El debate sobre la certeza de las matemáticas en la filosofía natural de los siglos XVI y XVII

(De quaestio de certitudine mathematicarum)[1]

1 Este trabajo es producto de una investigación desarrollada en los seminarios de historia y filosofía de la ciencia en el Instituto de Filosofía de la Universidad de Antioquia, con los profesores Sergio Orozco Echeverri y Felipe Ochoa Rivera.

Recibido: 16 de abril de 2014. | *Aceptado: 1 de marzo de 2015.*

Helbert E. Velilla Jiménez
helbert500@hotmail.com
Universidad de Antioquia

Palabras clave

Matemáticas
Filosofía Natural
De quaestio
de certitudine
mathematicarum
Piccolomini
Barozzi
Clavius

Keywords

Mathematics
natural philosophy
modern science
De quaestio
de certitudine
mathematicarum
Piccolomini
Barozzi
Clavius

Resumen

Este artículo analiza las condiciones a través de las cuales las matemáticas pasan de un estado de subordinación a desempeñar un papel rector frente a la filosofía natural. Esta transformación se manifestó esencialmente en un cambio de actitud frente al pensamiento tradicional, mediante la sustitución de la explicación cualitativa de los fenómenos naturales por una explicación cuantitativa. En el texto se abordarán los aspectos epistemológicos e institucionales que están implicados en el debate sobre la cientificidad de las matemáticas. A su vez, se hará un recorrido historiográfico señalando las diferentes posturas que tuvieron lugar en la polémica, para ofrecer elementos históricos y conceptuales de análisis respecto de las matemáticas como herramienta de la ciencia moderna.

Abstract

This paper analyzes the conditions through which mathematics came to play a leading role in the study of philosophy of nature; even through they were previously subordinated to natural philosophy. This transformation is manifested essentially in a change of attitude towards traditional thinking by replacing the qualitative explanation of natural phenomena by a quantitative one. The text will address the epistemological and institutional aspects that are implied in the scientific debate about mathematics, and will explore various historiographical positions highlighting their controversial elements in order to provide a more acute historical and conceptual analysis regarding mathematics as a tool of the emergence of modern science.

Introducción

La introducción de las matemáticas en la filosofía natural se dio como un proceso gradual que encontró su mayor realización con la publicación de los *Principios matemáticos de la filosofía natural* (1987) de Newton. La sustitución de la explicación cualitativa de los fenómenos naturales por una explicación cuantitativa constituye un hecho central que se registra hacia los siglos XVI y XVII con la llamada 'Revolución Científica', en la cual las matemáticas se instauran, poco a poco, como una disciplina que guiaría en adelante a la filosofía natural. Es así la matematización de la filosofía natural un episodio esencial del origen de la ciencia moderna. Particularmente me referiré a la polémica sobre la cientificidad de las matemáticas conocida como *De quaestio de certitudine mathematicarum*, pues esta polémica se erige como un debate central en el ámbito disciplinar entre matemáticos y filósofos naturales, en el cual las matemáticas, por ofrecer elementos importantes para el conocimiento de la naturaleza, se consolidan como disciplina hegemónica sobre la filosofía natural.

En primer lugar, haré una breve reconstrucción del debate de la certeza de las matemáticas en el siglo XVI. Luego, presentaré un recorrido historiográfico, señalando las diferentes posturas que tuvieron lugar en la *Quaestio*. Esto nos mostrará los dos problemas fundamentales del debate, a saber, (1) la perspectiva epistemológica en la cual se abre la discusión al respecto de la explicación causal de las matemáticas y, (2) la perspectiva institucional, en la que se evidencia cómo las matemáticas se constituyen como una disciplina hegemónica en la filosofía natural. Pues los defensores de la cientificidad de las matemáticas, en virtud de que eran profesores, no separaban sus propuestas de las prácticas, de modo que su enseñanza jugaría un papel determinante para la instauración de la explicación cuantitativa en el estudio de los fenómenos naturales. Estos dos problemas ofrecerán elementos de consideración y/o análisis con respecto a cómo las matemáticas se constituyeron en el lenguaje de una nueva ciencia, y cómo la reflexión sobre ellas, en el siglo XVII, se ve enriquecida si se apela a estudios que la vinculen con aspectos epistemológicos, históricos y sociológicos.[1]

El debate sobre la certeza de las matemáticas tiene su origen con la publicación del *Comentario sobre la certeza de las matemáticas* (*Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum*) que hace Alessandro Piccolomini a las *Cuestiones mecánicas* seudo-aristotélicas en 1547. En este comentario Piccolomini realiza un estudio comparativo entre las matemáticas y la lógica, en el cual concluye, al igual que Aristóteles,[2] que las matemáticas son inferiores con respecto a la lógica. Esto se debe a que Piccolomini se apoya en la concepción de ciencia aristotélica, en la cual las demostraciones son la constatación del conocimiento causal. Como se verá más adelante, las matemáticas no cumplen con los criterios de la demostración *Potissima* —entendida como la demostración que proporciona al mismo tiempo el conocimiento de la causa y el efecto— que introdujo Averroes en el prefacio a la *Física* de Aristóteles, y de esta manera se invalidó su cientificidad (Ochoa 2013 161). En oposición, más tarde algunos matemáticos como Francesco Barozzi, con la publicación de su *Opusculum* (1560), consideraron que las demostraciones matemáticas sí alcanzaban el máximo grado de certeza, o bien, la llamada *'demostratio potissima'*, en virtud de que sí pueden ser causales. Las respuestas a la postura de Piccolomini, de que las matemáticas sí alcanzan el mismo grado de certeza que la lógica, se dieron en 1560 con Barozzi, en 1563 con Pietro Catena y en 1615 con Joseph Biancani.[3]

En este contexto podemos hablar de una revisión crítica que se hizo a la filosofía aristotélica y, en consecuencia, a la legitimidad de las matemáticas; esto es, a los criterios de cientificidad que se mencionan en los *Analíticos posteriores*. *La Quaestio* también permite observar una postura que defiende la introducción de las matemáticas en los currículos universitarios. Esto pone en evidencia la consideración de un conocimiento matemático que se pretende incorporar en el estudio de la naturaleza.

1. Aunque la hegemonía de las matemáticas en la ciencia moderna es aceptada ampliamente, este trabajo revisa esa postura y señala las transformaciones y obstáculos que las matemáticas tuvieron que superar para incorporarse en la filosofía natural. La matematización de la filosofía natural no ha sido abordada en vinculación con la epistemología, historia y los contextos sociales donde se produce conocimiento. Sin embargo, autores como Paolo Mancosu (1992), Peter Dear (1995) y Nicholas Jardine (1988/2004) han estudiado la relación entre matemáticas y filosofía natural en el siglo XVII. Específicamente, Dear realiza un estudio histórico, desde la sociología del conocimiento, en el que se evidencia cómo la filosofía natural devino en matemática. En mi trabajo abordo estos aspectos con el fin de llamar la atención sobre la importancia del vínculo entre filosofía, historia y epistemología de las matemáticas, así como los contextos sociales de producción del conocimiento.

2. Según Aristóteles las matemáticas sí cumplían con proveer las demostraciones más ciertas, pero eran, a su vez, incapaces de explicar el cambio natural, aspecto que le concierne propiamente a la física. En consecuencia, las matemáticas no tenían lugar en la filosofía natural por no explicar los hechos desde las causas eficientes y finales.

3. Sobre estudios específicos de los participantes en la *Quaestio* se pueden consultar los trabajos del profesor Giulio Cesare Giacobbe, a quien agradezco además por compartirme este material. *Cf.* Giacobbe (1972a), (1972b), (1972c), (1973), (1976), (1977).

En el transcurso de esta polémica era evidente el ataque a la cientificidad de las matemáticas, lo cual para nuestro análisis es importante, porque permite observar (1) la separación entre las matemáticas y la filosofía natural, (2) el tránsito de las matemáticas, de la subordinación a la filosofía natural a la hegemonía en esta y (3) los elementos que permiten configurar, a partir de las objeciones a Piccolomini, a las matemáticas como herramienta de la ciencia moderna. También podemos notar que hay un claro interés en establecer las matemáticas en los currículos universitarios para que el estudio de la filosofía natural estuviera guiado por ellas. Dado que había una actitud reaccionaria en preservar la separación entre filosofía natural y el análisis de la cantidad, es decir, subordinar las matemáticas a la filosofía natural; profesores como Barozzi, Biancani, Pietro Catena, Clavius, entre otros, intentan integrar las matemáticas al reino de las ciencias causales y darle un lugar respetable en el plan de estudios de filosofía (Mancosu 1996 13).

Las opiniones de los defensores de la cientificidad de las matemáticas generaron una controversia frente a lo que yo llamo los 'críticos' de la incorporación de las matemáticas en la filosofía natural. Académicos como Barozzi, Biancani y, más tarde, Isaac Barrow[4] y John Wallis dirigieron su atención a integrar las matemáticas al reino de las ciencias causales. Otros, como Christopher Clavius, se enfocaron en el nivel institucional pretendiendo que las matemáticas tuvieran un lugar digno en el plan de estudios de filosofía. La polémica sobre la certeza de las matemáticas nos muestra cómo se va pasando de un rechazo de estas a una gradual aceptación, la cual tendría su punto culminante con la publicación de los *Principios matemáticos de la Filosofía natural* (1687) de Isaac Newton. Esto, debido a que, desde el punto de vista de la historia de la ciencia, la combinación exitosa de las técnicas de cálculo con la investigación de las causas y los efectos, lograría un método científico que terminaría por imponerse en la ciencia moderna, a pesar de los ataques a la cientificidad de las matemáticas y su introducción en la filosofía natural.

Aunque se considera que las investigaciones matemáticas sirven para estudiar la naturaleza, uno de los problemas por resolver en la *Quaestio* es si, en efecto, las matemáticas sirven o no para explicar los fenómenos naturales y qué tipo de explicación proporcionan de estos. Esto solo se resolvería un siglo después con Newton.

1. *De Quaestio de certitudine mathemathicarum*: Reconstrucción

Las *Cuestiones Mecánicas*[5] pseudo-aristotélicas marcan la discusión sobre la cientificidad o no de las matemáticas en el Renacimiento. De ellas Alessandro Piccolomini (1508-1578) realiza su traducción y, además, agrega un comentario sobre la certeza de las disciplinas matemáticas (*Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum*), en el cual realiza un estudio comparativo entre la lógica y las matemáticas. Su estudio lo lleva a concluir la inferioridad epistemológica de las matemáticas en relación con la lógica (Mancosu 1992 244; Romano 2004 282). Para sostener esto, en el capítulo 11 de su comentario Piccolomini afirma que "la certeza de las matemáticas no surge de la demostración *potissima*" (Piccolomini 1565 100, cursiva mía). Sin embargo, sí acepta la certeza de que las matemáticas, especialmente la naturaleza de los objetos matemáticos, siendo creados por la mente humana, tienen el más alto grado de certeza (Giacobbe 1972a 191; Mancosu 1992 244).

Aristóteles había distinguido dos tipos de demostraciones: *hoti* y *dioti*, es decir, el qué y el por qué (*quid* y *propter quid*). La primera va de los efectos conocidos a las causas. La segunda explica los efectos a partir de las causas. Aristóteles admite la segunda, ya que permite realizar una adecuada demostración científica (*Analíticos Segundos* 78a 25-40). Más tarde, Averroes, en su prefacio a la *Física* aristotélica, introduce una nueva relación en oposición a la demostración *propter quid* preferida por Aristóteles (Mancosu 1996 12). Esta es la demostración *potissima*, en la cual se demuestra, a partir de la demostración *quid* y *propter quid*, la existencia de un efecto y su causa. Para Averroes el problema de estas dos demostraciones obedece al tipo de interpretación que se le dé a la demostración *potissima*. En el caso de los escolásticos, quienes siguen la tradición aristotélica, las matemáticas ofrecen una demostración verdadera en cuanto a la cantidad. Sin embargo, aquellas no son aceptadas para explicar los fenómenos naturales.

4. Las ideas y los aportes de Isaac Barrow respecto de la *Quaestio* pretenden demostrar la superioridad de las matemáticas y su componente metafísico: la teología voluntarista. Esta última es importante, puesto que introducir la idea de Dios para analizar problemas sobre la causalidad que debe acompañar a las demostraciones matemáticas, se convertiría en el punto central de una demostración matemática perfecta. Sobre la *Quaestio* y su relación con los aportes de Barrow *Cf.* (Velilla 2013).

5. La primera traducción al latín (1517) se debe a Vittore Fausto, la segunda (1525) a Niccolò Leonico Tomeo y la tercera (1547) a Alessandro Piccolomini.

En el caso del Renacimiento, esta demostración *potissima* debe dar cuenta de la causa y del efecto a la vez, y se puede aplicar al conocimiento de las cosas naturales (Ochoa 2013 162).

En el comentario de Piccolomini a las *Cuestiones mecánicas* se introducen observaciones sobre la certeza de las disciplinas matemáticas con respecto a su carácter demostrativo, y la comparación entre la lógica y las matemáticas. Este estudio le permite a Piccolomini concluir la inferioridad epistemológica de las matemáticas con respecto a la lógica, pues caracterizaba la matemática como disciplina 'cierta', pero no por sus demostraciones, sino por su objeto, es decir, lo que nos es fácilmente cognoscible. De este modo, Piccolomini, a través de su comentario a las *Cuestiones mecánicas*, pone en evidencia el problema que daría paso al debate, a saber, las razones que están detrás de la certeza de las matemáticas.

Francesco Barozzi (1537-1634) responde en 1560 a esta discusión sobre la *Quaestio* en su *Opusculum, in quo una Oratio, et duas quaestiones: altera de certitudine et altera de medietate mathematicarum Continentur*. Aquí afirma que las matemáticas sí pueden alcanzar el mismo grado de certeza que la lógica. Por lo tanto, se pueden aplicar al conocimiento de las cosas naturales. Según Barozzi, las demostraciones matemáticas pueden ser causales y, por este motivo, pueden alcanzar la máxima certeza. A la reclamación de Piccolomini de que las demostraciones matemáticas no responden a causas, Barozzi responde insistiendo que ellas explican tanto causas formales, como materiales. Además, se le atribuye a Barozzi haber dado amplitud al debate sobre la certeza de las matemáticas, como confirma el matemático Pietro Catena en su obra *Oratio pro idea methodi* (1563), en la cual presenta el asunto de la certeza de las matemáticas a propósito de las reclamaciones de Piccolomini. En ella explica la función instrumental de las matemáticas en el discurso científico y afirma que las matemáticas constituyen un método aplicable a las demás ciencias (Giacobbe 1972a 190; Jardine 1988). Para ello, Catena sostiene:

> [...] Hasta aquí hemos mostrado suficientemente que los principios de las matemáticas son más claros que el sol de mediodía, y que por ello, incluso las proposiciones derivadas gozan de la mayor certeza, en esta disciplina. Decíamos que la certeza de una disciplina aparece principalmente en la razón de su método y en el encadenamiento de las demostraciones que contiene [...] Cualquiera que sea y cuan admirable sea el orden en que esas disciplinas matemáticas se transmiten, ello resulta del hecho de que usan, para sus demostraciones, mediante ejemplos, la razón del método en las demás artes [...] (ctd. en Romano 2004 283).

El interés de Barozzi señala el telón de fondo de este debate intelectual, a saber, la certeza de las matemáticas en la crisis del aristotelismo. En sus trabajos Barozzi no solo se dedicó a dar respuesta a las objeciones sobre la certeza de las matemáticas, sino que, mediante la edición de textos antiguos como el *Comentario al Libro Primero* de Euclides, estudios sobre autores específicos, y la asistencia a diferentes cursos de matemáticas impartidos por los profesores de Padua, demuestra ser un personaje que participa activamente de la revaluación de las matemáticas mediante el debate sobre la legitimidad epistemológica de esta disciplina. Adicionalmente, y como se mostrará en el punto 2 de este artículo, es importante ubicar la polémica en el contexto educacional, ya que en virtud de que estos intelectuales de la *Quaestio* eran profesores, sus propuestas eran inseparables de sus prácticas y, por ello, se puede comprender que las matemáticas, y en particular su enseñanza, en este periodo pasaban por un proceso de revaluación al cual subyace la hegemonía de las matemáticas sobre la filosofía natural. En esta instancia institucional, que se analizará más adelante, es Clavius quien disponía de más elementos teóricos y prácticos para diseñar programas de estudio de matemáticas, en particular en los colegios de la Compañía, de tal modo que pudo llevar al terreno de la práctica todas sus propuestas sobre la importancia de las matemáticas en los programas de estudio de filosofía (Romano 2004 283-288).

Por otro lado, los opositores de la cientificidad de las matemáticas apelan a los teoremas difíciles de interpretar causalmente. Uno de ellos es el de la proposición I, 32 de los *Elementos de Euclides* según el cual: "En todo triángulo, si se prolonga uno de los lados, el ángulo externo es igual a los dos ángulos internos y opuestos, y los tres ángulos internos del triángulo son iguales a dos rectos". La prueba de esta proposición es la siguiente:

> Sea ABC el triángulo, y prolónguese uno de sus lados BC, hasta D. Digo que el ángulo externo ACD es igual a los dos internos y opuestos, CAB, ABC, y los tres ángulos internos del triángulo, ABC, BCA, CAB son iguales a dos rectos. Pues trácese por el punto C (la recta) CE paralela a la recta AB [I, 31]. Y puesto que AB es paralela a CE y AC ha incidido sobre ellas, los ángulos alternos BAC, ACE son iguales entre sí [I, 29]. Puesto que, a su vez, AB es paralela a CE y la recta BD ha incidido sobre ellas, el (ángulo) externo ECD es igual al interno y opuesto ABC [I, 29]. Pero se ha demostrado que el

(ángulo) ACE es también igual al (ángulo) BAC; por tanto, el ángulo entero ACD es igual a los dos internos y opuestos BAC, ABC. Añádase al uno y a los otros el ángulo ACB; entonces los (ángulos) ACD, ACB son iguales a los tres (ángulos) ABC, BCA, CAB. Pero los (ángulos) ACD, ACB son iguales a dos rectos [I, 13]; por tanto, los (ángulos) ACB, CBA, CAB son también iguales a dos rectos (Euclides 1991 65-66).[6]

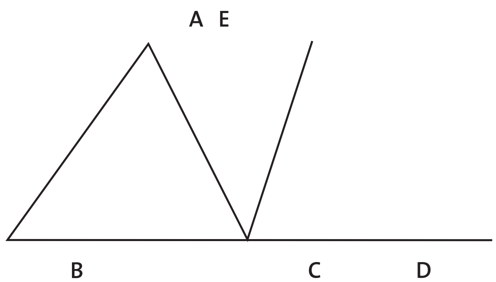

Fig. 1

Fuente: Euclid 1956 317.

Uno de los principales opositores a la certeza de las matemáticas es Benito Pereira quien, además, es seguidor de Piccolomini. Pereira sostiene que quien afirma el hecho de que el geómetra apela a elementos exteriores al triángulo niega la demostración de la prueba causal, es decir, que el ángulo externo y los segmentos auxiliares no pueden ser la causa verdadera de la igualdad. A partir de este ataque a la cientificidad de las matemáticas, se nota claramente cómo se cuestiona el hecho de que una demostración *potissima* sea causal. Es así como Piccolomini, Pereira y, más tarde, Gassendi llegan a la conclusión de que las demostraciones matemáticas no se ajustan a la definición de demostración científica en sentido aristotélico, y que en general las matemáticas no pueden ser una ciencia, por lo menos en el sentido ya dicho (Mancosu 1996 13-15).

Hasta ahora podemos organizar los dos grupos de intelectuales que participan de este debate de la siguiente manera: (1) los críticos (v.g. Alessandro Piccolomini, Benito Pereira, Martin Smiglecius), que rechazan la idea según la cual las demostraciones matemáticas son capaces de demostraciones causales, y (2) los defensores (v.g. Francesco Barozzi, Joseph Biancani, Pietro Catena, Chistopher Clavius e Isaac Barrow), que afirman que las demostraciones matemáticas sí pueden ser causales y, por lo tanto, alcanzan la máxima certeza. Pasaré ahora a considerar las implicaciones que tienen los postulados de estas dos posturas.

1.1 Las demostraciones de las matemáticas no son capaces de demostraciones causales

El término medio de la demostración *potissima*, según Piccolomini, tiene que ser la definición de la propiedad. Las pruebas geométricas[7] no utilizan ese término específicamente al referirse a la proposición I: 32 de Euclides, según la cual la suma de los ángulos de un triángulo es igual a dos rectos[8]. Es claro que la proposición I: 32 hace uso del ángulo exterior. Piccolomini, al igual que Pereira, sostiene que el ángulo exterior no es ni una definición propia del triángulo ni una de sus propiedades. El ángulo exterior no es parte de la definición del triángulo, de hecho, si el ángulo exterior no existiera, un triángulo seguiría siendo triángulo (Schöttler 2012 35-36).

Piccolomini busca dos argumentos para justificar la certeza de las demostraciones matemáticas a través de la naturaleza de sus entidades, pues él considera las entidades matemáticas como cantidades abstractas (Piccolomini 1565 94). El primer argumento considera la distinción entre el principio del ser (*principium essendi*) y el principio epistemológico (*principium cognoscendi*). Las pruebas geométricas no utilizan los principios del ser, dado que no apelan a causas reales. Así, solo se utiliza el principio epistemológico en el sentido en que las pruebas se basan en razones de comprensión. De este modo, comprendemos las propiedades de una figura por su construcción. En este punto se debe aclarar que un aristotélico radical no consideraría la construcción como la causa de sus propiedades, pues la construcción solo nos proporciona un principio de entendimiento. En cambio, un principio del ser de las propiedades de una figura sería la causa en un sentido ontológico (Schöttler 2012 36).

El segundo argumento se basa en la distinción entre la *esencia* de una figura geométrica y su *relación* con otras figuras. Euclides, por ejemplo, demuestra las propiedades de una figura geométrica utilizando sus relaciones con otras figuras. Sin embargo, la relación de una figura con otras figuras no constituye su esencia y

6. Véase también: “Let ABC be a triangle. Let BC be produced to D. Draw through C a parallel to BA, say CE. Then by appealing to previous theorems we have BAC = ACE and BCD = ABC. Thus ABC + ACB + CAB = ACB + ACE + BCD = two right angles” (Mancosu 1996 14).

7. El tema central de la *Quaestio* es la certeza de las matemáticas. Sin embargo, el debate tiene su origen en considerar si las pruebas geométricas pueden ser identificadas como demostraciones *potissima*. Por ello no es gratuito que regularmente estos intelectuales se refieran generalmente a los *Elementos* de Euclides.

8. *Cf. Fig.* 1

las pruebas geométricas no se derivan de las esencias de las figuras (*Ibíd.* 36-37). La mejor forma de ilustrar este ejemplo es refiriéndonos a la proposición I: 1 de los *Elementos* que hace referencia a la construcción de un triángulo equilátero: "Construir un triángulo equilátero sobre una recta finita dada". La prueba de esta proposición es la siguiente:

> Sea AB la recta finita dada. Así pues, hay que construir sobre la recta AB un triángulo equilátero. Descríbase con el centro A y la distancia AB el círculo BΓΔ, y con el centro B y la distancia BA descríbase a su vez el círculo AΓE, y a partir del punto Γ donde los círculos se cortan entre sí, trácense las rectas ΓA, ΓB hasta los puntos A, B. Y puesto que el punto A es el centro de círculo ΓΔB, AΓ es igual a AB; puesto que el punto B es a su vez el centro del círculo ΓAE, BΓ es igual a BA; pero se ha demostrado que ΓA es igual a AB; por tanto, cada una de las (rectas) ΓA, ΓB es igual a AB. Ahora bien, las cosas iguales a una misma cosa son también iguales entre sí; por tanto, ΓA es también igual a ΓB; luego las tres ΓA, AB, BΓ son iguales entre sí. Por consiguiente, el triángulo ABΓ es equilátero y ha sido construido sobre la recta finita dada AB. (Que es) lo que había que hacer (Euclides 1991 25-26).[9]

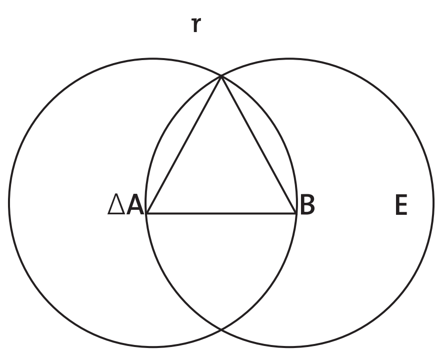

Fig. 2
Fuente: Euclid 1956 241.

Como podemos notar, Euclides utiliza el círculo con el fin de construir el triángulo equilátero y demostrar sus propiedades. Pero, según esto, que sea equilátero no está demostrado por la esencia del triángulo, sino por su relación con otras figuras.

Benito Pereira, seguidor radical de Piccolomini, argumenta, según la prueba anterior, que las matemáticas no tienen el estatuto de ciencia (Pereira 1591 24), pues las demostraciones geométricas no se prueban por causas reales en el sentido ya dicho de los principios del ser y, según la perspectiva aristotélica, probar a través de las causas es un requisito para ser ciencia. De este modo las demostraciones geométricas no cumplen esta condición y, por lo tanto, las matemáticas no son ciencia en sentido aristotélico.

1.2 Las demostraciones matemáticas sí pueden ser causales y alcanzar la máxima certeza

En el punto anterior se observa que las matemáticas no son consideradas como una ciencia, o bien no son capaces de demostraciones causales. En contraste con esto Franccesco Barozzi y Giuseppe Biancani sostendrían que las demostraciones matemáticas sí alcanzan la demostración *potissima*. Para sostener esto tienen que demostrar que el término medio de las demostraciones geométricas sí son demostraciones perfectas. De hecho, el capítulo II "*Sobre el término medio de las demostraciones geométricas y aritméticas que sí son demostraciones perfectas*" de la *De mathematicarum natura dissertatio* de Giuseppe Biancani, publicado en 1615, señala que la demostración perfecta es la que, además de ofrecer la causa propia de lo que se debe demostrar, muestra que su propiedad emerge de dicha causa, siendo esto una característica fundamental de las demostraciones matemáticas. Para ello explica:

> [...] esta causa en aritmética y geometría, es material cuando hace uso de una totalidad como su término medio; o formal cuando el término medio es la definición del sujeto (Biancani 1615 14).

De este modo Biancani refuta a Pereira, quien sostiene que las causas eficientes deben usarse, pues las líneas o particiones no son el término medio de las demostraciones, sino que se presentan para hallarlas y para que su conexión con la propiedad sea probada (*Ibíd.*).

Como vemos, Biancani no se ocupa de causas eficientes y finales, lo cual lo lleva a considerar con mayor detenimiento la causalidad material y formal. Así, para aclarar que las matemáticas usan estos dos tipos de causalidad apela a la proposición I: 1 de los *Elementos*.[10] Aquí explica que esta demostración no es

9. Véase también: "Let AB be a segment. Draw two circles with radii of equal length AB and centers in A and B, respectively. Let C be one of the points where the circles intersect. Connect A and C and C and B. Then ABC is an equilateral triangle, since its sides are equal to the radius of the same circle, and thus are equal to each other". (Mancosu 1996 18).

10. *Cf. Fig.* 2

la prueba de un teorema, sino la solución de un problema, y que los oponentes[11] ignoran completamente que en cada problema se señala algo mediante la construcción de algunas líneas. Por ejemplo, Euclides, en este caso, muestra por qué al trazar determinados círculos alrededor de una línea dada y al trazar ciertas líneas como prescritas, se obtiene un triángulo equilátero como resultado obvio para cualquiera que considere el asunto. Así que esas líneas, en tanto radios de esos círculos, no son extrínsecas a la demostración, por el contrario, son su sujeto (*Ibíd.* 14-15).

En la definición I: 15 de los *Elementos* encontramos el sustrato del anterior argumento y, a su vez, la evidencia de la causa formal de la prueba, a saber: "Un círculo es una figura plana comprendida por una línea [que se llama circunferencia] tal que todas las rectas que caen sobre ella desde un punto de los que están dentro de la figura son iguales entre sí" (Euclides 1991 17).

Para la evidencia de la causa material, Biancani se ocupa también de la proposición I: 32 de los *Elementos* que ya hemos analizado.[12] Biancani plantea aquí que se procede por causas materiales, en tanto la igualdad del todo se infiere de la igualdad de las partes (Mancosu 1996 18).

Con la particular visión de Biancani sobre las definiciones geométricas y las construcciones, se socavan los principales supuestos de los 'críticos': el principio del ser y el principio epistemológico. Con esto en mente, Biancani advierte que estas dos distinciones no se pueden aplicar de manera significativa a los objetos matemáticos, pues las figuras geométricas dependen menos de la abstracción y más de la definición y construcción. De este modo, el principio del ser y el principio epistemológico son coherentes en la geometría solo si no existen figuras geométricas más allá de su construcción (Schöttler 2012 39).

Los argumentos de Biancani tienen sentido en el marco aristotélico y su obra representa un esfuerzo para proceder hacia un análisis más cuidadoso de la práctica matemática, y cómo el modelo causal aristotélico puede aplicársele. Sin embargo, como bien lo menciona Mancosu (1996 18), estos esfuerzos no son conclusivos porque, como se sabe actualmente, la estructura silogística no es suficiente para captar adecuadamente la mecánica de un argumento matemático informal, y sin ese análisis habría lugar para probables conjeturas sobre los mismos teoremas que entrarán en conflicto.

Con lo anterior no pretendo presentar los dos enfoques (críticos y defensores) como dos posturas que entran en batalla y que se pueden mostrar unos como vencidos y otros como vencedores. Más bien, resalto cómo a través de estas condiciones las matemáticas constituyeron el lenguaje de la ciencia moderna.[13]

Las posturas de estos personajes, frente a la *Quaestio*, no solo se enfocaron en el restablecimiento de las matemáticas en relación al conocimiento causal de la tradición aristotélica, sino que se preocuparon también por introducir las matemáticas en los programas de estudio de filosofía en las universidades, de tal manera que se empezara a considerar la importancia y el papel rector de las matemáticas sobre la filosofía natural.

2. Perspectiva institucional: La práctica de las matemáticas

Como ya he dicho, la *De quaestio de certitudine mathematicarum* tiene sus orígenes geográficamente en Padua donde enseñaban los intelectuales que hacían parte de este debate. Ahora bien, más allá del discurso teórico del que hemos hablado, a saber, la perspectiva epistemológica, ¿qué estaba en juego al respecto de la práctica de dicha disciplina? Los programas que se impartían anualmente nos permiten observar las prácticas, particularmente de los profesores comprometidos con la *Quaestio*. Los cursos de Maurolico y Giussepe Moleto se concentraban en Euclides y en la *esfera* de Sacrobosco, pero también en la óptica, la mecánica, la geometría de la esfera y la perspectiva. En Pisa, la enseñanza de las matemáticas cae bajo la dirección de un profesor llamado 'matemático' o 'astrólogo'. Aquí se destaca Giuliano Ristori y Filippo Fantoni. Este último predecesor de Galileo, quien dejó una colección de manuscritos en los que aclara las prácticas de la enseñanza de las matemáticas hacia finales del siglo XVI. Tal como lo definen los estatutos, este programa está orientado por el estudio, en primer lugar, de Sacrobosco, luego de Euclides y, finalmente, de Ptolomeo. Otros autores y problemas se estudian de un modo menos oficial, por ejemplo, el problema de la caída de los graves, de gran importancia para Fantoni, y, también, el asunto sobre la certeza de las matemáticas (Romano 2004 290-291). Este interés en la matemática también

11. Llamados 'críticos' en este trabajo.

12. *Cf. Fig.* 1

13. El papel de las matemáticas en la Revolución Científica es uno de los puntos centrales de este trabajo. En las narrativas clásicas de la historia de la ciencia "las matemáticas como el lenguaje de la ciencia moderna" es una afirmación que no tiene discusión. Sin embargo, aunque es cierto que la Revolución Científica se dio gracias a las matemáticas, una perspectiva matizada que aborde los obstáculos como las transformaciones conceptuales, ofrece elementos para revalorar la llamada "matematización de la naturaleza".

tiene una relación directa con la perspectiva platónica de la enseñanza filosófica, la cual tomaba gradualmente importancia en esta universidad. Como lo menciona Antonella Romano (2004 292), el estatuto de las matemáticas en el sistema universitario toscano no es asunto prioritario de reflexión. De este modo emergen los análisis de Clavius, quien se consolida como la figura más sobresaliente entre los que se han preocupado por algún modelo de enseñanza de la matemática, escenario que, además, solo lo ofrecía Padua.

Regularmente Clavius es situado como el mayor exponente del proceso de revalorización de las matemáticas. De hecho, se afirma que los jesuitas dieron gran importancia a la enseñanza de las matemáticas en la *Ratio Studiorum*. Esto como resultado de las propuestas de Christopher Clavius. Sin embargo, esta posición ha sido revaluada por algunos académicos, entre ellos, Paradinas, quien sostiene que las propuestas de Clavius no solo no se recogieron en el plan de estudios de la Compañía, sino que fueron rechazadas por la mayoría de los jesuitas, quienes pensaban que, en efecto, las matemáticas debían mantener el papel marginal que tenían en la escolástica (Paradinas 2012).

A mi modo de ver, las propuestas de Clavius son importantes, como veremos más adelante, porque él hizo una defensa de las matemáticas en el contexto de la Compañía con fines educativos. Esto permitiría diseñar los planes de estudio de los jesuitas y potenciaría los logros que esta ciencia tendría. La influencia de Clavius es indiscutible, lo que está en cuestión es si en efecto fue él quien, en últimas, participó de la versión final del plan de estudios de los jesuitas y la inclusión del programa de matemáticas. Como bien lo menciona Paradinas, se debe conocer el contexto cultural en el cual los jesuitas se cuestionaron sobre el valor que debían darle a las matemáticas, pues en esos momentos tenía lugar la discusión sobre la naturaleza, la certeza y la utilidad de las matemáticas, discusión que tuvo su reflejo en la Compañía. Como vimos en el punto anterior, una de esas discusiones era la llamada *De quaestio de certitudine mathematicarum* en la que presenté las diferentes posturas que tuvieron lugar al respecto del valor epistemológico de las matemáticas. Sin presentar a unos como vencedores y a otros como vencidos, se puede llegar a la conclusión, según los supuestos examinados en el debate, de que las matemáticas se erigen como una herramienta lingüísticamente apropiada de la ciencia moderna.[14] Dicho ya que estas discusiones tenían su reflejo en la Compañía, y que se pueden encontrar en Clavius propuestas coherentes acerca de la pregunta sobre la cientificidad o no de las matemáticas, concluimos que Clavius sí tuvo influencia en los logros que obtuvo la matemática en el plan de estudio de los jesuitas. Pasaré ahora a mostrar algunos presupuestos de Christopher Clavius.

2.1 Christopher Clavius (1538-1612)

Al respecto de la introducción de las matemáticas en las universidades, los trabajos de Clavius son importantes, dado que él promovió la enseñanza de esta disciplina y revalorizó su importancia en la educación superior. De hecho, en una nota de 1580 escribió que las matemáticas deben ser promovidas porque instruyen a la sociedad y, en este sentido, delineó un programa de estudios matemáticos para los científicos y filósofos jesuitas (Mancosu 1996 13). Según esto, Clavius defendía a las matemáticas como parte integral de la filosofía. De hecho, otros autores en este contexto decían que era lamentable el rechazo que se le daba a una disciplina tan noble. En efecto, Pierre de la Ramée en 1553 menciona:

> Es de lamentar en verdad que en la Academia de París, con su multitud de estudiantes, estén abandonados los estudios de disciplinas tan nobles como por ejemplo la Geometría, que apenas es usada en las escuelas de Filosofía, ni se enseña dicha arte. Sería muy importante que alguno de los maestros enseñase los libros de Euclides, y bastaría con que apreciase algo su arte, aunque no lo conociera por entero, o más bien aunque no fuera mostrada toda su fecundidad y uso, y por esto deseo que haya Geómetras aristotélicos que piensen en la Geometría como algo que debe ser ampliamente conocido (ctd. en Paradinas 2012 4).

En este mismo año Francesco Maurolico también menciona:

> Me resulta penoso que esas egregias disciplinas en nuestro tiempo estén de tal modo olvidadas y postradas que

14. Aunque es sabido que las matemáticas desempeñan un papel fundamental en la ciencia moderna, una consideración alterna a la planteada por los historiadores positivistas o *whiggish*, nos ofrece una imagen más detallada sobre la incorporación de las matemáticas en la filosofía natural, atendiendo a factores sociales, culturales e históricos. Precisamente este trabajo se enmarca en una perspectiva revisionista que busca, a través de estudios micro como la certeza de las matemáticas en relación con su causalidad estudiada desde la *Quaestio*, abordar tanto los obstáculos como los problemas que suscitó la introducción de las matemáticas en la filosofía natural. Es por este motivo que apelar a una gran narrativa, en la que se exponga la consolidación o el énfasis en los grandes nombres y las proezas de sus pensamientos, resulta problemático. Los *Principia* de Newton marcan el inicio del cambio donde las matemáticas tienen un papel fundamental. Si se quiere indagar sobre este asunto puede consultarse el texto (Gingras 2001).

> poquísimos o nadie sienta deseos de conocerlas, por lo que la preclara obra de los antiguos matemáticos desde hace tiempo ha sido expulsada de la escuela filosófica; y si algo de ellos aparece, está tan corrompido de errores, por culpa tanto de los escritores como de los traductores, que apenas su propio autor, si reviviera, podría depurarlo [...]. (ctd en Paradinas 2012 5).

Es de destacar que por esta misma época los humanistas habían redescubierto la vertiente platónica que, como se sabe, concede un lugar privilegiado a las matemáticas y su enseñanza, como alternativa metodológica a la lógica aristotélica. Incluso se había recuperado un gran número de textos antiguos y se estaban mejorando las traducciones de otros, como las obras de Euclides y Arquímedes, de las cuales se conocían versiones poco entendibles, que daban lugar a diversas posturas. De esta manera se desataron, particularmente en Italia, las discusiones sobre los fundamentos del conocimiento científico que dieron lugar al enfrentamiento entre filósofos y matemáticos. Estos últimos expectantes y deseosos de aumentar la estimación de su disciplina (Paradinas 2012 5).

Christopher Clavius, además de las intenciones curriculares que tenía para los estudios universitarios en filosofía, destaca el papel de las matemáticas como una disciplina para conocer la realidad y asuntos prácticos. De hecho, menciona que ellas son importantes para los poetas, líderes políticos, historiadores, físicos, metafísicos y abogados. Sin embargo, es relevante su intención de matizar la ruptura existente entre la filosofía natural y las matemáticas. En vista de que Clavius defendía la inclusión de las matemáticas en los programas de estudio, su enfoque se contrasta con su colega del colegio romano Benito Pereira, quien, al igual que Piccolomini, negó la cientificidad de las matemáticas para preservar la idea o la distinción entre la filosofía natural y las matemáticas, sometiéndola así a una subordinación.

En su *Opera Mathematica* Clavius afirma:

> [...] las matemáticas ocupan un lugar intermedio entre la metafísica y la ciencia natural. El objeto de la metafísica está separado de la materia y el objeto de la física está unido a la materia sensible. El objeto de las disciplinas matemáticas está libre de toda materia -aunque esta se encuentra en la cosa misma se establece claramente que son intermedias entre las otras dos (Clavius 1612 5).

La ubicación que Clavius le concede a las matemáticas afirma la superioridad de estas frente a la filosofía natural y a la metafísica, pues en las últimas abundan las opiniones, mientras que las demostraciones matemáticas poseen alto grado de certeza (Dear 1995 38). Para efectos de esta postura, Clavius añade que los profesores de filosofía deben conocer las disciplinas matemáticas y que se deben abstener de perspectivas desvalorizantes como negar su cientificidad, sus demostraciones y preguntas sobre el ser. Además, recomienda que, al momento de finalizar el curso de filosofía, se examine a los que aspiran a graduarse y que en dicho examen participen con los profesores de filosofía uno de matemáticas (Paradinas 2012). Aquí podemos inferir claramente que la posición de Clavius se basa en juicios de autoridad, es decir, apela a Platón y otros filósofos de la tradición antigua, para quienes el estudio de la filosofía debía estar acompañado por conocimientos matemáticos.

El proyecto de Clavius nos indica evidentemente una perspectiva diferente a la que la mayoría de los jesuitas le concedían a las matemáticas. En efecto, Clavius aceptó las propuestas de Proclo sobre el lugar intermedio de las matemáticas entre el mundo material y el inmaterial (Clavius 1612 5), y de esta manera defiende el estado de las matemáticas como una disciplina esencial para el saber científico. Con esta postura, Clavius se enfrenta a la escuela escolástica, que defiende como única vía de conocimiento científico la demostración silogística de Aristóteles.

Como observamos, Clavius es insistente en afirmar la afinidad entre las matemáticas y la filosofía natural. En efecto, menciona que los que estudian física deben oírlas simultáneamente, porque sin las matemáticas no comprenderían su estudio adecuadamente. Esto sucede, por ejemplo, cuando la física trata el movimiento de las órbitas celestes, la división de las cantidades continuas infinitamente, el flujo y el reflujo del mar, los cometas, el viento, la proporción del movimiento, etc. (Paradinas 2012 143).

A propósito del debate sobre el estatuto de cientificidad de las matemáticas, Clavius se pronuncia describiendo la estructura lógica de su cientificidad. Observa que cada disciplina se produce a partir de un conocimiento previo, como lo afirma Aristóteles, y demuestra sus conclusiones a partir de sus principios particulares. No obstante, ninguna ciencia demuestra sus principios, según Aristóteles y otros filósofos. Las disciplinas matemáticas tendrán sus principios que, ya propuestos, permitirán confirmar sus problemas y teoremas (Clavius 1612 5).

El matemático alemán Christopher Clavius no solo hace una defensa al carácter científico de las matemáticas diciendo que, según el propio Aristóteles, nada hay más noble que los cuerpos celestes de los que trata la astronomía ni demostraciones más eficaces que las geométricas y aritméticas, sino que pone a las matemáticas en un lugar preeminente frente a la filosofía natural y a la metafísica, dado que estas, más que ciencias, le parecen disciplinas cargadas de conjeturas por la multitud y divergencias de las opiniones de los filósofos. De este modo, defiende la utilidad y la necesidad de las matemáticas para entender, en especial, la filosofía natural (Paradinas 2012 135).

Perspectivas

En el proceso de matematización de la filosofía natural podríamos decir que hay un cambio de actitud con respecto al pensamiento tradicional, en tanto que se sustituye una explicación cualitativa de los fenómenos naturales por una cuantitativa. La polémica de la *Quaestio* nos muestra cómo se va pasando de un rechazo de las matemáticas a una gradual aceptación. El debate sobre la cientificidad de las matemáticas permite observar una continuidad con algunos aspectos de la filosofía y las matemáticas del decimoséptimo siglo, por ejemplo, la aplicabilidad de las matemáticas en el estudio de la naturaleza. Asimismo, la *Quaestio de certitudine mathematicarum* tuvo una difusión que alcanzó, geográficamente, Inglaterra y Polonia y, cronológicamente, el año 1670. El siglo XVII trajo consigo a otros estudiosos como Wallis, Hobbes, Barrow, entre otros, los cuales retomaron este debate y le dieron amplitud. De este modo, la reflexión sobre las matemáticas en el siglo XVII y su constitución como el lenguaje de una nueva ciencia, se ve enriquecida si tomamos este debate como un antecedente importante en la matematización de la filosofía natural.

Además del análisis que se ha hecho de los autores participantes en lo que se conoce como la *Quaestio de certitudine mathematicarum* en términos de su núcleo de ataque central, es decir, de la cientificidad o no de las matemáticas, me parece importante ubicar la polémica en el contexto educacional, como lo menciona Romano (2004 288). Esto, ya que en virtud de que estos intelectuales de la *Quaestio* eran profesores, sus propuestas eran inseparables de sus prácticas y, por ello, se puede comprender que las matemáticas y, en particular, su enseñanza, en este periodo pasaban por un proceso de revaluación, al cual le subyace la hegemonía de las matemáticas sobre la filosofía natural.

Bibliografía

Aristóteles. *Tratados de Lógica (Organon) II*, Trans. Candel Sanmartín, M. (trad.) Madrid: Gredos, 1995.

Biancani, Giuseppe. *De mathematicarum natura dissertatio*. Bolonia: B. Cocchi, 1615.

Catena, Petri. *Oratio pro idea methodi*. Pud Gratiosum Perchacinum (IS), Percacino, Grazioso, 1563.

Clavius, Christoph. *Opera mathematica*. Mainz: Reinhard Eltz, 1612.

Dear, Peter. *Discipline and experience. The mathematical way in the scientific revolution*. Chicago: University of Chicago Press, 1995.

Euclid. *The thirteen books of Euclid's Elements*, Sir Thomas L. Heath. (trad.). New York: Dover Publications, 1956.

Euclides. *Elementos: Libros I-VI*. Puertas, M. L. (trad.). Madrid: Gredos, 1991.

Giacobbe, Giulio. "Il Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum di Alessandro Piccolomini", *Physis: Rivista Internazionale di Storia della Scienza* XIV/2 (1972a): 162 – 193.

Giacobbe, Giulio. "Alcune cinquecentine riguardanti il processo di rivalutazione epistemologica della matematica nell'ambito della rivoluzione scientifica rinascimentale", *La Berio: Bollettino Bibliografico Quadrimestrale* XIII/2-3 (1973): 7 – 44.

Giacobbe, Giulio. "Epigoni nel Seicento della quaestio de certitudine mathematicarum: Giuseppe Biancani", *Physis: Rivista Internazionale di Storia della Scienza* XVIII/1 (1976): 5 – 40.

Giacobbe, Giulio. "Francesco Barozzi e la quaestio de certitudine mathematicarum." *Physis: Rivista Internazionale di Storia della Scienza* XIV/4 (1972b): 357 – 374.

Giacobbe, Giulio. "La quaestio de certitudine mathematicarum all'interno della Scuola Padovana", *Atti del Convegno Internazionale di Storia della Logica* (1972c): 203 – 212.

Giacobbe, Giulio. "Un gesuita progressista nella quaestio de certitudine mathematicarum rinascimentale: Benito Pereyra", *Physis: Rivista Internazionale di Storia della Scienza* XIX/2 (1977): 51 – 86.

Gingras, Yves. "What did Mathematics do to Physics?", *History of Science* 39 (2001): 383 – 416.

Jardine, Nicholas. "Epistemology of the sciences", *The Cambridge History of Renaissance Philosophy*, Schmitt, C. B., Skinner, Q., Kessler, E. & Kraye, J. (eds.). Cambridge: Cambridge University Press, 1988. 685 – 711.

Mancosu, Paolo. "Aristotelian logic and euclidean mathematics: seventeenth-century developments of the Quaestio de certitudine mathematicarum", *Studies in History and Philosophy of Science* 23/2 (1992): 241 – 265.

Mancosu, Paolo. *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century.* Oxford: Oxford University Press, 1992.

Maurolyci, Francesco. *Cosmographia*. Venecia: L.A Juntae, 1543.

Ochoa, Felipe. "De la subordinación a la hegemonía. Sobre la legitimación epistemológica de las matemáticas en la filosofía natural en el siglo XVII", *Revista Civilizar Ciencias Sociales y Humanas* 13/25 (2013): 125 – 176.

Paradinas, Jesús. "Las matemáticas en la Ratio Studiorium de los jesuitas", *Llul* 35/75. (2012): 129 – 162.

Pereira, Benito. *De communibus omnium rerum naturalium principiis & affectionibus: Libri XV.* Venetijs: Andream Muschium, 1591.

Piccolomini, Alessandro. *Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum*. Venetijs: Apud Traianum Curtium, 1565.

Ramus, Petrus. (Pierre de la Ramée). *Aristotelicae animadversiones liber nonus et decimus in Posteriora Analytica*. Paris: apud Carolum Stephanum, 1553.

Romano, Antonella. "El estatuto de las matemáticas hacia 1600", *Los orígenes de la Ciencia Moderna. Actas Alis XI y XII, Seminario "OROTAVA" Historia de la ciencia*. Canarias: Consejería de educación, cultura y deportes del gobierno de Canarias, 2004. 277 – 308.

Schöttler, Tobias. "From Causes to Relations: The Emergence of a non-aristotelian Concept of Geometrical Proof out of the Quaestio certitudine mathematicarum", *Society and Politics* 6/2. (2012): 29 – 47.

Velilla, Helbert. "La ascensión de las matemáticas en la Modernidad: Epistemología y teología voluntarista en Isaac Barrow". *Légein* 17 (2013): 161 – 176.