

Puntos cuánticos en microcavidades ópticas

H. Vinck-Posada^a, B.A. Rodríguez^a y A. González^{b,†}

a) Instituto de Física, Universidad de Antioquia, A.A 1226, Medellín, Colombia.

b) Instituto de Matemática, Cibernética y Física, ICIMAF, Ciudad de La Habana. agonzale@icmf.inf.cu[†]

[†]autor para la correspondencia

Recibido el 1/02/2009. Aprobado en versión final el 15/07/2009

Sumario. El estudio teórico y experimental de los polaritones, propuestos por Hopfield [1] en 1958, ha venido incrementándose en las dos últimas décadas, debido a los avances en las técnicas de crecimiento y control de las heteroestructuras semiconductoras. Este desarrollo experimental ha permitido fabricar microcavidades e insertar en ellas medios activos tales como puntos, hilos o pozos cuánticos, lo cual ha posibilitado el estudio de la interacción fuerte entre excitaciones de la materia (excitones) y la luz, evidenciando así la existencia de los cuasibosones conocidos como polaritones – excitónicos. Estas cuasipartículas se perfilan como posibles candidatos a la condensación de Bose – Einstein en sistemas del estado sólido y proveen de un mecanismo para la construcción de láseres de bajo umbral sin inversión de población. En este trabajo, se muestran resultados teóricos obtenidos por los autores en el tratamiento de estos sistemas y se realiza una rápida revisión de los aportes más importantes en el área, relacionados con nuestro trabajo.

Abstract. The experimental and theoretical study of polaritons, proposed by Hopfield [1] in 1958, dramatically increased over the past two decades due to advances in the techniques of growth and control of semiconductor heterostructures. This development made it possible to fabricate microcavities with embedded active media such as quantum dots, or quantum wells, and the study of the strong interaction regime between semiconductor excitations (excitons) and light, demonstrating in this way the existence of quasi-bosons known as exciton-polaritons. These quasi-particles emerge as potential candidates for Bose - Einstein condensation in solid state systems and provide a way of constructing very low-threshold lasers without population inversion. In this paper, we show theoretical results obtained by the authors in the treatment of these systems and a short review of the most relevant contributions in the area, related to our work.

Palabras clave. Propiedades ópticas excitones puntos cuánticos 78.67.Hc, interacción radiación materia 42.50.-p, condensación de Bose – Einstein 03.75.Nt

1 Introducción

En el presente artículo se reseña un conjunto de investigaciones teóricas realizadas por los autores en el período de 2006 a 2008²⁻⁶ y complementadas con algunos trabajos fundamentales que han servido como base para este desarrollo. En las mismas se consideran puntos cuánticos semiconductores insertados en microcavidades ópticas, los cuales están siendo abordados muy intensamente tanto desde el punto de vista teórico como experimental. Entre otras aplicaciones estos dispositivos pueden ser utilizados como fuentes que emiten fotones uno a uno, la

producción de pares de fotones entrelazados, permiten el estudio de la condensación de Bose – Einstein de polaritones excitónicos, la construcción de láseres con muy bajo valor de umbral de excitación y sin inversión de población, etc.

Desde 1995 cuando se produjo el primer condensado de Bose – Einstein (BEC) atómico, los esfuerzos por obtener condensados bosónicos en sistemas del estado sólido han sido permanentes. Por ejemplo, durante los últimos 30 años diferentes grupos han manifestado haber obtenido la condensación de excitones en materiales semiconductores en bloque (3D)⁷. Recientemente, desde la

observación experimental de polaritones en microcavidades realizada en 1992 por Weisbuch, la posibilidad de buscar la señal de un BEC en sistemas que acoplan heteroestructuras como pozos o puntos cuánticos embebidos en microcavidades ópticas ha adquirido relevancia. Adicionalmente, en los últimos dos años los avances en la preparación y control de los estados cuánticos de un sistema polaritónico han tenido un desarrollo significativo.

El polaritón excitónico es una cuasi-partícula bosónica de tiempo de vida media corto, típicamente alrededor de los picosegundos 10^{-12} s, formada por el acoplamiento fuerte entre un excitón y un fotón. Debido a su baja masa efectiva (cuatro órdenes de magnitud inferior al excitón y ocho órdenes de magnitud inferior al átomo de hidrógeno), el polaritón se convierte en un buen candidato para la búsqueda del BEC aún a temperatura ambiente. Sin embargo, debe notarse que las temperaturas típicas experimentales son del orden de unos cuantos grados Kelvin. Es interesante observar que este sistema de partículas es aproximadamente 2-dimensional, debido al confinamiento que impone la heteroestructura, por lo cual la condensación se puede presentar de dos formas diferentes: para un sistema infinito es necesaria la presencia de interacción entre polaritones –en este caso se desarrolla una transición de Kosterlitz-Thouless, la cual también permite una fase condensada–, o en un sistema finito es suficiente que exista un potencial de confinamiento externo para que se ocupe macroscópicamente el estado base.

En el trabajo se muestran resultados teóricos obtenidos por los autores en el tratamiento de estos sistemas junto con una rápida revisión de los aportes tanto teóricos como experimentales más importantes en el área. Los resultados experimentales que se discuten, han motivado los estudios teóricos que se desarrollan en las secciones siguientes. Básicamente se quiere mostrar cuatro resultados teóricos:

- El espectro de energías y las funciones de onda calculados a partir de la diagonalización exacta del Hamiltoniano de interacción.
- La evolución temporal de un sistema microcavidad - punto cuántico que relaja emitiendo fotones a través de los espejos de la microcavidad.
- El estudio del régimen de láser de polaritones como función del bombeo externo.
- El cálculo de la temperatura crítica para la condensación de Bose – Einstein en presencia de un campo magnético.

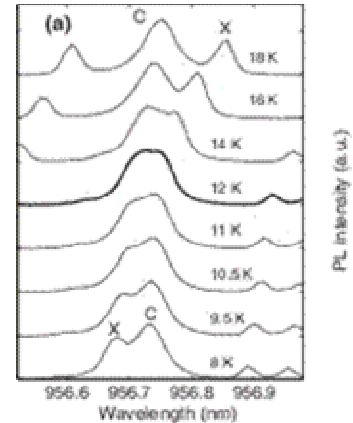
Estos trabajos fueron publicados en las referencias [2-5]. Muchos de ellos son parte esencial de la tesis de Doctor en Física de Herbert Vinck Posada (defendida en el 2007) [6].

2 Resultados teórico-experimentales previos

Desde el punto de vista teórico, para abordar el problema de polaritones excitónicos en microcavidades se-

miconductoras y sus propiedades físicas, múltiples grupos han hecho aportes significativos en varias direcciones, tales como: estudios sobre la dinámica y efectos de entrelazamiento cuántico e indistinguibilidad⁸⁻¹¹, estudios sobre regímenes de respuesta no lineal^{12,13}, caracterización del condensado de polaritones y las distintas transiciones de fase del sistema¹⁴⁻¹⁹ y estudios de la emisión de luz del sistema condensado^{20,21}, entre otros.

Figura 1. Dependencia de la fotoluminiscencia con la temperatura para un pilar de 1.2 micrómetros. El valor de la temperatura donde se alcanza la resonancia está entre 10.5 y 12 K. Claramente se observa un comportamiento de anticruce (anticrossing) entre los picos polaritónicos, señal inequívoca del acoplamiento fuerte. Tomado de la referencia [29].



El mejoramiento en las técnicas de crecimiento de heteroestructuras²²⁻²⁴ del estado sólido en los últimos años ha sido un factor de vital importancia en la búsqueda de condensados de Bose – Einstein polaritónicos, esto debido al hecho de que para alcanzar el régimen de acoplamiento fuerte (régimen donde los estados vestidos, es decir, estados de polaritón, describen correctamente las relaciones de dispersión –ver figura 1–) el confinamiento de la luz provisto por las microcavidades semiconductoras debe ser el mayor posible con el fin de lograr el mayor acople de la radiación y la materia. El acoplamiento fuerte en sistemas de microcavidad-pozos cuánticos ha sido reportado en el caso de micropilares²⁵, microdiscos²⁶, cristales fotónicos²⁷, entre otros y para el caso de sistemas de microcavidad – punto cuántico ha sido reportado recientemente y con especial atención para micropilares^{28,29} debido al hecho experimental de la dificultad de lograr un acople óptimo entre la radiación y el punto cuántico autoensamblado que se forma en el proceso de crecimiento de la heteroestructura sin control de la posición específica. El rastro de la presencia del acoplamiento fuerte en la evolución dinámica de las poblaciones está determinado por la presencia de oscilaciones de Rabi en las mismas, para esto son necesarios experimentos en el dominio del tiempo. Alternativamente, la presencia de este régimen se caracteriza por el efecto de anticruce de los picos de luminiscencia en experimentos en el dominio de las frecuencias. Por otro lado, la condensación de polaritones busca la acumulación de estos en el estado base del sistema, es decir, en el mínimo de la rama polaritónica más baja.

Debe resaltarse el trabajo experimental del grupo de Stanford publicado en año 2006³⁰, donde por primera vez se reporta la acumulación de polaritones en el estado base en microcavidades de *GaAs/GaAlAs*, mediante el

control del tiempo de termalización de estos con la red cristalina usando un parámetro de asintonía (detuning) positivo; todo esto con un bombeo proporcionado por un láser externo que crea pares electrón-hueco en la rama polaritónica más baja, es decir bombeo casi resonante. Este trabajo ha sido complementado por este grupo con el estudio experimental de la transición del régimen de acoplamiento débil al fuerte (formación del polaritón) en sistemas de micropilares-punto cuántico y también el estudio de las funciones de correlación cuánticas (primer y segundo orden) para sistemas de estructuras planas como las del primer experimento mencionado acá. Paralelamente a este trabajo, también fue reportada la acumulación de polaritones en el estado base³¹ en microcavidades basadas en *CdTe* pero ahora el mecanismo de bombeo produce excitones energéticamente más arriba (≈ 100 meV) de la rama polaritónica superior. Este bombeo no resonante pretende que el sistema alcance el estado condensado a partir de procesos de relajación y que de esta forma no haya correlación con la coherencia del láser de bombeo externo.

Una pregunta que subyace y que es tema actual de investigación se refiere a la identificación y caracterización completa del estado condensado. La detección de lo que ocurre en el sistema se hace solamente a través de la luz colectada por la parte superior de la heteroestructura y por esto no es concluyente la información que se obtiene a través de la coherencia de este haz. Por lo tanto, se deben elaborar criterios sobre la condensación adicionales. Trabajos más recientes como los producidos por el grupo de J. Bloch²⁵, muestran que efectivamente el sistema puede alcanzar coherencia sin necesidad de pasar por la inversión de población.

A esto se le conoce como láser de polaritones, en este régimen se emite luz coherente pero el mecanismo de láser es distinto al convencional. El bombeo que se aplica al sistema no es suficiente para alcanzar el régimen de acoplamiento débil y por tanto la coherencia que se obtiene proviene del sistema polaritónico en acoplamiento fuerte y sin inversión de población. En función del bombeo externo obtienen indicadores claros de este estado del sistema tales como corrimiento de la intensidad integrada de la rama polaritónica más baja en función de la potencia de bombeo –ver figura 3a–, corrimiento hacia el azul de la energía del pico de emisión –fig. 3b– y un ensanchamiento de línea de emisión con pequeñas disminuciones en las zonas de láser –fig. 3c–.

Al igual que el planteamiento anterior, cabe entonces analizar mecanismos de control que permitan la aparición del estado condensado a partir de la manipulación de parámetros asociados a interacciones externas al sistema, por ejemplo, en el caso de excitones, Lozovik³² ha demostrado que los efectos de un campo magnético en la dirección de crecimiento del punto cuántico, refuerza los efectos del confinamiento de los portadores de carga y la solución exacta de este sistema a campos magnéticos altos es el estado condensado.

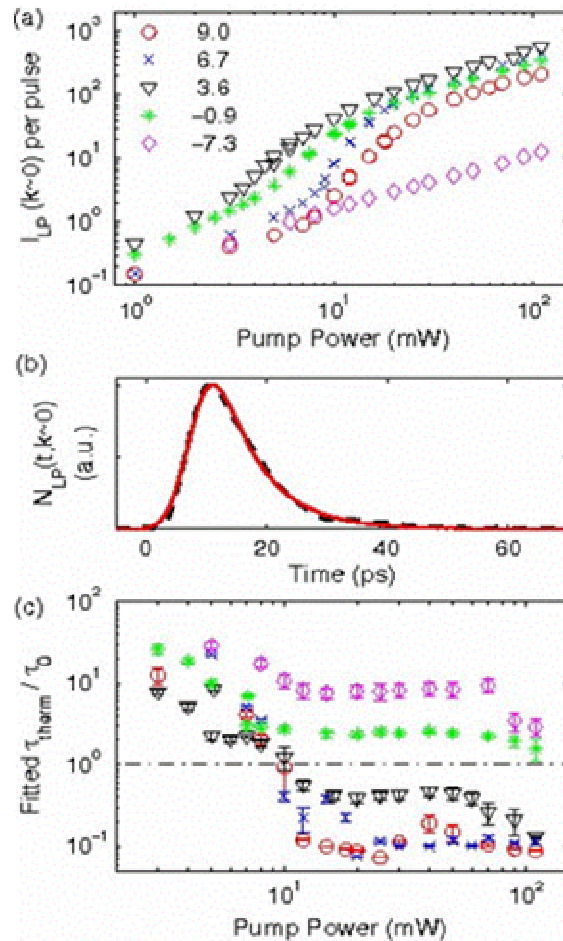


Figura 2. Tomada de la referencia [30]. (a) Corrimiento de la intensidad de emisión de los polaritones de estado base $k \approx 0$ en función de la potencia de bombeo para varias asintonías (detunings), (b) Ocupación dinámica del estado base polaritónico y (c) Control del tiempo de vida del polaritón con respecto al tiempo de termalización de la red cristalina en función del bombeo y de la asintonía (detuning).

A su vez, recientemente ha expuesto la idea de analizar un sistema de polaritones - excitónicos a través del parámetro de campo magnético en una estructura de cavidad - pozos cuánticos, éste análisis teórico ha permitido proponer este mecanismo para el control de la formación del polaritón³³.

3 Punto cuántico multiexcitónico en una microcavidad óptica

Como se mencionó antes, microcavidades ópticas semiconductoras en forma de pilares han sido objeto de intensos estudios en fecha reciente³⁴. Los fotones son confinados en dimensiones típicamente iguales a media o una longitud de onda (cientos de nanómetros). En el interior de la cavidad se crecen puntos cuánticos cuyas excitaciones (excitones) son casi resonantes con uno de los modos fotónicos confinados.

En el artículo [2] se estudia un punto cuántico que puede soportar excitaciones múltiples (multiexcitónico)

en interacción con el modo más bajo de una microcavidad. El Hamiltoniano de interacción en segunda cuantización se escribe:

$$H = \sum_{ij} (T_{ij}^e e_i^\dagger e_j + T_{ij}^h h_i^\dagger h_j) + \frac{\beta}{2} \sum_{ijkl} \langle ij || kl \rangle e_i^\dagger e_j^\dagger e_k e_l - \frac{\beta}{2} \sum_{ijkl} \langle \bar{i} \bar{j} || \bar{k} \bar{l} \rangle h_i^\dagger h_j^\dagger h_k h_l - \beta \sum_{ijkl} \langle ij || k \bar{l} \rangle e_i^\dagger h_j^\dagger h_k e_l + (E_{gap} + \hbar\omega) a^\dagger a + g \sum_i \{ a^\dagger h_i^\dagger e_i + a h_i^\dagger e_i^\dagger \}. \quad (1)$$

Donde T representa el operador de una partícula (energía cinética más el confinamiento del punto), β es la intensidad de la interacción de Coulomb, $E_{gap} + \hbar\omega$ es la energía de los fotones confinados, es decir que $\hbar\omega$ es la asintonía entre la energía de los fotones y la brecha de energía efectiva del dispositivo, finalmente g es la constante de interacción fotón - pares electrón y hueco, en la aproximación dipolar. El término de interacción se escribe en la denominada aproximación de onda rotante³⁵, ampliamente usada en física atómica y óptica cuántica. Se utilizó una base de osciladores 2D para representar las funciones de electrones y huecos en el punto.

A pesar de su complejidad, el Hamiltoniano (1) conserva el número de polaritones, que definimos:

$$\hat{N}_{pol} = \hat{N}_{ph} + \hat{N}_{pairs}, \quad (2)$$

donde $\hat{N}_{ph} = a^\dagger a$ y $\hat{N}_{pairs} = \sum_i (h_i^\dagger h_i + e_i^\dagger e_i) / 2$ son los operadores número de fotones y pares electrón-hueco respectivamente. Lo anterior posibilita un esquema de diagonalización numérica del hamiltoniano usando sectores con número de polaritones constante, procedimiento que se realizó a partir de una base de funciones Slater de muchas partículas para electrones y huecos y un estado de Fock para los fotones $|S_e\rangle |S_h\rangle |N_{ph}\rangle$. En la construcción de los estados multi-particulares, tanto de electrón como de hueco, se usó un conjunto finito de estados de una partícula con un corte en energía de 30 meV. Como resultado obtenemos las autoenergías y funciones de onda del sistema acoplado modo fotónico - excitaciones del punto. Un ejemplo de estos resultados se muestra en la Fig. 4, donde se grafica la distribución de probabilidades en el espacio de Fock, es decir el módulo cuadrado de los coeficientes de expansión en la base $|S_e, S_h, N_{ph}\rangle$, en función de N_{pairs} , el número de pares de electrones y huecos en (S_e, S_h) , para el estado base del sistema en los casos: (a) $N_{pol} = 10$, $g = 1 meV$ y (b) $N_{pol} = 1000$, $g = 0.1 meV$. En todos los cálculos, se asumen condiciones de resonancia $\hbar\omega = 25 meV$.

De la figura, puede observarse que los estados no tienen componentes mayoritarias con número de fotones (o de pares) fijos. Además, el efecto de aumentar g es similar al de aumentar el número de polaritones (escala aproximadamente de acuerdo con $\sqrt{N_{pol} g}$).

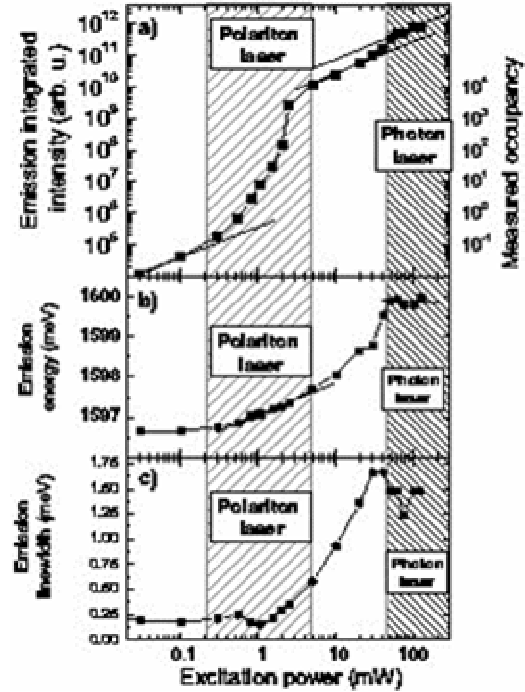


Figura 3. Tomada de la referencia [25]. (a) Corrimiento de la intensidad integrada de la rama polaritónica más baja en función de la potencia de bombeo, (b) Corrimiento hacia el azul de la energía del pico de emisión y (c) Ancho de la línea de emisión.

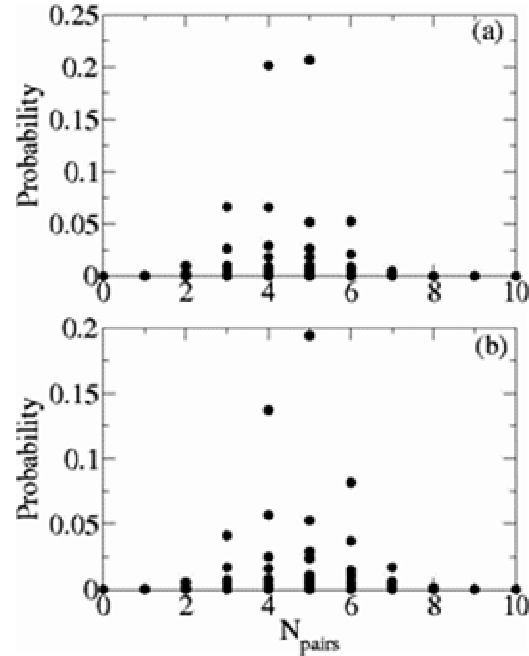


Figura 4. Distribuciones de probabilidades en el espacio de Fock para las funciones de onda del estado base en los casos: (a) $N_{pol} = 10$, $g = 1 meV$ y (b) $N_{pol} = 1000$, $g = 0.1 meV$.

La asintonía se fija en $\hbar\omega = 25 meV$.

En la Fig. 5 mostramos la posición e intensidad del máximo de luminiscencia como función del número de polaritones. Esta última magnitud se relaciona con la po-

tencia del láser que excita la microcavidad. La posición de la línea de luminiscencia se calcula a partir de las energías de los estados base de los sistemas con N_{pol} y $N_{pol} - 1$. La intensidad, por otra parte, se estima de

$$I \sim | \langle N_{pol} - 1 | a | N_{pol} \rangle |^2. \quad (3)$$

El corrimiento de apenas 1 meV cuando N_{pol} varía en varios órdenes y la saturación de I son efectos que se han observado en el experimento³⁰.

4 La emisión de fotones como fuente de coherencia cuántica

La condensación de Bose - Einstein de polaritones tropieza con el inconveniente del pequeño tiempo de vida de estas excitaciones. La población de fotones en una microcavidad decae a la mitad en unos pocos ps debido a las pérdidas a través de los espejos de la misma. En ese tiempo los mecanismos de relación (por ejemplo fonones) deben actuar para conducir al sistema a su estado base (condensado). Existen reportes de que el condensado de polaritones ha sido observado^{30,31} y simultáneamente serias dudas³⁶ de que los fonones sean capaces de producir las tasas de relajación necesarias (el denominado cuello de botella de los fonones).

En el trabajo [3] se muestra que la emisión de fotones a través de las paredes de la microcavidad es una fuente de coherencia. Es decir, el sistema remanente tiene una ocupación más alta del estado base. La descripción de las pérdidas a través de los espejos se hace a partir de una ecuación maestra para la matriz densidad del sistema³⁷:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{fi}}{dt} = & \frac{i}{\hbar} (E_i - E_f) \rho_{fi} + \kappa \sum_{j,k} \langle \psi_f | a | \psi_j \rangle \rho_{jk} \langle \psi_k | a^\dagger | \psi_i \rangle \\ & - \frac{\kappa}{2} \sum_{j,k} \langle \psi_f | a^\dagger | \psi_j \rangle \langle \psi_j | a | \psi_k \rangle \rho_{ki} \\ & - \frac{\kappa}{2} \sum_{j,k} \rho_{fi} \langle \psi_j | a^\dagger | \psi_k \rangle \langle \psi_k | a | \psi_i \rangle. \end{aligned} \quad (4)$$

Aquí ρ_{ij} son los elementos de matriz del operador densidad, donde ρ_{ii} da la ocupación del estado i mientras que ρ_{ij} define la coherencia entre los estados i y j . Las autoenergías E_i y funciones de onda ψ_i son calculadas numéricamente según el procedimiento descrito en la sección anterior. Con las funciones de onda se obtienen las amplitudes de transición $\langle \psi_j | a | \psi_k \rangle$. El parámetro $\kappa = 0.1 ps^{-1}$ mide la tasa de emisión de fotones a través de los espejos de la microcavidad.

Hicimos una simulación de la evolución temporal dada por la ecuación (4) para un sistema donde el número de polaritones en el instante inicial es igual a 10. En la Fig. 6 se muestra el número de polaritones y la ocupación total del estado base como función del tiempo.

La ocupación total del estado base se definió sumando las ocupaciones del estado mas bajo en cada sector con un número de polaritones fijo:

$$\rho_{gs}^{(total)} = \sum_{N_{pol}=1}^{10} \rho_{1,1}^{(N_{pol})}. \quad (5)$$

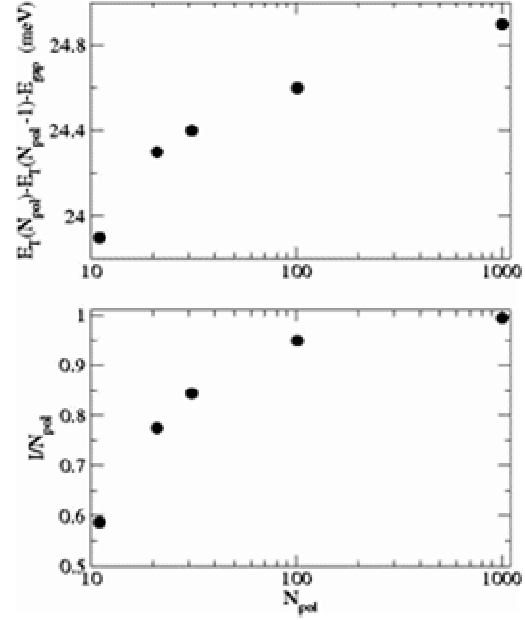


Figura 5. Panel superior: Posición energética de la línea de emisión como función del número de polaritones. Panel inferior: Intensidad relativa I/N_{pol} como función de N_{pol} . $\hbar\omega = 25 meV$, $g = 1 meV$.

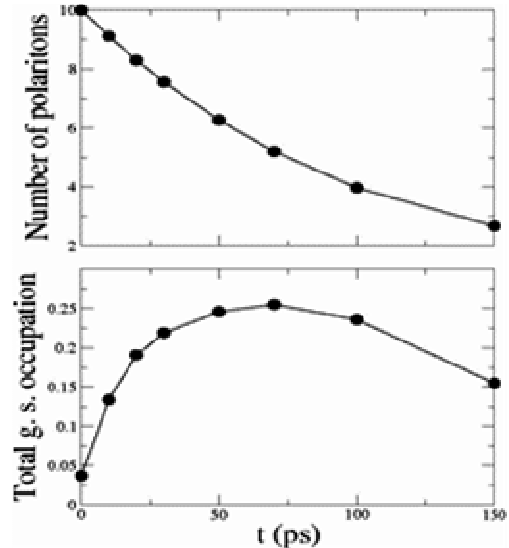


Figura 6. Número medio de polaritones (panel superior), y la probabilidad total de ocupación del estado base, definida en la Ec. (5), como funciones del tiempo. Las constantes utilizadas fueron $\hbar\omega = 25 meV$, $\beta = 2 meV$.

Los parámetros utilizados en la simulación fueron $\hbar\omega = 25 meV$, $\beta = 2 meV$. Obsérvese que la ocupación

del estado base se incrementa hasta casi el 25 % en la etapa inicial de la evolución cuando la asintonía es positiva. En caso de asintonía negativa el fenómeno no se observa en concordancia con el reporte experimental³⁰.

5 Láser de polaritones

Derivado del modelo anterior, se ha estudiado en el trabajo [5] el régimen de láser de polaritones en este sistema en la condición de acoplamiento fuerte. Para éste propósito el modelo debe incluir un bombeo externo de polaritones, lo cual se logra incluyendo en la ecuación (4) un término de bombeo homogéneo de la forma,

$$\frac{P}{2} \sum_{I,J} (2\sigma_{IJ}^\dagger \rho \sigma_{IJ} - \sigma_{IJ} \sigma_{IJ}^\dagger \rho - \rho \sigma_{IJ} \sigma_{IJ}^\dagger), \quad (6)$$

donde los estados I y J son estados de multi-partícula, caracterizados por el número de polaritones y los operadores σ_{IJ} (σ_{IJ}^\dagger) son operadores escalera entre estos estados $\sigma_{IJ} |I\rangle = |J\rangle$. Resuelta la dinámica del sistema y usando el teorema de regresión cuántico para este problema es posible obtener la función espectral de fotoluminiscencia, la cual toma la siguiente forma compacta,

$$S(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{I,J} \frac{|\langle I|a|J\rangle|^2 \rho_{IJ}^{(\infty)} \Gamma_{IJ}}{\Gamma_{IJ}^2 + (\omega_{IJ} - \omega)^2}. \quad (7)$$

Note que, debido a la presencia en la anterior expresión del elemento de matriz del operador aniquilación de fotones entre estados polaritónicos, I y J son estados, relacionados por $N_{pol}(I) = N_{pol}(J) - 1$. La posición de las resonancias ω_{IJ} está expresada en términos de las energías multiparticulares, como: $\omega_{IJ} = (E_J - E_I) / \hbar$, mientras los anchos están dados por:

$$\Gamma_{IJ} = \frac{\kappa}{2} \sum_K \left\{ |\langle K|a|I\rangle|^2 + |\langle K|a|J\rangle|^2 \right\} + \frac{P}{2} \{ N_{up}(I) - N_{up}(J) \}, \quad (8)$$

en donde $N_{up}(I)$ contabiliza el número de estados con número de polaritones $N_{pol} + 1$.

Un hallazgo importante, que permite obtener la expresión simplificada (7) para el cálculo de la función espectral, es el carácter cuasi-diagonal del operador densidad para el estado estacionario del sistema. Los términos no diagonales son tres órdenes de magnitud inferiores a las ocupaciones, y es por esta razón que las coherencias no son tenidas en cuenta en el cálculo³⁸. De la ecuación maestra se obtiene que, en el límite estacionario las ocupaciones satisfacen

$$0 = \kappa \sum_J |\langle J|a|I\rangle|^2 \rho_{JJ} - \kappa \rho_{II} \sum_J |\langle J|a|I\rangle|^2 + P \sum_{N_{pol}(J)=N_{pol}(I)-1} \rho_{JJ} - P \rho_{II} N_{up}(I).$$

Este sistema de ecuaciones se soluciona junto con la restricción impuesta por la condición de normalización del operador densidad. Se usaron bases con un trunca-

miento relativamente alto en el número de polaritones (600) y el número de estados que entran en la solución es de 11998: el vacío, 17 estados con 1 polaritón y 20 estados por cada otro sector de número de polaritones constante.

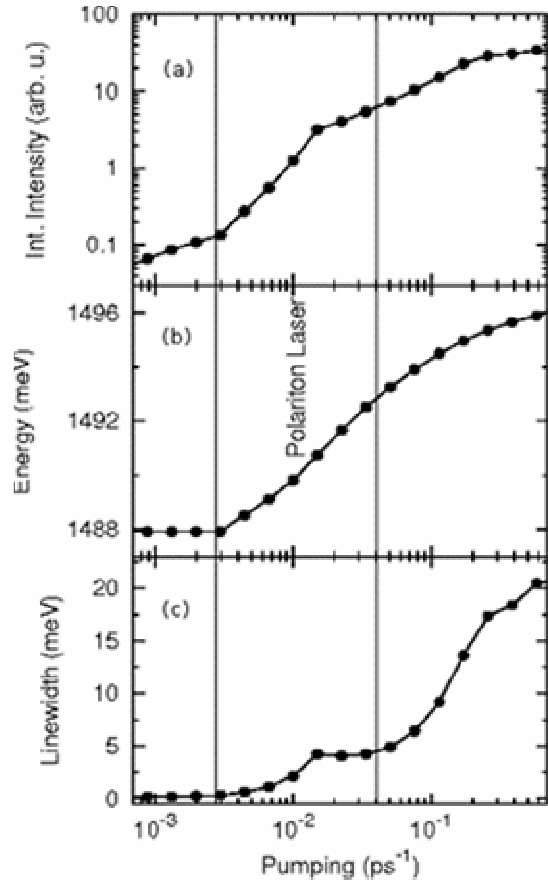


Figura 7. (a) Corrimiento de la intensidad integrada de la rama polaritónica más baja en función de la potencia de bombeo, (b) Corrimiento hacia el azul de la energía del pico de emisión y (c) Ancho de la línea de emisión.

Los resultados obtenidos para la intensidad integrada, la posición y el ancho de la línea principal de la fotoluminiscencia, ver figura 7, muestran cualitativamente completa concordancia con los resultados experimentales que caracterizan al láser de polaritones.

6 Condensación de Bose-Einstein de polaritones en un campo magnético

En el trabajo [4] se estudiaron sistemas de polaritones un poco más grandes (hasta 40 polaritones) con el objetivo de hacer estimados de la temperatura crítica para la condensación de Bose - Einstein en presencia de un campo magnético. Sistemas de este tamaño no pueden abordarse a partir de la diagonalización numérica exacta del Hamiltoniano y se precisan métodos aproximados. En el presente caso se utilizó una aproximación tipo BCS para los

electrones y los huecos, mientras que los fotones se describieron por un estado coherente¹⁹.

Como se mencionó antes, el interés de incluir un campo magnético en el sistema se debe a que el condensado de excitones es la solución exacta en el límite de campos muy altos. Por eso uno espera que el campo favorezca la condensación. Los detalles del algoritmo de cómputo pueden hallarse en [4]. La temperatura crítica se determina como aquella en que el número de fotones en el estado coherente va a cero (al igual que el apareamiento entre los electrones y los huecos).

En la Fig. 8 se muestra la temperatura crítica como función del campo magnético. La temperatura crítica escala como $N_{pol}^{1/2}$, lo cual corresponde a un cuadro de bosones casi libres en dos dimensiones (los polaritones). Además de un cambio en la pendiente a pequeños valores del campo (lo cual puede deberse a que nuestra base de funciones no es buena en esa región) se observa un incremento de T_c en un factor de 3 cuando el campo aumenta de 3 a 20 Teslas, resultando en temperaturas por encima de los 2.5 meV (mas de 35 K). Esto debería ser fácilmente verificable en el experimento.

7 Conclusiones

En el trabajo se han mostrado y discutidos algunos de los resultados que los autores han obtenido en el estudio de sistemas electrones y huecos confinados en puntos cuánticos y en fuerte interacción con un modo confinado de la luz. Los trabajos reseñados conforman un cuerpo teórico en el marco de la teoría cuántica de sistemas finitos para el sistema físico en cuestión.

Entre las ventajas de nuestra formulación está el hecho de que puede tener en cuenta, a partir de primeros principios y de manera exacta, las diferentes interacciones en el sistema, entre las cuales el efecto de la interacción de Coulomb tiene mayor importancia. Esta interacción es usualmente ignorada por la mayoría de los grupos o a lo sumo tenida en cuenta de manera efectiva. Otra característica importante de la teoría desarrollada es que da cuenta de manera exacta, al nivel de las aproximaciones usadas para escribir el hamiltoniano (1), de la estructura interna del sistema excitónico. Algunos trabajos como los de las referencias [9-11] usan una aproximación de dos niveles para describir el excitón (Jaynes-Cummings).

Por supuesto que nuestros métodos tienen limitaciones entre las cuales destacamos la dificultad de simular sistemas con un gran número de excitones y/o polaritones o equivalentemente incluir en los cálculos estados uniparticulares de mayor energía debido al crecimiento exponencial del espacio de Fock del sistema. Sin embargo a pesar de las limitaciones el buen acuerdo cualitativo con los experimentos nos provee de un marco teórico para entender la física de estos complejos sistemas.

Agradecimientos

La Ref. [3] del presente artículo corresponde a un trabajo conjunto con A. Cabo y P.S.S. Guimaraes. El trabajo [5] fue llevada a cabo por C. Vera, H. Vinck y A. González. El trabajo [38] fue realizado por C.A. Vera, A. Cabo y A. González, y constituye junto con el trabajo [5] la base de la tesis de maestría de Carlos Andrés Vera.

Los autores agradecen a Hugo Pérez Rojas y el resto de los compañeros del Departamento de Física Teórica del ICIMAF por las numerosas discusiones científicas. Los autores también agradecen al profesor Paulo Sergio Guimaraes por sus valiosas discusiones y a los estudiantes de la línea de sistemas finitos del Grupo de Física Atómica, por sus aportes, en especial a Carlos A. Vera.

Este trabajo recibió apoyo financiero del Programa Nacional de Ciencias Básicas (Cuba), COLCIENCIAS, el Fondo de Investigaciones de la Universidad de Antioquia (CODI) y la Red Caribeña de Mecánica Cuántica, Partículas y Campos (ICTP).

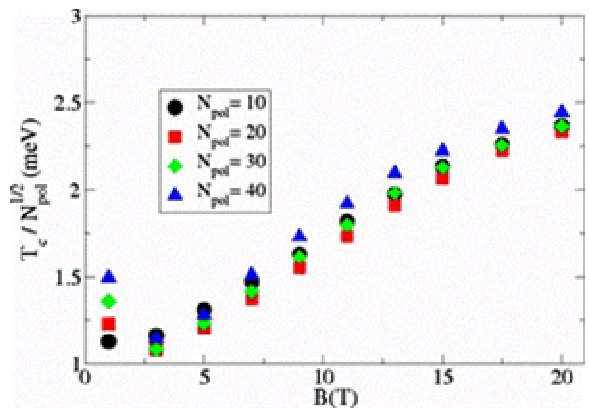


Figura 8. Temperatura crítica vs. campo magnético para sistemas con diferente número de polaritones.

Referencias

1. J.J. Hopfield, "Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric crystals", Phys. Rev. 112, 1955 (1958).
2. H. Vinck, B.A. Rodríguez and A. González, "Multiexcitonic Quantum Dot in an Optical Microcavity", Physica E 35, 99 (2006).
3. H. Vinck, B.A. Rodríguez, P.S.S. Guimaraes, A. Cabo and A. González, "Photon Emission as a Source of Coherent Behaviour of Polaritons", Phys. Rev. Lett. 98, 167405 (2007).
4. H. Vinck, B.A. Rodríguez and Augusto González, "Micropillar Resonator in a Magnetic Field: Zero and Finite Temperature Cases", Superlattices and Microstructures 43, 500 (2007).
5. C.A. Vera, H. Vinck and A. González, "Theory of the Polariton Laser", (arXiv: 0807.1137).
6. Herbert Vinck-Posada, "Estudio de polaritones en sistemas de microcavidad - punto cuántico", tesis de Dr. en Física, Universidad de Antioquia (2007), 120 pags.
7. D.W. Snoke, "Spontaneous Bose Coherence of Excitons and Polaritons", Science 298, 1368 (2002).

8. K.V. Kavokin, I.A. Shelykh, A.V. Kavokin, G. Malpuech and P. Bigenwald, "Quantum theory of spin dynamics of exciton-polaritons in microcavities", *Phys. Rev. Lett.* 92, 017401 (2004).
9. J.I. Perea, D. Porras and C. Tejedor, "Dynamics of the excitations of a quantum dot in a microcavity", *Phys. Rev. B* 70, 115304 (2004).
10. F. Troiani, J.I. Perea and C. Tejedor, "Analysis of the photon indistinguishability in incoherently excited quantum dots", *Phys. Rev. B* 74, 235310 (2006).
11. E. del Valle, F.P. Laussy, F. Troiani and C. Tejedor, "Entanglement and lasing with two quantum dots in a microcavity", *Phys. Rev. B* 76, 235317 (2007).
12. A. I. Tartakovskii, D.N. Krizhanovskii, G. Malpuech, M. Emam-Ismaïl, A.V. Chernenko, A.V. Kavokin, V.D. Kulakovskii, M.S. Skolnick and J.S. Roberts, "Giant enhancement of polariton relaxation in semiconductor microcavities by polariton-free carrier interaction: Experimental evidence and theory" *Phys. Rev. B* 67, 165302 (2003).
13. A.I. Tartakovskii, D.N. Krizhanovskii, D.A. Kurysh, V.D. Kulakovskii, M.S. Skolnick and J.S. Roberts, "Polariton parametric scattering processes in semiconductor microcavities observed in continuous wave experiments", *Phys. Rev. B* 65, 081308R (2003).
14. D. Sarchi and V. Savona, "Long-Range order in the Bose – Einstein condensation of polaritons", *Phys. Rev. B* 75, 115326 (2006).
15. V. Savona and D. Sarchi, "Bose-Einstein condensation of microcavity polaritons", *Physica Status Solidi (b)* 242, 2290 (2005).
16. M.H. Szymanska, J. Keeling and P.B. Littlewood, "Mean field theory and fluctuation spectrum of a pumped decaying Bose-Fermi system across the quantum condensation transition", *Phys. Rev. B* 75, 195331 (2007).
17. M.H. Szymanska, J. Keeling and P.B. Littlewood, "Nonequilibrium quantum condensation in an incoherently pumped dissipative system", *Phys. Rev. Lett.* 96, 066405 (2006).
18. J. Keeling, P.R. Eastham, M.H. Szymanska and P.B. Littlewood, "BCS-BEC crossover in a system of microcavity polaritons", *Phys. Rev. B* 72, 115320 (2005).
19. P.R. Eastham and P.B. Littlewood, "Bose – Einstein condensation of cavity polaritons beyond the linear regime: the thermal equilibrium of a model microcavity", *Phys. Rev. B* 64, 235101 (2001).
20. F.P. Laussy, I.A. Shelykh, G. Malpuech and A.V. Kavokin, "Effects of Bose-Einstein condensation of exciton polaritons on the polarization of emitted light", *Phys. Rev. B* 73, 035315 (2006).
21. D. Porras and C. Tejedor, "Linewidth of a polariton laser: Theoretical analysis of self interaction effects", *Phys. Rev. B* 67, 161310 (2003).
22. S. Reitzenstein, C. Hofmann, A. Gorbunov, M. Straub, S.H. Kwon, C. Schneider, A. Löffler, S. Höfling, M. Kamp and A. Forchel, "AlAs/GaAs Micropillar Cavities with Quality Factors Exceeding 150.000", *Appl. Phys. Lett.* 90, 251109 (2007).
23. D.M. Whittaker, P.S.S. Guimaraes, D. Sanvitto, H. Vinck, S. Lam, A. Daraei, J.A. Timpson, A.M. Fox, M.S. Skolnick, Y.-L.D. Ho, J.G. Rarity, M. Hopkinson and A. Tahraoui, "High Q Modes in Elliptical Microcavity Pillars", *Appl. Phys. Lett.* 90, 161105 (2007).
24. A. Daraei, A. Tahraoui, D. Sanvitto, J.A. Timpson, P.W. Fry, M. Hopkinson, P.S.S. Guimaraes, H. Vinck, D.M. Whittaker, M.S. Skolnick and A.M. Fox, "Control of Polarized Single Quantum Dot Emission in High-Quality-Factor Microcavity Pillars", *Appl. Phys. Lett.* 88, 051113 (2006).
25. D. Bajoni, P. Senellart, E. Wertz, I. Sagnes, A. Miard, A. Lemaître and J. Bloch, "Polariton Laser Using Single Micropillar GaAs-GaAlAs Semiconductor Cavities" *Phys. Rev. Lett.* 100, 047401 (2008).
26. E. Peter, P. Senellart, D. Martrou, A. Lemaitre, J. Hours, J.M. Gerard, and J. Bloch, "Exciton-Photon Strong-Coupling Regime for a Single Quantum Dot Embedded in a Microcavity", *Phys. Rev. Lett.* 95, 067401 (2005).
27. T. Yoshie, A. Scherer, J. Hendrickson, G. Khitrova, H.M. Gibbs, G. Rupper, C. Ell, O.B. Shchekin and D.G. Deppe, "Vacuum Rabi Splitting with a Single Quantum Dot in a Photonic Crystal Nanocavity", *Nature* 432, 200 (2004).
28. J.P. Reithmaier, G. Sek, A. Löffler, C. Hoffmann, S. Kuhn, S. Reitzenstein, L.V. Keldysh, V.D. Kulakovskii, T.L. Reinecke and A. Forchel, "Strong Coupling in a Single Quantum Dot-Semiconductor Microcavity System", *Nature* 432, 197 (2004).
29. D. Press, S. Götzinger, S. Reitzenstein, C. Hoffman, A. Löffler, M. Kamp, A. Forchel and Y. Yamamoto, "Photon Antibunching from a Single Quantum-Dot-Microcavity System in the Strong Coupling Regime", *Phys. Rev. Lett.* 98, 117402 (2007).
30. H. Deng, D. Press, S. Götzinger, G.S. Solomon, R. Hey, K.H. Ploog, and Y. Yamamoto, "Quantum Degenerate Exciton-Polaritons in Thermal Equilibrium", *Phys. Rev. Lett.* 97 146402 (2006).
31. J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeanbrun, J.M. Keeling, F.M. Marchetti, M.H. Szymanska, R. Andre, J.L. Staehli, V. Savona, P.B. Littlewood, B. Deveaud and L.S. Dang, "Bose-Einstein Condensation of Exciton Polaritons", *Nature* 443, 409 (2006).
32. I. V. Lerner and Yu. E. Lozovik, "Quasi-two-dimensional electron-hole system in a strong magnetic field as an almost ideal exciton gas", *Zh. Éksp. Teor. Fiz.* 80, 1488 (1981) *Sov. Phys. JETP* 53, 763(1981)..
33. N. E. Kaputkina, Yu. E. Lozovik and M. Willander, "Influence of the magnetic field on formation and spectrum of the exciton-polariton in a microcavity", *Physica B* 378 - 380, 1049 (2006).
34. K. Vahala, "Optical microcavities", *Nature* 424, 839 (2003).
35. A. Yariv, *Optical Electronics*, Saunders College, San Francisco, 1991.
36. F. Tassone, *et al.*, "Bottleneck effects in the relaxation and photoluminescence of microcavity polaritons", *Phys. Rev. B* 56, 7554 (1997); A.I. Tartakovskii, *et al.*, "Relaxation bottleneck and its suppression in semiconductor microcavities", *Phys. Rev. B* 62, R2283 (2000); F. Tassone and Y. Yamamoto, "Exciton-exciton scattering dynamics in a semiconductor microcavity and stimulated scattering into polaritons", *Phys. Rev. B* 59 10830 (1999); T.D. Doan, H.T. Cao, D. Thoai, and H. Haug, "Condensation kinetics of microcavity polaritons with scattering by phonons and polaritons", *Phys. Rev. B* 72, 085301 (2005).
37. M. O. Scully and S. Subairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2001.
38. C.A. Vera, A. Cabo and A. Gonzalez, "The stationary density matrix of a pumped polariton system", *Aceptado para publicación en Physical Review Letters* (arXiv: 0805.4151).