



**Despacho Económico Robusto ante Fuentes Renovables
Intermitentes con Incertidumbre**

Juan Esteban Sierra Aguilar

Tesis de maestría presentada para optar al título de Magíster en Ingeniería

Director

Álvaro Jaramillo Duque, Doctor (PhD)

Codirector

Diego Adolfo Mejía Giraldo, Doctor (PhD)

Universidad de Antioquia

Facultad de Ingeniería

Maestría en Ingeniería

Medellín, Antioquia, Colombia

2022

Despacho Económico Robusto ante Fuentes Renovables Intermitentes con Incertidumbre

Cita	J. E. Sierra-Aguilar, Álvaro Jaramillo Duque, y D. A. Mejía Giraldo [1]
Referencia	[1] J. E. Sierra-Aguilar, Álvaro Jaramillo Duque, y D. A. Mejía Giraldo, “Despacho económico robusto ante fuentes renovables intermitentes con incertidumbre”, Tesis de maestría, Maestría en Ingeniería, Universidad de Antioquia, Medellín, Antioquia, Colombia, 2022.
Estilo IEEE (2020)	



Grupo de Investigación Manejo Eficiente de la Energía (GIMEL).

Sede de Investigación Universitaria (SIU).



Centro de Documentación Ingeniería (CENDOI)

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes.

Decano/Director: Jesús Francisco Vargas Bonilla.

Jefe departamento: Noé Alejandro Mesa Quintero.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

**Despacho económico robusto ante fuentes renovables
intermitentes con incertidumbre**

Presentado por:

Juan Esteban Sierra Aguilar

Estudiante de maestría ingeniería eléctrica

**Para optar por el título de
Master en Ingeniería**

PhD. Diego Adolfo Mejía Giraldo

Cotutor de trabajo de grado

PhD. Álvaro Jaramillo Duque

Tutor de trabajo de grado

**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Universidad de Antioquia

Facultad de Ingeniería/posgrados

Departamento de Ingeniería Eléctrica

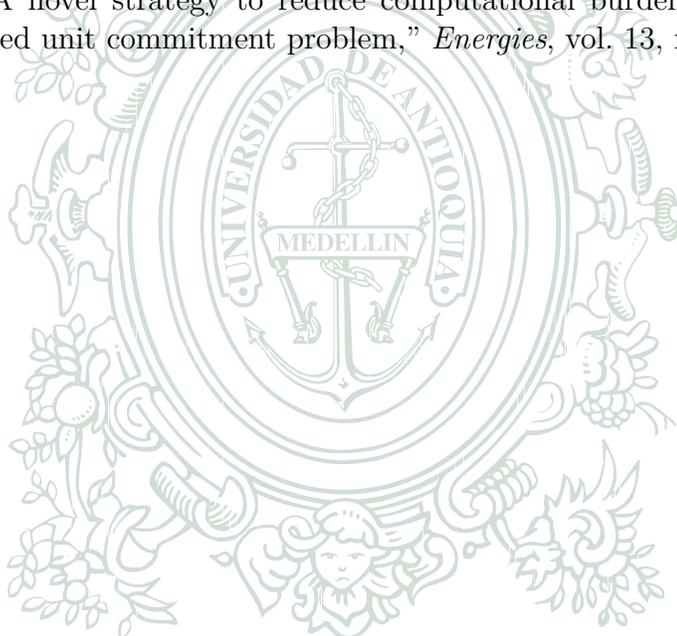
2021

Publicaciones

Algunas ideas y resultados de este trabajo han sido publicadas previamente por el autor:

- J. E. Sierra, E. A. Giraldo, and J. M. López, “Assessment of Transmission Network Expansion Plans Using Weighted Transmission Loading Relief Nodal Indexes,” *Contemporary Engineering Sciences*, vol. 11, no. 86, pp. 4285–4292, 2018.
- J. E. Sierra, E. A. Giraldo, and J. M. López, “Weighting Transmission Loading Relief Nodal Indexes for the Optimal Allocation of Distributed Generation in Power Systems,” *Contemporary Engineering Sciences*, vol. 11, no. 53, p. 2601, 2018.
- J.E Sierra; E. A. Giraldo; J.M López-Lezama, “Descripción y aplicación de los índices nodales de alivio de carga en transmisión en los sistemas de potencia,” in *Congreso Nacional del Sector Eléctrico 2018.*, p. 13, Congreso Nacional del Sector Eléctrico 2018., 2018.
- C.C. Marín; J.E Sierra; C.E. Cardona; L.E. Taborda; A. Jaramillo; J.M. López-Lezama, “Despacho económico multiperiodo considerando restricciones de seguridad N-1 mediante los factores de sensibilidad PTDF y LODF,” in *Congreso Nacional del Sector Eléctrico 2018.*, p. 14, Congreso Nacional del Sector Eléctrico., 2018.
- C. C. Marín-Cano, J. E. Sierra-Aguilar, J. M. López-Lezama, A. Jaramillo-Duque, and W. M. Villa-Acevedo, “Implementation of user cuts and linear sensitivity factors to improve the computational performance of the security-constrained unit commitment problem,” *Energies*, vol. 12, no. 7, 2019.
- C. C. Marin-Cano, J. E. Sierra-Aguilar, and A. Jaramillo-Duque, “Estrategias para reducir los tiempos de cómputo en el despacho económico multiperiodo considerando restricciones de seguridad N-1 y la incertidumbre de fuentes renovables intermitentes,” (Premios Ámbar, Bogota D.C.), Sept. 2019.
- J. E. Sierra-Aguilar, J. M. Lopez-Lezama, and A. Jaramillo-Duque, “Ubicación Óptima de generación distribuida mediante Índices nodales ponderados de alivio de carga en transmisión usando PSO,” (Asocodis, Santander), 2019.

- J. E. Sierra-Aguilar, A. Jaramillo-Duque, and C. C. Marin-Cano, “Aplicación factores lineales sensibilidad y cortes usuario despacho estocástico seguro para reducir tiempos de cómputo,” vol. 23, (Medellín, Colombia), Tercer lugar premios Otto de Greiff, área de tecnologías apropiadas, Dec. 2019.
- C. Marin, J. López Lezama, J. Sierra Aguilar, and A. Jaramillo Duque, “Despacho económico multiperiodo con restricciones de seguridad usando los factores de sensibilidad PTDF y LODF,” *Scientia et Technica*, vol. 25, pp. 343–350, sep. 2020.
- C. C. Marín-Cano, J. E. Sierra-Aguilar, J. M. López-Lezama, A. Jaramillo-Duque, and J. G. Villegas, “A novel strategy to reduce computational burden of the stochastic security constrained unit commitment problem,” *Energies*, vol. 13, no. 15, 2020.



UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA

1 8 0 3

Dedicatoria

Principalmente a mi familia, Gustavo Sierra, Mery Aguilar, Diego Sierra y Carolina Sierra, quienes siempre me brindaron el apoyo a lo largo de toda la carrera y a mi actual pareja Maria Alejandra Gómez por su apoyo y soporte incondicional.

A Álvaro Jaramillo, Diego Adolfo Mejía, Jesús María López Lezama, y planta de profesores de ingeniería eléctrica por todo su apoyo, acompañamiento y evaluación durante esta labor.

A Cristian Camilo Marín por su apoyo, tutoría y amistad incondicional.

Al equipo de despacho de energía de XM S.A. E.S.P por todo su apoyo y motivación para lograr cumplir esta meta.

A Ángela Arbelaez, Gilma Zapata, Luis Fernando Restrepo, Luis Sierra, por todo su apoyo y consejos a lo largo de mi formación.

A Edward Giraldo, Leandro Zapata, César Londoño, Jario Morán, Carlos Tamayo, Martín Sánchez, Esteban Moreno y compañeros del grupo GIMEL, por su gran amistad y por haber sido compañeros de lucha durante los años de la academia.

Agradecimientos

Este trabajo de grado fue desarrollado en el marco del proyecto **Despacho Económico Multiperiodo Integrando Energías Renovables Intermitentes** (DEMIERI), financiado por Minciencias; código proyecto: 1115-745-54929, contrato: 056-2017. Donde uno de los objetivos era implementar un modelo de despacho considerando la incertidumbre inherente de las fuentes renovables intermitentes.

Los autores agradecen al proyecto de sostenibilidad de la Universidad de Antioquia.

Esta obra está bajo una licencia Creative Commons “Reconocimiento-NoCommercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional”.



Índice general

1. Introducción	1
2. Marco teórico y revisión bibliográfica	4
2.1. Contexto del problema	4
2.2. Estado del arte	8
2.3. Marco teórico	12
2.3.1. Aritmética afín	13
2.3.2. Optimización robusta afín ajustable	14
3. Modelo robusto afín ajustable	17
3.1. Modelo determinista	17
3.1.1. Índices	18
3.1.2. Conjuntos	18
3.1.3. Notación	18
3.1.4. Parámetros	19

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	6
3.1.5. Variables	20
3.1.6. Función objetivo y restricciones	20
3.2. Regla de decisión lineal y transformación robusta	22
3.3. Adaptación del modelo	23
4. Experimentos numéricos, simulaciones y resultados	30
4.1. Experimentos numéricos	30
4.2. Desempeño del modelo	32
4.3. Desempeño del modelo AARO y del problema de información perfecta	35
4.4. Dependencia de la información del pasado	36
4.4.1. Simulaciones Monte Carlo	38
4.5. Respuesta del modelo ante la incertidumbre	41
5. Conclusiones y recomendaciones	47
5.1. Trabajos futuros	48
Referencias	49
A. Deducciones Modelo AARO	54
A.1. Función objetivo	54
A.2. Generadores	57

A.2.1. Límites de generación en el nodo de referencia	57
A.2.2. Límites de generación en nodos diferentes al nodo de referencias	60
A.2.3. Rampas de subida y bajada en generadores diferentes al slack	61
A.2.4. Rampas de subida y bajada la barra de referencia	63
A.3. Flujo de potencia en líneas	68
A.3.1. Restricciones de flujo máximo y mínimo en las líneas	68

Siglas

AARO Optimización Robusta Afín Ajustable (Affine Adjustable Robust Optimization). 2, 7, 8, 12, 17, 23, 27, 30, 32, 34–36, 38–40, 44, 47

ARO Optimización Robusta Ajustable (Adjustable Robust Optimization). 7

SO Operador del Sistema (System operator). 4, 5, 8

UC Despacho Económico (Unit Commitment). 1, 3–5, 8, 9, 12, 14, 15, 17, 32, 36–38, 47, 48

FREI Fuentes de Energía Renovables Intermitentes. 4, 5, 8, 9

Índice de figuras

2.1. Movimiento del punto de operación ante redespacho.	6
2.2. Punto de operación según el algoritmo de optimización.	6
2.3. Distintos tipos de conjunto de incertidumbre, tomado y adaptado de [1].	8
4.1. Sistema de 6 barras, elaboración propia.	31
4.2. Desempeño económico del modelo propuesto ante distintos niveles de incertidumbre.	33
4.3. Comparativa de la función objetivo promedio mediante simulaciones MC.	35
4.4. Tiempo de cómputo en función de la información del pasado.	37
4.5. Sistema de 6 barras, elaboración propia.	40
4.6. Sistema de 6 barras, elaboración propia.	40
4.7. Demanda, generación y escenarios de prueba, elaboración propia.	42
4.8. Respuesta de los generadores, elaboración propia.	43
4.9. Comportamiento de las líneas, elaboración propia.	45
4.10. Comportamiento de la función objetivo, elaboración propia.	46

Índice de tablas

4.1. Descripción de los modelo y experimentos a utilizar.	31
4.2. Máxima incertidumbre y costo relativo de la FO.	34

List of Algorithms

1. Monte Carlo para validación del modelo 39

Capítulo 1

Introducción

Cada año más energía renovable intermitente es integrada dentro de los sistemas eléctricos de potencia, haciendo que estos requieran una planeación y operación acorde a las nuevas fuentes de incertidumbre. A nivel del Despacho Económico (Unit Commitment) (*UC*), es importante considerar los efectos inherentes de estas fuentes; en todo sistema eléctrico debe garantizarse que en cualquier instante de tiempo la energía generada y consumida sean iguales, a fin de evitar oscilaciones de frecuencia y cambios no previstos en el punto de operación del sistema [2].

El *UC* es calculado mediante técnicas de optimización, dónde dos decisiones son tomadas para cada planta de energía conectada al sistema eléctrico. El primer conjunto de decisiones consisten en el *aquí y ahora*, que corresponde a determinar el estado operativo de las unidades que van a entregar potencia (encendida/apagada). En esta etapa se debe garantizar el cumplimiento de las restricciones temporales de cada planta (rampas, tiempos de arranque, tiempos de calentamiento/enfriamiento, entre otras). El segundo conjunto de decisiones corresponde a la etapa conocida como *espere y observe*, que es interpretada como la cantidad de energía que cada fuente va a inyectar al sistema, según la información disponible de la demanda.

Convencionalmente se han utilizado estrategias deterministas para resolver el problema del despacho económico de energía, donde la incertidumbre es tratada mediante estrategias como la asignación de reservas. En este caso, un grupo de unidades de generación, con margen de potencia para modificar su punto de operación, responden ante las posibles desviaciones, de generación intermitente y/o de demanda. Este tipo de estrategias se aplican a sistemas con una baja participación de generación solar y/o eólica. Sin embargo, suelen encarecer la operación del sistema. Además, ante escenarios de alta generación intermitente, las estrategias de reservas pueden ser insuficientes [3].

Una alternativa para abordar el despacho económico considerando la incertidumbre de la generación y la demanda, son los métodos estocásticos. En estos métodos se suele modelar, con un conjunto finito de escenarios, las fuentes de incertidumbre, donde cada uno de los escenarios tienen una probabilidad de ocurrencia asociada y se optimiza el valor esperado de la función objetivo. Una de las ventajas de la optimización estocástica es que, al considerar un conjunto de escenarios, los redespachos son menos frecuentes y el costo operativo se reduce, comparándolo contra la opción de un despacho determinista con reservas [4]. Sin embargo, para garantizar una correcta representación de la incertidumbre, se requiere de una gran cantidad de escenarios, los cuales no son triviales de estimar, y que a nivel computacional pueden volver al problema intratable, al aumentar la dimensión del mismo.

La optimización robusta considera un problema con incertidumbre para el cual se debe obtener una contraparte determinista, la solución obtenida se protege ante el peor de los posibles escenarios considerados sin importar la probabilidad de ocurrencia. Este tipo de optimización es un método relativamente nuevo comparado con los métodos deterministas y estocásticos, que se ha destacado como una opción para abordar problemas bajo incertidumbre. Con este método, se establece un conjunto de incertidumbre, dentro del cual se consideran las posibles desviaciones o realizaciones de las variables inciertas. Este método permite encontrar una solución considerando el peor escenario dentro del conjunto de incertidumbre establecido. La solución obtenida garantiza que cualquier realización futura, dentro del conjunto de incertidumbre, es factible y óptima para el peor escenario. Adicionalmente con este método, la dimensión del problema no depende del número de escenarios. Sin embargo, la formulación del modelo de optimización es más extensa, y generalmente el valor de la función objetivo es más costoso comparado con los métodos estocásticos [5].

Una variante de la optimización robusta incorpora decisiones afines ajustables mediante una regla lineal. En esta, se toman las decisiones de ajuste ante la incertidumbre, mediante un regla afín o regla lineal. Estas reglas, distribuyen los errores de pronósticos de las fuentes de incertidumbre, utilizando la información disponible hasta el momento. Esta estrategia logra reducir el valor de la función objetivo al compararla contra la optimización robusta convencional [6, 5].

El concepto de la Optimización Robusta Afín Ajustable (Affine Adjustable Robust Optimization) (*AARO*) fue introducido en [6], desde entonces ha sido aplicado a diversos problemas de optimización bajo incertidumbre. Pese a esto, se identifican pocas aplicaciones de este método o similares para el problema del despacho de económico [7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15]. Al analizar estos trabajos, se puede identificar que no se presentan los detalles suficientes para replicar y verificar los beneficios de este método. Por tanto, dentro de los objetivos de este trabajo, se pretende explicar detalladamente como realizar un modelo de *AARO* para el problema del despacho económico de energía, y como verificar la respuesta del modelo computacionalmente.

Los principales aportes de este trabajo son los siguientes:

- Se muestra cómo, a partir de un modelo determinista, se puede transformar a un modelo de optimización robusta afín ajustable utilizando un conjunto de incertidumbre tipo caja.
- Se diseñan conjuntos de incertidumbre para los errores de pronóstico de la generación renovable y la demanda.
- Se construye y se implementa un modelo robusto afín ajustable, para el problema del despacho económico, considerando las restricciones de las unidades de generación, los límites de transmisión y la seguridad del sistema ante la pérdida de un elemento de transmisión.
- Se hace una comparativa entre el problema determinista con información perfecta (conocida antes de la optimización) y la solución afín ajustable obtenida por el modelo propuesto.
- Se comprueba la factibilidad del modelo propuesto mediante simulaciones Montecarlo, para las variables con incertidumbre. Incluso para casos donde las variables se materializan por fuera del conjunto de incertidumbre.

El contenido del documento se organiza de la siguiente forma: En el capítulo 2 se da una contextualización del problema, seguida de una revisión bibliográfica de como se ha abordado la incertidumbre, terminando con el marco teórico, donde se explican los conceptos claves para el modelo propuesto en este trabajo. El capítulo 3 se plantea un modelo determinista para el *UC*, luego se definen los parámetros inciertos para el modelo y se hace transformación a un modelo robusto afín ajustable. Los experimentos numéricos, sus detalles y resultados son presentados en el capítulo 4. El capítulo 5 trata las conclusiones derivadas de este trabajo y plantea los retos a abordar en el futuro, finalmente, en el anexo A se presentan las deducciones utilizadas en el modelo afín ajustable.

Capítulo 2

Marco teórico y revisión bibliográfica

2.1. Contexto del problema

En la operación de los sistemas eléctricos a corto plazo, se utilizan rutinas de programación matemática que buscan minimizar el costo de dicha operación, al tiempo que cumple con criterios de seguridad y confiabilidad [16].

La presencia cada vez más significativa de las Fuentes de Energía Renovables Intermitentes (FREI) en los sistemas eléctricos ha hecho que se deban considerar nuevas estrategias para coordinar la operación del sistema. A nivel del *UC*, uno de los mayores retos para un Operador del Sistema (System operator) (*SO*) corresponde a la implementación de algoritmos capaces de considerar la incertidumbre de los recursos intermitentes y de las variaciones de la demanda.

Los *SO* de potencia utilizan herramientas de optimización para soportar la toma de decisiones operativas. A grandes rasgos, el problema del despacho económico de energía consiste en resolver el flujo de potencia óptimo considerando la red en varios intervalos de tiempo, típicamente las 24 horas del día. En este caso, los flujos de potencia por cada intervalo de tiempo son acoplados por los límites de rampa de subida y bajada de cada unidad, tiempos mínimos de encendido y apagado de cada unidad, número de horas que cada unidad lleva encendida o apagada, entre otras características operativas de las unidades. Además, es considerada la continuidad del servicio ante contingencias simples en las líneas de transmisión (N-1).

El problema del despacho económico de energía en su formulación rigurosa y completa se clasifica como un problema NP-hard [17]. Esto se debe en parte a la no linealidad y no convexidad

de las ecuaciones. Además, en sistemas de gran dimensión, el problema es computacionalmente intratable. Para poder resolver el problema, se han planteado simplificaciones lineales y otras técnicas para reducir su dimensión y complejidad [17]. Este tipo de problemas se suele resolver de forma determinista, mediante programación lineal entera mixta, donde las estimaciones de la energía y de la demanda se considera libres de incertidumbre, es decir, estas cantidades se suponen conocidas al momento de abordar el problema.

Los fenómenos de la vida real tienen comportamientos aleatorios o estocásticos, y los sistemas eléctricos no son la excepción. El comportamiento del pronóstico de la demanda de energía se ha caracterizado y estudiado ampliamente [18], y al día de hoy se sigue considerando una de las principales fuentes de incertidumbre en los sistemas eléctricos. Para resolver el *UC* considerando las desviaciones de las predicciones de las FREI y de la demanda, mediante modelos deterministas, se ha abordado típicamente mediante plantas que hacen de reservas. Sin embargo, estas estrategias dejan de ser eficientes en los sistemas de potencia modernos con una proporción considerable de FREI [4].

Uno de los principales desafíos para el *SO* es determinar el *UC* sin comprometer la confiabilidad y seguridad en la operación diaria; considerando la incertidumbre inherente de las FREI y la demanda. Es decir, que permita ajustar la operación del sistema de forma segura, ante los posibles desvíos de las estimaciones de los recursos energéticos y la demanda.

Los métodos de optimización modernos para el despacho económico deben ser flexibles y capaces de considerar los posible errores en los pronósticos. Estas desviaciones de pronóstico pueden implicar una alteración del punto de operación del sistema, siendo necesario un redespacho para alcanzar un nuevo punto de operación factible. Los métodos deterministas calculan la solución óptima, un punto de operación ubicado en la frontera de la región factible, donde un escenario no previsto puede llevar el sistema a una condición inestable, o a una región infactible. Para garantizar el balance de energía en el sistema, se debe hacer una corrección inmediata, llevándolo a un nuevo punto de operación, del cual no se puede asegurar nada sobre su nivel de optimalidad.

En la figura 2.1 se ilustra como puede cambiar la región factible, ahora delimitada por la línea discontinúa debido a una desviación no prevista de un recurso energético. El punto original de operación óptimo, en verde, ahora queda en la región infactible. En azul, se muestra la trayectoria del redespacho, buscando un nuevo punto de operación en la región factible. Finalmente, se muestra el nuevo punto de operación marcado en rojo, del cual no se puede garantizar la optimalidad.

Los métodos estocásticos ubican la solución óptima apartada de la frontera de la región factible, a diferencia de los métodos deterministas. Esto se hace para que la mayoría de los posibles nuevos puntos de operación, sigan siendo factible (ubicados dentro de la región factible). Pese a ello, es posible que la materialización de algún caso extremo, de baja probabilidad, pueda

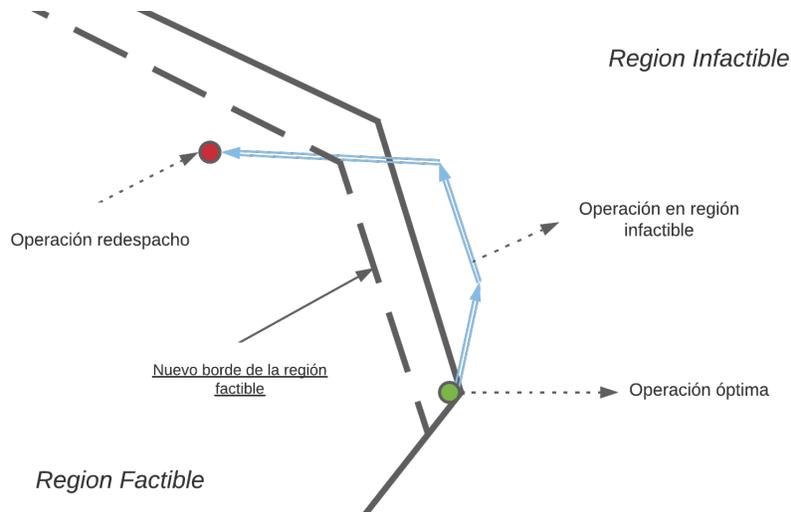


Figura 2.1: Movimiento del punto de operación ante redespacho.

dirigir el punto de operación del sistema a la región infactible, haciendo necesario el cálculo de redespachos.

La optimización robusta garantiza que para cualquier caso que se materialice, dentro del conjunto de incertidumbre considerado, el sistema podrá seguir operando con normalidad y sin necesidad de redespachos. El punto operativo obtenido por los métodos robustos, permite un ajuste siempre y cuando las variables aleatorias se encuentren dentro de la región factible utilizada para resolver el problema. En la figura 2.2 se da un ejemplo gráfico de estos conceptos.

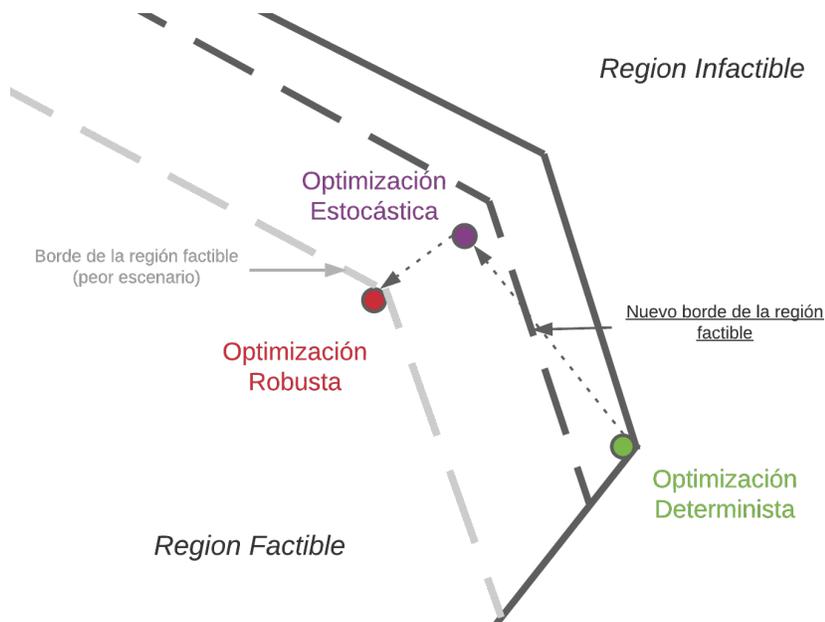


Figura 2.2: Punto de operación según el algoritmo de optimización.

La programación robusta es un método con buen desempeño para abordar problemas con incertidumbre [19]. El uso de los conjuntos de incertidumbre permite tener virtualmente infinitos escenarios para las variables aleatorias. Esto es posible al definir los conjuntos de incertidumbre mediante operaciones algebraicas, de esta forma se evita la necesidad de considerar grandes volúmenes de datos (escenarios), a diferencia de la programación estocástica.

En la programación robusta, la solución es obtenida considerando las condiciones más pesimistas según la forma del conjunto de incertidumbre, sin importar la probabilidad de ocurrencia de dichas variables. La robustez suele implicar un sobrecosto en la función objetivo (conservadurismo). Para mitigar este efecto, se han abordado diferentes métodos; varios autores han buscado mejorar el desempeño de la función objetivo al utilizar diferentes formas de los conjuntos de incertidumbre [20, 1].

A la hora de definir el conjunto de incertidumbre para el problema, se busca que este cubra o represente, la mayor parte, o la totalidad de los posibles escenarios o materializaciones de la variable incierta. Para este propósito, se pueden definir conjuntos simples como cajas o rombos, los cuales son fáciles de modelar y no significa un aumento considerable en la dimensión del modelo. También se pueden utilizar conjuntos más sofisticados, que buscan contener los posibles escenarios de una forma más acotada o con un conjunto de menor tamaño; de esta forma se reduce el conservadurismo y mejora el valor de la función objetivo a costa de un modelo de mayor dimensión o complejidad.

Sin embargo como se muestra en [1], suele haber una correlación inversa entre la complejidad del conjunto de incertidumbre y el tiempo de cómputo. Por tal motivo se deben estimar estos efectos a la hora de optar por un conjunto de incertidumbre simple u otro más sofisticado. El enfoque de este trabajo se centra en la aplicación de *AARO* para el despacho de energía; por lo cual, el análisis y las consideraciones para distintos conjuntos de incertidumbre quedan por fuera del alcance de esta investigación y será considerado en trabajos futuros.

En la figura 2.3 se muestran cuatro perímetros, cada uno denota un conjunto de incertidumbre; los puntos azules corresponden a las posibles materializaciones de la producción de dos recursos respecto a su pronóstico original.

Una rama de los métodos robustos es la Optimización Robusta Ajustable (Adjustable Robust Optimization) (*ARO*), donde algunas de las variables del tipo *espere y observe* pueden ajustarse luego de que se ha desvelado una parte de incertidumbre. Este concepto ha mostrado mejoras respecto a la formulación robusta clásica [21, 22, 5], pero requiere de un modelo matemático más detallado y sofisticado que proporciona soluciones ajustables y con un menor costo en su función objetivo a la vez que mantiene la estabilidad de la solución.

La *AARO* [6, 23] extiende el concepto de la *ARO* mediante políticas afines o reglas de decisión lineales considerando la información revelada hasta el momento de materializar una decisión

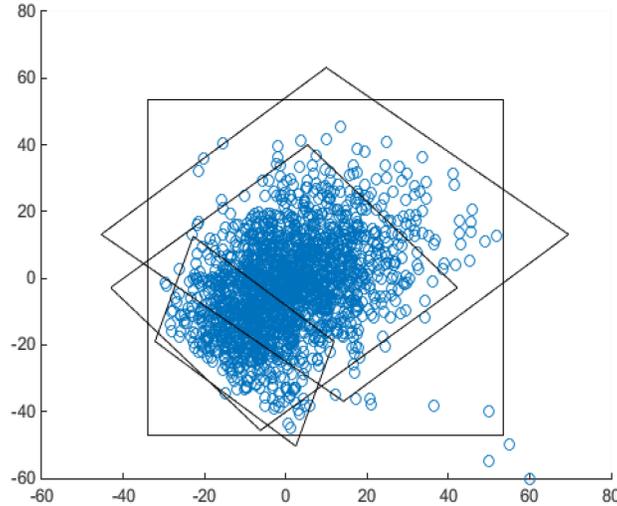


Figura 2.3: Distintos tipos de conjunto de incertidumbre, tomado y adaptado de [1].

efectivamente. Esta metodología distribuye el error entre las variables de control a partir de la información conocida (del pasado) y de las correlaciones implícitas entre las variables de incertidumbre. Este concepto permite obtener un mejor rendimiento en el valor de la función objetivo con respecto a la optimización robusta convencional y la ajustable [5]. La *AARO* permite obtener soluciones robustas ajustables como su nombre lo indica, además de reducir significativamente la carga computacional.

En este trabajo se presenta un modelo de optimización considerando incertidumbre en la demanda, las FREI, las restricciones operativas de las plantas y seguridad N-1, se muestra como a partir de una regla afín se puede encontrar la contraparte robusta afín ajustable (modelo *AARO*). Posterior a los procesos de optimización, se hace una comparativa del modelo propuesto con su equivalente robusto y determinista; se utilizan simulaciones de Montecarlo para validar y analizar el comportamiento del modelo ante distintas materializaciones las FREI y la demanda. Por último, se analiza el impacto en el desempeño del modelo ante la disponibilidad de la información desvelada del pasado.

En este capítulo se realizará un revisión de la literatura científica respecto a los esquemas de trabajo que se han utilizado para abordar el problema del *UC* bajo incertidumbre.

2.2. Estado del arte

El crecimiento e integración de las fuentes renovables en los sistemas eléctricos interconectados presenta ventajas ambientales, desafíos técnicos y otros fenómenos de interés para los *SO*. Uno de los principales desafíos técnicos para el *UC* implica considerar la incertidum-

bre de las FREI. A medida que estas fuentes de energía tengan una mayor proporción en los sistemas eléctricos, las estrategias deterministas actuales de gestión, serán ineficientes o inadecuadas para gestionar el sistema eléctrico y sus recursos energéticos.

Convencionalmente se han adoptado estrategias deterministas para considerar la incertidumbre en la operación de los sistemas eléctricos mediante el uso de reservas en el sistema. Dichas reservas garantizan la capacidad de respuesta del sistema ante desviaciones en sus pronósticos o eventos no esperados. Un enfoque alternativo es mediante la programación estocástica, la cual considera los comportamientos variables mediante funciones de distribución de probabilidades plasmadas en un conjunto finito de escenarios, que a su vez están ligados a una probabilidad de ocurrencia. En los sistemas eléctricos, los escenarios modelan el comportamiento de fuentes intermitentes como la generación eólica y la solar, aunque también puede considerar comportamientos inciertos de la demanda [24, 25]. Los problemas de optimización estocástica generalmente son más complejos, sofisticados y consumen más tiempo de cómputo que los problemas deterministas, que no consideran la incertidumbre. Esto se debe a que en la programación estocástica se consideran un conjunto de escenarios posibles en el proceso de optimización, a diferencia de los problemas deterministas, donde se considera un solo escenario en el proceso de optimización.

Aproximadamente desde el comienzo de este siglo, se encontraban aplicaciones interesantes de la optimización robusta [22, 5, 26], utilizada para dar solución a problemas con incertidumbre. En la optimización robusta, a diferencia de la estocástica, no es necesario conocer funciones de distribución de probabilidad, sino que basta con delimitar un conjunto de escenarios que capture el comportamiento de la incertidumbre. No obstante, presenta la desventaja de buscar el mejor desempeño ante el peor de los escenarios, esta característica garantiza robustez de la solución dentro del conjunto considerado. Sin embargo, el peor escenario no siempre es el más probable, por lo que la solución obtenida suele ser conservadora y presentar un alto costo en la función objetivo con respecto a soluciones estocásticas.

En las aplicaciones a sistemas eléctricos, el problema de *UC* suele tratarse diferenciando dos etapas. En la primera se toma las decisiones del *aquí y ahora*, luego se muestra parte del comportamiento incierto para tomar las decisiones del *espere y observe*. Este esquema de trabajo presenta ventajas en las formulaciones que consideran incertidumbre, mejorando los valores de la función objetivo [27].

Los modelos de dos etapas consideran primero las variables enteras del problema, para luego interactuar con las variables continuas del *UC*. En [28] se utiliza este principio aplicándolo a un modelo con incertidumbre de la generación eólica e implementa además restricciones sombrija, las cuales buscan acotar el casco convexo del problema de forma iterativa, a su vez se implementan restricciones de probabilidad para mitigar la incertidumbre.

En [29] se implementó una herramienta computacional para realizar un despacho estocástico,

donde los escenarios de generación eólica se crearon a partir de un modelo matemático de predicciones, alimentado por las mediciones de diferentes estaciones meteorológicas, posteriormente estos datos se usaron para generar nuevos escenarios mediante estrategias de memoria distribuida y computación en paralelo, los autores concluyen en la necesidad de trabajar en algoritmos de arquitectura paralela para trabajar en sistemas más grandes. Por otra parte, [24] considera la incertidumbre del viento con restricciones de probabilidad; además, incluyó la incertidumbre asociada a la carga dentro del modelo. Con el objetivo de reducir la carga computacional, implementó una estrategia de descomposición mediante el uso de operadores lagrangianos.

Una gran parte de las investigaciones y modelos actuales se fundamenta en el trabajo desarrollado por [30], quien estableció por primera vez en un modelo de optimización la salida de operación de las unidades de generación mediante un árbol de escenarios. Para reducir la carga computacional del modelo, se utilizó una descomposición lagrangiana. Posteriormente, este trabajo fue utilizado para modelar la incertidumbre de las fuentes intermitentes. Cabe destacar que a la fecha de la publicación, la incertidumbre de las fuentes renovables no tenían tanta relevancia, como se evidencia en [31]. En este último documento se analizan los diferentes avances de la optimización estocástica, se habla además de la optimización robusta, contrastando ambos paradigmas para problemas con incertidumbre de las fuentes solares y eólicas. También se habla de factores de seguridad, como las fallas simples y simultáneas de elementos de transmisión o generación.

Un modelo con restricciones vinculantes al riesgo del mercado es desarrollado y presentado en [32]. Para evaluar los escenarios del mercado se utilizó programación estocástica, donde el aporte destacado fue la implementación de una estrategia para reducir la cantidad de escenarios. Esta estrategia descarta los escenarios estadísticamente redundantes, y de esta forma, reduce la carga computacional. En [25] se define un modelo que evalúa los costos de confiabilidad en el sistema mediante árboles de escenarios. En este trabajo, se consideran varias fuentes de incertidumbre (demanda, generación eólica y solar), además se tienen en cuenta contingencias múltiples en generación y transmisión [33]. Desarrolla un despacho estocástico que considera una alta penetración de fuentes eólica, y además consideran contingencias en líneas y generadores; este modelo es resuelto a través de lagrangianos y paralelización.

En [34] se trabaja un modelo de despacho robusto uninodal, considerando las salidas simultáneas de múltiples elementos de generación, criterio N-K. Para ello se plantea un modelo binivel simplificado, permitiendo una rápida ejecución. En [19] se propone un modelo robusto con restricciones de red, a la vez que modela fuentes de incertidumbre como la carga y la generación eólica. Debido a la dimensión del modelo, se implementa el algoritmo de descomposición de Benders, para reducir los tiempos de cómputo.

Una estrategia robusta adaptativa es implementada y presentada en [35], donde los tiempos de cómputo son reducidos al considerar conjuntos de incertidumbre estáticos y un algoritmo de descomposición de Benders y técnicas de aproximación exterior; en el conjunto de incerti-

dumbre se tuvo en cuenta modelando la incertidumbre de fuentes eólicas y la respuesta en la demanda. Adicionalmente, se usan restricciones de transmisión y contingencias en unidades de generación. Finalmente, para acelerar aún más la convergencia, se implementa una descomposición por filas en conjunto con Benders. En [36] se utiliza también un modelo robusto para considerar la incertidumbre de la generación eólica, donde se busca contrarrestar las desventajas de la optimización robusta a través de almacenamiento hidráulico por bombeo.

En [37] se presentan y comparan dos modelos, un modelo robusto y uno por intervalos; en ambos se consideran los límites de transmisión de las líneas. Para reducir los tiempos de cómputo, se implementan varias estrategias: descomposición por filas, generación de columnas, restricciones sombrilla y descomposición de Benders. La formulación por escenarios presenta soluciones más estables, pero presenta grandes desventajas en el rendimiento de cómputo, las cuales se intentan mitigar mediante estrategias de descomposición. La optimización por intervalos requiere menos recurso computacional, sin embargo, las soluciones obtenidas son muy sensibles a la forma en como sea modelado el intervalo de incertidumbre.

Los autores de [38] crean un modelo híbrido estocástico-robusto que mitiga el conservadurismo de la optimización robusta y la carga computacional de los modelos estocásticos. Para ello se recurre a los conjuntos de incertidumbre buscando solidez de soluciones y, posteriormente, es utilizada una descomposición de Benders modificada para acelerar la convergencia del modelo. En [39] se presenta un modelo híbrido estocástico-intervalos con descomposición de Benders y paralelización, el objetivo es reducir los efectos adversos de ambos paradigmas; se evidencian mejores respuestas cuando la exigencias del sistema son mayores. Por último, en [40] se trabaja con un modelo mejorado que facilita la creación de escenarios de generación eólica, buscando así reducir la carga computacional del problema.

Uno de los pilares de la optimización robusta son los conjuntos de incertidumbre, los cuales permiten ignorar las distribuciones de probabilidad de los fenómenos inciertos. Sin embargo, este mismo aspecto es su punto débil, dado que en el proceso de optimización, la solución obtenida considera el peor de los casos, que no siempre es el más probable, por lo cual la solución puede ser más conservadora y costosa. En [41] se hace una descripción matemática de cómo generar los conjuntos de incertidumbre y su respectiva formulación.

En [42] se considera un despacho robusto utilizando conjuntos de incertidumbre y un alto porcentaje de participación de energía renovable intermitente. La carga computacional es reducida al implementar descomposición de Benders e ignorar el problema de la programación de unidades de generación. En [43] se utiliza el concepto de optimización robusta para trabajar con las fuentes eólicas y la respuesta de la demanda. Se menciona como la correcta modelación de los conjuntos de incertidumbre permite tener en cuenta las correlaciones espacio-temporales de la fuentes inciertas, reduciendo los escenarios poco probables, y por tanto el valor de la función objetivo.

La optimización robusta presenta resultados rápidos y protegidos ante las diferentes realizaciones de las fuentes de incertidumbre. No obstante, buscando reducir el excesivo conservadurismo, se han propuesto variantes de este paradigma; como es el caso de [27]. En este trabajo se presentan variaciones de los modelos robustos de dos etapas, que llegan a soluciones más económicas, menos conservativas y más estables.

Los autores de [44] implementan un modelo robusto con restricciones de transmisión. Los algoritmos de planos de corte y generación de columnas son utilizados como estrategias eficientes para acelerar la solución del problema. En [45] se modelan contingencias múltiples simultáneas tanto en generación como en transmisión a través de un conjunto discreto de escenarios de fallas; adicionalmente, considera la incertidumbre eólica. Para reducir o mitigar los costos de la robustez, se considera dentro el sistema, unidades de arranque rápido capaces de reaccionar a las desviaciones entre el modelo y la realidad.

En [26] se presenta un modelo robusto con variables ajustables, dependiente de los términos inciertos, aplicando computación distribuida y Benders para reducir el tiempo de cómputo. También se implementan reglas de decisión lineales, que modelan las variables inciertas en el conjunto de incertidumbre. En [22] se hace un análisis sistemático de varias metodologías robustas adaptativas, se consideran políticas afines simplificadas y algoritmos de descomposición como Benders y *column-and-constraint generation*, además de varias mejoras al modelo como cortes múltiples, modelos basados en dualidad y escenarios iniciales, se considera la incertidumbre de la generación solar y el pronóstico de demanda. Se observa que el modelo propuesto obtiene un buen rendimiento al considerar cada una las mejoras propuestas.

En [10] se presenta uno de los primeros trabajos que utilizan el método de *AARO*, para el problema del *UC*. En este trabajo se busca integrar este método a una estrategia de reserva rodante, a la vez que se considera elasticidad de la demanda; para este trabajo se utilizó un conjunto tipo caja. En [11] se utiliza un modelo afín ajustable mediante funciones lineales a tramos, considerando adicionalmente la red de calefacción, buscando con esto mejorar la eficiencia en la integración de las fuentes renovables; en este trabajo también se considera un conjunto de incertidumbre tipo caja.

2.3. Marco teórico

Para abordar el método de *AARO*, es necesario explicar primero el concepto de aritmética afín, luego se procederá a explicar de forma concreta los fundamentos del método *AARO* y se finalizará con un ejemplo de como se implementa en una restricción.

2.3.1. Aritmética afín

La aritmética afín es un método de cómputo autovalidado, que produce encerramientos/rangos garantizados para las cantidades calculadas, tomando en cuenta cualquier incertidumbre, tanto en los datos de entrada como en datos internos, como por ejemplo, errores de truncamiento. Los métodos autovalidados mantienen un seguimiento de la precisión de todas las cantidades que sean calculadas.

Este método busca atacar el problema de la dependencia ya que mantiene la información de las correlaciones de primer orden entre las cantidades de entrada, a diferencia de otros métodos autovalidados cómo la aritmética por intervalos, en que el problema de la dependencia es evidenciado.

Estas correlaciones posteriormente son explotadas mediante operaciones primitivas, con las que se obtiene intervalos estimados más angostos y mejores que los obtenidos por aritmética de intervalos estándar. En [46] se presentan los conceptos de la aritmética afín y se da más información al respecto.

En aritmética afín, una cantidad x es representada como se muestra en la ecuación 2.1, la cual es un polinomio de grado 1, de allí el nombre forma afín. La variable x_0 representa el valor central de la forma afín, o también es conocido como el valor más probable, mientras ϵ_n representa parámetros de valor desconocidos, pero restringidos al intervalo $[-1, 1]$ y que son independientes de otros parámetros de ruido. Por último, x_n se denominan desviaciones parciales las cuales están asociadas a los parámetros desconocidos.

$$\hat{x} = x_0 + x_1\epsilon_1 + \cdots + x_n\epsilon_n = x_0 + \sum_n x_x\epsilon_n \quad (2.1)$$

La regla afín provee fronteras internas para las cantidades, las cuales puede calcularse asumiendo la máxima desviación, definimos $r_x = |x_1| + \cdots + |x_n| = \sum_n |x_x|$ como la desviación total, por tanto el rango \hat{x} se expresa: $\hat{x} \in [x_0 - r_x, x_0 + r_x]$. Por ejemplo, para un dato incierto \hat{x} , del que solo sabemos que está en el intervalo $[a, b]$, podemos expresar a \hat{x} de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= x_0 + x_1\hat{\epsilon}_1 \\ \text{valor central } x_0 &= (b + a)/2 \\ \text{medio rango } x_1 &= (b - a)/2 \\ \epsilon_1 &\in [-1, +1] \end{aligned}$$

La expresión obtenida es una forma afín, es de la forma de la ecuación 2.1, y permite expresar todo el rango de realización de la variable \hat{x} .

2.3.2. Optimización robusta afín ajustable

Para hablar de optimización robusta afín ajustable, primero debe entenderse el concepto de la contraparte robusta de un problema de optimización incierta, para ello, puede referirse a [47], donde se describen estos conceptos. Hay tres supuestos aceptados para el tipo de problemas descritos:

1. Todas las variables representan decisiones del *aquí y ahora*, las cuales debe tomar un valor específico como resultado de resolver el problema antes de que la información sea dada a conocer.
2. Las restricciones del problema son fuertes, no se pueden tolerar violaciones de las restricciones, incluso las más pequeñas.
3. La información es incierta pero acotada. Podemos definir un conjunto de incertidumbre apropiado de los posibles valores de la información y hacernos responsables de las decisiones tomadas siempre y cuando, los valores estén dentro del conjunto de incertidumbre.

En muchos problemas de optimización el primer supuesto no se cumple totalmente, solo una parte de las decisiones son del tipo *aquí y ahora*, mientras las otras son decisiones que deben hacerse cuando la incertidumbre es parcial o totalmente desvelada. Estas decisiones pueden ajustarse a la correspondiente proporción de información ahora conocida; se les conoce como decisiones *espere y observe*. Este comportamiento es típico de problemas de toma de decisiones dinámica bajo incertidumbre, como por ejemplo, un problema de planeación de la producción bajo demanda incierta, donde una decisión del periodo t actual puede depender de los periodos pasados.

Una vez hecha claridad en los supuestos, se muestra a continuación el procedimiento de transformación utilizando un problema de *UC*, en el cual la demanda total del sistema en cada periodo de tiempo \hat{d}_t es incierta, pero en un intervalo conocido, delimitada por un conjunto de incertidumbre tipo caja, con valor central \bar{d} y desviación máxima y simétrica d^{max} , como se muestra en 2.2.

$$\hat{d}_t \in [\bar{d}_t - d_t^{max}, \bar{d}_t + d_t^{max}] \equiv \mathcal{U}^{box} \forall t \quad (2.2)$$

Definimos una política afín para la inyección de potencia de los generadores mediante la ecuación 2.3, dónde la potencia generada por cada generador j en cada periodo t , se expresa como un valor central de potencia $p_{j,t}^0$ y las correcciones $\gamma_{j,t,\tau}$ ante la demanda incierta d_τ . La potencia se expresa entonces como una función lineal de la demanda conocida hasta el momento.

En un sistema logístico o de reparto es típico que la información no se conozca en tiempo real, es decir, la información conocida se expresa como $\tau = \{t-1, t-2, \dots, t-k\} \equiv \tau \leq t-k$, donde k son los periodos de tiempo hasta que se despeja la incertidumbre de eventos pasados. Sin embargo, debido a la conservación de potencia, la energía generada en un periodo de tiempo debe ser consumida instantáneamente, por tanto, en los sistemas eléctricos es posible conocer los efectos de las desviaciones de pronósticos casi en tiempo real. Esta particularidad nos permite conocer en *tiempo real* los efectos de los fenómenos inciertos, por tanto definimos para problemas del *UC* la información conocida hasta el momento $\tau = \{1, 2, \dots, t\} \equiv \tau \leq t$.

Con esta regla afín definida, las nuevas variables de decisión son $p_{j,t}^0$ y $\gamma_{j,t,\tau}$, las cuales deben ser calculadas en lugar de $p_{j,t}$.

$$\bar{p}_{j,t} = p_{j,t}^0 + \sum_{\tau|\tau \leq t}^T \gamma_{j,t,\tau} d_\tau \quad \forall j, t, \quad d_t \in \mathcal{U}^{box} \quad (2.3)$$

La ecuación 2.3 en este momento puede tratarse como un problema de programación semi-infinita, los cuales en general son intratables. Para mitigar esto, como se indica en [48], se puede aprovechar de la regla de decisión establecida, y del conjunto de incertidumbre tipo caja para hacer la transformación que se muestra a continuación.

$$\begin{aligned} \sum_t^T \xi_t x_t \leq y, \quad \forall \xi_t \in [\bar{\xi} - \xi^{max}, \bar{\xi} + \xi^{max}] \\ \Downarrow \\ \sum_t^T \bar{\xi} x_t + \sum_t^T \xi^{max} |x_t| \leq y \end{aligned}$$

Nótese que la restricción se cumple para cualquier valor que pertenezca al conjunto de incertidumbre (consideración 3) y que para realizar esta equivalencia es necesario agregar una operación con valor absoluto, la cual debe ser transformada como una restricción lineal en la formulación de problema.

A continuación se muestra la transformación para una restricción de máximo recurso (ej: capacidad de un generador y desviación total de demanda incierta) a partir de la regla de decisión 2.3. Para consultar otras equivalencias ante otros conjuntos de incertidumbre remitirse a [5].

$$\begin{aligned}
p_{j,t}^0 + \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau} d_{\tau} &\leq p_j^{max} \quad \forall j, t, d_{\tau} \in \mathcal{U}^{box} \\
&\Downarrow \\
p_{j,t}^0 + \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau} \bar{d}_{\tau} + \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau} d_{\tau}^{max} &\leq p_j^{max} \quad \forall j, t \\
-\eta_{j,t,\tau} &\leq \gamma_{j,t,\tau} \leq \eta_{j,t,\tau} \quad \forall j \in J, t \in T, \tau \leq t
\end{aligned}$$

En caso de que la restricción fuera de un mínimo, el sumando asociado a los valores absolutos adquiere carácter negativo (condición pesimista), como se muestra a continuación.

$$\begin{aligned}
p_{j,t}^0 + \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau} d_{\tau} &\geq p_j^{min} \quad \forall i, j, t, d_{\tau} \in \mathcal{U}^{box} \\
&\Downarrow \\
p_{j,t}^0 + \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau} \bar{d}_{\tau} - \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau} d_{\tau}^{max} &\geq p_j^{min} \quad \forall i, j, t \\
-\eta_{j,t,\tau} &\leq \gamma_{j,t,\tau} \leq \eta_{j,t,\tau} \quad \forall j \in J, t \in T, \tau \leq t
\end{aligned}$$

Capítulo 3

AARC Model

En este capítulo se plantea primero el modelo determinista utilizado para el *UC*, posteriormente, utilizando los conceptos de la sección 2.3.2 se realizan las transformación a su contraparte robusta, y considerando un conjunto de incertidumbre tipo caja \mathcal{U}^{box} , se plantea el modelo *AARO* a utilizar.

3.1. Modelo determinista

En este modelo se plantea un *UC* buscando reducir los costos de operación, arranques y paradas, a la vez que se tiene en cuenta las restricciones de las unidades de generación. Parte de este modelo fue inspirado en el trabajo presentado en [49], se considerará la red en su operación normal y ante fallas simples (N-1). Las restricciones de red se modelarán mediante factores de distribución de potencia (PTDF, LODF) [2].

Finalmente, para este modelo se considera que las fuentes renovables y la demanda tienen pronósticos conocidos y no se desvían, es decir, el pronóstico es perfecto.

3.1.1. Índices

t : denota el periodo $t \in \mathcal{T}$

l : denota la línea $l \in \mathcal{L}$

i : denota la barra $i \in \mathcal{I}$

p : denota el generador solar $p \in \mathcal{P}$

q : denota el generador eólico $q \in \mathcal{Q}$

j : denota el generador hidro-térmico $j \in \mathcal{J}$

3.1.2. Conjuntos

\mathcal{T} : $\{t_1, t_2, t_3, \dots\}$

\mathcal{L} : $\{l_1, l_2, l_3, \dots\}$

\mathcal{I} : $\{i_1, i_2, i_3, \dots\}$

\mathcal{P} : $\{p_1, p_2, p_3, \dots\}$

\mathcal{Q} : Generadores eólicos $\{q_1, q_2, q_3, \dots\}$

\mathcal{J} : Generadores hidrotérmicos $\{j_1, j_2, j_3, \dots\}$

3.1.3. Notación

$.^{ht}$: Cantidad/variable relacionada con la generación convencional.

$.^w$: Cantidad/variable relacionada con la generación eólica.

$.^s$: Cantidad/variable relacionada con la generación solar.

$.^d$: Cantidad/variable relacionada con la demanda.

$\hat{\cdot}$: Incertidumbre del parámetro.

$\tilde{\cdot}$: Parámetro incierto.

$.^0$: Valor central.

$.^*$: Solución óptima.

$.^{max}$: Cantidad máxima.

η : Cantidad/variable auxiliar para linealizar el valor absoluto.

3.1.4. Parámetros

F_l^{max}	: Es el flujo máximo por línea l [MW].
$PTDF_{l,i}$: Es la matriz de coeficientes $PTDF$ [p.u.].
$LODF_{l,k}$: Es la matriz de coeficientes $LODF$ [p.u.].
$KPTDF_{l,i,k}$: Es la matriz de coeficientes $PTDF$ para la salida del K -ésimo elemento [p.u.].
$d_{i,t}$: Demanda en la barra i durante el periodo t [MW].
r_j^{up}	: Máxima rampa de subida del generador j [MW/h].
r_j^{down}	: Máxima rampa de bajada del generador j [MW/h].
$A_{j,i}^{ht}$: Indica si el generador hidro-térmico j está ubicado en la barra i .
$A_{q,i}^w$: Indica si el generador eólico q está ubicado en la barra i .
$A_{p,i}^s$: Indica si el generador solar p está ubicado en la barra i .
C_j^{fix}	: Costo fijo del generador j [\$].
C_j^{var}	: Costo variable del generador j [\$/MWh].
C_j^{arr}	: Costo de arranque del generador j [\$].
C_j^{par}	: Costo de parada del generador j [\$].
g_j^{down}	: Tiempo mínimo fuera de línea del generador j [h].
g_j^{up}	: Tiempo mínimo en línea del generador j [h].
$g_j^{down,init}$: Tiempo que el generador j ha estado apagado antes de $t = 0$ [h].
$g_j^{up,init}$: Tiempo que el generador j ha estado encendido antes de $t = 0$ [h].
g_j^{on-off}	: Estado inicial del generador j en $t=0$.
p_j^{ini}	: Potencia del generador j en el periodo $t=0$ [MW].
p_j^{max}	: Máxima potencia del generador j [MW].
p_j^{min}	: Potencia mínima del generador j [MW].
$p_{q,t}^w$: Pronóstico de generación eólica del generador q , en el periodo t .
$p_{p,t}^s$: Pronóstico de generación solar del generador p , en el periodo t .
$d_{s,t}$: Pronóstico de demanda de la barra s , en el periodo t .
$L_j^{down,min}$: Tiempo que el generador j debe permanecer apagado a partir de $t=1$ [h].
$L_j^{up,min}$: Tiempo que el generador j debe permanecer encendido a partir de $t=1$ [h].
$e_{q,t}^w$: Desviación de pronóstico del generador eólico q , en el periodo t [MW].
$e_{p,t}^s$: Desviación de pronóstico del generador eólico p , en el periodo t [MW].
$e_{i,t}^d$: Desviación de pronóstico de la demanda i , en el periodo t [MW].

3.1.5. Variables

- $p_{j,t}$: Potencial del generador j en el periodo t [MW].
 $x_{j,t}$: Variable de estado, 1 si el generador j está encendido en el periodo t .
 $y_{j,t}$: Variable de estado, 1 si el generador j está arrancando al inicio de periodo t .
 $z_{j,t}$: Variable de estado, 1 si el generador j está apagándose al inicio de periodo t .
 $P_{i,t}^{neta}$: Inyección de potencia en la barra i , en el periodo t [MW].
 $f_{l,t}$: Flujo de potencia en la línea l , en el periodo t [MW].
 $f_{l,k,t}$: Flujo de potencia de la línea l ante la contingencia k , en el periodo t [MW].
 λ : Cota superior del problema lineal del despacho [USD].
 $\gamma_{i,t,w,\tau}$: Ajuste del generador j en el periodo t para corregir la desviación de pronóstico del generador eólico w de los τ periodos pasados [p.u.].
 $\gamma_{i,t,p,\tau}$: Ajuste del generador j en el periodo t para corregir la desviación de pronóstico del generador solar s de los τ periodos pasados [p.u.].
 $\gamma_{i,t,\tau}$: Ajuste del generador j en el periodo t para corregir la desviación de pronóstico total de la demanda de los τ periodos pasados [p.u.].

3.1.6. Función objetivo y restricciones

- Función objetivo

Se busca la curva de costos de los generadores descrita de la forma $f(g) = C^{fix} + C \cdot g$, se consideran además los costos de arranque y parada. Para entendimiento del lector, se ha separado la parte de los costos asociada a variables enteras.

$$\min_{x,y,z,p} \sum_t^T \sum_j^J [C_j^{fix} x_{j,t} + C_j^{arr} y_{j,t} + C_j^{par} z_{j,t}] + \sum_t^T \sum_j^J C_j p_{j,t}. \quad (3.1)$$

- Restricciones enteras

En la ecuación 3.2 se separan las decisiones de arranque y parada, mientras en la ecuación 3.3 se establece que no deben suceder encendidos y apagados simultáneos.

$$y_{j,t} - z_{j,t} = x_{j,t} - x_{j,t-1} \quad \forall t \in T | t > 0, j \in J. \quad (3.2)$$

$$y_{j,t} + z_{j,t} \leq 1 \quad \forall t \in T, i \in I. \quad (3.3)$$

En la ecuación 3.4 se considera la restricción 3.2 ante las condiciones iniciales del problema ($t=0$). Al inicio del horizonte de planeación se deben respetar los tiempos mínimos en línea o fuera de línea, ecuación 3.5. Por su parte, las ecuaciones 3.6 y 3.7 son las restricciones de tiempos mínimos en línea y fuera de línea respectivamente.

$$y_{j,0} - z_{j,0} = x_{j,0} - g_j^{on-off} \quad \forall j \in J. \quad (3.4)$$

$$x_{i,t} = g_i^{on-off} \quad \forall i \in I, t \in L_i^{up,min} + L_i^{down,min}. \quad (3.5)$$

$$\sum_{tt=t-g_i^{up}+1}^t y_{i,tt} \leq x_{i,t} \quad \forall i \in I, \forall t \geq L_i^{up,min}. \quad (3.6)$$

$$\sum_{tt=t-g_i^{down}+1}^t z_{i,tt} \leq 1 - x_{i,t} \quad \forall i \in I, \forall t \geq L_i^{down,min}. \quad (3.7)$$

Dónde:

$$L_i^{up,min} = \min[T, (g_i^{up} - g_i^{up,init}) \cdot g_i^{on-off}].$$

$$L_i^{down,min} = \min[T, (g_i^{down} - g_i^{down,init}) \cdot (1 - g_i^{on-off})].$$

- Límites de generación

$$p_j^{min} x_{j,t} \leq p_{j,t} \leq p_j^{max} x_{j,t} \quad \forall j \in J, \forall t \in T. \quad (3.8)$$

- Rampas

$$-r_j^{down} \leq p_{j,t} - p_{j,t-1} \leq r_j^{up} \quad \forall i \in I, t \in T. \quad (3.9)$$

- Inyección de potencia por barra y periodo de tiempo

$$\sum_j p_{j,t} A_{j,i}^{ht} + \sum_p p_{p,t} A_{p,i}^s + \sum_q p_{q,t} A_{q,i}^w - \sum_i d_{i,t} = P_{i,t}^{neta} \quad \forall t \in T, \forall i \in I. \quad (3.10)$$

- Balance de potencia

$$\sum_i P_{i,t}^{neta} = 0 \quad \forall t \in T. \quad (3.11)$$

- Flujo de potencia y restricciones de límites de capacidad por línea

$$F_{l,t} = \sum_i P_{i,t}^{neta} PTDF_{l,i} \quad \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (3.12)$$

$$-F_l^{max} \leq F_{l,t} \leq F_l^{max} \quad \forall l \in L, \forall t \in T. \quad (3.13)$$

- Flujo en contingencias

$$F_{l,t,k} = F_{l,t} + LODF_{l,k}F_{k,t} \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (3.14)$$

$$-F_l^{max} \leq F_{l,t,k} \leq F_l^{max} \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (3.15)$$

Nótese que la ecuación 3.14 también puede expresarse como se muestra en la ecuación 3.16.

$$F_{l,t,k} = \sum_i^I KPTDF_{l,i,k}P_{i,t}^{neta} \quad \forall l \in L, \forall t \in T, \forall k \in K. \quad (3.16)$$

3.2. Regla de decisión lineal y transformación robusta

Para este modelo se asume que las cantidades inciertas tienen un pronóstico y una desviación (\hat{e}) asociada, la cual es incierta y se puede describir mediante un conjunto de incertidumbre tipo caja \mathcal{U}^{box} . La desviación es simétrica y centrada en el origen (ej: distribución normal o uniforme).

El teorema del límite central [50] muestra que de manera general para variables aleatorias e independientes con media conocida y desviación estándar no nula pero finita, su función de distribución se aproxima a una distribución normal; Con estos supuestos se puede simplificar el término asociado al valor central de la contraparte robusta afín ajustable.

$$\begin{aligned} \hat{p}_{p,t}^s &= p_{p,t}^s + \hat{e}_{p,t}^s \quad \forall p \in P, \forall t \in T. \\ \hat{p}_{p,t}^w &= p_{q,t}^w + \hat{e}_{q,t}^w \quad \forall q \in Q, \forall t \in T. \\ \hat{d}_{i,t} &= d_{i,t} + \hat{e}_{i,t}^d \quad \forall i \in I, \forall t \in T. \\ &\{ \hat{e}_{p,t}^s, \hat{e}_{q,t}^w, \hat{e}_{i,t}^d \} \in \mathcal{U}^{box}. \end{aligned}$$

La generación convencional (hidráulica + térmica) estará habilitada para hacer ajustes de generación a fin de corregir los errores, por tanto, en la ecuación 3.17 se expresa el valor de potencia de cada generador como una regla de decisión lineal dependiente de los errores de pronósticos de las fuentes de incertidumbre.

$$\hat{p}_{j,t} = p_{j,t}^0 + \sum_q^Q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \hat{e}_{q,\tau}^w + \sum_p^P \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s \hat{e}_{p,\tau}^s + \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d \sum_{ii}^I \hat{e}_{ii,\tau}^d$$

$$\forall j \in J, \forall t \in T, \{\hat{e}_{p,t}^s, \hat{e}_{q,t}^w, \hat{e}_{i,t}^d\} \in \mathcal{U}^{box}. \quad (3.17)$$

Con la política afín o regla de decisión lineal definida, se debe hacer la transformación a su contraparte robusta considerando el conjunto de incertidumbre utilizado y la política afín definida. El proceso de transformación es similar al mostrado al final de la sección 2.3.2. Sin pérdida de generalidad el proceso es el mismo, sin embargo, la complejidad para determinar los valores absolutos depende de la complejidad inicial de cada restricción.

3.3. Adaptación del modelo

Para la conversión del problema a su contraparte robusta afín ajustable, es necesario introducir nuevas variables y parámetros. Por simplicidad estos ya se introdujeron en las subsecciones 3.1.5 y 3.1.4 respectivamente.

En este modelo de *AARO* las ecuaciones del problema entero no dependen de los parámetros inciertos, por tanto no requieren la aplicación de la contraparte robusta afín ajustable. Por otro lado, las ecuaciones lineales están relacionadas con las fuentes de incertidumbre. Por consiguiente, el modelo resultante es el que se muestra a continuación. Solo se muestran las restricciones que cambiaron.

Con el objetivo de reducir el número de variables del modelo, se considera la potencia del generador de referencia, como la necesaria para garantizar el balance de potencia. De esta manera se expresa el valor de generación de referencia como se muestra en la siguiente ecuación.

$$p_{j \in ref,t} = \sum_i^I d_{i,t} - \sum_{j \notin ref}^J p_{j,t} - \sum_p^P p_{p,t}^s - \sum_q^Q p_{q,t}^w \quad \forall t \in T.$$

Esta discriminación implica que las restricciones van a tener un aumento en complejidad de escritura, por simplicidad asumiremos que la referencia consta de un solo generador. Las demostraciones de este modelo separando el generador de referencia se encuentran en el Apéndice A.

- Función objetivo

La función objetivo, ecuación 3.1, se representa ahora mediante la ecuación 3.18, el término λ denota la cota superior de la contraparte robusta para el problema lineal, ecuación 3.19.

$$\min_{x,y,z,\lambda,p^0,\gamma^d,\gamma^w,\gamma^s} \sum_t^T \sum_j^J [C_j^{fix} x_{j,t} + C_j^{arr} y_{j,t} + C_j^{par} z_{j,t}] + \lambda. \quad (3.18)$$

Sujeto a:

Restricciones: ecuaciones 3.2 a 3.7

$$\lambda \geq C^{gen} + \sum_q^Q \sum_{\tau \leq t} \eta_{q,\tau}^1 e_{q,\tau}^{max} + \sum_p^P \sum_{\tau \leq t} \eta_{p,\tau}^1 e_{p,\tau}^{max} + \sum_i^I \sum_{\tau \leq t} \eta_{i,\tau}^1 e_{i,\tau}^{max}. \quad (3.19)$$

$$C^{gen} = \sum_{j|j \notin ref}^J \sum_t^T (c_j^{var} - c_{j=ref}^{var}) p_{j,t}^0 + \sum_t^T c_{j|j \in ref}^{var} \left(\sum_i^I d_{i,t} - \sum_q^Q p_{q,t}^w - \sum_s^S p_{p,t}^s \right) \quad (3.20)$$

$$- \eta_{q,\tau}^1 \leq \sum_t^T \sum_j^J C_j \gamma_{j,t,q,\tau} \leq \eta_{q,\tau}^1 \quad \forall q \in Q, \tau \leq t. \quad (3.21)$$

$$- \eta_{p,\tau}^1 \leq \sum_t^T \sum_j^J C_j \gamma_{j,t,p,\tau} \leq \eta_{p,\tau}^1 \quad \forall p \in P, \tau \leq t. \quad (3.22)$$

$$- \eta_{\tau}^1 \leq \sum_t^T \sum_j^J C_j \gamma_{j,t,\tau} \leq \eta_{\tau}^1 \quad \forall \tau \leq t. \quad (3.23)$$

Dónde las restricciones, ecuaciones 3.21, 3.22 y 3.23, representan el costo pesimista asociado al valor absoluto de las desviaciones de error de las fuentes de incertidumbre, eólica, solar y demanda respectivamente.

- Límites de generación para generadores diferentes al de referencia

$$p_j^{min} x_{j,t} \leq p_{j,t}^0 - \sum_q^Q \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,q,\tau}^2 e_{q,\tau}^{max} - \sum_p^P \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,p,\tau}^2 e_{p,\tau}^{max} - \sum_i^I \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau}^2 e_{i,\tau}^{max} \quad \forall j|j \notin ref, \forall t \in T. \quad (3.24)$$

$$p_{j,t}^0 + \sum_q^Q \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,q,\tau}^2 e_{q,\tau}^{max} + \sum_p^P \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,p,\tau}^2 e_{p,\tau}^{max} + \sum_i^I \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau}^2 e_{i,\tau}^{max} \leq p_j^{max} x_{i,t} \quad \forall j|j \notin ref, \forall t \in T. \quad (3.25)$$

$$- \eta_{j,t,q,\tau}^2 \leq \gamma_{i,t,q,\tau} \leq \eta_{i,t,q,\tau}^2 \quad \forall j|j \notin ref, t \in T, q \in Q, \tau \leq t. \quad (3.26)$$

$$- \eta_{j,t,p,\tau}^2 \leq \gamma_{i,t,p,\tau} \leq \eta_{j,t,p,\tau}^2 \quad \forall j|j \notin ref, t \in T, p \in P, \tau \leq t. \quad (3.27)$$

$$- \eta_{j,t,\tau}^2 \leq \gamma_{j,t,\tau} \leq \eta_{j,t,\tau}^2 \quad \forall j|j \notin ref, t \in T, \tau \leq t. \quad (3.28)$$

La restricción 3.8 se debe expresar como dos desigualdades, su límite inferior, ecuación 3.24, y su límite superior, ecuación 3.25. Las restricciones, ecuaciones 3.26, 3.27 y 3.28, representan los ajustes pesimistas asociados al valor absoluto de las variables de ajuste ante las desviaciones de las fuentes de incertidumbre, eólica, solar y demanda respectivamente.

- Límites de generación para generador de referencia y balance de potencia

En este tipo de problema es inconveniente tener restricciones de igualdad [51]. En este sentido, es conveniente haber separado la generación, ya que las restricciones que se plantearon a continuación, permiten tanto mantener los límites de potencia del generador de referencia, como garantizar el balance de potencia en cada periodo de tiempo.

$$p_j^{min} x_{j,t} \leq \left(- \sum_{j|j \notin ref}^J p_{j,t}^0 + \sum_i^I d_{i,t} - \sum_q^Q p_{q,t}^w - \sum_s^S p_{p,t}^s \right) - \sum_q^Q \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,q,\tau}^2 e_{q,\tau}^{max} \\ - \sum_p^P \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,p,\tau}^2 e_{p,\tau}^{max} - \sum_i^I \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau}^2 e_{i,\tau}^{max} \forall j|j \in ref, \forall t \in T. \quad (3.29)$$

$$\left(- \sum_{j|j \notin ref}^J p_{j,t}^0 + \sum_i^I d_{i,t} - \sum_q^Q p_{q,t}^w - \sum_s^S p_{p,t}^s \right) + \sum_q^Q \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,q,\tau}^2 e_{q,\tau}^{max} \\ + \sum_p^P \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,p,\tau}^2 e_{p,\tau}^{max} + \sum_i^I \sum_{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau}^2 e_{i,\tau}^{max} \leq p_j^{max} x_{i,t} \forall j|j \in ref, \forall t \in T. \quad (3.30)$$

$$- \eta_{j,t,q,\tau}^2 \leq 1_{\tau=t} + \sum_{j|j \notin ref}^J \gamma_{i,t,q,\tau} \leq \eta_{i,t,q,\tau}^2 \quad \forall j|j \in ref, t \in T, q \in Q, \tau \leq t. \quad (3.31)$$

$$- \eta_{j,t,p,\tau}^2 \leq 1_{\tau=t} + \sum_{j|j \notin ref}^J \gamma_{i,t,p,\tau} \leq \eta_{j,t,p,\tau}^2 \quad \forall j|j \in ref, t \in T, p \in P, \tau \leq t. \quad (3.32)$$

$$- \eta_{j,t,\tau}^2 \leq 1_{\tau=t} - \sum_{j|j \notin ref}^J \gamma_{j,t,\tau} \leq \eta_{j,t,\tau}^2 \quad \forall j|j \in ref, t \in T, \tau \leq t. \quad (3.33)$$

- Rampas para los generadores distintos a la referencia

Las rampas del modelo determinista, ecuación 3.9, se formulan como se muestra en las ecuaciones 3.35 y 3.34, donde las restricciones, ecuaciones 3.36, 3.37 y 3.38, representan los ajustes pesimistas asociados al valor absoluto de las diferencias entre un periodo, para las variables de ajuste ante las desviaciones de las fuentes de incertidumbre, eólica, solar y demanda respectivamente. La expresión $1_{\tau \leq t-1}$ toma valor de 1 cuando se cumple la condición del subíndice, de lo contrario vale cero.

$$-r_j^{down} \leq p_{j,t}^0 - p_{j,t-1}^0 - \sum_q \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,q,\tau}^3 e_{q,\tau}^{max} - \sum_p \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,p,\tau}^3 e_{p,\tau}^{max} - \sum_i \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau}^3 e_{i,\tau}^{max} \quad \forall j|j \notin ref, t \in T. \quad (3.34)$$

$$p_{j,t}^0 - p_{j,t-1}^0 + \sum_q \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,q,\tau}^3 e_{q,\tau}^{max} + \sum_p \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,p,\tau}^3 e_{p,\tau}^{max} + \sum_i \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau}^3 e_{i,\tau}^{max} \leq r_j^{up} \quad \forall j|j \notin ref, t \in T. \quad (3.35)$$

$$-\eta_{j,t,q,\tau}^3 \leq \gamma_{j,t,q,\tau} - \gamma_{j,t-1,q,\tau} \cdot 1_{\tau \leq t-1} \leq \eta_{i,t,q,\tau}^3 \quad \forall j|j \notin ref, t \in T, q \in Q, \tau \leq t \quad (3.36)$$

$$-\eta_{j,t,p,\tau}^3 \leq \gamma_{j,t,p,\tau} - \gamma_{j,t-1,p,\tau} \cdot 1_{\tau \leq t-1} \leq \eta_{i,t,p,\tau}^3 \quad \forall j|j \notin ref, t \in T, p \in P, \tau \leq t \quad (3.37)$$

$$-\eta_{j,t,\tau}^3 \leq \gamma_{j,t,\tau} - \gamma_{j,t-1,\tau} \cdot 1_{\tau \leq t-1} \leq \eta_{i,t,\tau}^3 \quad \forall j|j \notin ref, t \in T, \tau \leq t \quad (3.38)$$

- Rampas para el generador de referencia

$$-r_j^{down} \leq r_t^{0,ref} - \sum_q \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,q,\tau}^3 e_{q,\tau}^{max} - \sum_p \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,p,\tau}^3 e_{p,\tau}^{max} - \sum_i \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau}^3 e_{i,\tau}^{max} \quad \forall j|j \in ref, t \in T. \quad (3.39)$$

$$r_t^{0,ref} + \sum_q \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,q,\tau}^3 e_{q,\tau}^{max} + \sum_p \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,p,\tau}^3 e_{p,\tau}^{max} + \sum_i \sum_{\tau}^{\tau \leq t} \eta_{j,t,\tau}^3 e_{i,\tau}^{max} \leq r_j^{up} \quad \forall j|j \in ref, t \in T. \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned}
r_t^{0,ref} = p_{j,t}^0 - p_{j,t-1}^0 = & \left(- \sum_{j|j \notin ref}^J p_{j,t}^0 + \sum_i^I d_{i,t} - \sum_q^Q p_{q,t}^w - \sum_s^S p_{p,t}^s \right) \\
& - \left(- \sum_{j|j \notin ref}^J p_{j,t-1}^0 + \sum_i^I d_{i,t-1} - \sum_q^Q p_{q,t-1}^w - \sum_s^S p_{p,t-1}^s \right) \quad \forall j|j \in ref, t \in T. \quad (3.41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
- \eta_{j,t,q,\tau}^3 \leq & \left((1_{\tau=t} - 1_{\tau=t-1}) + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,q,\tau} - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,q,\tau} 1_{\tau \leq t-1} \right) \leq \eta_{i,t,q,\tau}^3 \\
& \forall j|j \in ref, t \in T, q \in Q, \tau \leq t \quad (3.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
- \eta_{j,t,p,\tau}^3 \leq & \left((1_{\tau=t} - 1_{\tau=t-1}) + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,p,\tau} - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,p,\tau} 1_{\tau \leq t-1} \right) \leq \eta_{j,t,p,\tau}^3 \\
& \forall j|j \in ref, t \in T, p \in P, \tau \leq t \quad (3.43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
- \eta_{j,t,\tau}^3 \leq & \left((1_{\tau=t} - 1_{\tau=t-1}) - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,\tau} + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,\tau} 1_{\tau \leq t-1} \right) \leq \eta_{j,t,\tau}^3 \\
& \forall j|j \in ref, t \in T, \tau \leq t \quad (3.44)
\end{aligned}$$

- Flujo de potencia

Las restricciones para el flujo de potencia en condiciones normales, ecuación 3.13, se formulan para el modelo *AARO* mediante las restricciones 3.45 y 3.45, donde las restricciones 3.47, 3.48 y 3.49 representan los valores de desviación absolutos asociados a las correcciones por desviaciones de las fuentes con incertidumbre, eólica, solar y demanda, respectivamente, a la vez que se tiene en cuenta el cambio de flujo ante el cambio de inyección de potencia (factores PTDF).

Nótese que la PTDF tiene en cuenta el nodo donde se ubica la referencia, y como todo cambio de generación lo contrarresta la referencia, un cambio en la propia máquina genera un aporte de flujo de potencia equivalente a 0 MW. Por tanto, para estas restricciones no es necesario considerar por aparte la generación de la máquina de referencia.

$$\begin{aligned}
- F_l^{\max} \leq & \sum_i PTDF_{l,i} \cdot P_{i,t}^{neta} - \sum_q^Q \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,t,q,\tau}^5 e_{q,\tau}^{max} - \sum_p^P \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,t,p,\tau}^5 e_{p,\tau}^{max} \\
& - \sum_i^I \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,t,i,\tau}^5 e_{i,\tau}^{max} \quad \forall l \in L, t \in T \quad (3.45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_i PTDF_{l,i} \cdot P_{s,t}^{neta} + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,t,q,\tau}^5 e_{q,\tau}^{max} + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,t,p,\tau}^5 e_{p,\tau}^{max} \\
 + \sum_i \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,t,i,\tau}^5 e_{i,\tau}^{max} \leq F_l^{max} \quad \forall l \in L, t \in T \quad (3.46)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\eta_{l,t,q,\tau}^5 \leq \sum_i PTDF_{l,i} \left(\sum_j \gamma_{j,t,q,\tau} A_{j,i}^{j,i} + A_{q,i}^w 1_{\tau=t} \right) \leq \eta_{l,t,q,\tau}^5 \\
 \forall l \in L, t \in T, q \in Q, \tau \leq t \quad (3.47)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\eta_{l,t,p,\tau}^5 \leq \sum_i PTDF_{l,i} \left(\sum_j \gamma_{j,t,p,\tau} A_{j,i} + A_{p,i}^s 1_{\tau=t} \right) \leq \eta_{l,t,p,\tau}^5 \\
 \forall l \in L, t \in T, p \in P, \tau \leq t \quad (3.48)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\eta_{l,t,i,\tau}^5 \leq \sum_{ii} PTDF_{l,ii} \cdot \left(\sum_j \gamma_{j,t,\tau} A_{j,ii} - 1_{\tau=t \wedge ii=i} \right) \leq \eta_{l,t,i,\tau}^5 \\
 \forall l \in L, t \in T, s \in S, \tau \leq t \quad (3.49)
 \end{aligned}$$

- Flujo de potencia en contingencia

Las restricciones para el flujo de potencia en condiciones normales, ecuación 3.14, se formulan mediante las restricciones 3.50 y 3.51, donde las restricciones 3.52, 3.53 y 3.54 representan los valores de desviación absolutos asociados a las correcciones por desviaciones las fuentes con incertidumbre, eólica, solar y demanda respectivamente, a la vez que se tiene en cuenta el cambio de flujo ante el cambio de inyección de potencia ante contingencias.

Para estas restricciones se podría pensar en usar las sensibilidades LODF, sin embargo ellas aumentarían la complejidad de escritura del modelo, como alternativa se calculan varias PTDF con la diferencia de que en cada una de ellas se falla una línea (su impedancia tiende a infinito). Puede haber tantas de estas PTDF en fallas como líneas que puedan fallar.

$$\begin{aligned}
 -F_l^{max} \leq \sum_i KPTDF_{l,i,k} P_{i,t}^{neta} - \sum_q \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,k,t,q,\tau}^6 e_{q,\tau}^{max} \\
 - \sum_p \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,k,t,p,\tau}^6 e_{p,\tau}^{max} - \sum_i \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,k,t,w,\tau}^6 e_{i,\tau}^{max} \quad \forall l \in L, t \in T \quad (3.50)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_i^I KPTDF_{l,i,k} \cdot P_{i,t}^{neta} + \sum_q^Q \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,k,t,w,\tau}^6 e_{q,\tau}^{max} + \sum_p^P \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,k,t,p,\tau}^6 e_{p,\tau}^{max} \\
 + \sum_i^I \sum_{\tau \leq t} \eta_{l,k,t,i,\tau}^6 e_{i,\tau}^{max} \leq F_l^{max} \cdot TCF \quad \forall l \in L, k \in K, t \in T \quad (3.51)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\eta_{l,k,t,q,\tau}^6 \leq \sum_i^I KPTDF_{l,i,k} \left(\sum_j^J \gamma_{j,t,q,\tau} A_{j,i} + A_{q,i}^q 1_{\tau=t} \right) \leq \eta_{l,k,t,q,\tau}^6 \\
 \forall l \in L, k \in K, t \in T, q \in Q, \tau \leq t \quad (3.52)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\eta_{l,k,t,p,\tau}^6 \leq \sum_i^I KPTDF_{l,i,k} \left(\sum_j^J \gamma_{j,t,p,\tau} A_{j,i} + A_{p,i}^s 1_{\tau=t} \right) \leq \eta_{l,k,t,p,\tau}^5 \\
 \forall l \in L, k \in K, t \in T, p \in P, \tau \leq t \quad (3.53)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\eta_{l,k,t,i,\tau}^6 \leq \sum_{ii}^I KPTDF_{l,ii,k} \left(\sum_j^J \gamma_{j,t,\tau} A_{j,ii} - 1_{\tau=t \wedge ii=i} \right) \leq \eta_{l,k,t,i,\tau}^5 \\
 \forall l \in L, k \in K, t \in T, i \in I, \tau \leq t \quad (3.54)
 \end{aligned}$$

Capítulo 4

Experimentos numéricos, simulaciones y resultados

Los modelos propuestos se implementaron en GAMS 24.8.5 (General Algebraic Modeling System) utilizando como motor de cómputo CPLEX 12.6.1. Las ejecuciones fueron realizadas en un equipo con procesador Intel Xeon E5 2.40Ghz, de 48 núcleos. Para los experimentos se utilizó un sistema eléctrico de prueba de 6 barras, (Figura 4.1), donde se agregaron fuentes renovables intermitentes y se considera incertidumbre en la demanda.

Para el desarrollo de los experimentos, se consideró incertidumbre en todas las fuentes eólicas y solares, de igual forma todas las demandas también se consideran inciertas. Estas consideraciones hacen que el modelo sea computacionalmente exigente a nivel de recursos de cómputo. Para sistemas de mayor dimensión, se debe hacer una clasificación o subconjuntos de las cargas y las fuentes de energía con incertidumbre; también se debe determinar qué generadores estarán habilitados para hacer control afín ajustable sobre las desviaciones de pronóstico, ecuación 3.17.

4.1. Experimentos numéricos

Para evidenciar el desempeño y ventajas del modelo *AARO* propuesto, se realizan varios experimentos buscando comparar el desempeño del valor de la función objetivo con respecto al nivel de incertidumbre máximo que soporta el modelo. También se compara el desempeño del modelo propuesto contra un experimento determinista de información perfecta ante distintos niveles de incertidumbre.

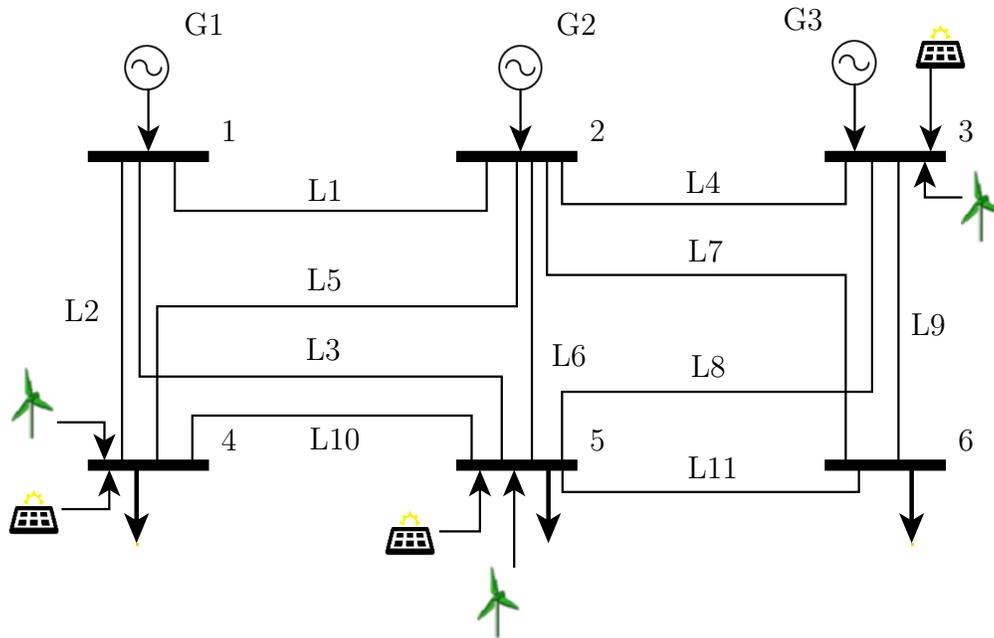


Figura 4.1: Sistema de 6 barras, elaboración propia.

En esta sección se presentan varios modelos y simulaciones, las principales características de estos se detallan en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Descripción de los modelo y experimentos a utilizar.

Nombre	Abrev.	Descripción
Determinista	-	Modelo determinista Se asumen las desviaciones conocidas
Determinista Pesimista	-	Modelo determinista Se asume el peor escenario
Información Perfecta	-	Conjunto de experimentos deterministas Información incierta conocida
Contraparte Robusta	RC	Contraparte robusta Problema con incertidumbre
Contraparte Robusta Afín Ajustable	AARO	Contraparte robusta ajustable Utiliza la regla afín Problema con incertidumbre

Para los modelos deterministas, las variables inciertas asociadas a las desviaciones de pronóstico se convierten en parámetros de entrada, se asumen conocidos. Por su parte, el modelo determinista pesimista considera el peor escenario posible dada una incertidumbre máxima.

En el modelo de información perfecta, se consideran varios modelos deterministas, para cada uno de ellos la desviaciones de pronóstico es conocida previamente, estos valores se determinan mediante distribuciones de probabilidad que respeten el conjunto de incertidumbre definido.

Para estos experimentos se hacen varias simulaciones y se toma el valor promedio del valor de la función objetivo de cada simulación.

El modelo de contraparte robusta es similar al modelo *AARO*, pero no considera la regla de decisión afín, se le puede considerar como el modelo clásico de optimización robusta del problema.

En regla afín se considera la no anticipatividad de decisiones, esto sumando a que la incertidumbre para el problema del *UC* se puede conocer de forma casi instantánea en los sistemas eléctricos de potencia, debido a los cambios en la frecuencia, es de interés realizar comparaciones del valor de la función objetivo y el tiempo de cómputo, ante variaciones de la cantidad de información del pasado que hace parte de la regla afín ajustable, para determinar que tipo de relación existe entre el desempeño del modelo y la información de pasado.

Por último, para verificar la factibilidad del problema, se realizan simulaciones de Monte Carlo, mediante la regla afín obtenida del proceso de optimización. Cada una de estas simulaciones se genera mediante una distribución de probabilidad que respeta el conjunto de incertidumbre ante distintos escenarios de incertidumbre máxima. Finalmente, como medida de desempeño, se considera el número total de restricciones violadas para cada escenario simulado.

4.2. Desempeño del modelo

Este experimento se hace con el fin de determinar en el sistema de prueba analizado cual es el nivel máximo de incertidumbre que soporta cada modelo antes de arrojar soluciones infactibles. Se consideran el modelo *AARO*, el modelo de contraparte robusta, el modelo determinista pesimista, y los resultados del experimento de información perfecta. Una vez obtenidos los resultados se compara el sobre costo de la solución con respecto al valor determinista sin incertidumbre y el máximo valor de incertidumbre que soportó cada modelo.

En los modelos robustos se busca una solución considerando el peor caso, por tanto para comparar resultados contra un modelo determinista, se modificará de forma que este también considere la peor condición posible (modelo determinista pesimista). Este caso corresponde a que los recursos inciertos de generación, entreguen menos potencia de la esperada y se desvíen al máximo, y a que la carga se desvíe incrementando, desviándose al máximo, este efecto combinado incrementa considerablemente el valor de la función objetivo.

Los errores máximos $e_{q,t}^{max}$, $e_{p,t}^{max}$, $e_{i,t}^{max}$, se determinan como una fracción del valor pronosticado o estimado, ecuación 2.2.

$$\begin{aligned}
 e_{q,t}^{max} &= \theta \cdot p_{q,t}^w & \forall q \in Q, t \in T. \\
 e_{p,t}^{max} &= \theta \cdot p_{p,t}^s & \forall p \in P, t \in T. \\
 e_{i,t}^{max} &= \theta \cdot d_{i,t} & \forall i \in I, t \in T.
 \end{aligned}$$

Cada uno de los modelos se resuelve variando θ , desde el 0 % hasta el 100 % del valor pronosticado, en pasos de 1 %, y se registran los valores de la función objetivo obtenidos. Una vez el modelo arroja una solución infactible, se detienen los cálculos para dicho modelo.

Para el problema de información perfecta, una vez determinado el nivel máximo que soportan los modelos, se decide realizar simulaciones desde el 0 % hasta el 42 %. En cada uno de estos experimentos se consideran 300 escenarios aleatorios entre $\pm \alpha$, y se registra el valor promedio de la función objetivo.

Los resultados obtenidos de los modelos y experimentos descritos se pueden observar en la figura 4.2, donde se presenta en el eje vertical el valor de la función objetivo obtenida con respecto al valor del problema determinista sin desviaciones y en el eje horizontal la máxima incertidumbre considerada α .

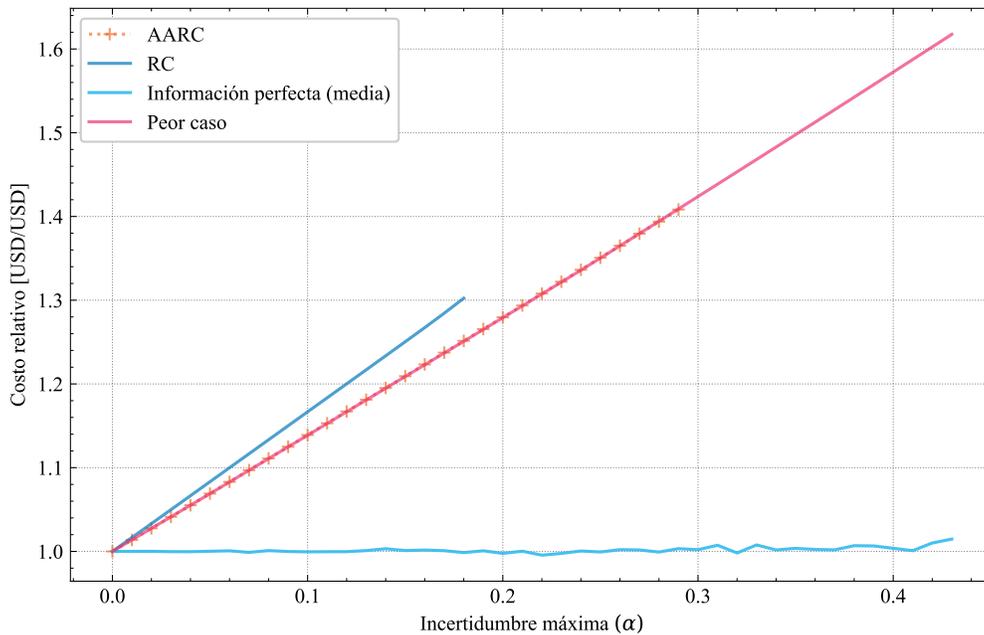


Figura 4.2: Desempeño económico del modelo propuesto ante distintos niveles de incertidumbre.

Tal como se observa en la figura 4.2 el modelo de contraparte robusta, en azul oscuro, es el más costoso entre los propuestos. Éste soporta una incertidumbre máxima del 18 %, para la

cual se tiene el sobre costo del 30 %, respecto a la solución determinista sin incertidumbre. Mientras que para este mismo nivel de incertidumbre, el modelo *AARO* propuesta presenta un sobre costo equivalente al 26 %, teniendo por tanto un menor sobre costo asociado para el mismo valor de α . En la tabla 4.2 se detalla la cantidad máxima de incertidumbre soportada por cada uno de los experimentos y su valor de función objetivo para dicho valor de incertidumbre.

Tabla 4.2: Máxima incertidumbre y costo relativo de la FO.

	AARC	RC	Peor Caso	Información Perfecta
Error Máximo	29 %	18 %	44 %	-
Costo relativo	1.408	1.302	1.618	-

El modelo *AARO* (línea punteada naranja) logra superar el sobreconservadurismo del modelo de contraparte robusta, las soluciones obtenidas son más económicas y soportan un mayor rango de incertidumbre, hasta un 29 %, para dicho valor el sobre costo es del 40 %. Adicionalmente, para el sistema propuesto, las soluciones obtenidas logran acercarse a las soluciones obtenidas en el modelo determinista pesimista (peor caso).

El modelo determinista pesimista conoce de entrada el valor de la incertidumbre, por lo que su rango máximo de incertidumbre es mayor que el de los dos modelos robustos, alcanzó un valor máximo de α del 42 %, con un sobre costo asociado del 62 %.

El modelo *AARO* propuesto, logra igualarse en costos al modelo determinista pesimista (línea roja), evidenciando así como este puede mitigar el sobreconservadurismo propio de los modelos robustos clásicos. Sin embargo, dado que el modelo presentado debe considerar la incertidumbre de las variables, el valor máximo de α soportado por el modelo es inferior al del modelo determinista pesimista.

Por último, en los resultados del problema de información perfecta (línea azul claro) se observa que tiene un tendencia a mantenerse en un valor de función objetivo sin sobre costos, esto se debe a que se considera que tanto el error como el conjunto de incertidumbre se definieron como simétricos centrados en cero, y a que los errores de pronóstico se generó mediante una distribución uniforme, lo cual hace que las desviaciones de pronóstico se vayan corrigiendo entre ellas mismas.

4.3. Desempeño del modelo AARO y del problema de información perfecta

Cómo resultado del proceso de optimización, el modelo *AARO* entrega los valores γ de la regla afín, los cuales determinan como ajustar la generación acorde a como se vayan materializando los errores de pronóstico; por tanto, el valor de la función objetivo durante la operación en tiempo real cambiará acorde al escenario que se presente. A menores desviaciones menor será el costo de operación. Sin embargo, en ningún caso mientras las desviaciones se encuentren dentro del conjunto de incertidumbre usado en el modelo, el costo de la operación del sistema será mayor al obtenido como resultado de la optimización.

Para comprobar el desempeño económico del modelo *AARO* con respecto al problema de información perfecta, se creó un conjunto de escenarios, donde cada escenario contiene las variables inciertas obtenidas con una distribución uniforme centrada en cero. Luego para cada escenario se evaluó el valor de la función objetivo. En ambos modelos, los datos de entrada utilizados, son los mismos conjuntos de escenarios generados.

El modelo de información perfecta, es un modelo determinista que utiliza los escenarios descritos previamente. Mientras que para el modelo *AARO*, se toman los valores optimizados de γ y los valores de las variables inciertas (generados aleatoriamente) para evaluar la regla afín ajustable, y obtener el valor de la función objetivo ante dicho escenario.

En la figura 4.3 se muestra el valor de la función objetivo para los experimentos descritos.

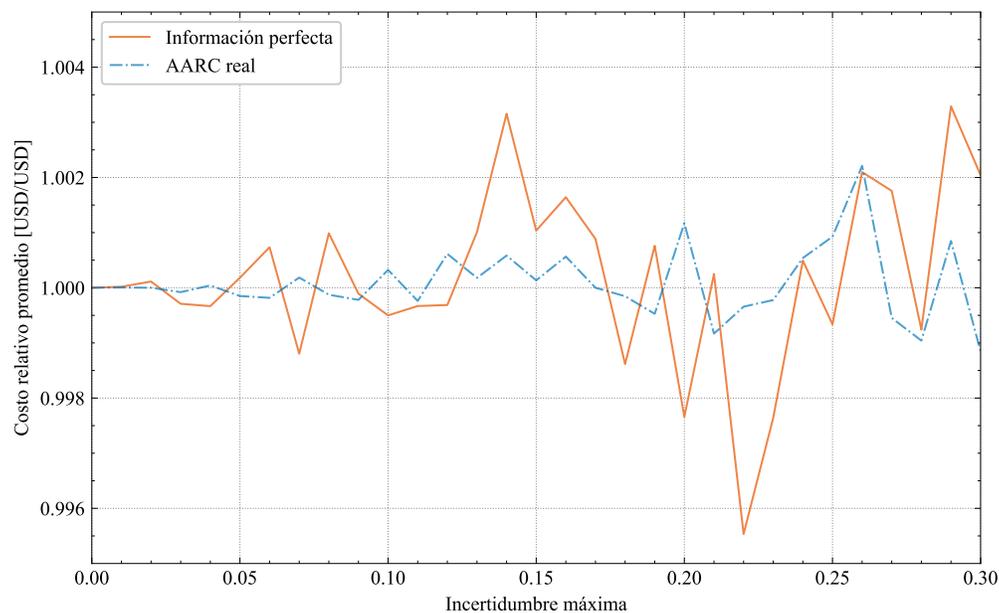


Figura 4.3: Comparativa de la función objetivo promedio mediante simulaciones MC.

Tanto el problema de información perfecta (línea naranja), como para la evaluación de la regla afín lineal (línea azul), se presentan valores de función objetivo cercanos al valor de UC determinístico sin desviaciones de pronóstico ($\alpha = 0$), es decir, el valor de sobrecosto asociado es pequeño ($\leq 0,05\%$). Por su parte, en el modelo de información perfecta, los costos relativos de la función objetivo varían más que los obtenidos al evaluar la regla afín. Adicionalmente el valor de la función objetivo obtenido al evaluar la regla afín del modelo *AARO*, presenta soluciones, en promedio, más estables con los escenarios utilizados; es decir, sin cambios bruscos y que varían menos.

Aunque los resultados del modelo afín ajustable tienen sobrecostos asociados altos, debido a que el modelo es resuelto ante el peor caso, se puede apreciar que con el comportamiento aleatorio del error considerado, el valor real de la función objetivo cambia poco ante desviaciones de pronóstico pequeñas y que el sobrecosto real de la operación tiende a ser nulo; es decir, la regla afín permite al sistema adaptarse acorde al escenario materializado, sin presentar sobrecostos significativos. Para el caso de estudio mostrado, se tiene inclusive que en varias de las simulaciones el costo obtenido por *AARO* es menor.

4.4. Dependencia de la información del pasado

Dado que las correcciones a los errores de pronóstico se hacen de manera quasi-instantánea, en principio no queda error acumulado para ser corregido posteriormente. Con este experimento se pretende valorar el desempeño del tiempo de cómputo en función de la cantidad de información de los errores del pasado a considerar en la regla afín.

Para lograr el objetivo de esta sección se agrega a la regla de decisión lineal, ecuación 3.17, una restricción adicional a la de no anticipatividad, con la cual se busca limitar la cantidad información del pasado (periodos pasados) a utilizar en la regla afín, como se muestra a continuación.

$$\begin{array}{c} \tau \leq t \\ \downarrow \\ \tau \leq t \wedge t - n \leq \tau \quad n \in 1, 2, \dots, 24. \end{array}$$

La expresión original $\tau \leq t$ solo considera la no anticipatividad, mientras el segundo término $t - n \leq \tau$, restringe la cantidad de información del pasado a considerar, donde n es la cantidad de periodos del pasado a tener en cuenta. Para estos experimentos se registran, el valor de

la función objetivo y el tiempo de cómputo requerido para obtener la solución. El gap de entrada es del 0%, y se considera una incertidumbre máxima del 30%.

A mayor cantidad de información del pasado considerada, mayor será el tamaño del modelo y también será mayor el tiempo de cómputo necesario para obtener una solución. En la Figura 4.4 se puede observar el comportamiento descrito (línea púrpura). Es interesante destacar como el valor de la función objetivo no se ve alterado por la cantidad del información del pasado considerada.

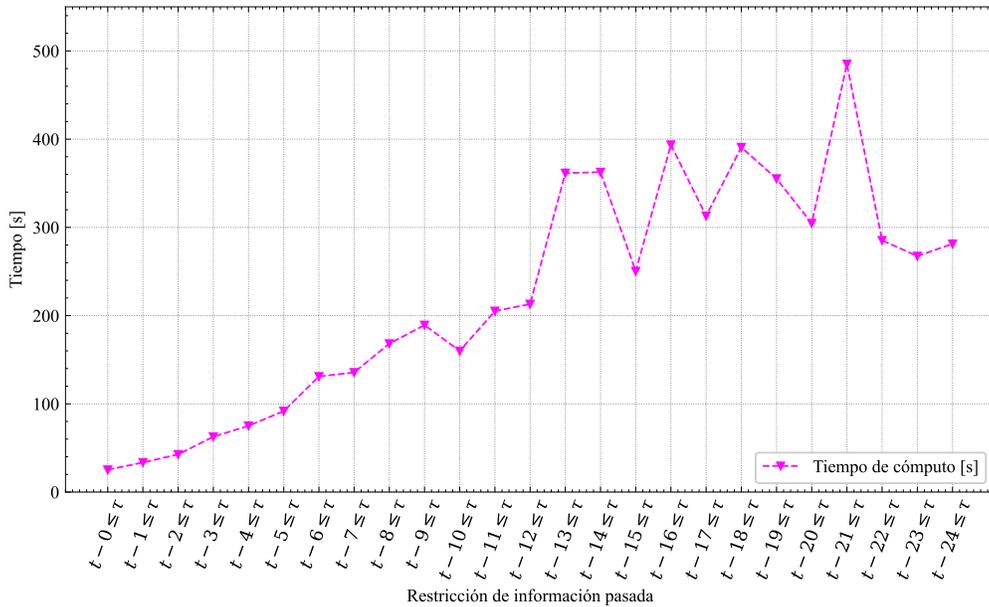


Figura 4.4: Tiempo de cómputo en función de la información del pasado.

La no correlación entre valor del tiempo de cómputo y el valor de la función objetivo, soporta la idea de que para el problema del *UC*, se pueden conocer quasi-instantáneamente las desviaciones de pronóstico, por tanto, las correcciones también deben realizarse al instante y no queda error acumulado para corregirse posteriormente. Esta particularidad no aplica por ejemplo a problemas logísticos o de transporte dónde las desviaciones de pronóstico se conocen muchas horas después.

El resultado de menor tiempo, que corresponde a $t - 0 \leq \tau$, es equivalente a considerar únicamente la información presente, el tiempo de cómputo utilizado es de 25 segundos, mientras que el tiempo de cómputo más alto se obtiene para $t - 21 \leq \tau$ con un valor de 485 segundos, es decir un incremento de hasta el 1940%.

Al observar los resultados, se concluye que se puede restringir la cantidad de información del pasado considerada sin sacrificar el desempeño de la función objetivo y dado que las desviaciones de pronóstico se conocen casi en tiempo real, se puede trabajar solo con la información presente, dado que no se dejan errores por compensar para periodos futuros.

Si bien para el problema particular del *UC* se puede restringir fuertemente la cantidad de información del pasado a utilizar, es necesario tener en cuenta que la aritmética afín es capaz de explotar otras correlaciones internas entre las fuentes de incertidumbre [46]; estas correlaciones internas tienen información que puede ser de utilidad pero no se profundizan en esta investigación.

4.4.1. Simulaciones Monte Carlo

De la teoría utilizada para la transformación de este modelo *AARO*, se puede intuir que el modelo debe ser factible para todo valor de materialización inferior al error máximo considerado en el modelo. Para verificar esta afirmación se realizan una serie de simulaciones de Monte Carlo, para las cuales se utiliza la solución del modelo ante un error máximo de pronóstico del 30%.

Para estas simulaciones se evaluaron en total 60 conjuntos de incertidumbre, cada uno encargado de evaluar diferentes niveles de incertidumbre. Estos 60 conjuntos, tienen la misma estructura geométrica, pero cada uno de ellos tiene un volumen diferente y mayor al anterior, es decir se expone a un mayor nivel de incertidumbre.

La región explorada va desde el 0% hasta el 60%, es decir, hasta el doble del error máximo utilizado en la optimización. Para cada grupo de simulaciones se registra el total de restricciones violadas ante cada escenario de prueba. El algoritmo 1 muestra el proceso de validación

mediante simulaciones de Monte Carlo, este código fue implementado en GAMS.

Algorithm 1: Monte Carlo para validación del modelo

```

1  Inicializar;
2  escenarios = s1, ..., s100;
3  MC = mc1, ..., mc300;
4  registroescenarios,MC = 0;
5   $\theta = 0.3$ ;
6  Resolver modelo AARO;
7  Minimizar 3.18, s.t.: Ecuaciones 3.2 - 3.7, 3.19 - 3.54;
8  for  $sc \in \text{escenario}$  do
9       $\alpha = 2\theta \frac{sc}{100}$ ;
10     for  $mc \in MC$  do
11          $e_{q,t}^{max} = \text{uniforme}(-1, 1) \alpha p_{q,t}^w$ ;
12          $e_{p,t}^{max} = \text{uniforme}(-1, 1) \alpha p_{p,t}^s$ ;
13          $e_{i,t}^{max} = \text{uniforme}(-1, 1) \alpha d_{i,t}$ ;
14         Determinar la generación  $P_{j,t}^*$  en función de los factores  $\gamma$ 
15             obtenidos de la optimización 3.17;
16         Validar las restricciones con la generación  $P_{j,t}^*$ ;
17         Por cada restricción violada:
18              $\text{registro}_{sc,mc} = \text{registro}_{sc,mc} + 1$ ;
19     end
20 end
21 Retornar  $\sum_{mc}^{MC} \text{registro}_{sc,mc}$ ;

```

En los pasos 1 a 5 se inicializan los conjuntos de escenarios y simulaciones de Monte Carlo, el parámetro para registrar las restricciones violadas y el error máximo a utilizar en el modelo de optimización. En el paso 6 se resuelve el modelo *AARO*. En el paso 8 se itera sobre el total los escenarios y se calcula el error máximo en el que se puede materializar las variables inciertas para cada escenario; se explora hasta el doble de la máxima incertidumbre considerada.

En los pasos 10 al 17 se genera un error de pronóstico uniforme entre $\pm\alpha$ veces el pronóstico de las variables inciertas. La división entre cien en el paso 9, corresponde al tamaño del conjunto de *escenarios*. Para cada escenario se determina la nueva potencia entregada por las máquinas (paso 14), en función de los factores γ de la regla afín 3.17 y de los errores de pronósticos (pasos 11 a 13). Con la nueva generación de las máquinas ($P_{j,t}^*$), se validan, una por una, todas las restricciones (límites de potencia de las máquinas, rampas, flujos, balance de potencia). Por cada restricción insatisfecha, se incrementa el contador *registro* en 1, para el escenario y simulación de Monte Carlo actual. Finalmente en el paso 21 se entrega el total de restricciones violadas por simulación.

Como resultado del proceso del algoritmo descrito se obtiene la Figura 4.5; dónde se observa que para valores inferiores al valor máximo de incertidumbre usada en el modelo (30 %), no se registran restricciones incumplidas, y a medida que se incrementa el valor de la incertidumbre para los escenarios, se incrementa la cantidad de restricciones violadas.

Para valores superiores a la incertidumbre del 30 %, pero cercanos a este valor (i.e. 31 %, 32 %, ...), el número total de restricciones violadas es bajo, y crece suavemente a medida que se aumenta el nivel de incertidumbre. Adicionalmente, se puede observar que sin importar la cantidad de información del pasado considerada, el modelo es factible para todo valor inferior al de la máxima incertidumbre utilizada en la solución del modelo *ARO*.

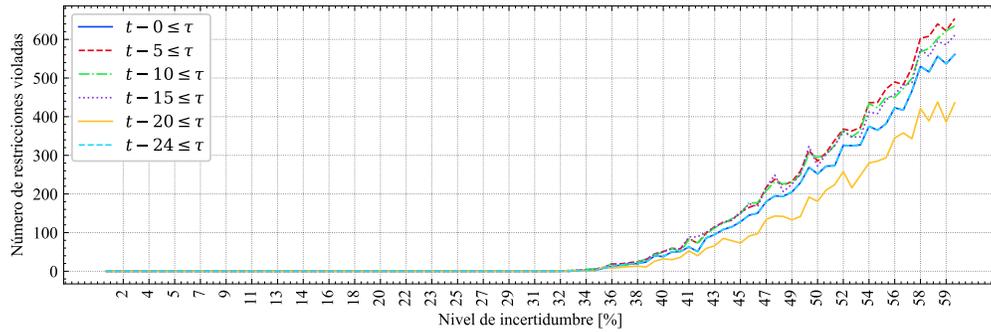


Figura 4.5: Sistema de 6 barras, elaboración propia.

En la Figura 4.6 se hace un acercamiento al valor de incertidumbre máxima utilizada en la solución del modelo, donde se observa que para algunos de los escenarios las simulaciones siguen siendo completamente factibles; en este sentido el modelo *ARO* es más estable incluso para pequeñas excursiones del error, por encima de valor ajustado en el modelo; sin embargo, cabe resaltar que el modelo solo garantizan resultados para incertidumbres por debajo del valor máxima considerado, en este caso del 30 %.

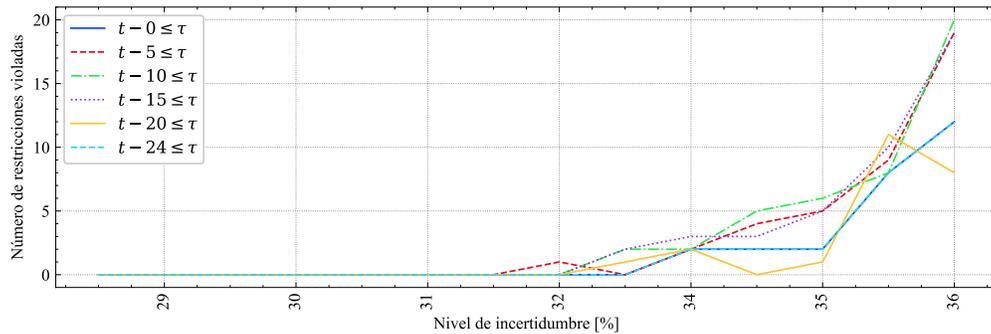


Figura 4.6: Sistema de 6 barras, elaboración propia.

4.5. Respuesta del modelo ante la incertidumbre

Buscando mostrar de forma práctica la respuesta de los generadores, se creó un conjunto de escenarios con incertidumbre máxima de 5% dónde se busca poner a prueba la respuesta del modelo ante materializaciones de desviaciones de las fuentes de incertidumbre. En esta sección, los cambios positivos en los escenarios, se interpretan como un incremento de la demanda y un decremento de las fuentes solares y eólicas; por tanto, un cambio negativo sería lo contrario, un decremento de la demanda y un incremento de las fuentes solares y eólicas. Adicionalmente se asumen que todas las fuentes de incertidumbre se desvían en el mismo porcentaje ($\pm 5\%$). Finalmente, para todos los escenarios, se consideró que en los periodos 7, 11, y 19 ocurre una contingencia N-1 en transmisión, correspondiente a las líneas L1, L5 y L8 respectivamente.

En la figura 4.7, se muestra para cada periodo de tiempo un valor de pronóstico (línea negra y continua), y la siguiente información por filas, de arriba a abajo:

- Curva de pronóstico de demanda y su comportamiento ante los escenarios propuesto.
- Curva de pronóstico de generación solar y su comportamiento ante los escenarios propuesto.
- Curva de pronóstico eólico y su comportamiento ante los escenarios propuesto.
- Escenarios de desviación propuestos, cambios positivos y negativos, tal como se explico previamente.

En la cuarta fila de la figura 4.7, se muestran tres escenarios. El escenario de color morado y línea punteada con círculos, se denomina de “Alto estrés” para el sistema, ya que se consideran cambios grandes de desviación de los pronósticos entre periodos. En algunos casos se materializa el 95% del valor pronosticado para un periodo, y para el siguiente periodo, valores del 105%. Es decir, un cambio entre periodos del 10%; estas desviaciones ocurren en los periodos de mayores y menores demandas.

Un segundo escenario, de color azul y línea a trazos con triángulos, denominado “Caída”. En este se plantea una operación, dónde para todo el día se estaba observando un desvío equivalente al 105% de la demanda, pero en los periodos de mayor demanda se observa una caída súbita al 95% de la demanda. El último escenario, denominado “Elevación”, de color amarillo y línea punteada con cuadrados, considera que durante gran parte del día se contaba con una desviación equivalente al 95% de la demanda, y en los periodos de menor demanda, incrementa a un valor equivalente al 105% del valor de demanda pronosticada.

Curvas con escenario de 5% de desviación

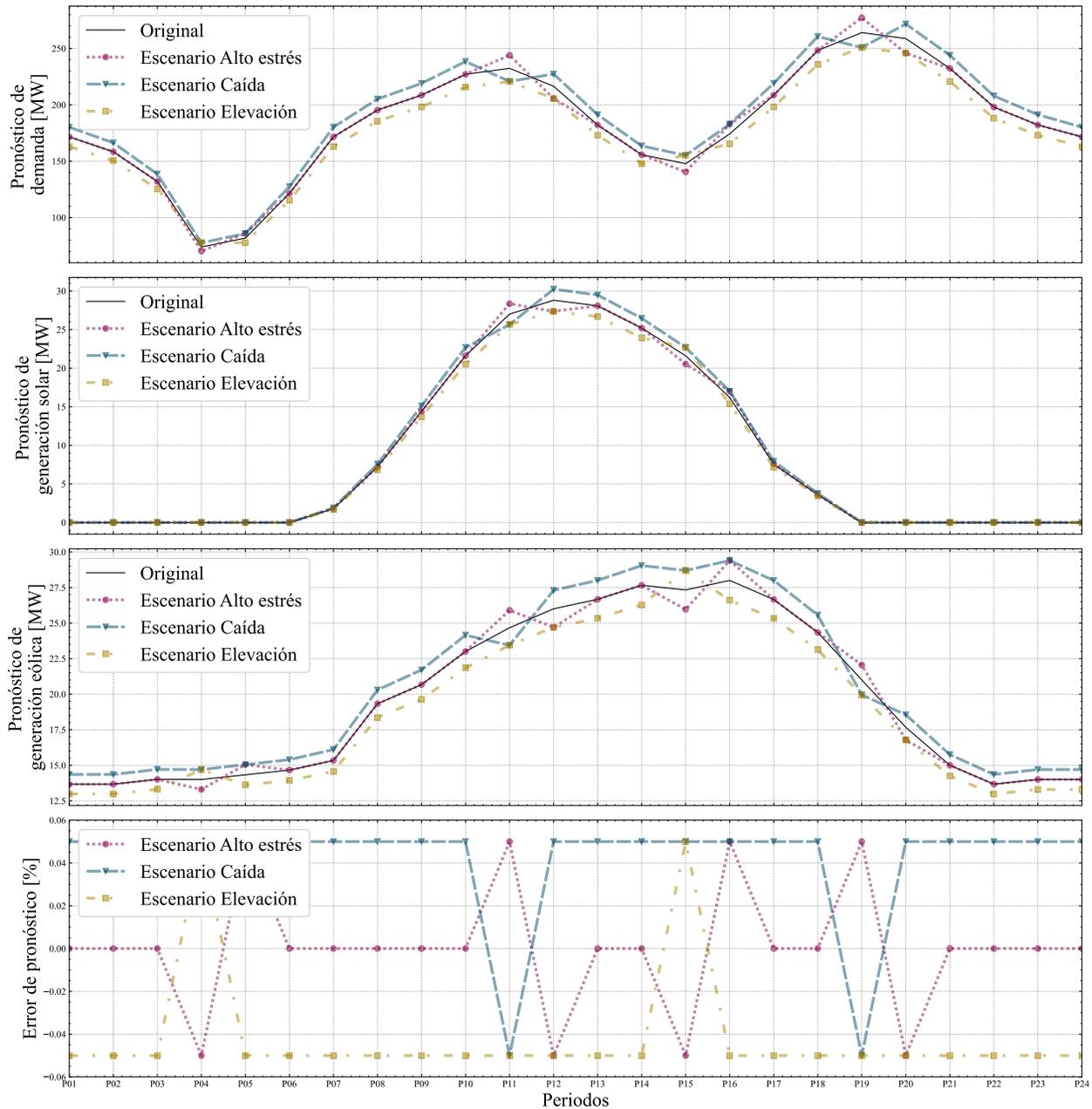


Figura 4.7: Demanda, generación y escenarios de prueba, elaboración propia.

La figura 4.8 está dividida en tres filas; una por Generador, J1, J2 y J3 respectivamente. Para cada generador, se muestra la potencia programada, “Valor central”; el área sombreada representa la cobertura a posibles ajustes del generador a medida que se materializa la incertidumbre. Para cada uno de los escenarios descritos previamente, “Alto estrés”, “Caída” y “Elevación”, se presenta los tres programas de generación, una vez que se ajustó la operación ante la materialización de los desvíos. Es importante destacar que estas curvas se ubican

dentro del área sombreada, es decir, respetando el $\pm 5\%$ de incertidumbre considerada en el modelo de optimización. Esto significa, que para estos tres escenarios analizados, el $\pm 5\%$ fue adecuado para cubrir la incertidumbre conjunta de la demanda y la generación solar y eólica.

Generación ante incertidumbre del 5%

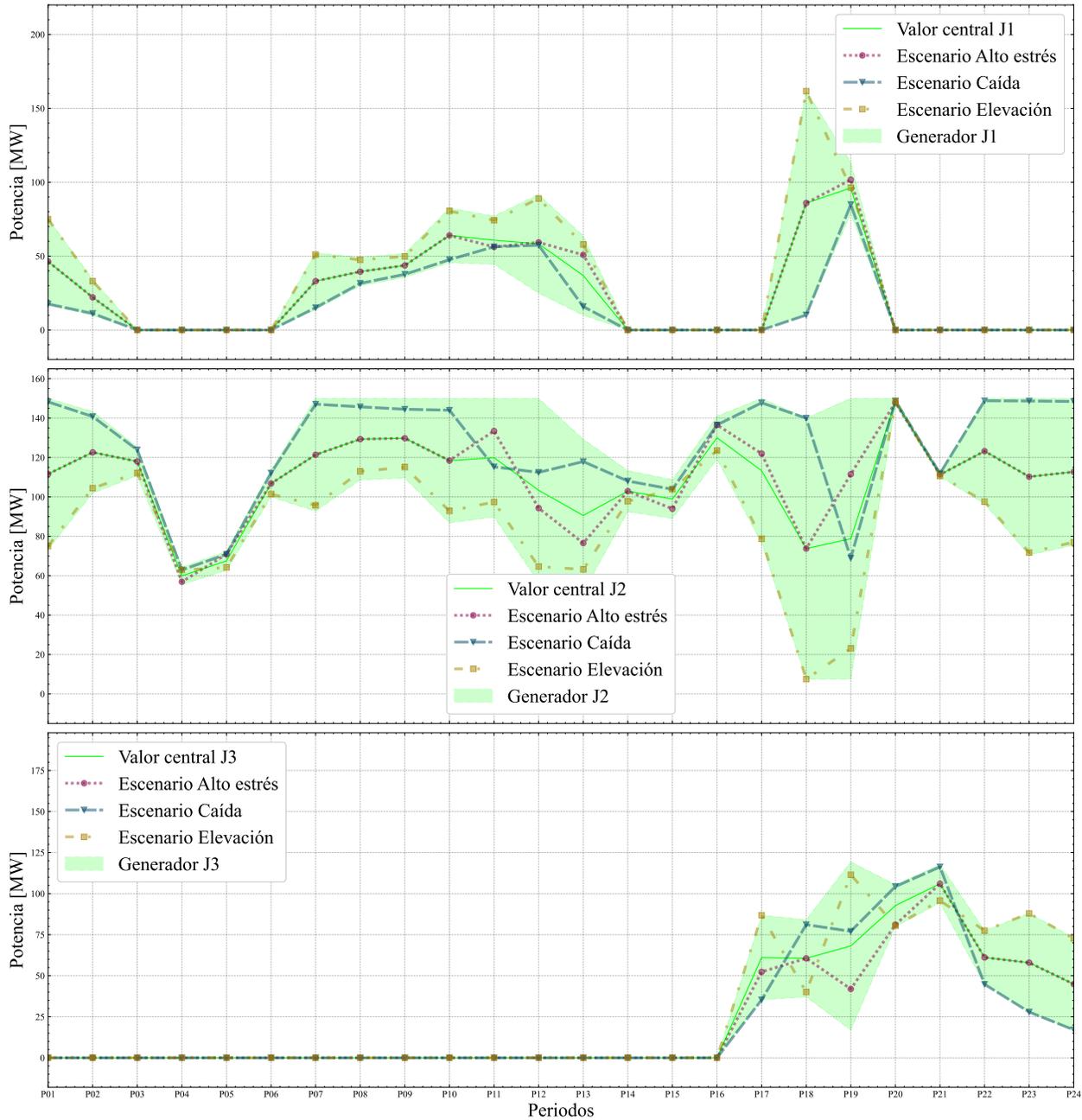


Figura 4.8: Respuesta de los generadores, elaboración propia.

La figura 4.9 presenta el comportamiento de tres líneas de transmisión; L1, L5 y L8 respectivamente y por cada fila. En esta figura, se tiene un valor central del flujo que corresponde a la programación original del modelo. Además, está acompañado de un área sombreada que

representa todos los posibles ajustes del punto de operación de la líneas, para cualquier incertidumbre materializada inferior al $\pm 5\%$, las líneas horizontales punteadas representan el valor de máxima carga de cada línea. En esta figura se puede observar que los nuevos puntos de operación (flujo a través de las líneas) se mantienen dentro del área de cobertura dada por la solución del modelo *AARO*.

En los periodos de las contingencias (líneas verticales punteadas), falla la línea L1 en el periodo 7, L5 en el periodo 11 y L8 en el periodo 19. Se puede ver como el flujo de cada línea analizada cae a cero en el momento de la contingencia; el área sombreada de las otras dos líneas aumenta, lo que se puede interpretar como la cobertura para garantizar la operación del sistema dentro del conjunto de incertidumbre considerando fallas sencillas en transmisión.

Por último, la optimización robusta se protege ante el peor escenario posible, sin importar su probabilidad, el el modelo *AARO* también se protege ante el escenario mencionado, sin embargo, la regla afín ajustable obtenida permite que la respuesta se ajuste a medida que se materialice la información incierta.

En la figura 4.10 se observa el valor central de la función objetivo por periodo. La región sombreada muestra la cobertura para un error máximo del $\pm 5\%$. La línea roja representa el costo máximo por periodo de la función objetivo ante el peor escenario posible dentro del conjunto de incertidumbre. La suma de los valores por periodo, corresponde al resultado del proceso de optimización.

Se observa el comportamiento de la función objetivo ante cada uno de los escenarios de prueba. Estos escenarios exploran gran parte de la región sombreada, manteniéndose dentro de la misma. En términos generales hay una relación directamente proporcional entre el costo y el error de pronóstico asociada a cada escenario propuesto (figura 4.7).

Tal como se ve en la figura 4.10, los valores de la función objetivo se mantienen dentro del área sombreada, incluso cuando se dan contingencias de transmisión N-1. En estos casos se requeriría de una una programación de reservas adicionales o inclusive calcular un nuevo despacho ante la nueva condición del sistema.

Flujos ante incertidumbre del 5%

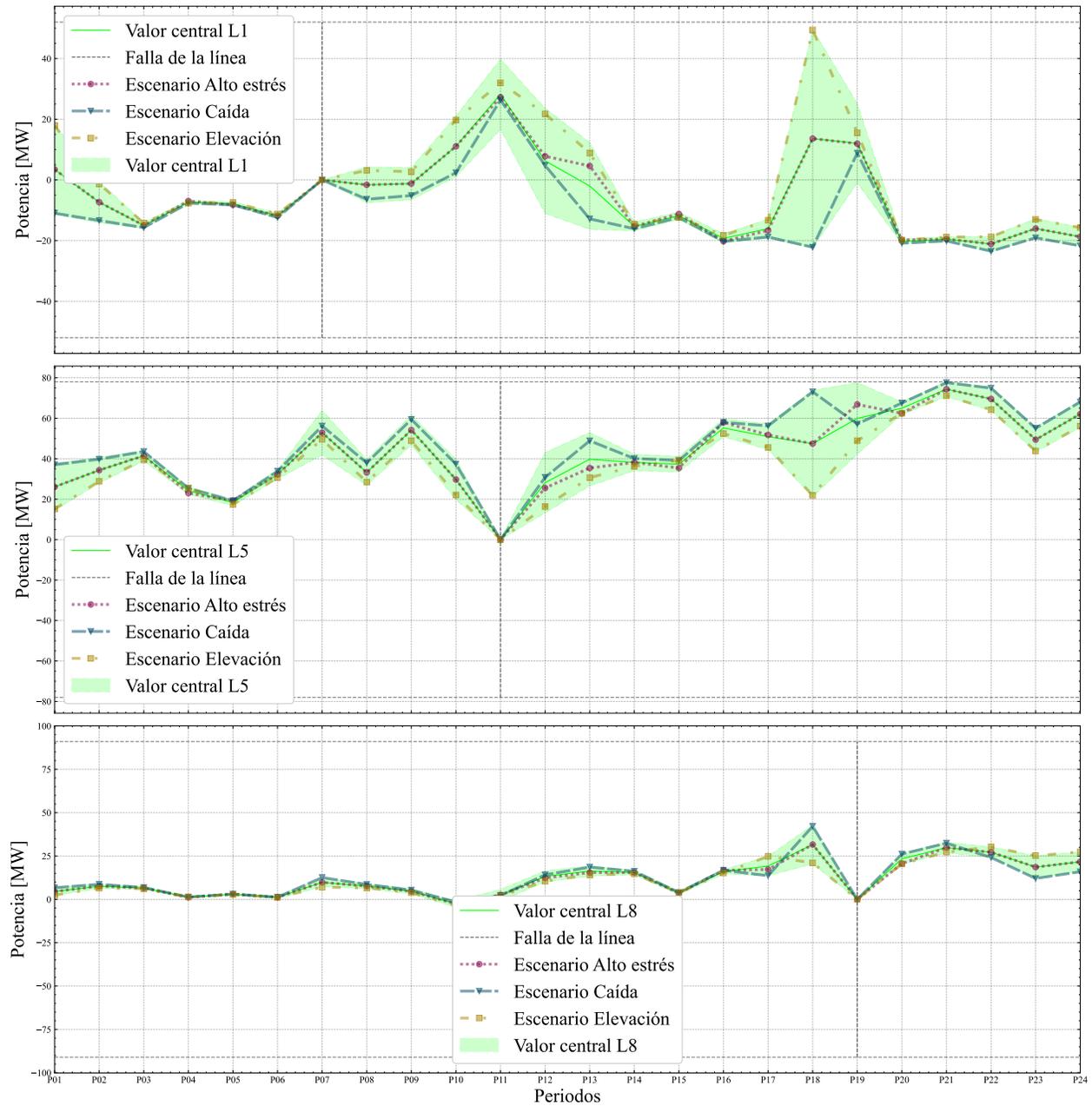


Figura 4.9: Comportamiento de las líneas, elaboración propia.

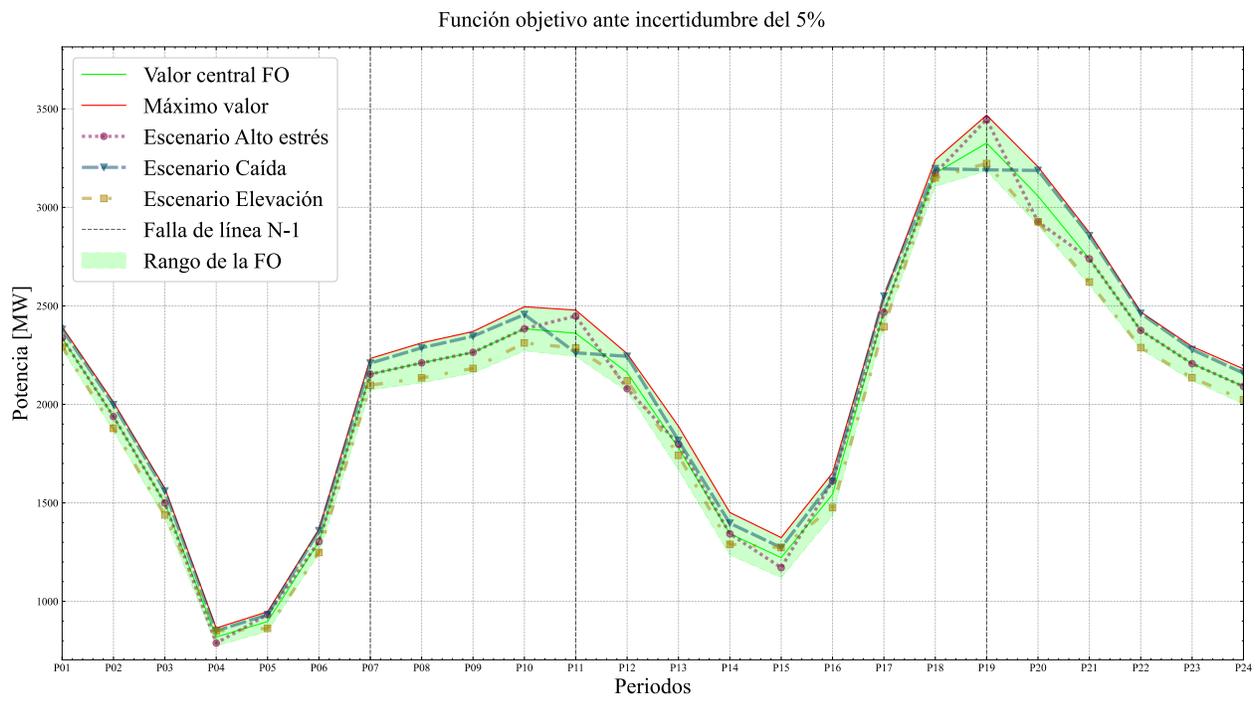


Figura 4.10: Comportamiento de la función objetivo, elaboración propia.

Capítulo 5

Conclusiones y recomendaciones

En este trabajo se abordaron las bases para modelar el *UC* mediante programación robusta afín ajustable y aritmética afín. A partir de un modelo determinista, se formuló un modelo *AARO* que permite considerar la incertidumbre de las fuentes renovables y la demanda mediante un conjunto de tipo caja, a la vez que determina reglas afines para el control de la generación, de manera que mitigue eficientemente la incertidumbre.

En el modelo *AARO* propuesto, se consideran las restricciones de las unidades de generación y de la red. También se utilizan factores de sensibilidad de generación (GSF), previamente calculados, para representar las topologías de la red en contingencias N-1, de esta forma se logra modelar la seguridad de la red de una manera rápida y más ligera a nivel computacional. Se debe tener consideraciones especiales con estos factores de sensibilidades para elementos radiales o transformadores de tres devanados o más.

Se hace una comparativa entre la solución del modelo *AARO*, contra el modelo de contraparte robusta y el modelo determinista pesimista. Para el sistema utilizado, se encuentra que el modelo *AARO* logra superar el sobrecosto asociado a la programación robusta clásica, llegando incluso a igualar el valor de función objetivo del modelo determinista pesimista. Se valida, adicionalmente, que el modelo propuesto logra explorar más escenarios inciertos que la contraparte robusta.

Así mismo, al considerar la particularidad de la condición de no anticipatividad para el problema del *UC*, se evalúa el desempeño del modelo limitando la cantidad de información de pasado. Se concluye que para esta investigación, la información del pasado no afecta el valor final de la función objetivo, pero sí incrementa los tiempos de cómputo requeridos.

Las soluciones entregadas por el modelo *AARO* propuesto, se validan posteriormente median-

te simulaciones de Monte Carlo, donde se evidencia que para cualquier valor de incertidumbre inferior o igual al considerado en el proceso de optimización, el modelo entregará una solución factible. El modelo se comporta de manera indistinta para estas simulaciones sin importar la cantidad de información del pasado considerada.

5.1. Trabajos futuros

Los resultados de esta investigación enriquecen el estado del arte actual sobre optimización robusta afín ajustable aplicada al problema del *UC*. Se espera a futuro despejar algunas problemáticas adicionales encontradas a lo largo de este trabajo, entre las que se destacan:

- Explorar y adaptar algoritmos y/o métodos de solución para mejorar los tiempos de cómputo del modelo.
- Implementar el modelo propuestos en sistemas de mayor dimensión.
- Utilizar maneras más eficientes para el modelado de restricciones de seguridad $N-1$ y $N-K$.
- Buscar un planteamiento del problema que permitan delimitar mejor el casco convexo.
- Explorar alternativas para lidiar con las restricciones de igualdad con incertidumbre.
- Evaluar el desempeño de estos modelos ante distintos tipos de conjuntos de incertidumbre.

Referencias

- [1] L. Dai, D. You, and X. Yin, “Data Driven Robust Energy and Reserve Dispatch Based on a Nonparametric Dirichlet Process Gaussian Mixture Model,” *Energies*, vol. 13, p. 4642, Jan. 2020.
- [2] Allen J. Wood, Bruce F. Wollenberg, and Gerald B. Sheble, *Power Generation, Operation, and Control*. Wiley, 3rd ed., Nov. 2013.
- [3] F. Pérez-Illanes, E. Álvarez Miranda, C. Rahmann, and C. Campos-Valdés, “Robust unit commitment including frequency stability constraints,” *Energies*, vol. 9, no. 11, 2016.
- [4] I. G. Marneris, P. N. Biskas, and A. G. Bakirtzis, “Stochastic and deterministic unit commitment considering uncertainty and variability reserves for high renewable integration,” *Energies*, vol. 10, no. 1, 2017.
- [5] I. Yanikoglu, B. L. Gorissen, and D. den Hertog, “A survey of adjustable robust optimization,” *European Journal of Operational Research*, vol. 277, pp. 799–813, Sept. 2019.
- [6] A. Ben-Tal, A. Goryashko, E. Guslitzer, and A. Nemirovski, “Adjustable robust solutions of uncertain linear programs,” *Math. Program., Ser. A*, vol. 99, pp. 351–376, Mar. 2004.
- [7] A. Vaccaro, C. A. Canizares, and D. Villacci, “An Affine Arithmetic-Based Methodology for Reliable Power Flow Analysis in the Presence of Data Uncertainty,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, pp. 624–632, May 2010.
- [8] M. Pirnia, C. A. Canizares, K. Bhattacharya, and A. Vaccaro, “An Affine Arithmetic method to solve the stochastic power flow problem based on a mixed complementarity formulation,” in *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, (San Diego, CA), pp. 1–7, IEEE, July 2012.
- [9] M. Pirnia, C. A. Canizares, K. Bhattacharya, and A. Vaccaro, “A Novel Affine Arithmetic Method to Solve Optimal Power Flow Problems With Uncertainties,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, pp. 2775–2783, Nov. 2014.
- [10] J. Warrington, C. Hohl, P. J. Goulart, and M. Morari, “Optimal unit commitment accounting for robust affine reserve policies,” in *2014 American Control Conference*, (Portland, OR, USA), pp. 5049–5055, IEEE, June 2014.

- [11] M. Zugno, J. M. Morales, and H. Madsen, “Commitment and dispatch of heat and power units via affinely adjustable robust optimization,” *Computers & Operations Research*, vol. 75, pp. 191–201, Nov. 2016.
- [12] L. Luo, W. Gu, Y. Wang, and C. Chen, “An Affine Arithmetic-Based Power Flow Algorithm Considering the Regional Control of Unscheduled Power Fluctuation,” *Energies*, vol. 10, p. 1794, Nov. 2017.
- [13] D. Romero-Quete and C. A. Canizares, “An Affine Arithmetic-Based Energy Management System for Isolated Microgrids,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, pp. 1–1, 2018.
- [14] M. Shahidehpour, Y. Zhou, Z. Wei, G. Sun, S. Chen, and Z. Li, “Distributionally Robust Unit Commitment in Coordinated Electricity and District Heating Networks,” *IEEE Transactions on Power Systems*, pp. 1–1, 2019. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems.
- [15] D. Romero-Quete and J. R. Garcia, “An affine arithmetic-model predictive control approach for optimal economic dispatch of combined heat and power microgrids,” *Applied Energy*, vol. 242, pp. 1436–1447, May 2019.
- [16] R. Baldick, “The generalized unit commitment problem,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 10, pp. 465–475, Feb 1995.
- [17] B. F. Hobbs, M. H. Rothkopf, R. P. O’Neill, and H.-p. Chao, *The Next Generation of Electric Power Unit Commitment Models*. Springer Science & Business Media, Apr. 2006.
- [18] M. Ebeed and S. H. E. A. Aleem, “Chapter 1 - overview of uncertainties in modern power systems: uncertainty models and methods,” in *Uncertainties in Modern Power Systems* (A. F. Zobaa and S. H. Abdel Aleem, eds.), pp. 1–34, Academic Press, 2021.
- [19] L. Zhao and B. Zeng, “Robust unit commitment problem with demand response and wind energy,” in *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting*, pp. 1–8, July 2012.
- [20] D. Bertsimas and D. B. Brown, “Constructing Uncertainty Sets for Robust Linear Optimization,” *Operations Research*, vol. 57, pp. 1483–1495, Dec. 2009.
- [21] Y. Chen, Q. Guo, H. Sun, Z. Li, W. Wu, and Z. Li, “A distributionally robust optimization model for unit commitment based on kullback–leibler divergence,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 5, pp. 5147–5160, 2018.
- [22] A. Lorca, X. A. Sun, E. Litvinov, and T. Zheng, “Multistage Adaptive Robust Optimization for the Unit Commitment Problem,” *Operations Research*, vol. 64, pp. 32–51, Feb. 2016.
- [23] B. S. Kim and B. D. Chung, “Affinely Adjustable Robust Model for Multiperiod Production Planning Under Uncertainty,” *IEEE Transactions on Engineering Management*, vol. 64, pp. 505–514, Nov. 2017.

- [24] U. Ozturk, M. Mazumdar, and B. Norman, "A Solution to the Stochastic Unit Commitment Problem Using Chance Constrained Programming," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, pp. 1589–1598, Aug. 2004.
- [25] L. Wu, M. Shahidehpour, and T. Li, "Cost of reliability analysis based on stochastic unit commitment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, pp. 1364–1374, Aug 2008.
- [26] P. Xiong, P. Jirutitijaroen, and C. Singh, "A Distributionally Robust Optimization Model for Unit Commitment Considering Uncertain Wind Power Generation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, pp. 39–49, Jan. 2017.
- [27] Y. An and B. Zeng, "Exploring the modeling capacity of two-stage robust optimization: Variants of robust unit commitment model," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, no. 1, pp. 109–122, 2015.
- [28] Q. Wang, Y. Guan, and J. Wang, "A Chance-Constrained Two-Stage Stochastic Program for Unit Commitment With Uncertain Wind Power Output," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, pp. 206–215, Feb. 2012.
- [29] E. M. Constantinescu, V. M. Zavala, M. Rocklin, S. Lee, and M. Anitescu, "A computational framework for uncertainty quantification and stochastic optimization in unit commitment with wind power generation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, no. 1, pp. 431–441, 2011.
- [30] P. Carpentier, G. Gohen, J. C. Culioli, and A. Renaud, "Stochastic optimization of unit commitment: a new decomposition framework," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, pp. 1067–1073, May 1996.
- [31] Q. P. Zheng, J. Wang, and A. L. Liu, "Stochastic Optimization for Unit Commitment - A Review," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, pp. 1913–1924, July 2015.
- [32] T. Li, M. Shahidehpour, and Z. Li, "Risk-constrained bidding strategy with stochastic unit commitment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, no. 1, pp. 449–458, 2007.
- [33] A. Papavasiliou and S. S. Oren, "Multiarea Stochastic Unit Commitment for High Wind Penetration in a Transmission Constrained Network," *Operations Research*, vol. 61, pp. 578–592, June 2013.
- [34] A. Street, F. Oliveira, and J. M. Arroyo, "Contingency-Constrained Unit Commitment With n - K Security Criterion: A Robust Optimization Approach," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, pp. 1581–1590, Aug. 2011.
- [35] D. Bertsimas, E. Litvinov, X. A. Sun, J. Zhao, and T. Zheng, "Adaptive Robust Optimization for the Security Constrained Unit Commitment Problem," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, pp. 52–63, Feb. 2013.

- [36] R. Jiang, J. Wang, and Y. Guan, “Robust Unit Commitment With Wind Power and Pumped Storage Hydro,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, pp. 800–810, May 2012.
- [37] L. Wu, M. Shahidehpour, and Z. Li, “Comparison of Scenario-Based and Interval Optimization Approaches to Stochastic SCUC,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, pp. 913–921, May 2012.
- [38] C. Zhao and Y. Guan, “Unified Stochastic and Robust Unit Commitment,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, pp. 3353–3361, Aug. 2013. Conference Name: IEEE Transactions on Power Systems.
- [39] Y. Dvorkin, H. Pandzic, M. A. Ortega-Vazquez, and D. S. Kirschen, “A Hybrid Stochastic/Interval Approach to Transmission-Constrained Unit Commitment,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, pp. 621–631, Mar. 2015.
- [40] C. Uckun, A. Botterud, and J. R. Birge, “An Improved Stochastic Unit Commitment Formulation to Accommodate Wind Uncertainty,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, pp. 2507–2517, July 2016.
- [41] Y. Guan and J. Wang, “Uncertainty Sets for Robust Unit Commitment,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, pp. 1439–1440, May 2014.
- [42] A. Lorca and X. A. Sun, “Adaptive Robust Optimization With Dynamic Uncertainty Sets for Multi-Period Economic Dispatch Under Significant Wind,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 30, pp. 1702–1713, July 2015.
- [43] B. Hu and L. Wu, “Robust scuc considering continuous/discrete uncertainties and quick-start units: A two-stage robust optimization with mixed-integer recourse,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, no. 2, pp. 1407–1419, 2016.
- [44] C. Lee, C. Liu, S. Mehrotra, and M. Shahidehpour, “Modeling transmission line constraints in two-stage robust unit commitment problem,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 3, pp. 1221–1231, 2014.
- [45] B. Hu, L. Wu, and M. Marwali, “On the robust solution to scuc with load and wind uncertainty correlations,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 29, no. 6, pp. 2952–2964, 2014.
- [46] L. H. de Figueiredo and J. Stolfi, “Affine Arithmetic: Concepts and Applications,” *Numerical Algorithms*, vol. 37, pp. 147–158, Dev 2004.
- [47] A. Ben-Tal and A. Nemirovski, “Selected topics in robust convex optimization,” *Math. Program.*, vol. 112, pp. 125–158, Mar. 2008.
- [48] A. N. Aharon Ben-Tal, Laurent El Ghaoui, *Robust Optimization*. Princeton Univertisty Press, Aug. 2009.

- [49] H. P. Y. D. T. Q. Y. W. D. Kirschen, “Unit Commitment under Uncertainty - GAMS models.” Library of the Renewable Energy Analysis Lab (REAL), University of Washington, Seattle, USA. Julio 2017. Disponible en: https://www2.ee.washington.edu/research/real/gams_code.html.
- [50] J. L. Devore, *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. Brooks/Cole, 8th ed., January 2011. ISBN-13: 978-0-538-73352-6.
- [51] B. L. Gorissen, I. Yanikoğlu, and D. d. Hertog, “A Practical Guide to Robust Optimization,” *Omega*, vol. 53, pp. 124–137, June 2015. arXiv: 1501.02634.

Apéndice A

Deducciones Modelo AARO

A.1. Función objetivo

$$\text{Minimize } F \geq \sum_j \sum_t c_j^{var} \bar{g}_{j,t} \quad (\text{A.1})$$

Sin embargo la función objetivo puede presentarse en términos del slack

$$\text{Minimize } F \geq \sum_{j \neq ref} \sum_t c_j^{var} \bar{g}_{j,t} + \sum_t c_{j=ref}^{var} \bar{g}_{j=ref,t}$$

$$\text{Minimize } F \geq \sum_{j \neq ref} \sum_t c_j^{var} \bar{g}_{j,t} + \sum_t c_{j=ref}^{var} \left(\sum_i d_{i,t} - \sum_{j \neq ref} g_{j,t} - \sum_q g_{q,t}^w - \sum_p g_{p,t}^s \right)$$

Simplificando la generación

$$\text{Minimize } F \geq \sum_{j \neq ref} \sum_t (c_j^{var} - c_{j=ref}^{var}) \bar{g}_{j,t} + \sum_t c_{j=ref}^{var} \left(\sum_i d_{i,t} - \sum_q g_{q,t}^w - \sum_p g_{p,t}^s \right) \quad (\text{A.2})$$

Reemplazando la política afín y los errores

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize } F \geq & \sum_{j \neq \text{ref}} \sum_t (c_j^{\text{var}} - c_{j=\text{ref}}^{\text{var}}) \left(g_{j,t}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s e_{p,\tau}^s + \sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d e_{i,\tau}^d \right) \\
 & + \sum_t c_{j=\text{ref}}^{\text{var}} \left(\sum_i (d_{i,t} + e_{i,t}^d) - \sum_q (g_{q,t}^w + e_{q,t}^w) - \sum_p (g_{p,t}^s + e_{q,t}^s) \right) \quad (\text{A.3})
 \end{aligned}$$

Ahora separaremos los términos

Términos independientes del error

$$\sum_{j \neq \text{ref}} \sum_t (c_j^{\text{var}} - c_{j=\text{ref}}^{\text{var}}) (g_{j,t}^0) + \sum_t c_{j=\text{ref}}^{\text{var}} \left(\sum_i d_{i,t} - \sum_q g_{q,t}^w - \sum_p g_{p,t}^s \right)$$

Eólico

$$\sum_{j \neq \text{ref}} \sum_t \sum_q \sum_{\tau \leq t} (c_j^{\text{var}} - c_{j=\text{ref}}^{\text{var}}) \gamma_{j,t,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w - \sum_t \sum_q c_{j=\text{ref}}^{\text{var}} e_{q,\tau}^w$$

Transformamos el segundo término para poder factorizar el error

$$\sum_{j \neq \text{ref}} \sum_t \sum_q \sum_{\tau \leq t} (c_j^{\text{var}} - c_{j=\text{ref}}^{\text{var}}) \gamma_{j,t,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w - \sum_t \sum_q \sum_{\tau \leq t} c_{j=\text{ref}}^{\text{var}} e_{q,\tau}^w 1^{\tau=t}$$

Sacamos factor común

$$\sum_q \sum_{\tau \leq t} \left(\sum_{j \neq \text{ref}} \sum_t (c_j^{\text{var}} - c_{j=\text{ref}}^{\text{var}}) \gamma_{j,t,q,\tau}^w - \sum_t c_{j=\text{ref}}^{\text{var}} 1^{\tau=t} \right) e_{q,\tau}^w$$

Finalmente expresamos

$$-U_{q,\tau}^{obj,w} \leq \sum_{t|\tau \leq t} \left(\sum_{j \neq ref} (c_j^{var} - c_{j=ref}^{var}) \gamma_{j,t,q,\tau}^w - c_{j=ref}^{var} 1^{\tau=t} \right) e_{q,\tau}^{w,max} \leq U_{q,\tau}^{obj,w} \quad (A.4)$$

$$\forall q \in Q, \tau \in \mathcal{T}$$

Solar

De forma similar para la parte solar obtenemos:

$$-U_{p,\tau}^{obj,s} \leq \sum_{t|\tau \leq t} \left(\sum_{j \neq ref} (c_j^{var} - c_{j=ref}^{var}) \gamma_{j,t,p,\tau}^s - c_{j=ref}^{var} 1^{\tau=t} \right) e_{p,\tau}^{s,max} \leq U_{p,\tau}^{obj,w} \quad (A.5)$$

$$\forall p \in P, \tau \in \mathcal{T}$$

Demanda

Para la demanda se procede de manera similar, teniendo en cuenta que en A.3 aparece el error como positivo, entonces:

$$-U_{i,\tau}^{obj,d} \leq \sum_{t|\tau \leq t} \left(\sum_{j \neq ref} (c_j^{var} - c_{j=ref}^{var}) \gamma_{j,t,\tau}^d + c_{j=ref}^{var} 1^{\tau=t} \right) e_{i,\tau}^{d,max} \leq U_{i,\tau}^{obj,d} \quad (A.6)$$

$$\forall i \in I, \tau \in \mathcal{T}$$

Forma afín ajustable para la función objetivo

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize } F \geq & \sum_{j \neq \text{ref}} \sum_t (c_j^{\text{var}} - c_{j=\text{ref}}^{\text{var}}) g_{j,t}^0 \\
 & + \sum_t c_{j=\text{ref}}^{\text{var}} \left(\sum_i d_{i,t} - \sum_q g_{q,t}^w - \sum_p g_{p,t}^s \right) \\
 & + \sum_{\tau} \sum_p U_{p,\tau}^{\text{obj},w} + \sum_{\tau} \sum_p U_{p,\tau}^{\text{obj},d} + \sum_{\tau} \sum_i U_{i,\tau}^{\text{obj},d} \quad (\text{A.7})
 \end{aligned}$$

A.2. Generadores

A.2.1. Límites de generación en el nodo de referencia

$$\bar{g}_{\text{ref},t} = \sum_i (d_{i,t} + e_{i,t}^d) - \sum_j \bar{g}_{j,t} - \sum_q (g_{q,t}^w + e_{q,t}^w) - \sum_p (g_{p,t}^s + e_{p,t}^s).$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}.$$

$$\begin{aligned}
 g_{\text{ref},t}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=\text{ref},t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=\text{ref},t,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s + \sum_b \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=\text{ref},t,\tau}^d \bar{e}_{b,\tau}^d \\
 = \sum_i (d_{i,t} + e_{i,t}^d) - \sum_q (g_{q,t}^w + e_{q,t}^w) - \sum_p (g_{p,t}^s + e_{p,t}^s) \\
 - \sum_{j \neq \text{ref}} \left[g_{j,t}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s + \sum_b \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d \bar{e}_{b,\tau}^d \right].
 \end{aligned}$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}.$$

Ahora asumiendo que pueda haber igualdad y asumiendo que pueda haber correspondencia de términos tenemos:

Términos independientes del error

$$g_{ref,t}^0 = \sum_i d_{i,t} - \sum_q g_{q,t}^w - \sum_p g_{p,t}^s - \sum_{j \neq ref} g_{j,t}^0 \quad (\text{A.8})$$

Eólico

$$\sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=ref,t,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w = - \sum_q e_{q,t}^w - \sum_{j \neq ref} \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w.$$

$$\sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=ref,t,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w = - \sum_q \sum_{\tau \leq t} \left(1^{\tau=t} + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \right) e_{q,\tau}^w.$$

Ahora tomando el lado de la derecha y añadiendo la dimensión τ y sacando factor común tenemos:

$$-U_{t,q,\tau}^{w,genRef} \leq \left(1^{\tau=t} + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \right) e_{q,\tau}^{w,max} \leq -U_{t,q,\tau}^{w,genRef}. \quad (\text{A.9})$$

$$\forall t \in \mathcal{T}, q \in Q, \tau \leq t.$$

Solar

$$\sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=ref,t,p,\tau}^s e_{p,\tau}^s = - \sum_q e_{p,t}^s - \sum_{j \neq ref} \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s.$$

$$\sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=ref,t,p,\tau}^s e_{p,\tau}^s = - \sum_p \sum_{\tau \leq t} \left(1^{\tau=t} + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,p,\tau}^s \right) e_{p,\tau}^s.$$

Ahora tomando el lado de la derecha, añadiendo la dimensión τ y sacando factor común tenemos:

$$-U_{t,p,\tau}^{s,genRef} \leq \left(1^{\tau=t} + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,p,\tau}^w \right) e_{p,\tau}^{w,max} \leq -U_{t,p,\tau}^{s,genRef}. \quad (\text{A.10})$$

$$\forall t \in \mathcal{T}, p \in P, \tau \leq t.$$

Demanda

$$\sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=ref,t,\tau}^d e_{i,\tau}^d = \sum_i e_{i,t}^d - \sum_{j \neq ref} \sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d e_{i,\tau}^d.$$

$$\sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j=ref,t,\tau}^d e_{i,\tau}^d = \sum_i \sum_{\tau \leq t} e_{i,\tau}^d 1^{\tau=t} - \sum_{j \neq ref} \sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d e_{i,\tau}^d.$$

Ahora tomando el lado de la derecha, añadiendo la dimensión τ y sacando factor común tenemos:

$$-U_{t,i,\tau}^{d,genRef} \leq \left(1^{\tau=t} - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,\tau}^d \right) e_{i,\tau}^{d,max} \leq U_{t,i,\tau}^{d,genRef}. \quad (\text{A.11})$$

$$\forall t \in \mathcal{T}, i \in \mathcal{I}, \tau \leq t.$$

Forma afín ajustable para límites de generación

$$\begin{aligned} & - \sum_j g_{j,t}^0 - \sum_q \hat{g}_{q,t}^w - \sum_p \hat{g}_{p,t}^s + \sum_i \hat{d}_{i,t} \\ & + \sum_i \sum_{\tau \leq t} U_{t,i,\tau}^{d,genRef} + \sum_q \sum_{\tau \leq t} U_{t,q,\tau}^{w,genRef} + \sum_p \sum_{\tau \leq t} U_{t,p,\tau}^{s,genRef} \leq g^{ref,max} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

$$\forall j = \text{Referencia}, \forall t \in T.$$

$$\begin{aligned} \sum_j g_{j,t}^0 + \sum_q \hat{g}_{q,t}^w + \sum_p \hat{g}_{p,t}^s - \sum_i \hat{d}_{i,t} \\ + \sum_i \sum_{\tau \leq t} U_{t,i,\tau}^{d,genRef} + \sum_q \sum_{\tau \leq t} U_{t,q,\tau}^{w,genRef} + \sum_p \sum_{\tau \leq t} U_{t,p,\tau}^{s,genRef} \leq -g^{refMin} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

$$\forall j = \text{Referencia}, \forall t \in T.$$

A.2.2. Límites de generación en nodos diferentes al nodo de referencias

En este caso, la transformación es directa y no requiere consideraciones algebraicas adicionales a las vistas en la sección 2.3.2.

$$\begin{aligned} g_{j,t}^0 + \sum_{\tau \leq t} \left(\sum_q U_{j,t,q,\tau}^{g,w} + \sum_p U_{j,t,p,\tau}^{g,s} + \sum_i U_{j,t,i,\tau}^{g,d} \right) \leq g_{i,t}^{\max} x_{j,t}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}.$$

$$\begin{aligned} -g_{j,t}^0 + \sum_{\tau \leq t} \left(\sum_q U_{j,t,q,\tau}^{g,w} + \sum_p U_{j,t,p,\tau}^{g,s} + \sum_i U_{j,t,i,\tau}^{g,d} \right) \leq -g_{i,t}^{\min} x_{j,t}. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}.$$

$$\begin{aligned} -U_{j,t,q,\tau}^{g,w} \leq \gamma_{j,t,q,\tau}^w e_{q,t}^{w,\max} \leq U_{j,t,q,\tau}^{g,w}. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

$$\forall j \in J, t \in T, q \in Q, \tau \leq t.$$

$$\begin{aligned} -U_{j,t,p,\tau}^{g,s} \leq \gamma_{j,t,p,\tau}^s e_{p,t}^{s,\max} \leq U_{j,t,p,\tau}^{g,s}. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\forall j \in J, t \in T, q \in Q, \tau \leq t.$$

$$\begin{aligned} -U_{j,t,i,\tau}^{g,d} \leq \gamma_{j,t,\tau}^d e_{i,t}^{d,\max} \leq U_{j,t,i,\tau}^{g,d}. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\forall j \in J, t \in T, q \in Q, \tau \leq t.$$

A.2.3. Rampas de subida y bajada en generadores diferentes al slack

$$-R_{j,t}^{down} \leq \bar{g}_{j,t} - \bar{g}_{j,t-1} \leq R_{j,t}^{up}. \quad (\text{A.19})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}$$

$$\begin{aligned} -R_{j,t}^{down} &\leq g_{j,t}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s e_{p,\tau}^s + \sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d e_{i,\tau}^d \\ &- \left(g_{j,t-1}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,p,\tau}^s e_{p,\tau}^s + \sum_i \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,\tau}^d e_{i,\tau}^d \right) \leq R_{j,t}^{up}. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}$$

Tomaremos los términos internos para el desarrollo.

Términos independientes del error

$$g_{j,t}^0 - g_{j,t-1}^0 \quad (\text{A.21})$$

Eólico

$$\sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w - \sum_q \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w \quad (\text{A.22})$$

Ahora hacemos un artilugio, para el segundo término, haremos que la sumatoria llegue hasta $\tau \leq t$, y condicionaremos para que solo sea válido si $\tau \leq t - 1$, así:

$$\sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w - \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w e_{q,\tau}^w 1^{\tau \leq t-1} \quad (\text{A.23})$$

Sacando factores comunes obtenemos:

$$\sum_q \sum_{\tau \leq t} \left(\gamma_{j,t,q,\tau}^w - \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w 1^{\tau \leq t-1} \right) e_{q,\tau}^w \quad (\text{A.24})$$

Finalmente:

$$- U_{j,t,q,\tau}^{ramp,w} \leq \left(\gamma_{j,t,q,\tau}^w - \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w 1^{\tau \leq t-1} \right) e_{q,\tau}^w \leq U_{j,t,q,\tau}^{ramp,w} \quad (\text{A.25})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}, q \in Q, \tau \leq t$$

Solar

Se procede de forma similar

$$- U_{j,t,p,\tau}^{ramp,s} \leq \left(\gamma_{j,t,p,\tau}^s - \gamma_{j,t-1,p,\tau}^w 1^{\tau \leq t-1} \right) e_{p,\tau}^s \leq U_{j,t,p,\tau}^{ramp,s} \quad (\text{A.26})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}, p \in P, \tau \leq t$$

Demanda

Se procede de forma similar

$$- U_{j,t,i,\tau}^{ramp,d} \leq \left(\gamma_{j,t,\tau}^d - \gamma_{j,t-1,\tau}^d 1^{\tau \leq t-1} \right) e_{i,\tau}^d \leq U_{j,t,i,\tau}^{ramp,d} \quad (\text{A.27})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}, i \in I, \tau \leq t$$

Forma afín ajustable de las rampas no slack

$$-R_{j,t}^{down} \leq g_{j,t}^0 - g_{j,t-1}^0 - \sum_{t \leq \tau} \left[\sum_q u_{j,t,q,\tau}^{ramp,w} + \sum_p u_{j,t,p,\tau}^{ramp,s} + \sum_i u_{j,t,i,\tau}^{ramp,d} \right]. \quad (\text{A.28})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}.$$

$$g_{j,t}^0 - g_{j,t-1}^0 + \sum_{t \leq \tau} \left[\sum_q u_{j,t,q,\tau}^{ramp,w} + \sum_p u_{j,t,p,\tau}^{ramp,s} + \sum_i u_{j,t,i,\tau}^{ramp,d} \right] \leq R_{j,t}^{up}. \quad (\text{A.29})$$

$$\forall j \in J, t \in \mathcal{T}.$$

A.2.4. Rampas de subida y bajada la barra de referencia

$$-r_j^{down} \leq g_{j=ref,t} - g_{j=ref,t-1} \leq r_j^{up}.$$

$$g_{ref,t} = \sum_i d_{i,t} - \sum_{j \neq ref} g_{j,t} - \sum_q g_{q,t}^w - \sum_p g_{p,t}^s.$$

$$-r_{ref}^{down} \leq \sum_i d_{i,t} - \sum_{j \neq ref} g_{j,t} - \sum_q g_{q,t}^w - \sum_p g_{p,t}^s$$

$$- \left(\sum_i d_{i,t-1} - \sum_{j \neq ref} g_{j,t-1} - \sum_q g_{q,t-1}^w - \sum_p g_{p,t-1}^s \right) \leq r_{ref}^{up}.$$

$$\begin{aligned}
 -r_{ref}^{down} &\leq \sum_i d_{i,t} - \sum_i d_{i,t-1} \\
 &\quad - \sum_{j \neq ref} g_{j,t} + \sum_{j \neq ref} g_{j,t-1} \\
 &\quad - \sum_q g_{q,t}^w + \sum_q g_{q,t-1}^w \\
 &\quad - \sum_p g_{p,t}^s + \sum_p g_{p,t-1}^s \leq r_{ref}^{up}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_q (\bar{g}_{q,t}^w + \bar{e}_{q,t}^w) - \sum_p (\bar{g}_{p,t}^s + \bar{e}_{p,t}^s) \\
 & - \sum_{j \neq ref} \left(g_{j,t}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s + \sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d \bar{e}_{i,\tau}^d \right) + \sum_i (\bar{d}_{i,t} + \bar{e}_{i,t}^d) \\
 & \quad - \left[- \sum_q (\bar{g}_{q,t-1}^w + \bar{e}_{q,t-1}^w) - \sum_p (\bar{g}_{p,t-1}^s + \bar{e}_{p,t-1}^s) \right. \\
 & \quad \left. - \sum_{j \neq ref} \left(g_{j,t-1}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t-1,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau-1}^s + \sum_i \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,\tau}^d \bar{e}_{i,\tau}^d \right) \right. \\
 & \quad \left. + \sum_i (\bar{d}_{i,t-1} + \bar{e}_{i,t-1}^d) \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_q (\bar{g}_{q,t}^w - \bar{g}_{q,t-1}^w + \bar{e}_{q,t}^w - \bar{e}_{q,t-1}^w) - \sum_p (\bar{g}_{p,t}^s - \bar{g}_{p,t-1}^s + \bar{e}_{p,t}^s - \bar{e}_{p,t-1}^s) \\
 & - \sum_{j \neq ref} \left(g_{j,t}^0 - g_{j,t-1}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w - \sum_q \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s \right. \\
 & \quad \left. - \sum_p \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s + \sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d \bar{e}_{i,\tau}^d - \sum_i \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,\tau}^d \bar{e}_{i,\tau}^d \right) \\
 & \quad + \sum_i (\bar{d}_{i,t} - \bar{d}_{i,t-1} + \bar{e}_{i,t}^d - \bar{e}_{i,t-1}^d)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_q (\bar{g}_{q,t}^w - \bar{g}_{q,t-1}^w) - \sum_p (\bar{g}_{p,t}^s - \bar{g}_{p,t-1}^s) - \sum_{j \neq ref} (g_{j,t}^0 - g_{j,t-1}^0) + \sum_i (\bar{d}_{i,t} - \bar{d}_{i,t-1}) \\
 & - \sum_q (\bar{e}_{q,t}^w - \bar{e}_{q,t-1}^w) - \sum_p (\bar{e}_{p,t}^s - \bar{e}_{p,t-1}^s) + \sum_i (\bar{e}_{i,t}^d - \bar{e}_{i,t-1}^d) \\
 & - \sum_{j \neq ref} \left(\sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w - \sum_q \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w \right. \\
 & \quad \left. + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s - \sum_p \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s \right. \\
 & \quad \left. + \sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d \bar{e}_{i,\tau}^d - \sum_i \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,\tau}^d \bar{e}_{i,\tau}^d \right)
 \end{aligned}$$

Agrupando lo errores tenemos por fuente de incertidumbre:

Eólico

$$- \sum_q (\bar{e}_{q,t}^w - \bar{e}_{q,t-1}^w) - \sum_{j \neq ref} \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_{j \neq ref} \sum_q \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w \quad (\text{A.30})$$

$$- \sum_q \sum_{\tau \leq t} (\bar{e}_{q,\tau}^w 1^{\tau=t} - \bar{e}_{q,\tau}^w 1^{\tau=t-1}) - \sum_{j \neq ref} \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_{j \neq ref} \sum_q \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w \quad (\text{A.31})$$

$$- \sum_q \sum_{\tau \leq t} (\bar{e}_{q,\tau}^w 1^{\tau=t} - \bar{e}_{q,\tau}^w 1^{\tau=t-1}) - \sum_{j \neq ref} \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_{j \neq ref} \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w 1^{\tau \leq t-1} \quad (\text{A.32})$$

Sacando el error como factor común:

$$- \sum_q \sum_{\tau \leq t} \left((1^{\tau=t} - 1^{\tau=t-1}) + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,q,\tau}^w - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w 1^{\tau \leq t-1} \right) e_{q,\tau}^w \quad (\text{A.33})$$

Finalmente:

$$-U_{t,q,\tau}^{rampRef,w} \leq \left((1^{\tau=t} - 1^{\tau=t-1}) + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,q,\tau}^w - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,q,\tau}^w 1^{\tau \leq t-1} \right) e_{q,\tau}^w \leq U_{t,q,\tau}^{rampRef,w} \quad (\text{A.34})$$

$$\forall j = ref, t \in \mathcal{T}, q \in Q, \tau \leq t$$

Solar

De forma similar obtenemos

$$-U_{t,p,\tau}^{rampRef,s} \leq \left((1^{\tau=t} - 1^{\tau=t-1}) + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,p,\tau}^s - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,p,\tau}^s 1^{\tau \leq t-1} \right) e_{p,\tau}^s \leq U_{t,p,\tau}^{rampRef,s} \quad (\text{A.35})$$

$$\forall j = ref, t \in \mathcal{T}, p \in P, \tau \leq t$$

Demanda

Para la demanda se tiene:

$$\sum_i (\bar{e}_{i,t}^d - \bar{e}_{i,t-1}^d) - \sum_{j \neq ref} \sum_i \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d \bar{e}_{i,\tau}^d + \sum_{j \neq ref} \sum_i \sum_{\tau \leq t-1} \gamma_{j,t-1,\tau}^w \bar{e}_{i,\tau}^d \quad (\text{A.36})$$

Añadiendo condiciones lógicas tenemos:

$$\sum_i \sum_{\tau \leq t} (\bar{e}_{i,\tau}^d \cdot 1^{\tau=t} - \bar{e}_{i,\tau}^d \cdot 1^{\tau=t-1}) + \sum_i \sum_{\tau \leq t} \left(- \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,\tau}^d \bar{e}_{i,\tau}^d + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,\tau}^w \bar{e}_{i,\tau}^d \cdot 1^{\tau \leq t-1} \right)$$

Sacando el error como factor común:

$$\sum_i \sum_{\tau \leq t} \left((1^{\tau=t} - 1^{\tau=t-1}) - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,\tau}^d + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,\tau}^w \cdot 1^{\tau \leq t-1} \bar{e}_{i,\tau}^d \right)$$

$$-U_{t,i,\tau}^{rampRef,d} \leq \left((1^{\tau=t} - 1^{\tau=t-1}) - \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t,\tau}^d + \sum_{j \neq ref} \gamma_{j,t-1,\tau}^d 1^{\tau \leq t-1} \right) e_{i,\tau}^d \leq U_{t,i,\tau}^{rampRef,d} \quad (\text{A.37})$$

$$\forall j = ref, t \in \mathcal{T}, i \in \mathcal{I}, \tau \leq t$$

Forma afin ajustable de las rampas slack

$$-R_{j=ref,t}^{down} \leq g_{j=ref,t}^0 - g_{j=ref,t-1}^0 - \sum_{t \leq \tau} \left[\sum_q u_{t,q,\tau}^{rampRef,w} + \sum_p u_{t,p,\tau}^{rampRef,s} + \sum_i u_{t,i,\tau}^{rampRef,d} \right]. \quad (\text{A.38})$$

$$\forall j = ref, t \in \mathcal{T}.$$

$$g_{j=ref,t}^0 - g_{j=ref,t-1}^0 + \sum_{t \leq \tau} \left[\sum_q u_{t,q,\tau}^{rampRef,w} + \sum_p u_{t,p,\tau}^{rampRef,s} + \sum_i u_{t,i,\tau}^{rampRef,d} \right] \leq R_{j=ref,t}^{up}. \quad (\text{A.39})$$

$$\forall j = ref, t \in \mathcal{T}.$$

A.3. Flujo de potencia en líneas

A.3.1. Restricciones de flujo máximo y mínimo en las líneas

$$\begin{aligned}
 \bar{F}_{l,t} = \sum_i PTDF_{l,i} & \left[\sum_q A_{i,q}^w (\bar{g}_{q,t}^w + \bar{e}_{q,t}^w) + \sum_p A_{i,p}^s (\bar{g}_{p,t}^s + \bar{e}_{p,t}^s) \right. \\
 & + \sum_j A_{i,j}^{ht} \left(g_{j,t}^0 + \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w \bar{e}_{q,\tau}^w + \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s \bar{e}_{p,\tau}^s + \sum_b \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d \bar{e}_{b,\tau}^d \right) \\
 & \left. - (\bar{d}_{i,t} + \bar{e}_{i,t}^d) \right] \quad (\text{A.40})
 \end{aligned}$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}.$$

Agrupando términos tenemos, y separándolos en partes tenemos:

$$\begin{aligned}
 \bar{F}_{l,t} = \sum_i PTDF_{l,i} & \left[\sum_q A_{i,q}^w \bar{g}_{q,t}^w + \sum_p A_{i,p}^s \bar{g}_{p,t}^s + \sum_j A_{i,j}^{ht} g_{j,t}^0 - \bar{d}_{i,t} \right] \\
 & + \sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_q A_{i,q}^w \bar{e}_{q,t}^w + \sum_j \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{q,\tau}^w \right] \\
 & + \sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_p A_{i,p}^s \bar{g}_{p,t}^s + \sum_j \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{p,\tau}^s \right] \\
 & + \sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_j \sum_b \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{b,\tau}^d - \bar{e}_{i,t}^d \right] \quad (\text{A.41})
 \end{aligned}$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}.$$

Ahora trabajaremos cada fuente de incertidumbre por aparte.

Eólico

$$\sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_q \sum_{\tau \leq t} A_{i,q}^w \bar{e}_{q,\tau}^w \cdot 1^{\tau=t} + \sum_j \sum_q \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,q,\tau}^w A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{q,\tau}^w \right]$$

Sacamos el error como factor común y ubicamos la sumatorias en la parte externa

$$\sum_q \sum_{\tau \leq t} \sum_i PTDF_{l,i} \left[A_{i,q}^w \cdot 1^{\tau=t} + \sum_j \gamma_{j,t,q,\tau}^w A_{i,j}^{ht} \right] \bar{e}_{q,\tau}^w$$

Finalmente obtenemos

$$-U_{l,t,q,\tau}^{w,flow} \leq \sum_i PTDF_{l,i} \left[A_{i,q}^w \cdot 1^{\tau=t} + \sum_j \gamma_{j,t,q,\tau}^w A_{i,j}^{ht} \right] e_{q,\tau}^{w,max} \leq U_{l,t,q,\tau}^{w,flow} \quad (\text{A.42})$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}, q \in \mathcal{Q}, \tau \leq t.$$

Solar

$$\sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_p A_{i,p}^s \bar{e}_{p,t}^s + \sum_j \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{p,\tau}^s \right]$$

$$\sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_p \sum_{\tau \leq t} A_{i,p}^s \bar{e}_{p,\tau}^s \cdot 1^{\tau=t} + \sum_j \sum_p \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,p,\tau}^s A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{p,\tau}^s \right]$$

$$\sum_p \sum_{\tau \leq t} \sum_i PTDF_{l,i} \left[A_{i,p}^s \cdot 1^{\tau=t} + \sum_j \gamma_{j,t,p,\tau}^s A_{i,j}^{ht} \right] \bar{e}_{p,\tau}^s$$

Finalmente

$$-U_{l,t,p,\tau}^{s,flow} \leq \sum_i PTDF_{l,i} \left[A_{i,p}^s \cdot 1^{\tau=t} + \sum_j \gamma_{j,t,p,\tau}^s A_{i,j}^{ht} \right] e_{p,\tau}^{s,max} \leq U_{l,t,p,\tau}^{s,flow} \quad (\text{A.43})$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}, p \in \mathcal{P}, \tau \leq t.$$

Demanda

$$\begin{aligned} & \sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_j \sum_b \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{b,\tau}^d - \bar{e}_{i,t}^d \right] \\ & \sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_j \sum_b \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{b,\tau}^d - \sum_{\tau \leq t} \bar{e}_{i,\tau}^d \cdot 1^{\tau=t} \right] \\ & \sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_j \sum_b \sum_{\tau \leq t} \gamma_{j,t,\tau}^d A_{i,j}^{ht} \bar{e}_{b,\tau}^d - \sum_b \sum_{\tau \leq t} \bar{e}_{b,\tau}^d \cdot 1^{\tau=t} \cdot 1^{b=i} \right] \end{aligned}$$

Factorizando

$$\sum_b \sum_{\tau \leq t} \sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_j \gamma_{j,t,\tau}^d A_{i,j}^{ht} - \cdot 1_{b=i}^{\tau=t} \right] \bar{e}_{b,\tau}^d$$

Finalmente

$$-U_{l,t,b,\tau}^{d,flow} \leq \sum_i PTDF_{l,i} \left[\sum_j \gamma_{j,t,\tau}^d A_{i,j}^{ht} - \cdot 1_{b=i}^{\tau=t} \right] e_{b,\tau}^{d,max} \leq U_{l,t,b,\tau}^{d,flow} \quad (\text{A.44})$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{I}, \tau \leq t.$$

Forma afín ajustable para flujos de línea

$$F_{l,t} + \sum_b \sum_{t \leq \tau} u_{l,t,b,\tau}^{d,\text{flow}} + \sum_q \sum_{\tau \leq t} u_{l,t,q,\tau}^{w,\text{flow}} + \sum_p \sum_{\tau \leq t} u_{l,t,p,\tau}^{s,\text{flow}} \leq F_l^{\max} \quad (\text{A.45})$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}.$$

$$-F_{l,t} + \sum_b \sum_{t \leq \tau} u_{l,t,b,\tau}^{d,\text{flow}} + \sum_q \sum_{\tau \leq t} u_{l,t,q,\tau}^{w,\text{flow}} + \sum_p \sum_{\tau \leq t} u_{l,t,p,\tau}^{s,\text{flow}} \leq -F_l^{\min} \quad (\text{A.46})$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}.$$