



**Potencialidades y dificultades en la implementación de diseños de clase para la enseñanza
de la geometría y la medida**

Juan Esteban Naranjo Florez

Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica con Énfasis
en Matemáticas

Asesoras

Lucía Zapata Cardona, Doctor (PhD) en Educación Matemática
Cindy Alejandra Martínez Castro, Magíster (MSc) en Educación

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas
Medellín, Antioquia, Colombia
2022

Cita	(Naranjo Florez, 2022)
Referencia	Naranjo Florez, J. E. (2022). <i>Potencialidades y dificultades en la implementación de diseños de clase para la enseñanza de la geometría y la medida</i> . [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Centro de Investigaciones Educativas y Pedagógicas (CIEP).



Biblioteca Carlos Gaviria Díaz

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes

Decano/Director: Wilson Bolívar Buriticá

Jefe de Departamento: Cartul Vargas Torres

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

Este trabajo es dedicado a:

la vida misma por darme este lugar en el mundo.

las personas que me animaron.

mi familia por darme la posibilidad de formarme académicamente.

los docentes que me abrieron el camino en el conocimiento.

Agradecimientos

Me encuentro profundamente agradecido con Dios por darme fuerza y voluntad para seguir adelante y cumplir con mis propósitos. Agradezco a mi familia por ser el apoyo más grande que tengo en la vida. Igualmente, estoy agradecido con todas las personas cercanas quienes siempre me dieron ánimos y lograron ver en mí cualidades que yo mismo desconocía. Por último, mis agradecimientos profundos a la Universidad de Antioquia que fue el hogar que me brindó un espacio para crecer, y dispuso de escenarios y personas maravillosas para que yo lograra seguir adelante.

Agradecimiento especial a mis docentes de prácticas y de trabajo de grado, quienes siempre creyeron en mí. Sin ellas nunca hubiera podido lograr avanzar.

Tabla de contenido

Resumen	1
Abstract	2
Presentación	3
Marco teórico	4
Metodología	8
Contexto	8
Instrumentos	8
Diseños de clase	9
Guías de trabajo para los estudiantes	10
Diario de campo	10
Grabaciones de video y audio	11
Implementación de los diseños de clase.....	11
Clase 1: Ángulos	11
Clase 2: Estimación.....	14
Clase 3: La estimación en situaciones críticas	17
Clase 4: Cuerpos geométricos.....	20
Clase 5: Relaciones entre las partes de los cuerpos geométricos.....	24
Potencialidades y dificultades	30
Potencialidades	30
Dificultades	32
Carencia en el rigor conceptual.....	32
Gestión de la clase	33
Uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza	34
Oportunidades poco aprovechadas	35

Conclusiones37

Referencias38

Lista de figuras

Figura 1 Construcción en GeoGebra: altura mínima para parquear el automóvil	13
Figura 2 Ilustración de galones y vasos de agua con los que se acompañó el formulario de Google	15
Figura 3 Ilustración con número indeterminado de personas para la actividad de estimación....	19
Figura 4 Cuerpos geométricos contextualizados en objetos cotidianos.....	22
Figura 5 Producción de un estudiante para ilustrar un vértice con más de tres aristas	23
Figura 6 Poliedro irregular	26
Figura 7 Modelo de papel de un prisma cóncavo	28

Resumen

El presente trabajo reporta una sistematización de experiencias de mi propia práctica pedagógica, cuyo objetivo fue identificar las potencialidades y dificultades en la implementación de diseños de clase para la enseñanza de la geometría y la medida. Para alcanzar el objetivo propuesto, se diseñaron cinco clases, las cuales, fueron implementadas con estudiantes del grado sexto en una institución educativa de carácter público, ubicada en la ciudad de Medellín. Las principales fuentes de información provienen de los diseños de clase, guías de trabajo para los estudiantes, diario de campo y grabaciones de vídeo y audio de la implementación de los diseños de clase. A partir del proceso de análisis de la información producida, emergieron algunas reflexiones que permitieron responder al objetivo planteado. Dichas reflexiones fueron agrupadas en dos apartados denominados: *potencialidades* y *dificultades*. Los hallazgos revelan que las principales potencialidades identificadas fueron: actividades diseñadas para estimular en los estudiantes las estrategias de solución innovadoras, el pensamiento crítico y el planteamiento de conjeturas, y las dificultades más predominantes tienen que ver con: carencia en el rigor conceptual, débil gestión de la clase, pobre uso de herramientas tecnológicas y oportunidades poco aprovechadas.

Palabras clave: educación matemática, matemática escolar, enseñanza, recursos didácticos

Abstract

This work reports a systematization of experiences of my own teaching practice, whose objective was to identify the potentialities and difficulties in the implementation of class designs for the teaching of geometry and measurement. To achieve the proposed objective, five lessons were designed, which were implemented with sixth grade students in a public school, located in the city of Medellín. The main sources of information come from class designs, student work guides, field journals, and video and audio recordings from the implementation of class designs. Some reflections emerged from the analytical process, that allowed to reach the goal. These reflections were grouped into two sections called: *potentialities* and *difficulties*. The findings reveal that the main potentialities identified were: powerful activities designed to stimulate innovative solution strategies, critical thinking and conjecture planning in students, and the most predominant difficulties have to do with: lack of conceptual rigour, poor class management, problems in the use of technological tools and missed opportunities.

Keywords: mathematics education, school mathematics, teaching, didactic resources

Presentación

El presente escrito surgió de las experiencias en mi práctica pedagógica. El propósito fue identificar las potencialidades y dificultades en la implementación de diseños de clase para la enseñanza de la geometría y la medida. Me centro en este objetivo dada la complejidad existente al conectar el currículo, los diseños de clase para la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje de los estudiantes. Para dar cuenta del objetivo planteado diseñé, implementé y evalué clases de geometría y medida durante el semestre académico 2021-1. Estas acciones hicieron parte de mi proceso formativo, las cuales emprendí semanalmente. Para este reporte elegí cinco clases que me permitieron observar, producir información, cuestionar y plantear reflexiones sobre la enseñanza de la geometría y la medida. La selección de estas cinco clases estuvo fundamentada en que: fueron diseños con actividades novedosas y en contextos familiares para los estudiantes, se discutieron previamente en el seminario de práctica, y tenían potencial para promover la participación de los estudiantes.

Marco teórico

El enfoque teórico que mantuve durante mi práctica pedagógica fue el crítico. Uno de los referentes teóricos en los que me apoyé fue el trabajo de Gutstein (2006) quien propone la enseñanza de la matemática desde una perspectiva crítica, para la justicia social y las posibilidades de cambio. En esta línea, Gamboa y Ballesteros (2010) resaltan la importancia de conectar las necesidades sociales con la enseñanza de la geometría:

el desarrollo histórico de la geometría ha estado relacionado con actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas; situación que puede utilizarse para justificar un re-direccionamiento de los procesos de enseñanza hacia el logro de una visión contextualizada de la geometría, la cual, a diferencia de la percepción disjunta que concibe su evolución de forma enajenada de la dinámica social, se oriente a potenciar su aplicabilidad y utilidad en la vida del ser humano (p.129).

Lo anterior supone una enseñanza de la geometría útil a la vida e incorporada a las dinámicas sociales. Por otro lado, cuando se habla de la enseñanza de la medida, autores como Rojas (2001) señalan que “las actividades relacionadas con la medida pueden resultar de interés para los estudiantes, en tanto posibilitan evidenciar la utilidad de las matemáticas en contextos relacionados con la cotidianidad” (p.18). En este sentido, cobra importancia la conexión de los conceptos con los contextos donde se presentan.

También me apoyé en el estudio de otros autores que son exponentes de la perspectiva crítica. Entre ellos se encuentra Skovsmose (1999), quien señala la enseñanza de las matemáticas como una oportunidad que puede abrir paso hacia el desarrollo de la conciencia crítica. Skovsmose describe la crítica como la capacidad para reconocer e influir sobre las crisis de las sociedades. Esta

mirada me ha permitido concebir la enseñanza de la geometría y la medida como una posibilidad para entender las problemáticas propias de un mundo en crisis y estudiar formas de superarlas.

Por otro lado, Giroux (2019) cuando se refiere a la pedagogía crítica, señala que “no es sólo comprensión, sino también asunción de las responsabilidades que tenemos como ciudadanos para exponer la miseria humana y eliminar las condiciones que la producen” (p.157). Las ideas de Giroux están relacionadas con el propósito de formar sujetos capaces de revelar y comprender las inequidades presentes en la sociedad. En este sentido, la enseñanza (de las matemáticas) puede convertirse en un camino para aportar a la transformación de las realidades sociales.

En síntesis, los diferentes autores en los que me apoyo coinciden en que vivimos en un mundo en crisis. Las crisis en esta perspectiva teórica se entienden como situaciones extremas de la sociedad de naturaleza económica, política, social o ambiental (tales como inequidad de género, cambio climático, discriminación, etc.) y que como educadores debemos pensarlas, discutir las y llevarlas como objetos de estudio a la enseñanza. Esto es especialmente relevante en el campo de la matemática —incluida la geometría y la medida— en el cual, autores como Gutstein (2006) y Skovsmose (1999) argumentan que su enseñanza puede aportar elementos importantes para el estudio empírico de las crisis y para ayudar a su transformación.

Los Lineamientos Curriculares de Matemáticas de Colombia también coinciden en la importancia de la formación para una conciencia crítica, al señalar que las matemáticas son esenciales “para participar en la preparación, discusión y toma de decisiones y para desarrollar acciones que colectivamente puedan transformar la sociedad” (MEN, 1998; p. 47 - 48).

Por otro lado, concibo la enseñanza de la geometría y la medida como dos procesos relacionados. Algunos autores como Rojas (2001), apoyan dicha relación cuando argumentan la importancia de la magnitud en la medida, señalan su complejidad, y sugieren que la relación entre la geometría y la medida va mucho más allá de encontrar las medidas para figuras planas y cuerpos

tridimensionales. En este sentido, Rojas presenta las magnitudes como aspectos clave de la medida, las cuales se encuentran en estrecha relación con la geometría. Por ejemplo, cuando se habla de la longitud y el área de los cuerpos geométricos se vincula la medición de la magnitud en cuerpos tridimensionales.

Por su parte, Olaya (2013) argumenta la relación entre la enseñanza de la geometría y la medida a partir del concepto de área, mencionando que “es importante acercar al estudiante a la noción de área desde el proceso de medir ya que la utilidad de la medida está socialmente reconocida, y esto permite que el proceso comience con la percepción de la cualidad que se va a medir” (p. 2).

La enseñanza de la geometría y la medida también está relacionada con el desarrollo de diferentes habilidades como la visualización, argumentación o justificación, intuición y el razonamiento (Acuña, 2015; Gamboa y Ballesteros, 2009; Diaz et al., 2018). De manera particular, la enseñanza de la geometría está conectada con espacios que desarrollan la visualización, la argumentación, el razonamiento y la resolución de problemas (Marmolejo y González, 2015; Gamboa y Ballesteros, 2010). Conuerdo con Duval (2003) citado por Acuña (2015) cuando señala dos procesos diferentes entre la visualización y la visión. La visión se comprende como la percepción del objeto mismo y la visualización como la abstracción de las propiedades del objeto y la representación visual del mismo.

En el mismo sentido, la capacidad de argumentación que consideran autores como Marmolejo y González (2015), Gamboa y Ballesteros (2009), y Bacares y Cruz (2015), se encuentra como una de las habilidades esenciales para llevar la solución a un problema por situaciones coherentes y respuestas convincentes. Resalto a Bacares y Cruz (2015) quienes proponen el desarrollo de la argumentación desde el trabajo con geometría dinámica. Allí su interpretación de la argumentación se basa en la capacidad que tienen los estudiantes para justificar

sus respuestas. Además, señalan la geometría dinámica como aporte sustancial a la enseñanza de la geometría. En síntesis, en el proceso de enseñanza-aprendizaje tanto de la geometría como de la medida requieren de la habilidad de argumentar.

En este trabajo también señalo la importancia del uso de la tecnología para la enseñanza de la geometría y la medida. Sinclair, et. al. (2017) declaran que el uso de la tecnología en la enseñanza apoya el razonamiento visoespacial y ayuda a los estudiantes a ir más allá de las formas euclidianas. Por su parte, Ruthven (2018) destaca la geometría dinámica y el arrastre como “la clave característica definitoria del software de geometría dinámica” (p. 522), que permite ver procesos, propiedades y examinar sobre las partes evaluadas para que los estudiantes se apropien de soluciones. Entre este tipo de software se destaca GeoGebra, una herramienta de geometría dinámica que ha sido propuesta como recurso para la educación y algunos autores demuestran sus bondades. Diaz-Nunja, et. al (2018) exponen en un estudio con estudiantes de secundaria, allí el uso de GeoGebra como recurso para la enseñanza de la geometría fue fundamental para apoyar el razonamiento y la resolución de problemas. En este sentido, GeoGebra se concibe como un medio para representar figuras no estáticas (Ruthven, 2018) donde el descubrimiento es una de las posibilidades. En ese sentido, la tecnología permite la exploración y puede ser una herramienta para representar diferentes contextos que den paso a la reflexión crítica.

Metodología

Para identificar las potencialidades y dificultades en la implementación que hice de diseños de clase para la enseñanza de la geometría y la medida, llevé a cabo una sistematización de experiencias de mi propia práctica. Entiendo la *sistematización de experiencias* como el ejercicio de dejar por escrito lo sucedido en procesos socio-históricos, de mostrar cómo se solucionan los problemas que aparecen, y de señalar las reflexiones que quedan después de esa vivencia (Gutierrez Rico, 2008).

Contexto

La práctica pedagógica tuvo lugar en una institución educativa de carácter público ubicada en el barrio Robledo de la ciudad de Medellín durante los semestres 2020-1, 2020-2 y 2021-1. Una de las responsabilidades que tuve en la práctica pedagógica fue la enseñanza de la geometría a dos grupos de grado sexto, con aproximadamente 70 estudiantes. La enseñanza estuvo apoyada en herramientas virtuales para poder atender con pertinencia la enseñanza remota en la que nos puso una pandemia. Las responsabilidades que tuve en mi ejercicio docente, como diseño de clases, diseño de guías, e implementación de las lecciones, fueron asignadas por la profesora de la institución que enseñaba matemáticas en los grados sextos y quien me acompañó como maestra cooperadora durante todo el proceso de práctica.

Instrumentos

Los instrumentos para la producción de información fueron: diseños de clase, guías de trabajo para los estudiantes, diario de campo y grabaciones de video y audio de las implementaciones de los diseños de clase, que tuvieron lugar durante el semestre 2021-1 con apoyo de herramientas virtuales.

Diseños de clase

La planeación de las clases fue fundamental en la práctica pedagógica, donde realicé una revisión permanente de los diseños de las mismas. De allí emergieron las primeras intenciones para la enseñanza de la geometría y la medida. Simultáneamente, para la enseñanza de algunos conceptos geométricos construí objetivos e indicadores de clase, que marcaron la intención de cada encuentro y lo que se iba a trabajar. Los objetivos e indicadores se desarrollaron en la medida que se avanzaba en los temas de las clases. Desde que inició el proceso de diseño de las lecciones, centré la atención en identificar las potencialidades y dificultades para la enseñanza de la geometría y la medida en mi propia práctica. Algunas de las clases requirieron más revisiones que otras, bien fuera por la dificultad de lo propuesto o por el concepto geométrico, o de medida, que se desarrollaba. Algunas actividades se plantearon con la intención de generar un diálogo crítico. Ejemplos de este tipo de diálogos son presentados por Gutstein (2006) quien propone a sus estudiantes situaciones en las que deben confrontar asuntos críticos del mundo con ayuda de las matemáticas. Con base en las clases describiré algunos diseños implementados y, señalaré las potencialidades y dificultades.

Para el diseño de las clases se contó con el seminario de práctica pedagógica, el cual fue un espacio de diálogo donde se compartían las ideas, reflexiones, potencialidades y dificultades que se iban identificando. El seminario semanal hacía parte de la práctica pedagógica para mi formación en la docencia. De aquí se obtenía una permanente retroalimentación para el diseño, la implementación y la evaluación de las clases.

Los diseños de las clases empezaban con la creación de una guía, en donde definía el objetivo de las posteriores clases, el indicador y el objeto matemático a trabajar. A continuación, creaba un bosquejo inicial de lo que iba a ser la clase —aunque mi responsabilidad era presentar diseños completos de clase— que luego eran discutidos en el seminario. Por último, se

profundizaba en algunos asuntos, se corregían errores conceptuales, de formato o de algún contenido faltante y se implementaba la clase.

Guías de trabajo para los estudiantes

Las guías de trabajo para los estudiantes fueron una construcción colectiva —participaron varios profesores— e interdisciplinaria para organizar el currículo, en un momento en el que el mundo entero padecía los efectos de una pandemia. Las guías estaban pensadas para el trabajo independiente del estudiante durante todo un periodo escolar, pero se conectaban con las temáticas abordadas en los encuentros sincrónicos. Las guías se convirtieron en una orientación para los estudiantes en su trabajo autónomo, en una orientación curricular y en una forma de evaluación. Las guías presentaban los objetivos, los indicadores de logro, los objetos de estudio matemáticos, la conceptualización del objeto matemático de interés y algunas actividades que los estudiantes debían desarrollar y entregar.

Las clases se diseñaron en coherencia con los objetivos presentados en las guías. Para evitar que los encuentros sincrónicos con los estudiantes se limitaran a preguntas de cómo resolver la guía, preparé clases de geometría y medida con actividades que atendieran el indicador, pero que motivaron a los estudiantes a resolver con sus propios esfuerzos la guía.

Diario de campo

El diario de campo fue un recurso de sistematización de las experiencias de mi práctica pedagógica. En él logré dar cuenta de lo vivido durante la implementación de las clases, primero con una descripción rápida al finalizar la clase y segundo con una mirada más profunda en la que describí con mayor detenimiento lo sucedido. El diario de campo estaba estructurado en cinco apartados: lo propuesto, lo logrado, lo que nos inquieta, reflexiones, y compromisos y retos.

Grabaciones de video y audio

Las clases fueron implementadas con apoyo de recursos virtuales con reuniones sincrónicas y fueron grabadas en video y audio usando las opciones de la plataforma Microsoft Teams. Las grabaciones fueron un recurso crucial para apoyar la revisión y la reflexión, ya que, me permitieron prestar especial atención a las potencialidades y dificultades en la implementación de los diseños de clase para la enseñanza de la geometría y la medida.

Implementación de los diseños de clase

Primero, describo aspectos generales de la estructura de la clase. Luego, presento el indicador y el objetivo de cada clase. Por último, doy cuenta de algunos detalles del diseño e implementación de las actividades y aprovecho esta descripción para plantear observaciones y reflexiones con respecto a las potencialidades y dificultades identificadas.

Clase 1: Ángulos

La primera clase que describo la implementé el 24 de marzo de 2021. La clase estuvo estructurada en un bloque de dos horas de 50 minutos y participaron 61 estudiantes. El objetivo de la clase era reconocer la noción de ángulo con sus diferentes elementos y estimar su medida. Para ser coherente con dicho objetivo, el indicador de la clase fue: “saber conocer (conceptual): Estima la medida de los ángulos y decide sobre la conveniencia de los instrumentos utilizados según las necesidades de la situación”.

Para esta clase diseñé cuatro actividades en las que buscaba conectar el contexto de los estudiantes con la medición de los ángulos. En la primera actividad trabajé con un reloj de manecillas en el software GeoGebra (versión libre) y propuse a los estudiantes diferentes horas para que identificaran los ángulos, los cuales fueron dibujando en el cuaderno. Me percaté que los estudiantes dibujaron horas equivocadas. Por ejemplo, una de las estudiantes, para marcar las 6:10,

asignó una manecilla al número seis y la otra al número diez. Otros estudiantes ubicaron las manecillas de forma correcta, pero, marcaron el ángulo en sentido contrario, lo que daba un ángulo diferente al que debían de señalar. Por otro lado, se rescata la posibilidad de manejo que me ofreció GeoGebra para mostrar a los estudiantes el comportamiento del reloj y el ángulo correspondiente a las horas asignadas. En el seminario de la práctica pedagógica ya se había señalado una dificultad de diseño de esta actividad. Allí se evidenció una dificultad con la definición operativa de ángulos. Sin embargo, se dio como una actividad posible siempre y cuando las manecillas del reloj dieran sentido de continuidad, dado que podía hacer la relación con las semirrectas que definen de forma teórica al ángulo. Posteriormente, se confirmó que la actividad no fue un contexto apropiado para asociar a los ángulos y, surgió una interpretación que tenía sus dificultades con la definición de ángulo —en especial al definirse construido por semirrectas—.

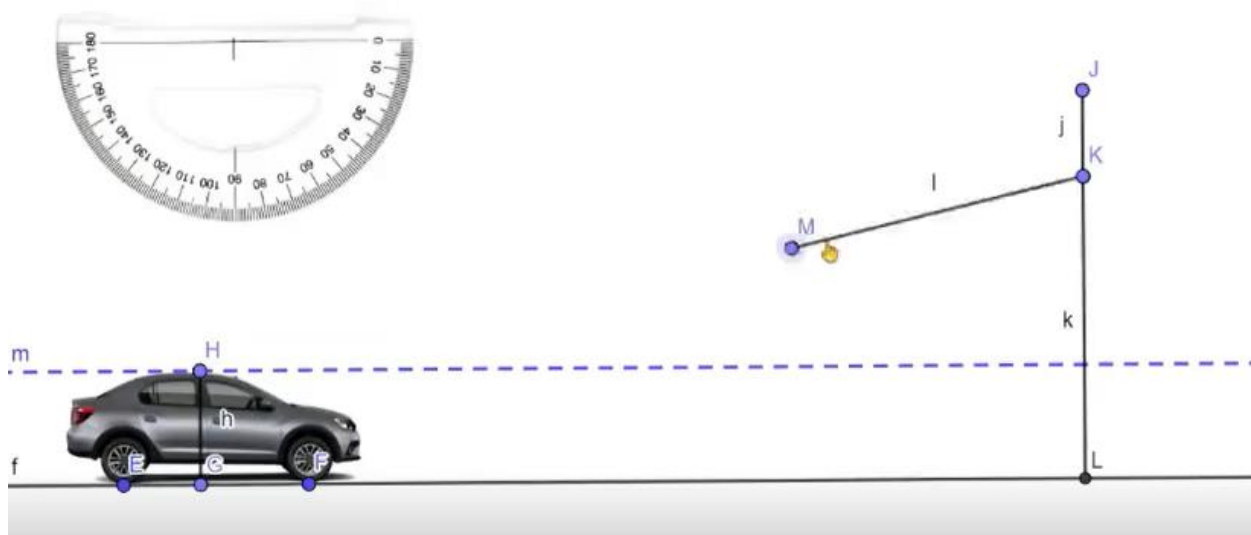
La segunda actividad se tituló: *traza, camina y determina*. En ella propuse un mapa de Google Maps —representado en GeoGebra— que mostraba una zona cercana a la institución educativa. De aquí los estudiantes tenían como tarea plasmar diferentes rutas y en ellas identificar el ángulo que formaban las semirrectas resultantes al trazar los desplazamientos de un punto determinado a otro, y de este último a un punto nuevo. En esta actividad, infortunadamente, no tomé en consideración si los estudiantes tenían conocimiento sobre el manejo de GeoGebra, por lo cual, hubo dificultades al interactuar con los ángulos. Además, no logré identificar cuántos estudiantes ingresaron a la construcción que yo había preparado previamente en GeoGebra en línea.

La tercera actividad fue una construcción en GeoGebra. La construcción se basaba en la puerta de un garaje y el ángulo mínimo para que un automóvil pudiera entrar (ver Figura 1). La intención de la actividad era que los estudiantes hicieran su propia construcción y dieran solución a la pregunta planteada: ¿Qué ángulo debe formar la puerta para que el coche pase?

Cuando se diseñó la actividad parecía innovadora, no obstante, al momento de la implementación despertó más dificultades que otras actividades anteriormente desarrolladas. La primera de las dificultades que se evidenció —ya una constante— fue la vinculación de los estudiantes a la actividad, dado que no se tenía la certeza de cuántos de los estudiantes estaban participando realmente de la actividad. La siguiente dificultad se dio en el diseño de la actividad, dado que no pensé lo suficiente en las indicaciones para los estudiantes. Por lo cual, los estudiantes estaban confusos y no participaron de la actividad. Lo anterior llevó a que la clase se viera pausada a la vez que muchos estudiantes quedaron en silencio sin saber qué hacer o sin saber si pasar a la otra actividad.

Figura 1

Construcción en GeoGebra: altura mínima para parquear el automóvil



Nota. Fuente <https://www.geogebra.org/m/AnK2XEBT>

La cuarta actividad se tituló: *la chica en el espejo*. Los estudiantes debían encontrar el tamaño mínimo del espejo para que la chica pudiera verse de los pies a la cabeza. Dialogué con los estudiantes a partir de un modelo en GeoGebra para explorar las estrategias necesarias para dar solución al problema. Infortunadamente, el diálogo se orientó a conceptos de luz, reflejos, colores,

entre otros, relacionados con conocimientos ajenos al concepto de ángulo y se desperdició una oportunidad para haber hablado sobre ángulos con mayor profundidad.

Clase 2: Estimación

La segunda clase que describo la implementé el 14 de abril de 2021. La clase estuvo estructurada en un bloque de dos horas de 50 minutos y participaron 61 estudiantes. El objetivo de la clase era estimar el resultado de una medición sin realizarla, de acuerdo con un referente previo y aplicar el proceso de estimación elegido. Para ser coherente con dicho objetivo, el indicador de la clase fue: “saber hacer (procedimental): Estima el resultado de una medición sin realizarla, de acuerdo con un referente previo y aplica el proceso de estimación elegido”.

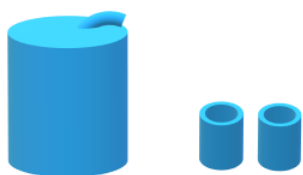
Para esta clase, diseñé cinco actividades que buscaban conectar situaciones cotidianas de los estudiantes con la habilidad de estimación. En la primera actividad, le pedí a los estudiantes estimar la longitud de tres objetos familiares para ellos y compartir las estrategias que usaron para la estimación. Los estudiantes describieron estrategias para estimar la longitud de diferentes objetos como lápiz, casa, cuaderno, puerta. Mi interés en esta actividad era proponer la discusión sobre las diferencias entre medir y estimar. Infortunadamente, para ese entonces, mi comprensión sobre estas dos acciones carecía de rigor y no me permitió ayudar a los estudiantes con una discusión profunda. También debo señalar que, en esta tarea, la participación de los estudiantes fue muy limitada y los argumentos escasos. De los 61 estudiantes que asistieron sólo tuvieron participación plena 5.

La segunda actividad consistió en diligenciar un formulario de Google. Mediante el formulario intenté explorar los razonamientos de los estudiantes en tareas de estimación. Las preguntas del formulario fueron: ¿Cuántos vasos de agua se necesitan para llenar un botellón? (como el que aparece en la Figura 2) y ¿Qué procedimiento utilizaste para llegar a la respuesta? En el desarrollo de esta actividad los estudiantes empezaron a compartir sus razonamientos. Algunos

de sus argumentos me llamaron la atención porque vinculaban variables que no logré anticipar. Por ejemplo, una estudiante señaló “no sabemos cuántos vasos van a caber, porque depende de lo grande o de lo pequeño que sea el vaso. Entre más grande, más agua va a tener, más rápido lo llena, pero si es muy pequeño uno no lo va a llenar tan rápido” (Grabación, 14/4/2021). En la intervención de la estudiante, ella estableció una relación entre la capacidad del vaso y la velocidad de llenado. Esta actividad logró estimular el razonamiento de los estudiantes en una tarea específica de estimación.

Figura 2

Ilustración de galones y vasos de agua con los que se acompañó el formulario de Google



Nota. Fuente elaboración propia

La tercera actividad también tuvo origen a partir de un formulario de Google, en el cual buscaba vincular una tarea de estimación a partir de un escenario familiar para los estudiantes. En el formulario pregunté: ¿Cuántas baldosas de 30 cm por 30 cm se necesitan para cubrir la cancha del colegio? y ¿Qué procedimiento utilizaste para llegar a la respuesta? Para ayudar a los estudiantes a resolver la actividad utilicé una pizarra virtual llamada Idroo para representar la cancha. Descubrí que el uso de este recurso aportó muy poco a la actividad, dado que lo plasmado en la pizarra no era la mejor representación de la cancha del colegio y mi escritura no se veía bien. Dentro de esta misma actividad, indagué a los estudiantes sobre los procedimientos que creían convenientes para resolver el ejercicio. Luego pasamos a estimar una medida para la cancha del colegio para lo cual un estudiante ofreció un valor de cuarenta mil centímetros de largo. La medida

la dejé así para ver el resultado final y la comparación y opiniones de los estudiantes al considerar una cancha con medidas tan grandes. Sin embargo, al terminar de definir las dimensiones de la cancha no le saqué el mejor provecho a un valor que parecía un tanto irreal. Resalto la participación de los estudiantes como algo positivo, dado que surgieron intervenciones y discusiones interesantes. Por ejemplo, una de las estudiantes que respondió a mi pregunta: ¿se puede estimar el tamaño de la cancha del colegio?, dijo “depende mucho de la cancha, si se puede estimar el tamaño de la cancha”. Posteriormente pregunté qué tipo de cancha ocupa mil trescientas baldosas, siendo ese el resultado obtenido en las medidas de la cancha.

Otro alumno, que practicaba el baloncesto, comparó la cancha del colegio con las medidas reglamentarias de una cancha de baloncesto. Puesto que las medidas que obtuvimos corresponden a cifras por encima de lo normativo en las canchas de baloncesto, el estudiante se refirió a una cancha demasiado amplia. En otro caso una de las estudiantes describió el tamaño de la cancha obtenida. La estudiante se refirió a una cancha de un estadio, haciendo relación a una posible cancha con esas magnitudes.

La cuarta y quinta actividad fueron juegos de apareamiento usando la página web *Educaplay*. Uno de los juegos consistía en aparear una lista de diferentes pesos (en miligramos, gramos, kilogramos) con diferentes animales (ballena, león, serpiente, mariposa); el otro consistía en aparear una lista de diferentes longitudes con diferentes animales. De los 61 estudiantes presentes en la clase, 52 participaron del juego. Inicialmente pensé que podría ser un juego atractivo para los estudiantes, pero descubrí que había problemas de diseño. Por ejemplo, en el apareamiento incluí animales con pesos muy similares, entonces el poder de discriminación del juego era muy limitado.

Clase 3: La estimación en situaciones críticas

La tercera clase que describo la implementé el 21 de abril de 2021. La clase estuvo estructurada en un bloque de dos horas de 50 minutos y participaron 60 estudiantes. Para esta clase tuve en cuenta estimular el desarrollo del pensamiento crítico. Entiendo el pensamiento crítico como una habilidad de los sujetos para reconocer situaciones críticas de la sociedad y reaccionar ante ellas (Skovsmose, 1999). El objetivo de la clase era estimar el resultado de una medición sin realizarla, de acuerdo con un referente previo y aplicar el proceso de estimación elegido. Para ser coherente con dicho objetivo, el indicador de la clase fue: “saber hacer (procedimental): Estima el resultado de una medición sin realizarla, de acuerdo con un referente previo y aplica el proceso de estimación elegido”.

Para esta clase diseñé cuatro actividades. En la primera actividad les propuse a los estudiantes estimar la cantidad de agua que utilizaban al cepillarse los dientes. Usé un formulario de Google para facilitar la sistematización de las estrategias que usaban los estudiantes para la estimación. La actividad tenía un propósito doble, explorar estrategias de estimación y al mismo tiempo discutir la importancia del agua. Por ser un escenario familiar para los estudiantes, con esta actividad conseguí vincular a los estudiantes para que participaran y compartieran en voz alta sus estrategias con el resto del grupo. Uno de los estudiantes señaló: “Pensé en cuánto tiempo me demoro cepillándome y después pensé en cuánto me pude gastar”. Otro estudiante respondió la actividad teniendo en cuenta el gasto del agua: “con un medidor de litros para no gastar más agua de lo normal”, esta respuesta apuntó más a la medición. Otro estudiante señaló cómo ahorrar agua: “mi hermana utilizaba un vaso para cuidar el agua y yo le aprendí a ella”. Además, en dicha actividad se buscaba discutir las diferencias conceptuales entre medición y estimación. Los recursos —vasos, jarras— y las maneras en que los estudiantes respondieron a la actividad —por ejemplo, con el tiempo que abrían la llave— dieron paso a comparaciones entre la medición y la

estimación. Por otro lado, la actividad posibilitó un diálogo en torno al gasto y valor de los recursos naturales, en este caso el agua.

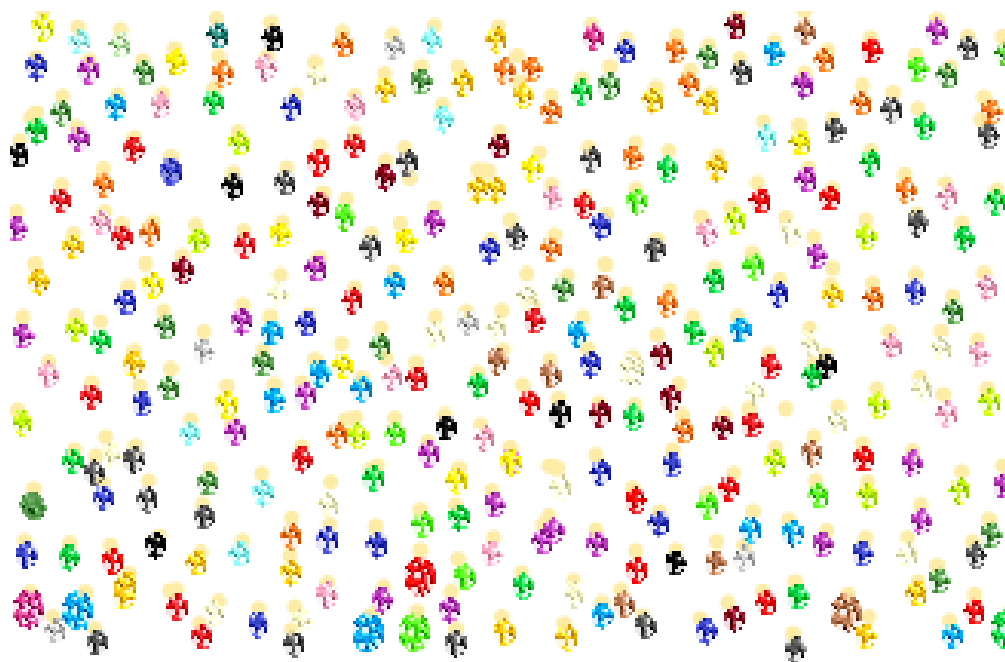
La segunda actividad consistió en estimar el peso de las mascotas de los estudiantes. Mi intención para la actividad fue partir de un contexto real y cercano a los estudiantes. Infortunadamente, no todos los estudiantes tenían mascotas, por lo que la actividad no fue incluyente. No obstante, algunas de las estrategias que los estudiantes utilizaron revelaron formas novedosas de estimación. Por ejemplo, una de las estudiantes usó una libra de arroz para sostener y comparar el peso de su mascota. La estudiante describió: “Yo sostuve una libra de arroz y el perrito, y como pesaba más el arroz que el perrito, pesa más el arroz”. En relación con la respuesta del estudiante, como profesor tuve una dificultad al señalar que “para el peso estamos utilizando lo que es medición” y no dejé claro la situación de estimación lograda por el estudiante.

En la tercera actividad le presenté a los estudiantes diferentes situaciones donde debían decidir cuándo era apropiado estimar y cuándo era apropiado medir. Una de las situaciones era una imagen de una multitud (ver Figura 3) a partir de la cual los estudiantes debían encontrar el número de personas. La intención de la imagen era mostrar la dificultad para encontrar el número exacto de personas en una situación similar y la conveniencia de estimar. Los estudiantes usaron diferentes estrategias para estimar la cantidad de personas en la imagen. Algunos intentaron hacer el conteo uno a uno, pero descubrieron que esta estrategia no era eficiente. Otros decidieron contar únicamente a los más jóvenes para describir que existían el doble de adultos y sumar. Otros dividieron la imagen en porciones iguales, contaron las personas en una de las porciones y luego multiplicaron por el número de porciones. La actividad generó una variedad de estrategias de los estudiantes para responder a la pregunta. No obstante, las participaciones y las estrategias quedaron en un simple comunicado de estas, perdiendo oportunidades para escuchar argumentos, generar discusiones e incorporar a más estudiantes.

Para dicha actividad los estudiantes se animaron a participar, casi instantáneamente. Varios de los estudiantes dieron cifras a la cantidad de personas que había en la imagen. Dejando ver la habilidad de estimación como algo natural que surgió de la pregunta ¿Cuántas personas hay en la imagen? No obstante, mi gestión de la actividad dejó el aporte de los estudiantes a la mitad, pues interrumpí sus aportes en el afán de continuar con el guion que tenía diseñado hasta el momento. El guion asignaba unos minutos para que los estudiantes buscaran un método y una solución. Así pues, el diálogo no se dio con naturalidad y se notó en mi gestión que estaba más interesado en cumplir con la agenda que en promover discusiones matemáticas profundas. Por otro lado, se evidenció que la actividad logró motivar a los estudiantes y movilizó su creatividad para resolver la pregunta propuesta.

Figura 3

Ilustración con número indeterminado de personas para la actividad de estimación



Nota. Fuente elaboración propia

En la cuarta actividad pedí a los estudiantes una lista de 5 situaciones donde necesitáramos estimar y otra lista de 5 situaciones donde necesitáramos medir. La lista de los estudiantes para referirse a la necesidad de estimación incluía situaciones como: los árboles de un bosque, los granos de arena de la playa, las estrellas en el universo. No obstante, algunos estudiantes manifestaron ejemplos que no correspondían a casos de estimación sino de medición. En particular algunos describieron “la altura de una persona, el tamaño de una caja, ...”. Se evidenció que, aunque las actividades no lograron concretar el concepto de estimación en los estudiantes, la mayoría tenía una idea de los casos que eran de estimar y de medir. Esto se comprobó con ayuda de un formulario de Google donde se pidió diferenciar entre varias situaciones cuáles eran casos donde se necesitaba estimar y casos donde era necesario medir. Allí se hacían preguntas como: Para encontrar la estatura de una persona, ¿qué es más pertinente medir o estimar? Justifica tu respuesta; Para encontrar el número razonable de estrellas en un área del cielo, ¿qué es más pertinente medir o estimar? Justifica tu respuesta; entre otras preguntas. Dentro de las justificaciones evidenciadas en los formularios se podía observar una carente apropiación de las respuestas, mostrando aquí que los estudiantes argumentaban someramente lo que pensaban o incluso no aportan detalle a sus ideas. Este tipo de argumentos se evidenció constantemente en actividades relacionadas con los formularios de Google y de nuevo fue una oportunidad que desaproveché y que puede haber utilizado para estimular la argumentación matemática.

Clase 4: Cuerpos geométricos

La cuarta clase que describo la implementé el 12 de mayo de 2021. La clase estuvo estructurada en un bloque de dos horas de 50 minutos y participaron 45 estudiantes. El objetivo de la clase era reconocer un cuerpo geométrico, sus partes y su construcción. Para ser coherente con

dicho objetivo, el indicador de la clase fue: “saber ser (procedimental): Realiza la construcción de cuerpos geométricos con el apoyo de instrumentos de medida adecuados”.

Para esta clase diseñé cinco actividades que buscaban conectar situaciones cotidianas de los estudiantes con el reconocimiento de los cuerpos geométricos. Para la primera actividad se dispuso el tema de la guía para conectar con los cuerpos geométricos. Allí se presentaba la lectura de un texto sobre indicadores de hambre en el mundo y los alimentos y empaques como contexto de cuerpos geométricos. En dicho texto se presentaba el porcentaje según encuestas de la tasa de hambre en Colombia y un apartado donde hacía interés puntual el Medellín. Aquí una de las intervenciones de los estudiantes fue: “profe lo que yo digo es que los niños están en desnutrición y el hambre ha aumentado con la pandemia, también leí que para 2030 van a tratar que todas las personas del mundo tengan comida” (Grabación, 12/05/2021). En efecto, se evidencia que los estudiantes entienden los fenómenos sociales y pueden sentar sus posturas críticas por la situación. Además, se da cuenta que los contextos de inequidad movilizan diálogos reflexivos. En uno de los encuentros del seminario de práctica pedagógica se había discutido la posibilidad de implementar discusiones que promovieran la reflexión crítica. La guía se consideró como una posibilidad de desarrollo del pensamiento crítico. Tal como lo plantea Gutstein (2006), los temas que hacen referencia a injusticias o inequidad pueden encontrarse con las matemáticas como recursos para dar paso a entender y poner en cuestión las injusticias.

Las otras cuatro actividades ajenas a la primera actividad, estaban intencionadas para apoyar a los estudiantes en la solución de algunos puntos de la guía que ellos debían trabajar y devolver a la institución educativa como parte constitutiva de la evaluación.

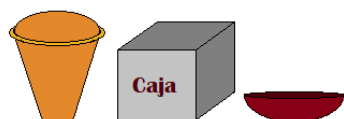
La segunda actividad consistió en apoyar con algunas nociones básicas de cuerpos geométricos y la solución a unas preguntas de la guía. Las preguntas tenían como contexto los recipientes y empaques de diferentes alimentos. Las ideas eran muy intuitivas dado que los cuerpos

geométricos se trabajan desde temprano en la escuela. Algunas de las preguntas fueron: “¿Qué formas de cuerpos geométricos podrían adoptar estos recipientes? ¿Cuál consideras que es la mejor forma de cuerpo geométrico para almacenar alimentos sin que se dañen los empaques y quepan más en un lugar determinado?” (Guía de trabajo, 21/06/2021).

Para apoyar la discusión sobre estas preguntas, presenté una diapositiva que incluía varias imágenes de empaques (ver Figura 4). Además, hice un repaso de los cuerpos geométricos e intenté que los estudiantes señalaran las similitudes de los cuerpos con empaques de productos de la canasta familiar. Quiero ser objetivo cuando pienso que la clase se dio con unos estudiantes interesados por responder su guía. Ahora bien, algunos estudiantes señalaron el tener la guía solucionada. Así pues, mi gestión frente a la actividad debió enfocarse más el trabajo en dichas actividades, dado que varios estudiantes eran indiferentes ante el apoyo conceptual que brindaban las actividades. Aquí se evidenció mi dificultad como docente para gestionar las actividades para que fueran innovadoras y estimular la participación de los estudiantes.

Figura 4

Cuerpos geométricos contextualizados en objetos cotidianos



Nota. Fuente elaboración propia

En la tercera actividad se revisaron las definiciones de las partes de los cuerpos geométricos —caras, vértices y aristas—, con el software dinámico GeoGebra (versión libre) donde a partir de un cubo se señalaron los nombres técnicos de las partes. Encontré estudiantes que no consideraban las caras basales de los cuerpos geométricos como caras. En ese sentido, el recurso me ayudó en la

visualización del cuerpo geométrico. Pregunté a los estudiantes por un vértice que contuviera más de tres aristas y uno compartió una pirámide para responder la pregunta (ver Figura 5).

La cuarta actividad se enfocó en estudiar la construcción de los cuerpos geométricos con apoyo del software GeoGebra. Presenté una animación con un poliedro irregular, que se incorporaba y se desdoblaba con indicaciones del software dinámico. La intención con esta actividad era que los estudiantes se acercaran a la construcción y estructura de un cuerpo geométrico. Durante la actividad, una dificultad con el software fragmentó la clase dado que no tuve en cuenta en la construcción una de las acciones necesarias para que la figura se moviera. Para poner en contexto: todo el cuerpo geométrico debía construirlo sobre una circunferencia, y por alguna razón no la hice. En la construcción del cuerpo geométrico con el software, se construye una circunferencia sobre la cual se señalan las aristas de la base. A partir de la base construiría el prisma. Aquí los estudiantes esperaban mientras yo buscaba las indicaciones para la construcción, lo que afectó la gestión de la clase y las producciones de los estudiantes. Los estudiantes se dispersaron el resto de la clase.

Figura 5

Producción de un estudiante para ilustrar un vértice con más de tres aristas



Nota. Fuente grabación de video actividad 3, clase 4: cuerpos geométricos

En la quinta actividad trabajé otro de los puntos de la guía que hacía referencia a la construcción de los cuerpos geométricos con cartulina. Señalé los diferentes cuerpos que debían

construir los estudiantes y los tamaños indicados para satisfacer los requerimientos de los puntos de la guía. Aquí los estudiantes hicieron trabajo autónomo, y la entrega de este material no se evaluó ni se discutió en las clases.

Clase 5: Relaciones entre las partes de los cuerpos geométricos

La quinta clase la implementé el 26 de mayo de 2021. La clase estuvo estructurada en un bloque de dos horas de 50 minutos y participaron 50 estudiantes. El objetivo de la clase era reconocer un cuerpo geométrico, las partes que lo componen y sus relaciones. Para ser coherente con dicho objetivo, el indicador de la clase fue: “saber ser (procedimental): realiza la construcción de cuerpos geométricos con el apoyo de instrumentos de medida adecuados”.

Para esta clase diseñé cuatro actividades que buscaban la argumentación, relación, reflexión, reconocimiento y apropiación de los estudiantes sobre los cuerpos geométricos. En la primera actividad retomé la relación de Euler que asocia caras, aristas y vértices y que había presentado en un encuentro anterior ($C+V=A-2$), donde C son las caras, V los vértices y A las aristas. Allí la intención era encontrar el número de aristas de dos poliedros, uno con base de cincuenta lados y otro de cincuenta y tres. Algunos de los estudiantes encontraron la relación del número de lados del base multiplicado por tres para encontrar las aristas. Esta relación no corresponde a la relación de Euler. Un estudiante señaló “En las aristas multipliqué cincuenta por tres y me dio ciento cincuenta”, refiriéndose a la cantidad de aristas. Otros estudiantes aplicaron la relación de Euler que habíamos deducido en la clase anterior: $C+V=A-2$. Una dificultad que encontré en esta actividad fue que yo, como profesor, no ayudé a los estudiantes a registrar los resultados que se obtenían. Por ello, la reflexión frente a las cantidades de caras, vértices y aristas se hizo de una manera abstracta cuando una tabla habría podido ayudar a concretar esta tarea y a facilitar la generalización de la relación.

Para la segunda actividad se buscó observar algunas pirámides de bases diferentes, con la intención de que los estudiantes encontraran alguna relación entre las cantidades de caras, vértices y aristas. Para esta actividad les pedí que escribieran el resultado en sus cuadernos para tener registro de lo que iban encontrando. Aquí fue necesario el apoyo que podía ofrecer con una tabla de datos para resolver la dificultad de la actividad anterior. Los estudiantes pudieron observar las cantidades asignadas y se aventuraron a establecer conjeturas. La primera conjetura por parte de los estudiantes fue que “el número de caras de la pirámide es igual al número de lados de la base más uno”. La segunda conjetura señalada por una estudiante fue “parece que casi siempre el número de caras y vértices es el mismo”, se puede ver que la estudiante quería señalar que el número de caras y vértices coinciden. La tercera conjetura fue por parte de un estudiante, quien para encontrar el número de aristas en una pirámide señaló “profe yo multiplico el número de lados de la base por dos”.

La tercera actividad consistió en un análisis y clasificación de cuerpos geométricos como poliedros regulares, irregulares y cuerpos redondos (semi esferas, esferas y cilindros). En esta actividad tuve dificultades conceptuales dado que al referirme a algunos cuerpos geométricos me equivoqué en el número de caras que contenían.

En una primera parte, definí los poliedros (clasificándolos en poliedros regulares e irregulares) y los cuerpos redondos. Luego, pregunté si alguien sabía a qué se le atribuía la regularidad, o si tenían idea en que se diferenciaba la regularidad de la irregularidad en los poliedros. Un alumno respondió: “profe, que la base y la altura es igual, parece un cubo” (Grabación, 26/05/2021). Se tiene en cuenta que al hablar de poliedros irregulares existen algunos con bases y alturas diferentes. Aunque igualmente se podría explorar esa regularidad en las bases y alturas de los cuerpos geométricos, para ahondar en las ideas que compartían los estudiantes.

Más adelante, en la presentación de los poliedros regulares señalé su respectiva definición. Luego, pregunté ¿cuál es la forma de las caras? y ¿cuántas caras conforman el poliedro? Allí cometí el error de no tener la respuesta al número de caras para algunos poliedros. Aquí el problema se vio identificado en la preparación de la clase, pues esos detalles minuciosos que se deben tener en muchos escenarios no los tomé en cuenta.

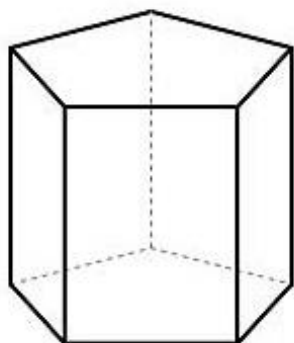
Por otra parte, pregunté por los poliedros irregulares, y una estudiante logró intuir y acercarse a una definición formal de poliedro irregular. Para continuar separé los poliedros irregulares en prismas y pirámides. Lo que prosiguió fue una explicación de diferentes prismas: regulares e irregulares. Igualmente desaproveché la oportunidad para hacer preguntas y abrí poco espacio a la participación de los estudiantes sobre los cuerpos redondos.

La cuarta actividad la implementé en la plataforma *Kahoot*. Allí hice un cuestionario interactivo con respecto a los cuerpos geométricos. La primera dificultad consistió en el ingreso y registro de los estudiantes, dado que muchos se registraban con otros nombres o se demoraban en ingresar. Dentro de las preguntas del cuestionario las que dieron sentido a la clase fueron:

(1) ¿Es la siguiente figura un poliedro regular? Aquí se presentó una imagen con un poliedro irregular cuyas caras basales eran dos hexágonos (ver Figura 6) y la mayoría de los estudiantes respondieron verdadero. Sólo el 11% de los estudiantes respondieron correctamente. Es necesario recalcar que, un poliedro regular define todas sus caras iguales, así pues, sus dos caras basales no corresponden con la definición. El resultado en esta pregunta del cuestionario me dio a entender que los estudiantes aún no tenían clara la diferencia entre un poliedro regular e irregular que se había repasado anteriormente. Además, 19 estudiantes no respondieron a esta pregunta, lo que puede sugerir que no la comprendieron.

Figura 6

Poliedro irregular



Nota. Fuente elaboración propia

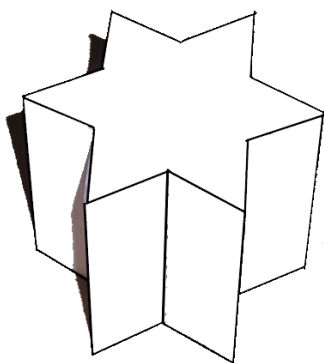
El diálogo se extendió para aclarar las diferencias y características entre cada poliedro. Aquí un primer estudiante que respondió verdadero dijo: “yo respondí verdadero profe, porque primero me di cuenta que los lados eran los mismo, pero luego vi la base y vi que no era igual a los otros y por eso puse verdadero” (Grabación 26/05/2021). Aquí se ve una dificultad por la interpretación de la pregunta dado que los estudiantes tenían claro que estaban hablando de un poliedro irregular, otros estudiantes estuvieron de acuerdo con lo que señaló el compañero. Otro estudiante respondió falso, al momento de preguntarle el porqué de su elección dijo: “Si es un poliedro regular tiene que tener las figuras iguales” (Grabación 26/05/2021). Luego de un momento el mismo estudiante rectifica y dice “con caras iguales, no figuras”. De aquí observé potencialidad en los alumnos al apoyarse en las definiciones dadas para identificar características de los objetos presentados.

Otra de las preguntas propuestas en el formulario fue (2) Selecciona el tipo de cuerpo geométrico presentado en la siguiente imagen (ver Figura 7). La imagen presentaba un cuerpo geométrico cuya base era una estrella de seis puntas de lados iguales. Dentro de las opciones de respuesta se encontraba: (a) prisma irregular; (b) prisma cóncavo; (c) pirámide; (d) prisma oblicuo. El 95% de las respuestas de los estudiantes era la opción (a) prisma irregular.

De hecho, uno de los estudiantes señaló que era un prisma cóncavo pero que además era un prisma irregular. Una de las dificultades que tuve fue que no interpreté lo que el estudiante quiso decir. Si bien, el estudiante estaba equivocado en su respuesta no me dispuse a entender la confusión existente entre prisma irregular y poliedro irregular, que fue en esencia lo que el estudiante mostraba en su respuesta. Al finalizar, una estudiante señaló que no entendió lo que se discutió en esta pregunta. Al reflexionar sobre lo sucedido me di cuenta que los estudiantes reconocían el término irregular, lo asociaban con diferencias dentro del cuerpo geométrico —si poseía una diferencia era irregular y si no regular—. Sin embargo, los estudiantes que respondieron la opción (a) prisma irregular, no reconocían la diferencia que define a un prisma como irregular. Por ejemplo, algunos estudiantes consideraron la irregularidad desde una comparación de todas las caras. Allí las caras basales eran diferentes a las otras caras y por tanto irregulares. Mientras algunos estudiantes observaron las caras basales y se dieron cuenta que no eran diferentes y por tanto no era un prisma irregular. Yo mismo al no comprender la dificultad por la que los estudiantes pasaban nunca aclaré las diferencias. Al finalizar el tiempo aclaré la respuesta (b) prisma cóncavo, señalando por qué la figura no podía ser un prisma irregular y se pasó a la siguiente pregunta.

Figura 7

Modelo de papel de un prisma cóncavo



Nota. Fuente elaboración propia

En esta cuarta actividad fui poco asertivo con las preguntas que hacía en la interacción que tuve con los estudiantes y la manera como gestionaba las preguntas. Si bien, las preguntas formuladas en la plataforma *Kahoot* permitían generar diálogos concretos relacionados con las dificultades de los estudiantes, mi discusión se limitó a responder las preguntas y desperdicié la oportunidad de profundizar asuntos conceptuales con ellos. La actividad en la plataforma quedó con preguntas al final sin discusiones de fondo, dado que no administré bien el tiempo de la clase y se vio reducido el espacio para cada pregunta. Allí solo se observaron los resultados y se aclaraba la respuesta correcta.

Potencialidades y dificultades

A continuación, presento algunas reflexiones que emergieron durante el proceso de análisis, para dar cuenta de las potencialidades y dificultades en la implementación de los diseños de clase para la enseñanza de la geometría y la medida. El primer apartado tiene que ver con las potencialidades, y el segundo apartado hace referencia a las dificultades que se presentaron.

Potencialidades

En la implementación de los diseños de clase hubo aspectos potentes que se pudieron identificar. Para dar cuenta de ello, profundizaré en algunas actividades que vincularon a los estudiantes con sus contextos cotidianos, posibilitaron diálogos críticos y permitieron la construcción de conjeturas y estrategias variadas para solucionar las situaciones propuestas.

En la implementación de los diseños de clase surgieron varias actividades en las que se presentó un contexto familiar al estudiante: estimar la cantidad de agua que gastan al cepillarse los dientes, el peso de la mascota, el tamaño de la cancha del colegio y la cantidad de personas en una multitud. Allí se evidenció una participación activa por parte de los estudiantes a la hora de compartir sus razonamientos, conjeturas y estrategias de solución.

Por otro lado, actividades como la de estimar la cantidad de agua para cepillarse los dientes y la de los indicadores de hambre en el mundo confrontaron a los estudiantes con conflictos sociales: el hambre y con la reflexión frente al cuidado del agua. Estos escenarios permitieron que los estudiantes no solo abordaran objetos matemáticos sino hablar sobre situaciones de inequidad que aquejan al mundo. Estos contextos posibilitaron vincular la enseñanza de la geometría y la medida con la discusión de algunas situaciones críticas de la sociedad (Skovsmose, 1999). De esta forma, la intención de dichas actividades era generar una conciencia crítica en los estudiantes, como una oportunidad para ir más allá de la información disciplinar aislada del mundo y formarlos para

abordar críticamente las crisis y conflictos sociales (Zapata-Cardona, 2018). Dicho de otro modo, los escenarios críticos pueden dar lugar a discusiones críticas; sin dejar de lado asuntos matemáticos.

De igual manera, algunas actividades generaron espacio de participación para que los estudiantes expusieran sus ideas y discutieran asuntos críticos del mundo. De nuevo, se intentó que los objetos matemáticos presentados en las clases estuvieran conectados con contextos familiares y situaciones críticas para los estudiantes. Por ejemplo, actividades como *traza, camina, determina* (clase 1, 24 de marzo de 2021), el número de baldosas de la cancha (clase 2, 14 de abril de 2021), el gasto de agua al cepillarse (clase 3, 21 de abril de 2021), entre otros. Al respecto Freudenthal (1991) citado en Zapata-Cardona (2020) sugiere que “los estudiantes necesitan problemas matemáticos realistas que tengan un contexto significativo” (p. 4). En correspondencia, es evidente lo potente que resulta una enseñanza llevada a cabo dentro de un contexto familiar para los estudiantes.

Por otra parte, se evidenció potencialidad de las actividades diseñadas para apoyar a los estudiantes en la conversación matemática que llevaba al establecimiento de conjeturas, y en la producción de estrategias variadas para la solución de las situaciones propuestas. Por ejemplo, cuando se les pidió a los estudiantes encontrar el número de personas en una multitud (clase 3, actividad 3), unos dividieron la imagen en porciones pequeñas y luego multiplicaron por el número de porciones. O en la clase 5 donde se les pidió a los estudiantes encontrar la relación entre vértices, caras y aristas de pirámides y prismas, ellos propusieron conjeturas interesantes que habían sido resultado de un proceso de análisis de las características de los cuerpos geométricos.

Dificultades

A continuación, presento las dificultades que tuve en mi práctica y que se observaron y analizaron en el transcurso de la implementación de los diseños de clase. Dichas dificultades están relacionadas con: carencia en el rigor conceptual, débil gestión de la clase, pobre uso de herramientas tecnológicas y oportunidades poco aprovechadas.

Carencia en el rigor conceptual

Una de las dificultades más recurrentes en la implementación de los diseños de clases fue la falta de rigor conceptual con la que abordé la discusión. Me encontré con dificultades para manejar algunos conceptos, lo cual generó confusiones con algunas definiciones. En otros casos, los conceptos que llevaba al aula no estaban claros, los trataba con ambigüedad o los asumía con ligereza. Por ejemplo, cuando me faltó una definición operativa de ángulo para orientar con dominio conceptual la clase 1, donde los estudiantes debían medir diferentes ángulos, o cuando me faltó claridad teórica en los procesos de estimación y medición que se debían dominar para avanzar en las diferentes actividades que propuse (el peso de la mascota, la medida de tres elementos familiares, cuánta agua gasta al cepillarse, ...). Fue evidente mi falta de rigor conceptual para orientar con precisión las discusiones que se presentaron en las clases. La falta de rigor conceptual se traduce en dificultades de comprensión para los estudiantes. Uno de los aprendizajes que me quedan como profesor en formación es la importancia de la preparación de la clase que debe superar la descripción detallada de las actividades y debe también considerar el rigor conceptual para acompañar con pertinencia la argumentación, el razonamiento y la discusión de las conjeturas y estrategias que proponen los estudiantes. A lo largo de las clases fue evidente que, cuando el conocimiento disciplinar del profesor es débil, limitado o ambiguo es un factor que entorpece la enseñanza, pues el conocimiento disciplinar es el fundamento de su praxis (Leal Castro, 2014).

Gestión de la clase

La gestión de clase tiene que ver tanto con el manejo de grupo como con las formas en las que se integran la planeación, la ejecución, el monitoreo y la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes. El Ministerio de Educación Nacional en los Estándares Básicos de Competencias (2006) comparte una visión de las clases en relación con el proceso de enseñanza de las matemáticas. Allí se describe que:

Es necesario que en los procesos de enseñanza de las matemáticas se asuma la clase como una comunidad de aprendizaje donde docentes y estudiantes interactúan para construir y validar conocimiento, para ejercer la iniciativa y la crítica y para aplicar ese conocimiento en diversas situaciones y contextos. (p.48)

Así pues, las clases en sí mismas son un espacio de interacción y la gestión de grupo es crucial para la enseñanza. Una clase en la que no se gestiona el uso de la palabra y no se posibilita la participación de los estudiantes para aportar y justificar ideas, no es un ambiente propicio para el aprendizaje de las matemáticas.

Durante el desarrollo de las actividades surgieron dificultades para gestionar la participación del estudiante que afectaron el proceso de enseñanza, ya que, muchas veces la participación en las clases estaba representada en unos cuantos estudiantes. Al respecto, Gamboa y Ballesterro (2009) sugieren la importancia de la participación de los estudiantes en la clase y proponen que el estudiante debe tener “una participación activa, dirigida por la investigación, reflexión y búsqueda del conocimiento” (p. 133).

Por otro lado, en los espacios de clase se vivieron momentos donde las soluciones o las conjeturas que proponían los estudiantes quedaron sin discusión o reflexión de fondo. Por ejemplo, en la clase 2, los estudiantes tenían que encontrar el número de baldosas que necesitaban para cubrir

la cancha del colegio, y algunos dieron medidas irreales de la cancha que yo simplemente ignoré cuando debí haber retomado. Al respecto, Rojas (2001) muestra en la ejemplificación de la construcción de un rectángulo ideas correctas que expresa el estudiante, pero señala que las ideas incorrectas difícilmente son discutidas. En este sentido, la gestión de grupo no debería centrarse exclusivamente en monitorear si los estudiantes dan respuestas correctas; también debería enfocarse en las ideas incorrectas como un punto de partida para estimular la discusión matemática. Al respecto, Gonzáles (2001) menciona que “el profesor podrá mostrar el carácter erróneo de una decisión tomada por el alumno, produciendo un contraejemplo adecuado que evidencie el error cometido” (p. 286).

Adicionalmente, un elemento fundamental en la gestión de la clase es la administración del tiempo. La implementación de las actividades, la participación de los estudiantes, la argumentación matemática, y la evaluación de la clase son asuntos que requieren tiempos que se deben planear y gestionar. A lo largo de la implementación de los diseños de clase tuve muchas dificultades en la gestión del tiempo y esto me llevó a tener: actividades cortadas, otras prolongadas y clases incompletas.

Uso de herramientas tecnológicas para la enseñanza

Las herramientas tecnológicas con las que apoyé la implementación de los diseños de clase para la enseñanza de la geometría y la medida fueron GeoGebra, Kahoot, Idroop, formularios de Google, Educaplay, entre otras. En el mundo actual la tecnología se ha convertido en un elemento esencial para la comunicación y en consecuencia para la educación en tiempos críticos. Al respecto la UNESCO (citada en Rappoport, et al., 2020) advierten que “las herramientas digitales de comunicación son grandes aliadas para el desarrollo de la educación no presencial, pero también pueden ser un factor de agobio debido a la cantidad de opciones disponibles y la complejidad de

uso” (p. 13). No obstante, los recursos en la web deben ser cuidadosamente estudiados antes de la implementación en la clase para minimizar las dificultades.

Las herramientas por sí solas no aportan a la enseñanza y, se requiere de una exploración y un entrenamiento previo antes de llevarlas al aula de clase. Así pues, no tener en cuenta la profundidad y la rigurosidad que se necesita para el trabajo con la tecnología en la enseñanza puede conllevar a dificultades. Algunas de las dificultades que tuve con las herramientas tecnológicas en la implementación de las clases fueron: desconocía la familiaridad de los estudiantes con las herramientas, no tenía como monitorear que los estudiantes estaban interactuando con las construcciones que les enviaba en GeoGebra, construí un reloj en GeoGebra que no me funcionó como necesitaba, usé una pizarra online que no me daba trazados limpios, construí un sólido en GeoGebra que no me funcionó para apoyar la clase, y utilicé de forma inapropiada un juego de apareamiento en línea que no tenía la capacidad de discriminación para las magnitudes. Por lo tanto, coincido con Sinclair et al. (2017) cuando señalan que: “Es cada vez más necesario comprender mejor cómo las herramientas digitales nuevas y emergentes se pueden utilizar eficazmente” (p. 282). Las herramientas tecnológicas pobremente usadas en la enseñanza pueden ser un verdadero desastre en la clase, mientras el uso y manejo eficiente pueden convertirse en aliados en la enseñanza y el aprendizaje.

Oportunidades poco aprovechadas

A continuación, resalto aquellas ocasiones donde las intervenciones de los estudiantes o sus producciones matemáticas no se aprovecharon o incluso actividades interesantes a las que no se les sacó un buen partido.

Desaproveché muchas oportunidades en las que podía apoyar las intervenciones de los estudiantes para promover pensamiento y argumentación matemática pero no lo hice. Por ejemplo,

en la clase 3 cuando los estudiantes ofrecían sus diferentes formas de encontrar el número de personas en una multitud, me limité a escuchar sus ideas, pero no las contrasté entre ellos y no los estimulé a que ofrecieran sus argumentos. En relación con la argumentación, esta se ha señalado como una habilidad esencial en la formación del pensamiento matemático (Gamboa y Ballesteros, 2018). Sin embargo, en la implementación de las clases dejé pasar muchas oportunidades para que los estudiantes argumentaran. Algunas veces las respuestas que los estudiantes daban a las preguntas propuestas se presentaban sin argumentos, o daban argumentos débiles y yo no lograba redireccionar la discusión para estimular la argumentación.

Otro ejemplo sucedió en la clase 2 en la que los estudiantes debían encontrar el número de baldosas para cubrir la cancha del colegio. Unos estudiantes encontraron unas medidas irreales de la cancha y yo no intervine. Allí se pudo haber estimulado la habilidad de monitoreo para ayudar a los estudiantes a ir validando sus respuestas. Finalmente, la construcción en GeoGebra de la chica en el espejo que usé para motivar la discusión sobre los ángulos se desperdició porque los estudiantes hablaron de muchas cosas, pero no de los ángulos. Allí también tuve que haber intervenido, pero no lo hice.

Conclusiones

En esta sistematización de experiencia se señalaron potencialidades y dificultades que tuve en la implementación de los diseños de clase de geometría y medida, que permiten plantear algunas reflexiones para la enseñanza. Dentro de las potencialidades se destaca que las actividades fueron diseñadas teniendo en cuenta la familiaridad con el estudiante para que pudieran estimular el uso de estrategias de solución innovadoras, el pensamiento crítico y el planteamiento de conjeturas. Esto sugiere que actividades de esta naturaleza pueden funcionar como una estrategia para conectar con la atención y el interés del estudiante. En la preparación de clases de matemáticas las actividades deben ser atractivas y motivadoras.

Respecto a las dificultades que se presentaron en la implementación de los diseños de clase se resaltan: la falta de rigor conceptual, la débil gestión de la clase, el pobre uso de las herramientas tecnológicas y las oportunidades desaprovechadas para generar pensamiento matemático. Las dificultades identificadas pueden ser traducidas en posibilidades de mejoramiento. Muchas de estas son propias de mi proceso formativo y fueron consistentes a lo largo de las clases. Es un llamado de atención como futuro profesor para hacer énfasis en la preparación que es crucial para el éxito de cualquier clase.

Esta sistematización de experiencia tiene implicaciones importantes en los procesos de formación de profesores. La formación del profesor es un proceso continuo, y este ejercicio muestra que la observación y reflexión sobre la implementación de diseños de clase puede constituir una herramienta de aprendizaje y preparación de profesores tanto en formación inicial como en ejercicio.

Referencias

- Acuña, C. (2015). Aspectos cognitivos del aprendizaje de la geometría. En P. Perry, (Ed.) *Memorias del 22 Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Bacares, J., y Cruz, M., (2015). Argumentación de estudiantes del ciclo IV, apoyada en un software de geometría dinámica. En P. Perry (Ed.). *Memorias del 22 Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones*. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional
- Diaz-Nunja, L., Rodríguez-Sosa, J., & Lingán, S.K. (2018). Enseñanza de la geometría con el software GeoGebra en estudiantes secundarios de una institución educativa en Lima. *Propósitos y Representaciones*, 6(2), 217-251. Doi: <http://dx.doi.org/10.20511/pyr2018.v6n2.251>
- Gamboa, R., y Ballesteros, E., (2009). Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 4 (5), 113- 136.
- Gamboa, R., y Ballesteros, E., (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*, 14 (2), 125-142.
- Giroux, H. A. (2019). Hacia una pedagogía de la esperanza educada bajo el capitalismo de casino. *Pedagogía y Saberes*, 50, 153-158.
- González, M., (2001). La gestión de la clase de geometría utilizando sistemas de geometría dinámica. En Gómez, P., y Rico, L. (Eds.). *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro* (pp. 277-290). Granada: Editorial Universidad de Granada.
- Gutiérrez Rico, D. (2008). Hablemos de sistematización de experiencias. *Apuntes sobre metodología de la investigación*, 8, 5-13.
- Gutstein, E., (2006). *Reading and writing the world with mathematics: toward a pedagogy for social justice*. Taylor & Francis.
- Leal Castro, A. (2014). El Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC): una herramienta que contribuye en la configuración de la identidad profesional del profesor. *Magistro*, 8(15), 89-110.

- Marmolejo, A., y González, A., (2015). El área de superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la cuestión. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 10 (1), 45-58.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Matemáticas: Lineamientos Curriculares. Recuperado de http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Tomado de <http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>.
- Olaya Duran, A. F., Parra Pachón, J. E., Cruz Rodríguez, J. D., Villamil Camelo, M. J., & Sánchez Moreno, S. E. (2014). Una propuesta de enseñanza del área y perímetro para estudiantes de 4° en un contexto rural. *Revista Científica*, 2, 538–542. <https://doi.org/10.14483/23448350.7720>
- Rojas, P. J. (2001). Pensamiento métrico: construcción del concepto de medida. En P. J. Rojas, (Ed.), *Memorias del 3er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 18-19). Santa Marta: Gaia. <http://funes.uniandes.edu.co/2418/1/Rojas2001Pensamiento.pdf>
- Rappoport S., Rodríguez M. y Bressanello M. (2020). *Enseñar en tiempos de Covid 19*. Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura. https://repositorio.uam.es/bitstream/handle/10486/692308/ensenar_rappoport_2020.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Ruthven, K., (2018). Constructing Dynamic Geometry: Insights from a Study of Teaching Practices in English Schools. En G. Kaiser et al. (eds.), *Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs*, https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_29
- Sinclair, N., Bartolini, M., De Villiers, M., Jones, K., Kortenkamp, U., Leung, A., Owens, K., (2017). Geometry Education, Including the Use of New Technologies: A Survey of Recent Research. En G. Kaiser (ed.), *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs*, DOI 10.1007/978-3-319-62597-3_18
- Skovsmose, O., (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. (Valero, P., Trad.). Universidad de los Andes. Bogotá.

Zapata-Cardona, L., (2018). Enseñanza de la estadística desde una perspectiva crítica. *Yupana*, (10), 30-41. <https://doi.org/10.14409/yu.v0i10.7695>

Zapata Cardona, L. (2020). El rol de las tareas realistas en la interpretación del residuo de la división aritmética. *Uni-Pluriversidad*, 20(2). e2020204. doi: 10.17533/udea.unipluri.20.2.04