



Facultad de Educación

# LA AUSENCIA DE DOMINIO CONCEPTUAL DE LAS PROPIEDADES ALGEBRAICAS DE LA POTENCIACIÓN, EVIDENCIADA EN LA NOTACIÓN MATEMÁTICA

SEBASTIÁN RENDÓN OCTAVIO HOYOS

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

MEDELLÍN







## LA AUSENCIA DE DOMINIO CONCEPTUAL DE LAS PROPIEDADES ALGEBRAICAS DE LA POTENCIACIÓN, EVIDENCIADA EN LA NOTACIÓN MATEMÁTICA

## SEBASTIÁN RENDÓN OCTAVIO HOYOS

Trabajo de Grado para optar al título de Licenciados en Matemáticas y Física

**Asesores** 

GRIMALDO OLEAS LIÑAN

Magister en estadística.

LUIS FERNANDO PÉREZ RÚA

Magister en educación.

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

MEDELLÍN

2016





### Tabla de contenido

	Pág.
Capítulo 1	9
Fundamentos Teóricos	11
1.1. Antecedentes	
1.1.1. Estándares y lineamientos curriculares.	
1.1.2. Referentes investigativos.	16
1.2. Marco teórico	26
1.2.1. Introducción	26
1.2.2. Los objetos matemáticos.	28
1.2.3. Lenguaje matemático: significado y representaciones semióticas	30
1.2.4. Representaciones internas y externas	40
Capítulo 2	48
El problema de Investigación	48
2.1. Diagnóstico institucional facultad de ingeniería	
2.1.1. Misión de la facultad.	48
2.1.2. Visión de la facultad.	48
2.1.3. Debilidades	
2.1.4. Fortalezas.	50
2.1.5. Modelo pedagógico.	50
2.1.6. Estructura curricular.	51
2.1.7. Sociología.	52
2.1.8. Perfil del estudiante de ingeniería.	53
2.2. Delimitación de la investigación	
2.3. Planteamiento del problema de investigación	63



2.3.1. Problema de investigación	
2.4. Los objetivos de la investigación	
2.4.1. Objetivo general de la investigación.	70
2.5. Justificación del estudio	72
Capítulo 3	80
Metodología	80
3.1. Introducción a la metodología	80
3.2. Tipo de investigación	
3.2.1. Cualitativo	
3.3. Enfoque de la investigación	83
3.3.1. Enfoque.	
3.4. Método de la investigación	87
3.4.1. Método.	87
3.5.1. Instrumento	89
Capítulo 4	94
Presentación y Análisis de resultados	94
4.1. Presentación de Resultados	94
4.1. Discusión de Resultados	96
4.1.1. Programa: Bioingeniería	
4.1.2. Programa: Ingeniería civil.	100
4.1.3. Programa: Ingeniería ambiental.	
Capítulo 5	
Conclusiones y recomendaciones	
5.1. Conclusiones	
<b>5.1.</b> Conclusiones	



5.2. Recomendaciones	108
Lista de referencias	110
Anexos	

# UNIVERSIDAD DE ANTIQUIA



### Lista de figuras

	Pág.
Figura 1. Triángulo semiótico	32
Figura 2. Estructura curricular	52
Figura 3. Razones para estudiar ingeniería	56
Figura 4. Situación socioeconómica de los estudiantes	58
Figura 5. Formación académica de los padres	59
Figura 6. ¿Tiene computador en la casa?	60
Figura 7. Frecuencia de visitas a la biblioteca de acuerdo con el programa académico .	61
Figura 8. Posibilidades de terminar la carrera	62
Figura 9. Percepción sobre el grado de dificultad	
Figura 10. Instrumento de recolección de datos.	98
Figura 11. Instrumento de recolección de datos.	99
Figura 12. Instrumento de recolección de datos.	101
Figura 13. Instrumento de recolección de datos.	102
Figura 14. Instrumento de recolección de datos.	104
Figura 15. Instrumento de recolección de datos.	105





### Lista de tablas

lo 1 Danas Amark	wiati asa da	las situatas da		AGA No Dela	Coding
la 1. Rasgos caracte	risticos de		razonamiento	algebraico segun	Godino (



### Lista de anexos

	Pág.
Anexo 1. Prueba diagnóstica	117
Anexo 2. Diario instrumento para registro de observación pedagógica 1	130
Anexo 3. Diario instrumento para registro de observación pedagógica 2	131
Anexo 4. Diario instrumento para registro de observación pedagógica 3	132
Anexo 5. Diario instrumento para registro de observación pedagógica 3	133

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1 8 0 3



#### Resumen

El lenguaje algébrico como herramienta principal para lograr un mejor entendimiento de los diferentes conceptos matemáticos resulta ser eficiente. Partiendo de lo antes mencionado se podría enfocar el leguaje algebraico a identificar la ausencia de dominio conceptual de las diferentes propiedades de la potenciación evidenciándolo en la notación matemática que utiliza los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia para resolver los diferentes problemas planteados por el grupo de practicantes de la facultad de educación de la universidad de Antioquia. Lograr por medio de la resolución de dichos problemas identificar los factores en los que fallan los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia a la hora de utilizar las propiedades algebraicas de la potenciación, ya que esta es fundamental en el manejo optimo del algebra y cómo es esto la base del primer semestre de la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia, se busca fortalecer dichos vacíos en los estudiantes de primer semestre, por medio de talleres y constaten accesorias.

#### **Summary**

The algebraic language as the main tool to achieve a better understanding of the different mathematical concepts proves to be efficient. Based on the above it could focus Algebraic leguaje to identify the absence of conceptual mastery of the different properties of empowerment evidenciándolo in mathematical notation uses the freshmen engineering from the University of Antioquia to solve different problems by the group of practitioners of the faculty of education at



Facultad de the cauniversity of Antioquia. Achieved through the resolution of these problems identifying the factors on which the freshmen engineering from the University of Antioquia when using the

algebraic properties of empowerment fail, as this is essential in the optimal management algebra and how this is the basis of the first half of the faculty of engineering of the university of Antioquia, seeks to strengthen these gaps in students of first semester, through workshops and constaten accessory.

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1 8 0 3



#### Capítulo 1

#### **Fundamentos Teóricos**

#### 1.1. Antecedentes

A continuación se revisa la importancia de diferentes investigaciones cuyo objeto de estudio se relacione con la ausencia de dominio conceptual de las propiedades algebraicas de la potenciación y que además se interesen por la representación o notación matemática. Inicialmente se revisa en qué momento se introducen estas nociones en el proceso de escolarización, por lo cual se remite a los lineamientos curriculares y estándares que ubican el grado en que se imparte por primera vez la potenciación, y se analiza como es el tratamiento que le dan los libros de texto, para lo cual se revisa una publicación de Penalva (2006), donde se presenta un estudio del desarrollo del sistema de signos del concepto de potencia en los libros de texto de matemáticas de educación secundaria obligatoria, en la cual se implementa como metodología el tratamiento que los textos promueven de los contenidos conceptuales y procedimentales asociados a la idea de potencia. Se buscan referentes que hablen de la relación entre la notación matemática y la conceptualización, para lo cual se recurre a un documento del profesor Godino (2012), donde se revisa la importancia de la dialéctica entre pensamiento matemático (ideas matemáticas) que en este trabajo se trata como conceptualización y lenguaje matemático o notación matemática, Además como se relaciona la notación matemática con el nivel de algebrización que presenta el estudiante, donde se usan las aportaciones de Godino (2014) en el documento niveles de algebrización.



#### 1.1.1. Estándares y lineamientos curriculares.

Los lineamientos curriculares de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional-MEN, 1998) en los cuales se encuentran inscritos unos parámetros para el alumno y para el profesor.

Con base en esto se trae a colación lo que el estudiante debe poseer bajo los lineamientos curriculares de matemáticas para ello la siguiente cita:

Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas, para reconocer la ocasión de utilizarlas y aplicarlas; sabemos bien que hacer matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces se olvida que resolver un problema no es más que parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrarles soluciones. Una buena reproducción por parte del alumno de una actividad científica exigiría que él actúe, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca las que están conformes con la cultura, que tome las que le son útiles, etcétera. (MEN. 1998, p-13)

He aquí en pocas palabras lo que el estudiante debe lograr construir a lo largo del proceso de escolarización, y las herramientas consecuentes de este proceso, con las cuales el estudiante se enfrenta a la sociedad en la que se encuentra inscrito y también con las que afronta la vida en la educación superior, tanto a nivel educativo como personal, al mismo tiempo todos estos saberes matemáticos le permitirán desarrollar un nivel más elevado de pensamiento lógico y además generará en él una perspectiva crítica de su entorno.



Facultad de Educación Ahora de lo anterior hay que aclarar que el sentido crítico del que se habla es desde la perspectiva de la profesora Araceli de Tezanos (2007). En "Oficio de enseñar-saber pedagógico: la relación fundante", publicado en *IDEP*. Revista del Instituto para la Investigación Educativa y

el Desarrollo Pedagógico. En este artículo se discute la práctica de la enseñanza como algo entendible en un contexto social, histórico y económico concreto. En cuanto a la metodología Se recuperan los puntos de vista sobre saber y ciencia de Aristóteles y Foucault para ubicar la práctica pedagógica en el equilibrio entre la reglamentación y la reflexión crítica a partir de la experiencia. Como objetivo subrayar la importancia del oficio del maestro y su saber, además la práctica de la reflexión crítica debe concretarse en la escritura de la misma. En síntesis como retos para el escenario actual se señalan el aprendizaje como derecho y la necesidad de la enseñanza de adaptarse al presente; las nuevas formas de medir competencias; y la necesidad de la formación para una ciudadanía democrática en especial en jóvenes procedentes de áreas socialmente conflictivas.

Se define la crítica desde una perspectiva griega de medicina.

La condición crítica de la reflexión implica, entonces y recurriendo a la metáfora médica, de poner en conflicto diferentes visiones sobre un acontecimiento, un hecho o una idea." Desde este punto de vista la profesora plantea que el profesor "tienen que distanciarse, objetivar sus visiones y las de los otros, ponerlas en conflicto, para hacer efectivamente una reflexión crítica (Tezanos. 2007, p-16).

Por otra parte están los estándares curriculares de matemáticas (MEN, 2002), en los cuales se enmarca las destrezas que el estudiante debe ir desarrollando a través de su proceso de



Facultad de escolarización, para este caso en las que están relacionadas con el álgebra más específicamente las que tienen que ver con la potenciación.

Con base en esto se identifica en cuál de los grados de escolarización es donde el estudiante ve por primera vez el concepto formal de potencia, para esto se remite a los estándares curriculares

para la excelencia educativa, en los cuales se muestra que para el área de matemáticas el estudiante debe para el grado quinto saber.

Pensamiento numérico y sistemas numéricos

- Identificar la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. (MEN. 2006. p-37)

El problema que se evidencia en los estudiantes admitidos al semestre 2014/2 de la Facultad de Ingeniería de la universidad de Antioquia, es una problemática que el estudiante trae desde primaria y debe de alguna manera superar solo, debido a factores externos que influyen a la hora del aprendizaje del estudiante(cognitivos y sociales entre otros).

En el proceso de escolarización no se da pie a la reflexión crítica del aprendizaje del estudiante y este puede ser uno de los factores que lleva a que el estudiante tenga cierto grado de frustración frente a este tema, que es fundamental en el proceso de formación escolar y según los estándares curriculares el estudiante debe de ir evolucionando en ciertas habilidades con base en las destrezas que ha desarrollado en el transcurso de su escolaridad. Pero si en este proceso el estudiante no logra desarrollar adecuadamente alguno de los ítems que marca los estándares



en un obstáculo conceptual, lo cual podría conllevar muchos problemas en su proceso de escolaridad y posteriormente en el de educación superior.

En el Decreto 230 del 2002, el cual generó una gran polémica en cuanto a la promoción sobre si este decreto en realidad contribuirá a un buen desarrollo académico de los estudiantes, o

más bien, se convertía en una dificultad para el docente a la hora de tomar la decisión de dejar o no a un estudiante que repitiera el año, por no haber alcanzado los logros del respectivo grado. En el capítulo 2, Evaluación y promoción de los educandos, el decreto dice:

"Artículo 9°. Los establecimientos educativos tienen que garantizar un mínimo de promoción del 95% del total de los educandos que finalicen el año escolar en la institución educativa".

Al finalizar el año, la Comisión de Evaluación y Promoción de cada grado, integrada por hasta tres docentes, un representante de los padres de familia que no sea docente de la institución y el rector o su delegado, definirá la promoción de los educandos y hará recomendaciones de actividades de refuerzo y superación para estudiantes que presenten dificultades.

Se consideran los siguientes aspectos para la repetición de un grado:

Estudiantes con valoración final insuficiente o deficiente en tres o más áreas;

Estudiantes que hayan obtenido valoración final insuficiente o deficiente en matemáticas y lenguaje durante dos o más grados consecutivos de la educación básica;

Estudiantes que hayan dejado de asistir injustificadamente a más del 25% de las actividades académicas durante el año escolar.

Facultad de Educacio En ningún caso la institución educativa debe exceder el límite del 5% del número de estudiantes que finalizado el año escolar deban repetirlo. Los demás estudiantes serán promovidos al siguiente grado, y sus evaluaciones finales no se podrán modificar. (Decreto 230 de 2002, aspectos relacionados con la evaluación interna).

Dicho de otro modo, una gran mayoría de los estudiantes graduados desde la ejecución del decreto en el 2002, se graduaron sin los conocimientos y las competencias básicas en muchas

áreas, sobre todo en el área de matemáticas donde la pérdida generalmente alcanza porcentajes mayores al 5%, superando por mucho lo permitido por la ley. Así en la última década ingresaron a la universidad de Antioquia muchos estudiantes sin los conocimientos necesarios para alcanzar el desempeño académico que le permitiera desenvolverse en el ámbito universitario.

Además, habría que decir también que el hecho de que las universidades no hicieron ningún tipo de cambio en cuanto a los criterios de evaluación y promoción, que se ajustarán al cambio en la educación básica y secundaria, lo cual ha generado que quienes eligen una carrera en ingeniería, en poco tiempo se aburran por el rigor y la exigencia en los cursos de matemática, lo que es uno de los factores que llevará a que los estudiantes abandonen la carrera.

#### 1.1.2. Referentes investigativos.

Se tiene en cuenta aquellas investigaciones que han realizado diferentes autores sobre el concepto de razonamiento algebraico, de comprensión del algebra y de estructura multiplicativa de la potenciación, este recorrido permitirá evidenciar que en la actualidad hay muy poca investigación encaminada a profundizar la descripción del proceso algebraico de la potenciación que llevan a cabo los estudiantes de la universidad, en el caso particular de los estudiantes la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia.

Facultad de Educació El análisis del concepto de notación matemática al interior de la potenciación posee una notación propia, además de situaciones e invariantes que le dan sentido al objeto matemático potencia, son como se menciona a continuación consideraciones en las cuales es importante profundizar en las relaciones existentes entre ellas. En Godino (2012) de la Universidad de Granada, a través de su ponencia "origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en didáctica de la matemática" donde presenta una síntesis histórica del origen y

desarrollo del EOS (enfoque ontosemiótico), sus principales aportaciones para la investigación en didáctica de las matemáticas, el principal objetivo es clarificar y comparar las diversas teorías usadas para estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La estrategia de articulación de las teorías y el desarrollo de la aproximación ontosemiótica ha sido fruto del análisis racional de los fundamentos, cuestiones y métodos de diversos marcos teóricos existentes y de la aplicación de las herramientas teóricas que se fueron produciendo en trabajos experimentales, como resultado En esta ponencia se presenta una síntesis histórica del origen y desarrollo del EOS, sus principales aportaciones para la investigación en didáctica de las matemáticas, el estado actual a nivel internacional y algunas reflexiones sobre su potencial futuro. De este trabajo se rescatan las aportaciones en cuanto a las relaciones entre las ideas matemáticas y el lenguaje matemático (notación matemática) "Se llegó a la conclusión de que era preciso estudiar con más amplitud y profundidad las relaciones dialécticas entre el pensamiento (las ideas matemáticas), el lenguaje matemático (sistemas de signos) y las situaciones-problemas para cuya resolución se inventan tales recursos." (Godino, 2012, p-54)

Esta conclusión, permite asirse, de manera más concluyente, que al interior de las estructuras algebraicas inmersas en las propiedades de la potenciación, se encuentran



es en sí la potenciación, es por tal motivo que cobra importancia, analizar los pormenores inmersos en ciertas notaciones expuestos en libros de texto de matemática, y libros de matemática, en los cuales dichas notaciones pueden conducir a formar ideas matemáticas del concepto como tal que son insuficientes, o que no ayudan a generar un esquema exitoso de la potenciación.

Como ya antes se había mencionado, son muestra de estas particularidades las definiciones que ofrecen los libros. A manera de ejemplo, se puede encontrar en algunos libro de texto definiciones de potenciación en R, como la siguientes de potencia de base real y exponente entero positivo, para el caso del exponente entero enuncian, si n  $\in$  Z<sup>+</sup> entonces a<sup>n</sup> representa el producto de n factores de a. es decir, si a  $\in$  R y n  $\in$  Z<sup>+</sup>, entonces: a<sup>n</sup>= axaxa...xa (n-factores), definición que si bien enuncia el significado, no lo hace de una manera inductiva, en la cual se definen ciertas propiedades, es decir se plantea la axiomática sobre la cual reposan las propiedades algebraicas de la potenciación, por otro lado libros de matemática, pueden ofrecer definiciones tales como, para n  $\in$  N se define a<sup>n+1</sup>= a<sup>n</sup> x a, se adopta la convención de que a<sup>0</sup>=1 y de que a<sup>1</sup>=a, para toda a  $\in$  R. Que de alguna u otra forma, introducen estructuras propias de la potenciación, ayudando a mejorar los esquemas que se formen del concepto a partir de la notación presentada.

Las manifestaciones del pensamiento, particularmente de las ideas matemáticas, se hacen evidentes en la acción, en la resolución de un problema o tarea a la cual se enfrenta el sujeto, estas manifestaciones, las formas o maneras de organizar la acción, se transforman en esquemas



Facultad de que adeterminan la conducta del sujeto al enfrentarse a determinado tipo de acciones, que evocan en él, una manera particular de enfrentarse a un problema o tarea particular.

Esquemas "organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada." (Vergnaud, G. 1993, p. 2), ubicados en el centro de la acción, dan a conocer una conceptualización implícita, al observar la acción del sujeto, cuando este se enfrenta a una determinada situación, los esquemas pueden ser exitosos o no. De ahí que se apliquen a estos dos tipos de situaciones, una en la que el estudiante, posee una colección de saberes y formas de actuar, que le permiten tratar parcialmente un problema o tarea, y otro tipo de situaciones, para las cuales su saber es ineficiente,

por tanto que no se tenga un esquema bien definido para este tipo de situaciones y en esa línea deba construir otros, en este tipo de situaciones los esquemas compiten entre ellos, se mejoran, se desechan, se reestructuran, todo en busca del éxito en dicho problema o tarea, según Piaget estos esquemas se encuentran en el centro del proceso de adaptación de las estructuras cognitivas: asimilación y acomodación.

Para el primer tipo de situación, se encuentra un esquema único de acción, casi mecánico, que le permite a la acción del sujeto ser operatoria, en el segundo caso los esquemas son apenas esbozos de esquemas, todos en la búsqueda del éxito, este tipo de situaciones se presentan cuando un estudiante se encuentra un problema o tarea novedoso, para su solución cuenta con un repertorio de esquemas, que pueden ayudarlo a generar otro que en su ejecución, de solución a dicha tarea o problema, se evocan esquemas que dan solución a problemas similares, buscando rescatar elementos que sirvan, reestructurando, completando y generando esquemas nuevos para su utilización y comprobación de la eficacia del esquema generado, de esta manera, si el



Facultad de seguema es exitoso, esta búsqueda sugiere en el estudiante una conceptualización implícita del problema que resolvió.

Pensando en estas situaciones, se pueden ubicar en el marco de la teoría de las situaciones didácticas que propone la teoría de Guy Brousseau, claro está, si esta situación la ha planteado una persona que desea enseñar un saber en un determinado momento, esta situación debe procurar traer a colación un determinado saber que se use para la solución de dicha situación, la persona que dirige la situación la plantea sin mencionar intención definida hacia el conocimiento que desea impartir, pone condiciones y establece un medio insuficiente el cual permite evocar varios esquemas en los estudiantes, y en el transcurso de la situación modifica variables de la situación,

lo que introduce en los estudiantes la necesidad de reformular, reestructurar sus esquemas o estrategias en la búsqueda de integrar esta modificación a la variable en esta situación, la modificación de esta variable, permite en el estudiante el reconocimiento de invariantes en la situación, representaciones gráficas y lingüísticas permiten identificar las unidades importantes del problema o tarea, introduciendo una conceptualización implícita de la situación, las modificaciones de las variables que hace la persona que quiere introducir un nuevo saber, deben conducir precisamente a que este saber deba ser utilizado, luego se prueba la eficacia de la estrategia o esquema, que el estudiante generó, dicho esquema puede ser exitoso o no.

Las referencias acerca del sistema de signos utilizados en la potenciación, son objeto vital de interés en este estudio, puesto que es en la introducción de la notación, en donde se pueden mejorar los procesos de abstracción y conceptualización de la potenciación, así se identifica en el trabajo de Catalina Martínez García & M, Carmen Penalva Martínez. (2006). En la



Facultad de investigación "Proceso de simbolización del concepto de potencia: análisis de libros de texto de secundaria", donde se presenta un estudio del desarrollo del sistema de signos del concepto de potencia en los libros de texto de matemáticas de educación secundaria obligatoria, se implementa como metodología el tratamiento que los textos promueven de los contenidos conceptuales y procedimentales asociados a la idea de potencia. El objetivo es poner de manifiesto la existencia de una relación entre los dominios de actividad matemática y los estadios del desarrollo de los signos, se concluye principalmente que en los libros de texto que se analizaron, los objetos relativos al concepto de potencia pierden su identidad, su carácter semántico para adquirir un carácter sintáctico, dinámico. Se toma de este trabajo la importancia de introducir las definiciones inductivas que aportan al carácter semántico del concepto de potencia. Socas (1997) señala,

además, "que la naturaleza abstracta de los objetos matemáticos está vinculada a un proceso de abstracción asociado al desarrollo de los signos matemáticos utilizados al trabajar con dichos objetos" (Socas. Citado de proceso de simbolización del concepto de potencia: análisis de libros de texto de secundaria. 2006, P-2)

Con esta apreciación, se intenta recalcar la importancia de la notación matemática, al interior de la conceptualización, es decir la potencia como tal utiliza notación propia, que se define a partir del mismo concepto notación, que se construye a partir de símbolos existentes y además que supone un uso propio de las propiedades algebraicas, una pertinente construcción y conceptualización de estos símbolos puede potenciar de manera sustancial la conceptualización de la potenciación, se debe advertir, que en el proceso de la construcción de la notación propia de la potenciación hay implícitos muchos de los conceptos que introducen al pensamiento o ideas



Facultad de matemáticas, pues suponen una abstracción de los símbolos que se presentan, así que definiciones de carácter sesgado pueden conducir a errores, lo cual podría generar dificultades para potenciar el dominio conceptual del tema.

Como se expuso antes, la potenciación supone un bagaje propio de símbolos, además de unas formas particulares de operar con ellos, esto supone un manejo del algebra que involucra además la notación que introduce la potenciación. Al respecto Godino, D., et al (2012), en "Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental". Donde sostienen el interés en La introducción del razonamiento algebraico en educación primaria, para la investigación e innovación curricular en didáctica de las matemáticas, su metodología es basada en los tipos de objetos y procesos matemáticos introducidos en el enfoque ontosemiótico del conocimiento matemático. Además se concluye la consideración de una práctica matemática como algebraica se

basará en la intervención de procesos de generalización y simbolización, también se propone una tipología de configuraciones algebraicas que permite definir grados de algebrización de la actividad matemática. El trabajo aporta bases teóricas para caracterizar el razonamiento algebraico, relacionándolo con la estructura algebraica de la potenciación. "La actividad algebraica tiene lugar cuando una persona aborda la solución de cierto tipo de problemas o tareas, realizando determinadas prácticas operativas y discursivas." (p. 492).

El tratamiento, que se hace cuando un estudiante manipula un determinado problema o tarea, muestra que al interior de él funcionan ya unos determinados esquemas, estos pueden referirse, al manejo operatorio que realiza de los símbolos, al ejecutar con ellos operaciones como, sumar, restar, multiplicar y dividir. Aspectos que pueden manipularse sin un sentido



esquemas que manipulan los símbolos, sugieren la comprensión de los fenómenos implícitos en el uso de alguna transformación, el uso de expresiones equivalentes, pero que además, dichos aspectos se contextualizan a partir de una problemática en particular, es decir tienen sentido tanto las operaciones que se realizan como las cantidades a las que hacen alusión las variables.

Esta separación aparece como una tendencia entre los investigadores de la didáctica, en la cual se separa el simbolismo algebraico del pensamiento algebraico, lo cual aporta al reciente trabajo, en la medida en que delimita, la existencia de una cierta independencia entre estas estructuras. Se considera el manejo que se hace de ciertas estructuras al interior de la potenciación como tal, es decir el uso de las propiedades de la potenciación, por ejemplo a<sup>n</sup>x a<sup>m</sup>= a<sup>n+m</sup>, en problemas o tareas como a<sup>2</sup>x a<sup>3</sup>=?, en las cuales el esquema del estudiante puede o no ser exitoso, pero además, se presenta el caso, en el cual el estudiante aprende a manejar los operadores, y

trabaja con el simbolismo, maneja la regla, pero aun no consigue conceptualizar la potenciación, sus rasgos característicos, se identifica así que existe una dificultad o se manifiesta una diferencia entre reconocer y expresar de manera verbal la generalidad del concepto y manejar el simbolismo involucrado.

Esclarecer esta diferencia, sugiere un trato cuidadoso en la introducción de las definiciones y los conceptos, es decir, se debe procurar por introducir definiciones que ayuden a la conceptualización y no sólo definiciones que sugieran el manejo del simbolismo implícito en el concepto.

Facultad de Educacio El uso de las diferentes transformaciones y simbolismo involucrado con la potenciación debe indicar un nivel de algebrización o dominio de los elementos que yacen implícitos o explícitos en el manejo algebraico que se presenta en la potenciación. Al respecto las aportaciones de Godino, J. D., et al. (2014), en su artículo "Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros", publicado en *Enseñanza de las Ciencias*, donde exponen como objetivo analizar el desarrollo del razonamiento algebraico elemental desde los primeros niveles educativos. En cuanto a la metodología en este trabajo se presenta un modelo en el que se diferencian tres niveles de razonamiento algebraico elemental que puede utilizarse para reconocer características algebraicas en la resolución de tareas matemáticas. Como síntesis se extrae la importancia de que el profesor de Educación Primaria conozca las características del razonamiento algebraico y sea capaz de seleccionar y elaborar tareas matemáticas adecuadas.

Además se presenta el modelo junto con ejemplos de actividades matemáticas, clasificadas según los distintos niveles de algebrización. Esta publicación, ubica la actividad del estudiante en un nivel de algebrización, dependiendo del uso de la notación matemática. "uso de lenguaje

simbólico-literal para asignar un nivel propiamente algebraico (nivel 3) a una práctica matemática" (p. 16).

Como complemento, se puede señalar que los estudiantes que poseen cierto manejo sobre el simbolismo implicado en una determinada actividad, cumplen ciertas características que lo ubican en un manejo del álgebra implícito como tal en las estructuras que utiliza, para el caso de este proyecto las estructuras algebraicas de las propiedades de la potenciación, se procura por que el estudiante consiga ubicarse en este nivel de manejo algebraico, en el cual construya

UNIVERSIDAD DE ANTIQUIA
Facultad de formalizaciones, a partir de elementos intensivos y luego los utilice en diversas transformaciones.



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1 8 0 3



#### 1.2. Marco teórico

#### 1.2.1. Introducción.

El Presente marco teórico, tiene como objetivo argumentar la postura crítica del papel que juegan los símbolos en la educación matemática, no es objeto de análisis el alcance de los símbolos, puesto que la verdadera naturaleza de este proyecto de práctica pedagógica es interpretar el campo conceptual de la potenciación, analizando desde posturas constructivista que tan relevantes son los símbolos en este mismo, así se analizan los objetos matemáticos, se pretende, identificar las nociones de objeto institucional y objeto personal, que permiten señalar la intencionalidad con la cual introducir los conceptos matemáticos, sosteniendo que es vital que se presenten las formas institucionales del objeto y no que se introduzcan nociones personales del objeto como definiciones.

En la enseñanza-aprendizaje de la matemática cuando se habla de lenguaje matemático o notación matemática, de fondo se tratan aspectos como el significado, muy relacionado con el de comprensión, la necesidad de un lenguaje de fácil manipulación en la matemática como disciplina y además para efectos de su enseñanza y aprendizaje, interesa particularmente conocer el significado de los objetos que las representaciones semióticas significan, sea que se trate de la misma representación en sí, o sea la operacionalidad que tienen estos símbolos, todo lo cual reclama protagonismo pues algunas posturas afirman que la forma de acceso al aprendizaje conceptual de un objeto matemático es solamente mediante la manipulación y transformación de su representación semióticas, si se presta atención en estas representaciones, rápidamente se conducirá el foco de interés hacia el significado en términos de la relación entre signos.



Es claro en este punto que se ha adoptado el lenguaje matemático o notación matemática como eje principal de las operaciones de aprendizaje de elementos conceptuales, así que el interés por las representaciones y significado conduce a la manera en la cual deben ser tomadas en cuenta dichas representaciones, por un lado se puede analizar en términos de las relaciones que se establecen entre símbolo y entidad, ya sea su naturaleza real o ideal, o por otro acercándose al contexto en el cual se desarrollan las actividades del objeto potencia, podría también ser clave a la hora de comprender su significado, ambas perspectivas abordan parcialmente la significación del concepto un hecho interesante pues el uso de las dos perspectivas permite un abordaje más completo del asunto del significado.

El estudiante mediante su proceso de educación básica, media y superior desarrolla representaciones tanto externas; las cuales le permiten ir evolucionando en diferentes habilidades corpóreas que le ayudan al proceso de educación y de incorporación a la vida social. Y las representaciones internas; Las cuales favorecen el aspecto cognoscitivo y le permiten tener un mayor bagaje de las situaciones problemas que se le presentan tanto a nivel social como educativo. Además se entenderá por representación, el conjunto de herramientas (acciones, signos o gráficos) que se hacen presentes a la hora de interactuar con los conceptos y procedimientos matemáticos, en adelante para efectos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por lo menos al interior de esta práctica pedagógica, no se restara importancia alguna al hecho de que los símbolos sean un eje orientador del aprendizaje, que su manipulación se asocie con la conceptualización de los conceptos matemáticos. Bajo la premisa que los conceptos matemáticos no son la representación de ellos, pero solo se tiene acceso a ellos mediante el uso de dichas representaciones.



#### 1.2.2. Los objetos matemáticos.

Identificar las nociones de objeto institucional y objeto personal, permiten señalar la intencionalidad con la cual pueden ser introducidos los conceptos matemáticos, en particular en esta práctica pedagógica se pretende la conceptualización del objeto matemático potencia, sus propiedades y formas de operar, más adelante se argumenta porque es vital que se presenten las formas institucionales del objeto y no que se introduzcan nociones personales del objeto como definiciones, pues como se verá, estas últimas son producto del aprendizaje y manipulación personal del sujeto que aprende lo cual sirve a los intereses particulares de dicho individuo pero no por eso representa el objeto institucional propiamente dicho.

Es indispensable trabajar sobre la base de ciertas nociones fundamentales, puesto que así se direcciona el trabajo y fruto de estas nociones se clarifica el sentido que se quiere abordar cuando se habla, de la ausencia de dominio conceptual en particular del caso de la potenciación como objeto matemático y las necesidades puntuales a la hora de introducir dichos objetos, como es claro que la población a la cual va dirigida esta práctica pedagógica estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, ya ha tenido un acercamiento, una introducción y un tratamiento del objeto potencia, se deben así considerar las nociones de objeto institucional y objeto personal, para las cuales Godino, ofrece las siguientes definiciones. Godino y Batanero (1994) "Objeto institucional OI: Es un emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas" (p. 11) Así definido un objeto institucional, tiene las características de un conocimiento construido y definido a partir de una cierta institución en este caso las matemáticas como un constructo social, que en el caso particular del objeto potencia, se ha construido gracias a problemas de estructuras multiplicativas relacionadas con cantidades iguales



Facultad de multiplicadas entre sí, dando lugar a "a<sup>n+1</sup>= a<sup>n</sup>.a" definición inductiva del objeto potencia, cabe aclarar que antes en el

documento se mencionaba la importancia de esta definición, pues de antemano establece una base axiomática o tratamiento de los problemas que necesiten de su uso para la solución.

Recalcar el uso de estas definiciones mejora notablemente la identificación de las representaciones simbólicas o en este caso la notación matemática, relacionada con la potenciación, una vez más dice Vergnaud (1993) "las representaciones simbólicas; son también medios de identificar más claramente los objetos matemáticos decisivos para la conceptualización" (p.18), hecho por el cual se debe reforzar el uso de estas definiciones, (Duval citado en D'Amore, 2004) "por una parte, el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual y, por otra, es sólo por medio de representaciones semióticas que es posible un actividad sobre los objetos matemáticos" (p. 6).

Como se ha visto el surgimiento de los objetos matemáticos, es producto de un devenir histórico de la sociedad, en concreto la institución que vela por el desarrollo de un saber particular, fruto de este desarrollo los objetos institucionales sufren cambios en concordancia a su nivel de desarrollo, todo lo cual ofrece una representación viable del objeto a considerar, al interior de estos desarrollos se encuentra el aprendizaje del individuo que pretende conceptualizar dicho objeto, como consecuencia de la interacción con las diferentes representaciones que hacen parte del objeto, el individuo genera un sistema de prácticas personal, "Sistema de prácticas personales asociadas a un campo de problemas: Está constituido por las prácticas prototípicas que una persona realiza en su intento de resolver un campo de problemas C. Representamos este sistema por la notación Pp(C)" (Godino y Batanero, 1994, p.

Facultad de La practicas personales el aprendizaje y el conocimiento del sujeto emerge el objeto personal, "Objeto personal Op: Es un

emergente del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas, esto es, un emergente de PpC)" (Godino y Batanero (1994p. 12).

#### 1.2.3. Lenguaje matemático: significado y representaciones semióticas.

Las matemáticas, son una ciencia que propende por el entendimiento, en aras de desarrollar una generalidad accesible a los entusiastas dedicados a su estudio, debió desarrollar un lenguaje de fácil manipulación, para efectos de su enseñanza y aprendizaje, interesa particularmente conocer el significado de los objetos que las representaciones semióticas significan, sea que se trate de la misma representación en sí, o sea la operacionalidad que tienen estos símbolos, uno de los mayores retos que debe afrontar la didáctica de la matemática es la diversidad de los registros semióticos asociados a un concepto así dice Godino (2010):

La complejidad del problema semántico del lenguaje matemático se incrementa por la variedad de registros semióticos utilizados en la actividad matemática (uso del lenguaje ordinario, oral y escrito, símbolos específicos, representaciones gráficas, objetos materiales, etc.). Además, no sólo interesa analizar el "significado" de los objetos lingüísticos matemáticos, sino también los diversos "objetos matemáticos" (situaciones-problemas, procedimientos, conceptos, proposiciones, argumentaciones, teorías, etc.) (p.4).

1 8 0 3

Facultad de Educació En la enseñanza-aprendizaje de la matemática cuando se habla de lenguaje matemático o notación matemática, de fondo se tratan aspectos como el significado, muy relacionado con el de comprensión ,teniendo en cuenta que esta última se refiere al tratamiento parcial del conocimiento, en la medida en que se generan, construcciones, de estructuras o esquemas, generalizaciones,

abstracciones, creaciones de imágenes, definiciones de conceptos y en fin muchas características que implican que una persona, modifique su estructura cognitiva cuando tiene contacto con un conocimiento matemático. La identificación de generalizaciones, como elemento intermedio entre los primeros contactos del nuevo conocimiento y la posibilidad de abstraer nuevo conocimiento a partir de este, la comprensión matemática, se entiende como un proceso inacabado y dinámico, de reorganización y creación de esquemas que contienen los objetos o conocimientos, además de la coherencia que tienen al interior de estos esquemas las filiaciones y rupturas que puedan establecerse entre las distintas unidades presentes en los esquemas.

El lenguaje matemático, está atravesado por un devenir histórico, su empleo, su concesión, su operatividad, son todas cualidades que se construyen para resolver la ambigüedad en el estudio de la naturaleza, es así porque las matemáticas, ofrecen un acercamiento objetivo de unidades parcializadas de la naturaleza.

#### 1.2.3.1. Teorías referenciales o analíticas del significado.

La preocupación por el lenguaje matemático conduce a considerar aspectos mucho más generales y ciertamente abiertos, además muy discutidos como el "significado", en particular para las teorías referenciales o representacionales consideradas por Godino (1994) "teorías realistas (o figurativas) conciben el significado como una relación convencional entre signos y



Facultad de entidades concretas o ideales que existen independientemente de los signos lingüísticos; en consecuencia, suponen un realismo conceptual" (p. 4). En ese orden de ideas lo que para el trabajo actual es fundamentalmente, donde se evidencia una ausencia de dominio conceptual, efectivamente es en la notación matemática donde puede estar radicado el problema de la falta de dominio conceptual en general estas teorías de la representación sostienen que "las expresiones lingüísticas tienen una

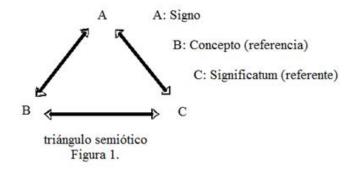
relación de atribución con ciertas entidades (objetos, atributos, hechos). La función semántica de las expresiones consiste simplemente en esa relación convencional, designada como relación nominal" (Godino, 1994, p. 4). Como consecuencia. "Una palabra se hace significativa por el hecho de que se le asigna un objeto, un concepto o una proposición como significado" (Godino, 1994, p.4).

Ya antes se mencionaba que la forma de acceso al aprendizaje conceptual de un objeto matemático es solamente mediante la manipulación y transformación de sus representaciones semióticas, si se presta atención en estas representaciones, rápidamente se conducirá el foco de interés hacia el significado en términos de la relación entre signos. La relación de significación se suele describir como una relación ternaria, analizable en tres relaciones binarias, dos directas y una indirecta, como se propone en el llamado "triángulo básico" de Ogden y Richards (1923) (Figura 1) citados por Godino, J. D (2010, p.4)

Figura 1. Triángulo semiótico

1 8 0 3





Nota: La figura 17 se refiere a la representación mediante una triada llamada el triángulo básico.

Concepciones que se gestan en el seno de la semiótica concebida por Pierce, en la Figura 1, A. signo (significante o símbolo) hace las veces de puente, entre B. (referencia) y C. (referente) cumpliéndose así la relación binaria indirecta que se mencionó. B. Concepto es en sí el concepto matemático como tal, como diría Platón (389-369 a.c) en *La República* es lo real, como si este concepto estuviera de alguna forma relacionado con el objeto institucional viable del que se habló, es casi un representante de la clase de objetos que se han designado por el significante A se habla de B como el concepto matemático individual. Así la representación puede tomar diferentes connotaciones, o bien tratarse de un objeto mental (A', B, C'), o también un objeto real (A, B, C), pero además "la representación es la relación o correspondencia que se establece entre dos objetos, de manera que uno de ellos se pone en lugar del otro" (Godino, J. D., 2010, p.5).

En esta opción representacioncita del conocimiento, la mente se considera como un espejo en el que se reflejan los objetos del mundo exterior. (Godino, J. D., 2010, p.5). Por ejemplo, A es la palabra (cama), así C será una cama particular a la cual referirse y B es la idea de cama o el concepto de cama, es decir si se le pidiese a un carpintero fabricar una cama(A), (Godino, J. D.,

Facultad de 2010 p.5). "La opción representacionista presupone que tanto el referente como el significante tienen un equivalente en la mente del sujeto que los utiliza. Este tiene su propia concepción de cama (C) la cual fabrica, en si para él es imposible materializar el concepto o la idea de cama (B)"

#### 1.2.3.2. Teorías operacionales o pragmáticas.

Contrario a las teorías representacionales o realistas, estas teorías pragmáticas se interesan por el uso que se hace de las palabras en un contexto determinado así (Wittgenstein citado en Godino, 2004) "una palabra se hace significativa por el hecho de desempeñar una determinada función en un juego lingüístico, por el hecho de ser usada en este juego de una manera determinada

y para un fin concreto" (p.7). Tan variados son los significados de las palabras como las acciones posibles, como los objetos que describen su uso en determinado contexto, esto además considera por ejemplo el uso que le puede atribuir la física, a la palabra potencia distinto a la potencia que se considera en matemáticas descrito por Godino, J. D (2010) cita a Wittgenstein (1953) "El lenguaje puede formar parte de diversas "formas de vida"; hay tantos modos distintos de empleo del lenguaje, tantos juegos lingüísticos, como contextos situacionales y accionales" (p. 7). en este sentido el lenguaje adquiere un valor muy importante en el proceso de enseñanza y aprendizaje, que evidencia los estudiantes de primer semestre de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, debido a que en el proceso de práctica pedagógica que se está realizando en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, se puede analizar las operaciones que el estudiante



Facultad de realizar para resolver un problema de matemáticas, siendo más específicos los que tiene que ver con potenciación.

El enfoque operacional tiene el mérito de definir el significado en términos contextuales, es decir, puramente empíricos, sin necesidad de recurrir a estados o procesos mentales vagos, intangibles y subjetivos. Sin embargo, aunque da cuenta perfectamente de la valencia instrumental del lenguaje, no así de la valencia representacional, de la que no se puede prescindir. (Godino, J. D., 2010, p. 7).

Acercándose por tanto a un análisis del contexto en el cual se desarrollan las actividades del objeto potencia, podría también ser clave a la hora de comprender su significado, además porque su contexto de utilización son las estructuras multiplicativas en la que algunas de sus propiedades iniciales utilizan números iguales multiplicados entre sí, el hecho es que al multiplicar un número entre sí, este crece de una manera considerable de ahí que esa transformación del producto de un

número multiplicado entre sí varias veces, resulta un solo número obviamente mayor, con excepciones del 1 y el 0, además de ciertos conjuntos de números, si restringe esta suposición sólo a los naturales resulta un número considerablemente mayor al número, es decir potencia el mismo número lo vuelve mucho mayor, la particularidad de que sea un solo número quién se multiplica varias veces crea la necesidad de nombrar este hecho llamándolo base y las veces multiplicado exponente. Si se permite la relación con la idea de potencia aristotélica, en donde una semilla es un árbol en potencia, en esta ocasión la semilla sería la expresión a<sup>n</sup> y el árbol seria como tal el número que resulta después de haber multiplicado dicho número n-veces.



Facultad de Educación partir de estas teorías se constatan algunas ideas acerca de los nombres que se le atribuyen a varias propiedades de la potenciación por ejemplo, producto de potencias, potencia de una potencia, etc., que remiten su significado al acto mismo que desempeñan Godino, J. D (2010), cita a Wittgenstein (1953) "el significado de una palabra es su uso: "Para un gran número de casos -aunque no para todos- en que empleamos la palabra "significado", este puede definirse así: el significado de una palabra es su uso en el lenguaje" (p. 6).

#### 1.2.3.3. Complementariedad entre teorías realistas y pragmáticas del significado.

Como se ha visto tanto las perspectivas realistas como las pragmáticas, guardan entre sí diferentes aspectos sobre el significado de los conceptos, parece engorrosa la tarea sobre si elegir una u otra según las necesidades, pero utilizando una sola perspectiva la definición resultaría por ser insuficiente.

Ya antes se discutió que las teorías realistas suponen una realidad de los conceptos, independientes de cualquier entidad material, no dependen de espacios dimensionales ni temporales, envueltos entonces en el platonismo, los conceptos matemáticos bajo dicha mirada

suponen realidad, a diferencia de las teorías pragmáticas, que atribuyen el significado de las palabras por su uso en determinados contextos ocupándose de términos "puramente empíricos, sin necesidad de recurrir a estados o procesos mentales vagos, intangibles y subjetivos" (Godino, J., D., 2010, p.6). Como es notable, las perspectivas abordan parcialmente la significación del concepto un hecho interesante pues el uso de las dos perspectivas permite un abordaje más completo del asunto del significado.

Facultad de Educació Para nosotros el significado comienza siendo pragmático, relativo al contexto, pero existen tipos de usos que permiten orientar los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático. Estos tipos de usos son objetivados mediante el lenguaje y constituyen los referentes del léxico institucional (Godino, 2002; Godino, Batanero y Font, 2007, p.9).

Conclusión que por lo visto ya había sido descubierta por Platón (389-369, a.c), el siguiente ejemplo es tomado de *La República*:

Los que se ocupan de la geometría, aritmética [...] se valen para esto de figuras visibles, a las que se refieren sus razonamientos, aunque no piensen en ellas, sino en otras figuras representadas por aquéllas. Por ejemplo, no recaen sus razonamientos ni sobre el cuadrado ni sobre la diagonal que ellos trazan, sino sobre el cuadrado tal cual es en sí mismo con su diagonal. Lo mismo digo de las demás figuras que representan, sea en volumen o relieve, sea en dibujo, y que se reproducen también ya en su sombra ya en la superficie de las aguas. Los geómetras las emplean como otras tantas imágenes, que les sirven para conocer las verdaderas figuras, que sólo pueden conocer por el pensamiento (p. 233).

Haciendo uso de estas teorías es posible un abordaje de los conceptos matemáticos, tratando no sólo su representación sino su desempeño en ciertos contextos, es de hecho como se logra llegar al concepto, si bien los primeros acercamientos se tratan de la construcción del lenguaje para operar, al interior de la manipulación de él se encuentra implícito el objeto y su conceptualización, una vez clara una posible forma de entrar al terreno del aprendizaje de la potenciación, esquemas que se concentren en los elementos críticos tienen innegablemente

UNIVERSIDAD DE ANTIQUIA

Facultad de muchas más posibilidades de éxito, un posible esbozo de uno de estos esquemas es el propuesto por Vergnaud (1993):

Esto es lo que conduce a considerar que un concepto es una tripleta de tres conjuntos:

C(S, I, G)

S: conjunto de situaciones que dan sentido al concepto (la referencia)

I: conjunto de invariantes sobre los cuales reposa la operacionalidad de los esquemas (el Significado)

G: conjunto de las formas lingüísticas y no lingüísticas que permiten representar Simbólicamente el concepto. Sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de Tratamiento (el significante).

Estudiar el desarrollo y el funcionamiento de un concepto, en el curso del aprendizaje o Durante su utilización, es necesariamente considerar estos tres planos a la vez (p.7).

### 1.2.3.4. Semiótica y filosofía del lenguaje.

Inicialmente se pensara en el concepto de semiótica y se aborda de lo que plantea Rad Ford. (2002) el cual la denomina:

La semiótica se presenta como un amplio y ambicioso espectro de aplicaciones. Esto no debe, sin embargo, dar la impresión de que la semiótica es una teoría nueva, unificada por una serie de principios comunes. Hay, por lo menos tres tradiciones semióticas claramente diferenciables. (1) la tradición saussureana, indicada por el suizo Ferdinand de Saussure (1857-1913) en una serie de cursos didácticos entre 1907 y 1911 tradición que emplea el término de semiología; (2) la



Facultad de Educación tradición Persiana indicada por el estadounidense Charles Sanders Peirce (1839-1914) quien acuñó el término semiótica; (3) la Vygotskiana, indicada por el psicólogo ruso lev s. Vygotsky (1896-1934). Cada una de esas tradiciones emergió y fue desarrollada dentro de problemáticas precisas y diferentes (pp. 7-21).

Al pensar en lo antes citado la semiótica se sitúa como una rama muy importante en el proceso de apropiación del concepto de potenciación, debido a que en la enseñanza de las matemáticas se involucra factores en el estudiante tanto externo (representaciones externas de lo corpóreo) e internas (representaciones internas o cognitivas) de las cuales se vale el estudiante para ir evolucionando proceso de formación social e intelectual. Además cabe agregar que el álgebra y el pensamiento algebraico deben ser parte fundamental en la formación académica de todos los ciudadanos antes de su incorporación al mundo del trabajo, tanto de los que quieren estar bien informados como de todos los que deseen ser usuarios inteligentes en una sociedad cambiante y vanguardista que cada vez presenta más demás tanto a nivel intelectual como social.

Falta más profundización en este paso que enfrenta el estudiante de pasar de la semiótica a la semántica o para decirlo mejor cuando pasa de lo pensado a lo que plasma en la hoja de papel cuando se enfrenta a la resolución de un problema que con lleve las propiedades algebraicas de la potenciación.

Este campo es muy amplio y falta mucha más profundización en este tema aunque han habido personas dedicadas a estudiar el tema falta acotar mucho más, pues el estudiante constantemente está mostrando diferentes representaciones mentales para el desarrollo de una actividad matemática específica, y esto genera más preguntas desarrollo que muestra el



Facultad de Estudiante de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia al resolver problemas que contengan operaciones algebraicas de la potenciación.

### 1.2.4. Representaciones internas y externas

En adelante se entiende por sistemas de representación, el concepto de representación que utiliza Fernández (1997), el cual define los sistemas de representación como: "un conjunto estructurado de notaciones, símbolos y gráficos, con reglas y convenios, que nos permiten expresar aspectos y propiedades de un concepto, teniendo presente que ningún sistema de representación agota por sí solo un concepto" (p.82). Además no entra en contraposición con lo anterior. Ahora se puede entonces pensar en dos tipos según Espinosa (2005):

Representaciones externas: son la representaciones que comunicamos fácilmente a otras personas. Estas se hacen escribiendo en papel, dibujando, haciendo representaciones geométricas o ecuaciones.

Representaciones internas: son las imágenes que creamos en la mente para representar procesos u objetos matemáticos. Este tipo de representaciones son más difíciles de describir (p. 4).

### UNIVERSIDAD

Así con base en lo antes citado, se infiere que el estudiante mediante su proceso de educación básica, media y superior desarrolla representaciones tanto externas; las cuales le permiten ir evolucionando en diferentes habilidades corpóreas que le ayudan al proceso de educación y de incorporación a la vida social. Y las representaciones internas; Las cuales



Facultad de favorecen el aspecto cognoscitivo y le permiten tener un mayor bagaje de las situaciones problemas que se le presentan tanto a nivel social como educativo.

Las representaciones internas que también podrían denominarse como representaciones mentales y las externas que se ven plasmadas en la notación matemática que utilizan los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia se debe encontrar a partir del análisis, un vínculo más bien un estrecho, vínculo entre lo que piensa y lo que plasma. Hay que tener en consideración que entre las representaciones internas y las externas de los estudiantes debe existir congruencia y que, por lo tanto, están íntimamente relacionadas, ya que, de acuerdo con (Duval, *en Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática*, 2007), las representaciones externas son un medio para exteriorizar las representaciones mentales internas.

Consecuentemente se debe dar relevancia al gran valor de las representaciones en la educación matemática. Teniendo en cuenta que el desarrollo eficaz de sistemas de representaciones internas en los estudiantes deben tener correspondencia relacionada y una buena comunicación con el sistema matemático establecido en el contexto en el que se encuentre inmerso el estudiante (educación pública o privada), es decir, lo que serían las representaciones externas que el estudiante proveerá.

Además, la necesidad de emplear diferentes representaciones, ya que cada modo, elocuentemente distinto, de entender un concepto necesita de un sistema de simbolización propio. En el momento en el que estudiante utiliza una representación acompañada de ciertas operaciones suele emplear distintas formas para conceptos diferentes.



### Facultad de Educació 1.2.4.1. Sistemas de representación en educación matemática.

Partiendo de lo que se entienda por sistemas de representación, para esto se toma el concepto de representación que utiliza Fernández (1997) el cual define los sistemas de representación como: "un conjunto estructurado de notaciones, símbolos y gráficos, con reglas y convenios, que nos permiten expresar aspectos y propiedades de un concepto, teniendo presente que ningún sistema de representación agota por sí solo un concepto" (p.82). Además no entra en contraposición con lo anterior. Ahora se puede entonces pensar en dos tipos según Espinosa (2005):

Representaciones externas: son las representaciones que comunicamos fácilmente a otras personas. Estas se hacen escribiendo en papel, dibujando, haciendo representaciones geométricas o ecuaciones.

Representaciones internas: son las imágenes que creamos en la mente para representar procesos u objetos matemáticos. Este tipo de representaciones son más difíciles de describir (p. 4).

Así con base en lo antes citado, se infiere que el estudiante mediante su proceso de educación básica, media y superior desarrolla representaciones tanto externas; las cuales le permiten ir evolucionando en diferentes habilidades corpóreas que le ayudan al proceso de educación y de incorporación a la vida social. Y las representaciones internas; Las cuales favorecen el aspecto

cognoscitivo y le permiten tener un mayor bagaje de las situaciones problemas que se le presentan tanto a nivel social como educativo.

Facultad de Educació Las representaciones internas que también podrían denominarse como representaciones mentales y las externas que se ven plasmadas en la notación matemática que utilizan los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia se debe encontrar a partir del análisis, un vínculo más bien un estrecho, vínculo entre lo que piensa y lo que plasma. Hay que tener en consideración que entre las representaciones internas y las externas de los estudiantes debe existir congruencia y que, por lo tanto, están íntimamente relacionadas, ya que, de acuerdo con (Duval, citado en enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática, 2007), las representaciones externas son un medio para exteriorizar las representaciones mentales internas.

Consecuentemente se debe dar relevancia al gran valor de las representaciones en la educación matemática. Teniendo en cuenta que el desarrollo eficaz de sistemas de representaciones internas en los estudiantes deben tener correspondencia relacionada y una buena comunicación con el sistema matemático establecido en el contexto en el que se encuentre inmerso el estudiante (educación pública o privada), es decir, lo que serían las representaciones externas que el estudiante proveerá.

Además, la necesidad de emplear diferentes representaciones, ya que cada modo, elocuentemente distinto, de entender un concepto necesita de un sistema de simbolización propio. En el momento en el que estudiante utiliza una representación acompañada de ciertas operaciones suele emplear distintas formas para conceptos diferentes.

1.2.4.2. Constructivismo, registros de representación, comprensión y aprendizaje.

básicamente como los términos que integran las múltiples representaciones mentales. Esta integración es la que asegura la competencia en el uso de las representaciones externas asociadas al objeto, Kraftchenko y Hernández (2000) "tesis fundamental del constructivismo: el hombre es un productor de conglomerados simbólicos, de sistemas de símbolos que se integran en estructuras y redes, de constructos mentales."(p.90). No es difícil pensar entonces que los símbolos sean un eje direccionador del aprendizaje, que su manipulación se asocie con la conceptualización de los conceptos matemáticos. Desde esta perspectiva, un objetivo central en la enseñanza de las matemáticas consiste en conseguir que los estudiantes sean capaces de pasar desde una representación a otra, pero se reconoce que este objetivo es difícil de lograr debido al planteamiento que propone D'Amore (2004) en el cual:

(...) por una parte, el aprendizaje de los objetos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual y, por otra, es sólo por medio de representaciones semióticas que es posible un actividad sobre los objetos matemáticos. Esta paradoja puede constituir un verdadero círculo vicioso para el aprendizaje. ¿Cómo sujetos en fase de aprendizaje no podrían confundir los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas si ellos no pueden más que tener relación solo con dichas representaciones? La imposibilidad de un acceso directo a los objetos matemáticos, fuera de toda representación semiótica, vuelve la confusión casi inevitable. Y, al contrario, ¿cómo podrían ellos adquirir el dominio de los tratamientos matemáticos, necesariamente ligados a las representaciones semióticas, si no tienen ya un aprendizaje conceptual de los objetos representados? Esta paradoja es

aún más fuerte si se identifica actividad matemática con actividad conceptual y si se consideran las representaciones semióticas como secundarias o extrínsecas (p.6).



El presente trabajo de antemano reconoce el crucial papel que desempeña la representación, demeritar el rol que juega el lenguaje matemático es descuidar enormemente el vehículo por el cual es posible el acceso a los conceptos, ya en secciones anteriores se ha señalado que la conceptualización, comprende tanto la parte operacional, como las representaciones, todo lo cual hasta ahora se considera como parte esencial, pero no todo es color de rosa, no basta con encontrar el vehículo, si no se sabe manejar, más aún si no se ha identificado que es el vehículo, el problema radica en el tratamiento que los estudiantes y los maestros le dan al lenguaje matemático, ya antes se mencionaba que una de las grandes dificultades de la didáctica de las matemáticas era la gran variedad de registros semióticos, pero no es el único, el planteamiento anterior pone en la mesa un problema de peso y es que los conceptos matemáticos no son la representación de ellos, pero solo se tiene acceso a ellos mediante el uso de dichas representaciones, asi el aprendizaje se ve enfrentado a una paradoja y es que no hay claridad en la manera en la cual se accede a los conceptos, no es claro cómo se obtiene inicialmente un conocimiento conceptual si este no ha pasado antes por los registros semióticos del concepto.

Juzgar a un estudiante que apenas entra en contacto con un objeto matemático que en muchos casos ignora, pues este da el carácter de concepto a la representación con la cual está experimentando, dejando de lado el concepto puro. Las matemáticas, son una ciencia que propende por el entendimiento, por ejemplo en la formación de conceptos como el triángulo, denotan sus características, y advierten lo ideal de su naturaleza, pero además se pueden identificar en el mundo físico diferentes configuraciones que representan un triángulo, más sin embargo no son el



vemos la representación sumergida en un medio puede sufrir diferentes alteraciones, en el ejemplo el triángulo se representa de muchas formas, hasta el punto de que advierte varias configuraciones físicas, pero ninguna de estas es el triángulo como tal, no es la representación del concepto, pero lo cierto es que estas representaciones son las que posibilitan el ingreso al terreno conceptual.

Algunas teorías, sugieren niveles de comprensión en las cuales se ubica un estudiante, dependiendo de categorías que de antemano se establecen, suponen que un estudiante puede estar en todos los niveles al tiempo, y que además como la comprensión es un proceso dinámico de reorganización y creación, la comprensión, siempre está en la tarea de reconstruirse es decir una poiesis o una etapa de reificación, que se puede dar gracias a los procesos de abstracción donde el sujeto que comprende, es capaz de identificar varios axiomas o leyes en la información que está manejando, aplicando estos a otros esquemas, generando nuevos conocimientos o recreando los esquemas que emplea, todo esto gracias a que las generalizaciones y abstracciones, le permiten una visión más holística de sus esquemas lo cual permite identificar claramente el porqué de las relaciones que se construyen al interior de estos, convirtiéndose en concepciones estructurales de los conceptos, que en conjunto con las concepciones operacionales, que son visiones de un mismo objeto, forman una visión con un mejor dominio de los conceptos.

Evaluaremos el conocimiento en el sistema [Sujeto<>«Milieu»], si este sistema tiene la capacidad de encontrar un estado de equilibrio después de una perturbación. Ciertas perturbaciones necesitan la construcción de un nuevo equilibrio, cualitativamente diferente del equilibrio inicial. Decimos entonces que hay "aprendizaje". En matemáticas, llamamos "problemas" estas



perturbaciones que resultan de una modificación del «milieu», o de un conjunto de condiciones sobre el sistema [Sujeto<>«Milieu»] (Balacheff, 2004, p.3).

Perturbar el medio o "Milieu" permite delimitar el terreno de la representación y el de la actividad conceptual, a<sup>n</sup>, 3<sup>2</sup>, (a+b)<sup>n</sup>, (2+3a)<sup>n</sup>, (c\*d)<sup>r</sup>, etc... representan modificaciones del medio, en general estas representan el concepto de potencia, algunas implican la utilización de propiedades, operaciones algebraicas de otro orden, pero en algunos casos se presentan perturbaciones en el medio, encontrar el equilibrio es de hecho lo que demuestra el aprendizaje, desligar la representación de la actividad conceptual.

## UNIVERSIDAD DE ANTIQUIA



### Capítulo 2

### El problema de Investigación

### 2.1. Diagnóstico institucional facultad de ingeniería

### 2.1.1. Misión de la facultad.

Este Centro Académico desarrolla programas de formación de ingenieros, en pregrado y en educación avanzada, realiza investigación científico-tecnológica y se proyecta a la comunidad con extensión universitaria, en las modalidades de educación continuada y de servicios de asesoría, consultoría, Interventoría y asistencia técnica. Esto contribuye a la conservación, difusión, creación y aplicación del conocimiento universal y lo incorpora al desarrollo regional y nacional; específicamente, en los sectores secundario y terciario de la economía.

La filosofía y estatutos de la Universidad garantizan que en esta Facultad convergen sin restricciones todos los sectores sociales, la crítica y la controversia de las diversas corrientes del pensamiento y se ejerce la libertad de cátedra y de investigación, con sujeción a claros principios éticos. Su inspiración es la máxima humanización y su propósito, es conseguir con ella, una posición responsable de la tierra dentro del universo.

### 2.1.2. Visión de la facultad.

En el año 2006 (acogiéndonos a los límites establecidos por el actual plan de desarrollo de la Universidad) la Facultad de Ingeniería será reconocida nacionalmente e internacionalmente por el liderazgo profesional, tecnológico y humano de sus egresados y del personal que la integra, basado en la excelencia académica, en el impulso de la investigación y la extensión.

Facultad de Todo ello, dirigido a la competitividad del sector productivo, particularmente en las áreas de lo ambiental, la

energía, la informática y los materiales. Sus egresados y profesores serán de calidad internacional, manejarán un idioma extranjero y se distinguirán como investigadores y por el respeto a las personas a los valores democráticos y a la naturaleza.

### 2.1.3. Debilidades

La debilidades más marcadas en la facultad de ingeniería son: La liviana relación que existe entre el currículo y la sociedad, pues en el actual plan de estudio, generado a partir de las últimas reformas curriculares, en la Facultad de Ingeniería, no se apoya en una filosofía explícita que relacione la ingeniería con la realidad regional y nacional.

El currículo tiene muy poca relación con las investigaciones debido a la vinculación entre docencia, investigación y extensión en pregrado, en los actuales planes de estudio, es prácticamente nula. Los argumentos demostrativos de esta afirmación son relativamente sencillos: El número de investigaciones en la Facultad es bajo; los profesores vinculados a esa función son pocos y el modelo pedagógico predominante no fomenta en los estudiantes la formación del espíritu científico.

Teniendo en cuenta que el currículo es asignaturista, es obvio que favorece la especialización del conocimiento. De hecho, poco contacto existe entre el profesor que enseña a integrar y el que enseña a derivar. Si en una misma área no hay comunicación menos aún entre áreas profesionales que deben apuntar a un mismo producto, es decir, se propicia el desarrollo aislado y fraccionado, en contraposición con el trabajo en grupos académicos o de investigación

Facultad de Siguiendo esta línea de ideas la fundamentación científica, humanística y tecnológica se miran separadas y aisladas y se asume que al solo cursarlas se forma el ingeniero integralmente.

El currículo de la facultad de ingeniería tiene muy pocas mejoras y Los planes de estudio han perdurado en él tiempo. Solo se hacen pequeños cambios para que todo siga igual. Es normal introducir o eliminar una asignatura, pero sin una visión clara del conjunto de la estructura curricular.

### 2.1.4. Fortalezas.

- ➤ La calidad de sus profesores
- La planta física disponible
- El elemento humano que siempre ha llegado a la Facultad
- ➤ La demanda laboral por nuestros egresados
- El surgimiento, últimamente, de grupos de estudio y de investigación que poco a poco van consolidando esta cultura y estilo de trabajo
- La estabilidad laboral del profesorado de planta, facilita la continuidad de los procesos universitarios, y por tanto, el mejoramiento continuo de la institución
- ➤ El liderazgo reconocido a nivel regional y nacional de la Facultad

### 2.1.5. Modelo pedagógico.

Se ejerce una metodología de enseñanza construida con base en la clase magistral, donde el papel del docente es activo y de autoridad incuestionable; mientras que los estudiantes son receptores pasivos, que aprenden de memoria, poco críticos y de quienes se pretende que aprendan lo mismo y al mismo ritmo. Se pretende ir incorporando, poco a



Facultad de pacco de formación del as nuevas

generaciones de ingenieros es básicamente de transmisión oral y externa a sus procesos de desarrollo cognitivo.

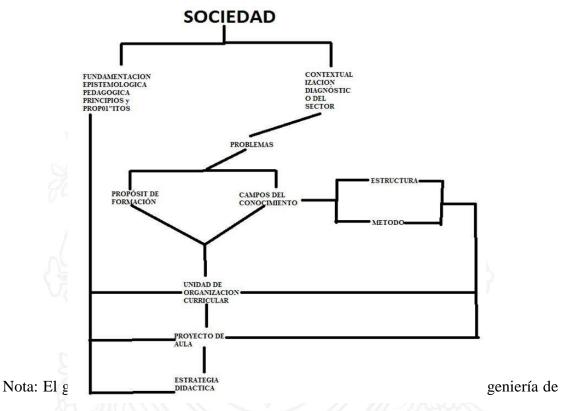
Se ejerce una metodología de enseñanza construida con base en la clase magistral, donde el papel del docente es activo y de autoridad incuestionable; mientras que los estudiantes son receptores pasivos, que aprenden de memoria, poco críticos y de quienes se pretende que aprendan lo mismo y al mismo ritmo. Se pretende ir incorporando, poco a poco, la enseñanza con medios modernos. Pero en general el proceso de formación del as nuevas generaciones de ingenieros es básicamente de transmisión oral y externa a sus procesos de desarrollo cognitivo.

### 2.1.6. Estructura curricular.

La estructura curricular es la representación ideal del proceso mediante el cual, una institución docente como la facultad de ingeniería de La Universidad de Antioquia, selecciona y organiza la cultura que contribuirá a la formación de las nuevas generaciones de profesionales en un campo de la actividad humana, en este caso, el de la ingeniería, en sus diferentes modalidades.



Figura 2. Estructura curricular



acuerdo al contexto social.

### 2.1.7. Sociología.

- Ingeniería y Sociedad
- Observatorio de Participación OPAR

Además la facultad de ingeniería tuvo origen en la Escuela de Ciencias Químicas creada en febrero de 1943. Su primer plan de estudios estaba orientado hacia la Química Pura, pero más tarde (1944) se cambia hacia la Química Industrial y en el año de 1946 se orientan los programas hacia la Ingeniería Química y se cambia el nombre por el de Escuela de Ingeniería Química. Posteriormente en 1958 se transforma en Facultad. La Facultad tiene 67 años de labores



Facultad de Continuas en la formación de profesionales. Es una de las facultades más grandes de la Universidad en cuanto

a programas académicos y población. Es presidida por el decano, representante del Rector en la dependencia, y con el apoyo del Consejo de Facultad son la máxima instancia administrativa.

La Facultad de Ingeniería alberga en la actualidad alrededor de 7500 estudiantes en los programas de pregrado, y tiene unos 300 estudiantes de posgrado. Las cifras actuales demuestran que la Facultad le ha entregado a la comunidad más de 9500 profesionales. Para impartir cursos en los diferentes programas la Facultad de Ingeniería cuenta con una planta de 140 docentes vinculados, unos 60 ocasionales y alrededor de 450 profesores de cátedra. Además Desde el 2006 la Facultad de Ingeniería es pionera en la Universidad de Antioquia en los convenios de doble titulación para estudiantes de pregrado en la Escuela Nacional de Ingenieros de Metz – ENIM– y la Universidad de Limoges, en Francia; estudiantes en el Politécnico de Turín, en Italia, y estudiantes que realizan pasantías de un año en la Universidad de São Paulo, Brasil y en universidades alemanas.

### 2.1.8. Perfil del estudiante de ingeniería.

En la construcción del diagnóstico institucional, es de gran importancia, realizar un modelo estándar de estudiante, que ingresa y se gradúa en la facultad de ingeniería, puesto que saber a grandes rasgos aspectos, relevantes acerca de la población con la cual se llevará a cabo la intervención contextualiza el lugar de intervención, para este propósito servirá la información de los documentos publicados por el grupo de investigación "Ingeniería Y Sociedad" de la Universidad de Antioquia, "OBSERVATORIO SOBRE LA VIDA ACADÉMICA DE LOS ESTUDIANTES DE PREGRADO DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD DE

Pacultad de Antioquia (RAZONES PARA ESTUDIAR INGENIERÍA: EL CASO DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA", "Informe comparativo de los estudiantes de ingeniería que

iniciaron su programa en las cohortes 2005-2, 2006-1, 2006-2, 2007-1, 2007-2,2008-1, 2008-2, 2009-1, 2009-2, 2010-1, 2011-1, 2011-2 y 2012-1".

Conocer qué tipo de población es la que se va a intervenir, para este fin se revisan los motivos por los cuales ingresan a los estudios ingenieriles, para obtener esta información, se consulta los estudios, realizados por el grupo "Ingeniería Y Sociedad" acerca de "RAZONES PARA ESTUDIAR INGENIERÍA: EL CASO DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA".

A continuación, se muestra algunas de las razones que han sido obtenidas como frases recurrentes expresadas por los estudiantes en diferentes escenarios:

- 1. Porque quería resolver problemas ingenieriles de la región o del país.
- 2. Porque era fuerte en matemáticas y ciencias naturales.
- 3. Porque era mi vocación profesional orientada en el colegio.
- 4. Porque quería ser un investigador científico.
- 5. Porque quería obtener buenos ingresos laborales.
- 6. Porque recibí influencias de algún pariente cercano.
- 7. Porque recibí influencias de los amigos.
- 8. Porque no me gustaban las humanidades.
- 9. Por otros motivos.

Como se puede advertir las cuatro primeras razones forman un grupo donde es factible suponer que las personas al escoger la ingeniería, por cualquiera de estos motivos, lo hace sobre bases que presuponen la existencia de algunas aptitudes, intereses o condiciones intelectuales



Facultad de que achesde el auto concepto revelan potencialidades intrínsecas para introducirse en alguna disciplina ingenieril.

Por el contrario, las razones restantes, excluyendo "otros motivos", constituyen un grupo donde las motivaciones difícilmente dan cuenta de un desempeño exitoso en el desarrollo del programa, pues no consultan unas bases intelectuales ciertas que se articulen con las aptitudes y conceptos fundamentales para avanzar en el estudio de la ingeniería.

Conocidas las respuestas se encontró que en el primer grupo con razones que se denominan "sólidas", hay un 68% de estudiantes, destacándose la respuesta, con un 24%, de que "quería resolver problemas ingenieriles de la región o del país".

Sin embargo, en el otro grupo con motivos que pueden denominarse como "poco sólidos" aparece un 32% de alumnos, llamando la atención la razón "quería obtener buenos ingresos laborales en el futuro", con un 18%, lo que puede compaginarse con una población pobre o muy pobre que ha buscado la universidad como medio para ascender económicamente, sin tener en cuenta las calidades intelectuales exigidas o los asuntos asociados a su vocación. Esto se resume en el cuadro de la figura 2.

Observando este 32% de personas que escogieron estudiar ingeniería sin que se atendieran motivaciones compatibles con la ingeniería, se desprende la necesidad de que el sistema educativo en su conjunto dirija su mirada, pues es muy factible que estos estudiantes sean los próximos desertores de la universidad, dado que en el presente caso han escogido una profesión altamente exigente donde determinadas capacidades e inclinaciones previas son absolutamente necesarias para garantizar la permanencia. Es posible que este 32% haga parte del 33% de



Facultad de desertores hasta el cuarto semestre en los programas de ingeniería y de la universidad, según estudios realizados y publicados por el grupo Ingeniería y Sociedad.

Figura 3. Razones para estudiar ingeniería



Nota: Porcentajes obtenidos por el grupo de investigación Ingeniería y Sociedad.

Considerando el hecho de que la información obtenida, aplica solo para el caso de la cohorte, a la cual se le realiza la encuesta, se toma en cuenta esta información sólo como un punto de referencia, fuera de ser una información absoluta y acorde a la realidad de los presentes estudiantes, no obstante, como se ha dicho, sirve de punto de referencia y como se puede observar hay una mayor parte de estudiantes, que eligen los estudios ingenieriles, por lo que el grupo ha catalogado como razones fuertes, esta información es importante, puesto que con respecto al proyecto que se quiere realizar, aspectos como la matemá-filia, yacen implícitamente o explícitamente en estas razones, lo que sugiere que el interés en temas como la resolución de problemas matemáticos, no es un aspecto al cual la población de interés, no es tan ajena, o no es



puede observar que los estudiantes del sector público, escogen este tipo de carrera porque quería resolver problemas ingenieriles de la región o del país. Lo que de antemano sugiere que estos estudiantes, están dispuestos a afrontar

la resolución de dichos problemas, no es menos apreciable como los modelos matemáticos contribuyen a dichas soluciones, lo que para el proyecto que se quiere aplicar es una ventaja, puesto que una de las condiciones en las que se fundamentan es una actitud positiva frente a las matemáticas.

Una vez examinadas algunas de las razones por las cuales los estudiantes eligen estudiar sus respectivas carreras ingenieriles, nos ayuda a construir un mejor perfil del estudiante de ingeniería aspectos, objetivos y subjetivos de dicha población, para esto apoyados en el documento "OBSERVATORIO SOBRE LA VIDA ACADÉMICA DE LOS ESTUDIANTES DE PREGRADO DE INGENIERÍA DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA" del cual se han seleccionado algunos aspectos relevantes en la construcción de dicho perfil.

En facultades como la de ingeniería, que es el caso a tratar, problemas como la deserción, la cancelación y la repitencia presentan indicadores que bien se pueden calificar como alarmantes. Si bien, se han identificado diversos factores que determinan esos fenómenos es importante hacer un seguimiento más detallado a las circunstancias objetivas y subjetivas que inciden en el ambiente y resultado académico.

¿A cuál estrato socioeconómico pertenecen?

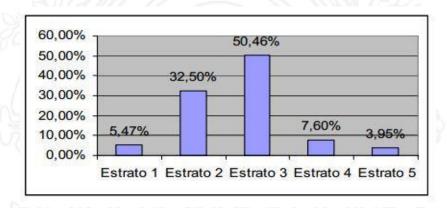
Con relación a la procedencia socioeconómica se aprecia la ausencia del estrato 6 en la muestra, algo explicable pues en la Universidad registra el 0.5%. La mitad de los estudiantes



Facultad de declaran pertenecer al estrato 3 y un 32.5% son del estrato 2. Es minoritaria la presencia en ingeniería de los estratos 1 y 5 con el 5.5% y el 3.95% respectivamente.

En la figura 4 se muestra la situación socioeconómica (estratos).

Figura 4. Situación socioeconómica de los estudiantes



Nota: La imagen ubica a los estudiantes según su estrato económico.

¿Cuál es la edad de los admitidos?

La edad promedio de los estudiantes de primer semestre es 18 años y medio, teniendo el 30% edades de 17 y 18 años. Solo el 5% tiene edades superiores a 24 años.

El 55.3% se graduó como bachiller en el año 2004 y el 17,8% en el 2003. Antes del 2000 se graduó el 8.8%

¿Cuál es el grado de escolaridad de los padres?

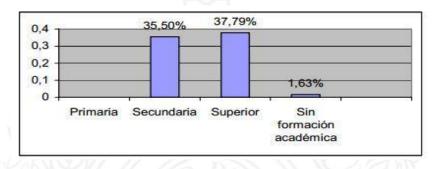
La mayoría de los padres tiene formación secundaria (37.79%) o superior (35.50%). Sólo cinco encuestados (1.63%) manifestaron que sus padres no tenían ninguna formación.

Los estudiantes de ingeniería química mostraron los padres con mejor formación (48.00% con educación superior) y los de menor fueron los de sistemas (21.62%).

Los estudiantes provenientes de instituciones privadas tienen padres con mejor formación (44.12% secundaria y 47.06 superior) y cero sin formación.



Figura 5. Formación académica de los padres



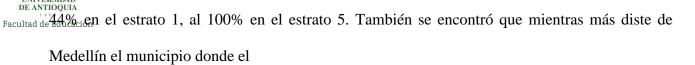
Nota: la imagen muestra la situación académica de los padres de los estudiantes.

¿Tiene computador en la casa?

En esta era de globalización, innovación y desarrollo tecnológico, el computador se ha convertido en una herramienta indispensable para cumplir con las actividades cotidianas y, debería estar hoy en todos los hogares, más, en aquellos donde habitan estudiantes.

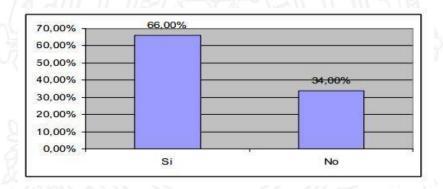
Sin embargo, esta no es la situación para el 34% de los 327 estudiantes que respondieron a la pregunta.

Inicialmente, al analizar la tenencia de tal instrumento entre los estudiantes, según programa académico, los porcentajes fluctúan entre el 58% y el 71%, lo que significa no mucha diferencia entre ellos. Tal diferencia, sí es manifiesta cuando se hace el análisis según la institución de procedencia, puesto que, el 85% de los estudiantes que proceden de colegios privados dicen tener computador, frente al 57% de los que vienen de instituciones públicas, no obstante de que existen instituciones privadas para los sectores más populares. Otra diferencia importante se da al analizar la pertenencia en cuanto al estrato, observándose una relación directa: a mayor estrato, mayor proporción de estudiantes con computador en su casa, que va del



estudiante obtuvo el grado de bachiller, menor es la probabilidad de que posea computador, ya que para los bachilleres de Medellín el porcentaje de no posesión es del 20% y, para los de fuera del departamento de Antioquia, esta proporción es del 55%.

Figura 6. ¿Tiene computador en la casa?



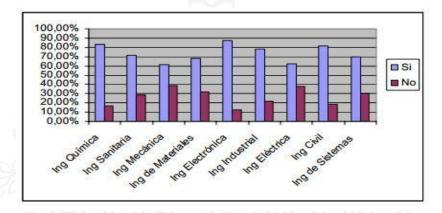
Nota: El gráfico indica el acceso a computador en el hogar.

¿Frecuentan la biblioteca?

Con respecto a si los estudiantes frecuentan la biblioteca se encontró que los estudiantes encuestados la visitan continuamente, el 73.35% respondió afirmativamente y el 26.65 contestó que no va a la biblioteca. Quienes más visitan la biblioteca son las mujeres, encontrando que el 81.55% recurre a este servicio en contraste con los hombre donde asiste el 69.44%.



Figura 7. Frecuencia de visitas a la biblioteca de acuerdo con el programa académico



Nota: El diagrama de barras Indica el uso de la biblioteca por parte de los estudiantes.

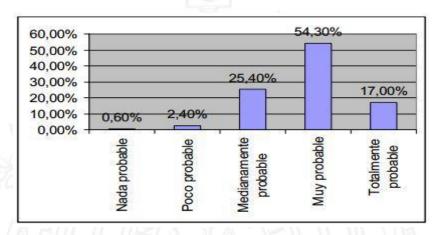
¿Cuál es el pensamiento de los estudiantes sobre sus probabilidades de terminar sus estudios en el programa en que están matriculados?

El 71.3% de los nuevos estudiantes de Ingeniería matriculados en el segundo semestre de 2005 piensa como muy probable o totalmente probable que terminarán el programa en el que se encuentran matriculados. En un 25.4% de los estudiantes se nota cierto pesimismo, pues apenas consideran medianamente probable que concluyan sus estudios. Empero, tan sólo un 3% considera poco probable o nada probable terminar la carrera.

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1 8 0 3



Figura 8. Posibilidades de terminar la carrera

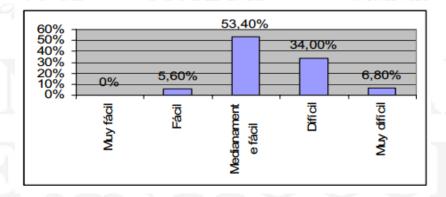


Nota: en la figura indica la percepción de los estudiantes frente a la culminación de su carrera.

¿Cómo perciben el grado de dificultad de sus estudios en el primer semestre?

El 53.4% de los nuevos estudiantes perciben sus estudios como medianamente difíciles y un 34% como difíciles. En los extremos se encuentra un 6.8% que califica como muy difíciles los estudios frente a un 5.6% que los califica como fáciles.

Figura 9. Percepción sobre el grado de dificultad



Nota: en la figura indica la percepción de los estudiantes respecto al grado de dificultad de sus carreras.



### 2.2. Delimitación de la investigación

Se propone analizar desde el ejercicio de práctica académica la ausencia de dominio conceptual en las propiedades algebraicas de la potenciación, evidenciada en la notación matemática. El problema se identifica puesto que en el centro de práctica la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia y gracias a estudios realizados por el grupo de investigación Ingeniería y sociedad de la Universidad de Antioquia donde se detectan las ciencias básicas matemáticas y físicas como barreras para los estudiantes de ingeniería. En matemáticas en cursos como matemáticas operativas y cálculos, a partir de esta problemática y gracias a los resultados arrojados por una prueba diagnóstica, aplicada a los estudiantes del semestre 2014/2, se identifica la necesidad de afectar positivamente la potenciación, se buscan estudios relacionados con la introducción de la potenciación, estudios que hablan del álgebra y el lenguaje simbólico, además como ubicar el nivel de álgebra que maneja el estudiante de acuerdo al uso que se hace de los símbolos, las operaciones y transformaciones. Así se plantea como objetivo fortalecer el dominio conceptual de las propiedades algebraicas de la potenciación, mediante el uso de la notación matemática, para que el estudiante pueda lograr un campo conceptual de la potenciación y esté en condiciones de enfrentar cualquier situación matemática que se le presente.

### 2.3. Planteamiento del problema de investigación

En la elaboración del problema, se empieza por desglosar, todas las unidades que lo conforman en la búsqueda de una visualización más clara del mismo, con base en esta búsqueda se genera las siguientes preguntas:



- ➢ ¿Cómo se relaciona la ausencia de dominio conceptual de las propiedades algebraicas de la potenciación con la forma de representación simbólica o notación matemática?
- ¿Cómo fortalecer el dominio de las propiedades algebraicas de la potenciación en los estudiantes de los cursos de cálculo de primeros semestres de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, usando la notación matemática?

Las unidades importantes que se relacionan o son sensibles de un tratamiento más cuidadoso son; el dominio conceptual (estructuras multiplicativas, lenguaje matemático, definiciones, teoremas, propiedades, algoritmos, etc.),propiedades algebraicas, notación matemática y potenciación, por medio de las cuales, se puede llegar a una correcta conceptualización acerca de la potenciación.

Se logra detectar el problema a través de las dificultades que se evidencian y se observan en el proceso de enseñanza de los estudiantes y las necesidades prácticas, a través de la observación y del análisis de los resultados obtenidos en los talleres realizados a los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, en los cuales se logra identificar una falta de dominio conceptual, debido a que el estudiante no logra una buena conceptualización de las estructuras algebraicas que yacen implícitas y explícitas en la potenciación, no se evidencia la presencia de las definiciones, ni las propiedades de la potenciación. Por medio de una prueba diagnóstica aplicada a los admitidos en el semestre 2014/2 en los días de inducción a estudiantes de la Facultad de ingeniería de la Universidad de Antioquia, donde el 20% de las preguntas de la prueba diagnóstica, involucran aspectos, que implican el dominio de las estructuras algebraicas de la potenciación. De acuerdo con la



Facultad de información recolectada, se toma una muestra de 70 estudiantes, en los cuales se puede evidenciar poco

dominio conceptual acerca de las estructuras algebraicas de la potenciación, puesto que se presentan porcentajes bajos de respuestas correctas, por ejemplo en las preguntas 28 y 29, el porcentaje de los 70 estudiantes que respondieron correctamente es del 15,7% y 14,3% respectivamente, cabe señalar que al interior de la prueba, estas dos preguntas 28 y 29 implican para su respuesta un buen dominio conceptual de las estructuras algebraicas de la potenciación, se nomina como falta o ausencia debido a que el estudiante no realiza con éxito el ejercicio o problema matemático al cual se enfrenta. Para este caso la estructura o esquema que se aplicó para la solución de estos ejercicios es deficiente para los estudiantes que no dieron las respuestas correctas, por tanto que en ese momento pudieron generarse varios esquemas posibles, que estén relacionados con la situación a tratar, en este contexto se habla de dominio conceptual de las estructuras algebraicas de la potenciación, como el conjunto de elementos, teoremas, definiciones, expresiones algebraicas y formas de operar, con las que se debe contar para poder conceptualizar correctamente la potenciación.

Evidentemente el estudiante que fracasa, en cierta situación carece de una correcta conceptualización, siendo que pueda o no enfrentarse a una determinada situación con éxito, es decir que realice las distintas tareas que puede encontrarse en el camino a la solución del ejercicio, se refiere a tareas, como las distintas situaciones que se le presenten como por ejemplo aplicar una definición, operar algebraicamente con objetos presentes en la situación, sustituir elementos semejantes, etc... obviamente cuando una de estas tareas falla, como resultado puede no realizar el ejercicio y así se puede evidenciar la falta de conceptualización.

Facultad de Educació Una forma más práctica de poner en evidencia el problema es cuando, enfrentado el estudiante con un ejercicio típico en el cual debe aplicar la definición de potenciación en forma de

símbolo  $a^n$ , donde n pertenece a N, para resolver un ejercicio que hace uso de las propiedades de la potenciación, por ejemplo  $a^n x$   $a^m = a^{n+m}$ , como  $a^2 x$   $a^3 = i$ ?

Para la resolución de un ejercicio de esta índole , el estudiante debe haber logrado una correcta conceptualización, saber enunciar la definición, que a propósito se velara por que sea la definición inductiva y luego un correcto tratamiento de los datos y uso del algebra que se usa en la potenciación, un esquema de acción exitoso lleva una previa identificación de los elementos invariantes, lo que implica salirse de las particularidades del problema, identificado las relaciones que existen entre el problema a tratar y los conceptos, como resultado del análisis deben generarse ciertos esquemas, enmarcados o muy relacionados con el campo de las propiedades algebraicas de la potenciación, el éxito o no de dicho esquema responde al nivel de conocimiento y al sentido que representa para esa situación en concreto , entonces definiciones como a¹=a, a⁰=1, etc... son todos conocimientos que ayudan a mejorar dicho esquema y que contribuyen con su éxito, así si los conocimientos, el manejo de las definiciones y símbolos es pobre en el estudiante, se podría esperar un esquema no exitoso, como resultado de una ausencia de dominio conceptual.

Partiendo del hecho de que Vergnaud (1993) "las representaciones simbólicas; son también medios de identificar más claramente los objetos matemáticos decisivos para la conceptualización" (p. 18). Señalar que la ausencia o la falta de uso de dichas representaciones



Facultad de Simbólicas o notación matemática, puede convertirse en un factor influyente de manera negativa al dominio conceptual y por tanto a la solución de este tipo de situaciones.

A manera de breve conclusión de lo anterior, se enuncia la idea principal de la investigación como; La ausencia de dominio conceptual, de las propiedades algebraicas de la potenciación, evidenciada en la notación matemática.

En la búsqueda de un dominio conceptual, mejorar la percepción de las representaciones simbólicas o notación matemática, en pro de que el estudiante identifique mejor los objetos matemáticos decisivos, que le ayuden a generar un esquema correcto para tratar con los problemas a los cuales se les deban aplicar correctamente las propiedades algebraicas de la potenciación. A raíz de las consideraciones anteriores se plantea una pregunta que puede guiar la investigación

¿Cómo fortalecer el dominio de las propiedades algebraicas de la potenciación en los estudiantes de los cursos de cálculo de primeros semestres de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, usando la notación matemática?

Considerando que el lenguaje simbólico, no juega un papel esencial, es decir el lenguaje simbólico en sí o la notación matemática no es la conceptualización del objeto de estudio es decir de las propiedades algebraicas de la potenciación, sino más bien una parte de la conceptualización, que junto con el lenguaje oral, a la hora de enfrentarse a un problema o situación que implique el uso de las propiedades algebraicas de la potenciación, tanto el lenguaje simbólico o notación matemática, como el lenguaje oral, ayudan a señalar objetos decisivos en la conceptualización, reconociendo pues, que los problemas se presentan en diferentes situaciones, que los problemas de la vida real, son problemas, en los cuales los datos pertinentes, para un



es decir que estos datos no están tan asequibles, se esperaría que los esquemas que se generen para resolver este tipo problemas, ponga a reflexionar al sujeto, en busca de las invariantes, de los datos pertinentes que le corresponden al problema, pero más importante aún la relación que tiene como tal, el esquema generado con respecto de la información que le administra dicha situación, estos problemas de la vida real, aunque aportan mucho a la reflexión que debe mantener el espíritu del conocimiento, no

son el objetivo principal a mejorar con este trabajo de práctica pedagógica, a diferencia de las situaciones matemáticas, o problemas matemáticos, en donde los datos y los procesos algebraicos a seguir, si bien no están en ocasiones expuestos de forma explícita, el análisis de los enunciados y la información, presentan la mayoría de veces la suficiente para el tratado de estas situaciones.

En estas situaciones se quiere volcar los esfuerzos, preguntándose cómo fortalecer el dominio conceptual, que cosas se pueden profundizar o darles importancia a la hora de introducir el objeto de estudio, en este caso las propiedades algebraicas de la potenciación, la intención de este trabajo de práctica pedagógica, es determinar qué tanto afecta positiva o negativamente, la utilización de un lenguaje matemático pertinente, desde la introducción de las bases teóricas necesarias para la conceptualización del objeto de estudio. Se deben hacer notar, partes decisivas del mismo, introduciendo nociones inductivas, como las definiciones de la potenciación, que si bien son expuestas de manera algebraica pueden aportar bases más claras para el tratamiento tanto algebraico como aritmético de los problemas que se presenten y que necesiten del uso de las propiedades algebraicas de la potenciación.

Facultad de Educació Con base en las consideraciones anteriores, se propone dilucidar por lo menos un objetivo general de la investigación "Fortalecer el dominio conceptual de las propiedades algebraicas de la potenciación, mediante el uso de la notación matemática".

El dominio conceptual de las estructuras algebraicas de la potenciación, se establece como el conjunto de elementos, teoremas, definiciones, expresiones algebraicas, símbolos y formas de operar, con las que se debe contar para poder conceptualizar correctamente, se apoya en que "las representaciones simbólicas (...), son también medios de identificar más claramente los objetos matemáticos decisivos para la conceptualización" (Vergnaud. G. 1993. p-18). Se decide, velar de

esta manera por el favorecimiento del dominio conceptual. La intención clara, es observar de qué manera afecta el uso del lenguaje matemático o notación matemática, como lo son definiciones, símbolos algebraicos y en fin todo el conjunto de acciones que haga uso de la notación matemática en el objeto de estudio, de esta forma se intenta favorecer la conceptualización que se hace de las estructuras algebraicas de la potenciación.

Cabe señalar que el uso de la notación matemática, puede aparecer en distintos libros de texto, esto no quiere decir que se haga de manera correcta, o por lo menos no de una forma que favorezca la conceptualización, como ejemplo, se puede encontrar en algunos libro de texto, definiciones de potenciación en R, como la siguientes de potencia de base real y exponente entero positivo, para el caso del exponente entero enuncian, si  $n \in Z^+$  entonces  $a^n$  representa el producto de n factores de a. es decir, si  $a \in R$  y  $n \in Z^+$ , entonces:  $a^n$  = axaxa...xa (n-factores), definición que si bien enuncia el significado y además induce el pensamiento al tratamiento de estructuras multiplicativas, no lo define de una manera inductiva en la cual aparecen ciertas



Facultad de Propiedades, es decir se plantea la axiomática sobre la cual reposan las propiedades algebraicas de la potenciación.

### 2.3.1. Problema de investigación

La ausencia de dominio conceptual en los estudiantes de los cursos de algebra correspondientes a los primeros semestres de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, en las propiedades algebraicas de la potenciación, evidenciada en la toma de datos obtenidos mediante un cuestionario que revelo después de la revisión, el análisis en la notación matemática, que los estudiantes desarrollaron, lo que nos permitió ubicarlos en unos niveles de algebrización propuestos por Godino, de esta forma el nivel nos indica si hay o no dominio conceptual.

### 2.4. Los objetivos de la investigación

### 2.4.1. Objetivo general de la investigación.

Fortalecer el dominio conceptual de las propiedades algebraicas de la potenciación, mediante el uso de la notación matemática, para favorecer la conceptualización de la potenciación en el estudiante de primer semestre del curso de algebra y trigonometría, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia y de este modo este pueda enfrentar cualquier situación matemática que involucre potenciación.

### 2.4.2. Objetivos específicos.

• Identificar las principales dificultades conceptuales, que presentan los estudiantes de primer semestre del curso de algebra y trigonometría, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, en las propiedades algebraicas de la potenciación.



Facultad de Educación Fortalecer las habilidades matemáticas en los estudiantes del curso de algebra y trigonometría de la Facultad de Ingeniería favoreciendo el uso de las diferentes propiedades algebraicas de la potenciación, para que puedan generar diferentes tipos de solución en un problema teniendo como base la potenciación.

• Afianzar el dominio conceptual de las estructuras algebraicas de la potenciación, mediante el uso de los elementos simbólicos y lingüísticos

Apostar a las definiciones inductivas más que a las que ofrece el lenguaje ordinario, no sólo porque es la correcta enunciación, o mejor dicho la manera en la cual se construye el andamiaje, con el cual se trabajan estas nociones o definiciones al momento de ser aplicadas a casos particulares, es lo que nos permite, señalar varias invariantes que operan al interior de estas

definiciones y de las operaciones que se realizan con ellas, conocer estas invariantes, nos permite construir unas bases más claras, sobre lo que será nuestro esquema de operación cuando se deba poner en acción, en las situaciones pertinentes, con esto se busca un dominio conceptual más amplio que favorezca el éxito en la solución de situaciones que lo pongan a prueba.

En la ruta hacia el favorecimiento del dominio conceptual, definiciones como, para  $n \in N$  se define  $a^{n+1}=a^n x$  a, se adopta la convención de que  $a^0=1$  y de que  $a^1=a$ , para toda  $a \in R$ , son las que se prefieren, puesto que señalan de forma explícita, nociones decisivas en pro de la conceptualización.

En la didáctica de la matemática, se debe favorecer todo tipo de representaciones simbólicas y lingüísticas, que en su ejecución o análisis, ofrecen herramientas que le sirvan o potencien los procesos de conceptualización, así el interés por la enseñanza y aprendizaje, de las diferentes unidades de estudio que ofrece la matemática debe incluir este tipo de



no es menos importante, señalar que las representaciones simbólicas y lingüísticas no abarcan toda la conceptualización, solo son medios para favorecerla, en la medida en que dichas representaciones, se convierten en herramientas que señalan elementos importantes al interior de las unidades de estudio.

### 2.5. Justificación del estudio

Al interior ya de una problemática específica, como es la ausencia de dominio conceptual de los estudiantes en los primeros niveles de la educación superior, particularmente los estudiantes admitidos al semestre 2014/2 de la Facultad de Ingeniería, de la Universidad de Antioquia y con base en las dificultades que presentan al ingresar a los centros de educación superior, más marcadas

estas dificultades en asuntos como las ciencias básicas, estudios realizados por el grupo de investigación Ingeniería y Sociedad, MATEMÁTICAS Y FÍSICAS LAS BARRERAS EN INGENIERÍA? Donde dan cuenta que los cursos como matemáticas operativas, calculo I, calculo II y calculo III entre otros, se presentan como las principales barreras en las distintas ingenierías. También es importante notar que la potenciación, es un tema que se introduce en matemáticas operativas y se usa hasta calculo III y en las físicas. Al interior de estas las nociones matemáticas, en esta ocasión es preocupante el pobre dominio conceptual que poseen los estudiantes de las propiedades algebraicas de la potenciación, siendo este uno de los motivos por los cuales se realiza el estudio, ahondando más en la situación, para describir de una manera más



Facultad de Específica la problemática que tienen los estudiantes en estas cuestiones, con base en teorías como las de los campos conceptuales de Gerard Vergnaud.

Define un concepto como no reducible a su mera definición si es que se pretende ahondar en su enseñanza y aprendizaje, puesto que lo que le da sentido al concepto yace en los problemas y situaciones que aborda, es decir, el concepto es una elaboración pragmática (pragmatismo, se interesa por el modo en el que el contexto(situación) influye en la interpretación del significado), sin la necesidad de limitar o discriminar el tipo de problema que puede abordar así sea su naturaleza practico o teórico. Así constituida la idea de concepto, tampoco prejuzga el rol que desempeñan el lenguaje y el simbolismo en la conceptualización, además no desconoce la importancia de estos.

A dicha elaboración pragmática o conceptualización, se le debe otorgar un lugar central, en las distintas formas que subyacen en la acción que realiza el sujeto.

En la búsqueda del conocimiento de la conceptualización y tomando en cuenta que el conocimiento racional es operatorio, puesto que hay control del sujeto en él. Se pueden distinguir tipos de situaciones;

1) situaciones en las que el sujeto, tiene a su disposición una colección de conocimientos y acorde a su nivel de desarrollo cognitivo, posee herramientas suficientes para el enfrentamiento parcial con dicha situación.



clases de situaciones para las cuales el sujeto, no exhibe las competencias necesarias para afrontar dicha situación, lo que desencadena una búsqueda para afrontarla, la cual puede ser exitosa o no.

En ambos casos, el concepto de "esquema (organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada)" se hace presente, no de la misma manera, para la primera clase de situaciones, es normal que se construya un esquema muy marcado para tratar cierta clase de situaciones, para el segundo caso, puede que se esbozan varios esquemas, que compitan entre ellos y que se mejoren en la búsqueda del éxito.

Con base en esta teoría se concibe el concepto dominio conceptual de las estructuras algebraicas de la potenciación, como el conjunto de elementos, teoremas, definiciones, expresiones algebraicas, simbolismo y formas de operar, con las que se debe contar para poder conceptualizar correctamente, de esta manera cuando se habla de que existe una ausencia o una falta de dominio conceptual, se refiere a que el estudiante, falla en alguna de las tareas inmersas al interior del campo conceptual de las estructuras algebraicas de la potenciación, convirtiéndose esta incapacidad de realizar dicha tarea o lo que es lo mismo responder a una situación determinada, la

responsable del fracaso en la conceptualización, también es cierto que esta falla puede convertirse en un obstáculo epistemológico, en la medida en que no permite que se desarrolle el conocimiento, actúa como una pared en la cual el estudiante es detenido en su proceso de aprendizaje, es de vital importancia, poder identificar este obstáculo, para poder empezar a tratarlo, de esta forma modificando los esquemas que se hayan formado en la mente del estudiante facilitando el éxito de la conceptualización, además este tratamiento se apoya en el



resolver problemas a los cuales no se tiene mucha experiencia, o de los cuales apenas se realiza un tratamiento que acaba de empezar. Estas representaciones simbólicas (notación matemática) y lingüísticas, ayudan a señalar mejor las unidades que cobran importancia en las diferentes situaciones, ayudando así a clasificar las invariantes operatorias y los datos propios del problema, lo que fomenta una mejor conceptualización.

Los diferentes símbolos matemáticos, que son utilizados en el álgebra, que es enseñado a los estudiantes durante su proceso de escolarización (el número, la función, entre otros). Para efectos de este trabajo y el problema que se quiere abordar el cual es, "La ausencia de dominio conceptual de las propiedades algebraicas de la potenciación, evidenciada en la notación matemática." Se concreta lo relacionado con el tema de la potencia.

Se denomina como símbolo matemático un constructo social, que ha permitido al hombre en el transcurso de la historia, formalizar un lenguaje universal relativamente simple, que le permitiera escribir fácilmente las diferentes ecuaciones matemáticas y las fórmulas intrínsecas en ellas. En este proceso se distinguen tres etapas fundamentales las cuales son:

La primera etapa de desarrollo del algebra se denomina, álgebra retórica y se remonta a un periodo de tiempo en siglo V A.C, en el cual el concepto de número fue elaborado por medio de las diferentes comparaciones entre grupos de objetos en repetidas ocasiones, de tal manera que después de reflexionar sobre los resultados obtenidos pudieron asemejarse con un símbolo, y además para poder llegar al concepto abstracto de número tuvieron que pasar muchas generaciones. Una de las consecuencias favorables que tuvo la instauración del concepto



Facultad de abstracto de número fue la de las operaciones entre ellos, también el hecho de que el álgebra se desarrolla contemporáneamente le permite evolucionar de manera positiva en la sociedad, pues la demanda de contar altos números propició el desarrollo continuo del álgebra y con él también la mejora de los símbolos utilizados en ella.

Posteriormente la etapa siguiente la denominaron como algebra sincopada, esta etapa fue una de las que más duro pues el álgebra tuvo su mayor predominio entre el siglo II y hasta el XVII, y además se puede dividir en tres sub-etapas que son:

- Periodo griego el cual tiene su predominio entre los siglos II A.C y el VII D.C en el cual los griegos lograron encontrar la sucesión indefinida de los números y por medio de esto comprobar, plantear y hacer demostraciones de teoremas relacionados con ellos. por otra parte el componente geométrico el cual se desarrolló junto con el álgebra.
- El periodo oriental se plantean el sistema decimal, además de los aportes importantes que lograron los indios con el álgebra que son; los procesos con números negativos y el mejoramiento en la notación utilizada en el álgebra. Por otra parte los chinos introducen también reglas para operar con coeficientes negativos por primera vez en la historia.
- Periodo renacentista europeo en cual se dieron unos importantes avances al álgebra por medio del descubrimiento de la solución por raíces de la ecuación de tercer y cuarto grado de forma general y de acuerdo con García (2009) "se perfecciona la notación algebraica gracias a la colaboración de matemáticos como Viete y Descartes"

Facultad de Educació La tercer y última etapa del desarrollo del álgebra como se conoce fue nombrada como álgebra simbólica.

En esta etapa se desarrolla cosas importantes en el álgebra, como lo es el análisis matemático, la suma de vectores y la representación geométrica de los números complejos. Aunque fue una época muy corta pues se da entre los XVIII y XIX está marcada por la proliferación de la información matemática de manera que el público en general lo pudiera entender o a lo menos las personas que tienen un cierto nivel educativo (García, 2009, pp. 6-9).

Particularizando más el álgebra y adentrándose más al tema que compete, la potenciación es una operación matemática entre dos términos denominados base y exponente, teniendo en cuenta que ambos términos son símbolos matemáticos, desarrollados a través de la historia, para el fácil manejo del tema de la potenciación. "Se llama potencia a una expresión de la forma  $x^n$ , donde x es la base y n es el exponente. Su definición varía según el conjunto numérico al que pertenezca el exponente." (Ortega, J, 1993, pp.3-6).

Ahora si se tiene en cuenta lo expuesto por Martín (2011): Cuando un profesor elabora una ACTIVIDAD ACADÉMICA para trabajarla y desarrollarla en el aula, ésta tiene que estar plenamente adaptada a la realidad que vive el mismo, tiene que ser práctica y que trasmita una

enseñanza necesaria para su contexto socio-cultural, es decir, que la pueda aplicar en su realidad cotidiana. (p.3)

Partiendo de esta idea, como lograr que el docente de cualquier institución educativa tanto pública, como privada, particularmente en el caso de educación superior logre empalmar una relación del tema de la potencia con el contexto en el cual se desarrolla el estudiante, es decir



Facultad de Composel docente dota de sentido las situaciones en las cuales se hace presente la potenciación, aportando así una parte positiva para la conceptualización de la potenciación.

En este caso la población en la cual se logra evidenciar esta problemática son jóvenes estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, a los cuales en los días de inducción a la universidad se aplicó una prueba diagnóstica, por medio de la cual se notaron diferentes dificultades mostradas por los estudiantes a la hora de resolver los ejercicios.

En la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia se aceptan personas de cualquier estrato social, índole cultura o raza, de lo cual se puede concluir que en la universidad se presta un contexto socio cultural muy diversos para el aprendizaje de cualquier tema sin hacer algún tipo de particularidad en la forma subjetiva de cómo aprende cada estudiante sino más bien en la forma general en la cual logran apropiarse del conocimiento.

Esto le permitirá a la facultad de ingería identificar posibles factores de deserción los cuales sea más fáciles de atacar desde el primer semestre y que los índices de deserción bajen un poco, además se proporciona posibles formas de corregir la ausencia de dominio conceptual de las propiedades algebraicas de la potenciación ya que es una factor importante para el fácil entendimiento de las de más conceptualizaciones que de be de realizar el estudiante de primer

semestre de ingeniería de la Universidad de Antioquia a nivel matemático y brindar posibles formas de articular mejor la forma en la que el docente de ingeniería (calculo, aritmética entre otros) pueda realizar un mayor aprendizaje de los conceptos trabajados en clase.

Es en este punto es donde el docente debe sacar su potencial didáctico-pedagógico y crear maneras distintas de enseñanza que estén orientadas a que el estudiante logre de manera propia,



racultad de abstraer del contexto problemas que se le asemejan al concepto y lograr así que el estudiante construya situaciones problemáticas las cuales el mismo pueda solucionar, elaborando diferentes formas de resolverlo. En particular se pretende que el estudiante se apropie del concepto de potencia y su importancia en el conocimiento matemático.

"La imagen de la matemática se enmarca dentro de la imagen del mundo, la imagen del matemático dentro de la del hombre y la imagen de la enseñanza de la matemática dentro de la de la sociedad." (Freudenthal, 1991, p.132).





### Capítulo 3

### Metodología

### 3.1. Introducción a la metodología

Se pretende mostrar en esta metodología la forma estructurada por medio de la cual se logra extraer información fundamental de los estudiantes de primer semestre del curso de algebra y trigonometría, de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, y como se delimitaran los diferentes aspectos trascendentales de un tipo de investigación cualitativa con un método explicativo, mediante un enfoque de investigación-acción, entre otros factores importantes a destacar. Principalmente mostrar la forma en la cual se interpretan, analiza y concluye a partir de la información que proporcionan los estudiantes de primer semestre de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia a través de los instrumentos utilizados para extraer dicha información, la cual es de gran importancia para identificar las estructuras mentales internas y externas del estudiante de primer semestre de ingeniería la universidad de Antioquia, y esto permitirá identificar claramente la dificultad que presentan los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad de Antioquia en las propiedades algebraicas de la potenciación evidenciadas en la notación matemática y así poder evitar la deserción temprana de estudiantes de la facultad de ingeniería. Cabe agregar que esta problemática se trata de identificar y proponer un modelo el cual permita que el estudiante articule una mejor manera de resolver ejercicios que contengan una estructura potencial o cualquier otro ejercicio de índole algebraico.

1 8 0 3



### 3.2. Tipo de investigación

### 3.2.1. Cualitativo.

El tipo de estudio realizados a los estudiantes de ingeniería de primer semestre de la Universidad de Antioquia es de tipo cualitativo y bajo este tipo de investigación, se permite analizar ciertamente sin tanta profundidad la manera como la adquisición y el manejo de la notación matemática afecta significativamente los procesos de conceptualización, y bajo esta mirada se analizan los diferentes factores que intervienen como un todo coherente, es decir permite por lo menos hasta el punto que pretende mostrar la práctica pedagógica realizada y es la importancia de la notación matemática en la conceptualización de objetos matemáticos, pero además permite relacionar factores de condiciones sociales, tales como estrato socioeconómico en el cual se evidencia que la mayoría de estudiantes pertenecen a los estratos 2 y 3 consecuencia probablemente del carácter público de la Universidad de Antioquia, tipo de educación pública o privada este punto se refiere a las instituciones de egreso de los nuevos estudiantes de la universidad factor de una gran relevancia pues genera diferentes preguntas en cuanto a la introducción de estos temas y como son posteriormente manejados en la educación pública, debido a que la mayor parte de estudiantes es proviene de este tipo de escuelas, en fin situaciones que se toman en cuenta a la hora de realizar el diagnóstico institucional, que además de preocuparse por la institución, particularmente la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, también se preocupa por el estudiante promedio que ingresa a ella, lo expuesto anteriormente da pie para ubicar el tipo de investigación de esta práctica pedagógica como cualitativa pues esta.



Se trata del estudio de un todo integrado que forma o constituye una unidad de análisis y que hace que algo sea lo que es: Una persona, una entidad étnica, social, empresarial, un producto determinado, etc.; aunque también se podría estudiar una cualidad específica, siempre que se tengan en cuenta los nexos y relaciones que tiene con el todo, los cuales contribuyen a darle su significación propia. (Martínez, 2006, p.6).

Representaciones, notación matemática, significado, conceptualización, objeto matemático, niveles de algebrización, factores sociales, etc. Son algunas de las principales unidades que conforman el todo, más adelante se podrá realizar unos análisis que propendan por desvelar los nexos, conexiones, consecuencias en definitiva una meta comprensión de la situación, evidentemente la mayoría de estudiantes recién ingresados a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, presentan dificultades ante las situaciones que necesiten un tratamiento algebraico, particularmente quedó en evidencia el hecho que la potenciación es una de las áreas que mayor dificultad presenta, teniendo en cuenta esto, se analiza qué papel cumple la potenciación en el devenir académico de estos estudiantes, se encuentra que la potenciación es realmente transversal, no solo por su relevancia en el álgebra, si no por su posterior uso en el cálculo.

La teoría del conocimiento o filosofía de la ciencia en que se apoya la metodología cualitativa, rechaza el "modelo especular" (positivista), que considera al sujeto conocedor como un espejo y esencialmente pasivo, al estilo de una cámara fotográfica. Acepta, en cambio, el "modelo dialéctico", considerando que el conocimiento es el resultado de una



dialéctica entre el sujeto (sus intereses, valores, creencias, etc.) y el objeto de estudio. (Martínez, 2006, p.7).

Las intervenciones realizadas en forma de talleres implementados previo al comienzo del semestre académico 2015/1 permiten un acercamiento a las personas, sus pensamientos, concepciones y confrontación de saberes, el tipo de investigación cualitativa respeta el carácter dialéctico de la enseñanza y el aprendizaje, dejando de lado la objetivación excesiva de las observaciones, permitiendo el establecimiento de contacto social con los estudiantes que participaron en el proceso, durante el tiempo en que se llevaron a cabo los talleres, se cuestionan las concepciones de potenciación, de manera muy amigable se invita a expresar los conocimientos mediante la realización de ejercicios básicos que hacen uso de las definiciones, una vez realizada la experiencia, se introducen de nuevo las definiciones axiomáticas de potencia de números naturales y sus propiedades, lo que en palabras anteriores se enuncian como presentación del objeto institucional, se discute la importancia de este tipo de definiciones y el lenguaje que usa o su notación matemática, así se establece un constante diálogo entre los estudiantes y los practicantes, afectando el objeto de estudio convirtiéndolo en una realidad dinámica compleja y abstracta.

### 3.3. Enfoque de la investigación

### **3.3.1. Enfoque.**

Una vez definido el tipo de investigación, se revisa el carácter que posee el tipo de práctica a realizar además cuales son los objetivos por alcanzar y cómo estos afectan la manera



Facultad de de grensar el todo, relativo a los diferentes fenómenos que interactúan en mayor o menor medida respecto

al estudio de la conceptualización y la relación fundamental de esta con la notación, teniendo en cuenta esto, se propone comenzar el estudio en una etapa descriptiva, que posibilita describir de cierto modo las acciones realizadas que se encuadran en los marcos de referencia elegidos, en este punto es importante aclarar que el tipo de investigación cualitativa, no convierte dichos marcos en camisas de fuerza, esto es consecuencia de que los estudios que dieron tales definiciones de las que el presente trabajo hace uso, son pensados en otros contextos, de tal manera que se permite tomar estos como referencia enmarcándolos en el contexto particular de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia y a las acciones y procedimientos que realizaron los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad de Antioquia.

El enfoque que se adopta es un enfoque explicativo, puesto que el objetivo de la práctica pedagógica es explicar en cierta medida los niveles deficientes de los estudiantes recién ingresados a la Facultad de Ingeniería en cuanto su conceptualización de la potenciación como objeto matemático.

Los estudios explicativos van más allá de la descripción de conceptos o fenómenos o del establecimiento de relaciones entre conceptos; están dirigidos a responder a las causas de los eventos físicos o sociales. Como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da éste, o por qué dos o más variables están relacionadas (Sampieri, 1991, p. 74).

Facultad de Educació Interesa explicar el papel que cumple la notación matemática, en cuanto esta hace las veces de representación simbólica y ya antes queda explícita la importancia de la misma ya que esta se vuelve el único modo de acceder al campo conceptual de los objetos matemáticos.

En esa línea, las consideraciones iniciales dan cuenta clara de una de las problemáticas existententes en cuanto al bajo desempeño de los estudiantes que luego terminan por desertar. El enfoque explicativo se encuadra puesto que este tipo de estudios "proporcionan un sentido de entendimiento del fenómeno a que hacen referencia." (Sampieri, 1991, p. 75). Permitiendo señalar la importancia de claves que quizá pasan inadvertidas, es el caso de la notación matemática, pero que juegan papeles fundamentales sin los cuales conceptualizar, se vuelve una tarea tediosa sino imposible, puesto que de dicho lenguaje simbólico y su manipulación se concreta el dominio de un amplio terreno en matemáticas como por ejemplo; las estructuras multiplicativas, factorización, ley distributiva, manejo de áreas, volúmenes, notación científica, razones y proporciones, funciones exponenciales, no sólo persigue describir o acercarse a un problema, sino que intenta encontrar las causas del mismo. Existen diseños experimentales y no experimentales. Desde un punto de vista estructural se reconocen cuatro elementos presentes en toda investigación: sujeto, objeto, medio y fin. Se entiende por sujeto el que desarrolla la actividad, el investigador; Por objeto, lo que se indaga, esto es, la materia o el tema; Por medio, lo que se requiere para llevar a cabo la actividad, es decir, el conjunto de métodos y técnicas adecuados; Por fin, lo que se persigue, los propósitos de la actividad de búsqueda, que radica en la solución de una problemática detectada.

Facultad de Educació Cabe agregar que la investigación explicativa también abarca puntos muy trascendentales en la investigación, como lo es la descripción, la cual supone la observación sistemática y la catalogización de componentes observados en la práctica pedagógica llevada a cabo con los estudiantes de primer semestre de la Facultada de Ingeniería de la Universidad de Antioquia para lograr identificar las componentes de un sistema natural que de alguna manera puedan ser

utilizadas y replicadas por otros científicos o personas interesadas en el tema. De esta manera la investigación explicativa permitirá encontrar las razones o causas que no permiten el óptimo manejo de las propiedades algebraicas de la potenciación matemática y lograr dar explicación al fenómeno que los estudiantes muestran a través de los diferentes instrumentos utilizados para la recolección de información y el análisis la aplicación de dichos instrumentos.

Ahora es importante señalar que como finalidad de la práctica pedagógica, se ha decido afectar de manera positiva la conceptualización de los estudiantes en la potenciación, importante y general objeto matemático de mucho uso, para esto se requiere invertir un considerable esfuerzo en el manejo de la notación matemática, pues ya se ha identificado esta como una de las posibles causas que favorecen la conceptualización, en particular se escoge prestar celosa atención a su introducción, afectando positivamente la probabilidad de que el estudiante conceptualice, nótese que no se garantiza, sino solo se aumentan las condiciones en las que la conceptualización se produce.

Los estudios explicativos van más allá de la explicación de conceptos o fenómenos o del simple establecimiento de relaciones entre conceptos; están más bien dirigidos a responder a las causas de los eventos físicos o sociales. Como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar por

Facultad de Educació qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da éste, o por qué dos o más variables están relacionadas. (Sampieri, 1993, p.74)

Por ende se debe delimitar una metodología investigativa explicativa para dar cuenta de los fenómenos que llevan a los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad

de Antioquia, el mal manejo de la propiedades algebraicas de la potenciación a la hora de resolver un determinado ejercicio o problema que conlleva alguna estructura potencial.

### 3.4. Método de la investigación

### 3.4.1. Método.

El desarrollo de la práctica pedagógica en la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia ha permitido identificar unos factores principales en el desarrollo de los problemas de matemáticas por parte de los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad de Antioquia siendo más específicos, cuando el estudiante se enfrenta a la resolución de un problema que conlleve una estructura potencial, en la cual él nos permita evidenciar claramente la falla que presenta a nivel conceptual sobre la potenciación.

Cabe agregar que la estructura mental y la conceptualización que el estudiante de primer semestre de ingeniería de la Universidad de Antioquia tenga sobre el concepto de potenciación muestra que el estudiante a la hora de resolver un quiz no aplica correctamente las propiedades algebraicas de la potenciación.

Se aplica a los estudiantes de primer semestre de Ingeniería de la Universidad de Antioquia un quiz el cual nos permita elegir el mejor método para lograr trabajar, con base en



Facultad de los resultados se elige el método de la investigación-acción, debido a que permite realizar un análisis de situaciones sociales que tiene el objeto de mejorar la racionalidad con respecto al concepto de potenciación y una justifica clara y convincente las prácticas educativas.

El método de investigación-acción. Es el único indicado cuando el investigador no sólo quiere conocer una determinada realidad o un problema específico de un grupo, sino que

desea también resolverlo. En este caso, los sujetos investigados participan como coinvestigadores en todas las fases del proceso: planteamiento del problema, recolección de
la información, interpretación de la misma, planeación y ejecución de la acción concreta
para la solución del problema, evaluación posterior sobre lo realizado, etc. El fin
principal de estas investigaciones no es algo exógeno a las mismas, sino que está
orientado hacia la concientización, desarrollo y emancipación de los grupos estudiados y
hacia la solución de sus problemas (Martínez, 2006, p.13).

La investigación acción a realizar, en el proyecto que se desarrolla en la facultad de ingeniería de la Universidad de Antioquia proporciona circunstancias, hechos y datos con los cuales se pretende lograr un cambio significativo en la estructura mental interna y externa, en la concepción que tienen los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia sobre las propiedades algebraicas de la potenciación, debido a que la investigación acción como lo denomina Martínez en la cita inmediatamente anterior sería que; se orientará al estudiante de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia hacia una producción de otros hechos, conceptos o forma de percibirlo, para el propósito de la investigación sería producir un cambio en la estructura conceptual del estudiante de primer



cuales generan una aberración incorregible, en la estructura mental interna del estudiante de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia, además cabe agregar que se puede delimitar más estas brechas conceptuales en la investigación a través del estudio de casos debido a que también proporciona datos concretos a la investigación y da pie al desarrollo de instrumentos concisos que faciliten la extracción de la información.

Se entiende por estudio de casos, como una herramienta de investigación fundamental debido a que sirve para obtener un conocimiento más amplio de fenómenos actuales y para generar nuevas teorías, así como para descartar las teorías inadecuadas en la investigación o como lo define Martínez Carazo (2006) la cual la denomina como:

Una estrategia de investigación dirigida a comprender las dinámicas presentes en contextos singulares, la cual podría tratarse del estudio de un único caso o de varios casos, combinando distintos métodos para la recogida de evidencia cualitativa y/o cuantitativa con el fin de describir, verificar o generar teoría (p. 174).

### 3.5. Técnica e instrumentos

### 3.5.1. Instrumento.

Los instrumentos a utilizar se entienden como "Los instrumentos, al igual que los procedimientos y estrategias a utilizar, los dicta el método escogido, aunque, básicamente, se centran alrededor de la observación participativa y la entrevista semiestructurada" (Martínez, 2006, p.13). Desde esta mirada se orienta una manera uniforme de recrear la observación participativa por medio de los encuentros con los estudiantes de ingeniería de primer semestre de la Universidad de Antioquia a través de una encuesta, una prueba diagnóstica, talleres y un Quiz



Facultad de que acse les aplicó a los estudiantes de ingeniería los días de inducción, y a través de estos instrumento extraer información importante que nos vislumbre características puntuales en la resolución de problemas que contengan una estructura potencial y notar la conceptualización que tienen los estudiantes de ingeniería de la Universidad de Antioquia sobre el concepto de potenciación matemática a través de la notación matemática utilizada.

A partir de la lógica de investigación trazada, para lograr recolectar información de diversos estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad de Antioquia los cuales, desde nuestro paradigma cualitativo, aportarán con sus particularidades hacia la identificación de la comprensión que poseen de las propiedades algebraicas de la potenciación matemática.

La prueba diagnóstica aplicada a los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia, realizada los días de inducción de los estudiantes de Ingeniería, se plantea con la finalidad de llegar a generar hipótesis, con base en la extracción de información vitalicia sobre los estudiantes de ingeniería de la Universidad de Antioquia. Para lograr un mejor entendimiento sobre la prueba diagnóstica se adjunta dicha prueba aplicada en los anexos.

Por medio de la aplicación de esta prueba se logra identificar factores claves en las estructuras mentales internas por medio de la notación matemática que utilizan los estudiantes de Ingeniería de la Universidad de Antioquia para resolver los ejercicios planteados sobre las propiedades algebraicas de la potenciación matemática y a través del análisis de estos se logra articular una red de talleres por medio de los cuales se pretende fortalecer esta debilidad



racultad de Presente en los estudiantes de ingeniería de la universidad de Antioquia. Los talleres desarrollados los días posteriores a la aplicación de la prueba diagnóstica se podría encuadrar en la observación participativa pues como lo dice Martínez (2006):

Ésta es la técnica clásica primaria y más usada por los investigadores cualitativos para adquirir información. Para ello, el investigador vive lo más que puede con las personas o grupos que desea investigar, compartiendo sus usos, costumbres, estilo y modalidades de vida. Para lograr esto, el investigador debe ser aceptado por esas personas, y sólo lo será en la medida en que sea percibido como "una buena persona", franca, honesta, inofensiva y digna de confianza. Al participar en sus actividades corrientes y cotidianas, va tomando notas de campo pormenorizadas en el lugar de los hechos o tan pronto como le sea posible. Estas notas son, después, revisadas periódicamente con el fin de completarlas (p. 16)

Desde lo antes citado se puede logran aportar de manera significativa a la investigación que se está desarrollando, pues la interacción directa entre el estudiante y el maestro en el aula permite identificar más claramente las dificultades puntuales sobre las propiedades algebraicas de la potenciación, de manera que para fortalecer más el hecho de que los estudiantes de Ingeniería de la Universidad de Antioquia presenta una dificultad de marcada en la resolución de problemas que contengan una estructura potencial se anexan toda la información plasmada en hojas que realizada por los estudiantes de ingeniería para dar solución a un determinado ejercicio que contenga un estructura potencial. Además cabe agregar que en análisis de esta información también proporciona conclusiones muy importantes, debido a que después de realizar un análisis exhaustivo de la notación que están utilizando los estudiantes de ingeniería de la Universidad de Antioquia para resolver un determinado ejercicio que contenga una



aventurándose a alcanzar niveles explicativos de supuestas relaciones causales que aparecen en un contexto naturalístico completo y dentro de un proceso dado.

La encuesta como medio de recolección de datos, logra destacar factores más sociales, políticos y de otros índoles importantes para el desarrollo de la investigación logra destacar unas cualidades puntales en los estudiantes de ingeniería de la universidad de Antioquia por

medio de las cuales se logra entrelazar la información y optimizar la fabricación de conclusiones significativas las cuales logren dar cuenta por sí sola, de la existencia de un problema en las propiedades algebraicas de la potenciación que evidencian los estudiantes de ingeniería de primer semestre de la universidad de Antioquia en la notación que utilizan para resolver un determinado ejercicio y desde el concepto de Martínez (2006), que dice que:

En la actualidad, el investigador con metodología cualitativa, para facilitar el proceso de corroboración estructural, cuenta con dos técnicas muy valiosas: la "triangulación" (de diferentes fuentes de datos, de diferentes perspectivas teóricas, de diferentes observadores, de diferentes procedimientos metodológicos, etc.) y las grabaciones de audio y de vídeo, que le permitirán observar y analizar los hechos repetidas veces y con la colaboración de diferentes investigadores (p.77).

En la muestra intencional se elige una serie de criterios que se consideran necesarios o altamente convenientes para tener una unidad de análisis con las mayores ventajas para los fines que persigue la investigación. Por ello, se suelen eliminar los casos atípicos o muy peculiares y calibrar muy bien la influencia de todo lo que tiene carácter excepcional; sin embargo, se procura



muestra estadística, y que se complementen y equilibren recíprocamente. Es decir, se trata de buscar una muestra que sea comprehensiva y que tenga, a su vez, en cuenta los casos negativos o desviantes, pero haciendo énfasis en los casos más representativos y paradigmáticos y explotando a los informantes clave (personas con conocimientos especiales, estatus y buena capacidad de información). En conclusión, el investigador tratará de imitar al buen fotógrafo, que busca los mejores ángulos para capturar la mayor riqueza de la realidad que tiene delante (Martínez, 2006, p. 13).

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



### Capítulo 4

### Presentación y Análisis de resultados

### 4.1. Presentación de Resultados

Para empezar se hace claridad, en la finalidad del presente estudio, cuyo objetivo es determinar un factor en la deserción de estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia, dicho factor fue identificado mediante la aplicación de una prueba diagnóstica la cual sirvió de pie, para establecer un posible problema, el factor identificado es principalmente la notación matemática, en el interior de las temáticas más transversales se ubica la potenciación, por su alcance y uso de la notación matemática. El documento recoge un análisis bajo la mirada del enfoque ontosemiótico propuesto por Godino, en donde no solo importa la representación sino el contexto en el cual está inmerso quien representa, los resultados aquí reflejados fueron fruto de las representaciones externas recogidas durante algunas secciones, para efectos de reconocer la ausencia o no de dominio conceptual, se concentraron los esfuerzos en determinar el nivel de algebrización de los estudiantes del semestre 2015-1 quienes asistieron a los talleres propuestos y que además les fue aplicada la prueba diagnóstica, al término de los talleres fue aplicada una evaluación tipo Quiz, que buscó recoger representaciones externas, después de haber sido repasado el tema de potenciación, haciendo énfasis en la notación matemática utilizada.

En principio al interior de la prueba diagnóstica (Anexo 1) una de las preguntas, la pregunta 7, sirve para ubicar a los estudiantes recién ingresados en un nivel de algebrización, de



Facultad de acuerdo a su manejo de la notación matemática, para luego contrastar los niveles asignados con los niveles

obtenidos en la evaluación tipo Quiz, la cual para responder requiere un nivel de algebrización 3 en el cual

Se generan objetos intensivos representados de manera simbólica – literal y se opera con ellos; se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia. Se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones [...] y la formulación simbólica y descontextualizada de reglas canónicas de expresión de funciones y patrones (Godino, 2014, p 13).

Partiendo de lo antes citado se pretende que el estudiante muestre por medio de sus representaciones externas el manejo o no de la propiedades algebraicas de la potenciación, y además identificar como está utilizando la notación matemática para dar solución a las diferentes situaciones que se le plantean tanto en el desarrollo de los talleres como en la aplicación de la prueba diagnóstica, y finamente como después de haber influenciado su estructura mental interna logra dar solución al quiz y ubicarlo en uno de los niveles de algebrización que plantea Godino, para hacer una mayor claridad sobre dichos niveles se presenta la siguiente tabla:

## DE ANTIOQUIA 1 8 0 3



Tabla 1. Rasgos característicos delos niveles de razonamiento algebraico según Godino (2014)

NIVELES	TIPOS DE OBJETOS	TRANSFORMACIONES	LENGUAJES
0	No intervienen objetos intensivos. En tareas estructurales pueden intervenir datos desconocidos.	Se opera con objetos extensivos	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a objetos extensivos o datos desconocidos
1	En tareas estructurales pueden intervenir datos desconocidos. En tareas funcionales se reconocen los intensivos	En tareas estructurales se aplican relaciones y propiedades de las operaciones.  En tareas funcionales se calcula con objetos extensivos.	Natural, numérico, icónico, gestual; pueden intervenir símbolos que refieren a los intensivos reconocidos
2	Intervienen indeterminadas o variables	En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma $Ax \pm B = C$ . En tareas funcionales se reconoce la generalidad pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión.	Simbólico – literal, usado para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial y temporal
3	Intervienen indeterminadas o variables	En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma $Ax \pm B = Cx \pm D$ . Se opera con las indeterminadas o variables.	Simbólico – literal ; los símbolos se usan de manera analítica, sin referir a la información del contexto

Nota: cuadro útil para ubicar al estudiante en un nivel de algebrización según la manipulación que posea del concepto.

### 4.1. Discusión de Resultados

Se presenta como anexo al trabajo los diferentes tratamientos realizados por los estudiantes al ejercicio de la prueba diagnóstica y aplicación del quiz posterior a la capacitación.

### 4.1.1. Programa: Bioingeniería.

Con base en el ejercicio 7 de la prueba diagnóstica; el cual consta de un enunciado del cual deben sustraer la información más relevante para plantear un sistema de ecuaciones de 2 incógnitas.



"7. Se sabe que tres (3) manzanas y una (1) pera, pesan lo mismo que 10 melocotones. Además, seis (6) melocotones y una (1) manzana, pesan lo mismo que una (1) pera. El número de melocotones necesarios para equilibrar una pera es:

- A. 4
- B. 5
- C. 7
- D. 9"

De acuerdo al planteamiento de Juan Díaz Godino (2014) sobre los niveles de algebrización:

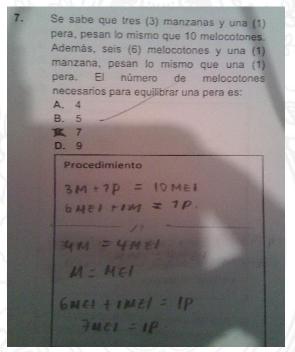
Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico – literal para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial temporal. En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma. En tareas funcionales se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión (p. 12)

La solución propuesta por el estudiante nos permite ubicarlo en el nivel 3 de algebrización debido al tratamiento que le hace al ejercicio pues plantea un sistema de ecuaciones no correcto pero lo plantea.

## DE ANTIQUIA 1 8 0 3



Figura 10. Instrumento de recolección de datos.



En días posteriores a la aplicación de la prueba diagnóstica se les realiza unas capacitaciones sobre algebra y otras áreas del conocimiento matemático, y en dichos días se le aplica un quiz en aras de medir su desarrollo frente a ejercicios de nivel 3 de algebrización el cual Godino (2014), lo plantea como:

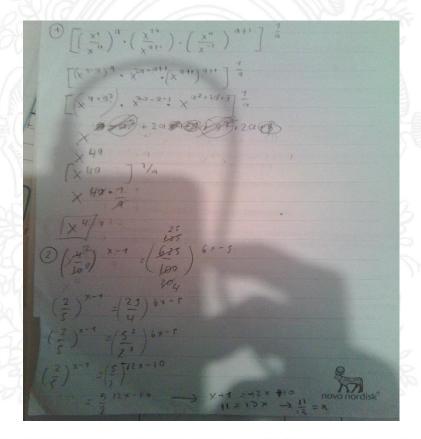
Se generan objetos intensivos representados de manera simbólica – literal y se opera con ellos; se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia. Se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones del tipo, y la formulación simbólica y descontextualizada de reglas canónicas de expresión de funciones y patrones (p. 13).

En el desarrollo que plantea el estudiante estudiantes se muestra claramente el óptimo manejo de las propiedades de la potenciación y el de los conceptos algebraicos de base, cociente



y manejo de variable, el cual nos permite ubicarlo en el nivel 3 de algebrización de acuerdo a lo citado anteriormente.

Figura 11. Instrumento de recolección de datos.



Se puede concluir entonces que el estudiante muestra un avance notorio posterior a los días de capacitación debido a que muestra un muy buen manejo de las propiedades algebraicas de la potenciación y de más artilugios matemáticos.

1 8 0 3



### 4.1.2. Programa: Ingeniería civil.

Institución de ingreso: Colegio parroquial san buenaventura.

Con base en el ejercicio 7 de la prueba diagnóstica; el cual consta de un enunciado del cual deben sustraer la información más relevante para plantear un sistema de ecuaciones de 2 incógnitas.

"7. Se sabe que tres (3) manzanas y una (1) pera, pesan lo mismo que 10 melocotones. Además, seis (6) melocotones y una (1) manzana, pesan lo mismo que una (1) pera. El número de melocotones necesarios para equilibrar una pera es:

- A. 4
- B. 5
- C. 7
- D. 9"

De acuerdo al planteamiento de Juan Díaz Godino (2014) sobre los niveles de algebrización:

Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico – literal para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial temporal. En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma . En tareas funcionales se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión (p. 12).

La solución propuesta por el estudiante nos permite ubicarlo en el nivel 3 de algebrización debido al tratamiento que le hace al ejercicio pues plantea un sistema de ecuaciones no correcto



pero lo plantea. De acuerdo a lo antes citado podemos ubicar al estudiante en el nivel 2 de algebrización.

Figura 12. Instrumento de recolección de datos.

```
Se sabe que tres (3) manzanas y una (1)
pera, pesan lo mismo que 10 melocotones.

Además, seis (6) melocotones y una (1)
manzana, pesan lo mismo que una (1)
pera. El número de melocotones
necesarios para equilibrar una pera es:

A. 4

B. 5

C. 7

D. 9

Procedimiento

3m + 1p = 107

6++1m = 1p

4+ = 10

5+ = 1p

A+ = 10

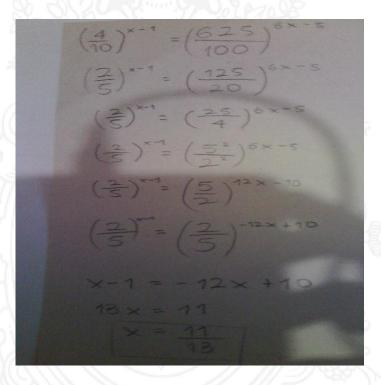
6++2+=4+×
```

En días posteriores a la aplicación de la prueba diagnóstica se les realiza unas capacitaciones sobre algebra y otras áreas del conocimiento matemático, y en dichos días se le aplica un quiz en aras de medir su desarrollo frente a ejercicios de nivel 3 de algebrización el cual Godino (2014) lo plantea como:

En el desarrollo que plantea el estudiante se muestra claramente el óptimo manejo de las propiedades de la potenciación y el de los conceptos algebraicos de base, cociente y manejo de variable, el cual nos permite ubicarlo en el nivel 3 de algebrización citado anteriormente.



Figura 13. Instrumento de recolección de datos.



Se puede concluir entonces que el estudiante muestra un avance notorio posterior a los días de capacitación debido a que muestra un muy buen manejo de las propiedades algebraicas de la potenciación y de más artilugios matemáticos.

### 4.1.3. Programa: Ingeniería ambiental.

Con base en el ejercicio 7 de la prueba diagnóstica; el cual consta de un enunciado del cual deben sustraer la información más relevante para plantear un sistema de ecuaciones de 2 incógnitas.

Facultad de Educació? Se sabe que tres (3) manzanas y una (1) pera, pesan lo mismo que 10 melocotones.

Además, seis (6) melocotones y una (1) manzana, pesan lo mismo que una (1) pera. El número de melocotones necesarios para equilibrar una pera es:

- A. 4
- B. 5
- C. 7
- D. 9"

De acuerdo al planteamiento de Juan Díaz Godino (2014) sobre los niveles de algebrización:

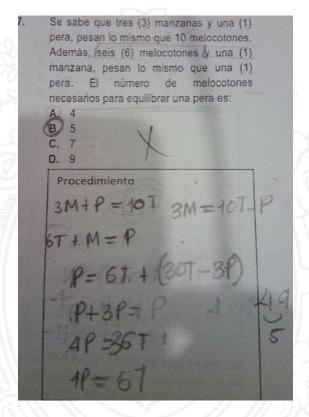
Intervienen indeterminadas o variables expresadas con lenguaje simbólico – literal para referir a los intensivos reconocidos, aunque ligados a la información del contexto espacial temporal. En tareas estructurales las ecuaciones son de la forma. En tareas funcionales se reconoce la generalidad, pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión (p. 12)

La solución propuesta por el estudiante nos permite ubicarlo en el nivel 3 de algebrización debido al tratamiento que le hace al ejercicio pues plantea un sistema de ecuaciones no correcto pero lo plantea.

## DE ANTIOQUIA 1 8 0 3



Figura 14. Instrumento de recolección de datos.



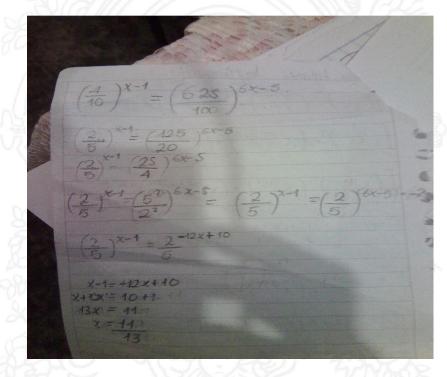
En días posteriores a la aplicación de la prueba diagnóstica se les realiza unas capacitaciones sobre algebra y otras áreas del conocimiento matemático, y en dichos días se le aplica un quiz en aras de medir su desarrollo frente a ejercicios de nivel 3 de algebrización el cual Godino (2014) lo plantea como:

Se generan objetos intensivos representados de manera simbólica – literal y se opera con ellos; se realizan transformaciones en la forma simbólica de las expresiones conservando la equivalencia. Se realizan tratamientos con las incógnitas para resolver ecuaciones del tipo , y la formulación simbólica y descontextualizada de reglas canónicas de expresión de funciones y patrones (p. 13).



En el desarrollo que plantea el estudiante se muestra claramente el óptimo manejo de las propiedades de la potenciación y el de los conceptos algebraicos de base, cociente y manejo de variable, el cual nos permite ubicarlo en el nivel 3 de algebrización citado anteriormente.

Figura 15. Instrumento de recolección de datos.



Se puede concluir entonces que el estudiante muestra un avance notorio posterior a los días de capacitación debido a que muestra un muy buen manejo de las propiedades algebraicas de la potenciación y de más artilugios matemáticos.





### Capítulo 5

### Conclusiones y recomendaciones

### **5.1.** Conclusiones

Una vez finalizado el proceso de investigación conviene afirmar que se logró cumplir el objetivo de investigación trazado. Esto gracias a la información proporcionada por una prueba diagnóstica, la cual nos permitía ubicarlo en un nivel de algebrización propuesto por Godino, posterior a esto un proceso de acompañamiento por parte de los estudiantes de la facultad de educación (futuros licenciados matemáticas y física) en los cuales se proporcionan accesorias y talleres que permitan el fortalecimiento de las propiedades algebraicas de la potenciación, por ultimo un Quiz aplicado a los mismos estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia.

Con base en lo dicho anteriormente podemos concluir que los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la Universidad de Antioquia, a nivel general muestra una ausencia de dominio conceptual en las propiedades algebraicas de la potenciación que se evidencia en la notación matemática utilizada para dar solución a las diferentes problemáticas prpuestos por el grupo de intervención de la facultad de educación (futuros licenciados matemáticas y física), las cuales consistieron en una encuesta, Quiz y diferentes intervenciones realizadas durante el proceso de apoyo a los estudiantes de primer semestre de ingeniería da universidad de Antioquia.

Cabe agregar que los días de intervención nos permitieron determinar casos de estudio y ubicarlos en un nivel específico del modelo de comprensión propuesto por GODINO en sus niveles de algebrización. Dicho posicionamiento se dio desde su interacción con los diferentes



instrumentos utilizados para la recolección de información, y a partir de esto se lograr mostrar las diferentes formas como los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia abordan un ejercicio con su nivel de compresión de un determinado concepto, en nuestro caso las propiedades algebraicas de la potenciación, para posterior mente fortalecer dicha carencia.

Además se logra también dar solución al problema de investigación, ya que por medio de los diferentes instrumentos utilizados para la recolección de la información nos permitieron ubicar a los estudiantes del curso de algebra y trigonometría de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia en los diferentes niveles propuestos por Godino.

Se logara también un fortalecimiento de las diferentes propiedades algebraicas de la potenciación que se evidencia en la notación matemática utilizada por los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia, ya que se evidencia en el proceso de acompañamiento una mejoría notable a la hora de dar solución diferentes problemas plateados para ellos en los cuales el estudiante debe de hacer uso de la notación matemática que posee. Esto mostro que mejoraron a través de la intervención realizada por los estudiantes de la facultad de educación ya que se utiliza una notación matemática uniforme para dar solución a diferentes problemas plateados y así asemejen estos nuevos tipos de notación con la que ya posee y la mejore de manera positiva, esto con el fin de alterar la estructura interna que posee sobre el concepto y la mejore.

Al identificar las principales dificultades conceptuales, que presentan los estudiantes de primer semestre del curso de algebra y trigonometría, de la Facultad de Ingeniería de la



Facultad de Universidad de Antioquia, en las propiedades algebraicas de la potenciación, se logra trabajar sobre ellas con el fin de mejorar las diferentes estructuras internas y externas del estudiante de

ingeniería con el fin de favorecer a la disminución de los índices de deserción temprana en la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia, ya que esto es un posible foco de deserción.

Se podría pensar que un posible foco de deserción, es el poco manejo que poseen los estudiantes del curso de algebra y trigonometría de la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia, en la propiedades algebraicas de la potenciación, ya que se evidencia en la notación matemática que utilizaron para dar solución a la prueba diagnóstica que falta un mayor dominio, tanto de las propiedades algebraicas, como de la notación que utilizada para dar solución a los diferentes problemas planteados por el grupo de intervención de la facultad de educación. aunque en este proceso los estudiantes involucrados se vieron afectados positivamente ya que al terminar utilizaban una notación matemática mejor para dar solución a los diferentes problemas que se les proponía.

### 5.2. Recomendaciones

Continuar con las intervenciones de los practicantes de la facultad de educación en la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia, ya que esto les proporcionan a los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia un mayor apoyo a nivel matemático, y así él se pueda tomar más confianza en los primeros semestres, que lo evidencian estudios realizados en ella, son los que presentan mayor deserción.

En las intervenciones realizadas por parte de los practicantes de educación deben de realizar más talleres de apoyo, conferencias en las que se les muestre la "matemofobia" como la define el profesor



Facultad de Grimaldo Oleas Liñal en una de sus conferencias realizadas en la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia y las diferentes formas de combatirla que poseen los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia. Y logara así una mayor disminución en los índices de deserción

temprana en la facultad, ya que se muestra en investigaciones realizadas por el grupo de ingeniería y sociedad que las barreras más notorias en la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia son cálculo y física.

La intervención de los estudiantes de la facultad de educación es muy somera, se recomienda realizar por parte de bienestar una convocatoria a todos los ingresados a realizar el primer semestre de ingeniería cual sea la ingeniería a cursar que se someta a modo de recomendación a dos horas diarias de un curso amplio de matemáticas en el cual el estudiante pueda resolver dudas antes de iniciar el semestre, además con el fin de fortalecer las diferentes falencias que presentan los estudiantes de primer semestre de ingeniería de la universidad de Antioquia en las propiedades algebraicas de la potenciación que se evidencia en al notación matemática, pues es la potenciación uno de los pilares para un óptimo desarrollo del semestre académico.

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1 8 0 3



### Lista de referencias

- Albert. J. M. (2007). *Investigación educativa: claves teóricas*. Colombia: Facultad de Educación (UNED).
- Badillo, E., Azcárate, C & Font, V. Análisis de los niveles de comprensión de los objetos f'(a) y f'(x) en profesores de matemáticas. [En línea]. *Enseñanza de las ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas.* Recuperado de http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/243832
- Balacheff, N. (2004). Marco, registro y concepción1 notas sobre las relaciones entre tres conceptos claves en didáctica *Revista Ema*. N° 3, Vol. 9, pp. 181-204
- Barrera, F., Maldonado, D. & Rodríguez, C. (2012). *Calidad de la educación básica y media en Colombia: diagnóstico y propuestas. Serie documentos de trabajo. No. 126.* [En línea]. Recuperado de http://www.urosario.edu.co/urosario\_files/7b/7b49a017-42b0-46de-b20f-79c8b8fb45e9.pdf
- Bressan, A. & Gallego, M. (2011). *La Educación Matemática Realista Bases teóricas*. Recuperado de http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/emr\_bases\_teoricas.pdf.
- Colectivo de autores CEPES. (2000). *Tendencias pedagógicas en la realidad educativa actual*.

  La Habana: Editorial Universitaria.



- Comité de Currículo Medellín. (2004). TRANSFORMACIÓN CURRICULAR. DOCUMENTO RECTOR. [En línea]. Recuperado de http://huitoto.udea.edu.co/programacionacademica/contenido/IPPA/ACUERDOS%20TRA NSFORMACION%20CURRICULAR/documento-maestro-rector/Doc%20Rector%20-%20Todas%20Ingenierias.pdf
- D'Amore, B. (2004). Conceptualización, registros de representaciones semióticas y no ética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. [En línea]. Recuperado de http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/479%20Conceptualisacion.pdf el 09/04/2015
- De Tezanos, A. (2007). Oficio de enseñar-saber pedagógico: la relación fundante. IDEP. [Versión electónica]. *Revista del Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico*. Recuperado de http://idep.edu.co/pdf/revista/Revista12.pdf.
- Espinosa, M. (2005). Los sistemas de representación en la solución de problemas de algebra elemental. [En línea]. Recuperado de http://alammi.info/revista/index.php
- Fernández, Francisco. (1997). EVALUACION DE COMPETENCIAS EN EL ALGEBRA ELEMENTAL ATRAVES DE PROBLEMAS VERBALES. Grana: tesis doctoral.



- Font, V., Godino, J., D'Amore, B. (2007). *Enfoque ontosemiótico de las representaciones en educación matemática*. [En línea]. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/enfoque\_ontosemiotico\_representaciones.pdf
- Garcia, M. (2009). Algebra: notación, historia y aplicaciones. innovacion y experiencias educativas. [Versión Electrónica]. *Revista Digital*. Recuperado de http://www.csi-csif.es/andalucia/modules/mod\_ense/revista/pdf/Numero\_21/MARIA\_ALFONSO\_1.pdf
- Godino, J. D. (2003). *Investigaciones sobre Fundamentos Teóricos y Metodológicos de la Educación Matemática*. [En línea]. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos\_teoricos/fundamentos\_tem.pdf
- Godino, J. D. (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*. [En línea]. Reuperado de http://www.google.com/url?q=http%3A%2F%2Fwww.ugr.es%2F~jgodino%2Ffundament os\_teoricos%2Fmarcos\_teoricos\_ddm.pdf&sa=D&sntz=1&usg=AFQjCNFZg9RHH60Ak1 dUEZnnysstb0Y69g
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. Jaén: SEIEM.

1 8 0 3



- Godino, J. D. Aké, L., Gonzato, M. & Wilhelmi, M. R. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. [En línea]. 

  Enseñanza de las Ciencias. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/JDGodino\_niveles\_algebrizacion\_EC2014.pdf
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). <u>Significado institucional y personal de los objetos</u> <u>matemáticos</u>. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. [En línea]. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/03\_SignificadosIP\_RDM94.pdf. el 14/04/2015
- Godino, J., Castro. W. F., Aké, L., Lilia, P., & Wilhelmi, M., R. (2012). Naturaleza del Razonamiento Algebraico Elemental. [En línea]. *Bolema*. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/eos/naturaleza\_RAE.pdf.
- Grupo de Investigación Ingeniería y Sociedad. (2010). ¿Matemáticas y físicas las barreras en ingeniería? [En línea]. Recuperado de http://aprendeenlinea.udea.edu.co/revistas/index.php/ingeso/article/view/7369
- Grupo de Investigación Ingeniería y Sociedad. (2013). Informe comparativo de los estudiantes de ingeniería que iniciaron su programa en las cohortes 2005-2, 2006-1, 2006-2, 2007-1, 2007-2, 2008-1, 2008-2, 2009-1, 2009-2, 2010-1, 2011-1, 2011-2 y 2012-1. [En línea]. Recuperado de



http://www.udea.edu.co/portal/page/portal/bibliotecaSedesDependencias/unidadesAcademicas/FacultadIngenieria/Diseno/Archivos/Tab/Informe%20comparativo%20cohortes%20(2).pdf

- Kline, M. (1976). El lenguaje de las matemáticas. En El fracaso de la matemática moderna. México: Siglo XXI.
- Martínez, C. & Penalva, M. C. (2006). Proceso de simbolización del concepto de potencia: análisis de libros de texto de secundaria. [En línea]. *Enseñanza de las ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*. Recuperado de http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/75832/96336 el
- Martínez, M. (2006). La investigación cualitativa (síntesis conceptual). *Revista de Investigación* en psicología. N° 1, Vol. 9, pp. 123-146.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (1998). *Lineamientos curriculares matemáticas*. [En línea]. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869\_archivo\_pdf9.pdf
- Ministerio de Educación Nacional (MEN). (2006). Estándares básicos de competencia en matemáticas. [En línea]. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\_archivo\_pdf2.pdf. el: 9/11/14



Ministerio de Educación Nacional. (Febrero 11 de 2002). Decreto 230. República de Colombia

- Ortega, J. (1993). *Introducción al análisis matemático*. Recuperado de http://es.wikipedia.org/wiki/Potenciaci%C3%B3n
- Parra, C., Usuga, O., Castañeda, E., González, G. & Rondón, D. (2014). Competencias genéricas Saber Pro 2013-3 en los programas de la Facultad: ¿Por qué tan diferentes. Recuperado de http://www.udea.edu.co/portal/page/portal/portal/a.InformacionInstitucional/E.Resultados Gestion/H.pruebasSaberPro

Platón. (1961): la república o el estado. Barcelona: Iberia.

- Radford, L. (2002). Introducción semiótica y educación matemática. *Revista Relime*, Número Especial, pp. 7-21.
- Sampieri, C., Fernández, P., Baptista y M. de la Luz Casas. (1991). *Metodología de la investigación*. Atlacomulco: McGRAW HILL INTERAMERICANA DE MÉXICO, S.A.
- Socas, Inicial. (1997). *La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria*, universidad de laguna: revista de didácticas de las matematicas.



Valencia, A., Mejía, L., Restrepo, G., Parra, C., Castañeda, E., Muñoz, A. & Morales, P. (2009).

\*\*Razones para estudiar ingeniería: el caso de la universidad DE ANTIOQUIA. [En línea].

\*\*Recuperado de http://www.udea.edu.co/portal/page/portal/bibliotecaSedesDependencias/unidadesAcademi cas/FacultadIngenieria/Diseno/Archivos/Tab/razones\_estudiar\_ingenieria.pdf

Valencia, A., Mejía, L., Restrepo, G., Parra, C., Muñoz, L. & Ochoa, J. 2006. *Observatorio sobre la vida académica de los estudiantes de pregrado de ingeniería de la Universidad de Antioquia grupo ingeniería y sociedad*. [En línea]. Recuperado de http://www.udea.edu.co/portal/page/portal/bibliotecaSedesDependencias/unidadesAcademi cas/ FacultadIngenieria/Diseno/Archivos/Tab/informe%20final.pdf

Vergnaud, G. (1993). La teoría de los campos conceptuales. [En línea]. *Lecturas de didáctica de las matemáticas*. *RDM*. Recuperado de http://fundesuperior.org/Articulos/Pedagogia/Teoria\_campos\_conceptuales.pdf. el 10/11/2014

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1 8 0 3



### **Anexos**

### Anexo 1. Prueba diagnóstica

La prueba diagnóstica con la cual pudimos realizar un análisis y ubicar a los estudiantes inicialmente en un nivel de algebrizacion.

### PRUEBA DIAGNÓSTICA

### 9 de septiembre 2014

El objetivo de esta prueba, es el de tener una aproximación acerca de las fortalezas y debilidades actuales del conjunto de ustedes, en el razonamiento matemático. Para un mejor diagnóstico, les solicitamos que respondan el cuestionario con absoluta sinceridad, sin recurrir al azar.

A continuación, se les presentan **30** situaciones problema, para cada una de las cuales se ofrecen **cuatro** opciones de respuesta, de las cuales **sólo una es verdadera**. Ustedes deberán señalar, para cada caso, la opción de su preferencia, en la hoja de respuestas.

Al finalizar, ustedes deben entregar sólo su hoja de respuestas, con su nombre completo.

1. Jorge y Walter se encontraron después de varios años sin verse. El primero dijo al segundo: "Supe que tienes una hija; ¿qué edad tiene?". Walter respondió: "El tiempo que tú y yo llevamos sin vernos, supera en tres (3) años al doble de la edad de mi hija; además, si ella hubiese nacido justo cuando tú y yo dejamos de vernos, ella tendría 15 años". La edad de la hija de Walter es:



- **A.** 6 años
- **B.** 9 años
- **C.** 12 años
- **D.** 15 años
- 2. El reloj de la iglesia de la Candelaria ha estado parado hace 778 horas. Para ponerlo en la hora actual, se debe:
  - **A.** Retrasar el horario 2 horas
  - **B.** Adelantar el horario 4 horas
  - **C.** Retrasar el horario 10 horas
  - **D.** Adelantar el horario 4 horas
- 3. Para numerar las páginas de un libro, un tipógrafo ha empleado 206 dígitos.
  Teniendo en cuenta que no se numera la primera página, el número de páginas del libro, es:
  - **A.** 102
  - **B.** 104
  - **C.** 105
  - **D.** 106
- **4.** Álvaro preguntó la hora a Juan Manuel, y éste le respondió: "Para que se acabe el día, deben transcurrir 1/5 de las horas que han pasado". La conversación entre Álvaro y Juan Manuel ocurrió a las:



- **A.** 4 P.M
- **B.** 6 P.M.
- **C.** 8 P.M.
- **D.** 10 P.M.
- 5. De la suma de los primeros 200 números naturales **pares**, se resta la suma de los primeros 200 naturales **impares**. El resultado es:
  - **A.** 100
  - **B.** 200
  - **C.** 300
  - **D.** 400
- 6. Si a una circunferencia se le incrementa su radio en  $\pi$  cm., entonces su longitud se incrementa en:
  - A.  $\pi^2$  cm.
  - **B.**  $2\pi^2$  cm.
  - **C.**  $3\pi^2$  cm.
  - **D.**  $4\pi^2$  cm.
- 7. En una sala se encuentran **cinco** (5) personas cuya edad promedio es **30** años. De la sala se retira una persona de 18 años. La edad promedio de las cuatro personas restantes es:
  - **A.** 30 años



- **B.** 31 años
- **C.** 32 años
- **D.** 33 años
- 8. Los conjuntos A y B tienen igual número de elementos y 1001 elementos en común. La unión de dichos conjuntos tiene 2007 elementos. El número de elementos del conjunto A es:
  - **A.** 503
  - **B.** 1503
  - **C.** 504
  - **D.** 1504
- 9. Natalia tiene en su billetera siete (7) billetes de tres denominaciones: \$1.000, \$2.000 y \$5.000. Se sabe que tiene más billetes de \$2.000 que de \$5.000, y más de \$5.000 que de \$1.000. El total de dinero en la billetera de Natalia es:
  - **A.** \$18.000
  - **B.** \$19.000
  - **C.** \$20.000
  - **D.** \$21.000
- 10. Si un número real no nulo se divide por su tercera parte, entonces el número se convierte en:



3

**B.** 4

**C.** 5

**D.** 6

11. Un tanque para agua contiene líquido hasta 1/5 de su capacidad; al agregarle 165 galones de agua, el indicador muestra que se han utilizado 4/5 de la capacidad del tanque. La capacidad del tanque es:

- A. 265 galones
- **B.** 275 galones
- C. 280 galones
- **D.** 285 galones

12. Cuatro números naturales están escritos uno a continuación de otro (sin ningún orden especial). Los dos primeros suman ocho (8); los dos centrales suman seis (6) y los dos últimos, siete (7). La suma entre el primero y el último es:

- **A.** 9
- **B.** 10
- **C.** 12
- **D.** 12

1 8 0 3



13. El menor número natural con la propiedad de que al dividirlo por 2, 3, 4, 5 y 6, da respectivamente los residuos 1, 2, 3, 4 y 5, es:

- **A.** 55
- **B.** 57
- **C.** 59
- **D.** 61

**14.** Se tienen las siguientes potencias: 9<sup>20</sup>, 27<sup>14</sup>, 243<sup>9</sup>, 81<sup>12</sup>. Al ordenarlas en forma ascendente, se obtiene:

- **A.**  $9^{20}$ ,  $27^{14}$ ,  $243^9$ ,  $81^{12}$
- **B.**  $27^{14}$ ,  $81^{12}$ ,  $9^{20}$ ,  $243^9$ ,
- C.  $243^9, 27^{14}, 9^{20}, 81^{12}$
- **D.**  $81^{12}$ ,  $243^9$ ,  $9^{20}$ ,  $27^{14}$ ,

15. Las parejas (x, y) de números reales que satisfacen la ecuación

$$2^{x} + 3^{y} = 3^{y+2} - 2^{x+1}$$
, son:

- A. (3, 1)
- B. (-3, -1)
- C. (1, 3)
- D.(-1,-3)



16. Se sabe que tres (3) manzanas y una (1) pera, pesan lo mismo que 10 melocotones. Además, seis (6) melocotones y una (1) manzana, pesan lo mismo que una (1) pera. El número de melocotones necesarios para equilibrar una pera es:

- E. 4
- F. 5
- G. 7
- H. 9

17. El conjunto solución de la ecuación:  $4^{x^2} \cdot 2^{5x} = 8$ , es:

- **A.**  $\left\{\frac{1}{2}, -3\right\}$
- **B.**  $\left\{-\frac{1}{2}, 3\right\}$
- C.  $\left\{\frac{1}{2}, 3\right\}$
- **D.**  $\left\{-\frac{1}{2}, -3\right\}$
- 18. El conjunto solución de la desigualdad  $\frac{1}{x-3} < \frac{1}{x-2}$  es:
- A.(2,3)
- **B.**  $(-\infty, 2)$
- **C.** (3, + ∞)
- **D.** (-3, -2)



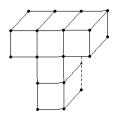
$$19. \qquad \sqrt[n]{\frac{6 \times 4^n}{4^{2n+1} + 2^{4n+1}}} =$$

- A. 1/2
- B. 1/4
- C. 1/8
- D. 1/16

20. Para 
$$n \neq 0$$
,  $\frac{n}{1-x^n} + \frac{n}{1-x^{-n}} =$ 

- A. n
- B. 2n
- C. 3n
- D. 4n
- **21.** Don Luis asistió a una feria de ganado y compró una Mula por \$700.000, más tarde la vendió por \$800.000. Luego volvió a comprar la misma mula por \$900.000 y de nuevo la vendió, esta vez, por \$1.000.000. Al final de la jornada, don Luis:
  - A. Ni ganó ni perdió
  - **B.** Perdió \$100.000
  - **C.** Ganó \$100.000
  - **D.** Ganó \$200.000
  - 22. Se ha construido una T de volumen 135 cm<sup>3</sup>., con cinco cubos de igual volumen.





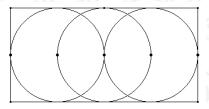
El área de la superficie de la **T**, en cm<sup>2</sup>., es:

- **A.** 168
- **B.** 178
- **C.** 188
- **D.** 198

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



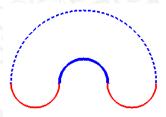
23. Las tres circunferencias, tangentes al rectángulo, son idénticas, cada una con longitud igual a  $4\pi$  cm.



El perímetro del rectángulo es:

- **A.** 22 cm.
- **B.** 24 cm.
- **C.** 26 cm.
- **D.** 28 cm.

**24.** Una pista para karts está formada por un semicírculo grande y tres pequeños; cada uno de estos últimos tiene**100** m. de radio.

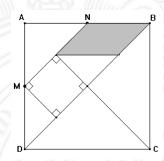


El perímetro, en metros, de la pista es:

- **A.**  $300 \pi$
- **B.**  $400 \pi$
- **C.** 500  $\pi$
- **D.**  $600 \pi$



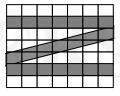
25. En el cuadrado ABCD, de área 64 cm²., M y N son puntos medios respectivos de los lados AD y AB. El cuadrado se ha dividido en cinco triángulos, un cuadrado y un paralelogramo no regular.



El área de la región sombreada, en cm<sup>2</sup>., es:

- **A.** 4
- **B.** 8
- **C.** 12
- **D.** 16

**26.** Sobre una pared dividida en cuadros de 1 m de lado se pinta una letra Z como lo indica la figura:



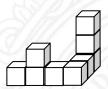
El área de la figura pintada en m² es:

- **A.** 18
- **B.** 20,5
- **C.** 21



E.

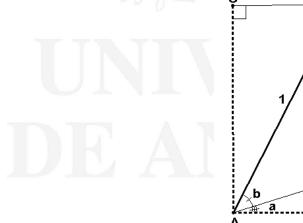
# 27. La siguiente figura consta de nueve cubos pegados:

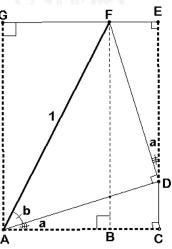


Usando esta figura como base, la menor cantidad de cubitos que faltan para construir un cubo sólido es:

- **A.** 18.
- **B.** 27.
- **C.** 55.
- **D.** 64.

Utilice la siguiente figura para responder las preguntas 28, 29 y 30.









El triángulo rectánfulo **ADF**, cuya hipotenusa mide 1, está inscrtito en el rectángulo **ACEG**. Se han marcado los ángulos **a** y **b**. Responda las siguientes tres preguntas.

- **28.** La medida del segmento **AG** es:
- A. Cos(a+b)
- B. Sen(a+b)
- C. Cos(a-b)
- D. Cos(a-b)
- **29.** La medida del segmento **AC** es:
- A. Sena · Senb
- B. Sena · Cosb
- C. Cosa · Senb
- D. Cosa · Cosb
- **30.** La medida del segmento *EF* es:
- A. Sena · Senb
- B. Sena · Cosb
- C. Cosa · Senb



### Anexo 2. Diario instrumento para registro de observación pedagógica 1



del examen.

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

PRACTICA PEDAGÓGICA

SEMESTRE 2015 - 0

DIARIO INSTRUMENTO PARA REGISTRO DE OBSERVACIÓN PEDAGÓGICA					
Identificación de la clase orienta: Examen	Clase: Nº 1	Grado: 1 semestre	Fecha: marzo 3 de 2015		
Profesor que orienta la clase: OCTAVIO HOYOS M.		Lugar: U DE A	Momento de la investigación: 2		
<u>Diario de campo:</u> Descripción de los ámbitos conceptuales abordados, de las principales actividades llevadas a cabo durante la clase y de las vivencias del grupo.		<u>Diario de pedagógico:</u> Aquí se debe hacer una interpretación con argumentos teóricos que apoyen sus comentarios y traten de encontrar una justificación posible a lo descrito en el diario de campo.			
Este momento de la investigación se realizan un una prueba diagnóstica que nos permita evidenciar las diferentes falencias que muestra los estudiantes de primer semestre de la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia en la aritmética, algebra, trigonometría, lógica y cálculo. Se implementa dos horas para que los chicos realicen el examen y se les proporciona unas fórmulas de trigonometría de suma de ángulos y de ángulos dobles para que resuelvan la parte del examen que contenía cuatro puntos de trigonometría.					



Anexo 3. Diario instrumento para registro de observación pedagógica 2



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

PRACTICA PEDAGÓGICA

SEMESTRE 2015 - 01

DIARIO INSTRUMENTO PARA REGISTRO DE OBSERVACIÓN PEDAGÓGICA					
Identificación de la clase orienta: Solución Examen.	Clase: Nº 2	Grado: 1 semestre	Fecha: marzo 4 de 2015		
Profesor que orienta la clase: OCTAVIO HOYOS M.		Lugar: U DE A	Momento de la investigación: 2		
<u>Diario de campo:</u> Descripción de los ámbitos conceptuales abordados, de las principales actividades llevadas a cabo durante la clase y de las vivencias del grupo.		<u>Diario de pedagógico:</u> Aquí se debe hacer una interpretación con argumentos teóricos que apoyen sus comentarios y traten de encontrar una justificación posible a lo descrito en el diario de campo.			
En este momento se prosigue a dar solución al examen realizado por ellos el día inmediatamente anterior. Empezando a resolver el examen en el orden en el que ellos lo resolvieron, para ir evidenciando los puntos en los cuales ellos tuvieron mayor dificultad en resolver, este día se logra dar solución a los primeros 10 puntos del examen y se aclaran todas las dudas que tenían con respecto a estos primeros ejercicios. Los estudiantes muestran gran participación y formas muy didácticas de resolver estos primeros ejercicios que eran en su gran mayoría de lógica.		Los estudiantes muestran muchas herramientas aritméticas para abordar esta primera parte del examen, pues todos participaron y mostraron su forma de abordar estos puntos. También cabe agregar que hay unos chicos muy destacados en esta área y mostraron formas muy distintas de abordar los puntos.			



Anexo 4. Diario instrumento para registro de observación pedagógica 3



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

PRACTICA PEDAGÓGICA

DIARIO INSTRUMENTO PARA REGISTRO DE OBSERVACIÓN PEDAGÓGICA				
Identificación de la clase orienta: Solución Examen	Clase: Nº 3	Grado: 1 semestre	Fecha: marzo 5 de 2015	
Profesor que orienta la clase: OCTAVIO HOYOS M.		Lugar: U DE A	Momento de la investigación: 2	
<u>Diario de campo:</u> Descripción de los ámbitos conceptuales abordados, de las principales actividades llevadas a cabo durante la clase y de las vivencias del grupo.		<u>Diario de pedagógico:</u> Aquí se debe hacer una interpretación con argumentos teóricos que apoyen sus comentarios y traten de encontrar una justificación posible a lo descrito en el diario de campo.		
En este momento se prosigue a dar solución al examen realizado por ellos. Seguimos con los puntos siguientes para darles solución y me encontré que en los puntos siguientes que eran de algebra y trigonometría, la gran mayoría no sabían cómo abordar los puntos y en esta parte me toco retomar la parte de factorización y trigonometría en triangulo rectángulo para poder abordar estos ejercicios. Después de la explicación ellos mismos se empezaron a dar cuanta de los errores que había cometido en la solución de los puntos en esta parte del examen la participación fue poca pero la escucha activa que hicieron fue excelente.		mal en estos de facultad de in Antioquia, deb poder dar solu casos de facto triángulo rectalaramente la Fortalecimiento aritmética mue	La parte del algebra y la trigonometría está muy mal en estos chicos de primer semestre de la facultad de ingeniería de la universidad de Antioquia, debido a que este día me toco para poder dar solución a los puntos explicar unos casos de factorización y trigonometría en el triángulo rectángulo para que pudieran ver claramente la solución dada por mi parte. Fortalecimiento en estas áreas del conocimiento matemático pues en lógica y aritmética muestran un mayor manejo.	

### **Observaciones:**

Preguntas muy afín con el tema abordado, muestran una falencia muy de marcada en el tema de trigonometría, pero se muestran muy dispuestos para la explicación de dicho tema y del tema de algebra (factorización)



### Anexo 5. Diario instrumento para registro de observación pedagógica 3



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA



FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS Y FÍSICA

PRACTICA PEDAGÓGICA

SEMESTRE 2015 - 01

DIARIO INSTRUMENTO PARA REGISTRO DE OBSERVACIÓN PEDAGÓGICA				
Identificación de la clase orienta: Solución Examen	Clase: Nº 4	Grado: 1 semestre	Fecha: marzo 6 de 2015	
Profesor que orienta la clase: OCTAVIO HOYOS M.		Lugar: U DE A	Momento de la investigación: 2	
<u>Diario de campo:</u> Descripción de los ámbitos conceptuales abordados, de las principales actividades llevadas a cabo durante la clase y de las vivencias del grupo.				
Este día damos por terminado al solución del examen y le explico el tema de potenciación matemática y le realizo un quiz para ver el nivel de entendimiento y la escucha activa que realizaron durante la explicación. En general el grupo se muestra dispuesto y muy atento.		La explicación del tema de potenciación matemática se hace con el fin de que ellos noten que un tema muy relevante para el entendimiento de muchos temas de matemática en general y por qué es mi tema de investigación puntual. "Cómo fortalecer el dominio conceptual de las propiedades algebraicas de la potenciación, mediante el correcto uso de la notación matemática". Los resultados fueron muy positivos y esto se evidencia que hicieron una escucha activa muy buena y un nivel de entendimiento alto.		



Facultad e Observaciones:

Preguntas muy afín con el tema abordado, muestran una falencia muy de marcada en el tema de potenciación, pero se muestran muy dispuestos para la explicación de dicho tema y del tema de algebra (potenciación)



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA 1 8 0 3