Las matemáticas de los siglos XVI y XVII en la historiografía científica contemporánea[1, 2]

The mathematics of sixteenth and seventeenth centuries in contemporary historiography of science

Helbert E. Velilla Jiménez[3][4]

Resumen

Este artículo aborda el modo como se ha estudiado el papel de las matemáticas en la Revolución Científica de los siglos XVI y XVII en la historiografía científica contemporánea, resaltando, de un lado, los límites y alcances que la historiografía tradicional ofrece a propósito de la hegemonía de las matemáticas sobre la filosofía natural y, de otro, las perspectivas revisionistas que apelan a estudios más concretos, los cuales ofrecen una comprensión más conceptual y contextual respecto de la introducción de las matemáticas en la filosofía natural. En primer lugar, expondré en términos generales el modo como la historiografía científica contemporánea ha abordado el tema de las matemáticas en la Revolución Científica de los siglos XVI y XVII. En segundo lugar, presentaré los límites y alcances de la narrativa tradicional con el fin de señalar la relevancia y la necesidad de incluir en los estudios sobre las matemáticas y la filosofía natural en los siglos XVI y XVII, una postura que indague, también, los obstáculos, errores y transformaciones propias de una disciplina como las matemáticas que ha sido concebida como disciplina fundamental en los orígenes de la ciencia moderna.

Palabras clave: Revisionismo histórico, formas de matematización, *Quaestio de certitudine mathematicarum*, Piccolomini, Barozzi.

Abstract

This paper analyzes how was studied the role of mathematics in the Scientific Revolution of the sixteenth and seventeenth centuries in contemporary scientific historiography, highlighting the one hand, the limits and scope that offers traditional historiography about the hegemony of mathematics in natural philosophy, and moreover the revisionist perspectives that resort to more specific studies, which offer an understanding more conceptual and contextual regarding the introduction of mathematics in natural philosophy. First, I will discuss in general terms the way that contemporary scientific historiography has addressed the issue of mathematics in the Scientific Revolution of

1 Recibido: 03 de abril de 2015. Aceptado: 20 de julio de 2015.

2 Este artículo se debe citar: Velilla, Helbert. “Las matemáticas de los siglos XVI y XVII en la historiografía científica contemporánea”. *Rev. Colomb. Filos. Cienc.* 15.31 (2015): 83-104.

3 G.I.: Conocimiento, filosofía, ciencia, historia y sociedad. Instituto de Filosofía, Universidad de Antioquia. Correo electrónico: helbertvelillajimenez@gmail.com

4 Medellín, Colombia

the sixteenth and seventeenth centuries. Second, I will present the limits and scope of traditional narrative to highlight the importance and the need to include in studies of mathematics and natural philosophy in the sixteenth and seventeenth centuries, a position that investigates, too, obstacles, mistakes and transformations a discipline as a mathematics that has been conceived as a fundamental discipline in the origins of modern science.

Key words: Historical revisionism, forms of mathematization, *Quaestio de certitudine mathematicarum*, Piccolomini, Barozzi.

1. Interpretación tradicional sobre el papel de las matemáticas en la Revolución Científica de los siglos XVI y XVII

La matematización de la filosofía natural que tuvo lugar en los siglos XVI y XVII es un episodio central de la Revolución Científica. De hecho, hay un consenso en la tradición historiográfica sobre este aspecto. Pues el cambio de una visión cualitativa de los fenómenos naturales por una cuantitativa, constituye el elemento distintivo entre las filosofías naturales antigua y moderna. Tradicionalmente se ha dicho que los *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica (Principios matemáticos de la filosofía natural)* (1687) de Newton constituyen el punto culminante del proceso de matematización de la naturaleza que se inicia aproximadamente 100 años antes, en 1543, con la publicación del *De Revolutionibus Orbium Celestium (Sobre las revoluciones de los orbes celestes)* de Nicolás Copérnico. Sin embargo, esta caracterización tiene sus límites y alcances. La matematización de la filosofía natural leída desde esta perspectiva nos conduce a los peligros de una historia teleológica en la que la hegemonía de las matemáticas termina siendo aceptada sin apelar a los cuestionamientos que los registros históricos nos ofrecen.[5] En este artículo quiero llamar la atención sobre el modo como la historiografía tradicional de las matemáticas ha dejado a un lado elementos importantes en la comprensión de las matemáticas, por ejemplo, el problema sobre la certeza en relación con su causalidad.

5 Como se verá a lo largo de este trabajo, una consideración alterna a la planteada por los historiadores positivistas o *whiggish*, nos ofrece una imagen más detallada sobre la incorporación de las matemáticas en la filosofía natural, atendiendo a factores sociales, culturales e históricos. Autores como Paolo Mancosu (1992), Peter Dear (1995) y Nicholas Jardine (1988, 2008), han estudiado la relación matemáticas - filosofía natural en el siglo XVII. Específicamente, Dear realiza un estudio histórico desde la sociología del conocimiento en el que se evidencia cómo la filosofía natural devino matemática, con base en los contextos sociales de producción del conocimiento. Más recientes son los estudios de: Gingras (2001), Romano (2004), Bertoloni-Meli (2006), Van Dyck (2006), Dijksterhuis (2007), Cozzoli (2007), Roux (2010), Schöttler (2012), Ochoa (2013), Velilla (2013, 2015).

Lo que se encuentra en esta narrativa tradicional es la exposición de una serie de estudios que presentan en términos de *desarrollo y consolidación* el origen y culminación de la Ciencia Moderna. En estos estudios se encuentran los trabajos de Bernard Cohen (1976), Herbert Butterfield (1958) y Alfred Rupert-Hall. (1954). Sin embargo, son Husserl y Koyré quienes juegan un papel central en la gran narrativa de la matematización de la naturaleza. Husserl sostuvo que fue Galileo el primero en matematizar la naturaleza, ya que con él se efectuó una sustitución por el mundo de las idealidades, matemáticamente extraído, del único mundo real-efectivo, el mundo dado efectiva y perceptivamente, el experienciado y experienciable; nuestro mundo de la vida cotidiano. Esta sustitución fue pronto heredada por sus sucesores, los físicos de todos los siglos subsiguientes (Husserl 91-92). Como lo plantea Roux (2010) Koyré introdujo el husserlianismo en la historia de la ciencia, argumentando que la matematización de la naturaleza se dio de manera activa en la Revolución Científica, específicamente de Galileo a Newton.[6]

Estos estudios apelan a los grandes nombres y las proezas de sus pensamientos, exponen en una línea de pensamiento ininterrumpida la postulación de una Tierra planetaria por Copérnico y desarrollada y consolidada por Kepler, Galileo, Descartes y Newton. De otro lado, se encuentran otras perspectivas denominadas problematizantes,[7] en tanto se ocupan de las condiciones tanto sociales como epistemológicas del surgimiento de la ciencia moderna en general y las condiciones de emergencia de las matemáticas en particular.

La Revolución Científica fue un proceso gradual que supuso la transformación de las ideas que se tenían sobre el conocimiento, en cuanto a la concepción de ciencia, métodos y la imagen del universo. En 1948 Herbert Butterfield pronuncia un conjunto de conferencias ante el Comité de Historia de la Ciencia de Cambridge, con el fin de incentivar el interés de los científicos por la historia y de los historiadores por las ciencias. Estas conferencias constituyen el libro *Los orígenes de la ciencia moderna*. Aquí, Butterfield (252) sostiene que el curso del siglo XVII, tal y como se ha estudiado, representa uno de los grandes episodios de la experiencia humana, y que se le debería ubicar entre las aventuras épicas que han hecho de la raza humana lo que es

6 Sobre la influencia que tuvo el parágrafo nueve de *La crisis de las ciencias europeas y la fenomenología trascendental* en Koyré váse De Gant (2004).

7 Por narrativa "problematizante" entiendo aquella que aborda, respecto de las condiciones de emergencia de las matemáticas y su enfoque hacia el estudio de la naturaleza, tanto los obstáculos como los problemas que suscitó la introducción de las matemáticas en la filosofía natural. Tales obstáculos y problemas que suscitó dicha incorporación son (1) la certeza de las matemáticas y (2) su posible aplicación para la solución a problemas filosófico-naturales. Así como la (3) estructura lógica, su (4) causalidad, entre otros. En este estudio me ocupo concretamente de la certeza de las matemáticas en relación con su causalidad.

hoy. Para Butterfield, los dos problemas fundamentales en el siglo XVII eran (1) ¿qué poder estaba actuando para mantener en rotación a esta Tierra tan pesada y al resto de los cuerpos celestes? Y (2) el problema de la gravedad. Estos problemas, tal y como lo plantea Butterfield, encontraron su solución hasta la gran síntesis, obra de Isaac Newton en sus *Principia*, en 1687; síntesis que representó la culminación de la Revolución Científica y puso los cimientos de la Ciencia Moderna (Butterfield 198).

En este estudio se presenta la imagen de una Revolución Científica que tiene sus inicios con la publicación del *De Revolutionibus* por Copérnico, seguida por Kepler, los estudios sobre la circulación de la sangre de William Harvey, Galileo, Bacon, Descartes y la gran síntesis que se mencionó por parte de Newton. El problema general que se identifica es que la física aristotélica se estaba desmoronando, y solo hasta la llegada de Newton apareció un sistema que la sustituyese en forma satisfactoria (Butterfield 105). Lo innovador en esta visión es la forma en que se matematizaban los problemas, así como el uso del método experimental. Pues el hecho esencial fue la demostración de que, cuando la nueva ciencia de la mecánica terrestre era aplicada a los fenómenos celestes, las matemáticas satisfacían ambos casos. En líneas generales, para Butterfield, donde se hicieron los adelantos más considerables del siglo XVII, fue allí donde se podían aplicar los métodos matemáticos (Butterfield 107-130).

En 1954 A.R Hall, alumno de Butterfield, publicó sus estudios sobre la Revolución Científica. Aquí explícitamente admite seguir una orientación positivista que, sin duda, reduce la riqueza intelectual que el Renacimiento nos ofrece. Pues estudiar el progreso científico en términos de "vencedores" y "vencidos" supone la búsqueda de elementos racionales con el fin de evaluar o postular los autores que más se acercaron a la verdad. Así, el papel que Hall le atribuye a las matemáticas, en virtud de su visión general sobre la Revolución Científica, es el de una disciplina que posee algunas aplicaciones útiles, como la relación de la aritmética con las cuentas mercantiles y la de la geometría con la arquitectura. Del mismo modo, Hall sostiene, apelando a los grandes nombres, que el razonamiento matemático es el más seguro de los que se disponen, y prueba de ello es Galileo, quien evidencia dos características relevantes de las matemáticas: que el libro de la naturaleza está escrito en la lengua de la geometría y que la prueba matemática de una proposición es, lógicamente, la mejor que podemos tener (Hall 18-24).

Hall, siguiendo la línea positivista, discute sobre el papel de las matemáticas en la Revolución Científica apelando a los grandes descubrimientos que terminan por imponer la hegemonía de las matemáticas en el marco de los pensadores que "triunfaron"[8] en el siglo XVII. Sostiene, incluso, que sin ser maliciosamente *whig*, es inevitable pensar que la ciencia de Newton se acerca a nuestro propio concepto de la ciencia más[9] que la ciencia de Boyle, en consecuencia, el triunfo de la Revolución Científica es la consecución de la visión newtoniana del mundo, con la cual, en siglos posteriores, también se hicieron consistente las ciencias empíricas (Hall 32-33).

Asimismo, Bernard I. Cohen (1980 54) señala que en el siglo XVII se descubrió la existencia de leyes cuantitativas importantes que no se podían contrastar directamente. Además de las producción de leyes, sistemas y constructos generales matemáticos que pueden ser o no modelos que se adecúen a la experiencia directa de la naturaleza, para Cohen, un ideal del siglo XVII era hallar las verdaderas causas físicas de las leyes, sistemas, constructos y modelos, en una jerarquía de causas que comenzaba con la elucidación matemática de las propiedades de las fuerzas que provocaban los movimientos, procediendo tan solo después al análisis de la naturaleza y causa de tales fuerzas (Cohen 1980 54.).

Como el mismo Cohen lo menciona en su libro *Revolución en la ciencia* (1985), cada vez que los historiadores escriben sobre transformaciones drásticas en las ciencias, una de las primeras imágenes que salta a la vista es el desplazamiento del punto central fijo del universo de la Tierra al Sol. Es decir, la llamada 'revolución copernicana'. No se puede desconocer que los trabajos de Copérnico tienen gran valor filosófico, histórico y social, de hecho T. S. Kuhn sostiene que la revolución copernicana fue un hecho plural porque significó la transformación en la concepción del universo y la relación del hombre con él. Sin embargo, Cohen ve el surgimiento de la Revolución Científica en la época de Newton, aplicándose en primer lugar a una parte de las matemáticas a la que hizo la mayor de sus contribuciones, el cálculo, y extendiéndose luego a sus trabajos de mecánica celeste (Cohen 1980 22).

Ahora bien, el problema de la historiografía tradicional en cuanto al papel de las matemáticas en la Revolución Científica, se inscribe en que efectivamente las matemáticas o "la matematización de la imagen del mundo" es una condición *sine qua non* para la Revolución Científica, que sirve para ser contada en

8 Si nos interesa la creatividad debemos seguir a los victoriosos y no a los derrotados (Hall 11).

9 El poder explicativo que Newton le otorga a las matemáticas es, sin lugar a dudas, la característica más sobresaliente de los *Principia*. Pues logra consolidar una física matemática que une los fenómenos celestes y terrestres, se evidencia un tratamiento cuantitativo del movimiento de los cuerpos y consolida la idea de un método matemático-experimental que resulta ser importante en la ciencia moderna. En contraste, y como bien lo sostiene Steven Shapin (144), Robert Boyle considera que las matemáticas no son apropiadas porque generan expectativas de certeza que son inadecuadas para las investigaciones de la naturaleza, y añade que su trabajo experimental está libre de representaciones y esquemas matemáticos.

términos de un panteón de héroes de la ciencia. No se estudian en términos de la situación social de los practicantes de matemáticas y los cambios concomitantes en las actitudes acerca de la importancia y el valor de las matemáticas en la vida cotidiana (Henry 555).

Nicholas Jardine fue uno de los primeros en abordar los debates en torno a la reflexión sobre la epistemología de las matemáticas en los siglos XVI y XVII. En su artículo *Epistemology of the sciences*, publicado en 1988, plantea que los temas epistemológicos del siglo XVI han desempeñado un papel considerable en el problema sobre la continuidad de las nuevas ciencias y las nuevas epistemologías en el siglo XVII. En el caso de las matemáticas menciona que los debates italianos del siglo XVI sobre las demostraciones y las razones de su certeza han sido poco estudiados. En estos debates encontramos un conjunto de autores que reflejan la situación de las matemáticas, como: Clavius, Biancani, Piccolomini, Barozzi, Galileo, entre otros. Lo que allí se discute es la relación entre la certeza de las matemáticas y la excelencia de su demostración, con un gran énfasis en la utilidad de estas para el estudio de la naturaleza.[10]

En 1995, Peter Dear publicó *Discipline and experience*. Aquí presenta una imagen de las matemáticas y su papel en la Revolución Científica, diferente a la que normalmente se encuentra en la historiografía tradicional. Su perspectiva sobre la Revolución Científica ofrece una problematización de cómo la filosofía natural devino matemática, desde una reconstrucción histórica con base en los aspectos sociales y epistemológicos de los siglos XVI y XVII.

El estudio de Dear, supone que la ciencia moderna tiene su origen en la llamada Revolución Científica de los siglos XVI y XVII, por un lado a partir del conocimiento operativo de Bacon y, por otro, con la matematización llevada a cabo por Newton. Sin embargo, Dear hace énfasis más en las explicaciones con detalle que en el reconocimiento de la mencionada proposición, según la cual, efectivamente hubo una Revolución Científica cuya causa encontramos en las matemáticas.

La visión de Dear sobre las matemáticas en los siglos XVI y XVII, es una perspectiva problematizada de la incorporación de estas en la filosofía natural. Su estudio está estructurado a partir de la caracterización que realiza John Wilkins en 1660 sobre la Royal Society:

> Los elementos de la expresión de Wilkins, “física”, “matemáticas” y “experimento”, eran parte central de una nueva ideología de la investigación natural

10 Sobre este debate puede consultarse: Giacobbe (1972a, 1972b, 1972c, 1973, 1976, 1977); Jardine (2008) y Mancosu (1992).

> que tomó su vida a partir de la filosofía escolástica de los colegios y universidades, tanto católicos como protestantes; ninguno de los tres era un recién llegado a los discursos académicos o a la práctica académica. Los dos primeros conservaron las definiciones formales escolástico-aristotélicas, en una aparente continuidad con los precedentes medievales, la tercera también conservó de forma explícita e implícita dicha definición. Lo que habían cambiado eran las caracterizaciones que muchos filósofos, especialmente los practicantes de las ciencias matemáticas clásicas (como la astronomía, la mecánica y la óptica), habían comenzado a dar de sus relaciones mutuas (Dear 1995 3).

Los puntos centrales en el estudio de Dear son (1) la relación entre las matemáticas y la física (según la compresión aristotélica) y (2) el significado de la experiencia y el experimento. Como se observa en la tradición historiográfica tradicional, el primero es el tema más frecuente en todas las discusiones sobre los puntos de vista aristotélicos y su influencia en el desarrollo de las disciplinas del siglo XVII, sin embargo el tratamiento de Dear llama la atención sobre otros aspectos como las ciencias subordinadas -astronomía y óptica- y los aspectos sociales e institucionales que también influyeron en las matemáticas. Respecto de las nociones de experiencia y experimento, Dear destaca sus aspectos epistemológicos.

Con todo, el tratamiento que nos ofrece Dear tiene una particular visión que llama a revaluar el modo como se abordan las matemáticas y su papel en la Revolución Científica. Los aspectos sociales e institucionales que tienen gran preponderancia en sus argumentos, tienen su origen en el estudio de las instituciones educativas y sus estructuras curriculares, en particular, los colegios jesuitas y otras instituciones similares donde el aristotelismo escolástico seguía constituyendo el marco intelectual. Sin embargo, en la historia y epistemología tradicional de las matemáticas, específicamente en los estudios sobre la llamada "matematización de la naturaleza", no han estado presentes estos aspectos. Por ello, el trabajo de Peter Dear es importante porque plantea el estudio de la matematización de la filosofía natural articulando filosofía y epistemología de las matemáticas con los aspectos sociales e institucionales de producción del conocimiento, ya sean aspectos económicos, políticos e ideológicos.

En esta misma línea, en 1996 Paolo Mancosu publica *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century*. Aquí, plantea que aunque es aceptado que el método matemático en el siglo XVII ofrezca claridad y orden en el desarrollo de una disciplina, los problemas filosóficos generados por la matematización de la física siguen siendo de gran importancia para la filosofía. Mancosu llama la atención sobre el cuidado que se debe tener al aplicar los métodos de la matemática en los ámbitos de la filosofía, la teología o las ciencias naturales. Así, según Mancosu, la matematización de la mecánica en la obra de Galileo es el paradigma de este enfoque. Sin embargo, el intento de extender los cálculos a varias áreas de conocimiento, tales como el pensamiento probabilístico en la teología, también son importantes en el siglo XVII.

Mancosu propone que los estudios sobre la Revolución Científica han sido fuertemente dirigidos a la astronomía y la física, y casualmente observados por los historiadores de la química, la biología y la medicina. De este modo, aunque las matemáticas estaban directamente relacionadas con estas disciplinas, han sido descuidadas por el consenso al que se ha llegado sobre su claridad y causa de dicha Revolución. En consecuencia, Mancosu sostiene que los estudios tanto filosóficos como históricos, deben apelar a aspectos más concretos que pongan de manifiesto la importancia y los problemas de las matemáticas en la filosofía natural.

Por lo anterior, el estudio de Mancosu contempla la relación entre la filosofía de las matemáticas y la práctica de las matemáticas. Así, investiga entonces el conjunto específico de conceptos, categorías y teorías empleadas implícita o explícitamente por los filósofos y matemáticos en su discurso sobre las matemáticas. Se concentra en algunos filósofos, en particular Decartes, Locke y Leibniz, y resalta las contribuciones que desde su filosofía de las matemáticas estos autores realizaron a la práctica de las matemáticas. También, estudia algunos aspectos de la filosofía de las matemáticas en los siglos XVI y XVII, como el debate sobre la certeza de las matemáticas, donde la matemática clásica es el centro de atención. Pues la negación de la certeza de las matemáticas por parte de algunos filósofos aristotélicos, llevó a la discusión sobre la causalidad de las demostraciones matemáticas. Su objetivo es mostrar la continuidad entre los siglos XVI y XVII en el tratamiento de diversos problemas epistemológicos en las matemáticas.

Más recientes son los estudios que se encuentran en el volúmen 15, números 4 y 5 de la revista *Early Science and Medicine* publicados en el 2010. Estos son estudios que, como se ha dicho, revaloran la llamada matematización de la naturaleza. Pues esta, se ha entendido como una “carrera de relevos” según la cual la ciencia progresa como resultado de descubrimientos individuales. Sophie Roux, editora de este número doble y autora del artículo *Forms of mathematization*, que también forma parte de este estudio, sostiene que la gran narrativa en la historia de la ciencia se inició con la exposición de las leyes cuantitativas de los grandes héroes: Galileo y Newton. Por un lado, se expone la ley de la caída de los cuerpos y, de otro lado, la ley de la gravedad.

La característica esencial de estas narrativas no son los ejemplos elegidos, sino las tesis explícitas que los acompañan, a saber: (1) La matematización es tomada como un criterio para distinguir entre la filosofía aristotélica cualitativa y la cuantitativa de la nueva física, (2) la matematización se fundó con la convicción metafísica de que el mundo fue creado *pondere, numero et mensura*, o que los componentes últimos de las cosas son triángulos, círculos u otros objetos geométricos. La consecuencia inmediata de estas dos tesis es que se piensa que todos los fenómenos de la naturaleza pueden ser sometidos a las matemáticas, y que el lenguaje matemático es el más transparente del que disponemos (Roux 320).

Así las cosas, estas perspectivas revisionistas ponen en duda la narrativa tradicional que se caracterizó al inicio. Regularmente se insiste en la distinción entre la filosofía cualitativa aristotélica y la cuantitativa de la nueva física, ello es cierto, como lo es también que en los siglos XVI y XVII encontramos el cambio de una visión cualitativa de los fenómenos naturales por una cuantitativa. El matiz que debe estar presente es que es cierto que para Aristóteles las matemáticas captan las propiedades superficiales de las cosas, pero los aristotelismos eran muchos durante el Renacimiento y la Edad Moderna, y no todos son compatibles con la introducción de las matemáticas en la filosofía natural. Además, se debe señalar qué fue susceptible de matematización y qué no, pues no se puede hablar en una misma línea de fenómenos que escaparon a la matematización, es decir, investigaciones empíricas que no estaban relacionadas con ninguna teoría. Adicionalmente, se debe subrayar que, aunque concedemos la existencia de grandes filósofos naturales, las matemáticas se produjeron en gran medida por las comunidades intelectuales y dentro de las prácticas sociales. Piénsese, por ejemplo, en Piccolomini, Barozzi, Biancani, Possevino, Clavius, entre otros. Estos matemáticos y filósofos naturales eran profesores, enseñaban en la universidad y sus propuestas eran inseparables de sus prácticas. Ubicándonos en el terreno educativo, ellos comprendieron que la enseñanza de las matemáticas pasaba por un periodo de reestructuración. Uno de los casos de estudio al que se puede hacer referencia es al de Christopher Clavius. Como mencionaré más adelante, Clavius contó con la posibilidad de reflexionar sobre qué se iba a enseñar en matemáticas y de este modo elaborar los nuevos programas de estudios. En el contexto de las universidades italianas en el siglo XVI, se pueden identificar un conjunto de prácticas como el de las reformas de los estatutos universitarios, las cuales tuvieron una estrecha relación con los problemas epistemológicos vinculados a la certeza de las matemáticas. Aunque en este artículo no me ocuparé en detalle de este tema, uno de los ejemplos que ilustran cómo las matemáticas estuvieron condicionadas por prácticas sociales fue el de la relación entre la universidad y los poderes públicos (Romano 2004).[11]

2. De la matematización de la naturaleza a las formas de matematización de la filosofía natural

Uno de los problemas que se puede identificar en las grandes narrativas es la presentación ininterrumpida o coherente del origen de la Ciencia Moderna, es decir, la exposición a modo de "carrera de relevos" de una ciencia iniciada, desarrollada y concluida por los grandes nombres y sus excepcionales descubrimientos. Sin embargo, en dicha narrativa se evidencia la predilección de lo cuantitativo por lo cualitativo, por lo cual sorprende que no haya un enfoque en uno de los temas fundamentales de la Revolución Científica: la matematización de la filosofía natural.

Antes de comenzar con la indagación del estudio sobre las formas de matematización, me concentraré en unos aspectos de definición.

El término matematización se refiere a la aplicación de conceptos, procedimientos, y métodos desarrollados en las matemáticas a los objetos de otras disciplinas o, por lo menos, a otros campos del conocimiento. Una definición de este tipo parece asumir que hay un acuerdo, en primer lugar, en lo que la matemática es, en segundo lugar, por los beneficios que diversas disciplinas pueden hacer fuera de su aplicación y, en tercer lugar, sobre la pertinencia de la noción misma de aplicación (Roux 324). En esta misma línea, Dijksterhuis (2007) sostiene que la matematización se entiende como el uso de las matemáticas en los nuevos dominios donde estas no se utilizaban previamente. Puede ser el uso de las matemáticas en la investigación de los fenómenos naturales o en las tecnologías, en los ámbitos educativos, profesionales y culturales.

A estas dos perspectivas hay que agregar que es difícil encontrar una definición de matemáticas en general, incluso en el momento de la definición tradicional de la matemática como "ciencia de las cantidades" o "magnitudes en general", había diferentes concepciones de las cantidades y, en consecuencia, diferentes maneras de concebir la unidad de las matemáticas. Dicha definición resulta difícil, precisamente porque es un campo complejo que ha incluido varios dominios desde sus inicios y ha mantenido el desarrollo de nuevos dominios a lo largo de la historia. De hecho, en los siglos XVI y XVII las matemáticas puras sufrieron muchos cambios, como la reapropiación de los textos antiguos

11 Sobre este tema *cf.* Kristeller (1974); Biagioli (1989); Dear (1987); Shapin (2000) y Romano (2004).

en el Renacimiento. Aquí, se trataba de reconstruir los métodos y los resultados de los matemáticos antiguos, como Apolonio y Diofanto. En el siglo XVII, los nuevos objetos fueron examinados (por ejemplo, las nuevas curvas como la cicloide o la catenaria); problemas antiguos se resolvieron a través de nuevos métodos (en este caso se puede pensar en la geometría de los indivisibles de Cavalieri); nuevas exigencias metodológicas fueron formuladas (con exclusión de las curvas mecánicas de la geometría de Descartes o la desvalorización de las pruebas por superposición o contradicción); y, por último, con la emergencia del cálculo y de las series infinitas, nuevos dominios comenzaron a ser explorados (Roux 324).[12]

Mi propósito no es buscar una definición de las matemáticas en general ni pensar en las matemáticas como un campo unificado de conocimiento. Como lo sostiene Roux debemos apelar a una definición históricamente situada y empírica de las matemáticas, lo cual sugiere que lo que debería ser llamado “matemáticas” son las actividades de los que se llamaron o fueron llamados por otros matemáticos. Con los límites y alcances que pueda tener esta perspectiva, resalto las consecuencias que se derivan de ella en cuanto al modo como debemos concebir la matematización de la filosofía natural.[13]

En efecto, una de las posturas que se asume en la perspectiva revisionista, es que en la matematización de la filosofía natural hablar de matemáticas prácticas implica adoptar un punto de vista descriptivo e histórico, en lugar de una perspectiva normativa. Pues adoptar tal punto de vista nos lleva a tener en cuenta la multitud de pequeños problemas que generan una imagen de las matemáticas muy diferente a la que hemos recibido, según la cual las matemáticas emergen de forma continua y uniforme a partir de un conjunto limitado de definiciones y axiomas (Roux 328).

Precisamente aquí se inscribe el estudio de Peter Dear, quien como ya mencioné, se ocupa de presentar desde una reconstrucción histórica con base en aspectos sociales y epistemológicos, una perspectiva revisionista de cómo la filosofía natural devino matemática.

12 Piénsese en el tema central de la *Quaestio de certitudine mathematicarum* que abordaré más adelante. El tema central es la certeza de las matemáticas. Sin embargo, el debate tiene su origen en considerar si las pruebas geométricas pueden ser identificadas como demostraciones *Potissima*. Por ello no es gratuito que regularmente estos intelectuales se refieran generalmente a los *Elementos* de Euclides.

13 Una de estas consecuencias es que debemos dejar de pensar en la matematización como un proceso en el que tuvieron lugar solo las matemáticas puras. En este proceso se contrastan también las matemáticas puras versus las aplicadas, las matemáticas puras o abstractas versus las matemáticas mixtas y las especulativas o teóricas frente a las matemáticas prácticas (Roux 326).

El punto central, tanto en el estudio de Dear como en esta reconfiguración del conocimiento, de la subordinación de las matemáticas en la filosofía natural a la hegemonía sobre esta, es la nueva forma de comprender la naturaleza, lo cual se da a partir de la redefinición de nociones como demostración, explicación, experiencia y experimento.

Como bien lo sostiene Dear (1995 21) la filosofía de Aristóteles se basaba en la experiencia pero esta difería radicalmente de la experiencia emergente en el siglo XVII. Así las cosas, una de las formas para distinguir un "experimento" de la "experiencia" es que en la primera interviene una pregunta específica sobre la naturaleza y se obtiene un resultado experimental, la segunda proporciona información sobre los fenómenos que no han sido intervenidos deliberadamente.

Así, el término "experiencia" se refiere a las observaciones del curso normal de la naturaleza, mientras que el "experimento" se refiere a una observación controlada. En consecuencia, ya no era importante emplear la experiencia para probar proposiciones filosóficas. Desde esta perspectiva, se puede decir que el "experimento" se convirtió en un rasgo característico del estudio de la naturaleza en el siglo XVII, sin que ello deje de ser problemático, pues esta perspectiva se debatió en los siglos XVI y XVII: el rigor matemático frente al físico, o de otro modo, cómo las matemáticas se incorporan a una nueva física que tiene un lenguaje matemático y una base empírica, lo cual sería un sello distintivo respecto de la física especulativa y cualitativa del linaje aristotélico. De esta manera, la preocupación central es sobre las formas conceptuales y prácticas que las matemáticas utilizan para producir una explicación coherente de los fenómenos naturales. Es decir, de qué modo conceptos como experiencia y experimento son usados en los siglos XVI y XVII para ofrecer una explicación en términos matemáticos de la naturaleza.[14]

Según lo anterior, una de las rutas que orienta dicha matematización de la filosofía natural se inscribe en la emergencia de la teoría como una característica relevante de los siglos XVI y XVII, a la cual luego le siguió el progreso de la técnica. Para Koyré, por ejemplo, la invención del telescopio dio ocasión a un desarrollo de la teoría y fue seguido por el progreso de la técnica. Asimismo, sostiene que la Revolución Científica es fundamentalmente una revolución teórica que no consistió en relacionar los datos de la experiencia, sino en adquirir una nueva concepción que subyace a estos datos (Koyré 64-75).

14 Sobre la distinción entre experiencia y experimento veáse Bertoloni (2006); Machamer (1998) y Dear (1995).

Así las cosas, las matemáticas pasaron de un estado de subordinación en la filosofía natural a ocupar un lugar hegemónico sobre esta, debido a la reputación privilegiada de la certeza que une a las matemáticas con la demostración. Adicionalmente, las matemáticas estaban relacionadas con el mundo natural como se puede ver en los desarrollos de la astronomía, la óptica, y la mecánica cuyos practicantes fueron, entre otros, los jesuitas.[15]

Siguiendo esta línea expositiva, Peter Dear en el capítulo dos de *Discipline and experience* (1995), propuso que los matemáticos jesuitas ayudaron a explicar cómo los modelos matemáticos de la práctica científica estuvieron implicados en la nueva ideología del conocimiento que había surgido a finales del siglo XVII. Según Dear, los Colegios jesuitas se encontraban entre los más importantes y prestigiosos de todas las instituciones educativas en la Europa moderna-temprana. A principios del siglo XVII, las disciplinas matemáticas habían llegado a ocupar un lugar relativamente destacado en los programas de estudio ofrecidos por los jesuitas en las universidades más grandes y en el plan de estudios ideales consagrados en la *Ratio Studiorum.* A lo largo del siglo XVII los matemáticos jesuitas llevaron a cabo investigaciones en diversos temas y produjeron grandes tratados que fueron ampliamente leídos. Christopher Clavius (1537-1612) profesor de matemáticas en el Colegio Romano desde 1565 hasta su muerte, fue una de las figuras importantes en el establecimiento de las matemáticas en los programas de estudio de los jesuitas (Dear 32-34).

Clavius defendía a las matemáticas como parte integral de la filosofía y además de las intenciones curriculares que tenía para los estudios universitarios en filosofía, destacó un papel importante de las matemáticas como una disciplina para conocer la realidad y los asuntos prácticos. De hecho menciona que ellas son importantes para los poetas, líderes políticos, historiadores, físicos, metafísicos y abogados. Asimismo, es relevante su intención de matizar la ruptura existente entre la filosofía natural y las matemáticas.

En su *Opera Mathematica*, Clavius afirma que las matemáticas ocupan un lugar intermedio entre la metafísica y la ciencia natural.

> El objeto de la metafísica está separado de la materia, tanto en la cosa como en la razón; el objeto de la física está unido a la materia sensible, tanto en la cosa como en la razón; en consecuencia, dado que el objeto de las matemáticas está libre de toda materia aunque la materia se encuentra en la cosa misma, se establece que son intermedias entre las otras dos (Clavius 1612 vol. 1, 5).

15 Veáse Mancosu (1992); Dear (1995) y Jardine (2008).

Sin embargo, en esta "jerarquía", Clavius afirma la superioridad de las matemáticas frente a la filosofía natural y a la metafísica, pues en estas abundan las opiniones, mientras que las demostraciones matemáticas poseen alto grado de certeza. (Dear 1995 38).

El estudio de Dear es importante en esta perspectiva revisionista porque señala los cambios tanto conceptuales como prácticos a propósito de las formas de matematización de la filosofía natural, entendida esta no como formas -ideas¬ platónicas- sino como formas históricamente construidas.[16] De hecho, uno de los casos que permite analizar el tránsito de las matemáticas, de la subordinación a la filosofía natural a la hegemonía en esta, es el debate sobre la certeza de las matemáticas (*De Quaestio de Certitudine Mathematicarum*). En este debate, se puede estudiar la matematización de la filosofía natural a partir de las condiciones epistemológicas implicadas en la polémica sobre la certeza de las matemáticas. Desde mi perspectiva, los temas de la *Quaestio* ofrecen elementos de análisis sobre las condiciones de emergencia de la matematización de la filosofía natural y, asimismo, sobre la consolidación de las matemáticas como el lenguaje de la ciencia moderna.

La *Quaestio de Certitudine Mathematicarum* nos muestra que el tema de la certeza de las matemáticas no es necesariamente causal como lo sostenía la tradición aristotélica,[17] sino que está en juego un ideal deductivo distinto. Este debate tiene su origen con la publicación del *Comentario sobre la certeza de las matemáticas (Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum)* que hace Alessandro Piccolomini a las Cuestiones mecánicas seudo-aristotélicas en 1547. En este comentario Piccolomini realiza un estudio comparativo entre las matemáticas y la lógica, en el que concluye, al igual que Aristóteles,[18] que las matemáticas son inferiores con respecto a la lógica. Esto se debe a que Piccolomini se apoya en la concepción de ciencia aristotélica, en la cual las demostraciones son la constatación del conocimiento causal. Sin embargo, las matemáticas no cumplen con los criterios de la demostración *Potissima* –entendida como la demostración que proporciona al mismo tiempo el conocimiento de la causa y el efecto- que introdujo Averroes en el prefacio a la *Física* de Aristóteles, y de esta manera invalidó su cientificidad (Ochoa 161).

16 Sobre las formas de matematización veáse Roux (2010).

17 La cuestión de la interpretación de Aristóteles en la Edad Media debe ser tratada en el contexto de la concepción medieval de ciencia. Igualmente, en el siglo XVI no se puede hablar de un Aristóteles sino de diversos aristotelismos. (*Cf.* Lohr 1982, 1991).

18 Según Aristóteles las matemáticas sí cumplían con proveer las demostraciones más ciertas, pero eran, a su vez, incapaces de explicar el cambio natural, aspecto que le concierne propiamente a la física. En consecuencia, las matemáticas no tenían lugar en la filosofía natural por no explicar los hechos desde las causas eficientes y finales.

En oposición, más tarde algunos matemáticos como Francesco Barozzi, con la publicación de su *Opusculum* (1560), consideró que las demostraciones matemáticas sí alcanzaban el máximo grado de certeza, o bien, la llamada "*demostratio potissima*", en virtud de que sí pueden ser causales. Las respuestas a la postura de Piccolomini, de que las matemáticas sí alcanzan el mismo grado de certeza que la lógica, se dieron en 1560 con Barozzi, en 1563 con Pietro Catena y en 1615 con Joseph Biancani (Velilla 2015).

La polémica sobre la certeza de las matemáticas nos muestra cómo se va pasando de un rechazo de estas a una gradual aceptación, la cual se evidencia con la publicación de los *Principios matemáticos de la filosofía natural* (1687) de Isaac Newton. Esto debido a que, desde el punto de vista de la historia de la ciencia, la combinación exitosa de las técnicas de cálculo con la investigación de las causas y los efectos, lograría un método científico que terminaría por imponerse en la Ciencia Moderna, a pesar de los ataques a la cientificidad de las matemáticas y su introducción en la filosofía natural.

Sin embargo, aunque la premisa generalmente aceptada es que las investigaciones matemáticas sirven para estudiar la naturaleza, uno de los problemas por resolver en la *Quaestio* es si, en efecto, las matemáticas sirven o no para explicar los fenómenos naturales y qué tipo de explicación proporcionan de estos. Esto solo se resolvería un siglo después con Newton (Velilla 2015).

El punto clave en la *Quaestio* es detallar de qué modo conceptos como *demostración, explicación, experiencia y experimento* son usados en el siglo XVI para ofrecer una explicación coherente, en términos matemáticos, de la naturaleza. Es decir, se debe explicar todo cuantitativamente de tal suerte que esta sea la forma por excelencia de explicación. Precisamente esto es lo que está en debate, a saber, cómo cambió la noción de explicación y cuáles son los presupuestos filosóficos de este giro epistemológico. Este cambio sugiere que sí hay una redefinición de las matemáticas, pues estas no tienen un componente estático sino que las prácticas redefinen las nociones que ellas comportan. Las matemáticas le sirven a la filosofía natural, se redefinen no solo las prácticas, sino que se redefinen epistemológicamente como el estudio de las matemáticas aplicado a la física, entendida esta como el análisis del movimiento y sus causas. Aquí entra la rivalidad entre matemáticos y filósofos naturales. Cuando se redefine la práctica de las matemáticas se redefine epistemológicamente el alcance de la física. Así las cosas, el estudio del movimiento es lo matematizable.

Como bien lo sostiene Peter Dear, a propósito de la matematización de la filosofía natural, las matemáticas eran superiores a la física aristotélica (filosofía natural) porque eran supuestamente capaces de cierta demostración de las relaciones cuantitativas, en contraste de la ciencia cualitativa del mundo natural que explica por qué las cosas suceden en términos de la naturaleza esencial de los cuerpos, lo cual en el siglo XVII se abandonó gradualmente con el argumento de que era, por lo general, solo capaz de ofrecer explicaciones probables. Los argumentos que Dear ofrece para sostener dicha perspectiva son: 1) la opinión de que la física era más importante que las ciencias matemáticas dependía de la observación aristotélica de que se refería a la naturaleza de las cosas en lugar simplemente de sus características cuantitativas; 2) la ciencia (*episteme*) exigía una demostración cierta que se encontraba en las matemáticas y por lo tanto, fueron reconocidas como un modo superior de conocimiento (Dear 3).

A principios del siglo XVII hubo consenso en cuanto a que las ciencias matemáticas debían asumir a la filosofía natural como un objeto. Piénsese en Galileo Galilei y en muchos de sus contemporáneos, para quienes su objetivo era mejorar el estatuto epistemológico de las matemáticas y la abolición de la autoridad y el monopolio de los filósofos y teólogos como responsables del libro de la naturaleza (Remmert 349), pues los practicantes de las matemáticas así concebidos, no se enfrentaban a problemas físicos como el movimiento o la aplicación de métodos matemáticos para este tipo de problemas, ya que pertenecían al campo de la filosofía natural. Según esto, las matemáticas estaban subordinadas a la filosofía y la teología, y a la filosofía natural en particular (Remmert 350). Sin embargo, las matemáticas en la Modernidad comenzaron a producir instrumentos capaces de suministrar técnica y conocimiento socialmente valioso para su uso en ingeniería, administración, control social, entre otros. Esta capacidad de producir conocimiento útil y los posibles instrumentos de poder, se convirtió en la base fundamental para la legitimación de las matemáticas. Asimismo, la difusión de esta capacidad fue un medio esencial por el cual las matemáticas establecieron su estatus social y epistemológico (Remmert 350).[19]

Mi intención no es postular a Galileo como el primer investigador que introduce el método de las matemáticas y su correlación con el experimento en el estudio de los fenómenos naturales. Antes bien, mi interés se centra en señalar los antecedentes y el contexto en el que fue posible una redefinición de las prácticas y del estudio de las matemáticas aplicado a la física.

Nótese lo que sucedió con la publicación de los *Principios matemáticos de la filosofía natural* de Isaac Newton, efectivamente, el papel que cumplieron

19 Sobre el papel de las matemáticas en Galileo veáse Feldhay (1998); Machamer (1998); Remmert (2005) y Finocchiaro (2010).

las matemáticas en la mecánica racional de los *Principia*, nos muestra las características con las que se entendieron términos como "explicación" e "inteligibilidad", los cuales adquirieron otra significación. Esto sugiere que el eje central con el que se atacaba la cientificidad de las matemáticas, a saber, la causalidad, fue abandonado por el pensamiento científico a finales del siglo XVII. Como lo expone Ochoa, otra cosa ocurría con la causalidad física del concepto más relevante de la obra de Newton: la gravitación universal. Gingras (398) sostiene: "Los *Principia* de Newton detallan el comienzo de este cambio donde las explicaciones matemáticas llegaron a predominar sobre las mecánicas cuando estas no se ajustaban a los cálculos".

Sobre la superioridad de las matemáticas, en la cual se halla, entre otros, uno de los elementos relevantes de los orígenes de la ciencia moderna, Paolo Mancosu (1992) argumentó que hubo un proceso de revisión crítica a la filosofía aristotélica. Esta revisión crítica se concentró en el modo como se usaban conceptos como *demostración, explicación, experiencia y experimento*, de lo cual se deriva el cambio del ideal explicativo aristotélico.

Según Mancosu, en el contexto de la filosofía aristotélica fueron planteadas una serie de cuestiones acerca de la naturaleza de las matemáticas que llevaron a afirmar a algunos filósofos naturales[20] que las matemáticas no eran una ciencia. Tal posición generó la reacción de matemáticos[21] que intentaron restablecer su disciplina en el marco de la "ciencia aristotélica".

Especialmente Giacobbe se ha ocupado del debate que generaron las anteriores dos perspectivas, quien además demostró que la *Quaestio* cruzó las fronteras italianas para llegar tan lejos como Portugal y Francia.[22] Lo cual es importante porque evidencia no solo la importancia epistemológica que se dio al interior del debate, a saber, el problema sobre la certeza de las matemáticas, el cual estaba fundamentado en la creencia de que la verdadera explicación de las cosas era causal y, supuestamente, las matemáticas no respondían a causas, sino, la transformación que a nivel general estaba atravesando la ciencia tradicional, su estructura formal y la clasificación del saber.

Nicholas Jardine en *Epistemology of the sciences* (2008), también se ocupa del debate sobre la certeza de las matemáticas. Este debate resulta importante en el marco de las formas de matematización de la filosofía natural porque allí se encuentran elementos epistemológicos, sociológicos e institucionales de dicho

20 Piccolomini, Catena, Pereyra.

21 Barozzi, Biancani, Tomitano.

22 Sobre la *Quaestio de certitudine mathematicarum* en Portugal veáse Carolino (2007).

proceso de matematización. Si bien no es el único episodio que evidencia los cambios de lo cualitativo a lo cuantitativo, permite detallar desde aspectos concretos[23] por qué las matemáticas se erigen como una disciplina fundamental en la filosofía natural.

El estudio de Jardine además, es relevante porque relaciona la *Quaestio* con el problema de la continuidad de las nuevas ciencias y los desarrollos anteriores. En primer lugar sostiene que los debates italianos sobre el estatuto de las demostraciones matemáticas han sido poco estudiados, y ellos reflejan las reflexiones que diversos autores llevaron a cabo sobre la certeza de las matemáticas y el papel fundamental que ocuparon en el estudio de la naturaleza.

Si bien, el propósito de este trabajo no es centrarnos en una de estas tesis, sí es importante señalar el telón de fondo que se encuentra en estas propuestas, a saber, que las matemáticas no pueden ser presentadas en la narrativa de la historia de la ciencia como una disciplina lineal sin obstáculos ni contingencias. En consecuencia, hablar de una matematización de la naturaleza resultaría problemático, pues según las perspectivas revisionistas lo adecuado sería estudiar las formas de matematización de la filosofía natural.

3. Perspectivas

El recorrido anterior señala algunos elementos importantes que, desde mi perspectiva, deben tenerse en cuenta para los estudios histórico-filosóficos sobre el papel que desempeñaron las matemáticas en la Revolución Científica de los siglos XVI y XVII. Es adecuado tener en cuenta que la introducción de las matemáticas en la filosofía natural no se dio de un modo lineal, no puede ser contada a modo de panteón de héroes o de carreras de relevos, pues Copérnico, Kepler, Galileo, Descartes y Newton tenían una filosofía de las matemáticas diferente a las de sus predecesores. De hecho, tanto las prácticas como los contextos sociales donde también se producía conocimiento, variaban. Un estudio que se plantee en términos de la narrativa tradicional resulta problemático puesto que se enfoca solo en los grandes nombres y sus importantes descubrimientos.

Los estudios de caso como el de la *Quaestio de Certitudine Mathematicarum* que se expuso en este artículo, permiten evidenciar, en contraste con las grandes narrativas, la tensión que se encuentra en cómo se ha argumentado la matematización del movimiento. Dicha tensión aparece cuando el movimiento se

23 Véase nota 3.

prueba experimentalmente o se argumenta causalmente. La *Quaestio*, en tanto antecedente importante para los estudios sobre las matemáticas en los siglos XVI y XVII, ofrece un argumento sólido para el estudio de esta tensión: la capacidad explicativa de las matemáticas. Por ejemplo, Galileo Galilei apela a la evidencia que proporcionan los experimentos junto con la certeza de las demostraciones matemáticas, esta es la metodología utilizada en los *Diálogos acerca de dos nuevas ciencias*, en el que Galileo expone sus estudios sobre el movimiento de los cuerpos. Lo importante es observar que en dicha metodología el uso de las matemáticas es fundamental para corroborar mediante la experiencia el comportamiento de determinado fenómeno natural.

Como se ha resaltado en este artículo, el estudio sobre las matemáticas en la Revolución Científica de los siglos XVI y XVII debe ser mucho más concreto y problematizante: ¿las matemáticas por parte de Galileo se deben entender solo en el sentido de cálculos y demostraciones geométricas? ¿Hay un cambio en la situación institucional y social de los profesionales en matemáticas y de la práctica de estas en el siglo XVI? ¿Es esto importante para comprender correctamente la posición desde la cual Galileo estaba trabajando y escribiendo? Preguntas como estas orientan el estudio sobre la matematización de la filosofía natural hacia ámbitos locales, sociales y culturales de producción del conocimiento.

De esta manera, una alternativa que se puede seguir, a propósito de la llamada matematización de la naturaleza, es la de un estudio que reoriente el modo como se ha concebido la introducción de las matemáticas en la filosofía natural, pues dicha introducción debe atender, también, a factores sociales, culturales e históricos. Esta perspectiva no se presenta en detrimento de la narrativa tradicional, la cual ejerce un papel determinante en los estudios sobre las matemáticas y los orígenes de la Ciencia Moderna. Sin embargo, tal reorientación ofrecería un matiz relevante para comprender la relación entre las matemáticas y la Revolución Científica del siglo XVII, como un proceso mucho más variado y complejo que obedece, precisamente, no a una matematización de la naturaleza sino a formas de matematización de la filosofía natural.

Trabajos citados

Bertoloni-Meli, Domenico. *Thinking with objects: the transformation of mechanics in the seventeenth century*. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 2006.

Biagioli, Mario. "The Social Status of Italian Mathematicians, 1450-1600". *History of Science*, vol. 27, (1989).

Butterfield, Herbert. *Los orígenes de la ciencia moderna*. España: Taurus, 1958.

Carolino, Luis. "Cristoforo Borri and the epistemological status of mathematics in seventeenth-century Portugal". *Historia Mathematica*, 34, (2007): 187-205.

Clavius, Christoph. *Opera mathematica.* Mainz: Reinhard Eltz, 1612.

Cohen, Bernard. "The eighteenth century origins of the concept of scientific revolution". *Journal of the History of Ideas,* 37(2). (1976): 257-288.

_____. *La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas*. (C. Solís Santos, Trans.). Madrid: Alianza, 1980/1983.

_____. *Revolución en la ciencia. De la naturaleza de las revoluciones científicas, de sus etapas y desarrollo temporal, de los factores creativos que generaron las ideas y de los criterios específicos que permiten determinarlas.* (D. Zadunaisky, Trans.). Barcelona: Gedisa, 1985/1989.

Cozzoli, Daniele. "Alessandro Piccolomini and the Certitude of Mathematics". *History and Philosophy of Logic*. 28, (2007): 151-171.

De Gant, François. *Husserl et Galilée. Sur la crise des les sciences européennes*. Paris: Vrin, 2004.

Dear, Peter. *Discipline and experience. The mathematical way in the scientific revolution.* Chicago: University of Chicago Press, 1995.

_____. *Revolutionizing the sciences.European knowledge and its ambitions, 1500-1700*. Houndmills: Palgrave, 2001.

_____. "Jesuit mathematical science and the reconstitution of experience in the early seventeenth century". *Studies in History and Philosophy of Science*, 18(2), (1987): 133-175.

Dijksterhuis, Fokko Jan. "Practices of mathematization". *Society for Philosophy of Science in Practice*, Netherlands, University of Twente. (2007).

Feldhay, Rivka. "The use and abuse of mathematical entities: Galileo and the Jesuits revisited". *The Cambridge companion to Galileo,* Cambridge: Cambridge University Press, (1998): 80-145.

Finocchiaro, Maurice. *Defending Copernicus and Galileo. Critical reasoning in the two affairs*. Dordrecht: Springer, 2010.

Giacobbe, Giulio. "Alcune cinquecentine riguardanti il processo di rivalutazione epistemologica della matematica nell'ambito della rivoluzione scientifica rinascimentale". *La Berio*, Bollettino Bibliografico Quadrimestrale, XIII, 2-3. (1973): 7-44.

_____. “Epigoni nel Seicento della quaestio de certitudine mathematicarum: Giuseppe Biancani.” *Physis, Rivista Internazionale di Storia della Scienza,* XVIII, 1. (1976): 5-40.

_____. “Francesco Barozzi e la quaestio de certitudine mathematicarum.” *Physis, Rivista Internazionale di Storia della Scienza*, XIV, 4. (1972b): 357-374.

_____. “Il Commentarium de certitudine mathematicarum disciplinarum di Alessandro Piccolomini.” *Physis, Rivista Internazionale di Storia della Scienza* XIV.2 (1972a): 162-93.

_____. “La quaestio de certitudine mathematicarum all'interno della Scuola Padovana”. *Atti del Convegno Internazionale di Storia della Logica*, (1972c): 203-212.

_____. “Un gesuita progressista nella quaestio de certitudine mathematicarum rinascimentale: Benito Pereyra.” *Physis, Rivista Internazionale di Storia della Scienza,* XIX, 2. (1977): 51-86.

Gingras, Yves. “What did Mathematics do to Physics?” *History of Science*, 39, (2001): 383-416.

Hall, Alfred Rupert. *La revolución científica* 1500-1750. (J. Beltrán, Trans.). Barcelona: Crítica, 1954.

Henry, John. *The Scientific Revolution and the Origins of Modern Science* (2nd ed.). New York: Palgrave, 2002.

Husserl, Edmund. *La crisis de las ciencias europeas y la fenomenología trascendental.* Trad. Julia V. Iribarne. Buenos Aires: Prometeo libros, 2008.

Jardine, Nicholas. “Epistemology of the sciences.” *Cambridge History of Renaissance Philosophy.* Cambridge: Cambridge University Press. (1998/2008): 685-711.

Koyré, Alexandre. *Estudios de historia del pensamiento científico.* México: Siglo XXI editors, 2007.

Kristeller, Paul Oskar, “The Scholar and his Public in the Late Middle Ages and the Renaissance”. *Medieval Aspects of Renaissance Learning. Three Essays by P. O. Kristeller,* (E. P. Mahoney trans.), Duke University Press, 1974.

Lohr, Charles. “The medieval interpretation of Aristotle”. T*he Cambridge History of Later Medieval Philosophy. From the rediscovery of Aristotle to the disintegration of Scholasticism 1100-1600*, cap. 3. Cambridge: Cambridge University Press. (1982): 80-98.

_____. "The sixteenth-century transformation of the aristotelian division of the speculative sciences". *The Shapes of Knowledge from the Renaissance to the Enlightenment*, cap. 4. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. (1991): 49-58.

Machamer, Peter. Galileo's machines, his mathematics and his experiments. *The Cambridge companion to Galileo.* Cambridge: Cambridge University Press, (1998): 53-79.

Mancosu, Paolo. "Aristotelian logic and euclidean mathematics: seventeenth-century developments of the Quaestio de certitudine mathematicarum". *Studies in History and Philosophy of Science*, 23, 2. (1992): 241-265.

_____. *Philosophy of mathematics and mathematical practice in the seventeenth century.* Oxford: Oxford University Press, 1992.

Ochoa, Felipe. "De la subordinación a la hegemonía. Sobre la legitimación epistemológica de las matemáticas en la filosofía natural en el siglo XVII". *Revista Civilizar Ciencias Sociales y Humanas.* 13(25), (2013): 125-176.

Remmert, Volker R. "Galileo, God and Mathematics". *Mathematics and the divine: A historical study*. Amsterdam: Elsevier B.V, (2005): 347-360.

Romano, Antonella. "El estatuto de las matemáticas hacia 1600". *Los orígenes de la Ciencia Moderna.* Actas Alis XI y XII, Seminario "OROTAVA" Historia de la ciencia, (2004): 277-308.

Roux, Sophie. "Forms of mathematization". (14th-17th Centuries). *Early Science and Medicine,* 15(4-5), (2010): 319-337.

Schöttler, Tobias. "From causes to relations: The Emergence of a non-aristotelian concept of geometrical proof out of the Quaestio certitudine mathematicarum". *Society and Politics*, vol.6, N°2, (2012): 29-47.

Shapin, Steven. *La Revolución Científica. Una interpretación alternativa*, Barcelona: Paidós, 2000.

Van Dyck, Maarten. *An archaeology of Galileo's science of motion. Dissertation* (Tesis de doctorado). Ghent University. Faculty of Arts and Philosophy, Ghent, Belgium, (2006).

Velilla, Helbert. "El debate sobre la certeza de las matemáticas en la filosofía natural de los siglos XVI y XVII *(De quaestio de certitudine mathematicarum)". Saga*, 28, (2015).

_____. "La ascensión de las matemáticas en la Modernidad: epistemología y teología voluntarista en Isaac Barrow". *Légein,* 17, (2013): 161-176.