencia indica que tampoco es real. (Jaime & Gutiérrez, 1990, p. 316)

Hay que mencionar que son aquellas directrices que son dadas al docente para que pueda guiar a su alumnado a un proceso superior de razonamiento, todas estas observaciones están asociadas a un nivel de reconocimiento, análisis, clasificación deducción forma. Durante el transcurso de la práctica se observó que se es utilizada mucho la memorización de fórmulas más no la significación de los objetos matemáticos y sus representaciones.

La imposibilidad de los niños para pensar lógicamente no procede de una falta de maduración, sino de una ignorancia de las reglas del juego de la lógica. El niño no tiene a su disposición las estructuras a partir de las cuales se originan las preguntas. No puede entender las cuestiones porque no ha terminado el proceso de aprendizaje que le guía al nivel de pensamiento requerido. Es importante la edad de los niños en cuanto a que deben haber tenido tiempo suficiente para llevar a cabo el necesario proceso de aprendizaje. (Van Hiele, 1986, p. 65, citado por, Jaime & Gutiérrez, 1990, p. 332)

Del mismo modo también es notorio que los estudiantes vienen de una pedagogía donde el estudiante es sumiso y reproductor del conocimiento, por el contrario la pedagogía de la facultad de ingeniería es desarrollista la cual busca que el estudiante a través de sus experiencias elimine toda aquella información superflua dejando solo lo necesario, para que conciban el aprendizaje en su entorno. Es decir se deben construir conceptos y ahondar en el conocimiento al punto que en muchas ocasiones el mismo lenguaje docente puede imposibilitar un aprendizaje que permita generar un concepto adecuado, para citar un ejemplo en el momento de decir lo que está restando pasa al otro lado de la igualdad sumando mecánicamente como por arte de magia, como eliminando una parte de la ecuación, no se pretende decir que muchos estudiantes no podría efectuar operaciones complejas mediante esta metodología, solo que no comprenden la naturaleza de estas operaciones que se utiliza una ley uniforme que no altera la ecuación y no como unas reglas invariables que fueron escuchadas en el aula se citara a Vergnaud con La teoría de los campos conceptuales la cual supone que el amago del desarrollo cognitivo es la conceptualización (1996a, p. 118, citado por, Moreira, 2002, p. 12). La cual trata de un proceso de cognición que se da en el tiempo y donde la madurez del conocimiento esta mediada por la experiencia, donde las dificultades y los baches son superados y relacionados con otros conocimientos mediante la detección y enfrentamiento de los mismos, o en palabras de Vergnaud (1988, p. 141; 1990, p. 146, citado por, Moreira, 2002, p. 3) que “define campo conceptual



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

como, en primer lugar, un conjunto de situaciones cuyo dominio requiere, a su vez, el dominio de varios conceptos de naturaleza distinta”.

La problemática tratada en este trabajo de grado fue elegida tras identificar algunos errores que no concordaban con la enseñanza- aprendizaje de algunos conceptos matemáticos, ya que los estudiantes presentaban fallas conceptuales evidenciadas en el momento de describir expresiones que fueron dadas en sumas aritméticas, polinomios y matrices que debían ser convertidas en productos, búsqueda de factores que simplifiquen una expresión, lo que esencialmente es tratado en los contenidos de la factorización, la cual es vista en los cursos de ciencias básicas en los primeros semestres, algebra, trigonometría, cálculo, física, y cursos específicos de cada ingeniería por ende se busca generar estrategias que permitan subsanar aquellas falencias avizoradas en los talleres y tutorías que fueron brindados con la finalidad de descubrir una de las problemáticas que pueden estar aquejando malos resultados frente a la permanencia de los estudiantes de la facultad de ingeniería de la Universidad de Antioquia.

4.3. Objeto matemático.

Es cualquier entidad o cosa referida en el discurso matemático. El objeto matemático “designa a todo lo que es indicado, señalado o nombrado cuando se construye, comunica o aprende matemáticas” (Godino, 2002, citado por, Amore & Godino, 2007, p. 208). Por nombrar unos cuantos los conjuntos numéricos, las figuras geométricas entre otros; es aquí donde es relevante la significación que le den los alumnos a sus objetos y que representaciones tienen sobre ellos, lo que lleva a preguntarnos sobre la naturaleza de esos objetos y que presupuestos históricos y epistemológicos acarrear esos objetos particularmente para este trabajo como es la dificultad generalizar la aritmética y el álgebra a la factorización a lo que Dörfler (1991, p. 84, citado por, Godino, Castro, Ake & Wilhelmi, 2012, p. 505) dice “generalizar significa construir variables”. Entonces no solo es el trabajo de simbolizar y operar con estos símbolos ellos es intentar convertirlo en un lenguaje natural, pero la labor de cambiar a un enunciado corriente a enunciados matemáticos lleva consigo procesos que con llevan mucha elaboración ya que:

El lenguaje matemático trata de expresar estructuras por medios exclusivamente formales. Ello implica, como procesos intermedios, identificar las variables que intervienen,



los parámetros, las incógnitas y comprender las relaciones que existen entre todas ellas; asimismo, supone el manejo de conceptos tales como la proporcionalidad o la igualdad, para poder expresar, respetando las reglas sintácticas del álgebra, el mensaje codificado. (Gavilán, 2011, p. 101)

Facultad de Educación

Para alcanzar este lenguaje es necesario confrontar los saberes anteriores para poder superar e identificar las equivocaciones y errores que pudieron haberse cometido en el proceso de enseñanza- aprendizaje, se requiere que los estudiantes asuman un papel activo e investigativo que permita alcanzar un nuevo significado, en resumen se pretende que se ponga en contacto los saberes previos con las nuevas concepciones para que puedan aflorar nuevos esquemas “Un modo particularmente efectivo para superar estas dificultades consiste en generar discusiones en clase donde se muestren los conceptos falsos de los estudiantes y traten de superarlos mediante sus propias interacciones” (Socas, y otros, 1991, p. 110, citado por, Gavilán, 2011, p. 102), llevados al campo de ingeniería la cantidad de estudiantes que viene de una colegios públicos es elevada y en muchas ocasiones no se alcanza ni los contenidos brindados en la malla curricular y otros son vistos superficialmente debido a esto se identificó en actividades diagnósticas que muchos saberes no son asumidos correctamente, los objetos matemáticos tienen una simbología y una escritura propia que llevados al cambio aritmético y al álgebra puede traer consigo múltiples equivocaciones, la didáctica y la pedagogía del maestro deben ir de la mano con la rigurosidad del área sin obviar detalles por simples que parezcan pues el lenguaje matemático en el alumnado debe reestructurarse cimentando bases en los primeros niveles que no permitan fluctuaciones en niveles superiores.

4.4. Tipos de objeto

-Relaciones binarias: Están dadas por las relaciones de equivalencia, su transitividad, reflexividad y anti simetría, asimilando elementos lingüísticos como expresiones, notaciones y gráficos.

- Operaciones y propiedades: Referidas a sus propiedades para el caso ley distributiva, factor común, trinomio cuadrado, diferencia de cuadrados, dados por situaciones problema, algoritmos, operaciones.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

- Funciones: asociado a las variables representaciones con conceptos dados mediante definiciones, enunciados.

- Estructuras: se distingue sus propiedades diferenciando si es un monoide semigrupo, grupo, espacio vectorial, enunciados usados para validar o explicar las proposiciones.

Los tipos de objetos y procesos algebraicos se pueden expresar con diversos lenguajes, preferentemente de tipo alfanumérico en los niveles superiores de algebrización. Pero los estudiantes de los primeros niveles educativos también pueden usar otros medios de expresión para representar objetos y procesos de índole algebraica, en particular el lenguaje ordinario, gráfico, tabular, incluso gestual (Radford, 2003, citado por, Godino, Ake., Gonzato & Wilhermi, 2012, p. 206)

4.4.1. Enfoque ontosemiotico. Este enfoque brinda soluciones teóricas encaminadas analizar la actividad matemática en particular la vinculada con el álgebra permitiendo ramificarla en términos de los objetos y aquellas situaciones que intervienen en el que hacer matemático como dice Godino et al. (2002):

La actividad algebraica tiene lugar cuando una persona aborda la solución de cierto tipo de problemas o tareas, realizando determinadas prácticas operativas y discursivas. En dichas prácticas intervienen elementos de naturaleza diversa, en particular, medios de expresión, reglas conceptuales, procedimentales, proposiciones y justificaciones. En consecuencia, la caracterización de una práctica, y el pensamiento que la acompaña, como de índole algebraica habrá que hacerla en términos de la presencia de los tipos de objetos y de procesos que intervienen en la misma. Dichos objetos y procesos vinculados a las prácticas, están interrelacionados formando configuraciones. (p. 492)

Esto implica la traducción de todos estos objetos matemáticos puestos en escena para abordar aquellas técnicas propias de la matemática donde se observa el sentido de la simbología de los objetos matemáticos, se verifican datos y se toman aquellas reglas sintácticas de la aritmética y algebra que generen abstracciones que van encaminadas a la resolución de problemas. Este enfoque propone tres niveles de algebrización con la finalidad de hacer operativas los objetos y los tipos de objetos y procesos matemáticos basados en la simbolización y generalización.

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

4.5. Niveles de algebrización

Nivel 0 de algebrización (ausencia de razonamiento algebraico): Este nivel es lejano a cualquier característica algebraica, se basa en operaciones aritméticas, como lo señala Godino et al. (2012): “Intervienen objetos extensivos (particulares) expresados mediante lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a un valor desconocido, pero dicho valor se obtiene como resultado de operaciones sobre objetos particulares” (p. 9).

Nivel 1. Nivel Incipiente de algebrización. Se empieza a entrar en el razonamiento algebraico estableciendo una relación entre números y propiedades de las operaciones.

Intervienen objetos intensivos cuya generalidad se reconoce de manera explícita mediante lenguajes natural, numérico, icónico o gestual. Pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos, pero sin operar con dichos objetos. En tareas estructurales se aplican relaciones y propiedades de las operaciones y pueden intervenir datos desconocidos expresados simbólicamente. En tareas funcionales se reconoce la generalidad aunque expresada en un lenguaje diferente al simbólico-literal. (Godino et al., 2012, p. 10)

Nivel 2. Nivel Intermedio de algebrización. En este nivel es de resaltar la intervención de variables las cuales se expresan con lenguaje simbólico- literal como lo explican Godino et al. (2012):

Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico – literal para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial temporal. En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma. En tareas funcionales se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión. (p. 12)

Nivel 3. Nivel consolidado de algebrización:

Se generan objetos intensivos representados de manera simbólica – literal y se opera con ellos; se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia. Se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones del tipo, y la formulación simbólica y descontextualizada de reglas canónicas de expresión de funciones y patrones. (Godino et al., 2012, p.13)

1 8 0 3



4.6. Transición aritmética al álgebra

Se pueden identificar varios inconvenientes en el paso de la aritmética al álgebra que se intentara desglosar en el transcurso de estos párrafos. La escuela a través de su proceso de enseñanza aprendizaje, entendido por primaria y parte de la secundaria, trabaja con conjuntos numéricos concretos tales como números naturales, enteros y racionales.

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas plantean el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación. (“Estándares básicos de competencias en matemáticas”, s.f, p. 58)

Llega el momento el cual todos esos conjuntos son sustituidos por letras y comienza la enseñanza total del álgebra “Los procesos aritméticos no están desligados de los procesos algebraicos, la matemática juega un papel importante de mediador entre ambos procesos” (Cortés et al., 2014, p. 221). Ya que este constituye una parte importante del currículo escolar dado que aquí es donde la didáctica matemática y la pedagogía cobran total sentido ya que se debe analizar ese paso de operaciones numéricas a las abstractas de manera minuciosa como lo plantea Kieran (1989, citado por, Rojas, 2010) “Los escolares al comenzar el estudio del álgebra, traen nociones y enfoques de uso en el trabajo aritmético, pero que no son suficientes para abordar el trabajo algebraico, ya que éste no es una simple generalización del aritmético” (p. 119).

Ya que las letras hasta ese momento se utilizan para cuestiones relacionadas con el lenguaje es decir en un sentido sintáctico que obtienen una validez según las situaciones, lo que indica que no todos los estudiantes distinguen las letras de la misma manera, además deben ligar su conocimiento a las estructuras numéricas y generar relaciones para poder operar con ellas en el campo de las matemáticas, dentro de la cotidianidad la letras suelen usarse sin tanta rigurosidad que pueden estar ubicadas dentro de la lingüística, la oralidad, mientras el matemático es preciso y acata unas reglas que no son modificables las cuales deben tener una codificación exacta de cada uno de sus símbolos en palabras de Gavilán (2011) “Es un lenguaje nuevo que permite manejar como conocidas las cosas desconocidas” (p. 100) para poder



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

manifestar esa comprensión, aun en la educación superior para este caso en particular los estudiantes de primer semestre de Ingeniería de la universidad de Antioquia debe haber un enlace que guarde una relación lógica entre la simbología y lo algebraico en sus experiencias académicas, para que esa comprensión matemática sea finalmente exitosa deben haber pasado por una significación.

Para que el método algebraico se pueda incorporar como algo natural, es necesario que, además de cambiar los símbolos, se produzca un cambio en su significado, es decir, que no se haga solamente una sustitución de los números por letras, sino que se realice el paso de números a variables y para ello hay que realizar un cambio, tanto de símbolos como de significado. A menudo, el cambio se produce únicamente en los símbolos y sólo se realiza el paso de números a letras. (Palarea, 1999, p. 8)

- Letras evaluadas: aquellas letra a las que se les asignan valores por ejemplo $3 + \forall = 8$ su objetivo es conocer e interpretar el valor de la variable, a la búsqueda del valor de la variable ese razonamiento da luz de procesos aritméticos que intentan transferir un numero al símbolo, ya que la letra es un numero específico aunque desconocido.

- Letras ignoradas: la letra no se le da un significado ni se opera con ella, son situaciones en las que se hacen problemas que se pueden resolver sin necesidad de variables $z+y= 39$ simplemente hay que reconocer que hay que hacer un tanteo.

- Letras como objetos: se usa para abreviar el nombre de un objeto, el área de un rectángulo base por su altura donde se abrevia base con la letra b y altura con la letra h.

- Letras como incógnitas específicas: la letra es desconocida pero se puede operar fácilmente con ella $2x+4= 18$ conociendo las reglas generales que permiten operar adecuadamente.

- Letras como números generalizados: la letra se le pueden asignar varios valores, cuando el estudiante puede desentrañar que $a =b$ de modo que se le permite observar los números no como particularidades más bien como generalidades.

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

- Letras como variables, las letras representan valores que aparecen en la misma expresión $2x + y = 3x + 2$.

Lo anterior expuesto es basado en Ange (2005)

Facultad de Educación

Reconocer y apropiarse de cada una de los anteriores pasos posibilita el hecho de hacer una correcta o no transición de la aritmética al álgebra Artigue (2012, citado por, Cortés et al., 2014) “la entrada al pensamiento algebraico se puede realizar bajo muchos caminos” (p. 222.) Este trabajo pretende observar e identificar las fallas más recurrentes en el cambio de la aritmética al álgebra en la factorización, habría decir también de que manera abordar la problemática, como enfrentar la ausencia de dominio conceptual, sin embargo, muchos autores que consideran que es interesante examinar el problema, ya que,

Han sido atribuidas previamente a la inherente abstracción del álgebra y a limitaciones en el desarrollo cognitivo de los alumnos (Schliemann et al., 2003). En cambio, otros investigadores (Blanton y Kaput, 2005; Booth, 1999; Brizuela y Schliemann, 2003; Carpenter, Franke y Levi, 2003; Carraher et al., 2006; Fujii, 2003; Kaput, 2000) sugieren que las dificultades de los alumnos con el álgebra pueden ser debidas al tipo de enseñanza recibida. (Molina, 2009, p. 139)

De qué manera hacerle frente a las dificultades planteadas ya que como todo lenguaje, el algebraico y el aritmético tienen sus características que las diferencian y el éxito radica al encontrar el punto de unión entre ambas para generar los aprendizajes correspondientes.

Sin embargo, el hecho de que el álgebra pueda ser vista como la formulación y manipulación de proposiciones generales sobre los números, hace que la experiencia previa que el estudiante ha tenido con la estructura de expresiones numéricas en la escuela, tenga efecto sobre la habilidad para asignarle significado. (Kieran, 1989, citado por, Rojas, 2010. p. 119)

Lo expuesto anteriormente puede ayudar a subsanar la pregunta de investigación de este trabajo ya que existen múltiples componentes de los cuales solo se ha tratado uno de ellos, pues el tema tratado por este trabajo es la factorización, donde no solo algebraicamente tiene su representación, también en el producto de áreas.

1 8 0 3



4.7. Razonamiento de Van Hiele

Tabla 5. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría.

	ELEMENTOS EXPLÍCITOS DE EDUCACIÓN IMPLÍCITOS	
NIVEL 0	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y objetos
NIVEL 1	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos
NIVEL 2	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
NIVEL 3	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (Sistemas axiomáticos)

Fuente: Fouz, F., & Donosti, B. (s.f). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. En: *Un Paseo por la Geometría* (pp. 67-82). Recuperado de <http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>, p. 71.

En la teoría de van Hiele se afirma que para conocer en qué nivel de razonamiento se encuentra un alumno es necesario atender tanto a sus estrategias de resolución de problemas como a su forma de expresarse y al significado que le da al vocabulario que escucha, lee o utiliza para expresar sus conocimientos. (Bressan, Bogisic & Crego, 2000, p. 76)

En consecuencia, si se detecta la manera de cómo se asimila cada lenguaje aritmético y algebraico, se puede mediante la didáctica transformar las dificultades presentes en los estudiantes de primer semestre de ingeniería, en nuevas concepciones para esto haciendo uso de la geometría y los niveles de razonamiento de van hiele.

Estudiar el modelo de Van Hiele, así como por empezar a utilizarlo como elemento de reflexión en la elaboración de proyectos curriculares en el área de Geometría, se justifica por tratarse de una teoría educativa y no psicogenética, como es el caso de las investigaciones piagetianas. Es por esta razón por lo que los intentos de aplicar el modelo en el campo de la educación matemática han sido mucho más fructíferos. (Braga, 1991, p. 85)

En este modelo el aprendizaje se cimienta por fases de pensamiento los cuales con una debida instrucción y guía pueden pasar cinco niveles de aprendizaje que se encuentran guiados por una secuencialidad y jerarquización donde no se puede saltar a un nivel siempre que haya pasado el nivel anterior, “el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento”, “que no van asociados a la edad” “ sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente” (Fouz & Donosti, s.f, p. 67).



UNIVERSIDAD

DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Primer nivel (reconocimiento): En este nivel no se tiene en cuenta elementos ni propiedades, todo es manejado solo con información visual no se hace hincapié en sus características todo se aísla solo se dan percepciones globales del objeto a tratar, si hablo del rectángulo no se tratarán sus ángulos, paralelismos etcétera, simplemente se intenta comparar y clasificar propiedades de los objetos. Se busca que con un lenguaje cotidiano poder nombrar sus características sin utilizar el lenguaje matemático. En esa búsqueda se puede enriquecer el vocabulario geométrico pero no se usa de la mejor manera, aún no se posibilita llegar a generalizaciones, cada ocasión que se presente un concepto geométrico nuevo se habrá pasado por el nivel 1, me gustaría dejar claro que es de vital importancia el reconocimiento de la figura ya que todas estas observaciones se relacionan con el producto entre áreas.

Segundo nivel (análisis): Se identifican y se reconocen propiedades, sin embargo sigue basado en la percepción visual sin establecer relaciones entre ellas no se clarifica que unas llevan a otras, para hacer claridad en el asunto puede considerar elementos pero no los relaciona entre si cuando observa un cuadrado identifica diagonales lados, pero no se aprecia por que la igualdad de sus diagonales y sus respectivos ángulos, este nivel incluye un razonamiento que implica el descubrimiento y la generalización “para definir un concepto se proporciona una lista de propiedades en la cual puede que haya omitido alguna necesaria o que se hayan incluido más de las imprescindibles” (Geometría empírica vs. geometría deductiva, s.f, párr. 5) Aspectos generales de la educación matemática. Puede hacer suposiciones mediante la observación y hacer generalizaciones que ejemplifica y comprueba experimentalmente, pero en este nivel aún no es competente para concluir propiedades.

Fouz (2006) afirma:

Al subir de nivel se hacen explícitos en el estudiante los conocimientos que eran implícitos en el nivel anterior, lo cual indica que va aumentando de esta manera el grado de comprensión y dominio del conocimiento. Esto hace que los objetos de trabajo de este nivel superior sean extensiones de aquellos del nivel anterior. (citado de Vargas, & Gamboa, 2013, p. 82)

Tercer nivel (Clasificación): La característica principal de este nivel es la capacidad para generar relaciones, se reconoce que gran cantidad de propiedades se pueden inferir unas de



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

otras, puede apoyarse en textos y entender con absoluta claridad, en este nivel se comprenden y utilizan definiciones con su estricto sentido matemático, por ejemplo, comprenden los pasos de una demostración mas no son capaces de estructurarla por sí mismo.

Facultad de Educación

Cuarto nivel (deducción formal): Se realizan operaciones demostrativas y organiza distintas secuencias utilizando las hipótesis correspondientes hasta llegar a la tesis, los estudiantes de este nivel pueden admitir y demostrar si dos conjuntos de condiciones corresponden al mismo concepto.

El modelo de Van Hiele está formado, realmente, por dos partes: la primera de ellas es descriptiva, ya identifica una secuencia de tipos de razonamiento, llamados “niveles de razonamiento”, a través de los cuales progresa la capacidad de razonamiento matemático de los alumnos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo nivel de desarrollo intelectual en este campo. (Jaime & Gutiérrez, 1990, p. 305)

Quinto nivel (demostrativo): Llegar a este nivel es el buscado para la población universitaria acepta la existencia de sistemas axiomáticos y puede analizarlos por separados.

Cabe resaltar que no se puede saltar ningún tipo de nivel cada uno tiene una estrecha relación y sin el anterior no es posible contemplar a cabalidad este modelo para la factorización ya que la geometría tiene una estrecha relación con la cotidianidad y por ende brinda herramientas para la resolución de problemas desde van hiele el maestro tiene gran influencia para que estas etapas sean tratadas a cabalidad, es decir de qué manera puede orientar las clases.

La enseñanza de la geometría ha estado limitada al hecho de conceptualizar figuras y plasmarlas sobre el papel; en la mayoría de los casos, los alumnos no cuentan con objetos, formas, ejemplos reales que les permitan captar mejor los contenidos; las clases de geometría generalmente son dictadas de manera abstracta, razón por la cual, surge la necesidad de implementar nuevas estrategias al momento de enseñarla. En este sentido, el educador tiene la obligación de buscar y/o [sic] crear estrategias que permitan el desarrollo y razonamiento intelectual de los estudiantes. (Goncalves, 2006. citado por, Vargas & Gamboa, 2013, p. 80)

4.8. Fases de aprendizaje Van Hiele

Referido al modo como los docentes deben actuar para que su estudiantado le sea posible pasar de nivel, lo que van hiele llama fases de aprendizaje son unas “etapas en la



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

graduación y organización de las actividades que debe realizar un estudiante para adquirir las experiencias que lo lleven al nivel superior de razonamiento” (“Modelo de Van Hiele”, s.f, párr. 22). Es decir, es intentar que los estudiantes adquieran propiedades, conceptos y vocabulario, que exista una acumulación de experiencias que sea propicias para emprender el trabajo, dicho en otras palabras que pueda combinar su conocimiento y retroalimentarlo para que pueda ser lo más útil posible en el contexto.

Información: Esta fase está enrutada a llamar la atención del estudiantado, se intenta detectar que información es necesaria para abordar el trabajo y que experiencias en el área posee el estudiante para ser ubicados en el nivel de razonamiento correspondiente.

Orientación: es una fase exploratoria que tiene como objetivo la construcción de conceptos, propiedades, se busca la elaboración de elementos que servirán de apoyo para comprender un nuevo nivel “forman la base adecuada del pensamiento del nivel superior” (Van Hiele, 1986, p. 97).

Explicitación: Se basa en el intercambio de conocimientos y experiencias mediante el trabajo grupal en el aula “No es una fase de aprendizaje de cosas nuevas, sino de revisión del trabajo hecho antes, de puesta a punto de conclusiones y de práctica y perfeccionamiento en la forma de expresarse” (Jaime & Gutiérrez, 1990, p. 334).

Orientación libre: Es en esta fase donde se debe aplicar los conocimientos adquiridos anteriormente y esto mediante actividades abiertas, de manera que tengan varias soluciones y sean abordados desde diferentes puntos de vista “Los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales” (Van Hiele, 1986, p. 54).

Integración: En esta fase se integran los nuevos conocimientos con los obtenidos antes como señala Jaime y Gutiérrez: “ Deben adquirir una visión general de los contenidos y métodos que tienen a su disposición, relacionando los nuevos conocimientos con otros campos que hayan estudiado anteriormente” (1990, p. 335) pero es importante aclarar que “El profesor puede fomentar este trabajo proporcionando comprensiones globales, pero es importante que estas



4.9. Evaluación en el modelo de Van Hiele

La evaluación es una de las claves de este modelo ya que la asignación de niveles, el punto de partida para la didáctica, el seguimiento del avance en las fases, etcétera debe hacerse con una evaluación adecuada.

1. El nivel de razonamiento de los alumnos depende del área de las Matemáticas que se trate.
2. Se debe evaluar cómo los alumnos contestan y el porqué de sus respuestas, más que lo que no contestan o contestan bien o mal.
3. En las preguntas no está el nivel de los alumnos/as sino que está en sus respuestas.
4. En unos contenidos se puede estar en un nivel y, en otros diferentes, en nivel distinto.
5. Cuando se encuentran en el paso de un nivel a otro puede resultar difícil determinar la situación real en que se encuentran. (Fouz & Donosti, s.f, p. 76)

4.10. Concepciones y representaciones

Cabe resaltar la ideas preconcebidas que tienen estudiantes frente a la factorización, ¿Qué es?, ¿Que representa?, ¿Qué sentido matemático tiene factorizar?, ¿geométricamente tiene algún sentido?, una cantidad de interrogantes, para tratar esto como referente una teoría que busca que el aprendizaje se dé a través de las experiencias para sí obtener nuevos resultados, estoy hablando de la teoría de los campos conceptuales de la cual plantea que es sumamente importante conceptualizar, ya que no es suficiente una definición, si el verdadero objetivo es el aprendizaje la idea está es escudriñar la situaciones y los problemas es aquí donde adquiere un total sentido, este tipo de situaciones pueden ser teóricas o reales lo que es cierto es que el sujeto es dotado o no con armas para enfrentar esas dificultades habla que el conocimiento está organizado en campos conceptuales.

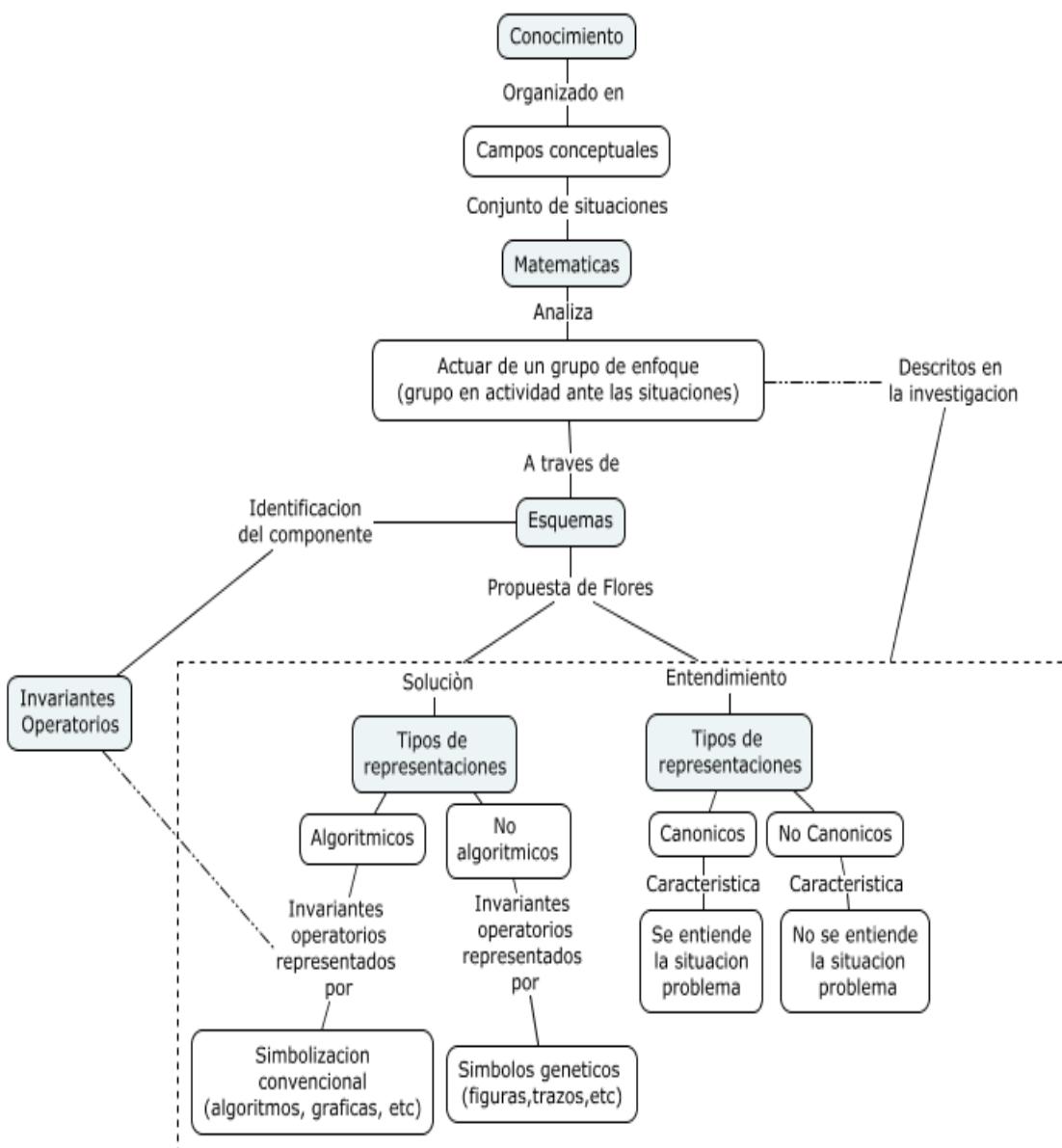


UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Campo conceptual es, un “(…) Conjunto informal y heterogéneo de problemas, situaciones, conceptos, relaciones, estructuras, contenidos y operaciones del pensamiento, conectados unos a otros y, probablemente, entrelazados durante el proceso de adquisición” (Vergnaud, 1982, citado por, Escudero, Moreira & Caballero, 2003 p. 203) conjunto que es madurado y trae consigo experiencia así se consigue aprendizajes.

Figura 1. Esquema general que resume la teoría de campos conceptuales.



Fuente: Trejo, E., & Camarena, P. (agosto, 2011). Análisis cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas en el contexto del balance de materia. *Educación Matemática*, 23 (2), 65-90. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v23n2/v23n2a4.pdf>



UNIVERSIDAD

DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Entendiendo el modelo desarrollista de la facultad de ingeniería el cual busca intentar solucionar las situaciones problemas de la manera más practica posible utilizando la información relevante y desechando lo que no sea eficaz, implica que la obtención de información inicialmente es pragmática, aquí es donde se busca que el concepto adquiera sentido, habría que decir también que una sola situación pueda afianzar un solo concepto es decir para el caso de la factorización hay que comprender lo que es un polinomio, teorema del factor, ruffini, constructos geométricos propiedades que dan un total sentido a la situación problema, es una ruta que indica la construcción que se elabora en unión con otros conceptos “debido a que los *conceptos* se construyen apoyándose unos en otros, y que el lenguaje permite mejor que cualquier otro ese proceso de explicitación, se puede decir juntamente con Vygotsky, que la mediación a través del lenguaje, es un proceso ineludible en la enseñanza de las ciencias, pero no el único” (Sureda & Otero, 2011, p. 6) es decir el concepto como el significado de las palabras, el concepto no se representa dentro de un solo paradigma o una situación, no se analiza con un solo concepto; la construcción y adjudicación de todas las propiedades de un concepto o de todos los aspectos de una situación es un proceso que lleva, similitudes y situaciones, entre procedimientos, entre significados.

Vergnaud define al concepto como un triplete de tres conjuntos: C (S, I, Γ). Un conjunto de situaciones, un conjunto de invariantes operatorios, y un conjunto de formas lingüísticas y simbólicas que constituyen los diferentes sistemas de representación.

La referencia [S]: Es el conjunto de situaciones que le dan sentido al concepto.

El significado [I]: Es el conjunto de invariantes operatorios (conceptos en acto y teoremas en acto) sobre los cuales reposa la operacionalidad de los esquemas.

El significante [Γ]: conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar simbólicamente el concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento. (Sureda & Otero, 2011, p. 4)

La operacionalidad debe ser considerada a través de cada situación que ayude a generar modificaciones del entorno utilizando cada conducta y conocimiento que este mediado por la praxis que permitirá analizar cada uno de los agentes que puedan modificar la conducta, a esos esquemas referidos a las competencias necesarias para enfrentar una situación.



4.11. Polya – resolución de problemas

Como dice Polya (1945):^{0 3}

Facultad de Educación

Sólo los grandes descubrimientos permiten resolver los grandes problemas, hay, en la solución de todo problema, un poco de descubrimiento»; pero que, si se resuelve un problema y llega a excitar nuestra curiosidad, «este género de experiencia, a una determinada edad, puede determinar el gusto del trabajo intelectual y dejar, tanto en el espíritu como en el carácter, una huella que durará toda una vida». (citado en, “Pasos a considerar en la resolución de problemas”, s.f, párr. 1)

Y esta es la razón de ser de un ingeniero llenar de descubrimientos e inventiva la humanidad pero para llegar a un nivel tan alto de abstracción hay que poseer y obtener la comprensión acerca de la secuencialidad de estructuras y lenguajes matemáticos lógicos y abstractos para tener un enfrentamiento cara con los problemas y entender de qué manera debe abordarse. El método de Polya consta de cuatro pasos para la resolución de problemas pero es necesario comprender la diferencia entre ejercicio y problema observando el primero como la utilización de un algoritmo o procedimiento rutinario que mediante una serie de pasos y reglas se encuentra un resultado, por supuesto es necesario la obtención y destreza para resolver ejercicios ya que nos sirve de ayuda para entender conceptos propiedades y procedimientos pero también “Debería también proveer, la oportunidad de explicar un amplio rango de problemas y situaciones problemáticas, que vayan desde los ejercicios hasta los problemas abiertos y situaciones de exploración, ayudando a desarrollar “un punto de vista matemático” (Shoenfeld, 1992)” (Cortés & Galindo, 2007, p. 12). Pero un problema Polya, en su libro Mathematical Discovery - capítulo 5), afirma que un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata. Tomado de (El modelo de pólya centrado en resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida universidad la Salle). Es aquí donde la indagación, perseverancia y preparación cobra sentido este es el punto máximo para un ingeniero.

Plantea como estrategia para resolver problemas: comprender el problema, configuración de un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás pasos que están configurados como heurísticos y que servirán de base teórica a lo largo de esta investigación.³



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

4.12. Tendencia directiva - desarrollista

Esta práctica pedagógica está dirigida a estudiantes de primer semestre de la facultad de ingeniería población que en su gran mayoría provienen de colegios públicos, colegios que tienen modelos y tendencias pedagógicas muy variadas en teoría (constructivistas, desarrollistas, escuela nueva, conductistas entre otras pero en la práctica no se abandona la pedagogía en la cual el alumno aun es considerado como un receptor que no se opone que no juzga su conocimiento que asume un rol pasivo de reproducción total, de memorización, donde el docente es señor y amo del conocimiento, donde se supone que la escuela ha de brindar propuestas para la consolidación de ese proceso de humanización y socialización que están transitados por la cultura y definidos en multivariadas realizaciones tendientes a fortalecer y perpetuar los acuerdos y valores sociales, el desarrollo científico, la expresión, la investigación, la producción intelectual. pero como hacerlo si los mismos docentes (comunicación personal Moreno 2015 institución educativa ciudadela las américas) consideran la escuela como un garaje de dos turnos, es decir lugar en el cual en las horas de la mañana guardan a los pequeños y en la tarde guardan a los grandes , la escuela catalogada solo como lugar de socialización, particularmente considero sumamente preocupante ya que como docente en formación y observando la práctica académica los vacíos matemáticos que salieron a relucir a la hora de las clases, referido a la factorización, y a ese paso aritmético al algebra “Por tanto es competencia del maestro diseñar y desarrollar un modelo pedagógico propio que satisfaga las necesidades del entorno en el cual desarrolla su práctica educativa, contribuyendo a formación integral de sus educandos e impactando la comunidad que lo rodea” (Restrepo, 2009, p. 139) como tratar con una pedagogía absolutamente directiva donde aún se desconoce al estudiante como persona que aprende; instituciones que llenos de herramientas, laboratorios, aulas entre otras son inutilizadas por miedo a que se averíen, alumnos bajo una sumisión que los tiene atados de manos, donde esta resignado a las condiciones y el contenido de la enseñanza “en esta concepción el sujeto está muy lejos de ser sujeto de aprendizaje cómo explicar entonces la formación de un hombre crítico, reflexivo, capaz de actuar con independencia y responsabilidad” (Colectivo de autores Cepes, 2000, p. 57) debido a lo antes expuesto he decidido exponer la pedagogía no directiva que a diferencia de la pedagogía tradicional, ofrece una perspectiva que me ayuda a concebir de manera más precisa la problemática tratada al inicio de esta tesis, considerando que la pedagogía mencionada



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

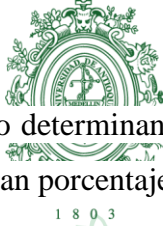
anteriormente es la que mejor encaja con la comunidad de estudiantes de primer semestre de las ingenierías de la udea para el contexto que se está elaborando.

Facultad de Educación

Lo que importa observar basado en lo anteriormente expuesto es que la pedagogía tradicional no debería ser la pedagogía que prima en ingeniería, como se señaló en el análisis institucional la facultad tiene un modelo desarrollista la cual busca que su estudiantado de manera gradual pueda clasificar su experiencias y darle significados que le permitan identificar qué grado de utilidad tiene y así mismo pueda desechar la información irrelevante, por esto presumo que el contexto educativo debe enriquecerse de prácticas que posibiliten generar conocimientos duraderos en efecto propiciar las condiciones adecuadas para que el pensamiento pueda gradualmente madurar depende en gran parte del docente, como lleva el conocimiento, las situaciones problema dan una óptima ilustración, habría que decir también que no basta con teorías y esquemas hay que atribuir valor a lo práctico a lo que consienta salir de las dificultades, estas consideraciones fundamentan mi propuesta para trabajar mi práctica desde la pedagogía no directiva la educación centrada en el estudiante ya que encuentro gran afinidad entre las mismas y la didáctica de mi trabajo me aprueba llevar de la mano estas dos tendencias me incline por la misma.

Siendo estudiantes una motivación básica es la realización de poder culminar nuestras carreras académicas o como lo diría Rogers (1961, citado por, Torres, 2009, párr. 1): “La tendencia a la actualización forma parte de la naturaleza humana”. Esta necesidad no se circunscribe a los seres humanos, sino que es parte del proceso de todos los seres vivos: “Es el impulso que se aprecia en todas las formas de vida orgánica y humana: expandirse, extenderse, adquirir autonomía, desarrollarse, madurar; y es la tendencia a expresar y activar todas las capacidades del organismo, en la medida que se enriquezca al organismo” (Rogers, 1961, citado por, Torres, 2009, párr. 2).

La idea es que la interacción con el medio le brinda la capacidad de catalogarlas como provechosas o no lo importante observar es que el rol del docente queda un poco delegado ya que lo que se quiere conseguir es estudiantes con sed de conocimiento que considere para mi caso la



UNIVERSIDAD

factorización como determinante en su proceso de aprendizaje de las ciencias básicas ya que se encuentra en un gran porcentaje de los contenidos; Rogers señala.

DE ANTIOQUIA

1803

Si el fin de la enseñanza es promover el aprendizaje lo que hay que averiguar es que queremos significar con eso. Y en este punto ya empiezo a apasionarme. Voy a hablar del aprendizaje, pero no de esas cosas desvaídas, estériles, fútiles y de rápido olvido que se embuten en la cabeza voy a hablar del aprendizaje, de esa insaciable curiosidad que lleva al adolescente a absorber todo cuanto le es dable ver, oír y leer acerca de los, motores de gasolina, porque le interesa mejorar el rendimiento y la velocidad de su “cruceiro”. Voy a hablar del estudiante que dice: Estoy descubriendo cosas, incorporándolas desde fuera y haciendo que lo incorpore se constituya en una auténtica porción de mí mismo. (Colectivo de autores Cepes, 2000, p. 60)

Lo que se busca con este aprendizaje es mezclar las emociones y el entendimiento al máximo, aunque suena poético y soñador si realmente se puede vislumbrar el concepto de área en la factorización, la geometría que ese concepto conlleva que no solo es algo algebraico y aritmético es la composición matemática que se desglosa desde el álgebra y trigonometría hasta el cálculo diferencial, se habrá logrado un campo conceptual muy gratificante para mi práctica y para la experiencia que conlleva ser un docente en ejercicio.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1803

Entender los aspectos involucrados en el trabajo investigativo tales como las interpretaciones lingüísticas y semánticas, las representaciones de las letras llevadas al campo matemático para codificarlas y entender el concepto de variable y su asociación con los signos de operación para ser adecuadas al concepto de la factorización como un constructo geométrico permite dar un punto de partida para la elaboración de la metodología donde se tendrá presente el análisis de los estudiantes frente a la concepción aritmética y algebraica de su entorno es decir desde el manejo de su propio lenguaje adecuado a la sintaxis matemática para identificar y descifrar y los problemas subyacente que traen consigo desde la escuela para confrontarlos y adecuarlos a los primeros ciclos formativos. Una de las búsquedas de la facultad es disminuir la tasa de deserción presentada durante los primeros semestres y basados en ese contexto se han identificado innumerables contrariedades que impiden un buen devenir en la carrera de muchos de sus estudiantes. Se busca generar un empalme que permita identificar el significado que alcanzan los estudiantes cuando se ponen en contacto los nuevos conocimientos con los anteriores, generando esquemas directores que reestructuran lo conceptual fomentando interacciones con los cursos de ciencias básicas; Para ello se construyeron instrumentos que nos permitirán estudiar el problema y realizar propuestas para las próximas cohortes.

5.1. Paradigma socio-crítico

Fundamentado en el carácter reflexivo de que cada conocimiento se construye a partir de las necesidades e intereses de los individuos, para este caso los estudiantes de ingeniería por promover la transformación social de su medio, en otras palabras su entorno es una práctica constante por lo que se hace necesario que cada estudiante tome un rol activo y a conciencia de sus falencias y virtudes para comprender a fondo que su realidad como futuros ingenieros están encaminados a retroalimentarse de cada uno de los conocimientos que la universidad les brinda, por esto se hizo necesario una relación con los estudiantes no solo desde los talleres y tutorías si no como un constante acompañamiento que va desarrollándose de acuerdo a la incidencia del problema de investigación.



UNIVERSIDAD

DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Popkewitz (1988) afirma que algunos de los principios del paradigma son (a) conocer y comprender la realidad como praxis; (b) una teoría y una práctica integrando conocimiento acción y valores; (c) orientar el conocimiento hacia la emancipación y liberación del ser humano; y (d) proponer la integración de todos los participantes, incluyendo al investigador en procesos de autorreflexión y de toma de decisiones consensuadas las cuales se asumen de manera corresponsable. (Alvarado & García, 2008, p. 190)

Basados en esa imperiosa necesidad de entender la cotidianidad y adecuarla a los conocimientos específicos, resolviendo problemas y adecuando otros a sus necesidades brindando un sentido real y práctico la metodología elegida es la cualitativa.

5.2. Enfoque cualitativo

(Colby, 1996)establece que en el enfoque cualitativo existe una variedad de concepciones o marcos de interpretación, pero en todos ellos hay un común denominador que podríamos situar en el concepto de patrón cultural. Entendiendo lo anterior como esos modos de interpretar las situaciones y que van de acuerdo a su modelo desarrollista que para el caso de la facultad de ingeniería encaja de buena manera, pero para esto es necesario fundamentar teóricamente contrastando y validando todas aquellas teorías que permitan generar conceptos. “En las investigaciones cualitativas, la reflexión es el puente que vincula al investigador y a los participantes” (Mertens, 2005, citado por, Hernández, Fernández, & Baptista, 2006, p. 11) cabe destacar que el rol de investigador es constante para conocer las realidades y las dificultades que permitirán generar los instrumentos acordes y categorizarlos según su influencia. Llegado a este punto Martínez (2011, citado por, Martínez, 2011, p. 15) dice “Los estudios cualitativos están preocupados por el contexto de los acontecimientos, y centran su indagación en aquellos espacios en que los seres humanos se implican e interesan, evalúan y experimentan directamente”.

5.3. Alcance investigativo

En general lo que se busca con esta orientación es poder visualizar de diferentes panoramas las dificultades presentes obteniendo así variables, componentes e interrogantes, del mismo modo se busca caracterizar a grandes rasgos aquellos factores que permitan generar una



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

claridad de donde se encuentran las posibles fallas encontradas en los estudiantes de los primeros ciclos formativos de la universidad de Antioquia.

1803

Facultad de Educación

Se busca especificar las propiedades, las características y los perfiles de personas, grupos, comunidades, procesos, objetos o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Es decir, únicamente pretenden medir o recoger información de manera independiente o conjunta sobre los conceptos o las variables a las que se refieren, esto es, subjetivo no es indicar cómo se relacionan éstas (Danhke, 1989, citado por, Hernández et al., 2006).

Se intentará establecer a través de los siguientes párrafos como se evidenciaron las falencias y que métodos fueron escogidos para reunir la información basado en las experiencias obtenidas en el transcurso de esta investigación “(...) debido a ello, la preocupación directa del investigador se concentra en las vivencias de los participantes tal como fueron (o son) sentidas y experimentadas” (Sherman & Webb, 1988, p. 17, citado por, Hernández et al., 2006, p. 8).

Hay que considerar que es importante tomar en consideración cuatro condiciones básicas a la hora de recoger datos cualitativos.

1) Al investigador le corresponde acercarse lo más posible a el entorno que se está explorando para poder entender y desentrañar claramente la información con profundidad y veracidad.

2) Se debe captar fielmente y detalladamente todo lo que ocurre, sentimientos creencias u opiniones cada uno de los hechos percibidos con el objetivo de no dejar ningún cabo suelto.

3) Los datos en un principio son eminentemente descriptivos.

4) Los datos son referencias directas de las personas de la dinámica de la situación, de la interacción y del contexto (Guardián, 2007, p. 54).

1803



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Si los anteriores pasos se llevan a cabo se precisará una efectiva recolección de datos la cual generará la información correspondiente para la identificación y certificación de las variables y mecanismos que posibilitaron el análisis correcto de la indagación.

Facultad de Educación

5.4. Método - Estudio de caso

El estudio de caso es un método de investigación cualitativa y empírica Según Martínez (2006):

El estudio de caso es: una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos singulares, la cual podría tratarse del estudio de un único caso o de varios casos, combinando distintos métodos para la recogida de evidencia cualitativa y/o cuantitativa con el fin de describir, verificar o generar teoría. (p. 174)

Realizando una descripción y un análisis pertinente de los instrumentos se podrá llegar a nuevos supuestos.

Se trata de hacer un análisis a profundidad de una o varias situaciones en particular, mediante toda la información posible que se haya recolectado y esto por medio de un debido estudio de datos. Así como lo señala Yin (en Arzaluz, 2005, 133, citado por, Díaz, Mendoza & Porras, 2011, p. 5) “(...) una estrategia de investigación que comprende todos los métodos con la lógica de la incorporación en el diseño de aproximaciones específicas para la recolección de datos y el análisis de éstos”.

Los resultados presentes en el estudio de casos, son enfocados como se dijo anteriormente en un contexto particular, siendo por esta razón que se es conocido como problema de investigación y no como hipótesis, conviene subrayar que se intenta particularizar con la finalidad de llegar hallazgos que permitan generar una ruta que dejara nuevos supuestos confirmar otros y contrastar teorías que validaran o no parte de la problemática dada en el presente trabajo de investigación, simultáneamente todas estas observaciones permitirán generar soluciones o dejar expuestos interrogantes que podrán nuevamente ser tratados por el investigador o aquellos que quieran dar respuesta a las preguntas planteadas o consideren deben mejorar el trabajo.



Según Marín, Agudelo e Isaza (2015) el estudio de caso puede ser construido siguiendo una ruta como lo es explicado a continuación.

- A. Contextualizar el problema y describir claramente la unidad de Análisis
- B. Someterlo a un protocolo de investigación.
- C. Determinar el método de análisis (validar las técnicas e instrumentos que se van a utilizar –desarrollo metodológico).
- D. Organizar los datos obtenidos y presentarlos de manera que se observen claramente los elementos y relaciones entre ellos y la unidad de análisis (sincronía).
- E. Establecer alternativas o cursos de acción, de acuerdo a lo encontrado. (Marín, Agudelo & Isaza, 2015, p. 40)

Con relación a los estudiantes de la facultad de ingeniería y el tema que estamos abordando nos permitirá analizar desde la singularidad casos particulares elegidos minuciosamente desde el examen diagnóstico los talleres nivelatorios, asesoría y las clases, observando aquellos estudiantes que frecuencia en las sesiones tenían desafortunadas interpretaciones matemáticas relacionadas con las abstracción en el momento de resolver problemas y en el campo conceptual el algorítmico no existía una buena elaboración de aquí radica que el estudio de caso sea importante en el momento de encontrar patrones y encontrar diferencias con la intencionalidad de observar si los problemas radican a problemas propios del lenguaje docente o propios de la sintaxis matemática que se agrava en el momento enseñanza aprendizaje.

5.5. Selección de muestra

“Una de las características de la investigación cualitativa es la paradoja de que aunque muchas veces se estudia a pocas personas, la cantidad de información obtenida es muy grande” (Álvarez & Gayou, 2005, citado por, Fernández, 2006, párr. 1). Para este caso la cantidad de estudiantes es bastante considerable, con el propósito de hacer un trabajo más detallado se tomó a consideración 25 estudiantes que ingresaron a diferentes programas de ingeniería en la cohorte 2015-1 por esta razón se tomaron pequeñas muestras entre el estudiantado o en palabras de



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Facultad de Educación

Sampieri un subgrupo de la población ya que los grupos de estudiantes fueron distribuidos entre los demás compañeros de práctica (8 practicantes), los criterios que se tuvieron en cuenta parten de la selección de muestras las cuales se denominan muestras dirigidas, pues la elección de casos depende de los criterios del investigador, por el contrario en nuestro caso dependía de los inscritos para el curso nivelatorio, curso ofrecido por la facultad a los nuevos integrantes de los programas de ingeniería que iniciaron su vida académica y que consideraban que necesitaban reforzar sus conocimientos para enfrentar los cursos de ciencias básicas; no de una selección detallada, además resalta el hecho que el curso estaba encaminado a la resolución de problemas y motivacional, brindarles palabras de confianza en el momento de enfrentarse a la matemática o en palabras de Oleas Liñán la “matefobia dejar los miedos hacia la matemática” (Comunicación personal, Docente de Geometría Vectorial, junio de 2015) aquellos talleres estaban estructurado por una charla inicial en la que se ponía de manifiesto la importancia de la comprensión lectora y técnicas basados en la resolución de problemas guiados por heurísticos. Polya (citado por, Arguedas, 2012, p. 2) “indica cuatro fases en el proceso de resolver problemas: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución”. En un segundo momento se empleó una prueba diagnóstica, con el fin de identificar aquellos vacíos con los que ese grupo de estudiantes ingresan a sus primeros semestres se identificaron múltiples dificultades desde la ausencia del dominio conceptual en la notación matemática, la transición aritmética al algebra entre otros, simultáneamente cada semestre y durante se brindaron talleres de fortalecimiento y monitorias semanalmente obteniendo contacto con los docentes encargados de cada cátedra para estar informados en el devenir de las clases particularmente a los ejercicios propuestos temas para parciales, mientras tanto en ese proceso se elaboraron quiz, guías y clases que dieron luz a la muestra escogida la cual se realizó durante tres semestres con un numero aproximados de 100 alumnos por practicante.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



6.1. Encuesta – Cuestionario

Facultad de Educación

6.1.1. Encuesta. Para dar inicio a la toma de datos y recolección de la información se realizó una encuesta Según Sierra Bravo (1994) es “La obtención de datos de interés sociológico mediante la interrogación a los miembros de las sociedades, es el procedimiento sociológico de investigación más importante y el más empleado” (p. 143). Los rasgos que caracterizan a una encuesta son los siguientes.

1. Consiste en la observación no directa de los hechos, sino a través de las manifestaciones realizadas por los propios interesados.
2. Es un método de obtención de datos preparado especialmente para la investigación sociológica.
3. Permite una aplicación masiva facultando además para la obtención de informaciones sobre un amplio abanico de cuestiones a la vez. (Sierra, 2001, citado por, “Capitulo 3”, s.f, p. 6)

Esta descripción será incompleta si no destacamos la construcción y finalidad de la misma, observar a groso modo algunas de las características de los nuevos estudiantes de la universidad de Antioquia pertenecientes a la facultad de ingeniería, tales como el programa académico al cual accedieron, edad, institución educativa de la que egresaron, aspectos sociodemográficos, municipio barrio y género, entre otros para generar algunas aproximaciones o generalizaciones mediante el cruce de datos

Para la construcción del cuestionario nos basamos en los pasos planteados por Sierra Bravo (1989):

1. Formulación de objetivos
2. Determinación de categorías
3. Planificación del contenido: construcción del contenido, especificación de las preguntas más adecuadas y las categorías más convenientes.



4. Elaboración formal, redacción formal de las preguntas con sus criterios

5. Juicio crítico

6. Reformulación **Facultad de Educación**

6.1.2. Cuestionario. Aquí he de referirme también a la utilidad del cuestionario.

“Tal vez el instrumento más utilizado para recolectar los datos es el cuestionario. Un cuestionario consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir. Debe ser congruente con el planteamiento del problema e hipótesis” (Brace, 2008, citado por, Hernández, Fernández & Baptista, 2010, p. 217) Es un conjunto de preguntas preparado de forma sistemática y cuidadosa, que obedece a diferentes necesidades y a un problema de investigación.

Identificar cada una de las variables antes de efectuar otro instrumento de medición permitirá la ilustración necesaria para no solo determinar aspectos que involucran un conocimiento como tal, es decir el uso de las matemáticas después de la escuela u otras componentes como institución pública o privada, cada uno de sus aspectos y sus representaciones influyen en la deserción temprana.

Al respecto, Mayntz et al., (1976:133) citados por Díaz de Rada (2001:13), describen a la encuesta como la búsqueda sistemática de información en la que el investigador pregunta a los investigados sobre los datos que desea obtener, y posteriormente reúne estos datos individuales para obtener durante la evaluación datos agregados. (Ruiz, Borboa & Rodríguez, s.f, párr. 63)

La elaboración de la misma tenía como culmen elaborar paralelos de acuerdo a el tipo de pregunta, para citar un ejemplo los resultados de un estudiante egresado de un colegio público vs colegio privado y sacar conclusiones y análisis externos y no simplemente resultados matemáticos para prever y planificar, en resumen, como efectuar la transposición didáctica y la manera de llevar el discurso a las sesiones de clase.



6.2. Prueba diagnóstica

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Al dar inicio a los talleres y teniendo en cuenta el matiz de estos se intenta “Identificar los conocimientos con los cuales el estudiante se enfrentará a los nuevos aprendizajes, además del reconocimiento de creencias preliminares y la comparación de aquello con las expectativas y los aprendizajes esperados en relación a los contenidos” (Santillana, 2009, citado en, “Fundamentación Teórica”, s.f, párr. 6).

Frente a la prueba era de carácter voluntario precisamente para aquellos estudiantes que consideraban refrescar aquellos temas que se presume se deben saber al iniciar los ciclos universitarios, debido a que el curso de algebra y trigonometría se encuentra circunscrito en el currículo escolar.

El proceso de Enseñanza Aprendizaje requiere de la evaluación diagnóstica para la realización de pronósticos que permitan una actuación preventiva y que faciliten los juicios de valor de referencia personalizada. La actuación preventiva está ligada a los pronósticos sobre la actuación futura de los alumnos. (Santillana, 2009, citado en, “Fundamentación Teórica”, s.f, párr. 5).

Cabe señalar que el principal objetivo de esta prueba era expresar una reflexión acerca de los desempeños a partir de la información lanzada por esta prueba era hallar aquellas dificultades presentes en el alumnado antes de su ingreso formal a la universidad para generar estrategias preventivas que disminuyan la tasa de deserción académica. Esta prueba tiene como objetivo, conocer las fortalezas en razonamiento matemático, de los estudiantes que inician su formación profesional en Ingeniería, consta de 24 situaciones problema, separadas en dos partes, en preguntas abiertas donde deberían efectuar un debido procedimiento y las restantes en preguntas con opción múltiple, las preguntas hacían un barrido desde la aritmética, algebra, geometría y trigonometría; a continuación se mostraran algunas de las preguntas que permitían elaborar procesos aritméticos, algebraicos y geométricos que permitieron desarrollar el problema de esta investigación.

1 8 0 3



Figura 2. Pregunta tipo algebraica tomado de prueba diagnóstica

10. Para $n \neq 0$; $x \neq 1$, $\frac{n}{1-x^n} + \frac{n}{1-x^{-n}} =$
- A. n
 - B. $2n$
 - C. $3n$
 - D. $4n$

Fuente: elaboración propia.

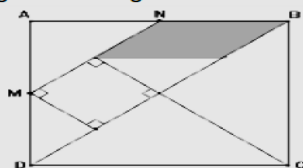
Figura 3. Pregunta tipo algebraico tomado de prueba diagnóstica.

21. Encuentre las soluciones de la ecuación:
 $4x^2 \cdot 2^{5x} = 8$

Fuente: elaboración propia.

Figura 4. Pregunta tipo Geométrico tomado de prueba diagnóstica.

12. En el cuadrado $ABCD$, de área 64 cm^2 , M y N son puntos medios respectivos de los lados AD y AB . El cuadrado se ha dividido en cinco triángulos, un cuadrado y un paralelogramo no regular.



- El área de la región sombreada, en cm^2 , es:
- A. 4
 - B. 8
 - C. 12
 - D. 16

Fuente: elaboración propia.

La elaboración de la prueba diagnóstica se cimenta en contenidos de álgebra y trigonometría que son vistos en el primer semestre y además forman parte de la malla curricular escolar, las preguntas resumieron la elección de más de trescientos problemas y ejercicios que fueron escogidos de acuerdo a la continuidad o frecuencia que podían ser vistos en su plan de estudios, además suponía una ayuda para superar las dificultades o vacíos antes del ingreso a clases del alumnado en el momento de iniciar el álgebra universitaria, Se considera como una energética herramienta para facilitar el aprendizaje y refrescar contenidos y verificar dificultades.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

6.3. Intervención

Las sesiones ~~fueron establecidas con estudiantes admitidos a los programas de ingeniería~~ en la pre matrícula los cuales ~~mediante un inscripción~~ **Facultad de Educación** ~~entraban a un nivelatorio antes de matricularse a sus primeros cursos, en mi curso contamos con diez y nueve estudiantes con los cuales durante tres semestres se pudo hacer un seguimiento constante. Inicialmente la sesiones fueron implementadas mediante la resolución del examen diagnostico ya no que no solo bastaba con lo que el papel nos pudiera expresar mediante las respuestas, si no comprender la manera que ellos mediante el lenguaje cotidiano expresaban el lenguaje matemático para evidenciar aquellos vacíos y certezas que le habría brindado la escuela, de esta primera intervención nació la pregunta de investigación del presente trabajo. Las demás sesiones de clase fue un barrido por los contenidos de algebra y trigonometría donde se hizo hincapié especial en la entrada a la factorización desde tres ramificaciones la aritmética, el álgebra y la geometría. Después de su matrícula la sesiones fueron totalmente personalizadas mediante asesorías dadas desde el correo electrónico o directamente desde bienestar de ingeniería donde se solucionarían dudas mediante citas en la universidad o video llamadas, adicionalmente se programaron semanalmente clases previamente programadas ya que se tenía contacto con los profesores titulares, la intervención fue enriquecedora al punto de terminar la práctica los estudiantes seguían solicitando los servicios de los practicantes.~~

6.4. Quiz - Guía

Como consecuencia de una cantidad considerable de interacciones dadas con el grupo de prácticas se realiza una prueba tipo quiz (Ver anexo) la que tiene como fin, deslumbrar aquellos resultados que se puedan obtener en la prueba diagnóstica y hacer una comparación que permita develar información frente a su conocimientos en el antes, durante y el después para ser ubicado en un nivel de algebrización de acuerdo a Godino et al. (2012) la prueba es netamente aritmética y algebraica, aunque Nesher y Kilpatrick (1990, p. 139) dicen:

La totalidad del aprendizaje de las matemáticas tiene lugar dentro de circunstancias sociales. Este puede ir desde el aprendizaje individual, donde las influencias sociales se experimentan a distancia, siendo mediadas por el texto de un autor, hasta el aprendizaje en grupo, donde las influencias sociales son inmediatas. Todos los profesores, estudiantes y



UNIVERSIDAD

DE ANTIOQUIA

observadores educativos saben que existen muchas influencias sociales e interpersonales que tienen lugar en la clase de matemáticas. Por lo tanto, es imperativo que los investigadores intenten interpretar el aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva social si es que la investigación ha de tener alguna validez y credibilidad para el contexto del salón de clase.

(citados por, Kilpatrick, Gómez & Rico, 1998, p. 14)

Facultad de Educación

Cada ingeniería tiene su preocupación creativa, pero la matemática es uno de los escalafones que permite teorizar sobre cada invención y siendo la factorización uno de los contenidos que más permea los cursos iniciales de ciencias, es preponderante que sea asimilada y comprendida.

La segunda parte se encuentra situada desde el razonamiento geométrico tomando unas situaciones de Ortiz, Rojano y Filoy para adecuarlas, a modo van hiele para determinar en qué fase de aprendizaje los podemos ubicar desde el modelo van hiele como se observa en Barrera y Centro (2006):

El modelo de Van Hiele puede ser adaptado, debido a que es flexible y abierto, para aplicarse en cualquier tópico del área de Matemáticas, para garantizar a los estudiantes, desde el inicio de sus estudios, una forma válida de aprender significativamente los conceptos matemáticos previos que deben tener presentes para incursionar de manera satisfactoria en la geometría. (p. 149)

La Guía estaba dada de un ejercicio explicativo que busca explicar el sentido geométrico de la factorización y esa continua búsqueda de buscar bloques fundamentales que ayuden a la simplificación, con esto se busca que amplíen su información matemática para que esta información pueda generar esquemas y nuevas posturas y sobre todo a la reconceptualización de un contenido que en ocasiones solo se observa en forma unidireccional.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Figura 5. Formato explicativo del constructo geométrico de Van Hiele.

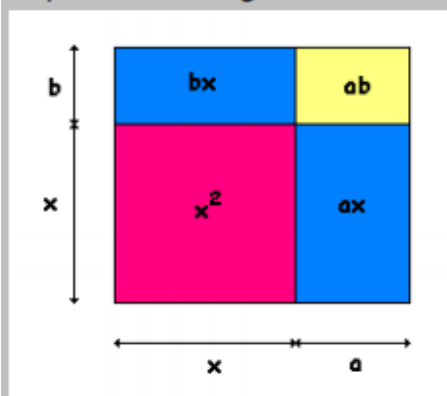
2.6.3 Producto de dos binomios que tienen un término común

Sean $x + a$ y $x + b$ dos binomios que tienen un término común x , en los cuales a y b representan términos algebraicos cualesquiera.

Efectuando la multiplicación en la forma general se tiene:

$$\begin{array}{r} x + a \\ \times x + b \\ \hline x^2 + ax \\ bx + ab \\ \hline x^2 + (a + b)x + ab \end{array}$$

Representación geométrica



Por tanto

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Fuente: Tomado de Ortiz 2001.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

7. ANÁLISIS DE DATOS

Inicialmente es necesario traer a colación que la intención de este trabajo investigativo es disminuir la cantidad de estudiantes que abandonan sus carreras tempranamente en la facultad de ingeniería e intentar generar propuestas didácticas que ayuden a subsanar la deserción temprana, por consiguiente el primer paso para la identificación de dificultades estuvo dada por una encuesta.

En el proceso cualitativo debe tenerse en cuenta que los datos recolectados habrán de interpretarse, de este modo se reflejara el hecho de que los seres humanos, en sus interacciones con el mundo que los rodea, esbozan sus recursos conceptuales y los utilizan para construir los significados de sus circunstancias. (Erikson, 1986, citado por, Hernández et al., 2006, p. 137)

Existen situaciones ajenas a la didáctica y la matemática que pueden ser igualmente relevantes en el momento de comprender los factores que están relacionados con los altos índices de deserción en la facultad de ingeniería, por ejemplo, Tinto (1975, citado por, Canales & De los Ríos, 2007, p. 177) “plantea que la deserción es causada por la interacción de elementos individuales, sociales e institucionales”. Por consiguiente, la intencionalidad de la encuesta es obtener variables que puedan afectar el desempeño adecuado entre el estudiantado. Bean y Metzner (1985, citado por, Canales, 2007):

También destacan la importancia de las variables de contexto social y económico de los alumnos como causas de deserción. Entre los factores más relevantes consideran la situación financiera del estudiante y su familia, trabajo (horas de empleo) y las responsabilidades familiares, entre otros. (p. 177)

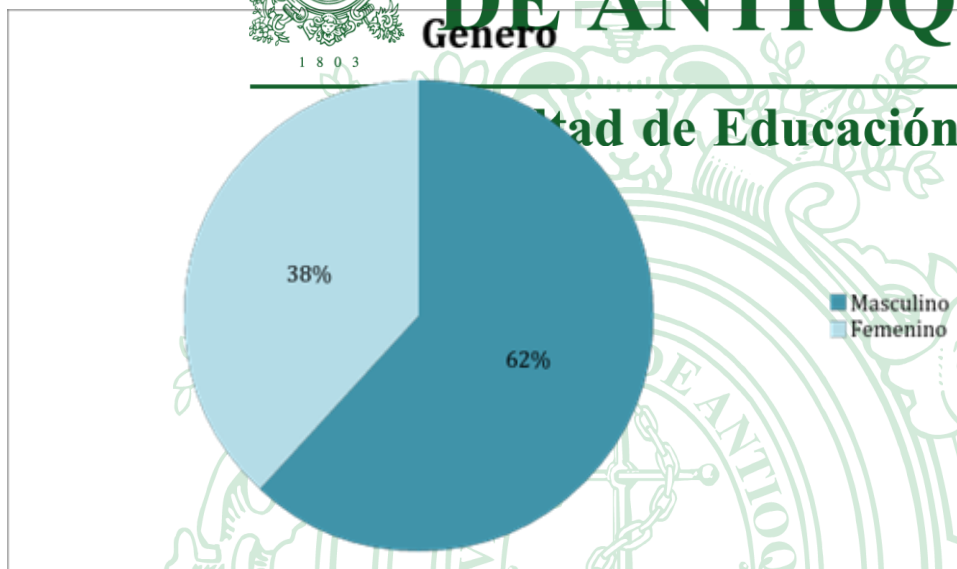
Aquí radica la importancia de tener en cuenta variables que pueden alterar el desempeño académico; en términos generales es analizar la información arrojada en la encuesta por los asistentes a los talleres monitoria y clases para intentar reconocer patrones que alteran la individualidad y el contexto del estudiantado.

1 8 0 3



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

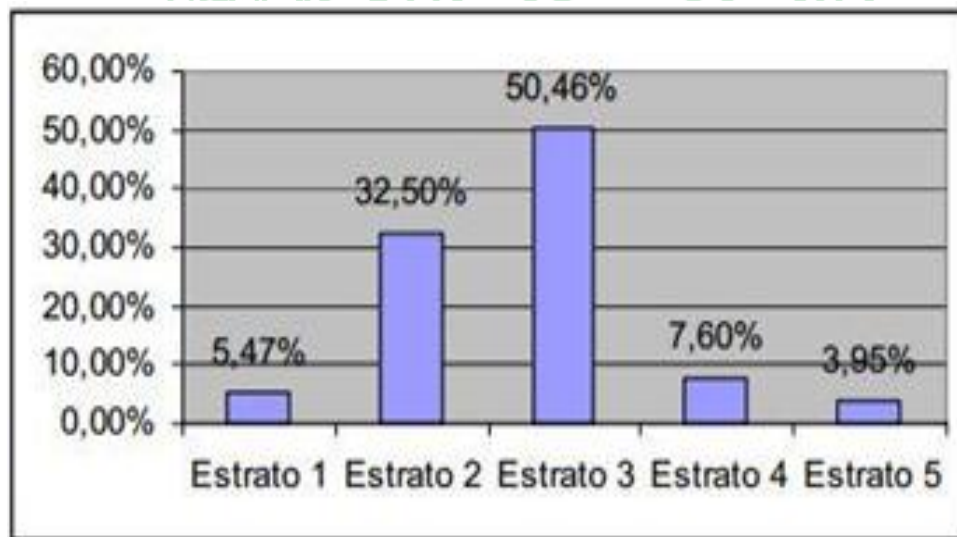
Gráfica 6. Porcentaje Género Estudiantes de Ingeniería 2015-1



Fuente: elaboración propia.

La población masculina supera en amplio margen a la femenina en los pregrados de ingeniería en un 34%.

Gráfica 7. Condición socioeconómica de estudiantes de ingeniería 2015-1.



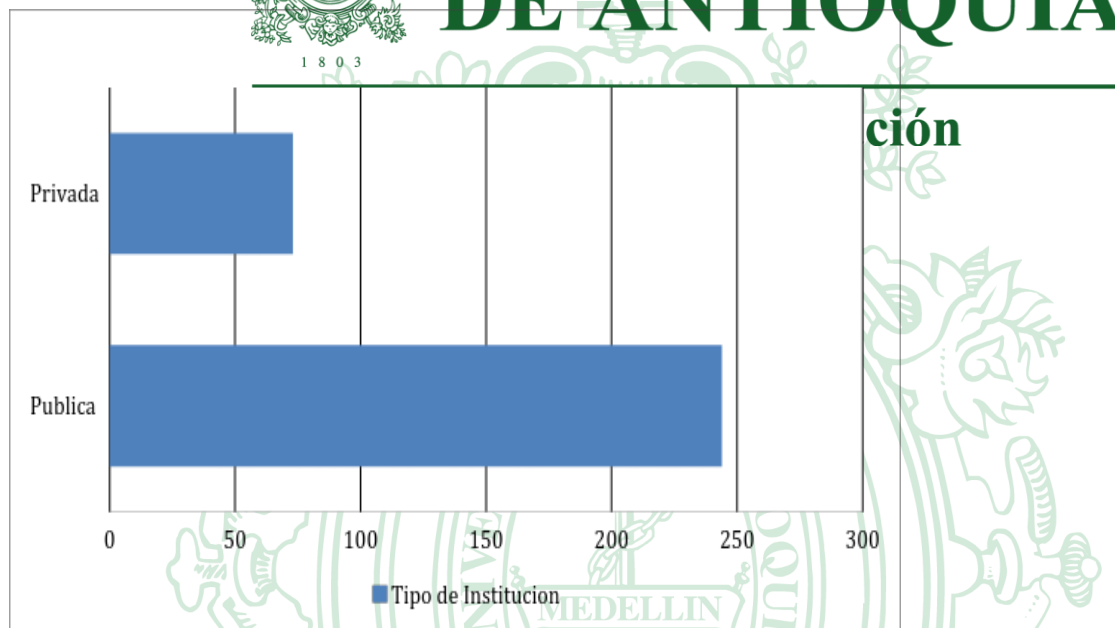
Fuente: Elaboración propia.

El 50,46% de la población pertenecen a estrato 3 un poco más de la mitad, el 32,50% a estrato 2 mientras que el estrato más bajo solo pertenece el 5,47% y al estrato 5 el 3,95%.



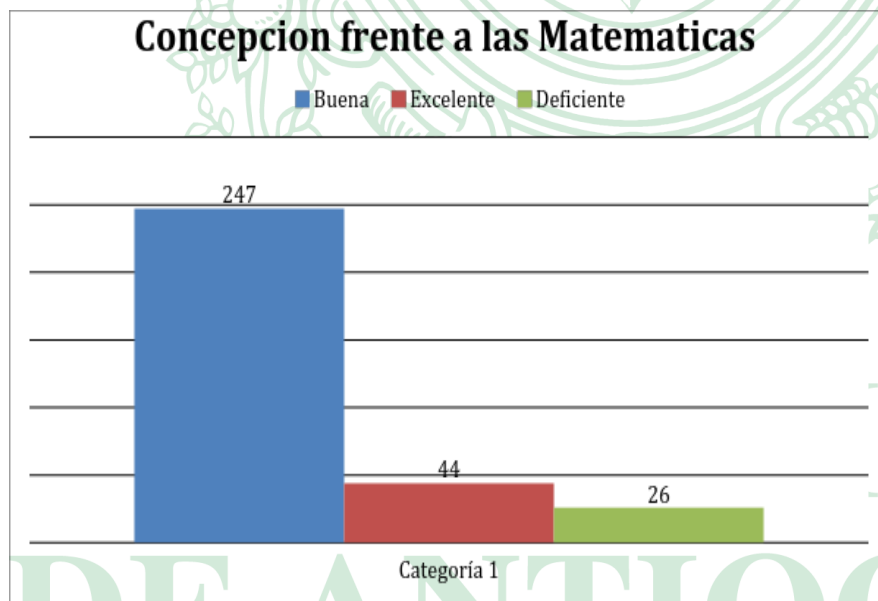
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Gráfica 8. Gráfica Admitidos Institución Publica vs Privada



Fuente: Elaboración propia.

Gráfica 9. Gráfica niveles en los que se consideran para las matemáticas estudiantes de ingeniería 2015-1.



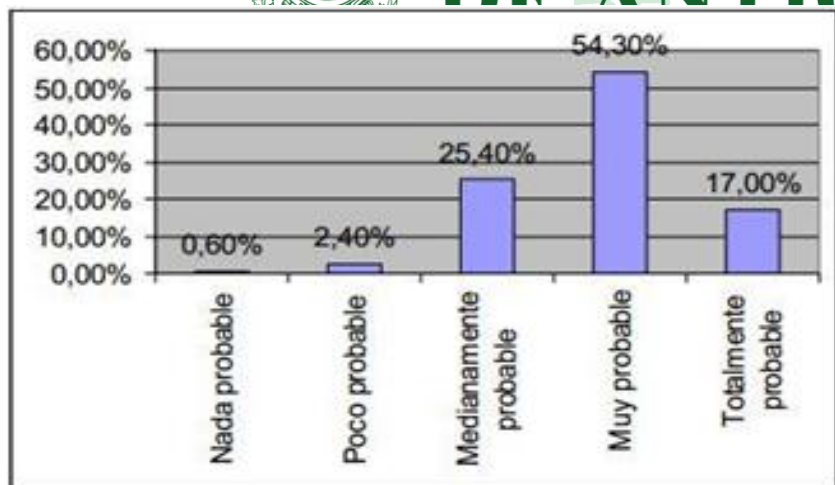
Fuente: Elaboración propia.

Se observa que de 315 estudiantes 247 se consideran buenos para enfrentar la matemática y 44 se asumen como excelentes y los restantes 26 como deficiente.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Gráfica 10. Posibilidades de terminar su carrera



Fuente: Elaboración propia.

El 71% consideran que terminaran su pregrado en ingeniería mientras el 29% restante se observan dudas frente a la culminación de sus estudios.

Gráfica 11. Razones para estudiar ingeniería.



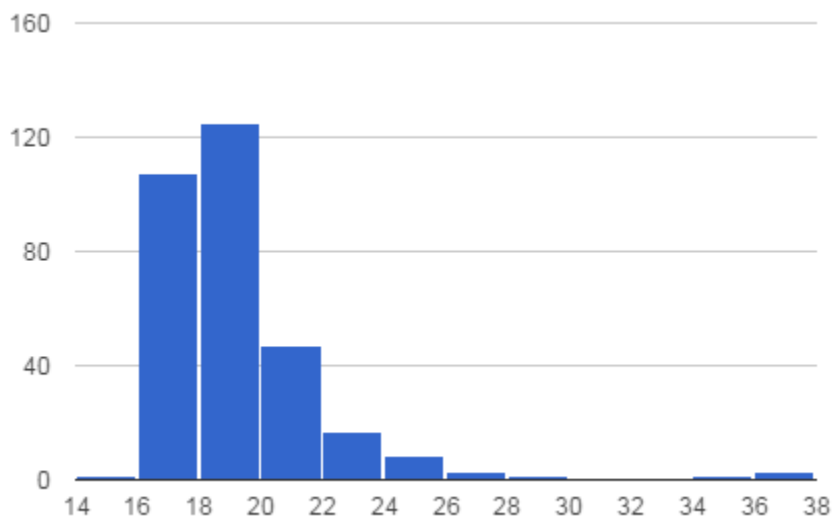
Fuente: Elaboración propia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



Gráfica 12. Rango de edades estudiantes Ingeniería 2015-1.



Fuente: Elaboración propia.

Es visible que los estudiantes admitidos son jóvenes entre los 16 y 26 años que en su gran mayoría dependen económicamente de su familia que se encuentran estratificados entre los niveles 2 y 3 a manera de hipótesis se podría plantear que los estratos altos prefieren otras universidades y que por diversos factores que se desconocen los estratos 1 no son materia prima de la universidad, la población masculina dobla a la femenina y en los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica los resultados masculinos en promedio con los femeninos son menores ya que el promedio de preguntas acertadas es 8 en contraposición las mujeres tienen un promedio de diez preguntadas acertadas por examen diagnóstico.

González y Uribe, Himmel (2002, citados por, Canales, 2007) destacan:

La interacción de aspectos individuales, sociales e institucionales como detonantes de la deserción universitaria. Entre las causas sociales e individuales menciona los valores y expectativas personales y familiares, el auto concepto académico de los alumnos, los referentes familiares de los alumnos, entre los más importantes. (p. 180)

7.1. Análisis prueba diagnóstica

La prueba es aplicada a un total de 25 estudiantes, el diseño de la prueba buscaba que los participantes se enfrenten a la resolución de situaciones aritméticas, algebraicas y



UNIVERSIDAD

geométricas de manera que los conocimientos preconcebidos de la numeración y el sentido de las variables relacionadas con la habilidad y con el manejo de los algoritmos en otras palabras la relación estrecha que existe entre la operacionalidad y la manera como se puede calcular o estimar un resultado, la intencionalidad radica en observar en qué nivel de algebrización podremos ubicar al estudiantado y que representaciones obtiene de los objetos matemáticos antes de iniciar su vida universitaria, la prueba consta de 24 preguntas clasificadas en aritmética, geométricas y algebraicas y con dos tipos de respuesta, de opción múltiple, y abiertas donde se debe exponer el procedimiento.

Los tipos de objetos y procesos algebraicos se pueden expresar con diversos lenguajes, preferentemente de tipo alfanumérico en los niveles superiores de algebrización. Pero los estudiantes de los primeros niveles educativos también pueden usar otros medios de expresión para representar objetos y procesos de índole algebraica, en particular el lenguaje ordinario, gráfico, tabular, incluso gestual. (Radford, 2003, citado por, Godino et al., 2012, p. 8)

A continuación, se muestra la lista de los 25 estudiantes con su respectivo programa y nombre, con la cantidad de preguntas acertadas y erradas, subdivididas por pregunta:

- A: ejercicio tipo aritmético.
- Al: ejercicio tipo algebraico.
- G: ejercicio tipo geométrico.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD ANTIOQUIA

Tabla 6. Resultados prueba diagnóstica

INFORMACION			PREGUNTAS																								Total Respuestas	
Programa	Nombre	# Documento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	Buenas	
Ingeniería Civil	Cristian Duarte Urrego	97102804582	1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	14	
Ingeniería Electronica	Julian Caro Correa	98032053009	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	14	
Ingeniería Civil	Melisa Vasco Gonzales	1017224360	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	6	
Ingeniería Electronica	Cristian Rendon Jimenez	98081757003	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	5	
Ingeniería Industrial	Santiago Camargo Correa	97100315584	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	12	
Ingeniería Civil	Juan Esteban Londoño Mesa	98042360325	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	10	
Ingeniería Industrial	Juan Esteban Cano	97100903303	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	14	
Ingeniería Sanitaria	Billy Vasquez Londoño	101709761	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	6	
Ingeniería Electronica	Arinda Isabel Severiche	98080354932	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	11	
Ingeniería Mecanica	Diana Lucia GonzalesAngel	97092425979	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	12	
Ingeniería Ambiental	Herney Sanchez Zuleta	97122603524	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	8	
Ingeniería Ambiental	Juliana Sanchez Gil	97051204755	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	15	
Ingeniería Sanitaria	Estefania Gaviria Osorio	97062904899	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	10	
Ingeniería Electronica	Diego Alejandro Campuzano	1039466024	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	0	11	
Ingeniería Química	Stefany Celis Osorno	97080403996	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	6	
Ingeniería Ambiental	Kristian Santamaria	1146440781	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	10
Ingeniería Industrial	Dalila Salamanca Urbano	97110804996	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	8	
Ingeniería Sanitaria	Daniel Muñoz Bedoya	1039886915	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	1	0	9	
Ingeniería Industrial	Juan Daniel Rios	1035894170	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	4
Respuestas Buenas según cada pregunta			14	4	13	8	3	17	11	4	6	4	7	12	18	7	7	7	3	11	5	11	4	0	4	5		

Fuente: elaboración propia.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Resultados presentes en los estudiantes de ingeniería en la realización de la prueba diagnóstica.

En la anterior Tabla se muestra los resultados de cada estudiante según el tipo de pregunta representado o enumerando con el uno (1) dando validez es decir se ha contestado correctamente o cero (0) si está incorrecta, de 24 preguntas el máximo de respuestas buenas equivale a 15 buenas y el mínimo 4 y una tendencia a mayor respuestas buenas en el campo aritmético y reducido en el algebraico mientras que el geométrico tiene menos de la mitad de las respuestas acertadas esto ya remarca lo expuesto en el marco teórico, Kieran (1989, citado por, Rojas, 2010) “Los escolares al comenzar el estudio del álgebra, traen nociones y enfoques de uso en el trabajo aritmético, pero que no son suficientes para abordar el trabajo algebraico, ya que éste no es una simple generalización del aritmético” (p. 119).

Se tomarán a consideración tres preguntas de acuerdo a la cantidad de estudiantes que la resolvieron adecuadamente que solo fueron 4 de 25 estudiantes dicho de otra manera solo el 16 % la respondió acertadamente.

Figura 6. Pregunta tipo Aritmético.

2. Para numerar las páginas de un libro, un tipógrafo ha empleado **206 dígitos**. Teniendo en cuenta que no se numera la primera página, el **número de páginas del libro**, es:
- A. 102
 - B. 104
 - C. 105
 - D. 106

Fuente: Elaboración propia.

El ejercicio efectuado por la mayoría del estudiantado se encuentra en el nivel algebraización 1, debido a que en general en la anterior pregunta, no se reconocen propiedades como el conteo, distributiva y operaciones con propiedades tales como la suma



y la resta en los conjuntos de números naturales, (observar anexo soluciones de los estudiantes)

Lo que distingue el pensamiento aritmético del algebraico es el hecho de que en este último se tratan cantidades indeterminadas de una manera analítica. En otras palabras, consideras cantidades indeterminadas (p.e. incógnitas o variables) como si fueran conocidas y realizas cálculos con ellas como lo haces con números conocidos. (Radford, 2011, p. 318)

Figura 7. Pregunta tipo algebraico.

21. Encuentre las soluciones de la ecuación:

$$4^{x^2} \cdot 2^{5x} = 8$$

Fuente: Elaboración propia.

La solución que se espera está dada por encontrar los valores de x para los cuales la expresión existe, este ejercicio se encuentra en el nivel de algebrización 1 debido a que no se reconocen propiedades algebraicas dadas desde la potenciación además de ignorar la distributiva dada la ecuación de segundo grado.

Se interpreta a través de los resultados dados en la tabla anterior en las preguntas aritmética vs los algebraicos y la falta de generalización entre un campo y otro es notorio es observable que los estudiantes llegan al inicio de su pregrado en un nivel incipiente de algebrización.

Del mismo modo, el signo igual adquiere diferentes significados según el contexto en que aparece. Mientras en aritmética el signo igual indica que se ha hecho una operación y tenemos su resultado, es decir, su interpretación es unidireccional, en álgebra es bidireccional; es un símbolo de equivalencia entre lo que hay a su derecha y a su izquierda. Además, sirve para indicar restricciones, como en el caso de las ecuaciones. El signo igual aparece en distintos contextos algebraicos refiriéndose a conceptos diferentes como ecuaciones, identidades, fórmulas o funciones. (Gavilán, 2011 p. 99)

Se hace notoria la representación del signo igual en un solo sentido y no como la representación dada desde una ecuación donde la ley uniforme prevalece.

7.2. Análisis Quiz – Guía



Finalizando los talleres y asesorías se implementa un instrumento que se divide en dos partes con la intención de interpretar los avances realizados en el proceso de práctica académica, la primera parte está guiada por ejercicios algebraicos enrutados a la factorización y simplificación de expresiones mediante el mismo, y poder comparar los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica para la segunda parte está dada a evaluará la comprensión del sentido geométrico de factorizar, clasificando el nivel basado en la teoría de van hiele y la fase de aprendizaje correspondientes.

Frente al quiz el tema preponderante y el cual fue el elegido fue fracciones parciales ya que permite efectuar una cantidad de situaciones como el uso de un lenguaje alfanumérico variables, numeración y letras como incógnitas, sistemas de ecuaciones, que permitieron ver anexo (quiz) niveles de algebrización ya que la actividad que se realiza en cada una de las resoluciones involucra diferentes niveles de algebrización: generalizando los positivos resultados del quiz se observó el uso de propiedades y algoritmos relacionados con la factorización y simplificación de fracciones que se asume dentro de los niveles de Godino asociado al nivel (nivel 1). En el planteamiento de sistemas de ecuaciones de 2×2 y reconocimientos de propiedades de productos notables y factorizar 3×3 , (nivel 2), y el planteamiento ecuaciones con incógnitas y operar con ellas los ubica, (nivel 3).

El razonamiento algebraico implica también:

- Desarrollar un pensamiento relacional, es decir, apreciar relaciones numéricas entre los términos de una expresión y entre distintas expresiones o ecuaciones.

- Transformar expresiones matemáticas, sin restringirse al cálculo de una respuesta concreta.

- Desarrollar un conocimiento sobre conjuntos de objetos matemáticos (números o variables), de operaciones entre ellos, de propiedades de estos objetos y sus operaciones (ej., asociativa, conmutativa, distributiva), y de las propiedades de relaciones cuantitativas (ej., transitividad e igualdad). (Carpenter, Levi, Franke & Zeringue, 2005, Godino et al., 2012, p. 4)

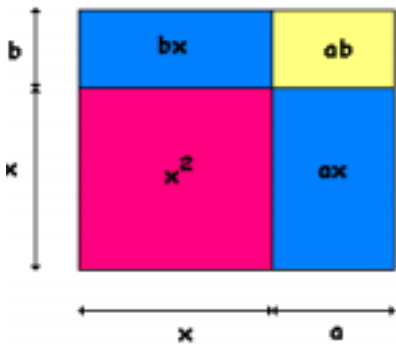
La segunda fase es cimentada en la idea de transversalizar los conocimientos vistos en la geometría para obtener el concepto de factorizar por medio de la multiplicación de



áreas de esta circunstancia nace el hecho de que didácticamente se pueda inferir un concepto, basado en un constructo geométrico.

La actividad fue llevada a cabo solo con dos estudiantes a los que nombrare Bellota y Naruto por privacidad y se generara un paralelo que permitirá situar según corresponda en el modelo Van Hiele el producto fue el siguiente siendo una idea original de Rojano y Filloy (2001) modificado por el investigador Avilez (2015) para acoplarse a las necesidades del caso.

Figura 8. Situación Van Hiele



- Describa las propiedades de las figuras geométricas presentes en el anterior cuadrado, dados en ángulos, diagonales y vértices.
- Obtenga el perímetro y área fucsia

Asignar valores numéricos y efectuar cálculos de área y perímetro

• ¿De qué otra manera podemos calcular área? _____

• Lado de todo el cuadrado: _____ + _____

• El área de todo el cuadrado= lado por lado

• Área de todo el cuadrado = (18 + 03) = (_____ + _____)

El área de todo el cuadrado es igual a la suma de las áreas de sus partes,

- Área de todo el cuadrado = _____

- Área del cuadrado Dado=

$$(x + a) (x + b) = + (a + b) x + ab$$

- ¿Qué dificultades encuentra en el trabajo?

- ¿Geoméricamente que es factorizar?

Tabla 7. Análisis Naruto Niveles de Van Hiele.

	<i>NARUTO</i>	
	<i>Elementos Explícitos</i>	<i>Elementos Implícitos</i>
<i>Nivel 0</i>	<i>Reconoce las figuras y objetos</i>	<i>Identifica las propiedades de los cuadrados</i>
<i>Nivel 1</i>	<i>Comprende los axiomas de la figura</i>	<i>Relaciona las propiedades</i>
<i>Nivel 2</i>	<i>Relaciona propiedades de datos existentes</i>	<i>Asimila teoremas</i>
<i>Nivel 3</i>	<i>Nno llego al nivel</i>	<i>No llego al nivel</i>
<i>Nivel 4</i>	X	X

Fuente: Elaboración propia.

Elementos explícitos e implícitos que presenta Naruto según los niveles de Van hiele.

Solo se involucraron dos estudiantes para realizar un trabajo más minucioso debido a que las observaciones arrojan varias incógnitas que pueden ser analizadas paralelamente y ubicarlos según los criterios estipulados por la evaluación.

Tabla 8. Análisis Bellota Niveles de Van Hiele.

	<i>Bellota</i>
--	----------------



	<i>Elementos Explícitos</i>	<i>Elementos Implícitos</i>
<i>Nivel 0</i>	<i>Reconoce las figuras y objetos</i>	<i>Diferencia las propiedades de las figuras</i>
<i>Nivel 1</i>	<i>Retroalimenta la información para llegar a nuevos supuestos</i>	<i>Rrelaciona propiedades</i>
<i>Nivel 2</i>	<i>Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos</i>	<i>Comprende el sentido del área y el perímetro</i>
<i>Nivel 3</i>		
<i>Nivel 4</i>		

Fuente: Elaboración propia.

Elementos explícitos e implícitos que presenta Bellota según los niveles de Van hiele.

Ambos estudiantes se encuentran en la fase de aprendizaje de orientación libre es s en esta fase donde se debe aplicar los conocimientos adquiridos anteriormente y esto mediante actividades abiertas, de manera que tengan varias soluciones y sean abordados desde diferentes puntos de vista “Los estudiantes aprenden a encontrar su camino en la red de relaciones por sí mismos, mediante actividades generales” (Van Hiele, 1986, p. 54).

De acuerdo al modelo no se debe observar si una pregunta está bien resuelta se debe tener en cuenta los argumentos para llegar a la solución, puedo afirmar que llegaron a conceptualizar el concepto.

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



7.3. Resultado

Tabla 9. Preguntas acertadas prueba diagnóstica vs calificación definitiva algebra y trigonometría.

Nombre	Total Respuestas	Resultado Algebra
Cristian Duarte Urrego	14	3,5
Julian Caro Correa	14	3
Melisa Vasco Gonzales	6	3,5
Cristian Rendon Jimenez	5	4,7
Santiago Camargo Correa	12	3,8
Juan Esteban Londoño Mesa	10	3,8
Juan Esteban Cano	14	3,4
Billy Vasquez Londoño	6	
Arinda Isabel Severiche	11	3,2
Diana Lucia GonzalesAngel	12	4
Herney Sanchez Zuleta	8	3,3
Juliana Sanchez Gil	15	4,7
Estefania Gaviria Osorio	10	3,5
Diego Alejandro Campuzano	11	Insuficiente
Stefany Celis Osorno	6	4,3
Kristian Santamaria	10	3,3
Dalila Salamanca Urbano	8	
Daniel Muñoz Bedoya	9	3,8
Juan Daniel Rios	4	Insuficiente

Fuente: Elaboración propia.

Comparación de las preguntas acertadas de la prueba diagnóstica con la calificación definitiva en algebra y trigonometría.

7.4. Presentación de resultados y conclusiones

En la tabla se observan los estudiantes que participaron de manera activa del trabajo de investigación los datos fueron proporcionados por la base de datos Mares Udea; Aquellos que se encuentran resaltados son dos estudiantes que por causas desconocidas cancelaron semestre y por tanto no hay registro de sus porcentajes en el curso de algebra y trigonometría aunque observando su primer resultado en la prueba diagnóstica de 6 y 8 respectivamente de 24 preguntas si se tuviera que dar una nota cuantitativa seria 1.2 y 1.4 ubicados en un nivel incipiente de algebrización; continuando con los dos estudiantes en el que su rendimiento académico fue insuficiente no solo por la nota de algebra y



trigonometría si no las demás cursos que conforman el primer semestre de ingeniería, caso parecido a los dos anteriores pero con la marcada diferencia que estos dos últimos no cancelaron semestre y por tanto la notas continuaron con su devenir normal y su rendimiento académico es insuficiente y como sanción de acuerdo artículo 134. (Modificado por el acuerdo superior no. 164 de diciembre 16 de 1999). El estudiante de pregrado que haya obtenido un rendimiento académico insuficiente podrá, al cabo de cinco años calendario contados a partir de la fecha de terminación de su último período académico, presentarse como aspirante nuevo o aspirante a transferencia, según el caso.

El existo de esta práctica radica en el hecho de los 19 estudiantes que estuvieron en la muestra 15 aprobaron el curso y sobresale el caso de Cristian Rendón Jiménez el cual en su prueba diagnóstica solo resolvió cuatro preguntas acertadamente, pero en su proceso hubo una resignificación y confrontación de los contenidos anteriores como nos dice Gavilán (2011):

En la superación de los errores cometidos es necesario que el estudiante asuma un papel activo viéndose involucrado en un conflicto a través del cual sustituya sus concepciones erróneas por otras adecuadas, enfrentándose a la contradicción que existe entre ambas. El significado se alcanza cuando se pone en contacto la nueva comprensión con los esquemas previos y, de este contacto, surgen nuevos esquemas modificados y ampliados, que pueden reestructurarse dando lugar a otros esquemas de orden superior. (p. 101)

Generando nuevos esquemas que serán adaptables a las nuevas situaciones, los resultados son satisfactorios debido a que el 79% de los estudiantes aprobaron algebra y trigonometría y el 21% por causas externas no continuaron con el proceso.

El estudio de la enseñanza y aprendizaje de la aritmética al algebra ocupan un lugar especial en el ámbito internacional y es de especial interés que pueda ser analizado en el contexto de la universidad de Antioquia e identificar que son múltiples las dificultades que subyacen en este campo las más notorias fueron lenguaje matemático bajo como lo expresa Gavilán (2011):

Parte de los problemas se deben a problemas propios del uso y comprensión de nuestro lenguaje; dificultad que se agrava al emplear palabras que en el contexto



matemático tienen diferente significado que en el lenguaje habitual, como raíz, potencia, primo, diferencia, matriz, etc.; al tiempo que se crean otras, específicamente matemáticas, como hipotenusa, coeficiente, polinomio, isósceles, etc. (p. 100)

La codificación y representación de variables y la ambigüedad que presenta el símbolo igual marcaron tendencia podemos hablar que en el proceso escolar la matemática no se muestra rigurosamente sino más bien como algo mecánico lleno de artificios y magia donde aparecen componentes y desaparecen otras sin previo aviso, puedo decir que muchas de esas estructuras fueron reestructuradas no en su totalidad pero sí en gran porcentaje donde aquellos que estuvieron inmersos en el proceso asumieron roles activos de conocimiento debido a su preocupación por su devenir académico. Definitivamente el docente es parte vital en los primeros ciclos de formación ya que del proviene la sintaxis matemática que el estudiantado reproducirá.

Geoméricamente se construyó el concepto de simplificación de bloques fundamentales mediante el modelo de Van Hiele aunque no se pudo llegar a un nivel riguroso demostrativo pudieron clasificar y relacionar propiedades y acercarse a un concepto conocido desde un camino menos trillado. Así cumpliendo con los objetivos específicos, queda un largo camino para investigar desde la notación matemática como tal no solo desde el álgebra y trigonometría analizando y codificando todos los registros ontosemiótico que hay en la notación desde cálculo y física ecuaciones y todos esos cursos donde las estructuras matemáticas son evidenciadas siempre.

Observando y analizando profundamente los resultados anteriores los cuales a través de un proceso de indagación y praxis dadas en la facultad de ingeniería con estudiantes del primer ciclo formativo permitió evidenciar mediante la práctica pedagógica de la licenciatura en matemáticas y física una evolución frente a los primeros resultados dados en las pruebas diagnósticas ya que los ponderados iniciales no fueron los más alentadores, en el transcurso de la intervención se generaron grandes acercamientos a los contenidos iniciales de los cursos en ciencias estipulados en el pemsun de las ingenierías, al punto que de 19 estudiantes solo uno perdió álgebra y trigonometría y 18 lo aprobaron a demás conociendo los niveles de deserción y aprobación de la misma una de las grandes propuestas de este trabajo investigativo para fomentar la permanencia y reducir los índices



de deserción está dirigida a impulsar los talleres nivelatorios para cada cohorte entrante ya que en una gran mayoría de los estudiantes traen consigo desde la escuela vacíos matemáticos que no le permiten conceptualizar ni generalizar objetos matemáticos, sacando a relucir el éxito del presente trabajo solo se puede esperar que este sea la primera cuota del arduo trabajo que fue promovido por los docentes Grimaldo Oleas Liñán y Luis Fernando Pérez rúa asesores del presente trabajo de grado y el ejecutor Walter Avilez Campuzano, trabajo que solo fue programado para tres semestres, ya que hace parte de la práctica pedagógica de la facultad de educación de la licenciatura en matemáticas y física de la universidad de Antioquia practica que culmina con el presente escrito, por ende se plantea que la facultad de ingeniería continúe con el proceso por medio de la facultad de educación y sus practicantes, es decir una sinergia que favorecía ambas partes debido a que por medio de las practicas pedagógicas brindadas por los estudiantes de licenciatura a las nuevas cohortes brindadas en la pre matricula se ganaría gran terreno dados del acercamiento y reevaluación de los contenidos vistos en la escuela desechando los conocimientos errados y reforzando los conceptos acertados, sin contar la gran producción literaria que se crearía acerca de las vicisitudes de los estudiantes que inician sus respectivos pregrados en ingeniería y posibles soluciones a las mismas, permitiendo crear estrategias de prevención y así bajar los índices de repitencia y deserción, antes de cursar los asignaturas correspondientes con los docentes titulares, los practicantes habrán labrado el camino de múltiples maneras, ya que no entraran a estudiar después de una larga para sino más bien iniciaran su carrera universitaria con bases cimentadas del trabajo escolar y la particularidad de la práctica; Para la facultad de educación se brindaran nuevos escenarios de docencia desligados de la educación media, ya que con frecuencia las practicas están dadas desde la educación media- colegios mas no desde la educación superior, se crearan antecedentes y se perfilaran muchos de los estudiantes como docentes universitarios. Debido a lo anteriormente expuesto se propone un grupo de practicantes que se apropien de semilleros, talleres, tutorías, asesorías y demás formas de interacción que posibiliten un acercamiento a las dificultades presente en los estudiantes de los primeros ciclos formativos de la universidad de Antioquia haciendo uso de este trabajo y los demás elaborados por los compañeros de practica generando bases confiables que permitan predecir futuras complicaciones en el devenir de la matemática en el ámbito universitario. Las razones

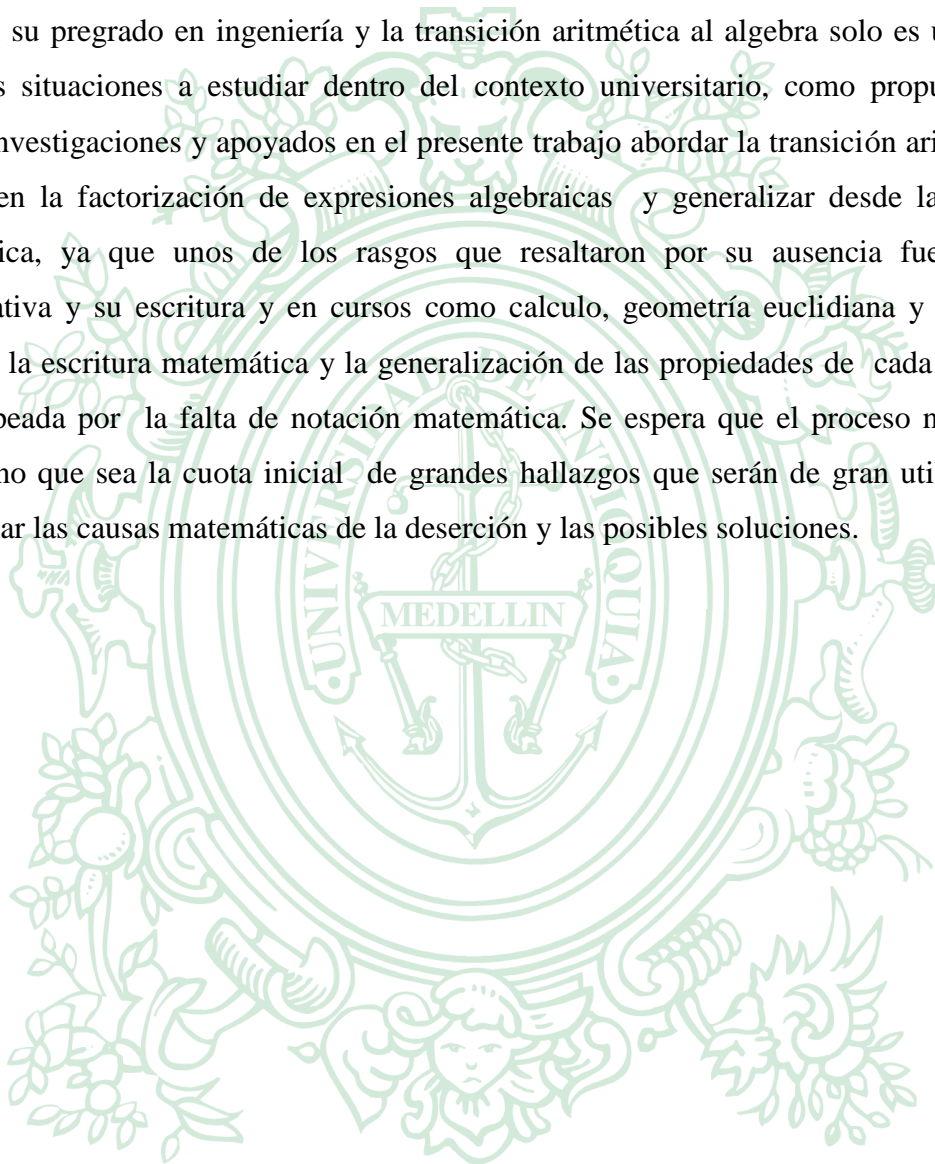


UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

antes expuestas son el producto de muchas dificultades observadas en los estudiantes que iniciaron su pregrado en ingeniería y la transición aritmética al álgebra solo es una de las múltiples situaciones a estudiar dentro del contexto universitario, como propuesta para futuras investigaciones y apoyados en el presente trabajo abordar la transición aritmética al álgebra en la factorización de expresiones algebraicas y generalizar desde la notación matemática, ya que unos de los rasgos que resaltaron por su ausencia fue la parte demostrativa y su escritura y en cursos como cálculo, geometría euclidiana y geometría vectorial la escritura matemática y la generalización de las propiedades de cada campo se ve estropeada por la falta de notación matemática. Se espera que el proceso no termine aquí, si no que sea la cuota inicial de grandes hallazgos que serán de gran utilidad para determinar las causas matemáticas de la deserción y las posibles soluciones.



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

Ake, L. (2013). *Evaluación y desarrollo del razonamiento algebraico elemental en maestros en formación*. (Tesis inédita de Doctorado). Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, España. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/Tesis_doctorales/Lilia_Ake_tesis.pdf

Alvarado, L., & García, M. (diciembre, 2008). Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas. *Sapiens*, 9 (2), 187-202. Recuperado de http://datateca.unad.edu.co/contenidos/401526/Alvarado_L._Garcia_M.pdf

Amore, B., & Godino, J. (julio, 2007). El enfoque ontosemiotico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10 (002), 191-218.

Ardila, J. (s.f). *Geometría y factorización*. Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/883/1/1Conferencias.pdf>

Arguedas, V. (agosto, 2012). George Pólya: el razonamiento plausible. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 12 (2). Recuperado de https://tecdigital.tec.ac.cr/revistamatematica/Secciones/Historia/RevistaDigital_VArguedas_V12_N2_2012/RevistaDigital_VArguedas_V12_N2_2012.pdf

Arzaluz, S. (enero-abril, 2005). La utilización del estudio de caso en el análisis local. *Revista Región y Sociedad*, XVII (32), 107-144.

Barrantes, H. (2006). La teoría de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (2). Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/viewFile/6888/6574>



Barrera, B. Centro, M. (2006). Evaluación de niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de la Licenciatura en educación integral. *Divulgaciones Matemáticas*, 14 (2), 141–151.

Braga, G. (julio, 1991). Apuntes para la enseñanza de la geometría. *Signos Teoría y Práctica de La Educación*, (4)

Bressan, A., Bogisic, B., & Crego, K. (2000). *Razones para enseñar la geometría en la educación básica*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.

Canales, A. (2007). Factores explicativos de la deserción universitaria. *Calidad en la Educación*, (26), 173-201.

Canales, A., & De los Ríos, D. (julio, 2007). Factores explicativos de la deserción universitaria. *Calidad en la Educación*, (26). Recuperado de http://www.alfaguia.org/alfaguia/files/1341266791_2599.pdf

Capítulo 3. (s.f). Recuperado de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lhr/barrera_r_sp/capitulo3.pdf

Casas, J., Repullo, J. R., & Donado, J. (2002). *La encuesta como técnica de investigación. Elaboración de cuestionarios y tratamiento estadístico de los datos (I)*. Recuperado de

http://apps.elsevier.es/watermark/ctl_servlet?_f=10&pident_articulo=13047738&pident_usuario=0&pcontactid=&pident_revista=27&ty=96&accion=L&origen=zonalectura&web=www.elsevier.es&lan=es&fichero=27v31n08a13047738pdf001.pdf

Colectivo de autores Cepes. (2000). *Tendencias pedagógicas en la realidad educativa actual*. Recuperado de https://www.mutuamotera.org/gn/web/documentos/contenidos/libro_de_tendencias_docentes.pdf



Comité de Currículo. (2004). *Transformación curricular: documento rector*. Recuperado de

<http://huitoto.udea.edu.co/programacionacademica/contenido/IPPA/ACUERDOS%20TRANSFORMACION%20CURRICULAR/documento-maestro-rector/Doc%20Rector%20-%20Todas%20Ingenierias.pdf>

Cortés, J. C., Hitt, F., & Saboya, M. (octubre, 2014). De la Aritmética al Álgebra: Números Triangulares, tecnología y ACODESA. *REDIMAT*, 3 (3), 220-252. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=4898084>

Cortes, M., & Galindo, N. (2007). *El modelo de Pólya centrado en resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida*. (Tesis inédita de Maestría). Universidad de la Salle, Bogotá D.C., Colombia. Recuperado de <http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/1552/TM85.07%20C818m.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Cruz, E. (2008). *Diseño de una secuencia didáctica, donde se generaliza el método de factorización*. (Tesis inédita de Maestría). Instituto Politécnico Nacional, México D.F., México. Recuperado de <http://tesis.bnct.ipn.mx/bitstream/handle/123456789/11745/1490.pdf?sequence=1>

Díaz, S. A., Mendoza, V. M., & Porras, C. M. (febrero-abril, 2011). Una guía para la elaboración de estudios de caso. *Primera Revista Electrónica en América Latina Especializada en Comunicación*, (75). Recuperado de http://www.razonypalabra.org.mx/N/N75/varia_75/01_Diaz_V75.pdf

Escudero, C., Moreira, M., & Caballero, M. (2003). Teoremas-en-acción y conceptos-en-acción en clases de física introductoria en secundaria. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 2 (3), 201-226.



Estándares básicos de competencias en matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático:

¿un reto escolar! (s.f). Recuperado de
http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

Facultad de Ingeniería. (s.f). Recuperado de
http://emagcreator.com/universidadeindustria/FACULTAD_DE_INGENIERA_70_aos/pubData/source/FACULTAD_DE_INGENIERA_70_aos.pdf

Fernández, L. (2006). *¿Cómo analizar datos cualitativos?* Recuperado de
<http://www.ub.edu/ice/recerca/fitxes/fitxa7-cast.htm>

Fernández, L. (2006). *¿Cómo analizar datos cualitativos?* Recuperado de
<http://www.ub.edu/ice/recerca/pdf/ficha7-cast.pdf>

Fonseca, C., Bosch, M., & Gascón, J. (agosto, 2010). El momento del trabajo de la técnica en la completación de Organizaciones Matemáticas: el caso de la división sintética y la factorización de polinomios. *Educación Matemática*, 22 (2), 5-34.

Fouz, F., & Donosti, B. (s.f). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. En: *Un Paseo por la Geometría* (pp. 67-82). Recuperado de
<http://www.xtec.cat/~rnolla/Sangaku/SangWEB/PDF/PG-04-05-fouz.pdf>

Fundamentación Teórica. (s.f). Recuperado de <http://educando-crecemos-juntos.webnode.cl/diagnostico/fundamentacion-teorica/>

Gavilán, P. (2011). Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo? *Investigación en la Escuela*, (73), 95-108. Recuperado de <http://www.investigacionenlaescuela.es/articulos/R73/R73.7.pdf>

Geometría empírica vs. geometría deductiva. (s.f). Recuperado de
http://docencia.udea.edu.co/cen/modelos_loggeom/html/cap1/sec1-2.html



Godino, J., Ake, L., Gonzato, M., & Wilhelmi, M. (2012). *Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros*. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/niveles_algebrizacion.pdf

Godino, J., Castro, W., Ake, L., & Wilhelmi, M. (2002). Naturaleza del razonamiento algebraico elemental. *Bolema: Boletín de Educação Matemática*, 26 (42B), 483-511.

Godino, J., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26 (1), 39-88.

Gonzales, F., & Diez, M. (2002). Dificultades en la adquisición del significado en el uso de las letras en Algebra. *Revista Complutense de Educación*, 13 (1), 281-302.

González, E. (2009). *Contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales*. Recuperado de <http://ideascompilativas.blogspot.com.co/2009/06/contenidos-conceptuales-procedimentales.html>

Grupo Ingeniería y Sociedad. (2010). ¿matemáticas y físicas las barreras en ingeniería? *Ingeniería y Sociedad*, (2), 13-27. Recuperado de <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/7369/68>

Guardián, A. (2007). *El Paradigma Cualitativo en la Investigación Socio-Educativa*. Recuperado de <http://web.ua.es/en/ice/documentos/recursos/materiales/el-paradigma-cualitativo-en-la-investigacion-socio-educativa.pdf>

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación*. (Cuarta edición). México D.F.: McGraw-Hill Interamericana.



Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. (Quinta edición). México D.F.: McGraw-Hill Interamericana.

Jaime, A., & Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. En: S. Llinares & M. V. Sanchez. (eds.). *Teoría y práctica en educación matemática* (pp. 295-384). Sevilla: Alfar.

Kieran, C., & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias*, 7 (3), 229-240. Recuperado de <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/51268/93013>

Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (Eds.). (1998). *Educación Matemática: Errores y dificultades de los estudiantes Resolución de problemas Evaluación Historia*. Recuperado de [http://disciplinas.stoa.usp.br/pluginfile.php/235537/mod_resource/content/2/TEXT O%201-Kilpatrick,%20J.pdf](http://disciplinas.stoa.usp.br/pluginfile.php/235537/mod_resource/content/2/TEXT%201-Kilpatrick,%20J.pdf)

Marín, L., Agudelo, N., & Isaza, P. (2015). *Calor y temperatura: Una propuesta de recontextualización en la enseñanza de la física a partir de los planteamientos de Robert Boyle y Robert Mayer*. (Tesis inédita de Licenciatura en Matemáticas y Física). Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

Martínez, J. (julio-diciembre, 2011). Métodos de investigación cualitativa. *Revista de Investigación Silogismo*, 8 (1). Recuperado de <http://www.cide.edu.co/ojs/index.php/silogismo/article/view/64/53>

Martínez, P. C. (julio, 2006). El método de estudio de caso. Estrategia metodológica de la investigación científica. *Pensamiento & Gestión*, (20), 165-193.

Mejía, L. F., Parra, C. M., Valencia, A., Castañeda, E. Restrepo, G., & Mendoza, R. (2012). La formación Socio-humanística en el pregrado de Ingeniería Industrial. *Ingeniería y Sociedad*, (5), 18-26. Recuperado de



<https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/13983/12>
395

Melero, N. (2011). El paradigma crítico y los aportes de la investigación acción participativa en la transformación de la realidad social: un análisis desde las ciencias sociales. *Cuestiones Pedagógicas*, 21, 339-355. Recuperado de http://datateca.unad.edu.co/contenidos/401526/Melero_N.pdf

Modelo de Van Hiele. (s.f). Recuperado de http://www.ecured.cu/index.php/Modelo_de_Van_Hiele

Molina, M. (2009). Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria. *PNA*, 3 (3), 135-156.

Moreira, M. A. (2002). La teoría de los campos conceptuales de vergnaud, la enseñanza de las ciencias y la investigación en el área. *Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*, 7 (1). I. Iglesias (Trad.). Recuperado de <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/vergnaudespanhol.pdf>

Palarea, M. M. (1999). La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en algebra por alumnos de 12 a 14. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 40, 3-28.

Pasos a considerar en la resolución de problemas. (s.f). Recuperado de <http://ww2.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?ID=181701>

Restrepo, A. (2009). El actual contexto educativo: Una mirada desde el maestro. *Plumilla Educativa*, (6), 134-143.

Rojas, P. J. (2010). Iniciación al álgebra escolar: elementos para el trabajo en el aula. *Memoria 11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, 115-131. Recuperado de



http://funes.uniandes.edu.co/1168/1/115_Iniciacin_al_lgebra_Escolar_Elementos_para_el_Trabajo_en_el_Aula_Asocolme2010.pdf

Romero, R., Fernández, L. M., Loydover, M., Chaparro, E., Mezquida, H., & Cipamocha, J. L. (s.f). *Iniciación al álgebra a través de actividades funcionales y de generalización*. Recuperado de

http://www.colombiaaprende.edu.co/html/productos/1685/articulos-110457_archivo.pdf

Ruiz, M. I., Borboa, M., & Rodríguez, J. C. (s.f). El enfoque mixto de investigación en los estudios fiscales. *Revista Académica de Investigación Tlatemoani*. Recuperado de <http://www.eumed.net/rev/tlatemoani/13/estudios-fiscales.html>

Sierra, R. (1994). *Técnicas de Investigación social*. Madrid: Paraninfo.

Sureda, P., & Otero, M. (2011). Nociones fundamentales de la teoría de los campos conceptuales. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 6 (1), 1-14.

Torre, A. (26, agosto, 2009). *La tendencia a la actualización*. Recuperado de <http://pato17014.blogspot.com.co/2009/08/la-tendencia-la-actualizacion.html>

Tradición estudio de caso. (s.f). Recuperado de http://www.eumed.net/tesis-doctorales/2012/mirm/estudio_caso.html

Trejo, E., & Camarena, P. (agosto, 2011). Análisis cognitivo de situaciones problema con sistemas de ecuaciones algebraicas en el contexto del balance de materia. *Educación Matemática*, 23 (2), 65-90. Recuperado de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v23n2/v23n2a4.pdf>

Valencia, A., Mejía, L. F., Parra, C. M., Restrepo, G., Castañeda, E., & Mendoza, R. (2015). Vida académica en ingeniería: Observar para decidir. *Revista Ingeniería y*



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA
1803

Facultad de Educación

Sociedad, (10). Recuperado de
<https://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/24677/20>
175

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight. A theory of mathematics education*.
Londres: Academic Press.

Vargas, G., & Gamboa, R. (2013). El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría.
UNICIENCIA, 27 (1), 74-94.

Vergnaud. G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Récherches en Didactique des
Mathématiques*, 10 (23). Recuperado de [http://rdm.penseesauvage.com/La-theorie-
des-champs-conceptuels.html](http://rdm.penseesauvage.com/La-theorie-des-champs-conceptuels.html)

Wikipedia. (s.f). *Factorización*. Recuperado de
<https://es.wikipedia.org/wiki/Factorizaci%C3%B3n>

UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



ANEXOS

Anexo 1. Prueba Diagnóstica.

El objetivo de esta prueba, es el de tener una aproximación acerca de las fortalezas y debilidades actuales del conjunto de ustedes, en el razonamiento matemático. Para un mejor diagnóstico, les solicitamos que respondan el cuestionario con absoluta sinceridad, sin recurrir al azar.

A continuación, se les presentan **30** situaciones problema, para cada una de las cuales se ofrecen **cuatro** opciones de respuesta, de las cuales **sólo una es verdadera**. Ustedes deberán señalar, para cada caso, la opción de su preferencia, en la hoja de respuestas.

Al finalizar, ustedes deben **entregar sólo su hoja de respuestas**, con su nombre completo.

1. Jorge y Walter se encontraron después de varios años sin verse. El primero dijo al segundo: “Supe que tienes una hija; ¿qué edad tiene?”. Walter respondió: “El tiempo que tú y yo llevamos sin vernos, supera en tres (3) años al doble de la edad de mi hija; además, si ella hubiese nacido justo cuando tú y yo dejamos de vernos, ella tendría **15** años”. La edad de la hija de Walter es:

- A. 6 años
- B. 9 años
- C. 12 años
- D. 15 años

2. El reloj de la iglesia de la Candelaria ha estado parado hace **778** horas. Para ponerlo en la hora actual, se debe:

- A. Retrasar el horario 2 horas
- B. Adelantar el horario 4 horas
- C. Retrasar el horario 10 horas



D. Adelantar el horario 4 horas

3. Para numerar las páginas de un libro, un tipógrafo ha empleado **206 dígitos**. Teniendo en cuenta que no se numera la primera página, el **número de páginas del libro**, es:

- A. 102
- B. 104
- C. 105
- D. 106

4. Álvaro preguntó la hora a Juan Manuel, y éste le respondió: “Para que se acabe el día, deben transcurrir $\frac{1}{5}$ de las horas que han pasado”. La conversación entre Álvaro y Juan Manuel ocurrió a las:

- A. 4 P.M
- B. 6 P.M.
- C. 8 P.M.
- D. 10 P.M.

5. De la suma de los primeros **200** números naturales **pares**, se **resta** la suma de los primeros 200 naturales **impares**. El resultado es:

- A. 100
- B. 200
- C. 300
- D. 400

6. Si a una circunferencia se le incrementa su radio en π cm., entonces su longitud se incrementa en:

- A. π^2 cm.
- B. $2\pi^2$ cm.



C. $3\pi^2$ cm.

D. $4\pi^2$ cm.

7. n una sala se encuentran **cinco** (5) personas cuya edad promedio es **30** años. De la sala se retira una persona de 18 años. La edad promedio de las cuatro personas restantes es:

A. 30 años

B. 31 años

C. 32 años

D. 33 años

8. Los conjuntos **A** y **B** tienen igual número de elementos y **1001** elementos **en común**. La unión de dichos conjuntos tiene **2007** elementos. El número de elementos del conjunto **A** es:

A. 503

B. 1503

C. 504

D. 1504

9. Natalia tiene en su billetera siete (7) billetes de tres denominaciones: \$1.000, \$2.000 y \$5.000. Se sabe que tiene más billetes de \$2.000 que de \$5.000, y más de \$5.000 que de \$1.000. El total de dinero en la billetera de Natalia es:

A. \$18.000

B. \$19.000

C. \$20.000

D. \$21.000

10. Si un número real no nulo se divide por su tercera parte, entonces el número se convierte en:

1 8 0 3



- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

11. Un tanque para agua contiene líquido hasta $\frac{1}{5}$ de su capacidad; al agregarle 165 galones de agua, el indicador muestra que se han utilizado $\frac{4}{5}$ de la capacidad del tanque. La capacidad del tanque es:

- A. 265 galones
- B. 275 galones
- C. 280 galones
- D. 285 galones

12. Cuatro números naturales están escritos uno a continuación de otro (sin ningún orden especial). Los dos primeros suman ocho (8); los dos centrales suman seis (6) y los dos últimos, siete (7). La suma entre el primero y el último es:

- A. 9
- B. 10
- C. 12
- D. 12

13. El menor número natural con la propiedad de que al dividirlo por 2, 3, 4, 5 y 6, da respectivamente los residuos 1, 2, 3, 4 y 5, es:

- A. 55
- B. 57
- C. 59
- D. 61



14. Se tienen las siguientes potencias: 9^{20} , 27^{14} , 243^9 , 81^{12} . Al ordenarlas en forma ascendente, se obtiene:

- A. 9^{20} , 27^{14} , 243^9 , 81^{12}
- B. 27^{14} , 81^{12} , 9^{20} , 243^9 ,
- C. 243^9 , 27^{14} , 9^{20} , 81^{12}
- D. 81^{12} , 243^9 , 9^{20} , 27^{14} ,

15. Las parejas (x, y) de números reales que satisfacen la ecuación $2^x + 3^y = 3^{y+2} - 2^{x+1}$, son:

- A. (3, 1)
- B. (-3, -1)
- C. (1, 3)
- D. (-1, -3)

16. Se sabe que tres (3) manzanas y una (1) pera, pesan lo mismo que 10 melocotones. Además, seis (6) melocotones y una (1) manzana, pesan lo mismo que una (1) pera. El número de melocotones necesarios para equilibrar una pera es:

- A. 4
- B. 5
- C. 7
- D. 9

17. El conjunto solución de la ecuación: $4^{x^2} \cdot 2^{5x} = 8$, es:

- A. $\{\frac{1}{2}, -3\}$
- B. $\{-\frac{1}{2}, 3\}$
- C. $\{\frac{1}{2}, 3\}$



D. $\{-\frac{1}{2}, -3\}$

18. El conjunto solución de la desigualdad $\frac{1}{x-3} < \frac{1}{x-2}$ es:

- A. (2, 3)
- B. $(-\infty, 2)$
- C. $(3, +\infty)$
- D. $(-3, -2)$

19. $\sqrt[n]{\frac{6 \times 4^n}{4^{2n+1} + 2^{4n+1}}} =$

- A. 1/2
- B. 1/4
- C. 1/8
- D. 1/16

20. Para $n \neq 0$, $\frac{n}{1-x^n} + \frac{n}{1-x^{-n}} =$

- A. n
- B. $2n$
- C. $3n$
- D. $4n$

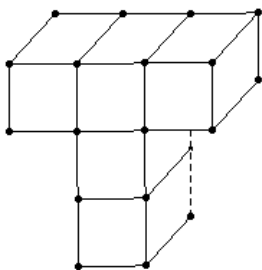
21. Don Luis asistió a una feria de ganado y compró una Mula por \$700.000, más tarde la vendió por \$800.000. Luego volvió a comprar la misma mula por \$900.000 y de nuevo la vendió, esta vez, por \$1.000.000. Al final de la jornada, don Luis:

- A. Ni ganó ni perdió
- B. Perdió \$100.000
- C. Ganó \$100.000



D. Ganó \$200.000

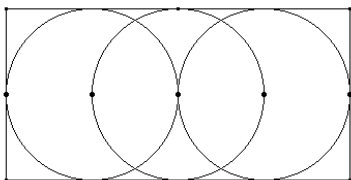
22. Se ha construido una **T** de volumen 135 cm^3 , con cinco cubos de igual volumen.



El área de la superficie de la **T**, en cm^2 , es:

- A. 168
- B. 178
- C. 188
- D. 198

23. Las tres circunferencias, tangentes al rectángulo, son idénticas, cada una con longitud igual a 4π cm.



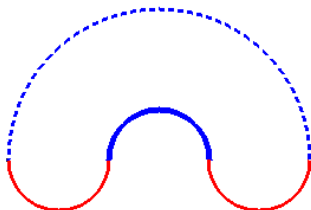
El perímetro del rectángulo es:

1 8 0 3



- A. 22 cm.
- B. 24 cm.
- C. 26 cm.
- D. 28 cm.

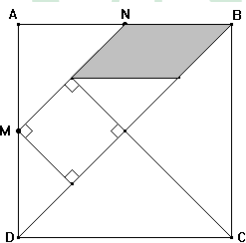
24. Una pista para karts está formada por un semicírculo grande y tres pequeños; cada uno de estos últimos tiene **100 m.** de radio.



El perímetro, en metros, de la pista es:

- A. 300π
- B. 400π
- C. 500π
- D. 600π

25. En el cuadrado **ABCD**, de área 64 cm^2 , **M** y **N** son puntos medios respectivos de los lados **AD** y **AB**. El cuadrado se ha dividido en **cinco** triángulos, **un** cuadrado y **un** paralelogramo no regular.



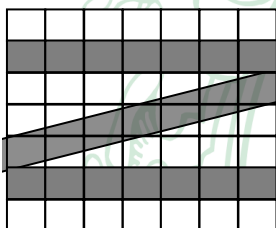
El área de la región sombreada, en cm^2 , es:

1 8 0 3



- A. 4
- B. 8
- C. 12
- D. 16

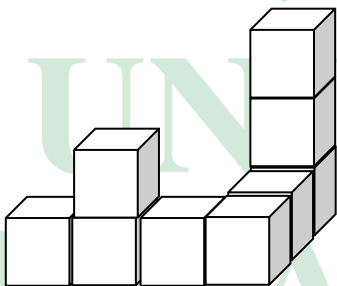
26. Sobre una pared dividida en cuadros de 1 m de lado se pinta una letra Z como lo indica la figura:



El área de la figura pintada en m^2 es:

- A. 18
- B. 20,5
- C. 21
- D. 24,5

27. La siguiente figura consta de nueve cubos pegados:



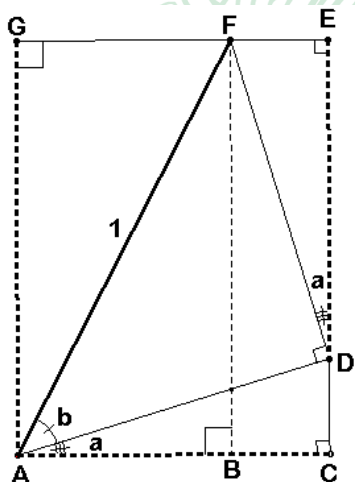
Usando esta figura como base, la menor cantidad de cubitos que faltan para construir un cubo sólido es:

1 8 0 3



- A. 18.
- B. 27.
- C. 55.
- D. 64.

Utilice la siguiente figura para responder las preguntas 28, 29 y 30.



El triángulo rectángulo **ADF**, cuya hipotenusa mide 1, está inscrito en el rectángulo **ACEG**. Se han marcado los ángulos **a** y **b**. Responda las siguientes tres preguntas.

28. La medida del segmento **AG** es:

- A. $\text{Cos}(a + b)$
- B. $\text{Sen}(a + b)$
- C. $\text{Cos}(a - b)$
- D. $\text{Cos}(a - b)$

29. La medida del segmento **AC** es:

- A. $\text{Sen}a \cdot \text{Sen}b$
- B. $\text{Sen}a \cdot \text{Cos}b$



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación

C. Cosa · Senb

D. Cosa · Cosb

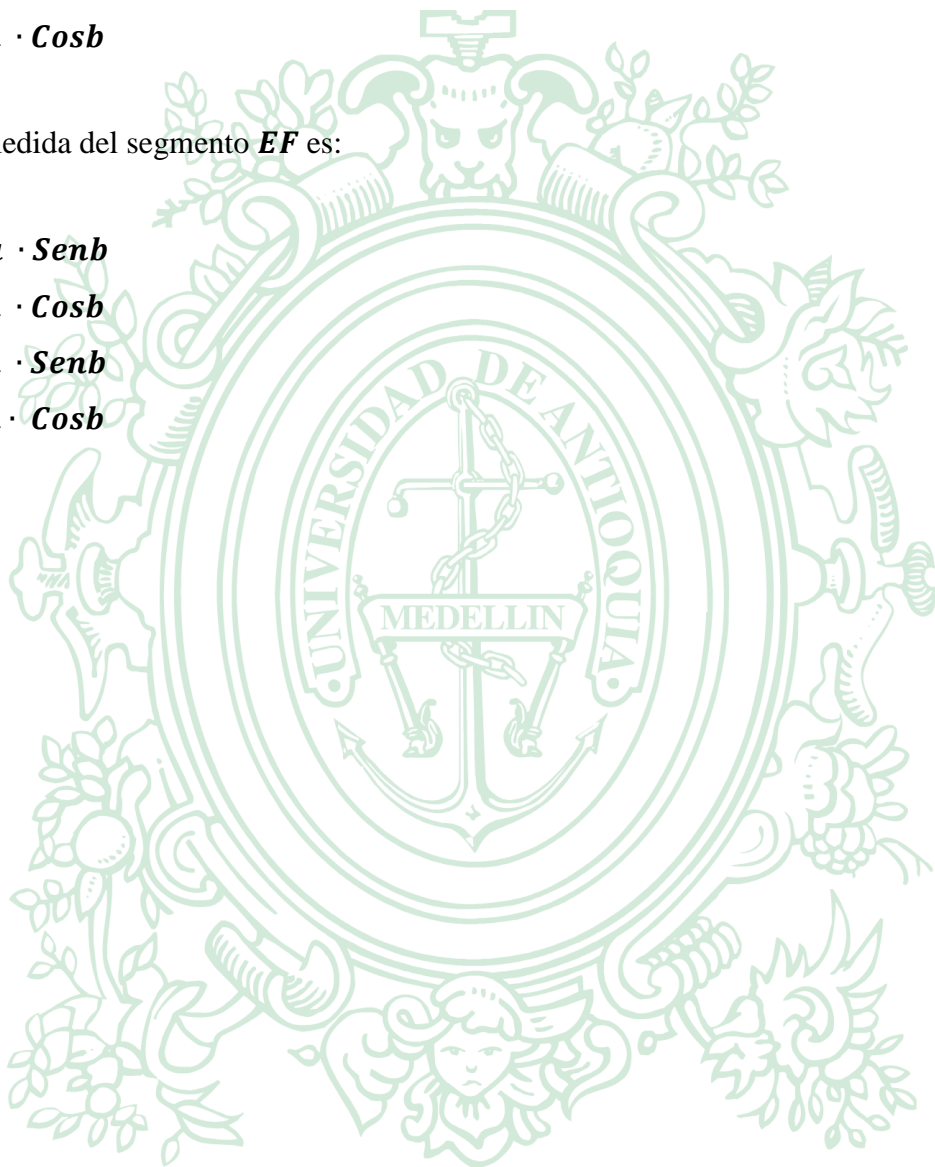
30. La medida del segmento **EF** es:

A. Sena · Senb

B. Sena · Cosb

C. Cosa · Senb

D. Cosa · Cosb

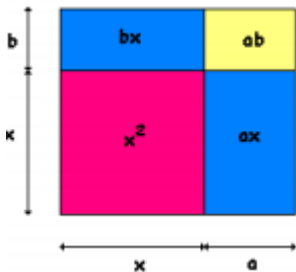


**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Anexo 2. Pruebas Van Hiele.



- Describa las propiedades de las figuras geométricas presentes en el anterior cuadrado, dados en ángulos, diagonales y vértices.

- Obtenga el perímetro y área fucsia

Asignar valores numéricos y efectuar cálculos de área y perímetro

- ¿De qué otra manera podemos calcular área? _____

- Lado de todo el cuadrado: _____ + _____

- El área de todo el cuadrado= lado por lado

- Área de todo el cuadrado = (_____ + _____) = (_____ + _____)

El área de todo el cuadrado es igual a la suma de las áreas de sus partes,

- Área de todo el cuadrado = _____

- Área del cuadrado Dado=

$$(x + a) (x + b) = x^2 + (a + b) x + ab$$

- ¿Qué dificultades encuentra en el trabajo?

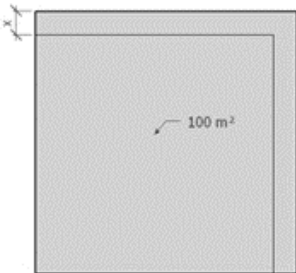
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



- ¿Geoméricamente que es factorizar?

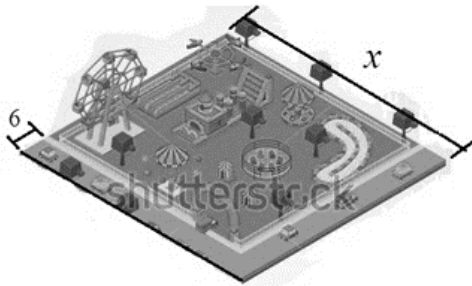
1. El terreno original de una casa cuadrada esquinera de un piso era de 100 metros cuadrados. No obstante, los dueños de la casa decidieron ampliarla construyendo un segundo piso, el cual se ampliaría x metros a través de una saliente, como se muestra en la figura.



El área total del segundo piso es:

- A. $X^2 + 20X + 100$ que corresponde al área de un cuadrado de lado $x + 10$
- B. $X^2 - 20X + 100$ que corresponde al área de un cuadrado de lado $x + 10$
- C. $X^2 - 20X - 100$ que corresponde al área de un cuadrado de lado $x - 10$
- D. $X^2 - 20X + 100$ que corresponde al área de un cuadrado de lado $x - 10$

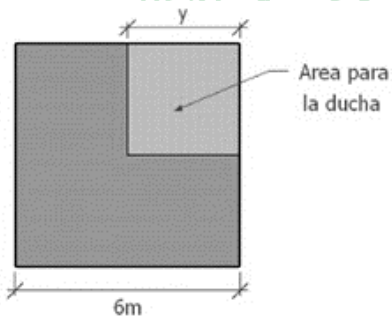
2. La alcaldía de un municipio había destinado un terreno cuadrado de x metros de lado para la construcción de un parque. Sin embargo, el departamento de planeación del municipio, ordenó destinar parte de terreno que era para el parque a la construcción de una carretera con un ancho uniforme de 6 metros, que limitaría por dos lados del parque, tal como se muestra en la figura.



El área destinada en metros cuadrados para el terreno del parque finalmente fue de:

- A. $X^2 + 12X + 39$
- B. $X^2 - 12X - 39$
- C. $-X^2 + 12X - 36$
- D. $X^2 - 12X + 36$

3. Un apartamento tiene un baño cuadrado de 6 metros de lado, como se muestra en la figura.

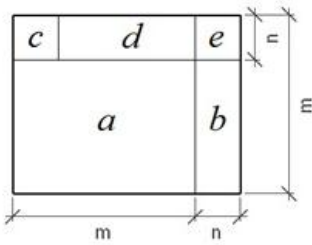


En la cual se deja un espacio cuadrado para la ducha de y metros cuadrados. En este contexto, la expresión $(6 - y)(6 + y)$ representa:

- A. el área del baño que corresponde al espacio para la ducha.
- B. el área total del baño incluyendo a la ducha.
- C. el perímetro total del baño
- D. el área del baño que no corresponde al espacio para la ducha.



4. En la siguiente figura.

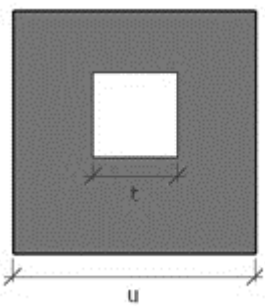


La letra minúscula dentro de cada rectángulo o cuadrado expresa su área. Una relación con las áreas que explica la equivalencia

$(m + n)(m - n) = m^2 - n^2$ es:

- A. $a + b = a + d$, porque b y d tienen la misma área.
- B. $a + b = a + c$, porque b y c tienen la misma área
- C. $a + e = a + c$, porque e y c tienen la misma área
- D. $c + d + e = a + b$, porque b y d tienen la misma área.

5. La figura está conformada por dos cuadrados, uno dentro del otro.



Donde el área de la parte más oscura de la figura es equivalente al producto.

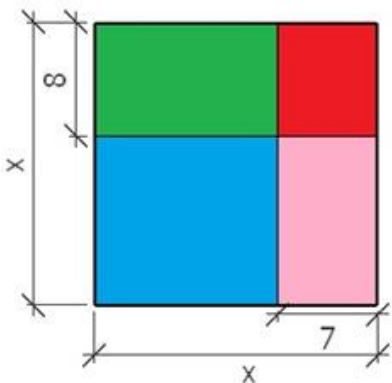
- A. $(u + t)^2$
- B. $(u - t)^2$



C. $(u - t)(u + t)$

D. $(-u + t)^2$

6. Acerca de la representación del producto $(x - 8)(x - 7)$, es FALSO afirmar que:



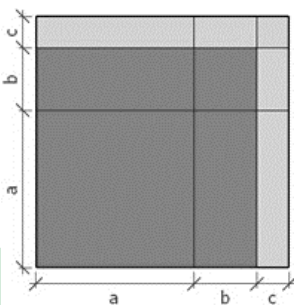
A. el valor del tercer término del producto es 56, y representa el área del rectángulo de color rojo.

B. el valor del primer término del producto es x^2 y representa el área del rectángulo de color rosado

C. el área de la figura azul se obtiene del producto $(x - 8)(x - 7)$

D. el área total del cuadrado es x^2 , y representa el primer término del producto

7. El área de la figura sombreada de abajo es, porque:

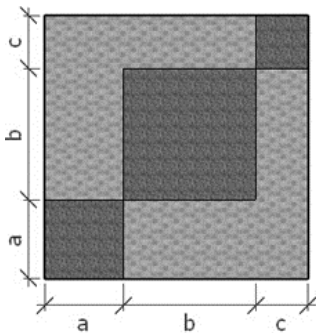


A. el cuadrado de un trinomio, porque al área del cuadrado de lado $a + b + c$ se le quita un cuadrado de lado c

B. el cuadrado de un binomio, porque el área del cuadrado es $a^2 + b^2$.



- C. el cuadrado de un binomio, porque es el área un cuadrado de lado $a + b$.
- D. el cuadrado de un polinomio de 4 términos, porque el cuadrado está conformado por dos rectángulos y dos cuadrados.
8. Un terreno cuadrado para recreación ha sido dividido mediante tres cuadrados de lados a , b y c , como se muestra en la siguiente figura. (la parte oscura es la vegetación y la clara donde se pondrán las baldosas)

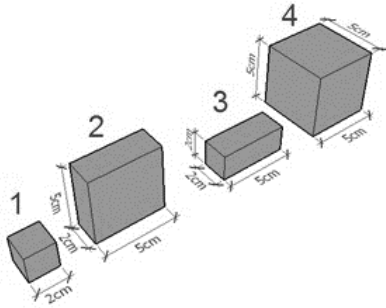


Que se destinarán para la vegetación. En el resto del terreno se instalarán unas baldosas.

El área de la superficie donde se pondrán las baldosas es $2ab + 2ac + 2bc$ porque:

- A. Se suman los cuadrados de las áreas.
- B. Es el perímetro de la figura
- C. Se suman los diferentes rectángulos presentes en la figura.
- D. Se suman todas las áreas presentes en la figura.
9. En la siguiente gráfica se muestra que sobre cada una de las piezas de madera.

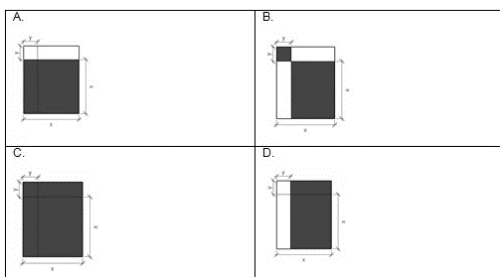
UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA



Hay un número de uno a cuatro que indica la referencia de cada pieza. La figura muestra las dimensiones de algunas piezas de madera. Para construir un cubo de lado 7 cm se necesita.

- A. una pieza 1; tres piezas 2; tres piezas 3; una pieza 4.
- B. una pieza 1; una pieza 2; tres piezas 3; una pieza 4
- C. una pieza 1; dos piezas 2; una pieza 3.
- D. una pieza 2; una pieza 3; una pieza 4; una pieza 1.

10. El área de la figura D está dada por la expresión:



- A. $(x + y)^2$
- B. $x^2 - y^2$
- C. $x^2 - 2xy - y^2$
- D. $x^2 + 2xy + y^2$

11. Un centro vacacional requiere la construcción de una piscina, que está dividida en tres secciones; las áreas de las respectivas secciones en metros cuadrados están dadas por las expresiones que se muestran en la tabla del recuadro de abajo.



Piscina muy Profunda	Sección de la piscina	área
Piscina poco profunda	Muy profunda	$8x^4y$
Piscina de niños	Poco profunda	$12x^3y^2$
	Para niños	$20xy$

La expresión que representa el área total de la piscina es:

- A. $8x^4y + 4x^2y^2 + 12xy$
- B. $4xy(2x^3y + 3xy^2 + 5xy)$
- C. $4xy(2x^3 + 3xy + 5)$
- D. $8x^4y + 4x^2y^2 - 12xy$

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1803

Facultad de Educación



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

1 8 0 3