



El surgimiento del concepto de área: un rastreo historiográfico desde algunas condiciones de posibilidad

Carolina García Agudelo
Julián Arbey Roldán Martínez
Eliana Zapata Ruiz

Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciado en Educación Básica
con Énfasis en Matemáticas

Asesores

Diana Victoria Jaramillo Quiceno, Doctora en Educación
Diego Alejandro Pérez Galeano, Doctor en Educación

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas
Medellín, Antioquia, Colombia

2022

Cita	(García, Roldán y Zapata, 2022)
Referencia	García, C., Roldán, J., & Zapata, E. (2022). <i>El surgimiento del concepto de área: un rastreo historiográfico desde las condiciones de posibilidad</i> . [Trabajo de grado profesional].
Estilo APA 7 (2020)	Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.



Grupo de Investigación Matemática, Educación y Sociedad (MES)

Centro de Investigaciones Educativas y Pedagógicas (CIEP)



Centro de Documentación Educación

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: Jairo Arboleda Céspedes.

Decano/Director: Wilson Bolívar Buriticá

Jefe departamento: Cártul Vargas Torres.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros.

Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

A Dios, a mis padres Sor Mérida Agudelo y Wilson García, a mis hermanos John Mario López y Leidy Vanessa López, a Heidy María Arcila y a mis compañeros Julián Roldán, Eliana Zapata y mi amigo Diego Marín; a todos ellos, por su paciencia, amor y apoyo incondicional.

Carolina García A.

A mi familia por estar presente en mi proceso de formación profesional y su apoyo incondicional para lograr la meta de ser un Licenciado; a mis compañeras de investigación y a mis asesores de práctica por su tiempo, sabiduría y ardua labor para consolidar este producto.

Julián Roldán M.

A mis hijos Guadalupe y Antony Jaramillo, a mi madre Luz Ángela Ruiz, a mi padre Otoniel Zapata y a mis hermanos, por la paciencia y acompañamiento en todo este proceso.

Eliana Zapata R.

Agradecimientos

A nuestras familias, que creyeron en nosotros, nos apoyaron incondicionalmente y valoraron nuestro esfuerzo desde el momento que iniciamos nuestra carrera profesional hasta poder culminar.

A nuestros asesores Diana Jaramillo y Diego Pérez, por el tiempo, disposición y el constante acompañamiento en la consolidación de nuestro trabajo y en todo nuestro proceso de formación profesional; gracias por sus consejos y experiencias llenas de enseñanzas.

A la Universidad de Antioquia y la Facultad de Educación, por brindarnos una formación de calidad y la oportunidad de acceder a una educación superior.

A nuestros amigos más cercanos y a nuestros compañeros del Seminario de Práctica Pedagógica, que en cada uno de los espacios nos brindaron sus contribuciones en el proceso de formación profesional.

A la Institución Educativa que nos abrió sus puertas, a nuestra maestra cooperadora Hilda Janeth Espinal y a su grupo de estudiantes por el acompañamiento, la experiencia, la paciencia y la motivación en nuestro proceso de práctica profesional.

¡GRACIAS!

Tabla de contenido

Presentación	9
1 Inicios del Camino: Reflexiones que movilizaron la investigación	11
1.1 Nuestras experiencias y reflexiones en la Práctica Pedagógica	13
2. Fundamentación teórica y metodológica del camino	29
2.1. Condiciones de posibilidad	29
2.2 Historiografía	35
2.2.1 Paradigma cualitativo	37
2.2.2 Enfoque hermenéutico-interpretativo	38
2.2.3 Construcción de Archivo	39
3. Camino a recorrer: identificación de algunas condiciones de posibilidad que han ayudado al surgimiento del concepto de área	44
3.1 La Agrimensura	47
3.1 La Arquitectura	62
4. Conclusiones	73
Referencias	78

Lista de tablas

Tabla 1 Archivo	41
-----------------------	----

Lista de figuras

Figura 1 Tema: Áreas del rectángulo y del cuadrado	17
Figura 2 Problema 48 del Papiro de Rhind	51
Figura 3 Problema 51 del Papiro de Rhind	52
Figura 4 Descomposición del triángulo isósceles y composición del rectángulo	53
Figura 5 Problema 52 del Papiro de Rhind	53
Figura 6 Descomposición del trapecio y composición del rectángulo	54
Figura 7 Representación del problema de la repartición de un terreno en la tablilla AO 17264 ..	58
Figura 8 Problema 14 del Papiro de Moscú	67
Figura 9 Tablilla Babilónica: Si.427, datada entre los años 1900 y 1600 a.C.	70

Resumen

A partir de los referentes teóricos y metodológicos de la perspectiva histórico-cultural de la educación matemática, bajo un paradigma cualitativo y enfoque hermenéutico-interpretativo, tenemos como objetivo de investigación identificar algunas de las condiciones de posibilidad que ayudaron al surgimiento del concepto de área en el campo de la geometría, para dar respuesta a la pregunta de investigación: ¿Cuáles han sido algunas de las condiciones de posibilidad que han ayudado al surgimiento del concepto de área?

El rastreo de la información para esta investigación la desarrollamos a partir del método historiográfico, este a su vez, complementado con un análisis de contenido. Para la sistematización de la información usamos la construcción del archivo, el cual nos ayudó a consolidar dos categorías emergentes, a saber: “La Agrimensura” y “La Arquitectura”. Los hallazgos del rastreo se resumen en tres condiciones de posibilidad: el trazado de los lindes de terrenos, tanto por las inundaciones anuales de las regiones como por medir los diferentes espacios usados para los sembrados; el cultivo y tratamiento del suelo, para satisfacer la necesidad básica de alimentarse; y la construcción de edificaciones para el desarrollo de la sociedad como casas, templos y muros.

Finalmente, esta investigación pretende contribuir al campo de la educación matemática, con el propósito de motivar e interesar el aprendizaje del concepto de área desde las condiciones de posibilidad que propiciaron su surgimiento, a través de un estudio historiográfico.

Palabras-clave: geometría, medida, método historiográfico, prácticas, agrimensura, arquitectura, investigación cualitativa.

Abstract

Based on the theoretical and methodological references in the historical-cultural perspective of mathematics education, under a qualitative paradigm and interpretive hermeneutic approach, our research objective is to identify some of the conditions of possibility that helped the emergence of the concept of area, to give answer to the research question: What have been the conditions of possibility that have helped the emergence of the concept of area?

The tracking of the information for this research was developed from the historiographical method, complemented with a content analysis. For the systematization of the information, the construction of the archive was used, this helped to consolidate two emerging categories, such as: "Agriculture" and "Architecture", from the interpretation of the actions and practices evidenced in human development and relationships in society. The findings of the tracking are summarized in three conditions of possibility: the tracing of the boundaries of land both for annual flooding and to delimit the different spaces used for cultivation; the cultivation and treatment of the soil, to satisfy the basic need to feed oneself; and the construction of buildings for the development of society such as houses, temples and walls.

Finally, this research aims to contribute to the field of mathematics education with the purpose of motivating and become interested in learning the concept of area from the conditions of possibility that helped its emergence, through a historiographical study.

Keywords: geometry, measurement, historiographical method, practices, surveying, architecture, qualitative research.

Presentación

Esta investigación la realizamos para identificar algunas condiciones de posibilidad que ayudaron al surgimiento del concepto de área, a partir de un estudio historiográfico.

La realización de esta investigación fue motivada a partir de lo observado en algunos acercamientos a la escuela y en la lectura de los instrumentos académicos usados para las planeaciones de las clases en básica primaria; en estas últimas observamos un desconocimiento de las condiciones de posibilidad para el surgimiento del concepto de área. La pregunta que orienta esta investigación es *¿Cuáles han sido algunas de las condiciones de posibilidad que han ayudado al surgimiento del concepto de área?* Tal vez, identificar estas condiciones de posibilidad ayude a fortalecer la enseñanza del concepto de área desde lo histórico, lo cultural y lo social en un análisis de las acciones y prácticas de los individuos.

En el primer capítulo, denominado “Inicios del Camino: Reflexiones que movilizaron la investigación” presentamos el planteamiento del problema de la investigación. Así mismo, al interior de este capítulo mostramos algunos elementos de nuestro proceso de práctica pedagógica que nos posibilitaron una reflexión sobre la educación matemática, la complejidad de la actividad en la escuela y las necesidades desde el punto de vista de los estudiantes y los profesores.

En el segundo capítulo, llamado “Fundamentación teórica y metodológica del camino” mostramos las bases teórica y metodológica que sustenta esta investigación.

Así, comenzamos abordando teóricamente el concepto de *condiciones de posibilidad* y cómo este cumple un papel relevante para comprender el surgimiento de conceptos matemáticos, especialmente, el de área; en el mismo capítulo discutimos la metodología historiográfica, que propicia un análisis a profundidad de los hechos, acciones y prácticas de la historia que pudieron revelar y dar cuenta del surgimiento del concepto desde los avances desarrollados por los seres humanos y sus relaciones en sociedad. Destacamos en este apartado el uso del archivo como instrumento que nos permitió sistematizar la información y organizar los datos obtenidos en dos categorías.

En el tercer capítulo, llamado “Camino a recorrer: identificación de algunas condiciones de posibilidad que han ayudado al surgimiento del concepto de área” presentamos el análisis a partir de dos categorías emergentes, a saber, “La Agrimensura” y “La Arquitectura”. De esta manera, recorreremos a través de las necesidades humanas y las dinámicas sociales de las civilizaciones egipcia y babilónica las condiciones de posibilidad para el surgimiento y uso del concepto de área.

Por último, en el cuarto capítulo plasmamos las conclusiones y reflexiones de esta investigación, teniendo como punto de partida la pregunta y el objetivo de investigación. Así mismo, en este capítulo exponemos algunas reflexiones en torno a la necesidad de que, en el aula de clase, se tengan en cuenta estos aspectos históricos y sociales en torno a la construcción del conocimiento matemático. Este enfoque posibilitaría a los estudiantes tener una comprensión diferente sobre las ideas matemáticas, y aportaría a que ellos comprendan su papel en la construcción de la sociedad.

1 Inicios del Camino: Reflexiones que movilizaron la investigación

“Saber que enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades para su propia producción o construcción”.

Freire (2004, p. 47)

En el presente capítulo contaremos, a modo general, el papel de las matemáticas en el desarrollo de los seres humanos para vivir en sociedad, y como este papel puede influir en la enseñanza de algunos conceptos matemáticos; también contaremos algunas reflexiones de nuestras experiencias en la práctica pedagógica las cuales ayudaron en la consolidación del planteamiento del problema, el objetivo y la justificación de la presente investigación.

A través de la historia, las matemáticas han cumplido un papel importante para la sociedad. Estas han ayudado a la humanidad a realizar una lectura del mundo, a solucionar las problemáticas de su entorno, a formular ideas y a construir conceptos formales. A su vez, tanto las matemáticas como los seres humanos han pasado por unos procesos culturales que ayudaron a su transformación y evolución en el transcurso del tiempo, por medio de las prácticas en sociedad. En concordancia con Anacona “[...] las matemáticas son, ante todo, una actividad humana; una construcción social compleja edificada durante miles de años en arduos procesos de interrelación cultural” (2003, p.32).

Los seres humanos en su proceso de búsqueda y desarrollo de las ideas matemáticas, han mostrado que los planteamientos matemáticos son resultado de unas

necesidades particulares y unas prácticas sociales. Así mismo, los seres humanos han compartido dichos descubrimientos a partir de diversas formas de comunicación, enunciando el cómo, el dónde y por qué surgieron ciertas necesidades y prácticas, y cuáles fueron los procesos que se llevaron a cabo para generar un conocimiento matemático. Esto puede significar que, “las matemáticas se encuentran ineludiblemente ligadas a su historia; una historia que da cuenta de su desarrollo conceptual, sobre la base de que tal desarrollo tiene lugar en medio de complejas dinámicas sociales” (Anacona, 2003, p.32).

Sin embargo, en la actualidad, en algunos casos, para la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos en las instituciones educativas se suele partir de unas necesidades que vienen impuestas o creadas artificialmente de la vida de los estudiantes. En estos casos, las instituciones educativas omiten la premisa de trabajar con sujetos históricos, políticos, sociales y culturales, inmersos en unas necesidades particulares y prácticas sociales que los constituyen (Jaramillo, 2011; Moura, 2011). En este sentido, las interacciones entre profesores y estudiantes con el conocimiento matemático, la enseñanza y su aprendizaje, parecen estar alejados de los intereses que verdaderamente motivan a estos sujetos para conocer, construir y dar soluciones a las problemáticas que los rodean.

Análogamente, con respecto a los conocimientos matemáticos que se comparten con los estudiantes en un aula de clase, encontramos que en algunas situaciones estos conocimientos se presentan de una forma lineal, en la que se muestra la teoría y cómo aplicar la fórmula del concepto matemático. Por lo anterior, consideramos que

implementar sólo la teoría y la fórmula matemática asociada al concepto, no brinda los elementos suficientes para una construcción del concepto matemático pues, como dice Moura (2011) “[el estudiante] pasa a ser apenas un consumidor del conocimiento que ya fue producido, y que está embutido en los instrumentos tecnológicos que usa” (p. 52).

Debido a que los estudiantes pasan a ser consumidores de los conceptos ya preestablecidos, ellos ven las matemáticas como una disciplina tediosa y sin sentido en su diario vivir, aun cuando se observa que las matemáticas están en todo lo que les rodea. Así mismo, Jiménez et al. (2010) nos mencionan que, las matemáticas dentro de un aula de clase se consideran como:

[...] una materia difícil, desconectada de la vida del estudiante y con poca aplicabilidad; esto, seguramente, por la repetición mecánica de fórmulas y operaciones sin sentido, que produce en el estudiante cierto grado de incredulidad y apatía hacia su aprendizaje, situación a la que el docente debe enfrentarse a diario. (p. 178)

A propósito de estas primeras reflexiones en torno a la enseñanza de los contenidos matemáticos, a continuación, narraremos cómo fueron nuestros acercamientos a las experiencias que nos ayudaron a observar el surgimiento del planteamiento del problema que moviliza la investigación.

1.1 Nuestras experiencias y reflexiones en la Práctica Pedagógica

En el programa de formación de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia, del que somos estudiantes, nos

encontramos con un área de conocimiento llamada “Práctica Pedagógica”. Área de conocimiento que está dividida metodológicamente en tres espacios. El primero de estos espacios, es un seminario dirigido por profesores asesores¹ de la Universidad, situados académicamente desde alguna perspectiva educativa que moviliza dicha Práctica Pedagógica; el segundo espacio, consiste en acompañar una institución educativa o centro de práctica²; las acciones allí realizadas son guiadas por los profesores asesores y un profesor cooperador³ del centro de práctica, con la intención de propiciar una experiencia formativa y profesional hacia el *ser maestro*, registrando lo observado en un “*Diario Reflexivo*”. Por último, tenemos el espacio de trabajo de grado, en el que convergen las experiencias y las reflexiones de los dos espacios antes mencionados y dan origen a un trabajo de investigación.

Nuestro acercamiento a la institución educativa nos permitió conocer algunas problemáticas en torno a la enseñanza de los conceptos matemáticos que se dan en el contexto del aula de clase. En ese sentido, los espacios de Seminario y la experiencia formativa se realizaron en la modalidad denominada, por la Universidad, “Práctica en

¹ Será un profesor de planta, ocasional o de cátedra, con título de pregrado en educación y con título de posgrado en educación, con experiencia profesional en educación, en investigación y en el saber específico propio de la práctica del Programa. Hará parte de un grupo académico de la Facultad: Núcleo Académico, Colegio Académico, o Grupo de Investigación.

² Los Centros de Práctica serán aquellos escenarios educativos, oficiales o privados, del medio local o regional, que, por su filosofía y por su organización, facilitan la adquisición de conocimientos, el desarrollo y la aplicación de experiencias pedagógicas inherentes a los propósitos de formación de los Programas de licenciatura de la Facultad. También podrán ser centros de práctica, otras organizaciones legalmente reconocidas e instancias de la comunidad del sector social y de la salud, de la cultura, de la recreación y del deporte, que cumplan con los anteriores requerimientos.

³ El Cooperador será un profesional del Centro de Práctica que, por decisión personal o por asignación de las directivas del centro, acompañará y facilitará el desarrollo de las experiencias de práctica pedagógica de los profesores en formación.

Casa”, ello debido a la contingencia mundial derivada del COVID-19⁴ y al confinamiento que vivimos entre 2020 y 2021. Así, nuestra interacción con la institución educativa estuvo mediada por tecnologías y por el uso de diferentes medios de comunicación, para lograr encuentros sincrónicos o asincrónicos con los diferentes integrantes de la comunidad académica escolar. Sin duda, esa coyuntura nos cohibió de la interacción con los estudiantes de la institución educativa de manera presencial y física.

Durante el primer semestre de la Práctica Pedagógica (2020-1) solo se llevó a cabo el seminario, ya que no se pudo realizar el acompañamiento al centro de práctica debido a la contingencia y a la incertidumbre propia de ese momento; este seminario constó de pocas sesiones presenciales, la mayoría de ellas se dieron virtuales a través de la plataforma *Zoom*. En este primer curso profundizamos ideas importantes en la formación de profesores, destacando, por ejemplo, una premisa de Freire (2004) “somos seres condicionados, mas no determinados (p. 9)”. Esa frase entre otras lecturas en el Seminario nos encaminó a identificar cómo los seres humanos somos seres permeados por el entorno y por otros seres humanos.

Durante ese semestre, lecturas de autores como Freire (2004), Radford (2014) y Moura (2011) nos ayudaron a esclarecer el tipo de profesores que queremos ser y cómo sería nuestro actuar dentro y fuera de un aula de clase; de igual modo, las lecturas nos permitieron reflexionar sobre nuestra ética profesional y nuestra coherencia como sujetos

⁴ La enfermedad por coronavirus (COVID-19) es una enfermedad infecciosa causada por el virus SARS-CoV-2, las personas infectadas por el virus experimentan una enfermedad respiratoria. En Colombia se inicia un aislamiento preventivo obligatorio el día 20 de marzo del 2020.

histórico-culturales y futuros profesores para una educación progresista y transformadora.

En el segundo semestre de práctica pedagógica continuamos el seminario por la plataforma *Zoom*; en este espacio nuestros asesores nos brindaron las lecturas de autores como: Radford (2014), Freire (2004), Arnaus (1999) y Contreras (1998), con el fin de conocer en detalle algunos documentos que nos sitúen en la perspectiva histórico-cultural de la educación matemática. Además, nuestros asesores nos acercaron a lecturas para la realización de una investigación académica de corte cualitativa por medio de una serie de exposiciones grupales con nuestros compañeros del seminario.

Durante ese semestre, también pudimos iniciar el proceso de acompañamiento en una institución educativa pública de Medellín, en el grado cuarto de primaria. En esta práctica pudimos conocer el grupo y las dinámicas de la profesora cooperadora; observamos que, para la planeación de las clases, la profesora cooperadora tenía como instrumento de apoyo los libros guía enmarcados en el Programa Todos a Aprender⁵ (PTA).

En este primer acercamiento a la institución educativa, tuvimos la oportunidad de observar la planeación de varios temas matemáticos como la estadística, con el trabajo de probabilidades, gráficas de líneas y de barras; las fracciones y sus operaciones, poliedros, cuerpos redondos y áreas de cuadrados y rectángulos.


⁵ Todos a Aprender es una estrategia del MEN que nació en el año 2012 con el objetivo de mejorar los aprendizajes en matemática y lenguaje de los estudiantes de básica primaria (de transición a quinto) en los establecimientos educativos del país con desempeño insuficiente.

Mostraremos una de las planeaciones que vimos como practicantes, la cual nos llamó la atención debido a la estrategia usada por parte de nuestra profesora cooperadora (Figura 1).

Figura 1 Tema: Áreas del rectángulo y del cuadrado

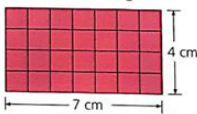
Analiza

Victoria dibujó dos laberintos: uno que cubre toda la superficie de un cuadrado de 5 cm de lado y otro que cubre toda la superficie de un rectángulo de 7 cm de base por 4 cm de altura. ¿Cuál es el área de cada laberinto?



Para calcular el área de una figura se puede medir con unidades cuadradas u^2 . En particular, en las figuras que representan los laberintos, se observa la cantidad de cuadrados de 1 cm^2 que componen cada figura.

Área del rectángulo

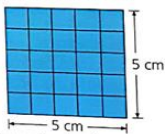


El rectángulo tiene 28 cuadrados de 1 cm^2 .

El área del rectángulo se calcula así:

$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$
$$\text{Área} = 7 \times 4 = 28 \text{ cm}^2$$

Área del cuadrado



El cuadrado tiene 25 cuadrados de 1 cm^2 .

El área del cuadrado se calcula así:

$$\text{Área} = \text{lado} \times \text{lado}$$
$$\text{Área} = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2$$

R: El área del laberinto rectangular es 28 cm^2 y del cuadrangular es 25 cm^2 .

Fuente: Guía del estudiante. Pensamiento numérico. Guía PTA, 2017 (p. 104).

En el transcurso de la sesión de clases los estudiantes manifestaron que no lograban comprender la explicación del tema y los ejemplos ilustrados; una de estas dificultades parecía ser consecuencia del lenguaje utilizado en la guía de trabajo, lenguaje que, aparentemente, no conseguía llamar la atención de los estudiantes porque no eran palabras familiares para ellos. De forma similar, la profesora cooperadora pudo haber identificado la misma dificultad en el lenguaje, por lo que optó por traer a sus estudiantes un ejemplo en el que se evidenció que, al traer un lenguaje más cercano para ellos, se lograba un mayor interés y participación. Veamos el ejemplo:

“Imagínense un partido de fútbol, en cierto momento el árbitro menciona que el balón salió del área de juego ¿A qué se refiere él, cuando menciona área de juego?”

A propósito, de esta actividad de clase, expresamos en nuestro diario reflexivo algunas impresiones al respecto:

Esta situación que fue presentada por la profesora a los estudiantes de inmediato hizo caer en la cuenta a algunos de ellos que el área era ese “espacio” de forma rectangular en el que se juega el partido de fútbol. (Diario reflexivo de los investigadores, 21 de septiembre de 2020).

En relación con lo anterior, observamos que las guías que son utilizadas en nuestras instituciones educativas tienden a utilizar un lenguaje general para todos los estudiantes, pero el uso de ellas sin unas adaptaciones o mejoras por parte de los profesores, no son suficientes para lograr la comprensión y construcción de los diferentes conceptos matemáticos. Por tanto, es importante destacar la reflexión presente en los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas:

[...] se hace necesario comenzar por la identificación del conocimiento matemático informal de los estudiantes en relación con las actividades prácticas de su entorno y admitir que el aprendizaje de las matemáticas no es una cuestión relacionada únicamente con aspectos cognitivos, sino que involucra factores de orden afectivo y social, vinculados con contextos de aprendizaje particulares. (Ministerio de Educación Nacional [MEN], 2006, p. 47)

En este sentido, logramos percibir la importancia del papel de los profesores al momento de organizar las planeaciones de sus clases desde las diferentes estrategias que ayuden a la enseñanza de los conceptos matemáticos. Esto con el propósito de generar en los estudiantes interés a la hora de interactuar con los conceptos matemáticos, desde unos espacios y ambientes escolares que motiven a los estudiantes a conocer qué son y para qué pueden servirle los conceptos matemáticos en su diario vivir e ir más allá de la mecanización de fórmulas matemáticas.

Como practicantes en esta clase observamos que para la enseñanza del concepto de área en los grados de primaria con estudiantes que inicialmente están conociendo el concepto como tal, partimos de la fórmula y muchas veces no ejemplificamos el uso de este concepto desde el contexto de los estudiantes; esto lo pudimos evidenciar luego del ejemplo de la profesora cooperadora al mencionar en su clase que el balón “salió del área de juego”, donde los estudiantes pudieron captar que el área es un espacio que tiene unos límites y no solo la aplicación de un algoritmo como *lado x lado o base x altura* donde se deban sustituir unos valores.

De esta forma observamos que, se dificultaba lograr que los estudiantes de los grados de básica primaria le den un sentido al aprendizaje de los conceptos matemáticos dentro del aula de clase; esta dificultad nos hizo preguntarnos como profesores en formación qué conocemos de los conceptos matemáticos que trabajamos en los grados básicos y cómo se los estamos llevando al aula de clase.

Para intentar darle respuestas a estas preguntas, nuestros profesores asesores en el seminario de práctica nos ayudaron a acercarnos a la perspectiva histórico-cultural.

En este sentido, los asesores nos permitieron ampliar las ideas que giran en relación al concepto matemático, logrando superar el uso de las fórmulas para la enseñanza de un concepto como fuente principal y superar la mirada de que son conceptos ya finalizados.

Por tal motivo nos interesó indagar por la enseñanza del concepto de área, al reconocer que, como profesores, tenemos la labor de fortalecer los conocimientos matemáticos (contar, estimar y medir) y posteriormente lograr una conceptualización de los diferentes conceptos matemáticos con nuestros estudiantes desde los grados básicos hasta los superiores; estos conocimientos matemáticos son indispensables para el aprendizaje del concepto de área, este a su vez, es necesario para el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes. La idea que pretendemos desarrollar, como profesores en formación, es conocer la importancia de relacionar nuestros conocimientos matemáticos y los de nuestros estudiantes con las múltiples estrategias e instrumentos que tenemos a disposición para la enseñanza y aprendizaje del concepto de área.

Para el tercer semestre de la práctica pedagógica, continuamos el acompañamiento a la misma institución educativa, con el mismo grupo, pero ya en un grado superior: quinto grado de educación primaria.

Durante ese semestre la profesora cooperadora tenía como instrumento de apoyo nuevamente las guías del PTA. Dentro de nuestras funciones se encontraba la preparación de algunas clases para los estudiantes, y, al mismo tiempo, atender lo dispuesto en dichas guías. Así, decidimos juntamente con la profesora cooperadora y nuestros asesores, realizar unas adaptaciones a tales guías. Las adaptaciones realizadas a las secuencias de la guía fueron sobre las tareas propuestas, con la idea de lograr una

mejor comunicación con los estudiantes. Igualmente, buscamos que los estudiantes se aproximaran al concepto matemático y su uso, con un enfoque más práctico y cercano para ellos, antes de enfrentarse a su definición conceptual y en un futuro a enfrentarse a su uso en temas más complejos.

Por lo tanto, las adaptaciones que consideramos pertinentes implementar para las clases del grado quinto fueron orientadas al tipo de lenguaje que creímos adecuado para una clase de matemáticas y a la lectura del contexto de los estudiantes, con el fin de fortalecer la comunicación entre el profesor y los estudiantes.

La comunicación en la interacción del profesor y cada uno de sus estudiantes con los conceptos matemáticos, es un elemento fundamental para la construcción del conocimiento matemático y su aprendizaje. Además, el fortalecimiento de la comunicación es una potente herramienta para los estudiantes en el acercamiento de los conceptos; al respecto Jiménez et al (2010) nos sugieren que:

Empezar a reflexionar sobre estas cuestiones [lenguaje y reconocimiento del contexto] pueden dar pistas para mejorar los procesos de comunicación y disminuir las dificultades en el aprendizaje de la matemática. Es indudable que la comunicación juega un papel clave en el logro del aprendizaje matemático [...]. (p. 179)

Por otra parte, si al proceso de comunicación le sumamos la mirada pesimista de muchos de nuestros estudiantes hacia la matemática, que en la mayoría de los casos la asocian como una asignatura en donde solo van a aprender fórmulas y definiciones

abstractas, los estudiantes no le verán sentido al aprendizaje de los conocimientos matemáticos. Así mismo, como profesores en formación, creemos que se deben generar nuevos ambientes escolares y un uso apropiado del lenguaje para poder acercar a los estudiantes a esta asignatura de una forma asertiva, es decir que:

Con la práctica de una buena comunicación se desarrollan procesos de pensamiento donde los estudiantes son estimulados a utilizar su propio lenguaje, de tal manera que el lenguaje de la matemática surge como un proceso de construcción y no como una imposición del profesor. (Jiménez et al, 2010, p. 180)

En la práctica logramos observar que, al cambiar las dinámicas dentro de un aula de clase de matemáticas y las relaciones que se generan allí, los estudiantes pueden potencializar las prácticas de los profesores, si se toma en cuenta lo que dicen los estudiantes, sus intereses y motivaciones, para lograr construir colectivamente los conceptos matemáticos. Así pues, la idea consiste en romper con la mirada enunciada por Jiménez et al. (2010) en cuanto que:

La escuela se ha desvinculado del mundo de la vida, pues pareciese que todo aquello que el profesor cree importante, al alumno no le interesa, y lo que le llama la atención al estudiante no es importante para la escuela (p. 178).

En este orden de ideas, las observaciones realizadas en el segundo semestre de la práctica pedagógica, identificamos que en la enseñanza del concepto de área existen unas falencias epistemológicas y pedagógicas, que dificultan una buena comunicación

entre estudiantes y profesor al momento de establecer una relación con las acciones y prácticas actuales de los individuos.

Una de las razones por la cual el concepto de área se presenta como un concepto ya acabado y no se posibilita su producción o construcción con los estudiantes, puede ser debido al desconocimiento de los acontecimientos históricos y las necesidades que posibilitaron su surgimiento. Este desconocimiento puede implicar unas limitantes conceptuales en los profesores que enseñan matemáticas en los grados de primaria. Esta limitación se podría deber a que el profesor no establece una conexión entre el origen del concepto y la aplicación de éste en contextos cotidianos.

De lo anterior, podemos decir que los estudiantes no se involucran en la construcción del conocimiento matemático, convirtiéndose en simples consumidores pasivos de los conocimientos ya producidos por otros; estas situaciones en los ambientes escolares están siendo abordados en la educación matemática con el objetivo de fortalecer y mejorar la enseñanza de las matemáticas⁶. De esta manera, podemos inferir que hay un desconocimiento de las necesidades y de las prácticas que tuvieron los seres humanos en el surgimiento y uso de las ideas en torno al concepto de área.

Simultáneamente, en el curso de seminario de Práctica Pedagógica y con el objetivo de realizar el trabajo de grado, analizamos las condiciones en nuestra práctica

⁶ Arboleda, L. C., & amp; Suárez, E. A. G. (2014). La Historia de las Matemáticas en la formación de profesores de Matemáticas. *Quipu*, 16(2), 203-224.

Guacaneme Suárez, E. A. (2011, April). La Historia de las Matemáticas en la educación de un profesor: razones e intenciones (CO). In XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.

pedagógica que trajo consigo la pandemia relacionada con el COVID-19 como lo relacionado con el tiempo, la no presencialidad, el manejo de internet y el uso de las plataformas virtuales para la realización de nuestra práctica pedagógica, de tal manera que surgió la propuesta de realizar una investigación de corte cualitativo e historiográfico. Esta metodología de investigación posee características relevantes para una investigación histórico- cultural que asociadas con la educación matemática puede lograr ampliar el campo de la enseñanza de los conceptos matemáticos. La propuesta llamó la atención del grupo de seminario al ser un tipo de investigación que nos podría acercar a conocer el origen de los diferentes conceptos matemáticos a través de un estudio histórico de la matemática.

A la luz de la propuesta para realizar una investigación de corte historiográfico, consideramos pertinente realizar un análisis relacionado con el surgimiento del concepto de área, para identificar cuáles fueron las condiciones de posibilidad que ayudaron a su construcción.

En la misma línea, los documentos rectores que amparan la educación en Colombia enuncian la importancia de la enseñanza de las matemáticas desde la historia y el contexto que rodea a los estudiantes:

Estas consideraciones [historia y contexto] se amplían con la visión del carácter histórico y contingente de las matemáticas, consideradas ahora como un cuerpo de prácticas y de realizaciones conceptuales y lingüísticas que surgen ligadas a un contexto cultural e histórico concreto y que están en continua transformación y reconstrucción como otros cuerpos de prácticas y saberes. De esta forma se

amplía la base argumentativa para relacionar las matemáticas con las finalidades culturalmente valoradas de la educación. (MEN, 2006, p.47)

En consecuencia, la historia y las relaciones sociales son un eje fundamental para la enseñanza del concepto de área. El concepto de área, a su vez, debe ser empleado como un concepto fundamental para avanzar en otros conceptos matemáticos más complejos desde los grados básicos de primaria hasta llegar a los grados superiores.

En este orden de ideas, como profesores en formación, nos situamos desde las características sociales de nuestros estudiantes, para enfrentar algunas de las dificultades en la educación y, cómo de esta forma abordaremos la enseñanza de los conocimientos matemáticos dentro del aula de clase, a partir de las características históricas, culturales y sociales que poseen los sujetos. De manera que, esta mirada, sea un factor importante en la construcción y producción de los conceptos matemáticos, en el sentido que la enseñanza pasa a ser algo más que solo transferir un conocimiento, como hacemos alusión en el epígrafe de este capítulo desde la filosofía de Freire; filosofía que compartimos y queremos impulsar.

El interés de esta investigación es fortalecer el acercamiento al concepto de área, como lo propuesto por el MEN (2006), que nos plantea aplicar la enseñanza de la educación matemática desde lo histórico, lo cultural y lo social, cuando mencionan que:

Se hace necesaria una nueva visión de las matemáticas como creación humana, resultado de la actividad de grupos culturales concretos (ubicados en una sociedad

y en un periodo histórico determinado) y, por tanto, como una disciplina en desarrollo, provisoria, contingente y en constante cambio. (p.48)

Por tal motivo, pretendemos identificar algunas condiciones de posibilidad⁷ que ayudaron al surgimiento del concepto de área, a partir del análisis de las relaciones sociales que no son explícitas en la historia de los seres humanos con respecto a las matemáticas, pero ello no quiere decir que dichas relaciones estén ocultas; en este sentido, las condiciones de posibilidad en la presente investigación no juegan el papel de una “[...] teoría cerrada o un sistema totalizador que suministra un sentido y una representación del mundo, sino que se presenta como el tejido de relaciones que las hace posible” (Martínez, 2013, p.225).

En la búsqueda de las condiciones de posibilidad del concepto de área en la historia de las matemáticas, nos encaminó a identificar los diferentes procesos y prácticas que ayudaron en la construcción del concepto de área, estableciendo así, que los conocimientos matemáticos son una producción y construcción desde las acciones y prácticas que se dan en sociedad. De esta manera, como lo enuncia Martínez (2013) “La práctica se constituye en las condiciones de posibilidad para la aparición de un saber que, a su vez, es condición de posibilidad para la aparición de un conocimiento” (p. 226).

Para esta investigación el papel de las prácticas de los seres humanos encontradas a lo largo de la historia juega un papel relevante porque a partir de estas podemos deducir algunas condiciones de posibilidad; no obstante las prácticas de los

⁷ El término “condiciones de posibilidad” en esta investigación lo abordamos desde una perspectiva foucaultiana. Más adelante expondremos nuestra concepción de dicho término.

seres humanos están en constante cambios, por ende, la enseñanza de los contenidos matemáticos debe de estar familiarizados con las experiencias y prácticas de los estudiantes para lograr una producción y construcción del conocimiento.

Por consiguiente, consideramos que en el *rastreo historiográfico* de las condiciones de posibilidad para el surgimiento del concepto de área, podría aportar una mirada diferente a la manera como tradicionalmente se ha enseñado este concepto. Esta mirada histórica, social y cultural de la enseñanza, propicia un trabajo colaborativo en las actividades que realizan los profesores y estudiantes para la producción y construcción de los conceptos matemáticos a partir de una relación horizontal. De acuerdo con lo expuesto por Martínez (2003), se trata de “[...] erradicar la concepción de la enseñanza como transmisión pasiva del conocimiento, como imposición vertical de la que desconoce al sujeto que aprende [...]” (p. 3).

En este sentido, al proponer otras alternativas para el acercamiento del concepto de área en los grados básicos, se podrá fortalecer el aprendizaje a partir de un trabajo colectivo incluyendo a cada uno de los individuos que participan en la construcción del conocimiento.

Por ello concebimos pertinente, desde una metodología historiográfica, identificar algunas de las condiciones de posibilidad para el surgimiento del concepto de área. El estudio del concepto de área y las condiciones que ayudaron a su surgimiento, nos brindará insumos para ayudar a contribuir al problema del desconocimiento; así, a partir de la pregunta orientadora para la investigación, en cuanto a *¿Cuáles han sido algunas de las condiciones de posibilidad que han ayudado al surgimiento del concepto de área?*,

y cumplir con el objetivo de identificarlas. De esta forma, poder darle un sentido y significado al concepto de área más allá de un simple algoritmo ya finalizado, sino más bien, como creación humana y en constante cambio, tanto su uso y aplicabilidad en el entorno social y cultural e ir avanzando en el aprendizaje y enseñanza de los conceptos matemáticos en general.

2. Fundamentación teórica y metodológica del camino

“Me gusta ser persona porque, inacabado, sé que soy un ser condicionado, pero, consciente del inacabamiento, sé que puedo superarlo. Ésta es la diferencia profunda entre el ser condicionado y el ser determinado.”

(Freire, 2004, p. 25)

La fundamentación de esta investigación se da a partir de dos posturas clave: una teórica y una metodológica. En primer lugar, en el marco teórico, tenemos el concepto de “Condiciones de Posibilidad” que, para nuestra investigación, es entendida desde la lectura de autores como Martínez, (1990); Romero, (2010); y Quiroz (2018), desde una perspectiva histórico-cultural de la educación matemática.

En segundo lugar, en el marco metodológico, nos fundamentamos en un paradigma cualitativo, complementado con un enfoque hermenéutico-interpretativo; en este sentido, utilizamos la metodología historiográfica desde las propuestas de autores como Campillo (2016) y Quiroz (2018), quienes proponen la relevancia de las historias en la lectura del pasado en el presente para el análisis de aspectos sociales, políticos, económicos, ideológicos, entre otros, que fueron condiciones en el estudio y desarrollo de los conceptos matemáticos.

2.1. Condiciones de posibilidad

Como se ha mencionado en apartados anteriores, la presente investigación se ha centrado en la profundización del concepto de área; para lograr comprender la idea que

encierra dicho concepto se hace necesario un análisis de las condiciones de posibilidad que a lo largo de la historia se han ido tejiendo y han hecho posible el surgimiento del objeto en cuestión. En este sentido, hablar de condiciones de posibilidad permite condensar las situaciones y necesidades que a nivel político, económico, social, cultural y religioso han logrado que en determinado contexto y a lo largo de la historia sea posible el surgimiento de un sujeto, un discurso o un objeto.

En las lecturas de Martínez (1990; 2013), situado en las investigaciones foucaultianas, entendemos las condiciones de posibilidad como la lectura e interpretación de la realidad de los sujetos inmersos en una sociedad, a partir de sus historias, experiencias y prácticas que se tejen en un lugar y tiempo determinado para la construcción y acercamiento a un conocimiento. En palabras de Martínez (2013) “lo que se ofrece para el análisis no es una teoría cerrada o un sistema totalizador que suministra un sentido y una representación del mundo, sino que se presenta como el tejido de relaciones que las hace posibles” (p. 225).

Así mismo, para Martínez (2013) “[...]el conocimiento es una producción desde las prácticas que se dan en relaciones complejas de saber y de poder.” (p. 224). Estas relaciones propician la producción de los conocimientos, que, a su vez, pueden estar condicionadas por múltiples agentes externos; al indagar por las situaciones, acciones y prácticas particulares en la arqueología de la historia de las matemáticas, podremos observar algunas de las condiciones de existencia y las relaciones que pueden existir con respecto al objeto de estudio, para nuestro caso particular, el estudio del concepto de área.

La arqueología en este sentido no es aplicada para encontrar el origen del concepto de área, sino que se trata de interrogar lo ya dicho concepto a la existencia del concepto como tal. El análisis arqueológico del conocimiento en torno al concepto de área, por ejemplo, nos ayuda a comprender los diversos modos de proceder en un campo de relaciones, como lo son las matemáticas (Martínez, 2013).

Según Martínez (2013), las preocupaciones de Foucault en torno al conocimiento no son epistemológicas sino históricas, en el sentido que:

Quando la epistemología se ocupa de la verdad, del sujeto y del objeto como supuesto constituido de antemano elimina su inserción en la historia. Foucault toma al discurso como un objeto, al sujeto como una producción histórica que antes que fundar el conocimiento es más bien fundado por él y ubica al poder como elemento central en la construcción de la verdad[...] (p. 222).

Las condiciones de posibilidad del surgimiento del concepto de área, que pretendemos identificar, se dan por medio de un conjunto de acontecimientos históricos que nos constituyen como sujetos que, según Romero (2010), “[...] se reconocen a través de lo que hacen, dicen y piensan, es decir, las formas históricamente singulares en que han sido problematizadas las generalidades de nuestra relación con nosotros mismos y con los demás.” (p. 4)

Además, consideramos importante analizar las características antes mencionadas en la historia de las matemáticas, como fuente principal para interpretar y responder a un objetivo de investigación, a partir de las relaciones entre los sujetos y las prácticas que llevaron a cabo. En consonancia con Quiroz (2018) desde la perspectiva foucaultiana:

la historia, para ser entendida desde esta perspectiva, necesita ser interpretada a partir de su coherencia interna y su explicación, es decir, se buscan relaciones en los discursos o enunciados que posibiliten el encuentro con las singularidades discursivas y la discontinuidad. (p. 30)

De modo que, la autora interpreta el concepto de condiciones de posibilidad a la luz de los discursos y acciones sociales que se dan en un lugar y tiempo determinado de la historia para el surgimiento de un objeto de estudio y define las condiciones de posibilidad como:

Los discursos y las acciones sociales que se dan en lugares y tiempos particulares en una búsqueda de la verdad. Por tal razón, deduzco que las condiciones de posibilidad permiten la intersección de los contextos y los acontecimientos sociales, educativos, políticos, económicos, culturales y religiosos de una comunidad, que se expresa en y a través de códigos, discursos y otras prácticas que surgen de la interacción de los sujetos y su entorno. (Quiroz, 2018, p. 30)

Cabe destacar que en ocasiones son las situaciones empíricas las que engendran y dan surgimiento a una idea, la cual con el paso del tiempo se formaliza en discursos teóricos que a partir del análisis contextual y las necesidades que imperan en determinado espacio y tiempo pueden ir evolucionando y transformando el entorno en el cual se desarrolla. Por consiguiente, hablar entonces de condiciones de posibilidad es hablar de las “elaboraciones y situaciones que se construyeron en lugares y momentos específicos de una comunidad y que constituyeron una realidad para dicha población” (Quiroz, 2018, p.23).

El estudio de una teoría no podría hacerse sin el impacto social que este haya generado, no es simplemente el estudio histórico de una idea, pues esta podría permanecer invariante a lo largo del tiempo, sino que esta se analiza en relación a las interpretaciones, concepciones, aplicaciones y modificaciones que haya generado en multitud de escenarios. En relación con esto, Martínez (1990) afirma que:

No realizamos el análisis de las teorías para mirar su coherencia o incoherencia, de ahí que analicemos únicamente las teorías que se convierten en prácticas (y no todas las teorías pedagógicas) porque el documento no refleja una teoría, sino que registra el ejercicio de una práctica. Así, el análisis histórico (arqueológico) que hacemos deja que el documento hable y nuestro interés no es la búsqueda del fundamento ni de la causalidad expresiva, sino del grado de articulación y relación con una multiplicidad de acontecimientos. Entonces, la relación no es causal ni determinista, se busca la articulación y las condiciones de posibilidad. (p.8).

Dentro de las condiciones de posibilidad, no es válido hablar de un presente, sin hacer un recuento histórico de todas las situaciones y condiciones que han ido constituyendo la realidad que emerge en la actualidad. Pensar en un “ahora” sin tener en cuenta un “antes” es en realidad desconocer todo el bagaje que se ha ido desarrollando para la constitución del ser que se concibe en el presente.

¿Qué ha hecho que un objeto exista? ¿Acaso ha surgido de la nada? Pues no, en realidad la razón verídica de ese objeto es una verdad causal. Por esto, hablar de causas es hablar de toda su genealogía, de toda la trayectoria de ideas, acontecimientos, hechos,

condiciones y necesidades que han traído a un objeto a formar parte de un espacio y un tiempo; y ¿podría acaso la esencia de ese objeto permanecer inmóvil a lo largo del tiempo? Seguramente sí, pero eso no es relevante cuando se hace un estudio de las condiciones de posibilidad, pues en realidad lo que interesa son aquellos acontecimientos que han permitido la existencia del ser y los factores que han permitido que este haya evolucionado en la historia. El objeto estudiado, al estar condicionado por múltiples factores “no varía históricamente, pero [sí] varía con la historia” (Romero, 2010, p.15).

Un estudio exhaustivo de un concepto, implica hablar de las condiciones de posibilidad, pues no se puede abordar una idea desarticulada de la época, la sociedad y las prácticas que le han condicionado su identidad. Quiroz (2018) asegura que:

“No se puede hablar en cualquier época de cualquier cosa; no es fácil decir algo nuevo” (Foucault, p.72, 2002). La historia, para ser entendida desde esta perspectiva, necesita ser interpretada a partir de su coherencia interna y su explicación, es decir, se buscan relaciones en los discursos o enunciados que posibiliten el encuentro con las singularidades discursivas y la discontinuidad. (p.30)

El concepto de condiciones de posibilidad será útil en la presente investigación en la medida que permitirá un análisis crítico del concepto de área, pues permitirá estudiar su génesis y las múltiples concepciones y prácticas que se han generado a partir de este concepto. Para tal análisis será útil tener en cuenta las singularidades y discontinuidades que se han presentado con el devenir del tiempo, además también se podrán tener

presentes las tres premisas útiles que permiten comprender mejor la constitución del objeto en cuestión como lo menciona Quiroz (2018) parafraseando a Foucault (2002)

La primera se pregunta por el lugar, el dónde; la segunda por las circunstancias limitantes, o regla del tema y, la última, por la regla del sujeto. Es decir, a partir de las relaciones discursivas se puede inferir el lugar en que se produjeron los acontecimientos, el tiempo, el tema, y el o los sujetos que están implicados. (p.30).

Por consiguiente, suponemos que la formación del objeto no se da en un lugar y un momento determinado de la historia, sino que se va constituyendo a través de las prácticas sociales y discursos de los sujetos en diferentes lugares y momentos de la historia.

En este sentido, para esta investigación entenderemos las condiciones de posibilidad como la relación que se da entre las prácticas y los discursos en determinados momentos históricos. Estas condiciones de posibilidad permiten el encuentro entre el contexto y los acontecimientos de orden político, social, cultural, económico, educativo y religioso que permean el pensamiento de los sujetos por medio de la experiencia y, por tanto, influyen en la consolidación, comprensión e interpretación de los conceptos; en este caso, el concepto de área.

2.2 Historiografía

La metodología historiográfica es propuesta, por una parte, como una actividad que nos da pie para la apropiación del pasado desde el presente. En palabras de Campillo (2016): “la actividad historiográfica no es más que una forma particular de apropiación del

pasado, pero esta apropiación está a un tiempo limitada y posibilitada por la realidad existencial en la que el historiador se encuentra ya de entrada «arrojado».” (p. 55)

La interpretación del pasado se da a partir del rastreo arqueológico de los múltiples documentos que narran la historia de las matemáticas. El término griego historia nace en la Grecia antigua para nombrar un tipo de saber o conocimiento acerca de los seres humanos y las acciones que han realizado y los sucesos que les han acaecido, obtenido mediante la investigación empírica y expuesto mediante la narración literaria (Campillo, 2016). Por tal motivo “[...] la historia renuncia a ser un saber meramente moral o provisional, y pretende constituirse como un saber científico en el sentido moderno del término, como una ciencia <de hechos> y no de <valores>” (Campillo, 2016, p. 45).

Por otra parte, la historiografía es abordada como una “metodología, que tiene en cuenta aspectos culturales, políticos y sociales, [que] crea la posibilidad de analizar críticamente los discursos del pensamiento histórico que se han expuesto a partir de fuentes, manifestaciones y representaciones.” (Quiroz, 2018, p. 28)

Siguiendo esa dirección, en esta investigación entenderemos la historiografía como la dialéctica entre las historias, acciones y discursos que se entretajan entre el pasado y el presente, a partir de las necesidades y prácticas sociales que den cuenta de aspectos culturales, políticos, económicos e incluso ideológicos, en un periodo de tiempo determinado.

A continuación, describiremos algunos elementos y características de la investigación cualitativa complementada con un enfoque hermenéutico-interpretativo, estos ayudaron a la interpretación y análisis de la información para esta investigación.

2.2.1 Paradigma cualitativo

Esta investigación está sustentada en un paradigma cualitativo, el cual apoya la metodología seleccionada para la investigación. El paradigma cualitativo exige ubicar el contexto actual en el desarrollo de los procesos investigativos, es decir, situaciones y condiciones en las que se estructuran y constituyen las realidades sociales para entender lo sucedido en un lugar y tiempo determinado; de esta forma, comprender y articular las diferentes dimensiones de la realidad. En consonancia con lo anterior, Denzin y Lincoln (2012) expresan:

La investigación cualitativa implica un enfoque interpretativo y naturalista del mundo, lo cual significa que los investigadores cualitativos estudian las cosas en sus escenarios naturales, tratando de entender o interpretar los fenómenos en función de los significados que las personas les dan (p. 48 - 49).

El paradigma cualitativo en nuestra investigación, nos permite conocer a profundidad las realidades humanas desde sus diferentes contextos, de manera que se incluya “[...] lo que los participantes dicen, sus experiencias, actitudes, creencias, pensamientos y reflexiones tal y como son expresadas por ellos mismos” (García et al 2002, p. 40); en otras palabras, al observar lo que motivó a los seres humanos para llevar

a cabo unas acciones y prácticas en un contexto en particular, nos ayuda a identificar las condiciones de posibilidad que influyeron al surgimiento del objeto de estudio.

2.2.2 Enfoque hermenéutico-interpretativo

Uno de los enfoques que tiene el paradigma cualitativo, es el enfoque hermenéutico-interpretativo, el cual busca el análisis de la información a partir de las lecturas e interpretaciones de los acontecimientos históricos.

En esta investigación, la hermenéutica se entenderá como una de las capacidades innatas que poseen los seres humanos para interpretar la realidad, pero esa interpretación tiene el objetivo de darle un sentido a la información, y que esta, nos proporciona la verdadera esencia de la realidad; en concordancia con Ruedas et al (2009) “la hermenéutica no es solamente la interpretación por la interpretación, sino la experiencia de lo ajeno, de lo distinto y la posibilidad del diálogo” (p. 185).

Para la interpretación de la información a la cual nos enfrentaremos, la hermenéutica-interpretativa nos encamina al análisis de las relaciones que hicieron posible el surgimiento del concepto de área, a partir de la lectura de las historias, acciones y prácticas realizadas por las civilizaciones antiguas. En palabras de Martínez (2013):

Lo que se ofrece para el análisis [en las historias] no es una teoría cerrada o un sistema totalizador que suministra un sentido y una representación del mundo, sino que se presenta como el tejido de relaciones que las hacen posible. (p. 225).

Por tanto, el paradigma cualitativo y el enfoque hermenéutico-interpretativo juegan, en esta investigación, un papel fundamental para el rastreo e interpretación de la información que encontramos en los acontecimientos históricos y los cuales nos ayudaron a interpretar y analizar la información relevante al surgimiento del concepto de área.

Para la sistematización de los documentos que nos proporcionan la información, para poder lograr un análisis organizado, se hizo necesario la construcción de un archivo.

2.2.3 Construcción de Archivo

Definimos el Archivo, basados en Quiroz (2018), como el conjunto de documentos que nos proporcionan información específica frente al objeto de investigación. Los documentos que conforman nuestro archivo, los entendemos como todo material o insumo que nos brindan los datos, usados para esta investigación. A su vez, los datos son los enunciados que proporcionan información concreta y fidedigna, derivadas de acontecimientos, actividades y prácticas en un contexto particular (Schettini y Cortazzo, 2015); los datos los podemos identificar en la información de corte histórico, conceptual y epistemológico, en relación con producciones históricas y académicas que ayuden en la sustentación del objeto a investigar.

El archivo se constituye por fuentes primarias y fuentes secundarias de los documentos consultados. Las fuentes primarias son los documentos que nos brindan información de primera mano y que incluyen enunciados direccionados al objeto de investigación, mientras que las fuentes secundarias son los documentos que fueron

interpretados de una fuente principal y nos ayudan a complementar y entretelar la información pertinente para la investigación (Hernández et al, 2014; Quiroz, 2018).

A continuación, mencionamos cómo fue nuestro proceso de construcción del archivo de esta investigación.

En todo este proceso de búsqueda de información encontramos fuentes como libros, capítulos de libros, tesis, artículos, y demás documentos que nos apoyaran en nuestra investigación para identificar las condiciones de posibilidad del concepto de área. Por motivos de organización, precisamos unos filtros para la sistematización de los documentos y determinar a qué tipo de fuente corresponde.

En la sistematización nos guiamos por los datos que nos proporcionaron los libros y textos encontrados, siendo estos datos los “acontecimientos [que] poseen una regularidad que les es propia, que rige su formación y sus transformaciones” (Castro, 2004, p. 36); en este sentido, los datos en esta investigación están cargados de información específica y concreta de ciertos acontecimientos, prácticas, actividades y contextos que hablan particularmente del concepto de área. Del proceso de sistematización resulta el siguiente cuadro, el que llamaremos “Archivo”.

Tabla 1 Archivo⁸

NOMBRE DEL DOCUMENTO	AUTOR (ES)	TIPO DE DOCUMENTO	TIPO DE FUENTE
Historia de la Matemática.	Carl Boyer	Libro	Primaria
El Pensamiento Matemático de la antigüedad a nuestros días.	Morris Kline	Libro	Primaria
De la noción de área a su definición.	Pilar Turégano Moratalla	Capítulo de libro	Secundaria
Estudio geométrico de AO 17264.	Piedad Yuste	Artículo	Secundaria
El antiguo Egipto: anatomía de una civilización.	Barry J. Kemp	Libro	Secundaria
Historia del Papiro de Rhind y similares.	Ángel Pulpón Zarco	Artículo	Secundaria
Matemáticas y competencias básicas a	Manuel Feito Guzmán; Carlos J. Sandoval Ruiz	Artículo	Secundaria

⁸ El archivo es una elaboración propia del grupo de investigación. Este es el resultado de la síntesis de los documentos que fuimos encontrando en todo el proceso de investigación, dando como resultados este archivo donde enunciamos y clasificamos algunas fuentes primarias y secundarias indispensables para la investigación.

partir de la tablilla Plimpton 322.			
Expediciones Matemáticas	Frank J. Swetz	Libro	Secundaria
Conceito de área. Uma proposta de ensino – aprendizagem.	Sonia Regina Facco	Tesis de maestría	Secundaria

Con ayuda del archivo y el análisis historiográfico de los documentos, identificamos unas categorías que reunieron algunas de las condiciones de posibilidad en el surgimiento del concepto de área; esto se logró gracias a la cantidad de enunciados y datos que proporcionaron información específica y concreta de ciertos acontecimientos, particularmente del desarrollo y construcción de las ideas en torno al concepto de área.

Las categorías “Agrimensura” y “Arquitectura” son, para esta investigación, el resultado del rastreo e interpretación de los datos que pudimos extraer de las fuentes primarias y secundarias. Estos nombres se dieron con base en una serie de acciones y prácticas que movilizaron el desarrollo de las ideas y de los conocimientos matemáticos en las civilizaciones antiguas.

En conclusión, el abordaje de la metodología historiográfica nos brindó información para develar y describir las actividades particulares que dieron pie al surgimiento del concepto de área, así como también, cuáles fueron las necesidades y prácticas que se generaron en particular para el desarrollo de ideas básicas de calcular el área.

El desarrollo del análisis de los datos históricos seleccionados para intentar responder a la pregunta de la investigación se da a partir de la fundamentación del camino. Esta fundamentación nos brindó las herramientas necesarias para el rastreo histórico y para una interpretación adecuada de los datos que poseían relación con las condiciones de posibilidad que ayudaron al surgimiento del concepto de área.

3. Camino a recorrer: identificación de algunas condiciones de posibilidad que han ayudado al surgimiento del concepto de área

A partir de una mirada social y cultural, y de las lecturas realizadas de textos históricos como el de Boyer (1987) y Kline (1992), identificamos que, en la historia de las matemáticas, el concepto de área puede emerger como respuesta a las necesidades y prácticas de los seres humanos. En el presente capítulo mostraremos los enunciados que nos brindaron los insumos necesarios para la identificación de algunas condiciones de posibilidad que ayudaron al surgimiento de lo que hoy se conoce como el concepto de área.

Desde los primeros asentamientos humanos que se dieron en nuestro planeta, los seres humanos tuvieron la necesidad de un resguardo, de cazar para alimentarse y abrigarse, así como la urgencia de crear herramientas que les ayudaran al desarrollo de estas acciones. Con el paso del tiempo, estas necesidades de los seres humanos se fueron solucionando, apoyados de los conocimientos matemáticos que ayudaron a refinar sus acciones y prácticas cotidianas. Al respecto, Turégano (1993) comenta que:

Al pasar de la etapa paleolítica a la neolítica, el proceso [de sobrevivir] se afina; la agricultura y la cerámica son actividades que conllevan a una serie de problemas como son el almacenamiento de la producción excedente y la decoración de vasijas con algunos patrones geométricos. (p. 13)

Es posible decir que las matemáticas y, por ende, la geometría ha acompañado al ser humano desde sus acciones y sus prácticas cotidianas, indispensables para

sobrevivir. Además, considerando que, “una gran parte de lo que hoy se conoce como matemática es el resultado de un pensamiento que originalmente se centró en los conceptos de número [contar], magnitud [medir] y forma [estimar].” (Boyer, 1987, p.19), lo anterior nos da pie para hablar de la matemática como una construcción y un desarrollo del hombre, como algo que nace con él y para él, para entender su entorno y solucionar las problemáticas que le surgen en su cotidianidad.

En este sentido, para nuestra investigación, nos centraremos en los enunciados que nos brindaron los libros de historia y artículos en relación con las nociones de número, magnitud y forma, que ayudaron al surgimiento del concepto de área desde las acciones y prácticas de los seres humanos. Estos aportes estuvieron influenciados por las condiciones de vida y de trabajo de los seres humanos en sociedad.

Los conocimientos referentes a la historia de Egipto y Babilonia son el resultado de los hallazgos de los antropólogos del siglo XIX y XX, gracias a las evidencias halladas en tablillas de arcilla, papiros y varias piedras talladas que lograron sobrevivir al paso del tiempo.

Los hallazgos encontrados en la arqueología de las matemáticas, dan cuenta de dos de los sistemas de escritura más antiguos del mundo; el primero de ellos es en forma pictórica llamados jeroglíficos, sagrada para los egipcios. Esta escritura sólo podía ser usada por sacerdotes, miembros de la realeza y escribas. La cultura egipcia también logró consolidar un sistema de numeración decimal, para la representación del cero no utilizaban símbolos y realizaban jeroglíficos que les permitían identificar el orden en que

se agrupaban las unidades en las cuales estaban trabajando. El segundo sistema da lugar a un tipo de escritura en forma de cuña, plasmada en tablillas de arcilla, igualmente como los egipcios, los babilonios tuvieron su propio sistema de numeración aditivo en el que la base era el 60 (Boyer, 1987; Kline, 1992).

Destacamos la escritura usada por ambas civilizaciones antiguas, porque gracias a su uso lograron dejar evidencia de los grandes descubrimientos, conocimientos y prácticas que surgían al interior de cada una de ellas, de esta forma las condiciones de posibilidad que van emergiendo de las singularidades y las discontinuidades, de un lugar y tiempo determinado, las limitantes que le rodean y el sujeto; de esta forma, podemos lograr comprender la formación del objeto, el cual, para nuestra investigación es el concepto de área.

Para el análisis de la historia de la matemática y el rastreo de algunas de las condiciones de posibilidad que hicieron factible el concepto de área, vamos a entender el término necesidad como una condición que, en el marco de la teoría histórico-cultural, no es únicamente de tipo biológica o personal, sino que el hombre, a medida que se apropia de la cultura, va adquiriendo sus propias necesidades, y convirtiéndolas en necesidades propias de un contexto histórico-culturales (Pérez, 2020).

En los avances que desarrollaron los egipcios y los babilonios, observamos algunas de las problemáticas y necesidades donde el uso del concepto de área pudo haberse usado. Así mismo, nos acercan a entender cuáles fueron los procesos que se llevaron a cabo para lograr solucionarlos desde sus costumbres y prácticas en el

aprovechamiento de los recursos que poseían para “[...] estar en sintonía con las necesidades de él como individuo y como sujeto que vive en un tiempo y lugar determinado.” (Moura, 2011, p.51)

En definitiva, con las lecturas realizadas de los textos históricos para identificar el surgimiento del concepto de área, se hizo posible distinguir dos categorías fundamentales, a saber: “Agrimensura” y “Arquitectura” desde las civilizaciones antiguas, específicamente Babilonia y Egipto.

3.1 La Agrimensura

Comenzando nuestro recorrido histórico, en la presente investigación, partimos de dos de las civilizaciones más antiguas y de sus contribuciones en el campo de la matemática. Por un lado, tenemos la civilización egipcia ubicada alrededor del río Nilo; esta civilización estaba fuertemente jerarquizada, la primacía política y religiosa estaba encabezada por los faraones, seguidos por sacerdotes, escribas, agricultores, campesinos y en última instancia esclavos respectivamente. Por otro lado, tenemos la civilización babilónica (o imperio babilónico); esta civilización estaba constituida por una serie de ciudades-estado que se ubicaron en la región comprendida entre los ríos Éufrates y Tigris, región conocida como Mesopotamia y que hoy la conocemos como una parte de Irak.

Culturalmente la civilización egipcia estuvo influenciada por sus prácticas alrededor del valle del Nilo; este valle es considerado el oasis más grande del mundo incrustado en el desierto más grande del mundo (Boyer, 1987). Debido a la posición

geográfica de Egipto, una vez al año el río Nilo, que recoge sus aguas en el lejano sur del África central y de Abisinia, “[...] inunda casi todo el territorio que se extiende a lo largo de sus riberas, y deja fértiles depósitos de limo al retirarse.” (Kline, 1992, p.35). En este sentido, la práctica que cobran importancia para esta investigación es la agrimensura como método de medición de los linderos, en la zona del delta del río, posterior a la inundación y durante la inundación del río como medida para repartir la cantidad de grano cosechado, según la cantidad de tierra que se posee.

“El historiador griego Herodoto nos dice que el hecho de que todos los años, con ocasión del desbordamiento del Nilo, se borraran las lindes de los campos fue el que acentuó la necesidad de los agrimensores” (Boyer, 1987, p.39). El hecho de que los lindes se borraran dio paso a la necesidad de restaurar los múltiples terrenos que se debían volver a trazar, por lo cual los egipcios necesitaron la geometría como herramienta que les ayudaba a estimar, medir y calcular los espacios que les corresponden a cada uno de los agricultores. Es en este punto de la historia encontramos un posible origen de la geometría egipcia, conociendo que se limitaban a aplicar los conocimientos de aritmética y álgebra a problemas de áreas, volúmenes y otras situaciones geométricas (Kline, 1992).

Las ideas y acciones que se generaban en torno a la práctica del cultivo en estas civilizaciones nos dejan observar la aparición del campo geométrico. En la historia de las matemáticas encontramos como Heródoto y Aristóteles, dos filósofos y matemáticos de la antigüedad, discutían como posiblemente pudo haberse dado el origen de la geometría; el primero de ellos mencionaba que la práctica de la agricultura acentuó las necesidades de estimar y medir a partir de la necesidad práctica de volver a trazar las

lindes de las tierras después de la inundación anual, en cambio, el otro sostenía que la geometría se había visto impulsada por la existencia allí de una amplia clase sacerdotal los cuales tenían el privilegio de estudiar los fenómenos naturales que eran asociados con su ideología (Boyer, 1987).

En la práctica de la agrimensura, particularmente, emerge un rol importante en la civilización egipcia para la aplicación y estudio de los problemas relacionados con el cultivo y la administración de lo cosechado; este rol toma el nombre de agrimensores o también llamados “tensadores de la cuerda”, personajes que hoy podemos asociar como los geómetras de su época, (quienes poseían la labor de realizar estos cálculos eran los escribas).

Los tensadores de la cuerda aplicaron las ideas matemáticas que iban aprendiendo y refinando en la práctica de la agricultura y en otros asuntos de su entorno. Además los tensadores “[...] utilizaron [sus conocimientos de] la matemática en la administración de los asuntos del estado y de los templos, en el cálculo de salarios pagados a los trabajadores, en el cálculo de volúmenes de graneros y áreas de campos, en el cobro de impuestos estimados según el área de la tierra [...]” (Kline, 1992, p. 44).

En el Antiguo Egipto y gracias al archivo de Neferirkare, faraón de la dinastía V, podemos identificar un sistema burocrático que se preocupaba por contar, medir y delimitar y “donde las unidades registradas eran únicas e indivisibles, a saber, seres humanos y objetos manufacturados. Pero había unidades de administración que eran

divisibles (la tierra y los productos), y también exigían una cuantificación exacta” (Kemp, 2003, p. 147).

Dentro de este sistema había una unidad para medir la tierra, que se llamaba *arura*, que a su vez equivalía a 10000 codos que era la medida primaria para el cálculo respecto a nociones de área y también de volumen. Esta necesidad de delimitar la tierra como una práctica agrimensora es precisamente una condición de posibilidad para el surgimiento del concepto de área, y es precisamente en el Papiro de Rhind en el que podemos encontrar algunos ejemplos que dan cuenta de solución a problemas reales de cálculos de áreas, especialmente en la agrimensura. Algunos de los problemas del papiro de Rhind dan cuenta de qué matemáticas eran importantes y qué situaciones justifican su uso. Al respecto Swetz (2013) menciona que, “los problemas [...] dejan un rastro, el cual puede decirnos cómo se utilizaban las matemáticas, para qué tareas, así como revelar los intereses y prioridades de la sociedad que los produjo” (p. 11).


El problema 48 del Papiro de Rhind, muestra un método para ponderar y delimitar un terreno de forma circular por parte de un escriba, algo que era necesario para poder desempeñarse en el cargo. Este problema es una simulación geométrica donde se usa el área de una figura circular cuya área es conocida, para estimar un área en forma poligonal. Así lo muestra Pulpón:

Figura 2 Problema 48 del Papiro de Rhind



Fuente: Pulpón (2014, p.21)

La resolución es la siguiente:

El escriba considera un diámetro igual a 9 y calcula el área del círculo como la de un cuadrado de lado 8. Obtiene así un valor de 64 setat⁹. Según se ve en la figura del problema, en el cuadrado de 9 jet¹⁰ de lado  se dividen los lados en tres partes iguales formando luego un octógono. Ahmes elimina los triángulos formados en los vértices del cuadrado. El área del octógono es $A = 92 - 4 * (3*3) / 2 = 63$. Quizás Ahmes pensó que el área del círculo circunscrito era algo mayor que la del octógono representado.¹¹ (Pulpón, 2014, p.22)

En este problema se puede observar perfectamente el uso del concepto de área, en la resolución de los problemas comunes de un agrimensor, teniendo en cuenta la

⁹ Un setat dentro del sistema de medición del Antiguo Egipto es exactamente lo que es una arura. Información extraída de “Historia del Papiro de Rhind y similares”, p. 76 de Ángel Pulpón Zarco, Universidad de Castilla- La Mancha, Escuela de Ingeniería Técnico Agrícola, Departamento de Matemática Aplicada.

¹⁰ Un jet dentro del sistema de medición del Antiguo Egipto que equivale a sechats o aruras. Información extraída de “Historia del Papiro de Rhind y similares”, p. 77.

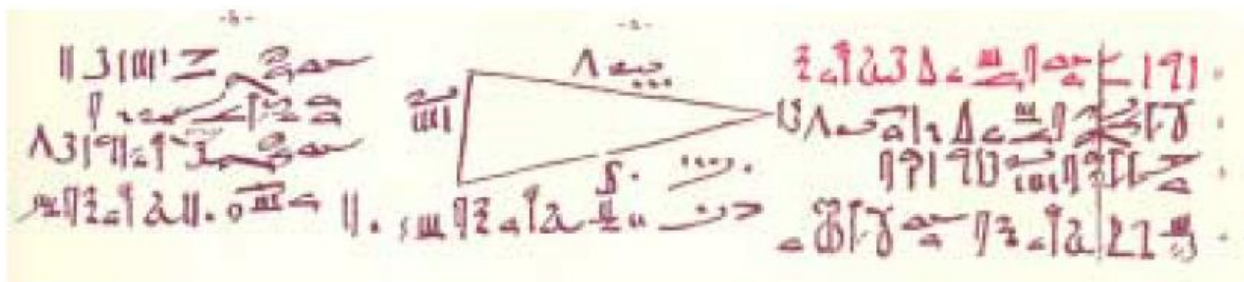
¹¹ Ejemplo mencionado literalmente por Ángel Pulpón Zarco en “Historia del Papiro de Rhind y similares”, p. 21. Problema 48.

existencia y/o aparición de problemas imprevisto como el cambio de forma del terreno que debe medir o en su defecto que no sea un terreno para la siembra, sino un área para la construcción con una figura determinada. Por lo que los papiros tenían un uso práctico como manual de uso, para quienes fueran escribas y tuvieran o atravesaran este tipo de dificultades. Al respecto, comenta Kline que

Al igual que los babilonios, los egipcios consideraban la geometría como una herramienta práctica. Uno se limitaba a aplicar la aritmética y el álgebra a problemas de área, volúmenes y otras situaciones geométricas. Herodoto nos dice que la geometría egipcia tuvo su origen en la necesidad que provocaba la crecida anual del Nilo de volver a trazar los lindes de los terrenos cultivados por los agricultores. (1992 p.41).

Continuando con la exposición de los problemas prácticos resueltos en la práctica de la agrimensura por los egipcios, presentamos en la figura 3 el problema 51.

Figura 3 Problema 51 del Papiro de Rhind.

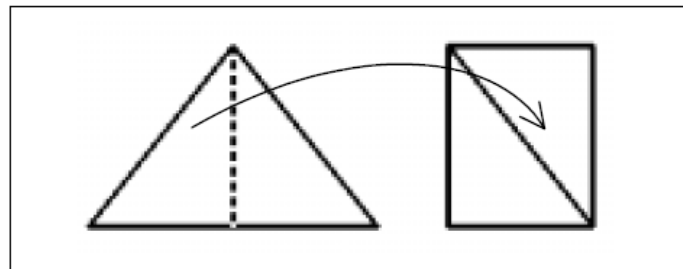


Fuente: Facco (2003, p. 20).

En este problema se presenta el cálculo de la medida del área de un triángulo isósceles de altura 13 jet y base 4 jet, donde se tomó la mitad de lo que nosotros

llamaríamos la base y se multiplicó por la altura; para la justificación de este método se sugiere dividir el triángulo isósceles en dos triángulos rectángulos, y desplazar uno de ellos de modo que se forme un rectángulo tal y como sugiere Facco (2003) en la figura 4.

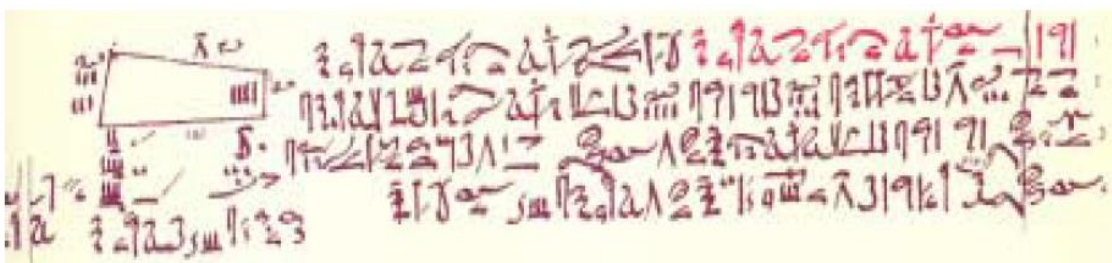
Figura 4 Descomposición del triángulo isósceles y composición del rectángulo.



Fuente: Facco (2003, p. 20)

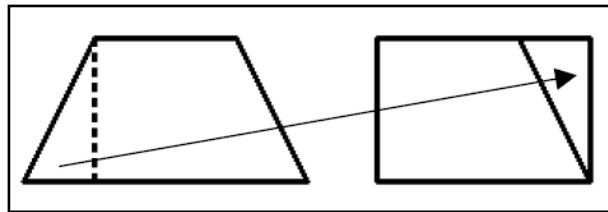
Análogamente, en el Problema 52 (figura 5) se presenta el cálculo de la medida del área de un trapecio isósceles de base mayor 6, base menor 4 y la distancia entre ellas 20; para resolver este problema se toma la semisuma de las bases, formando un rectángulo, y el área del rectángulo se obtiene multiplicando la base por la altura (figura 6) (Facco, 2003)

Figura 5 Problema 52 del Papiro de Rhind



Fuente: Facco (2003, p. 20)

Figura 6 Descomposición del trapecio y composición del rectángulo.



Fuente: Facco (2003, p. 20)

Dadas las diferentes maneras de cómo los egipcios resolvían los problemas matemáticos relacionados al concepto de área, desde las prácticas de su entorno social, la práctica se puede concebir como la aplicación de la teoría, como una consecuencia o bien, al contrario, como inspiradora de la teoría que brinda las herramientas necesarias para avanzar en los conocimientos matemáticos (Martínez, 1990). En consonancia con Moura (2011), los egipcios lograron unos conocimientos matemáticos valiosos en su práctica. Así lo explica el autor en general para las civilizaciones humanas:

Contar, medir y calcular son conocimientos que al ser desarrollados no servirán sólo para resolver problemas materiales. Son síntesis del pensamiento humano producidas en la solución de problemas concretos o de búsqueda de respuestas sobre lo que puede ser derivado de lo sagrado. Ese movimiento produce las herramientas simbólicas propias de una cultura (p. 53).

Por otra parte, Babilonia se configuró culturalmente alrededor de los ríos Tigris y Éufrates esto fue determinante para la práctica de cultivar; por lo que sus desarrollos en

torno a las matemáticas las encontramos en las grandes ciudades como Uruk y Ur dentro del periodo más importante, el cual se produjo en el mandato del rey Hammurabi (hacia el 1700 a. C.). En este periodo los babilonios lograron avances como sociedad, en palabras de Swetz (2013) “[...] la supremacía de Mesopotamia descansaba sobre la agricultura, que a su vez dependía de la irrigación y la conservación del agua.” (p. 11)

Igualmente, la agricultura en Babilonia también se pudo ver impulsada gracias al énfasis de la civilización para resolver problemas prácticos de su diario vivir, en este caso los ríos Tigris y Éufrates ayudaron a los babilonios a la construcción de canales de riego, presas y otros canales, haciendo posible y eficaz el arte de cultivar.

Para los babilonios la geometría no era considerada una materia independiente, estos problemas eran abordados como problemas matemáticos. Por tal razón, las nociones básicas que podemos identificar en la cultura egipcia no son tan visibles en la cultura babilónica, teniendo en cuenta que representan un avance epistemológico bastante marcado, pero si podemos encontrar planteamientos donde eran necesarios estimaciones y cálculos de espacios y divisiones de terrenos.

[...]a finales del siglo VII a.C. Antiguamente, como hoy, la Tierra de los Dos Ríos fue un territorio abierto a todo género de invasiones de procedencias diversas, lo que hizo del Creciente Fértil un campo de batalla en el que la hegemonía cambiaba de manos frecuentemente. (Boyer, 1987, p.48)

Teniendo en cuenta la situación anteriormente referida, la agrimensura debía también ser ejercida por los escribas en tal como en el caso egipcio y gracias a su trabajo

las ciudades-estado tenían como dirimir los problemas de tierra entre sus habitantes y delimitar un territorio que por su fertilidad y acceso sencillo al agua todos querían ocupar.

Por otro lado, la agrimensura en Babilonia también se pudo ver impulsada gracias al énfasis de la civilización para resolver problemas prácticos de su diario vivir, en este caso los ríos Tigris y Éufrates ayudaron a los babilonios a la construcción de canales de riego, presas y otros canales, haciendo posible y eficaz el arte de cultivar. Boyer comenta al respecto que

Allí habían construido los sumerios sus casas y sus templos decorados con cerámica artística y con mosaicos que formaban diseños geométricos, mientras poderosos gobernantes unían los principados locales para formar un imperio que pudo así llevar a cabo grandes obras públicas, tales como los sistemas de canales para regar la tierra y para controlar las inundaciones. (1987, p.47)

Además, nos encontramos que la civilización de Babilonia era un cruce de importantes rutas comerciales; Kline (1992) nos enuncia como los babilonios en el comercio:

[...] utilizaron sus conocimientos de aritmética y álgebra elemental aplicadas a longitudes y pesos, a intercambios de moneda y mercancías, al cálculo de interés simple y compuesto, de los impuestos y de las porciones de una cosecha para pagar al granjero, al templo y al estado. (p. 30)

Podeos inferir que en las prácticas de los babilonios que hemos mencionado fueron necesarios conocimientos aritméticos, algebraicos y geométricos. En este sentido como lo enuncia Moura (2011), para este rastreo arqueológico

Nos concientizamos en que los problemas y sus soluciones tienen su tiempo. Son frutos de un desarrollo tecnológico que camina en sintonía con el desarrollo social. Así, los problemas son de los individuos en su género, cuyas soluciones son de individuos que están tocados por el problema generado en la dinámica social en la que viven. (p. 50)

De ahí que, para el caso babilonio, no efectuaban divisiones; es decir, para calcular un cociente, multiplicaban por la cantidad inversa; aquí, cuando se trata de invertir una cantidad. Sin embargo, hay una serie de tablillas paradigmáticas en el ejercicio de la agrimensura, ya que con una noción escueta de lo que es el área y una estructura numérica aún más limitada que la de los egipcios, aprendieron la bisección de figuras geométricas y dejaron una serie de problemas de aprendizaje mediante los cuales se hace demostrable la noción de Moura (2011) en la cual añade que:

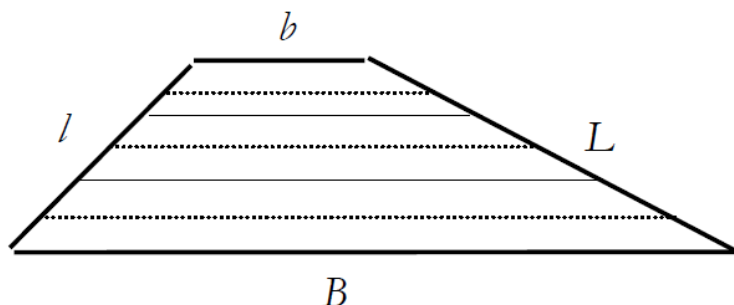
El contenido matemático es, así, al mismo tiempo, un objeto de conocimiento y un instrumento de intervención en la realidad de la cual el sujeto forma parte. Como objeto, él debe ser aprendido como parte del desarrollo de la humanidad en su dinámica de solución de problemas generados por las necesidades de la creación de instrumentos que amplían la capacidad corporal de los hombres. (p.53)

Demostrando que los escribas no sólo se preparaban para su función en la sociedad, sino que había un entramado de ecuaciones, problemas y aprendizaje matemático que debía conocerse y generarse para enseñarle a las generaciones venideras. El principal ejemplo de lo anterior es la *Tablilla AO 17264*, la cual se encuentra entre las más famosas y estudiadas. En dicha tablilla se encontró una inscripción asociada a un problema de repartición de terrenos, pero la estructura fue inentendible para los investigadores inicialmente.

Concretamente, la tablilla reflejaba la problemática de seis hermanos para poder dividir el terreno heredado por sus padres, mediante lo cual se convoca a un escriba que hace las veces de agrimensor y trata de dividir un trapecio irregular, primero, en tres partes de áreas diferentes y luego, cada una de éstas por la mitad mediante líneas transversales que delimitan cada trozo dando como resultado lo que se presenta en la figura 7:

Figura 7 Representación del problema de la repartición de un terreno en la tablilla

AO 17264



Fuente: Estudio geométrico de AO 17264. (Yuste, 2005 p.57)

Mediante el desarrollo del ejercicio se utiliza la Geometría Euclidiana para poder dar con la solución, dejando claro que, para la época, se usó otro paradigma matemático para diseñar, proponer y darle solución al problema; de hecho, hace parte hasta el momento de una noción indescifrable de manera fiel debido a la estructura matemática del sistema sumerio. Teniendo en cuenta las longitudes obtenidas para cada una de las transversales se ajustan a una secuencia numérica y el trapecio así dividido se atiene a las normas de un reparto proporcional.

En el camino que estamos transitando la historia de ambas civilizaciones antiguas, podemos decir que el estudio e indagación arqueológica no busca encontrar o aplicar al origen del objeto de estudio, sino interrogar lo ya dicho a nivel de su existencia, así como también, la inmanencia de los discursos y prácticas desde sus reglas de formación, emergencia y singularidad en relación al concepto de área (Martínez, 2013).

Mediante este acercamiento al ejercicio de la agrimensura en las civilizaciones de Egipto y de Babilonia, podemos decir que los seres humanos se definen y se constituyen por medio de su entorno, sus creencias y prácticas singulares que las hicieron establecerse como sociedad. Lo que hace únicas a una civilización de la otra es, particularmente, donde nuestra lectura se hace más profunda y comienza la interpretación de la verdadera esencia de la realidad histórica de los seres humanos con los conocimientos matemáticos, más allá de una narración o suceso ocurrido en la historia. Como lo menciona Martínez: “En una sociedad, los conocimientos, las ideas filosóficas, las opiniones cotidianas, así como las instituciones, las prácticas comerciales

y policíacas, las costumbres, todo se refiere a un saber implícito propio de esa sociedad”
(1990, p.4)

Estos diferentes usos de las nociones básicas que, intuitivamente poseían los seres humanos, reconocemos que la práctica de la agrimensura hizo posible el refinamiento de las nociones matemáticas de número, forma y magnitud necesarias para el surgimiento del concepto de área y en general para el saber matemático; a su vez, estos conocimientos matemáticos son aplicados en otras prácticas. En este sentido, el saber, del que se habla aquí, es el producto de un conjunto de objetos de saber originados a partir de prácticas, que no son necesariamente objetos científicos. El saber es la “categoría que puede agrupar las opiniones, nociones, teorías, modelos o métodos. Todos esos conjuntos de elementos constituirán el saber” (Martínez, 1990, p.5).

La aplicación de las matemáticas logró resultados significativos en ambas civilizaciones, ya que el objetivo principal era resolver los problemas de su entorno; estos resultados fueron posibles gracias a las nociones matemáticas puestas en práctica como una herramienta que lo hacía posible; al respecto Kline (1992) nos menciona que:

Aparte de algunos resultados ocasionales en Babilonia, en ambas civilizaciones [Babilonia y Egipto] la matemática no se consideró una disciplina independiente digna de cultivarse por sí misma. Se trataba de una herramienta en forma de reglas simples y desconexas que respondían a problemas de la vida diaria, aunque ciertamente nada se hizo en matemáticas que alterase o afectase la forma de vida.
(p. 46)

En el camino historiográfico para la identificación de algunas condiciones que ayudaron al surgimiento del concepto de área en Egipto y Babilonia, podemos identificar una relación en el proceso de la práctica de calcular y el uso de unas nociones o ideas matemáticas intuitivas tales como la estimación y la medición, en donde “las prácticas se constituyen en las condiciones de posibilidad para la aparición de un saber que, a su vez, es condición de posibilidad para la aparición de un conocimiento[matemático]”(Martínez, 2013, p.225).

La relación que percibimos en la interpretación de los datos encontrados y que creemos pertinente para el camino que estamos recorriendo, es que en ambos procesos realizados por los seres humanos estuvieron en constante refinamiento, tanto el proceso práctico, como el uso de las nociones matemáticas. Este refinamiento evidencia el papel de la historia para indagar y conocer por las formas de pensamiento de los seres humanos. En palabras de Martínez (2013):

El conocimiento es una construcción histórica que no depende ni se corresponde con la participación de un sujeto fundador (psicológico o trascendental), ni tampoco de un objeto constituido del cual habría que descubrir su verdad interior, por lo cual habría que descubrir su verdad interior, por lo que se destituye la relación sujeto-objeto de conocimiento como eje fundamental del pensamiento (p. 224).

De tal manera que, las nociones matemáticas de estimar y medir los terrenos, indispensables en el arte de cultivar y trazar los lindes de la tierra, propiciaron en ambas civilizaciones el crecimiento de los conocimientos matemáticos y geométricos de contar

para asignar un valor, de identificar la forma de un espacio y la magnitud que puede tener dicho espacio.

Para finalizar, en esta primera categoría mencionamos algunas de las necesidades y prácticas básicas que tuvieron los seres humanos en la agrimensura donde, paulatinamente, se fueron perfeccionando unas nociones de contar, medir y estimar que son indispensables en la geometría, para el desarrollo y construcción del concepto de área.

La primera condición de posibilidad, como ya se ha expuesto, fue el trazado de los lindes de terrenos tanto por las inundaciones anuales como para delimitar los diferentes espacios usados para el cultivo; asimismo, el concepto de área se desarrolló con el fin de poder calcular pedazos de terreno y estimar un cobro de impuesto, movilizado por la economía y la política en cuanto al cobro y pago de estipulado por la entidad de poder.

La segunda condición de posibilidad fue el cultivo y tratamiento del suelo, para satisfacer la necesidad básica de alimentarse, además que se fue mejorando las nociones aritméticas y geométricas para la estimación y la medición de los campos.

3.1 La Arquitectura

El camino que hemos transitado en nuestra investigación nos permitió observar la existencia de otra práctica esencial para los egipcios y los babilonios en su desarrollo como sociedad. La construcción de edificaciones se posicionó como una práctica que rápidamente fue perfeccionándose por las civilizaciones antiguas; en este proceso,

podemos identificar unas nociones geométricas y métricas más sofisticadas que las evidenciadas en la categoría anterior.

Los egipcios se acercaban a la geometría y distinguían las figuras, o al menos podían diferenciarlas por la cantidad de lados y forma que tenían los objetos; estos acercamientos se daban a partir del uso de tensar las cuerdas para la construcción de templos y altares (Boyer, 1987). Por lo cual, podríamos decir que los egipcios fueron avanzando en el reconocimiento de las formas que iban encontrando en su entorno; este y otros motivos ayudó a los egipcios a destacarse en el estudio de la geometría en la antigüedad.

Los cálculos realizados por los egipcios fueron aproximaciones valiosas en terrenos que tienen formas rectangulares, pese a la falta de formalización de los conocimientos matemáticos que tenían para su época. Las diferentes ideas matemáticas que los egipcios pusieron en práctica para impulsar el desarrollo de las construcciones y monumentos los podemos encontrar en las pirámides y en problemas como el de mantener una pendiente uniforme en cada cara y la misma en las cuatro, “[...] en la conversión de medidas a otras y en el cálculo del número de ladrillos necesarios para la construcción de edificios o rampas.” (Kline, 1992, p. 44)

Respecto a este principio es que radica el problema 56 que da cuenta del ejercicio de aprendizaje matemático de los egipcios, de su avance epistemológico respecto a los babilonios y de la aplicabilidad de los principios matemáticos sumerios a pesar de su aparente inexpresibilidad:

Problema 56.

¿Cuál es el seqt de una pirámide de 250 cubits de altura y 360 cubits de lado en la base?

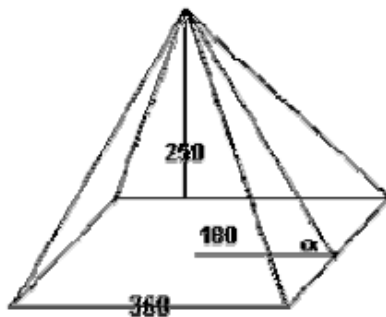
El seqt es lo que hoy conocemos por pendiente de una superficie plana inclinada.

En mediciones verticales se utilizaba como unidad de medida el codo y en horizontales la mano o palmo, que equivalía a $1/7$ del codo.

La resolución presentada por Ahmes es:

- Calcula $1/2$ de 360 que da 180.
- Multiplica 250 hasta obtener 180, que da $1/2 + 1/5 + 1/50$.
- Un cubit son 7 palmos. Multiplica ahora 7 por $1/2 + 1/5 + 1/50$ que da $5 + 1/25$. Luego el seqt es $5 + 1/25$ palmos por codo

Si representamos una figura con los datos del problema:



El seqt efectivamente coincide con la cotangente de α , es decir es la pendiente de las caras laterales de la pirámide. (Pulpón, 2014, p.24)

Igualmente, se puede evidenciar esto en el cálculo del número de ladrillos necesario para la construcción de edificios o rampas donde era necesario la conversión de un sistema de medidas a otro.

Los egipcios utilizaron la matemática en la administración de los asuntos del Estado y de los templos, en el cálculo de salarios pagados a los trabajadores, en el cálculo de volúmenes de graneros y áreas de campos, en el cobro de impuestos estimados según el área de la tierra, en la conversión de un sistema de medidas a otro y en el cálculo del número de ladrillos necesarios para la construcción de edificios o rampas. Los papiros contienen también problemas relativos a la cantidad de grano necesario para producir cantidades dadas de cerveza, o la cantidad de grano de una calidad necesario para obtener el mismo resultado que con grano de una calidad, cuya fuerza relativa al primero fuera conocida. (Kline, 1992, p.44)

Por tanto, podemos decir que la práctica de la construcción de sus pirámides contribuyó a desarrollar conceptos matemáticos más complejos en la geometría, como lo son la medición y el cálculo de áreas y volúmenes de superficies y espacios de diversos tamaños, como se puede demostrar en el anterior problema.

En cuanto a lo antes mencionado, Kline (1992) cuenta un ejemplo que puede ilustrarnos las fórmulas egipcias para el área:

En los muros de un templo de Edfu aparece una lista de campos, presumiblemente regalos al templo; estos campos solían tener cuatro lados, que representaremos por a, b, c, d , donde a, b y c, d son las parejas de lados opuestos. Las inscripciones dan las áreas de estos campos siguiendo la regla $\frac{(a+b)}{2} \cdot \frac{(c+d)}{2}$. Pero algunos campos son triangulares y en ese caso se dice que d es nada y el cálculo se transforma en

el de $\frac{(a+b)}{2} \cdot \frac{c}{2}$. Incluso para cuadriláteros constituye esta regla una aproximación muy grosera (p. 42).

Aunque no eran exactos los cálculos de los egipcios, principalmente porque apenas se estaban acercando al concepto de área y a otros conocimientos matemáticos desde las prácticas de trabajar la tierra para el cultivo y la construcción de edificaciones, fue posible crear fórmulas que describen la acción misma de calcular el espacio superficial y asignarle un valor en algunos cuadriláteros y triángulos. En este punto, podemos deducir un refinamiento de las nociones de estimar, medir y calcular.

Las evidencias que corroboran la necesidad del surgimiento de los conocimientos matemáticos se dan a partir del refinamiento de las prácticas de construir todo un complejo arquitectónico de tumbas, monumentos y gigantes pirámides. Para los egipcios, la arquitectura fue una práctica motivada para rendir culto a sus faraones y dioses, desde “la culminación de la cultura egipcia [que] se produjo en torno a la tercera dinastía (hacia el 2500 a. C), durante la cual los faraones hicieron construir las grandes pirámides” (Kline, p.36); en estas construcciones “Los arqueólogos se han dado cuenta de que fueron construidas por obreros especializados, pagados por su trabajo con raciones de grano, pan y cerveza.” (Swetz, 2013, p. 14)

Por tanto, podemos decir que la práctica de la construcción de sus pirámides contribuyó a desarrollar conceptos geométricos, como lo son la medición y el cálculo de áreas y volúmenes de superficies y espacios de diversos tamaños. Así pues, como lo enuncia Kline (1992):

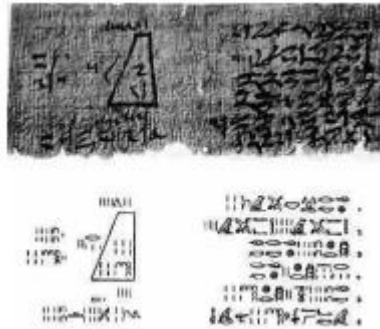
Los egipcios disponían de recetas para el cálculo de áreas de rectángulos, triángulos y trapezoides; en el caso del área de un triángulo, aunque multiplicaban un número por la mitad del otro, no podemos estar seguros de que el método sea correcto, porque no tenemos la seguridad de que las palabras utilizadas representen las longitudes de la base y la altura o simplemente de dos lados (p. 41)

En el papiro de Moscú, el cual contiene información relevante sobre los avances matemáticos, encontramos una serie de situaciones relacionadas con el estudio geométrico. En este papiro existen alrededor de 25 problemas relacionados con la vida práctica y se parece al ya mencionado Papiro de Rhind. Los problemas geométricos hacen referencia a fórmulas de medición, inevitables para hallar áreas de figuras planas y ciertos volúmenes. Estas ideas fueron necesarias para lograr la construcción de edificaciones importantes para su cultura.

De hecho, en el papiro de Moscú (Figura 8) se interpreta el problema 14, el cual enuncia que:

Para una pirámide truncada de altura 6 y de bases 4 y 2; debéis tomar el cuadrado de 4 que es 16, después doblar 4 para obtener 8, tomar el cuadrado de 2 que es 4, sumar 16, 8 y 4 para obtener 28; calcular $\frac{1}{3}$ de 6 que es 2, multiplicar 28 por 2 que da 56. Alcaraz (2006, p. 123)

Figura 8 Problema 14 del Papiro de Moscú



Fuente: Alcaraz (2006, p. 123)

En el escenario de la civilización de Babilonia, pese a contar con un sistema rudimentario de fórmulas, reglas y cálculos de área, el uso de las nociones matemáticas tales como el sistema numérico, la estimación y la medición, permitieron su aplicación en las labores de construcción para el cálculo de áreas y volúmenes. Así lo expone Boyer (1987):

Allí habían construido los sumerios sus casas y sus templos decorados con cerámica artística y con mosaicos que formaban diseños geométricos, mientras poderosos gobernantes unían los principados locales para formar un imperio que pudo así llevar a cabo grandes obras públicas, tales como los sistemas de canales para regar la tierra y para controlar las inundaciones (p.47).

Además, lo que también movilizó a los babilonios en la práctica de la construcción de edificaciones, fue el poder y la visión de un rey por ser la ciudad más grande y poderosa, hecho que potenció los avances que lograron como sociedad. Debido a esto, el énfasis de la geometría de Babilonia implementó los conocimientos matemáticos en pro del crecimiento y construcción de una ciudad fortificada y lista para la guerra. En este sentido, como lo menciona Kline (1992):

[...]la geometría babilónica venía a reducirse a una colección de reglas para el cálculo de áreas de figuras planas sencillas, incluyendo los polígonos regulares, y de los volúmenes de cuerpos sólidos también sencillos. La geometría no se estudió nunca en sí y por sí misma, sino siempre en conexión con problemas prácticos. (p. 30)

La estrecha relación entre la matemática de los babilonios y los problemas prácticos aparece tipificada en problemas de su diario vivir, tales como, tratar de “excavar un canal de sección trapezoidal y de dimensiones dadas” (Kline, 1992, p. 30), algunos cálculos de área y volúmenes se daban siguiendo ciertas reglas o fórmulas; sin embargo, las figuras que ilustran los problemas geométricos aparecen dibujadas toscamente y las fórmulas utilizadas a menudo son incorrectas (Kline, 1992); esta acción de los Babilonios los convirtió en uno de los principales concedores en el sentido de la planeación y construcción de los canales para un acueducto propio en la antigüedad; en este orden de ideas “La construcción de canales, presas y otros proyectos de riego exige cálculos, y el uso de ladrillos planteaba numerosos problemas numéricos y geométricos.”(Kline, 1992, p. 30)

Igualmente, en Babilonia, en las prácticas de construcción, se fueron perfeccionando las nociones de estimar, medir y calcular, que dieron como resultado proyectos utópicos como los Jardines Colgantes; estas construcciones, aun cuando en la actualidad no queda rastro de ellas (quizás por el pasar del tiempo y hasta muy posiblemente por el tipo de material que usaba), fueron monumentos emblemáticos conocidos históricamente por su relevancia en el desarrollo de la arquitectura.

Por lo tanto, para la planeación y construcción de las diferentes edificaciones creadas por los babilonios, pese a que las fórmulas eran resultados incorrectos o al menos intentos aproximados, generados por la falta de reconocimiento de las figuras geométricas y otras limitaciones para su época, se evidencia el uso de las nociones matemáticas necesarias para plantear los problemas de forma algebraica, nociones matemáticas que, como hemos observado a lo largo del camino, se refinaron hasta convertirse en bases para medir y calcular con precisión las edificaciones que sobresalieron en la historia de los babilonios.

En las tablillas de escritura cuneiforme también podemos encontrar evidencias de problemas geométricos, un ejemplo lo podemos observar en la tablilla *Si.427* (figura 9). En esta tablilla se plasmó el problema de un terreno y su división al ser vendido, mostrando precisión y detalle para la división y subdivisión de rectángulos más pequeños, trapezoides perfectos y triángulos rectángulos a partir de sus conocimientos geométricos desarrollados en cada una de las practicas realizadas.

Figura 9 Tablilla Babilónica: *Si.427*, datada entre los años 1900 y 1600 a.C.



De este breve acercamiento histórico podemos concluir que, el pensamiento geométrico en relación con los usos del concepto de área de los babilonios, fue el que

ayudó en la construcción de las grandes edificaciones y muros que demuestran la grandeza y poder del Imperio Babilónico.

El concepto de área se constituye, en esta categoría, a partir de las nociones de estimar, medir y en cálculos de las diferentes formas regulares de las que tenían conocimiento, las cuales, fueron necesarias de estudiar para la construcción de cualquier tipo de edificación. Vemos entonces nociones e ideas en torno al área, asociadas a la arquitectura.

La tercera condición de posibilidad que ayudó al surgimiento del concepto de área, a partir de nuestro rastreo, es la construcción de edificaciones que ayudaron al desarrollo de las civilizaciones, para resguardarse y protegerse con la ayuda de muros y fortalezas; al igual que, fueron planeadas y construidas las pirámides y los templos con el fin de rendir culto a sus dioses y fortalecer sus creencias.

A modo de cierre de las reflexiones que fueron encontrada al transitar por las dos categorías en el análisis de la investigación y, en consonancia con las condiciones que encontramos, el conocimiento adquiere una propiedad histórica, como lo enuncia Martínez (2013):

El conocimiento es una construcción histórica que no depende ni se corresponde con la participación de un sujeto fundador (psicológico o trascendental), ni tampoco de un objeto constituido del cual habría que descubrir su verdad interior, por lo que se destituye la relación sujeto-objeto de conocimiento como eje fundamental del pensamiento. Al contrario, en su construcción se establece que el conocimiento es

una producción desde las prácticas que se dan en relaciones complejas de saber y poder. (p. 224)

Por lo tanto, la postura que toma el conocimiento matemático luego de esta investigación es que la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos y conceptos matemáticos deben manifestar sus propiedades históricas que las hicieron posible.

Desafortunadamente, como lo indica Moura (2011) “la matemática en la escuela está lejos de ser enseñada de manera que revele el modo humano de producir el conocimiento que está presente en la historia de los conceptos” (p. 51), historia en la cual los seres humanos y los conocimientos no son el eje fundamental en las formas de pensar de una sociedad; sino más bien, como eje fundamental, es necesario reconocer, las relaciones que se tejen entre los seres humanos y los conocimientos, inmersos en un entorno particular y unas prácticas singulares que hacen posible la producción y construcción de los conocimientos matemáticos (Martínez, 2013).

La interpretación en este sentido nos permitió identificar las relaciones internas en una sociedad que pueden influir en la constitución de los discursos, de los objetos y de los sujetos. De esta forma preguntarnos por las condiciones de posibilidad se problematizan las relaciones de fuerza y las estrategias sociales, que finalmente son productoras de subjetividades (Romero, 2010).

4. Conclusiones

Al inicio de este camino de investigación, nos propusimos como *objetivo identificar algunas de las condiciones de posibilidad que ayudaron al surgimiento del concepto de área* en el campo de la geometría, para dar respuesta a la pregunta de investigación: ¿Cuáles han sido algunas de las condiciones de posibilidad que han ayudado al surgimiento del concepto de área?

Para alcanzar dicho objetivo y responder la pregunta planteada, utilizamos teóricamente el concepto de *condición de posibilidad* como la relación que se da entre las prácticas y los discursos en determinados momentos históricos. Estas condiciones de posibilidad permiten el encuentro entre el contexto y los acontecimientos de orden político, social, cultural, económico, educativo y religioso que permean el pensamiento de los sujetos por medio de la experiencia y, por tanto, influyen en la consolidación, comprensión e interpretación de los conceptos.

Así mismo, implementamos metodológicamente un paradigma de investigación cualitativo y un método historiográfico en el cual leímos el pasado desde el presente, reconociendo en todo momento las necesidades que llevaron a dos civilizaciones (egipcia y babilónica) al uso práctico del concepto de área. En el camino logramos identificar algunas condiciones de posibilidad, que, a modo general, giran en torno a la práctica de limitar terrenos para diferentes fines, por tal motivo dichas condiciones de posibilidad las ubicamos en las prácticas de la agricultura y la agrimensura.

Luego de transitar este camino, queremos dejar las siguientes conclusiones, las cuales a su vez buscan dar respuesta a la pregunta formulada anteriormente.

En primer lugar, queremos resaltar el papel de la necesidad como elemento constitutivo de las sociedades. Esta necesidad, que inicialmente es biológica en el ser humano, pero que se torna histórico-cultural en el devenir de las civilizaciones, implica que las personas usen las herramientas que las rodean para suplirlas. El hecho de requerir abrigo, techo, alimentación y una vida en sociedad implica el uso de la matemática como una posibilidad de comprender el mundo.

Es precisamente en esta comprensión en la que observamos que civilizaciones como la egipcia y la babilónica, fundamentales para comprender la historia de la ciencia occidental, encontraron en el concepto de área una forma de medir los terrenos, no solo para delimitar lo que podrían habitar o administrar, sino que, además, se debía usar el área en la agrimensura para fines estatales como la administración de los bienes de los gobernantes y los gobernados.

Otro ámbito en el que vimos las condiciones de posibilidad para el surgimiento del concepto de área es precisamente la construcción de ciudades y, en ellas, casas y estructuras para salvaguardar las vidas de las personas que se habían ubicado en un espacio geográfico. El concepto de área se movilizó bajo esta condición de posibilidad toda vez que las personas, conscientes de sus posesiones y necesidades, delimitaron y calcularon las cantidades de materiales o de capacidad volumétrica dentro de una ciudad, necesaria para vivir.

La identificación de algunas condiciones de posibilidad para el surgimiento del concepto de área, evidencian cómo las acciones y prácticas de los seres humanos están influenciadas por nuestro entorno social. Por lo cual, las prácticas donde serán necesarias algunas nociones matemáticas para ser efectuadas van a estar permeadas por el entorno social y, en este sentido los conceptos matemáticos que pueden surgir durante estas prácticas van a estar permeados de igual forma por el entorno social.

De esta manera, el estudio de los conceptos matemáticos, en la educación matemática, deben partir del reconocimiento del contexto, de las necesidades y prácticas que rodean a sus estudiantes, y no desde algo abstracto como lo es la forma algorítmica de presentar un concepto matemático, esto se alcanza a percibir en algunas planeaciones y dinámicas escolares donde los estudiantes pasan a ser un simple consumidor y replicador de los conocimientos que ya fueron producidos.

Como los seres humanos estamos en constantes cambios y nos transformamos con el pasar del tiempo, las matemáticas también deben de atravesar por procesos similares, ya que ambos, se constituyen, se desarrollan y evolucionan en medio de un entorno, una cultura y unas prácticas particulares que comparten. Poniendo lo anterior en relación con la enseñanza, decimos que, cada estudiante tiene un contexto particular, esto nos lleva a desarrollar los conceptos matemáticos a partir de su entorno e ir propiciando la construcción de nuevas ideas matemáticas con base a las experiencias de los individuos que participan en este acto de enseñanza-aprendizaje.

La enseñanza tradicional de la matemática se ha dedicado durante mucho tiempo a la transmisión de contenidos ya sistematizados puesto en escena a partir del lenguaje

simbólico matemático. Lenguaje que normalmente es utilizado para la comunicación entre académicos para hablar un lenguaje universal para ellos comunicar las ideas asertivamente; esto no significa que, sea el mismo lenguaje que se deba usar en la comunicación con los estudiantes dentro de un aula y menos para los grados básicos, esto ha tenido como consecuencia que la asignatura de matemáticas se vea como algo aburrida, difícil y poco atractivo.

Por otro lado, como profesores en formación, la experiencia de la Práctica Pedagógica y todo el proceso académico fueron espacios de aprendizajes significativos, espacios donde se resalta las características culturales y sociales de los individuos; espacios donde aprendíamos que al enfrentarnos a la enseñanza de las matemáticas dentro de un aula de clase, nos enfrentaremos a dificultades que posiblemente no sabremos cómo solucionarlas, sin embargo, podremos propiciar las soluciones al no partir de un campo desconocido, de lo contrario, de un campo por conocer, como lo son nuestros estudiantes.

En este proceso pudimos adquirir una mirada diferente de cómo ver y entender la enseñanza de los contenidos matemáticos, a partir del reconocimiento del contexto de los estudiantes y el cómo se posibilitaron los conocimientos matemáticos. Esta forma de concebir la enseñanza no es solo para nosotros los profesores de matemáticas, sino también, para los sujetos que dan las pautas, necesidades e interés para la adquisición y construcción de los conocimientos de los contenidos matemáticos.

No hay un apartado de recomendaciones, sin embargo, una de ellas es la necesidad de continuar con este tipo de investigaciones que aportan a la formación inicial

de los maestros y contribuyen a la historia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

Referencias

- Alcaraz, A. B. (2006). *Matemáticas en el antiguo Egipto*. Universidad del País Vasco - Euskal.
- Anaconda, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. *Revista Ema*, 8(1), 30-46.
http://funes.uniandes.edu.co/1516/1/94_Anaconda2003La_RevEMA.pdf
- Arnaus, R. (1999). La formación del profesorado: un encuentro comprometido con la complejidad educativa. En: J.F. Angulo Rasco, J. Barquín Ruiz y A. I. Pérez Gómez, eds., *Desarrollo profesional del docente: política, investigación y práctica*, 599-635.
- Boyer, C. (1987). *Historia de la matemática* (M. Martínez, Trad., 1.ª ed.). Alianza Editorial. (Trabajo original publicado en 1968).
- Campillo, A. (2016). Tres Conceptos de Historia. *Pensamiento*, 72(270), 37-59. DOI: pen.v72.i270.y2016.003
- Castro, F. (2004). *Currículum y Evaluación*. Universidad del Bío-Bío. Recuperado de <http://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:USclrsCZK2oJ:ecaths1.s3.amazonaws.com/diseniocraticular011/902167451.ConcepcionesCurricularesBIOBI O.pdf+&cd=6&hl=es&ct=clnk&gl=co>
- Contreras, J., (1999). "El sentido educativo de la investigación". En: J.F. Angulo Rasco, J. Barquin Ruiz y A. I. Pérez Gómez, eds., *Desarrollo profesional del docente: política, investigación y práctica*, (pp. 448-462). Akal,
- Denzin, N. y Lincoln, Y. S. (2012). *Manual de Investigación Cualitativa*. Gedisa, S. A.

-
- Facco, S. (2003). *Conceito de área. Uma proposta de ensino – aprendizagem*. [Tesis de Maestría]. PUC-SP. Brasil. Recuperado de http://www.pucsp.br/pensamentomatematico/dissertacao_sonia_facco.pdf
- Freire (2004). *Pedagogía de la Autonomía*. Paz e Terra SA
- García, B. E., Gonzáles, S. P., Quiroz, A. y Velásquez, A. M. (2002). *Técnicas interactivas para la investigación social cualitativa*. Fundación Universitaria Luis Amigo. <https://evalparticipativa.net/wp-content/uploads/2021/11/33.-Tecnicas-interactivas-investigacion-social-cualitativa-1.pdf>
- Hernández, S., Fernández, C. y Baptista, M. P. (2014). *Metodología de la investigación*. Sexta edición. Cengage
- Jaramillo, D. (2011, enero - abril). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: tensiones, utopías, futuros posibles. *Revista Educación y Pedagogía*, 23(59),13-36.
- Jiménez, A., Suárez, N., y Galindo, S. (2010). La comunicación: eje en la clase de matemáticas. *Praxis & Saber*, 1(2), 173-202.
- Kemp, B. (2003). *El antiguo Egipto: anatomía de una civilización*. Grupo Planeta (GBS).
- Kline, M. (1992). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días* (1, 2 y 3) (M. Martínez, J. Tarrés y A. Casal, Trads., 1ª. Ed). Alianza Editorial. (Trabajo original publicado en 1972)
- Martínez, A. (1990). Una mirada arqueológica a la pedagogía. *Revista Pedagogía y Saberes*, 1, 7-13.
- Martínez, A. (2003). *La enseñanza como posibilidad del pensamiento*. Pedagogía y epistemología. Cooperativa editorial magisterio.

- Martínez, A. (2013). Lecturas y usos de Foucault. En P. Páramo (Ed.). *La investigación en ciencias sociales: discusiones epistemológicas*. (pp 221-240). Universidad Piloto de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Recuperado de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional [MEN] (2017). *Programa Todos a Aprender. Cuadernillo del Estudiante. Matemáticas grado 4°*. Ministerio de Educación Nacional.
- Moura, M. O. (2011). Educar con las matemáticas: saber específico y saber pedagógico. *Educación y pedagogía*, 23(59), 47-57.
- Pérez, D. (2020). *Organización de la enseñanza del profesor que enseña matemáticas en programas de administración: una posibilidad a partir del estudio de caso*. [Tesis de doctorado, Universidad de Antioquia] <https://bit.ly/3q8fMwz>
- Pulpón, A. (2010). *Historia del Papiro de Rhind y similares*. Universidad de Castilla-La Mancha, Escuela de Ingeniería Técnica Agrícola, Departamento de Matemática Aplicada.
- Quiroz, L.M. (2018). *Números enteros negativos: condiciones de posibilidad que permitieron su inclusión en el currículo escolar colombiano* [Tesis de maestría no publicada, Universidad de Antioquia]. Recuperada de: <https://bibliotecadigital.udea.edu.co/handle/10495/10062>

-
- Radford, L. (2014). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, 7(2), 132-150.
- Romero, M. A. (2010). Una ontología histórica de lo político: Michel Foucault. *A parte Rei. Revista de Filosofía*. <http://serbal.pntic.mec.es/AParteRei/romero72.pdf>
- Ruedas, M., Ríos, M. y Nieves, F. (2009). Hermenéutica: La roca que rompe el espejo. *Investigación y Postgrado*, 24(2). 181-201
Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Venezuela
<https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=65817287009>
- Schettini, P. y Cortazzo, I. (2015). *Procedimientos y herramientas para la interpretación de información cualitativa*. Editorial de la Universidad de La Plata. Recuperado de http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/49017/Documento_completo.pdf?sequence=1
- Swetz, F. (2013). *Expediciones matemáticas. La aventura de los problemas matemáticos a través de la historia. La esfera de los libros*. <https://bit.ly/3CQLrGm>
- Turégano, P. M. (1993). Sobre la noción de área. *De la noción de área a su definición: investigación histórica sobre las técnicas, métodos y conceptos que condujeron a la teoría de la medida* (pp. 13 - 15). Servicio de publicaciones de la Universidad de Castilla La Mancha.
- Yuste, P. (2005). Estudio geométrico de AO 17264. *Theoria*, 52, 45-67.