

**LOS ESQUEMAS DE USO Y ACCIONES INSTRUMENTADAS
DESARROLLADAS POR ESTUDIANTES DE GRADO SÉPTIMO
MEDIANTE EL SOFTWARE REGLA Y COMPÁS**

**Trabajo de grado para optar al Título de licenciado en educación básica con
énfasis en matemáticas**

Autores:

Estudiantes de Práctica

Diana Patricia Largo Ramírez

Esmeralda Martínez Guerrero

Gleidy Yoana Amaya Mira

Lilian Jannet Barrientos Cañola

Orfa Cecilia Rodríguez Lopera

Viviana Andrea Márquez Mosquera

Asesor:

PROFESOR FABIÁN POSADA BALVÍN

**Grupo de investigación: Grupo de Educación en Ciencias
Experimentales y Matemáticas-GECEM. Universidad de Antioquia**

Medellín

2008

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	3
1. ANTECEDENTES.....	4
2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	9
3. OBJETIVOS.....	10
3.1 OBJETIVO GENERAL.....	10
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	10
4. HORIZONTE CONCEPTUAL.....	11
4.1 LOS ESQUEMAS DE USO Y LOS ESQUEMAS DE ACCIÓN INSTRUMENTADA.....	15
4.2 EL CONTEXTO DE LA GEOMETRÍA.....	16
4.3 DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE.....	17
5. METODOLOGÍA.....	26
5.1 INSTITUTO TÉCNICO INDUSTRIAL JORGE ELIÉCER GAITÁN.....	29
5.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA TERESA.....	39
5.3 INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR PEDRO JUSTO BERRÍO.....	46
5.4 INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR MARÍA AUXILIADORA.....	54
6. CONCLUSIONES.....	68
7. ANEXOS.....	70
ANEXO 1.....	70
ANEXO 2.....	72
ANEXO 3.....	73
8. BIBLIOGRAFÍA.....	75

INTRODUCCIÓN

Ante el reconocimiento del potencial formativo de las tecnologías computacionales, se han desarrollado diversos proyectos para su incorporación al aula de matemáticas; éstos han mostrado cómo influyen de manera particular en el tipo de conocimiento que se construye cuando se utilizan mediadores de esta clase.

El presente proyecto de investigación se articula en torno a las experiencias vividas por algunos estudiantes de grado séptimo, cuando se enfrentan a actividades de carácter geométrico, abordadas mediante el software de geometría dinámica R. y C.

Es así como este documento se fundamenta desde los aspectos cognitivos que intervienen cuando los estudiantes resuelven dicha tarea. Se parte desde la descripción de algunos proyectos antecedentes,¹ los cuales ofrecieron importantes referentes teóricos como el principio de mediación, el concepto de representaciones ejecutables, ampliación y reorganización conceptual y el proceso de génesis instrumental; elementos indispensables para empezar a determinar el horizonte conceptual que sustenta este proyecto de investigación. Posteriormente se expone la metodología de investigación estudio de casos, donde se relatan las experiencias vividas por los estudiantes de cada una de las instituciones participantes,² a través de un análisis cualitativo. Finalmente, hay una confrontación de los objetivos trazados y el análisis de la experiencia, reflejada en las conclusiones sobre los esquemas de uso y acciones instrumentadas, que se identificaron en la intervención con los estudiantes.

¹Ministerio de Educación Nacional. “Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia”. 2000-2002

Universidad del Valle y Universidad de Antioquia “Aspectos Teóricos y Metodológicos para la Consolidación de una Red de Aprendizaje desde la Didáctica de las Matemáticas”. 2006-2007

² Instituto Técnico Industrial Jorge Eliécer Gaitán del municipio de El Carmen de Viboral.

Institución Educativa Santa Teresa del municipio de Medellín.

Institución Educativa Escuela Normal Superior Pedro Justo Berrío del municipio de Santa Rosa de Osos.

Institución Educativa Escuela Normal Superior María Auxiliadora del municipio de Copacabana.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por llenar nuestras vidas de felicidad y bendiciones al concedernos el don de estudiar en esta Alma MATER.

Al grupo de compañeros quienes gratificaron cada encuentro, creando un modelo de intercambio propicio para la investigación.

A nuestras familias, que al brindarnos su confianza enriquecieron nuestra tarea y la visión de la vida, motivándonos y apoyándonos cada día en este logro alcanzado.

A nuestro asesor, que con su dedicación nos brindó un acompañamiento continuo y la suficiente confianza de poder lograr la culminación de este proyecto.

A las comunidades educativas, quienes nos brindaron sus espacios para llevar a cabo con éxito este proyecto

1. ANTECEDENTES

El impacto de las tecnologías en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, el aporte que éstas ofrecen a las formas de conocimiento de los sujetos y la posibilidad de plantear formas diferenciadas de su enseñanza; llevaron al Ministerio de Educación a desarrollar entre los años 2000-2002, el proyecto “Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia”

En este proyecto participaron 24 departamentos, 120 Instituciones Educativas de nivel secundario y media técnica y 23 Universidades del país, las cuales adaptaron su infraestructura física, administrativa y académica³ para poner en marcha dicho proyecto.

Para su desarrollo, fue necesario conformar grupos regionales de estudio con docentes de matemáticas pertenecientes a las instituciones participantes y bajo la orientación de profesionales de las diferentes Secretarías de Educación. A partir de estos, se generó una red de comunicación con el objeto de compartir experiencias, promover reflexiones sobre los procesos vividos en el aula y fortalecer los procesos de formación y autoformación; haciendo uso de la página web del proyecto y de correos electrónicos personales.

³Algunas transformaciones que se observaron en las Instituciones participantes como producto de este proyecto se pueden describir desde al menos dos aspectos: en la infraestructura física y en lo académico-administrativo. En lo físico se adecuaron y/o construyeron nuevas aulas, fueron dotadas con equipos computacionales, calculadoras graficadoras, proyectores, sensores y un espacio físico adecuado para su uso. En cuanto a lo académico-administrativo, los docentes del área de matemáticas recibieron talleres de formación en uso de las calculadoras y se incluyeron nuevas actividades mediadas por las mismas. Un ejemplo de ello fue lo ocurrido en la Institución Educativa Santa Teresa, donde hubo cambios en la distribución de los horarios para realizar talleres de formación con todos los docentes del área de matemáticas en el uso de las calculadoras.

Algunos aportes teóricos de interés que se identificaron en este proyecto fueron: el principio de mediación instrumental, el concepto de representación ejecutable y la noción de ampliación y reorganización conceptual⁴.

Desde este proyecto, la mediación instrumental es un principio que llama la atención en el uso de instrumentos para la construcción de cualquier tipo de conocimiento. En otras palabras, este principio hace consciente que cualquier aprendizaje está determinado por el uso de algún tipo de herramienta, sea material o simbólica, que lo media y por tanto lo hace dependiente del mismo. En particular por su naturaleza abstracta, el conocimiento matemático requiere de una mediación tanto en el orden de lo simbólico como en lo material.

Otro aspecto central emergente del proyecto en mención, es el concepto de representación ejecutable, entendido como aquellas representaciones ofrecidas por herramientas computacionales, las cuales se encargan de desarrollar ciertos tipos de procedimientos, que antes eran exclusivas del ser humano. Un ejemplo de ello, es la representación que elabora un software cuando se le pide que grafique la derivada de una función.

Finalmente la noción de ampliación y reorganización conceptual, hace referencia a los cambios conceptuales que realiza el sujeto sobre aquello que ya había aprendido, el saber manejado por el estudiante se transforma, originando niveles de organización superiores.

De igual manera, un eje transversal del proyecto fue la formación permanente de docentes, la misma que impulsó la creación de grupos de trabajo y de apoyo mutuo centrada en el intercambio de experiencias, avances, dificultades y retos vividos en el aula a propósito del proyecto. Esto dio origen a la conformación de comunidades académicas y grupos de trabajo regionales que se comunicaban a

⁴ M.E.N. Tecnología Informática: Innovación En El Currículo De Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media. Bogotá, D.C., Colombia Abril de 2004

través del correo electrónico. Este modo de intercambio virtual, puede entenderse como una forma de aprender en red.

En el año 2001 las Universidades del Valle y de Antioquia, diseñan un proyecto con el propósito de responder a la necesidad de promover una cultura de trabajo en equipo entre profesores y directivos de diversas Instituciones. Este proyecto denominado “Aspectos Teóricos y Metodológicos para la Consolidación de una Red de Aprendizaje desde la Didáctica de las Matemáticas” nace en el marco de las experiencias dadas en La Universidad Pedagógica Nacional, La Universidad Nacional y otras redes conformadas alrededor de campos específicos de formación, en particular el intento de red del proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas.

Uno de los aspectos teóricos y metodológicos determinados desde este proyecto de redes de aprendizaje, tuvo que ver con el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), en especial la plataforma moodle como medio para la comunicación y construcción de conocimiento, la cual favoreció la discusión y el debate entre sus participantes. En consecuencia se asumió la teoría de la génesis instrumental,⁵ para dar explicación a los procesos llevados a cabo en la construcción de una red de aprendizaje en el contexto de trabajo colectivo.

Ahora bien, los referentes teóricos: mediación instrumental, representaciones ejecutables y noción de ampliación y reorganización conceptual, que ofreció el proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas, dejaron ver la necesidad de indagar sobre los procesos que viven los sujetos cuando utilizan una herramienta tecnológica en sus tareas, por ello fue necesario acudir a la teoría de la génesis instrumental, en la cual se apoyó el proyecto Aspectos Teóricos y Metodológicos para la Consolidación de una Red de Aprendizaje desde la Didáctica de las Matemáticas, para sustentar su investigación.

⁵ Entendida la génesis instrumental como un proceso cognitivo didáctico, donde se cruzan el proceso de instrumentalización con el de instrumentación.

En este orden se quiso dar respuestas a inquietudes como: ¿Qué procesos vive el sujeto cuando incorpora a su actividad una herramienta computacional?, ¿Qué papel juegan estas herramientas en la construcción del conocimiento matemático? y ¿Cómo condicionan la actividad del sujeto?

En el marco de estos antecedentes se constituye el proyecto Esquemas de Uso y Acciones Instrumentadas, Desarrolladas por Estudiantes de Grado Séptimo Mediante el Software R. y C., en una reflexión sobre los procesos que vive el sujeto, cuando se aproxima a una herramienta tecnológica, como instrumento mediador para el desarrollo de una tarea determinada.

2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Desde el punto de vista de la génesis instrumental, ¿Cuáles son los esquemas de uso y acciones instrumentadas que exhiben los estudiantes de grado séptimo de los centros de práctica, cuando usan el software R. y C. en la construcción de la figura geométrica cuadrado?

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Caracterizar la **génesis instrumental** desarrollada por estudiantes del grado séptimo de los centros de práctica, cuando usan el software R. y C. en la construcción de la figura geométrica cuadrado.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Identificar los **esquemas de uso** que exhiben los estudiantes de grado séptimo en el desarrollo de la construcción de la figura geométrica cuadrado mediado por el software R. y C.

Identificar los **esquemas de acción instrumentada** de estudiantes de grado séptimo de los centros de práctica, cuando usan el software R. y C., como instrumento en la construcción de la figura geométrica cuadrado.

4. HORIZONTE CONCEPTUAL

Un avance importante en la cognición humana es la elaboración y utilización de herramientas, de las cuales el hombre se ha valido hasta el momento para transformar su entorno. Sucesivos cambios sociales se dan en la medida en que el ser humano manipula nuevas herramientas, es decir, el rol que juegan estos medios es fundamental para el aprendizaje de las personas. A esto nos remite Wertsch (1993) cuando plantea que toda acción cognitiva está mediada por instrumentos ya sean materiales y/o simbólicos.

Cabe anotar, que las herramientas son determinantes en la forma en que se realiza la actividad humana; es así, cuando un sujeto involucra una herramienta como instrumento mediador en su quehacer, vive un proceso denominado Génesis instrumental, el cual es uno de los soportes teóricos de este proyecto de investigación, pero antes de abordar dicho soporte es necesario definir lo que asumimos como: actividad, acciones, operaciones, instrumento y mediación instrumental para tener una mejor comprensión de esta teoría.

Para Leontiev el concepto de actividad está en relación *al conjunto de acciones socialmente dirigidas (orientadas) con el objetivo de alcanzar un fin*⁶. Así, la actividad no es una reacción al medio, sino por el contrario, una forma de control sobre dicho medio, y por esta vía, al control sobre si. Por su parte, las acciones son el conjunto de procesos por medio de los cuales los individuos representan la finalidad a lograr y cuyo fruto de la puesta en escena, es el cumplimiento de la meta propuesta. Leontiev llama *operaciones* a los medios y procedimientos para efectuar la acción (Vygostki, Leontiev, & Luria, 1989, p. 275). Acción y operación no deben confundirse, la primera está en relación con la finalidad, la segunda con las condiciones de realización de la acción.

⁶ Vygotski, L.S., Leontiev, A. N., & Luria, A. R. (1989). El Proceso de formación de la psicología marxista. Moscú: progreso.

La realización de las acciones y las operaciones, en el hombre, requiere el uso de instrumentos. Los instrumentos son a la vez el objeto con el que el hombre realiza la acción laboral, pero también un objeto social que sintetiza unos modos de empleo, socialmente elaborados.

Teniendo en cuenta los desarrollos de la mediación instrumental y con base en los planteamientos de Rabardel y Trouche (2002) sobre las diferencias de nociones de artefacto como objeto dado, y de instrumento como un elemento que modifica tanto el objeto matemático estudiado como la cognición del sujeto que lo aprende, se puede decir, que a diferencia del artefacto, el instrumento no es una entidad dada al sujeto, por el contrario el instrumento es una construcción cognitiva que involucra dos componentes: el artefacto, el cual se encuentra inserto en los desarrollos culturales de las sociedades, y los esquemas sociales de uso, los cuales se consideran como las invariantes representativas relacionadas con las distintas situaciones en la actividad con dichos instrumentos.

Para Rabardel (1999), un instrumento se forma a partir de dos componentes:

- Un artefacto, material o simbólico.
- Un conjunto de esquemas de utilización (EU) asociados, resultantes de una construcción propia del sujeto, autónomo, o resultante de una apropiación de esquemas sociales de utilización (ESU)⁷

Ahora bien, al proceso de construcción del instrumento (paso del artefacto al instrumento), Rabardel lo llama *Génesis Instrumental*, que atiende dos dimensiones:

⁷ Los Esquemas de Utilización (EU) tienen que ver con una dimensión particular puesto que tienen que ver con un sujeto en particular. Pero los esquemas tienen también una dimensión social, pues su emergencia resulta de un desarrollo colectivo al cual contribuyen los usuarios y los diseñadores de los artefactos, por lo que los EU deben ser considerados en sus dimensiones particulares, sino también como Esquemas Sociales de Utilización (ESU).

- La *instrumentalización*: concierne a la emergencia y la evolución de los componentes artefactuales del instrumento, tales como la selección, reagrupamiento, producción e institución de funciones, transformación del artefacto (estructura, funcionamiento) que prolongan la concepción inicial de los artefactos.
- La *instrumentación*: relativa a la emergencia y a la evolución de los esquemas de utilización, a su constitución, su funcionamiento, su evolución, lo mismo que la asimilación de artefactos nuevos a los esquemas ya constituidos, etc. (Rabardel, 1999)

Por su parte, la instrumentalización puede pasar por diferentes estadios: una etapa de descubrimiento y selección de los comandos pertinentes, una etapa de personalización (tomar el artefacto en la mano) y una etapa de transformación del artefacto (ej. modificar la barra de menú); y en ese sentido, conducir a un enriquecimiento del artefacto o a un empobrecimiento del mismo.

La instrumentación hace referencia a la emergencia y la evolución de los esquemas de un sujeto para la realización de una tarea dada. Defouad (2000, p.239) [citado por Trouche], analiza la evolución de este proceso en estudiantes que inicialmente utilizaron calculadoras gráficas y luego calculadoras simbólicas, distinguiendo dos procesos: de descubrimiento, donde al parecer el estudiante busca situarse en un equilibrio entre sus antiguas técnicas y las nuevas estrategias ofrecidas por el nuevo artefacto; y una fase de depuración donde su utilización tiende a una estabilización de estrategias y técnicas instrumentadas que son acompañadas por la concentración en algunos comandos, aclarando que las elecciones efectuadas varían de un estudiante a otro.

A través de las génesis instrumentales, el sujeto elabora sus instrumentos en un conjunto de posibilidades abiertas por las potencialidades de los artefactos y al igual que de sus esquemas de utilización propios o de aquellos que le son propuestos socialmente. (Rabardel, 1999). Una vez constituido el instrumento

como tal, y se muestre anclado en una estructura cognitiva, se constituye en un amplificador de marcos de acción, teniendo en cuenta que la constitución del instrumento está mediada por la actividad del individuo en contexto, y por sus relaciones con sí mismo y con los demás.

Antes de analizar el concepto de esquemas de uso, miremos el concepto de esquema tomado de la teoría genética de desarrollo, de Piaget, en ella aparece relacionado con el tipo de organización cognitiva que necesariamente implica la asimilación: los objetos externos son siempre asimilados a algo, a un esquema mental, a una estructura mental organizada. Para Piaget, un esquema es una estructura mental determinada que puede ser transferida y generalizada.⁸ Adicionalmente, un esquema representa lo que puede repetirse y generalizarse en una acción; es decir, el esquema es aquello que poseen en común las acciones, por ejemplo "empujar" a un objeto con una barra o con cualquier otro artefacto. Empujar un objeto requiere acciones comunes, independiente del instrumento con el que se empuje: si se empuja con un palo, una varilla, una escoba, un bate de Baseball; la acción generalizada es un balanceo antes de golpearlo, a pesar de que se hace con distintos artefactos.

En la teoría de Piaget se trata en primer lugar los esquemas. Al principio los esquemas son comportamientos reflejos, pero posteriormente incluyen movimientos voluntarios, hasta que tiempo después llegan a convertirse principalmente en operaciones mentales. Con el desarrollo surgen nuevos esquemas y los ya existentes se reorganizan de diversos modos. Esos cambios ocurren en una secuencia determinada y progresan de acuerdo con una serie de etapas.⁹

Flavell¹⁰ lo define como "una estructura cognitiva que se refiere a una clase semejante de secuencias de acción, las que forzosamente son totalidades fuertes, integradas y cuyos elementos de comportamiento están íntimamente

⁸ <http://www.psicopedagogia.com/articulos/?articulo=379>. 7 de Marzo

⁹ <http://www.monografias.com/trabajos16/teorias-piaget/teorias-piaget.shtml> 25 de Marzo

¹⁰ <http://www.eljuegoinfantil.com/psicologia/evolutiva/inteligencia/piaget.htm> 25 de Marzo

interrelacionadas" (ibid). Estos esquemas son totalidades organizadas (cohesionadas, identificables, estables, repetibles) y "gobernadas por un núcleo de significado", distintas, pero semejantes entre sí, móviles y plásticas.

Para Vergnaud¹¹ un esquema es una organización invariante de la conducta para una clase dada de situaciones. Hay una intención y una meta, y constituye una totalidad dinámica funcional. Para comprender la función y la dinámica, debemos tener en cuenta el conjunto de sus componentes; los objetivos, los sub-objetivos y las anticipaciones, las reglas de acción, tomar información y control, las *invariantes operatorios*, las posibilidades de inferencia. Vergnaud llama *invariantes operatorios* a los conocimientos implícitos contenidos en los esquemas, que pueden ser *conceptos en acción*, es decir, los conceptos implícitamente tenidos por pertinentes; y *teoremas en acción*, es decir, las proposiciones tenidas en cuenta como verdaderas sobre lo real. Él los diferencia, pero reconoce su profunda relación.¹²

4.1 LOS ESQUEMAS DE USO Y LOS ESQUEMAS DE ACCIÓN INSTRUMENTADA

Rabardel (1995) distingue los **esquemas de uso**, "orientados hacia las tareas correspondientes a las acciones y actividades específicas directamente ligadas al artefacto". Estos esquemas pueden involucran nuevos aspectos intelectuales y técnicos, que son integrados a un esquema más complejo denominado **esquemas de acción instrumentada**, de la cual "la significación está dada por la intención de operar las transformaciones sobre el objeto de la actividad" están constituidos

¹¹ Une Approche Instrumentale de l'apprentissage des mathématiques dans des environnements de calculatrice Symbolique. Calculatrices Symboliques Transformer un outil en un instrument du travail informatique: Un Probleme Didactique. Dominique Guin et Luc Trouche. Sauvage, éditions. 2002. Collection Recherches en Didactique des mathématiques.

¹² Se puede ampliar estos conceptos en Vergnaud "Teoría de los campos conceptuales" Marco Antonio Moreira Instituto de Física, UFRGS

por un conjunto de esquemas de uso, finalizados por un cierto tipo de tareas, y de invariantes operatorias.

En este proyecto de investigación, se convino observar el uso de herramientas computacionales, en nuestro caso el Software R. y C., cuando actúa como mediador para observar los esquemas de uso y acciones instrumentadas evidenciadas en los alumnos cuando se les propone una tarea geométrica determinada; y adicionalmente, como repercute el software en esa realización de acciones y operaciones para la construcción de conceptos matemáticos.

4.2 EL CONTEXTO DE LA GEOMETRÍA

Una interpretación de lo propuesto por los lineamientos y los estándares curriculares, dan una aproximación a los objetos geométricos desde lo que puede considerarse como la geometría transformacional; entendida como la conformación de aquellas aplicaciones isométricas, donde en el plano, un punto se corresponde con otro, es decir, se conservan la distancia entre los puntos del objeto geométrico sin que sufra deformación, permitiendo la conservación de las propiedades invariantes como ángulos, área, paralelismo y perpendicularidad, entre otras.

Este tipo de geometría es la que obliga a concebir las propiedades de las figuras geométricas de manera diferente al ambiente de lápiz y papel, pues en la construcción con el software se debe tener en cuenta, las relaciones entre los elementos constitutivos de la figura geométrica y el orden entre los mismos. Particularmente para esta intervención, el concepto geométrico de cuadrado, es tomado desde la geometría transformacional, como la figura geométrica que conserva las propiedades invariantes, de congruencia de sus lados y todos sus ángulos internos rectos, en un grupo de transformaciones isométricas como rotaciones, traslaciones, reflexiones y homotecias.

Ésta geometría favorece la asimilación de los conceptos pertenecientes al pensamiento espacial y sistemas geométricos; porque la confrontación entre los conocimientos previos, los análisis al momento de hacer la construcción y las transformaciones isométricas, producen niveles superiores de conceptualización, en otras palabras el sujeto amplía su cognición en la medida que comprende las relaciones entre las propiedades invariantes de la figura geométrica.

4.3 DESCRIPCIÓN DEL SOFTWARE

Existen diversos software de geometría dinámica algunos comerciales y otros gratuitos, entre los comerciales, los más populares son Cabri, Geometer's Sketchpad y Cinderella. Entre los gratuitos, cabe mencionar Regla y Compás y Geogebra.

En la actividad propuesta: construir un cuadrado de área 16 cm^2 , se trabajó con el software Regla y Compás; el cual es un programa, versátil, fácil de usar y de obtener, funciona en distintos sistemas operativos, es gratuito y permite explorar y manipular las figuras geométricas, fue diseñado por R. Grothmann.

De acuerdo a la traducción realizada por Martín Acosta de la página oficial del programa¹³ R. y C.; es un software para realizar construcciones de geometría escolar en el computador. Las ventajas de este, frente a la construcción con papel y lápiz consiste en la posibilidad de modificar la construcción; al mover un punto toda la construcción cambiará, e incluso durante el desplazamiento del punto se irá actualizando, se pueden dibujar lugares de puntos durante el desplazamiento, variaciones rápidas de los puntos de base para observar como cambia la construcción, cambio de colores, estilos, grosor o nombres, además permite enviar la construcción por Email o publicarla en Internet, de tal forma que el lector puede cambiarla de manera interactiva.

¹³ R y C. Java. Recuperado 17 de julio de 2008 de <http://www.gratisweb.com/abacux/guias/RyC/home.htm>.

Este programa puede ser usado por estudiantes desde un nivel elemental hasta un nivel universitario debido a su fácil manejo, su principal funcionalidad es el dinamismo; que consiste en que las construcciones geométricas pueden variarse moviendo los puntos de base, también permite trazar el lugar geométrico de un punto cuando otro es desplazado; lo cual puede servir para lograr una mejor comprensión de conceptos geométricos, otra funcionalidad relevante es la construcción textual, como alternativa a la construcción visual.

Para lograr una mayor versatilidad, la interfase se reduce a las herramientas necesarias para un manejo simple del programa; el usuario tiene a su disposición un ambiente gráfico estándar, en el que se sentirá cómodo, el botón izquierdo del ratón servirá para construir y/o trazar elementos geométricos junto con los botones de herramientas, mientras el botón derecho servirá para desplazar los objetos o editar sus propiedades, además permite obtener respuestas automáticas; por ejemplo, el usuario puede trazar un segmento eligiendo la opción que lleva su nombre, luego hacer clic sobre la pantalla para definir uno de los puntos pertenecientes a este, después definir la longitud y la ubicación del segundo punto, volviendo a dar clic.

Las características más importantes del software R y C son:

- Funciona bajo Windows, OS/2, Linux, Apple Macintosh, Solaris y otras plataformas con Java 1.1, así como en un navegador con Java.
- Es software libre, incluso el código fuente puede obtenerse bajo una licencia GNU.
- Documentación en HTML, Tutorial y Demos.
- Simulación de construcciones de geometría euclidiana plana con Regla y Compás.
- Interfaz moderna e intuitiva con shortcuts, descripción de íconos, ventanas de diálogo y menús.
- Modo visual en el que se construye con el ratón, o Modo descriptivo, en el que se escriben los comandos de construcción.

- Utilización del botón derecho del ratón para mover puntos, acceder a las propiedades de los objetos y mover los nombres de los objetos.
- Creación automática de puntos y de intersecciones.
- Posibilidad de fijar la longitud de segmentos, posición de puntos, radio de circunferencias y amplitud de ángulos.
- Posibilidad de truncar las circunferencias.
- Posibilidad de ocultar construcciones intermedias.
- Posibilidad de mostrar los nombres y los valores de los objetos.
- Posibilidad de cambiar el número de decimales por separado para ángulos y magnitudes.
- Construcción rápida de perpendiculares, paralelas y puntos medios.
- Lugares geométricos de puntos, cuando el usuario mueve un punto independiente.
- Lugares geométricos de puntos cuando se mueve un punto sobre una circunferencia o una recta.
- Macros para facilitar la repetición de construcciones.
- Posibilidad de exportar automáticamente construcciones y ejercicios en paginas HTML, con comentarios, Style-Sheets y enlaces a las soluciones.
- Las construcciones también pueden diseñarse en un editor de texto.
- Expresiones aritméticas para definir magnitudes, longitud de segmentos, radios de circunferencias y amplitud de ángulos, así como coordenadas de puntos.

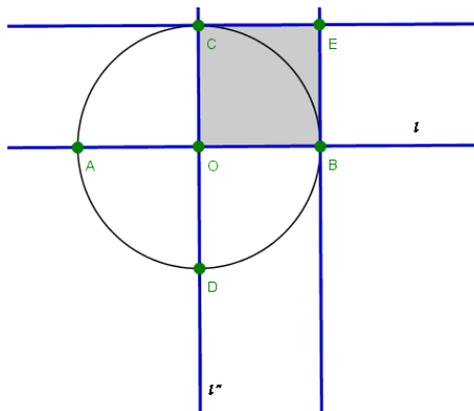
Las opciones que ofrece este software, permiten la construcción del cuadrado geométrico, utilizando las opciones: perpendicular, paralela, punto de intersección, punto medio, bisectriz, segmento, polígono, entre otras, teniendo presente la opción compás como primordial, por ser quien asegura la congruencia de los lados. La construcción se puede verificar por medio de la opción: Mover Punto, observando las propiedades invariantes de la construcción realizada. Otra opción que le servirá en esta tarea será: “revisar construcción”, esta, repasa ordenadamente los pasos realizados.

Algunas de las posibilidades que ofrece el software para la construcción del cuadrado son:

Construcción # 1: Con Perpendicular

Procedimiento:

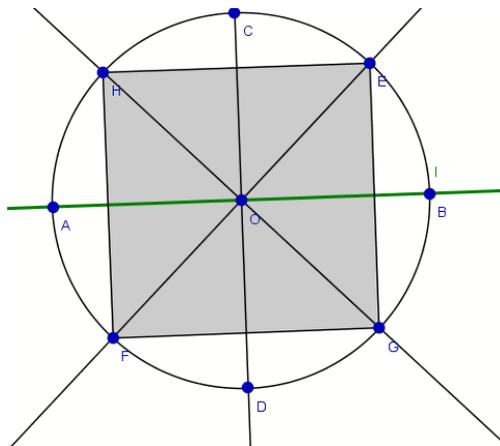
1. Traza una recta l , etiqueta los dos puntos que la determinan con las letras A, B.
2. Traza una perpendicular l' a la recta l , utilizando la opción perpendicular bisector.
3. Halla el punto de intersección entre las rectas trazadas en el numeral 1 y 2, etiquétalos con la letra O.
4. Utilizando la opción compás, traza una circunferencia de radio AO.
5. Halla los puntos de intersección entre la circunferencia AO las rectas l , y l' , etiquétalos C, D.
6. Traza una recta perpendicular a l' por C, y otra a l por el punto B.
7. Halla el punto de intersección entre las rectas trazadas en el numeral 6 y etiquétalos con la letra E.
8. Determina los vértices C, E, B, O del cuadrado que se generó en 7.
9. Utiliza la opción polígono marca los vértices del cuadrado C-E-B-O.
10. Utiliza la opción: mover un punto, y observa qué pasa con la construcción.



Construcción # 2 Con Bisectrices

Procedimiento:

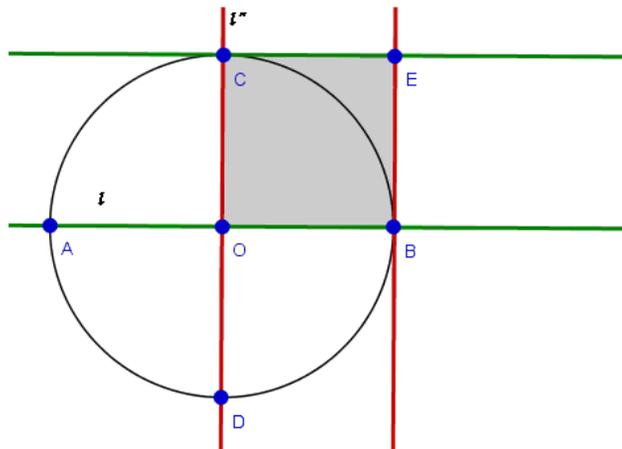
1. Traza una recta l , etiqueta los dos puntos que la determinan con las letras A, B.
2. Traza una perpendicular l'' a la recta l , utilizando la opción perpendicular bisector.
3. Halla el punto de intersección entre las rectas trazadas en el numeral 1 y 2, etiquétalos con la letra O.
4. Utilizando la opción compás, traza una circunferencia de radio AO
5. Halla los puntos de intersección entre la circunferencia AO y las rectas l y l'' , etiquétalos con las letras C, D.
6. Utilizando la opción ángulo bisector; biseca los ángulos: $\angle BOC$, $\angle BOD$, $\angle DOA$, $\angle AOC$.
7. Hallar los puntos de intersección entre las bisectrices trazadas en el numeral 6 y la circunferencia de centro O etiquétalos con las letras E, F, H, G.
8. Con la opción segmento, une los puntos H- E, E-G, G-F, y F-H.
9. Utiliza la opción polígono y marca los vértices del cuadrado que se generó en el numeral 8.
10. Utiliza la opción: mover un punto y observa qué pasa con la construcción.



Construcción # 3: Con Paralelas

Procedimiento:

1. Traza una recta l , etiqueta los dos puntos que la determinan con las letras A, B.
2. Traza una perpendicular l'' a la recta l , utilizando la opción perpendicular bisector.
3. Halla el punto de intersección entre las rectas trazadas en el numeral 1 y 2, etiquétalo con la letra O.
4. Utilizando la opción compás, traza una circunferencia de radio AO.
5. Halla los puntos de intersección entre la circunferencia AO las rectas l , y l'' , etiquétalos con las letras C, D.
6. Traza una recta paralela a l'' por B, y otra a l por el punto C.
7. Halla el punto de intersección entre las rectas trazadas en el numeral 6 y etiquétalo con la letra E.
8. Determina los vértices C, E, B, O del cuadrado que se generó.
9. Utiliza la opción polígono marca los vértices del cuadrado que se generó en el numeral 8.
10. Utiliza la opción: mover un punto y observa que pasa con la construcción.

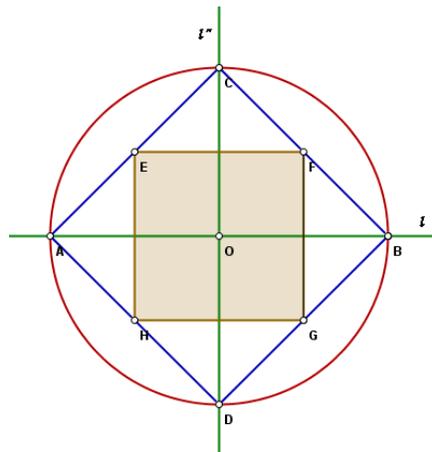


Construcción # 4 Con Puntos Medios

Procedimiento:

1. Traza una recta l , etiqueta los dos puntos que la determinan con las letras A, B.

2. Traza una perpendicular l'' a la recta l , utilizando la opción perpendicular bisector.
3. Halla el punto de intersección entre las rectas trazadas en el numeral 1 y 2, etiquétalo con la letra O.
4. Utiliza la opción compás, traza una circunferencia de radio AO.
5. Halla los puntos de intersección entre la circunferencia AO con las rectas l y l'' , etiquétalos con las letras C, D.
6. Utiliza la opción segmento, une los puntos C-B, B-D, D-A, A-C, se genera el cuadrado ACBD.
7. Halla los puntos medios E, F, G, H de cada lado del cuadrado ACBD utilizando la opción punto medio. selecciona cada uno de los vértices del cuadrado ACBD.
8. Con la opción segmento, une los puntos medios de los lados del cuadrado ACBD.
9. Utiliza la opción polígono, selecciona los vértices del cuadrado inscrito en el cuadrado ACBD.
10. Utiliza la opción: mover un punto, y observa qué pasa con la construcción.

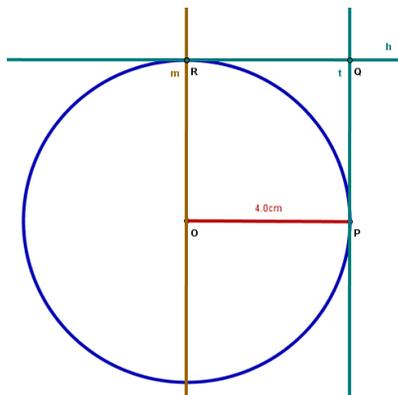


Posibles construcciones del cuadrado de área 16 c.m^2 ofrecidas por el software

Construcción # 1 con segmento de medida fija

Procedimiento:

1. Trazar el segmento OP, igual a la medida deseada, para ello se hace clic derecho sobre el segmento para que aparezca la ventana: Propiedades Recta, Semirecta, Segmento. En la casilla de longitud anotas la medida, seleccionas la casilla Fijo y OK.
2. Trazar una circunferencia de radio OP, con la opción círculo o compás
3. Trazar una perpendicular m, al segmento OP, por el punto O, con la opción perpendicular
4. Hallar el punto de intersección R entre la perpendicular m y la circunferencia de radio OP, con la opción acciones, luego elige puntos y por último intersección
5. Trazar una paralela t, a la perpendicular m que pase por el punto P, con la opción recta paralela
6. Trazar una paralela h, al segmento OP, que pase por el punto R, con la opción recta paralela
7. Hallar el punto de intersección entre la paralela h y la paralela t, con la opción acciones, luego elige puntos y por último intersección
8. Trazar el cuadrado con la opción polígono, señalando los vértices del cuadrado o puntos de intersección en un mismo sentido hasta terminar con el punto que empezó, ejemplo: clic O, clic P, clic Q, clic R y Clic O.
9. comprueba si se mantienen las propiedades del cuadrado, moviendo un vértice con la opción mover punto. Antes de hacerlo debes hacer clic derecho sobre el segmento y desactivar la casilla Fijo.

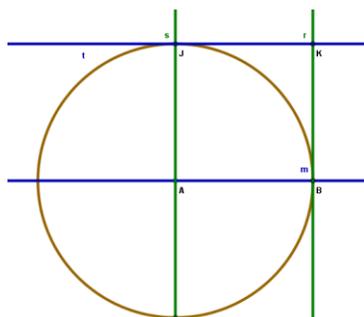


Nota: Este cuadrado también se puede hacer usando únicamente perpendicularidad. Después del paso dos, se elige uno de los puntos para trazar una perpendicular a él, luego se traza otra perpendicular uniendo el punto de tangencia y la perpendicular trazada, se traza otra perpendicular uniendo el punto de tangencia y el punto elegido al comienzo, por último se hallan los puntos de intersección o vértices y con la opción polígono se hace el cuadrado.

Construcción # 2 con círculo o compás de radio fijo

Procedimiento

1. Trazar una circunferencia de cualquier radio y nombrarlo AB. Para precisar la medida, se hace clic derecho sobre la circunferencia para que aparezca la ventana propiedades del círculo, luego en la casilla reservada para el radio anotar el valor deseado, seleccionar la casilla Fijo y OK.
2. Trazar la recta m que pase por el centro de la circunferencia y que contenga al radio AB
3. Trazar una perpendicular s a la recta m, que pase por el punto A
4. Trazar una paralela r a la perpendicular s, que pase por el punto B
5. Hallar el punto de intersección J entre la recta s y la circunferencia de centro A
6. Trazar una paralela t a la recta m, que pase por el punto J
7. Hallar el punto de intersección K entre las rectas t y r.
8. Trazar el cuadrado con la opción polígono, señalando los cuatro vértices del cuadrado o puntos de intersección en un mismo sentido. hasta terminar con el punto que empezó, ejemplo: clic A, clic B clic K, clic j y clic A
9. Comprueba si se mantienen las propiedades del cuadrado, moviendo un vértice con la opción mover punto. Antes de hacerlo debes hacer clic derecho sobre el segmento y desactivar la casilla Fijo.



5. METODOLOGÍA

Este proyecto corresponde a una investigación de carácter cualitativo donde se describe una situación vivida en el aula de sistemas, cuando estudiantes de grado séptimo, desarrollan una actividad determinada, teniendo como mediador el software R. y C. De acuerdo a estas características y a la forma utilizada para recoger la información, se adopta el estudio de caso de tipo interpretativo, como estrategia para la intervención que facilita generar hipótesis y descubrimientos alrededor de un individuo, evento o Institución.

Para el desarrollo del proyecto, se eligieron cuatro Instituciones Educativas que contaban con la infraestructura tecnológica y la experiencia de algunos docentes del área matemática en el manejo de la misma, debido a su participación en los Proyectos Incorporación de Nuevas Tecnologías y Aspectos Teóricos y Metodológicos para la Consolidación de una Red de Aprendizaje mencionados anteriormente, dichas Instituciones fueron:

Instituto Técnico Industrial Jorge Eliécer Gaitán del municipio de El Carmen de Viboral.

Institución Educativa Santa Teresa del municipio de Medellín.



Institución Educativa Escuela Normal Superior Pedro Justo Berrío del municipio de Santa Rosa de Osos.



Institución Educativa Escuela Normal Superior María Auxiliadora del municipio de Copacabana.



Para este proyecto se diseñó una intervención que constó de 4 momentos:
En un primer momento, se dio el proceso de instrumentalización, mediante la exploración libre del software R. y C.; con el fin de que los estudiantes interactuaran con todas las opciones que éste ofrece. Posteriormente se realizó un taller (ver anexo 1), con el objeto de identificar las opciones pertinentes, donde los estudiantes se involucraron mucho más con el software al realizar las tareas propuestas.

En un segundo momento, se indagó por la concepción que tenían los estudiantes sobre el concepto de cuadrado a través de una encuesta (ver anexo 2). El objetivo de ésta, era identificar los esquemas de uso desarrollados por los estudiantes referentes a la construcción de un cuadrado mediado por lápiz y papel; y de acuerdo a estas características descritas, hacer algunas conjeturas sobre las opciones que utilizarían para la construcción del cuadrado mediante el software, y la relación existente entre los conocimientos previos, los esquemas de uso y las acciones instrumentadas que exhibirían los estudiantes en el siguiente momento.

Para el tercer momento; a los estudiantes se les pide construir la figura geométrica cuadrado, mediado por el software R. y C., y orientados por el taller # 2, (ver anexo 3). Se presentaron dos alternativas de cuadrado: uno de área definida y otro de cualquier área.

Para este momento se esperaba que el proceso de instrumentalización llevado a cabo por los alumnos con el software R. y C., fuera suficiente, para que ellos eligieran las opciones que permitían la construcción del cuadrado, de tal manera que cuando se utilizara la opción arrastre, la construcción realizada conservara sus propiedades invariantes, asegurando la congruencia de los lados y así ellos se percatarían de la diferencia entre un dibujo y una construcción geométrica.

En el último momento se hizo una socialización de la experiencia vivida por los estudiantes en la construcción del cuadrado.

La metodología empleada permitió el desarrollo de los objetivos planteados, en la medida que cada una de las Instituciones participantes fue un caso, y a través de la interacción con los estudiantes y los instrumentos de recolección de la información se pudo identificar los esquemas de uso y acciones instrumentadas desarrolladas por los estudiantes.

A continuación, se presentan las experiencias vividas en cada una de las Instituciones participantes.

5.1 INSTITUTO TÉCNICO INDUSTRIAL JORGE ELIÉCER GAITÁN

Está ubicado en el área urbana del municipio de El Carmen de Viboral en el departamento de Antioquia, región Oriente, trabaja con el calendario A en jornada de 6:30 a.m. a 12:30 a.m. y 12:30 p.m. a 6:30 p.m. Es de Carácter oficial, técnico y ofrece el nivel de educación básica secundaria con énfasis en mecánica, ebanistería, metalistería, electricidad y dibujo técnico.

El área tecnológica la conforman el aula taller de matemáticas y dos aulas de sistemas con 20 computadores cada una. La primera esta dotada de material de apoyo como tortas fraccionarias, regletas y 24 calculadoras graficadoras TI92 plus, las cuales se han estado utilizando para la enseñanza de las matemáticas por los docentes cooperadores David Londoño y Jaime Acosta, desde la participación en el Proyecto “Incorporación de Nuevas Tecnologías” en los grados de noveno a once, cabe anotar que la Institución se encuentra gestionando la consecución de mas calculadoras para una mayor y mejor cobertura. Con relación a las aulas de sistemas, solo se utilizó una para llevar a cabo las actividades utilizando el software R. y C.

El proceso de intervención en esta Institución se desarrolló en 4 momentos, que en términos generales dan cuenta, en su orden, de la caracterización de la Institución, luego un acercamiento y realización de actividades con el software CABRI de las calculadoras T.I 92, posteriormente las actividades en torno a la identificación de los esquemas uso y acciones instrumentadas que exhiben los estudiantes cuando emplean el software R. y C. al proponerles como tarea la construcción de un cuadrado, y finalmente, una puesta en común que mostraba las diferentes soluciones a la tarea propuesta en el momento anterior y las conclusiones.

Momento 1

Inicia con el proceso de caracterización de la institución, cuyo objetivo era extraer la información académica, ideológica y administrativa, que nos permitiera

identificar el tipo de institución a intervenir, las características de su población, sus antecedentes y experiencias con tecnologías en el aula de matemáticas, sus resultados en evaluación, el PEI, el plan de área de matemáticas, la modalidad de bachillerato, la misión y visión de la Institución, entre otros.

La Institución, por ser de carácter técnico industrial, tiene un plan de área de matemáticas donde, hasta octavo grado coincide con lo propuesto en matemáticas para colegios de carácter académico, pero desde el grado noveno los alumnos deciden la modalidad en la que deseaban enfocar su educación media, lo que es bastante influyente en el carácter de las matemáticas en el colegio, especialmente en lo relacionado con lo métrico y lo geométrico en modalidades como ebanistería, metalistería y dibujo técnico, donde la enseñanza de esta área está dado desde lo técnico.

Las actividades en torno a las calculadoras hasta el momento estaba restringida específicamente a los estudiantes de grado 9° - 11°, bajo la orientación del profesor que fue a la vez cooperador en el marco de la práctica pedagógica, y otro profesor de grados superiores que eventualmente las usaba para la enseñanza de las funciones (gráficas, intervalos de crecimiento y decrecimiento, dominio, rango, asíntotas) ; pero en los demás grados, ningún otro profesor empleaba las calculadoras en sus clases de matemáticas, a pesar de que habían participado en los proyectos “Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia” y “Aspectos Teóricos y Metodológicos para la Consolidación de una Red de Aprendizaje desde la Didáctica de las Matemáticas”.

Momento 2

Se iniciaron las gestiones para realizar la intervención del proyecto en grado séptimo, proceso que incluyó la elección de los estudiantes que participaron, adecuación de tiempo, determinación de espacios, y todos los aspectos administrativos que eran necesarios para llevar a cabo el proyecto de investigación. En este tiempo, se dedicó especial atención a la decisión sobre los aspectos conceptuales propiamente geométricos que se comprometerían en las

actividades con los estudiantes, el diseño de las actividades, la intensidad horaria conveniente y las metodologías para aplicar en el aula.

Finalmente, y gracias a la gestión que hizo el docente cooperador, se eligieron 30 niños de 5 grupos de séptimo de la jornada de la tarde, que además habían mostrado buenos resultados en matemáticas, pero quienes aún no habían estudiado la unidad de geometría, ni habían tenido acercamiento alguno al trabajo con tecnologías computacionales en matemáticas, en el caso de la Institución, con el software CABRI que trae incorporado las calculadoras TI 92. Los estudiantes asistían a lo que se denominó en la Institución “taller de matemáticas con tecnologías”, se hacía en la jornada contraria a la de su estudio y tenía un carácter de libre asistencia.

Estos niños, en su mayoría, pertenecían a la zona rural del municipio. Estudiaban en la jornada de la tarde, y había en promedio 5 estudiantes por grupo de grado séptimo (que el total de la jornada de la tarde era de 5). Sus edades oscilaban entre los 11 y 14 años. En su gran mayoría (especialmente los de las zonas rurales), no tenía acceso al computador desde sus hogares, sólo podían hacerlo en el colegio en las salas de sistemas. Esta experiencia representó para ellos la oportunidad de experimentar la matemáticas con tecnologías computacionales, pero también gozaban de cierto reconocimiento por ser los representantes de séptimo y de todo el colegio en el proyecto.

Este aspecto fue relevante a la hora de la intervención puesto que los estudiantes que asistían al taller, lo hacían la mayoría de las veces desde su voluntad, y esto porque su participación en el proyecto era reconocida en los estudiantes del mismo grado, como un estímulo por los buenos resultados en el área de matemáticas. De esta manera, el desarrollo de las actividades que se propuso en el proyecto de investigación tenía un ambiente de tranquilidad y de entusiasmo por parte de los asistentes, que se evidenciaba en la puntualidad de llegada a los talleres y una activa participación en las actividades propuestas.

La otra cara que muestra el hecho de que la asistencia de los alumnos al taller fuera libre, fue que a través del tiempo el grupo se redujo casi a la mitad, por lo que sólo 17 de los 30 iniciales, continuaron hasta el final.

Desde la herramienta, lo que se hizo en ese entonces fue un proceso que desde la génesis instrumental se denomina *instrumentalización*, esto con el software CABRI de la calculadora TI 92, primero con un acercamiento a las posibilidades geométricas que ofrece el software, es decir, desde su diseño, cuáles son las construcciones que el software admite como válidas; y después con actividades que tenían que ver además con una serie de reflexiones teóricas (ver anexo 1) acerca de elementos geométricos como punto, recta, semi-recta, segmento, ángulo, paralelismos, perpendicularidad, y otros conceptos geométricos relevantes a la hora de la realización de la tarea final: la construcción del cuadrado.

En este sentido, es necesario resaltar la diferencia que tuvo la intervención en el Instituto Técnico Industrial Jorge Eliécer Gaitán con respecto de las otras Instituciones, puesto que en éste hubo un muy valioso acercamiento inicial a las opciones del software CABRI, y de manera especial, la importancia que tienen para el aprendizaje de las matemáticas. Los estudiantes lograron reconocer diversas opciones del software para realizar tareas geométricas, identificar en la barra de menú en donde encontrar la opción segmento, ó círculo ó polígono, ó como guardar una construcción, cómo usar la opción de arrastre y con qué intención, dar movimientos a algunas figuras, cómo construir un polígono, saber que para trazar una recta es necesario determinar dos puntos, saber que para usar la opción recta paralela o perpendicular, era necesario construir una recta primero, entre otras alternativas que disfrutaban explorando.

Momento 3

Hay un cambio en la orientación del proyecto de investigación; pues luego de haber realizado previamente un trabajo con los estudiantes mediante una herramienta-el software CABRI de la calculadora T.I 92- hay una nueva propuesta que da un vuelco total en la intervención que se hizo en esta Institución, pues

ahora analizaríamos la génesis instrumental desarrollada por los estudiantes mediante el software R. y C. cuando les ponemos la tarea de construir un cuadrado.

En este momento, los estudiantes en varios encuentros, realizaron un acercamiento al nuevo software, aunque en la misma línea del trabajado anterior, con diferencias trascendentales a la hora de caracterizar una génesis instrumental.

La primera sesión consistió en que los estudiantes exploraran libremente las opciones que ofrece el software, realizando construcciones a su gusto. En este proceso los estudiantes se adaptaban a las condiciones que ofrece el artefacto, modificaban el color y grosor de las rectas, etiquetaban sus construcciones, dieron movimiento a las mismas, indagaron sobre las diversas formas de realizar una misma tarea (ejemplo: dibujar una recta desde el ícono dispuesto para ella, o desde las opciones en la barra de menú). Se hace necesario aclarar acá, que para ningún estudiante representó algún problema esta actividad, puesto que ya habían explorado lo suficiente las funciones del software CABRI de la calculadora T.I 92. Sin embargo, se notaba mayor comodidad con la ergonomía que ofrece el computado con la visualización que permitía R. y C. en la pantalla, en parte por el color, y en parte por el tamaño, afirmaron varios estudiantes.

Muchas fueron las bondades que trajo el anterior trabajo con CABRI, como el hecho de que los estudiantes ubicaran de forma casi inmediata los comandos en R. y C., reconocían, por ejemplo, donde estaba la opción segmento, o recta y para qué se utilizaba, sabían que para construir la circunferencia, debían antes hacer un punto y una vez se haya llegado a la longitud del radio deseada, se debía dar clic de nuevo para determinar la circunferencia.

La segunda sesión, aunque también era de acercamiento al software, tenía la intención adicional de diagnosticar el grado de interiorización conceptual que habían logrado cuando se propuso la misma tarea, pero para ser realizada con la mediación de CABRI en la calculadora, puesto que se trabajaron nuevamente las

actividades previamente realizadas con ellas (el taller de rectas, puntos, segmentos, etc.). El resultado fue bueno porque era ya muy clara la forma general de realizar una construcción, y en su desarrollo se empleó menos de la mitad del tiempo que había tomado hacerlo la primera vez.

En esta actividad se pudo observar que cuando se les preguntó cuántas rectas podían pasar por un punto, todos se fueron por la opción punto y dieron clic, algunos empezaron a contar el número de rectas que se podían ver, pero otros dieron movimiento a una recta construida por el punto y decidieron que se podía entonces hacer pasar infinitas rectas. Para responder cuántas rectas pasaban por dos puntos, primero dibujaban los 2 puntos y luego con la opción recta, decían que por esos dos puntos sólo podría pasar una recta, porque si hacían pasar otras rectas, éstas al final eran las mismas. Esta actividad sirvió para que ellos experimentaran las definiciones elementales de la geometría, daban cuenta que finalmente, el software era un instrumento de aprendizaje de la misma.

El tercer encuentro consistió en principio en realizar una encuesta para decidir la noción de cuadrado que tenían dichos estudiantes (ver anexo 2), y segundo, la tarea fundamental del proyecto: la solicitud de construcción del cuadrado mediante el software R. y C., aunque posterior a este trabajo también se propuso describir las características de la figura construida (ver anexo 3).

En la encuesta se pudo ver que la mayoría de los estudiantes tiene la concepción de cuadrado cuyas propiedades no varían de la igualdad de lados y la amplitud de 90° de sus ángulos. No hay en ningún caso referencia a las relaciones de perpendicularidad y paralelismo, o de propiedades de sus diagonales por ejemplo.

Adicionalmente, a los estudiantes se les preguntó por qué la figura que construyeron era efectivamente un cuadrado y a esto respondieron en todos los casos, enumerando nuevamente las propiedades con las que lo definían.

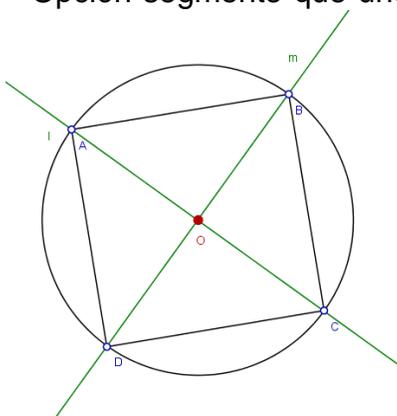
Los resultados de esta actividad fueron los siguientes:

En la construcción del cuadrado, los estudiantes mostraron los siguientes esquemas de uso, que se denominaron EU1, EU2, EU3 y EU4

EU1: Circunferencia y perpendicularidad de las diagonales

Acciones Elementales

- Clic en círculo y determina el radio con centro en (o).
- Clic en recta que pase por el centro del círculo (l).
- Clic en recta perpendicular, a la recta que pasa por el centro del círculo, por el centro del mismo (m).
- Punto sobre la intersección de estas rectas y el círculo (A, B, C, D).
- Opción segmento que une los puntos consecutivos de la circunferencia (A, B, C, D) hasta lograr el cuadrado.



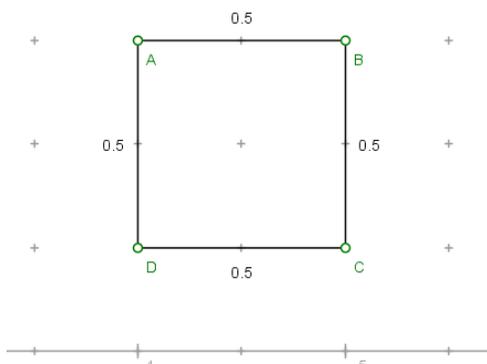
Aunque desde el software esta construcción no es correcta porque no está concebida directamente desde relaciones de perpendicularidad, paralelismo, y lograda tras la medición de segmentos con la opción circunferencia o compás; puede decirse que los

estudiantes que siguieron este procedimiento, intuyeron que las rectas perpendiculares que tocan a la circunferencia en 4 puntos, determinaban los vértices del cuadrado que necesitábamos, porque las distancias entre las rectas se percibían iguales. Para corroborar la validez de su construcción, todos los estudiantes medían la amplitud de sus ángulos y la longitud de sus lados, gracias a la posibilidad que se ofrece el software al dar clic derecho y propiedades de mostrar la longitud del segmento, y como eran coherentes con la definición de cuadrado decidieron que esta era la construcción adecuada.

EU2: Cuadrícula y longitud de segmentos

Acciones Elementales

- Clic en opción cuadrícula.
- Clic en opción segmento sobre un punto de la cuadrícula hasta otro punto de la misma (segmento AB), pero de modo que se pueda contar las distancias entre los puntos.
- Desde el último punto de la construcción anterior (B), se dibuja otro segmento cuya longitud debe ser la misma del segmento anterior (segmento BC), contando las distancias entre los puntos que se tuvo en cuenta en el anterior segmento.
- Igual procedimiento que en el ítem anterior hasta llegar al primer punto construido. (segmentos CD y DA).



Cuando a estos estudiantes se les pidió que construyeran el cuadrado, tuvieron un previo recorrido por las opciones del software hasta encontrar la opción cuadrícula. Es necesario resaltar que para ellos el concepto de cuadrado estaba solo ligado a la igualdad de longitud de sus segmentos, puesto que su preocupación inicial era sólo que fueran iguales. Sólo cuando se les preguntaba por qué era un cuadrado se dedicaban a verificar la amplitud de sus ángulos.

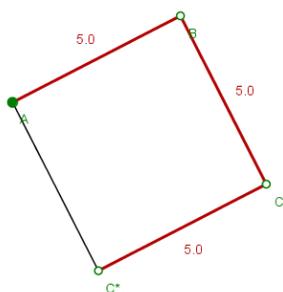
En este tipo de construcción se evidencia aún más las concepciones de cuadrado que tienen los estudiantes, y que ponen de manifiesto en las construcciones con lápiz y papel. Aquí un cuadrado es, porque tiene cuatro lados que desde la percepción visual tiene sus lados de igual medida, y también como generalmente se hacen los dibujos en el cuaderno cuadrículado, se hace mayor énfasis en el número de cuadrados por lado, donde se omiten las relaciones entre sus ángulos. Por eso, cuando hacen

la construcción mediante el software, y esta especialmente, persisten los ambientes de lápiz y papel.

EU3: Segmentos sucesivos de longitud fija

Acciones Elementales

- Clic en segmento hasta determinar AB, de longitud fija 5
- Desde B otro segmento BC de longitud fija 5
- Desde C otro segmento CD de longitud fija 5
- Desde D otro segmento DA, donde el software ya no permite determinar la longitud que se necesita.



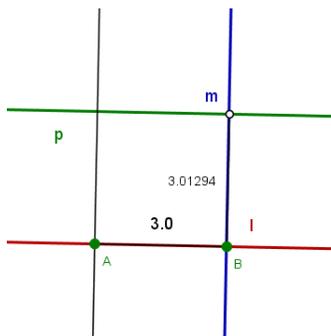
Este esquema de uso es el primer intento de casi todos los estudiantes ante el planteamiento la tarea de construir el cuadrado. Ellos comienzan a dibujar segmentos que a su percepción sean iguales, y como desde este punto de vista no es posible garantizar esta igualdad, comienzan a usar la opción clic derecho propiedades donde se muestra la longitud del segmento. Una vez se dan cuenta que es difícil con solo tanteo hacer un segmento de igual magnitud a otro, empiezan a usar la opción de propiedades para hacer segmentos de longitud fija. Hasta el momento no se preocupan por la perpendicularidad de los segmentos, pero al dibujar el último segmento, se dan cuenta que su longitud no coincide con la de los otros tres, pero que tampoco es posible hacer este segmento de longitud fija. Sólo en este punto se preocupan por la amplitud de los ángulos y atribuyen a esto el hecho de que no haya sido posible hacerlo por esta vía.

EU4: Perpendiculares

Acciones Elementales

- Opción recta (l)

- Opción recta (m) perpendicular a (l)
- Opción recta (p) perpendicular a (m)
- Opción segmento y se define AB
- Opción recta perpendicular, a recta (l)
- Se mueve recta p sobre recta m para intentar llegar a la longitud de AB mediante intentos de precisión.



Para realizar esta construcción los estudiantes tienen en cuenta el concepto de cuadrado desde la perpendicularidad de sus segmentos. Cuando observan que adicional a esto, deben garantizar que la longitud de sus lados debe ser la misma, ven la necesidad de definir el segmento AB de longitud fija en intentar que la distancias entre las rectas m y l sea igual a la del segmento AB. Los estudiantes que realizaron esta construcción manifiestan claridad en la definición de cuadrado, pero no logran aún transportar las medidas de un segmento mediante las posibilidades que ofrece el software.

Ahora bien, desde la génesis instrumental, los esquemas de acción instrumentada están constituidos por un conjunto de esquemas de uso, determinados por un cierto tipo de tareas, y de invariantes operatorias. Además involucra el conocimiento matemático y el conocimiento del artefacto. El esquema de acción instrumentada en este caso, los constituyen en parte los esquemas de uso mencionados anteriormente. Los estudiantes que participaron en la actividad, emplean del software las potencialidades que posee en cuanto a la medición de los elementos constitutivos del cuadrado, es decir, si como concepto de cuadrado tienen el polígono de cuatro lados iguales, dos pares de lados paralelos y ángulos rectos, los estudiantes emplean el conocimiento que tienen de la herramienta para realizar la tarea. Esto en general explicita como se desarrolla la génesis

instrumental: hay un artefacto previamente diseñado con unas potencialidades particulares, un sujeto que descubre esas potencialidades y que se impone realizar una tarea. Posteriormente el sujeto se va adaptando a las potencialidades que ofrece el artefacto, pero a su vez construye la forma de desarrollar la tarea, utilizando sus conocimientos previos que le faciliten la solución, y aprovechando las posibilidades que ya descubrió en el software.

Cuando los estudiantes ven cuestionada su construcción, emplean el conocimiento que ya tienen de la herramienta y que fue adquirido en el proceso de instrumentalización para resolver la tarea propuesta. En todos los esquemas de uso observados, los estudiantes, a pesar de que no hallaron una solución que permite el software, emplearon el conocimiento matemático, y del artefacto, para buscar la solución a la actividad propuesta. En ese sentido, cabe preguntarse sobre cuáles son esas construcciones que permite el software, y específicamente, por qué desde el artefacto solo es posible la solución desde la perpendicularidad y paralelismo, y finalmente cuál es el tipo de geometría que aprenden los estudiantes con este mediador. Sin embargo, puesto que se realizó sólo una actividad, y el tiempo de intervención de la misma no fue muy amplio, no es posible generalizar estos esquemas de uso y decir que finalmente siempre lo harán de la misma manera.

5.2 INSTITUCIÓN EDUCATIVA SANTA TERESA

Se encuentra ubicada en Medellín en la carrera 52 número 109^a 18, comuna 2 nororiental del barrio Andalucía La Francia, con un estrato socioeconómico nivel 1 y 2; esta Institución es de naturaleza oficial y de carácter académico desde su fundación en 1983 y nace como una respuesta social a las necesidades de los jóvenes del sector.

Fue elegida para el desarrollo de la práctica pedagógica, debido a que ésta participó en los proyectos de investigación “Incorporación de Nuevas Tecnologías

en el Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia”, en el año 2000 y “Aspectos Teóricos y Metodológicos para la Consolidación de una Red de Aprendizaje desde la Didáctica de las Matemáticas”, a través del trabajo realizado por el docente Carlos Mario Cárdenas.

Como producto de estos proyectos, la Institución fue dotada con 21 calculadoras TI92 Plus, además cuenta con un artefacto que permite proyectar la pantalla de la calculadora mientras ésta se está usando, con el fin de captar la atención y concentración del grupo o sobre alguna reflexión general que el docente desea plantear, además se adecuó un aula para el trabajo con las calculadoras, también poseen dos salas con 21 computadores cada una; una de ellas tienen Internet banda ancha, la cual fue utilizada para la intervención con el software R. y C.

Después de hacer un reconocimiento de la Institución en general, se realizó un acercamiento a los tres grados séptimos, con el fin de observar los grupos, la metodología empleada por la docente, la aceptación de las alumnas a las matemáticas, entre otros; y luego se escogió el grado séptimo C, el cual estaba conformado por 42 alumnas, y por la comodidad de horarios, además por la disponibilidad del aula de sistemas; con la colaboración de la docente cooperadora, quien era la encargada de dar matemáticas y tecnología en ese grupo.

Se trabajó durante un mes, distribuido en dos horas semanales de matemáticas en el aula y una hora semanal de informática en la sala de sistemas. El trabajo realizado en esta sala nos sirvió para observar la aceptación que las alumnas tenían frente al uso del computador, el manejo que le daban a este y las habilidades que tenía en la utilización de otro software; para posteriormente realizar nuestra intervención.

Desarrollo y análisis de los momentos

Para llevar a cabo el proceso de instrumentalización se dividió el grupo en dos; debido a que la sala de sistemas solo contaba con 21 computadores y esto

dificultaba el proceso de instrumentalización, porque se pretendía que el trabajo fuera realizado individualmente y que pudieran descubrir todas las opciones ejecutables del software R y C mediante la exploración del mismo; la exploración la realizaron activando cada opción para mirar su funcionalidad.

Este proceso favoreció a un nuevo ambiente de aprendizaje para ellas, el cual fue esencial para el trabajo siguiente que consistió en la entrega del taller 1, donde se involucraban los conocimientos previo que ellas tienen del trabajo desarrollado con la docente en el aula, sobre algunos conceptos geométricos tales como las paralelas, perpendiculares, rectas, semi-rectas, segmentos entre otras y los conceptos fueran llevados al software seleccionando los comandos pertinentes, para que las alumnas hicieran una confrontación, entre sus conocimientos previos de geometría y la instrumentalización llevada a cabo con el software R. y C .

En la observación del trabajo realizado por las alumnas, se evidenció que no todas las alumnas tuvieron una aproximación al software porque al momento de realizar el taller se les dificultó identificar las opciones que le favorecieran en la construcción y comprensión, como por ejemplo cuando se les realiza la pregunta ¿Cuántas rectas pueden pasar por dos puntos? Algunas respondieron que infinitas rectas, otras no respondieron. Otra pregunta que puso en manifiesto el proceso de instrumentalización fue ¿Cuántas rectas pueden pasar por tres puntos no alineados? A esta varias alumnas contestaron que una, otras que tres y otras que ninguna recta. Se notó que faltó un poco más de tiempo para que las alumnas realizaran una instrumentalización que les permitiera conocer más el software y así poder elegir las opciones adecuadas. Para realizar un análisis más detallado se toma como muestra el trabajo realizado por dos alumnas que denominaremos alumna A y B, en ellas se analizan que acciones instrumentadas fueron desarrolladas, mientras daban solución a la actividad.

A la pregunta ¿Qué diferencias y semejanzas encuentras entre recta, semi-recta y segmento?, la respuesta de la alumna A fue: las diferencias que la recta no tienen punto de inicio ni punto de fin, pero en cambio la semirrecta tienen un punto de

inicio pero no de fin y el segmento tiene punto de inicio y punto de fin. Y su semejanza que todas son derechas.

La respuesta de la alumna B: La recta es una línea recta con dos puntos y sin espacio, la semirrecta empieza con un punto y sigue derecho sin espacio y un punto en el centro o en cualquier parte, el segmento empieza con un punto y termina con otro punto.

Con esta pregunta se pretendía que las alumnas realizaran un proceso de instrumentalización, es decir, que hicieran uso de las opciones que el software tiene incorporado y además podían clarificar conceptos para luego emplearlos en una próxima actividad.

En el segundo momento la actividad realizada fue una encuesta, que se desarrolló en el aula de clase, con el fin de observar las estrategias utilizadas por las alumnas en la construcción del cuadrado con lápiz y papel. (Ver anexo 2). Estas preguntas fueron realizadas con el fin de que las alumnas contaran por escrito y basadas en sus conocimientos previos que es para ellas un cuadrado, cuales creen ellas que son sus características, para luego realizar con una comparación entre la construcción del cuadrado a lápiz y papel y la construcción del cuadrado mediado por el software R. y C.

Con esta comparación se pretendía que las alumnas notaran las diferencias que existen entre la construcción con lápiz y papel y la construcción que se realiza mediado por el software R. y C.

A estas preguntas encontramos respuestas como:

- Es una figura geométrica, con cuatro lados iguales
- Tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.

Después de haber trabajado en el aula de clase la construcción del cuadrado con lápiz y papel, trasladamos a las alumnas al aula de sistemas, para que plasmaran

la construcción realizada en el aula de clase al software R. y C.; y verificaran si lo realizado a lápiz y papel correspondía realmente a la construcción del cuadrado, de tal manera que al someter sus componentes a giros, a opción arrastre se conservaran sus características.

Cuando las alumnas realizaron la construcción del cuadrado en el software les pareció muy fácil, pero cuando realizábamos la verificación con la opción arrastre la figura que ellas habían realizado se les desfiguró porque no conservaban las características invariantes del cuadrado y además las alumnas utilizaron estrategias similares a la que emplean con lápiz y papel dejando ver los esquema de acción instrumentada tales como:

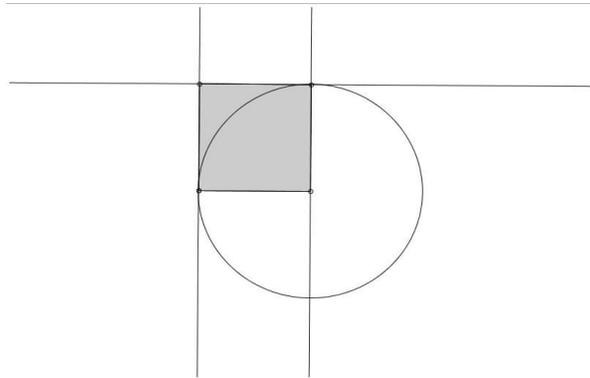
- Trazar un segmento horizontal, luego trazaban segmentos verticales a partir de los extremos del segmento inicial y por último trazaban un segmento horizontal por los extremos libres de los segmentos verticales.
- En la opción cuadrícula, contaban los cuatro espacios y allí colocaban el segmento inicial, y con segmentos construían el cuadrado.
- Otras con la opción polígono construían el cuadrado.

En este primer intento de construcción no se hace uso de las paralelas ni de las perpendiculares, así hayan empleado estas herramientas previamente y tengan alguna familiaridad con dichas relaciones. Al terminar la clase las alumnas quedaron motivadas intentando construir el cuadrado que les resistiera las transformaciones y que dieran cuenta de las características invariantes del cuadrado.

Para el tercer momento empiezan de nuevo la construcción del cuadrado en el software R. y C. y buscando nuevas soluciones, ensayan diversas alternativas; como muestra tenemos la alumna A que plantea:

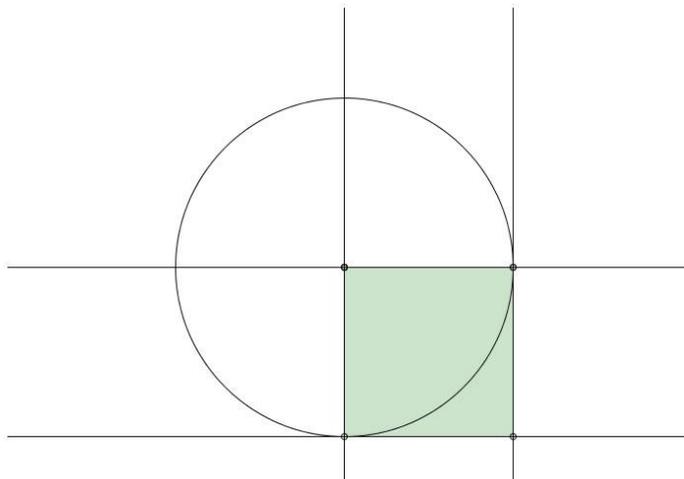
- Tracé un segmento, tracé una recta perpendicular al segmento, luego hallé los puntos de intersección, tracé una circunferencia, y hallé los puntos de

intersección entre la circunferencia y el segmento, tracé una recta paralela al segmento y marqué los puntos de intersección de las rectas trazadas, finalmente construí el cuadrado pedido.



La alumna B lo describe:

- Tracé una recta, tracé una recta paralela a la inicial, tracé rectas perpendiculares a la inicial, marqué los puntos de intersección de las rectas trazadas, utilicé la opción compás y tracé una circunferencia, marqué los puntos de intersección entre la circunferencia y la recta inicial y uní los puntos con opción polígono.



Estas dos construcciones son sometidas a prueba que al verificarlas, efectivamente conservaban sus características al ser desplazados algunos de los puntos libres de la construcción esto generaba mucha emoción.

La mayoría de las alumnas explicaron que el objeto construido era un cuadrado porque tenía ángulos de 90° y ángulos rectos, además reconocen su relación que

hay con las rectas perpendiculares, porque estas forman ángulos rectos y rápidamente se hizo uso de perpendiculares y paralelas para la construcción del cuadrado.

Por último se realiza la institucionalización, donde explicamos las características invariantes del cuadrado que las verificaríamos a través de la opción arrastre, con esta opción es posible reconocer los invariantes de una construcción, según si el arrastre conserva las propiedades matemáticas de dicha construcción a no.

5.3 INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR PEDRO JUSTO BERRÍO

Ubicada en el área urbana del municipio de Santa Rosa de Osos, región Norte del departamento de Antioquia, trabaja con el calendario A en jornada única de 8:00 a.m. a 12:30 p.m. y de 2:00 p.m. a 5:00 p.m. Es de carácter público mixto, ofrece los niveles de transición, educación básica, media y Ciclo Complementario de formación docente.

La escuela Normal, ha tenido una larga trayectoria en la formación de maestros, acogíendose a las reformas y contrarreformas en que se ha movido la historia educativa del país.

La Acreditación de Calidad y Desarrollo de la Escuela Normal fue asumida como un proceso significativo para la formación de maestros, lo cual implicó la resignificación de sus vivencias culturales, sociales, educativas, intelectuales, democráticas y participativas; haciendo mayor y mejor uso de las tecnologías de la información y la comunicación en el trabajo con los estudiantes, aprovechando más los diferentes espacios con que ha contado, tales como: aula de sistemas e informática, aula de nuevas tecnologías y bilingüismo, laboratorio de física y química, aula Galileo 2000¹⁴, audiovisuales, entre otras y adecuando espacios físicos como lo fue para el trabajo con las calculadoras graficadoras, construyendo el aula de matemáticas¹⁵. Ésta, es concebida como un ambiente para el desarrollo de las ideas y conceptos fundamentales de las matemáticas.

¹⁴ Galileo 2000: aula especializada relacionada con el trabajo en diferentes ejes temáticos, los cuales están encaminados a la formación tecnológica y técnica de los estudiantes, entre estas: diseño, dibujo técnico, construcción y montaje, electrónica, electricidad, etc. Es un aula construida por la empresa española ALECOP. Se construyó en esta Institución gracias a la ley 21 en la cual se destinaron a 7 Normales del departamento. Su nombre es en honor a uno de los inventores más destacados en la historia y 2000 por concebirse este año como un hito.

¹⁵ Aula de matemáticas: Es un espacio pensado para posibilitar el acceso al pensamiento de una manera significativa, creativa y agradable, a través de la observación y la exploración de situaciones de conocimiento. Permite que los estudiantes (niños y jóvenes) se enfrenten a situaciones problemáticas de su interés, generando en ellos conjeturas, comprobaciones, verificaciones y generalizaciones adecuadas, actividades que hacen parte de los fundamentos del pensamiento matemático.

La Institución, cuenta con un plan de área de matemáticas pensado en aprendizajes significativos en el área, en el fortalecimiento, la creación de espacios pedagógicos para el razonamiento lógico, la construcción de saberes y su utilización en situaciones de la matemática, de otras ciencias y de la vida cotidiana. Se evidencia en éste, el compromiso asumido con la cultura científica, desde una nueva visión de las matemáticas escolares, basada, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas de 1998.

Como se mencionó anteriormente, la Escuela Normal hizo parte del proyecto “Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Media de Colombia” en el año 2000. A partir de entonces, se ha incorporado el trabajo con las calculadoras como estrategia de intervención pedagógica para el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes de octavo, noveno, once y Ciclo Complementario. Esta estrategia de intervención, deja ver la importancia de las calculadoras graficadoras y algebraicas en la medida en que se han ido asumiendo como instrumentos de mediación muy significativos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En particular, sus posibilidades de contextualización y manejo de lenguajes formales, extienden considerablemente los procesos cognitivos de generalización y abstracción contextual.

De los 28 grupos con que cuenta la Normal, dos grupos por nivel; se escogió el grado séptimo B para realizar las actividades propuestas; éste contaba con 40 estudiantes; se escogieron 18, los cuales, pertenecen a los estratos socioeconómicos 2 y 3 y cuyas edades oscilan entre 12 y 14 años. Es de aclarar que éstos no han trabajado anteriormente con las calculadoras graficadoras ni con ningún otro software como mediador en el área de matemáticas.

El acercamiento y la interacción con los estudiantes, se dieron de una manera muy natural, es decir, se percibía un ambiente de familia debido al contacto que hemos

mantenido durante varios años atrás, debido a que me desempeñé como docente en la Institución y hemos tenido la oportunidad de compartir en otros espacios. En esta línea, iniciamos el proceso de instrumentalización del software R. y C. en el aula de sistemas, lo cual fue posible solo en 15 equipos; aunque el aula contaba con 36 computadores, estos se encontraban desactualizados al tener Windows 98¹⁶, poseían poca memoria, algunos no leían los CD, se bloquean fácilmente, tenían poca ventilación y el espacio era muy reducido. Debido a estas características en dicha aula, se presentaron algunos inconvenientes como: dificultad para instalar el software en la totalidad de los equipos, poca velocidad y bloqueo constante de algunos computadores; esto condujo a que los estudiantes, inicialmente, se desesperaran y desmotivaran ante el trabajo a realizar, además, no podían elegir las opciones de manera rápida y el proceso de exploración y ejecución debía hacerse muy lento.

Se presenta entonces el proceso denominado desde la génesis instrumental como proceso de instrumentalización, el cual hace referencia a la adaptación que hace un sujeto a la herramienta o artefacto, en este caso, computacional. El proceso de familiarización con el software se realizó de la siguiente manera: 12 estudiantes de forma individual y 6 en parejas, debido a las dificultades presentadas en los equipos antes mencionadas.

Ante esta situación, los estudiantes se mostraban con muchas expectativas frente al software, inicialmente, hicieron una exploración libre a cerca de las opciones ofrecidas por éste, logrando reconocerlas e identificarlas en la barra de menú, además realizaron construcciones y les aplicaron ciertas modificaciones permitiéndoles una mejor exploración y acercamiento al artefacto. Se destaca de este momento, la evolución en cuanto a la apropiación que iban adquiriendo, en la medida que se iba pasando por diferentes momentos como fueron: descubrir, reconocer las opciones pertinentes y personalizar el software, todo esto giraba en busca de una estabilización y adaptación al artefacto.

¹⁶ Actualmente se han reemplazado 10 de estos por otros más actualizados; además se creó una nueva sala de sistemas que cuenta con 15 equipos “modernos”.

Después de la exploración de las herramientas, se pasó a desarrollar el taller, (Anexo 1), referente al pensamiento espacial y sistemas geométricos, relacionados con el concepto de cuadrado y entre estos: punto, recta, segmento, semirecta, circunferencia, perpendicularidad, paralelismo, compás, entre otros, lo cual requería utilizar las opciones ya exploradas, Se inicia con la construcción de todas las rectas posibles que pasaran por un punto dado, en éste, un 90% de los estudiantes coincidieron con que son infinitas, mientras el 10% restante decía que eran finitas, para algunos una y para otro 28; de manera particular para el estudiante X, (por protección de sus identidades, haremos referencia a dos de los estudiantes como: estudiante X y estudiante Z), solo era posible que pasaran 4 rectas, al preguntarle por qué, él respondió “por que si se hace en esta dirección (moviendo su mano de forma diagonal), se une a la otra.” Este estudiante había trazado solo cuatro rectas: una horizontal, otra vertical y dos diagonales, dando a entender que solo las rectas se trazan en esta dirección; al entrar en discusión con sus compañeros admite que si es posible trazarlas en otras direcciones y concluye entonces que son infinitas.

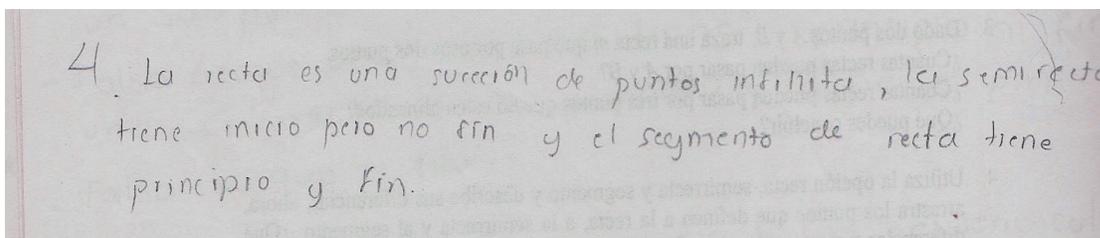
Algunas de las dificultades se encontraron al momento de mover todas las rectas que pasaban por este punto, pues trataban de arrastrarlas con el mouse sin recurrir a la opción apropiada, y presentaban las siguientes opciones para hacerlo: se mueve con la lupa, clic derecho del mouse, la opción zoom, y solo 4 de los estudiantes escribió la opción mover un punto.

Poco a poco se fueron apropiando del software, se evidenciaba al solicitarles que colocaran 2 puntos y trazaran todas las rectas posibles, todos coincidieron en que solo pasaba una. Sin embargo en algunos de ellos se presentó inseguridad al dar esta respuesta, pero esto les permitió adquirir más confianza en lo trabajado por medio del software, ya que expresaban que era interactivo y el mismo permitía o no las cosas y así ellos no cometían errores como lo podían hacer con lápiz y papel.

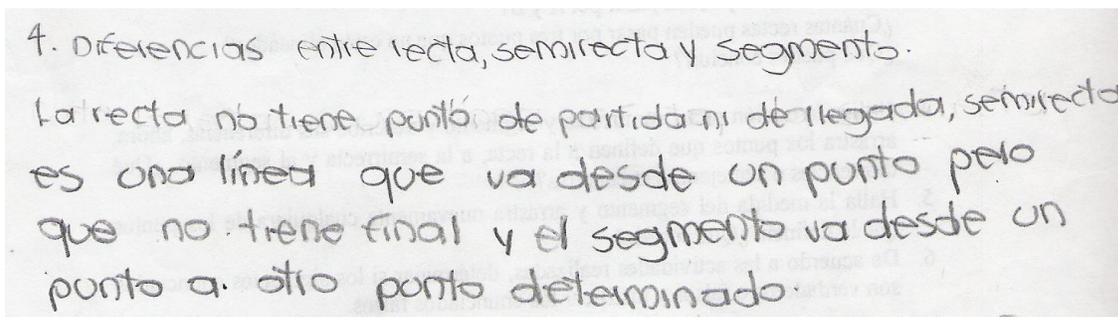
Al plantearles que trazaran todas las rectas posibles que pasaran por tres puntos no alineados, concluían que no podía pasar ninguna recta por los tres puntos a la vez porque no estaban alineados, los estudiantes X y Z coincidieron al expresar que “no da, solo es posible con dos puntos y para construir una recta teniendo puntos fijos tienen que estar todos alineados.”

También se evidenció el proceso de apropiación del artefacto al trazar segmentos de recta, rectas y semirectas ya que identificaban la opción pertinente, además les permitía identificar claramente las diferencias entre éstas, como se observa a continuación:

Diferencia entre recta, semirecta y segmento de recta establecida por los estudiantes X y Z respectivamente.



4. La recta es una sucesión de puntos infinita, la semirecta tiene inicio pero no fin y el segmento de recta tiene principio y fin.



4. Diferencias entre recta, semirecta y segmento.
La recta no tiene punto de partida ni de llegada, semirecta es una línea que va desde un punto pero que no tiene final y el segmento va desde un punto a otro punto determinado.

En el taller también se les pedía trazar una recta y trazar una perpendicular a ella, los estudiantes se preguntaron si la perpendicular era la que no la cortaba, pero empleando la opción perpendicular pudieron recordar y dar una definición propia de las rectas perpendiculares y paralelas, los estudiantes X y Z definieron las rectas perpendiculares como aquellas que se interceptan en un punto formando un ángulo recto, el estudiante Z agrega que van en diferente dirección y las paralelas

son las que sin importar cuanto se prolongan nunca se interceptan. Esto da muestra del progreso que iban adquiriendo los estudiantes en cuanto a la apropiación del software siendo así más evidente el proceso de instrumentación.

Posteriormente, se realizó una encuesta (Anexo 2), con el objeto de indagar sobre los conceptos adquiridos mediados por lápiz y papel; en ella, los estudiantes daban cuenta sobre la concepción que tenían de cuadrado. De acuerdo a estas características se pudieron hacer algunas conjeturas sobre las opciones que utilizarían para la construcción del cuadrado y la relación existente entre los conocimientos previos, y los esquemas de uso y acciones instrumentadas, que exhibiría los estudiantes, al momento de construir un cuadrado de área 16 cm^2 mediante el software R .y C.

El 80% de los estudiantes definieron la figura geométrica cuadrado como un cuadrilátero, otros como una figura plana y en general el 100% coincidieron en las siguientes características: tiene cuatro lados iguales, cuatro vértices y cuatro ángulos rectos, olvidando hacer referencia a la perpendicularidad y paralelismo existente entre sus lados.

ENCUESTA

De acuerdo a tus conocimientos responde:

1. ¿Conoces un cuadrado? Si

2. Descríbelo:
un polígono de cuatro lados iguales, 4
ángulos rectos, 4 vértices,

3. ¿Por qué puedes garantizar que una figura es un cuadrado?
porque posee las características anteriores.

Respuesta del estudiante Z.

Esto conlleva a pensar que en el momento de la construcción del cuadrado requerido, posiblemente no utilicen las opciones de paralelas y perpendiculares

sino que se limiten únicamente a que sus lados sean iguales y que sus ángulos sean rectos.

Para el tercer momento, se propuso un taller en el que los estudiantes deberían construir un cuadrado cuya área fuera de 16 cm^2 utilizando el software R. y C., para este momento se esperaba que ellos estuvieran bien familiarizados con éste, es decir que el proceso de instrumentalización que iniciaron en el primer momento, les permitiera realizar la tarea propuesta. Ello continuaría el proceso de instrumentación, que se describe desde la génesis instrumental como la adaptación que hace el sujeto del artefacto para desempeñar una tarea determinada.

Así como se esperaba, la mayoría de los estudiantes construyeron el cuadrado de acuerdo a la concepción que tenían de este, evidenciadas en el segundo momento; para tal tarea, utilizaron las siguientes opciones que ofrece el software: el 85% de los estudiantes lo hizo por medio de segmentos, y el 15% restante, eligiendo inicialmente la opción mostrar cuadrícula.

Descripción de la construcción del cuadrado

Opción, segmentos

a) De acuerdo con tus conocimientos y utilizando las herramientas que ofrece el software R y C, construye un cuadrado cuya área es 16 cm^2

b) Describe el proceso de construcción.

Primero se hace un segmento vertical de 4 cm , después de uno de los puntos de este segmento sacamos otro segmento horizontal de 4 cm , seguidamente se saca otro segmento de cualquiera de las 2 líneas y por último se saca un segmento que quite ya sea los 2 segmentos horizontales o verticales

c) Oculta la construcción, dejando los puntos donde se encuentran las rectas, y ahora; construye el cuadrado utilizando la opción polígono.

d) ¿Qué puedes concluir? Se puede concluir que describiendo los segmentos de red y después seleccionando polígono sobre cada uno de los puntos de la figura se refleja

Quienes lo hicieron por medio de segmentos, mostraron los siguientes esquemas de uso:

- Clic en segmento, de longitud fija 4cm. Se hace de forma vertical.
- Desde uno de los extremos del segmento anterior, trazaban otro segmento de longitud fija 4 cm. En forma horizontal.
- Desde el otro extremo, trazaban otro segmento de longitud fija 4cm. En forma horizontal.
- Un último segmento que uniera los extremos de los dos últimos segmentos construidos.
- Opción Mover Punto.

Pero al aplicarle el arrastre observan y concluyen que no se conservan las características del cuadrado porque “al mover un punto se alarga el segmento perteneciente al mismo y el cuadrado no se conserva como tal”; ya que los estudiantes se centraron en la congruencia de los lados, relacionándolo con las representaciones gráficas que se hacen con lápiz y papel, como se evidenció en el segundo momento.

Descripción de la construcción del cuadrado

Opción, mostrar cuadrícula

a) De acuerdo con tus conocimientos y utilizando las herramientas que ofrece el software R y C, construye un cuadrado cuya área es 16cm^2

b) Describe el proceso de construcción.

1. seleccionar mostrar cuadrícula; 2. en la cuadrícula ubicar 4 puntos, de tal manera uno quede alineado con otro y de una distancia de 4 cm, para así que los puntos sean un molde para el cuadrado; 3. unir los puntos con una línea, y el cuadrado queda 16cm^2

c) Oculta la construcción, dejando los puntos donde se encuentran las rectas, y ahora; construye el cuadrado utilizando la opción polígono.

d) ¿Qué puedes concluir? que un polígono se puede formar teniendo como base puntos.

Los
esquemas
de uso

mostrados por los estudiantes que eligiendo la opción mostrar cuadrícula, fueron: Clic en opción cuadrícula. En la cuadrícula ubicaron cuatro puntos, de tal manera que uno quedara alineado con otro y de una distancia de 4cm (determinando las 4 puntas). Para que los puntos sean un molde para el cuadrado, luego unen los puntos con segmentos y el cuadrado queda de 16cm^2 . Pero el resultado al aplicar la opción arrastre fue igual a la construcción descrita anterior a ésta.

Esto condujo a una discusión grupal en el último momento, la institucionalización, donde se hizo una comparación del concepto de cuadrado presentado en el segundo momento y la apropiación adquirida del software mediador; identificando como características primordiales el paralelismo y perpendicularidad.



Institucionalización

5.4 INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR MARÍA AUXILIADORA

Ubicada en el área urbana del municipio de Copacabana, región Norte del departamento de Antioquia, trabaja con el calendario A, en jornada única de 7:00 A.M. – 1: 30 P.M para la primaria y de 6: 45 A.M. – 2: 00 P.M para la secundaria. Es de carácter oficial. Ofrece los niveles de Transición, Educación básica, Educación media académica con profundización en el campo de la educación y formación pedagógica y Ciclos complementarios de formación docente con énfasis en lengua materna, lengua extranjera (ingles) y Matemáticas.

Cuenta con un aula de sistemas de 18 computadores de los cuales se utilizaron 12 que tenían acceso a Internet, para el desarrollo de las actividades con el software RYC, esta sala es usada regularmente desde la participación en el proyecto Incorporación De Nuevas Tecnologías, por la docente cooperadora participante del mismo, con el fin de afianzar conceptos abordados en el aula de clase con las estudiantes del grado séptimo e implementar ambientes de aprendizaje tecnológicos.

Desarrollo de la experiencia

La intervención se llevó a cabo con un grupo conformado por 31 estudiantes de grado séptimo, de los estratos socioeconómicos 1, 2 y 3 básicamente, cuyas edades oscilaban entre 12 y 15 años. Estos estudiantes contaban con experiencia en el manejo del software Cabri, debido a que se estaba empleando en las clases de geometría en el transcurso del año escolar. Ello permitió aventurarnos a considerar que el proceso de instrumentalización con el software R. y C. les fuera familiar y tuvieran una mejor adaptación a este. Los talleres se realizaron por parejas favoreciendo la discusión, el debate y una exploración enriquecida por la curiosidad de cada integrante. Se mantuvo una orientación continua por parte nuestra, para cuestionar y causar reflexión sobre las tareas que se estaban realizando.

En el primer momento, el trabajo se centró en el conocimiento de las opciones que el software ofrece a través del taller # 1 denominado: "Acerquémonos al software", en él, se dieron dos espacios, uno encaminado hacia una exploración libre y el otro tenía como fin, acercarse al software pero ya desde tareas propuestas como trazar rectas perpendiculares, paralelas y circunferencias dado un segmento, entre otras.

En el desarrollo de las tareas se les preguntó sobre el número de rectas que pueden pasar por un punto dado; ello generó una situación de debate al respecto, pues algunos argumentaron que se podían trazar finitas rectas, porque cada vez que se trazaba una, el espacio se reducía para trazar otras, llegando un momento

en que no iba haber espacio para trazar más rectas. La contraparte respondió diciendo: se pueden quedar toda la clase trazando rectas e inclusive todo el día y siempre van a tener espacio para hacerlo. Algunos validaron su afirmación utilizando las teclas direccionales y otros con la opción zoom con el ratón y/o mover un punto, para hacer acercamientos entre las rectas y así mostrar a sus pares como aumentaba el espacio entre ellas, pudiendo trazar nuevas rectas.



Registro Fotográfico Del Momento Uno.

En el desarrollo de esta tarea se identificaron cuatro esquemas de uso, denominados A, B, C y D

- Esquema A: opción punto-opción recta.
- Esquema B: opción punto-opción recta- opción zoom con el ratón.
- Esquema C: opción punto-opción recta- opción mover un punto.
- Esquema D: opción punto-opción recta- uso de las teclas direccionales.

El esquema de uso A, limitó a los estudiantes visualizar los espacios que estaban entre las rectas, mientras los otros esquemas facilitaron percibir estos espacios con el desplazamiento, la rotación y acercamiento, por medio de las teclas direccionales y las opciones: zoom con el ratón, y mover un punto.

Estos esquemas de uso llevaron a una confrontación con el conocimiento adquirido a través del lápiz y papel, porque en este ambiente llega un momento en

el que no se pueden trazar nuevas rectas, como lo mencionaron los estudiantes que desarrollaron los esquemas de uso B, C y D, al asombrarse cuando observaron lo que sucedía al arrastrar el punto con las rectas trazadas. En este momento los estudiantes tuvieron un proceso de instrumentalización elemental, reconociendo las posibilidades que el software R. y C. ofrece y seleccionando las opciones que consideraron pertinentes para el desarrollo de la tarea propuesta.

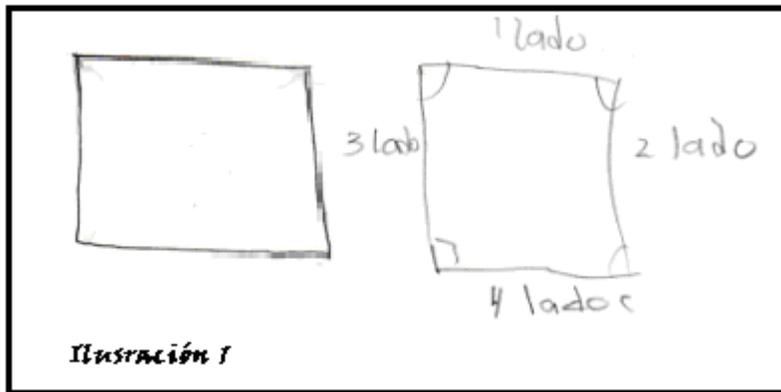
En el instante en que emergieron los esquemas de uso antes descritos y son involucrados en el desarrollo de la tarea, los estudiantes vivieron un principio de génesis instrumental, es decir, se comenzó el proceso de instrumentalización, el mismo que se irá cruzando con el proceso de instrumentación a medida que se adquieran y usen nuevos esquemas de uso.

El momento dos se desarrolló a partir de una encuesta sobre los elementos constitutivos de la figura geométrica cuadrado¹⁷, cuyo objetivo era conocer la concepción que los estudiantes tenían de este, y así comprobar nuestra hipótesis sobre la relación existente entre los conocimientos previos, y los esquemas de uso y acciones instrumentadas, que exhibiría el grupo, cuando en el momento tres se les pidiera construir un cuadrado de área 16 cm^2 mediante el software R. y C.

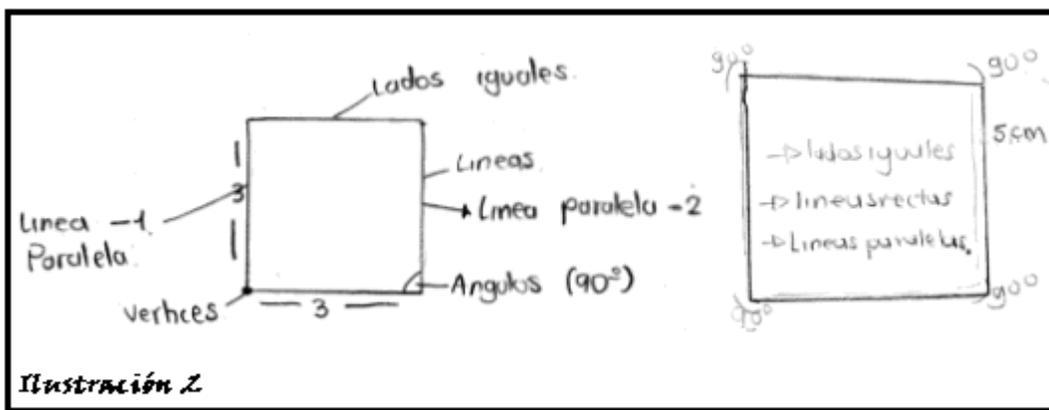
De acuerdo a la información proporcionada por las encuestas, se pudo categorizar dos tipos de respuesta sobre dichos elementos, una en la que se resaltó el cuadrado como cuadrilátero con cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos, y otra en la que se enfatizó como la figura geométrica de cuatro lados iguales con relaciones de perpendicularidad y paralelismo entre ellos. Un aspecto a destacar fue la representación gráfica que hicieron los estudiantes del cuadrado, pues a pesar de que expresaron la congruencia de sus lados y sus cuatro ángulos rectos, no todos los dibujos fueron acordes a ello; de hecho, algunos estudiantes lo hicieron a pulso, dejando por fuera elementos básicos que le ayudarían en la representación gráfica como regla y escuadra. Es de anotar que se dieron casos

¹⁷ LANDAVERDE F.J. Cuadrado: paralelogramo que tiene los lados iguales y los ángulos rectos. Pagina 76.

en los que hicieron aclaraciones en el dibujo, como se puede observar en las siguientes gráficas:



Registro fotográfico del momento dos

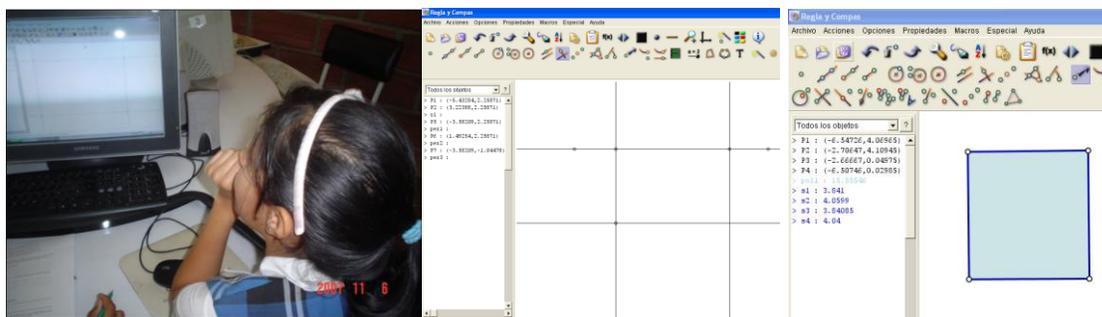


Registro fotográfico del momento dos

Estas ilustraciones muestran posibles esquemas de uso que pudieran desarrollar los estudiantes en la construcción del cuadrado, partiendo de las posibilidades que ofrece el software, los conocimientos previos aprendidos en el ambiente de lápiz y papel y las estrategias usadas por los estudiantes, por ejemplo: la ilustración 1, lleva a crear la hipótesis de que estos estudiantes desarrollaran esquemas de uso afines con segmento y polígono y la ilustración 2, hace pensar en esquemas de uso relacionados con la perpendicularidad y paralelismo.

En el momento tres se propuso un taller en el que los estudiantes debían construir un cuadrado de área 16 cm^2 utilizando el software R. y C., en él se esperaba ver reflejado el proceso de instrumentalización vivido en el momento uno; a partir de la interacción con la barra de herramientas en la elección de las opciones adecuadas para dicha tarea.

En la construcción del cuadrado la mayor dificultad radicó en el área que se le asignó, pues algunos estudiantes aplicaron la fórmula de área para hallar la longitud de los lados, pero al no encontrar una opción que les permitiera medir a la vez, la longitud de los cuatro lados iguales que formaban el cuadrado, usaron estrategias como opción cuadrícula, opción propiedades de recta-semirrecta-segmento y opción mover punto, para ponerle la longitud pedida al segmento. Otros estudiantes prefirieron hacer un cuadrilátero sin medida, usando la opción recta, opción perpendicular y opción polígono, para después modificarlo arrastrando los segmentos y/o los vértices por medio de la ventana de descripción permanente y la opción mover punto, con el objetivo de formar los ángulos rectos y lograr la congruencia de los lados como se aprecia a continuación:



Registro Fotográfico Del Momento Tres.

Todas estas estrategias de construcción utilizadas por los estudiantes y registradas en el proceso de construcción del taller # 2, generaron diferentes esquemas de uso, que fueron categorizados en cuatro tipos: cuadrícula, perpendicular, paralela y segmento.

Cuadrícula:

1. Opción mostrar cuadrícula
2. Opción segmento, clic izquierdo en el punto de intersección de las coordenadas XY, se desplaza cuatro puntos hacia la derecha, doble clic izquierdo, se desplaza cuatro puntos hacia arriba, doble clic izquierdo, se desplaza cuatro puntos hacia la izquierda, doble clic izquierdo, se desplaza cuatro puntos hacia abajo y clic izquierdo.

Este esquema de uso, surgió porque la cuadrícula les permitió a algunos estudiantes asegurar la congruencia de los lados del cuadrado, y al pedirles que argumentaran su elección, se dieron dos respuestas:

- Cada cuadrado tiene un área de un cm^2 , luego cuatro cuadrillos por cuatro cuadrillos me dan 16 cuadrillos, que es el área que me están pidiendo.
- La cuadrícula está dividida en partes iguales, así que puedo medir la longitud de los lados, que sería cuatro cm.

Los que utilizaron este esquema, se asombraron cuando al arrastrar la construcción esta se perdió su forma de "cuadrado" no sabían que pasaba, se les preguntó entonces qué elementos además de los lados iguales habían tenido en cuenta para hacer el cuadrado, ellos reflexionaron sobre las relaciones de perpendicularidad y paralelismo, y decidieron aplicarlo para realizar una nueva construcción.

El resultado de este proceso en el que los estudiantes exhibieron esquemas de uso direccionados hacia una misma tarea, es denominado desde la génesis instrumental como proceso de instrumentación.

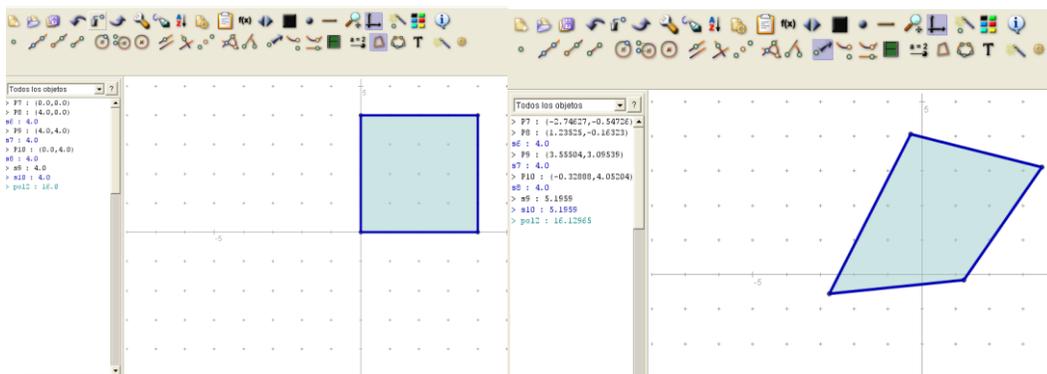


Ilustración: Deformación del Cuadrado Hecho con Cuadrícula.

Perpendicular

1. Opción recta
2. Opción perpendicular sobre la recta trazada, doble clic sobre la perpendicular trazada y doble clic sobre la perpendicular trazada.
3. Opción polígono, señala cada uno de los vértices consecutivamente, terminando con el vértice que empezó.
4. Clic derecho sobre el polígono, para que aparezca la ventana que permite conocer el área del polígono.
5. Opción mover punto, clic derecho sostenido para desplazar las rectas perpendiculares, hasta hallar el área solicitada, luego arrastra la construcción desde un vértice.

Este esquema de uso lo desarrollaron los estudiantes que centraron su mirada en los ángulos rectos y en el área del cuadrado, pasando a un segundo plano la congruencia de sus lados. El área la hallaron visualmente por medio de la ventana Descripción Permanente, arrastrando las rectas perpendiculares con la opción Mover Punto. Al arrastra la construcción desde uno de sus vértices la figura tomó una nueva forma, llevando a los estudiantes a deliberar sobre las características del cuadrado que no se habían tenido en cuenta, a repasar la construcción con la opción revisar construcción y a diseñar una nueva estrategia para la tarea propuesta.

Paralela

1. Opción recta.
2. Opción recta paralela, clic izquierdo señalando la recta y clic izquierdo señalando el lugar por donde desea trazar la paralela.
3. Opción recta, clic izquierdo sobre cada recta por el punto donde se quiere trazar.
4. Opción recta paralela, clic izquierdo sobre la recta a la que se desea trazar la recta paralela.

5. Opción segmento, clic derecho- longitud igual a 4- fijo, sobre la primera recta, luego repiten el proceso sobre la última recta paralela trazada.
6. Opción Mover Punto, desplazan las rectas hasta que queden a una distancia de de cuatro entre las paralelas, arrastran la construcción desde un vértice.

Este esquema se centró en el paralelismo y la congruencia de los lados, sin tener en cuenta la relación de perpendicularidad existente en esta figura geométrica, luego al utilizar la opción Mover Punto la figura cambió de forma.

Segmento

Opción segmento, clic derecho-longitud igual a 4- fijo, clic izquierdo en un extremo del segmento, clic derecho sobre el segmento- longitud igual a 4 – fijo, clic izquierdo en un extremo del segmento- clic derecho-longitud igual 4- fijo, clic izquierdo en un extremo del segmento, clic derecho sobre el segmento- longitud igual a 4 – fijo. Opción Mover Punto.

Este esquema se centró en la congruencia de los lados, relacionándolo con las representaciones gráficas que se hacen en el ambiente de lápiz y papel, tal como se aprecian en algunas ilustraciones anteriores, ello lleva a plantear que posiblemente la perpendicularidad está asociada a la forma “esquina”.

En el momento cuatro, se realizó una socialización dirigida por el docente referente al taller tres, donde los estudiantes comentaron las dificultades que tuvieron en la construcción, tales como, las medidas de los segmentos de longitud cuatro, y la comprensión respecto del porque se dañaba el cuadrado, a pesar de tener en cuenta la perpendicularidad, el paralelismo y controlar las medidas iguales de los lados con la ventana de descripción permanente.

En cuanto hallar la medida de los segmentos, los estudiantes que en su esquema de uso incorporaron esa acción, explicaron a los demás como hacerlo y frente a la

deformación del cuadrado, se les propuso confrontar los esquemas de uso que ellos aplicaron, con el siguiente esquema:

1. Traza una recta l , etiqueta los dos puntos que la determinan con las letras A, B.
2. Traza una perpendicular l' a la recta l , utilizando la opción perpendicular bisector.
3. Halla el punto de intersección entre las rectas trazadas en el numeral 1 y 2, etiquétalo con la letra O.
4. Utilizando la opción compás, traza una circunferencia de radio AO.
5. Halla los puntos de intersección entre la circunferencia AO las rectas l , y l' , etiquétalos con las letras C, D.
6. Traza una recta paralela a l' por B, y otra a l por el punto C.
7. Halla el punto de intersección entre las rectas trazadas en el numeral 6 y etiquétalo con la letra E.
8. Determina los vértices C, E, B, O del cuadrado que se generó.
9. Utiliza la opción polígono marca los vértices del cuadrado que se generó en el numeral 8
10. Utiliza la opción: mover un punto y observa que pasa con la construcción.

Los estudiantes se vieron impactados cuando al usar la opción mover punto, al arrastrar la figura desde uno de sus vértices no se deformó, de este modo los estudiantes comprendieron que las opciones compás y círculo daban garantía sobre la congruencia de los lados.

A continuación se presenta el proceso vivido por un estudiante durante la intervención, al que denominaremos estudiante -A-.

Respuestas dadas por el estudiante -A- en el desarrollo del taller # 1: "Acerquémonos al software R. y C. ", cuando se le plantearon los siguientes interrogantes:

1. exploración de las opciones que ofrece el software
2. Construye todas las rectas que pueden pasar por un punto dado. ¿Cuántas rectas pueden pasar por dicho punto? ¿cómo puedes arrastrar todas las rectas a la vez?
3. Dado dos puntos A y B , traza una recta m que pase por esos dos puntos. ¿Cuántas rectas pueden pasar por A y B ?
4. ¿Cuántas rectas pueden pasar por tres puntos que no estén alineados? ¿Qué puedes concluir?
5. Utiliza la opción recta, semirrecta y segmento y describe sus diferencias, ahora; arrastra los puntos que definen a la recta, a la semirrecta y al segmento. ¿Qué diferencias o semejanzas encuentras?
6. Halla la medida del segmento y arrastra nuevamente cualquiera de los puntos que lo definen. ¿Qué sucede?

Desarrollo

2. Pueden pasar infinitas rectas, las rectas se pueden arrastrar moviendo el punto.
3. 1R/: Pueden pasar muchas rectas, son infinitas
 2R/ No puede pasar ninguna, porque tiene que estar alineados los puntos
 3R/: Que para formar una recta debemos tener puntos que estén alineados entre sí
4. Recta: Definida por dos puntos y es infinita
 Semirrecta: comienza desde un punto, es infinita hacia una dirección
 Segmento: está limitado por dos puntos

Análisis: Cuando se le plantea que explore el software, se está dando inicio al proceso de instrumentalización. En esta exploración el estudiante conoce las opciones que le ofrece la barra de menú, hace aplicaciones de algunas de ellas para resolver la actividad propuesta y comienza a entender su funcionamiento.

Se puede observar entonces que el estudiante logró establecer una comunicación mutua con el software incorporándolo en su tarea, como ejemplo miremos los esquemas de uso exhibidos en los numerales dos y tres respectivamente:

- Opción punto- opción recta - clic izquierdo señalando el punto de origen- clic izquierdo sobre el espacio para determinarla por un segundo punto- opción mover un punto- clic izquierdo sobre el punto de intersección de las rectas.

Esquemas de uso que llevó al estudiante a concluir: que por un punto pueden pasar infinitas rectas. Es decir estos esquemas produjeron una acción instrumentada.

- Opción recta- clic izquierdo sobre cada uno de los puntos para definirla- clic derecho sobre uno de los puntos para etiquetarlo con la letra A- clic derecho sobre el otro punto para etiquetarlo con la letra B.

Sucesión de acciones que justifican su respuesta, debido a que el software permite sobreponer rectas originadas desde los mismos puntos y no distingue una de otra cuando se arrastran con la opción Mover Punto.

Ahora miremos la solución que dio a la encuesta.

De acuerdo a tus conocimientos responde:

1. ¿Conoces un cuadrado? Si.

2. Descríbelo:

Un cuadrado es una figura geométrica que consta de cuatro lados, es una figura plana, en el se pueden formar ángulos, tiene diferentes tamaños.

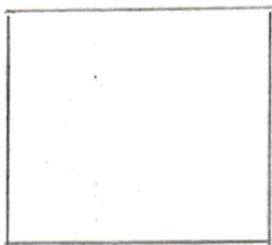
3. ¿Por qué puedes garantizar que una figura es un cuadrado?

Podemos garantizar que una figura es un cuadrado porque al verla podemos observar que tiene sus cuatro lados y hay que saberla mirar para no confundirla con el rectángulo.

4. ¿cuáles son sus elementos constitutivos?

Los ángulos, los lados, las líneas paralelas, etc.

5. Representalo:



Análisis: lo escrito por la estudiante, deja ver que tiene una concepción de cuadrado basada en la congruencia de los lados y en la forma, de donde se puede predecir que los esquemas de uso que desarrollará cuando lo construya mediante el software R. y C., estarán relacionados con opciones como: cuadrícula, segmento de medida fija y compás.

En el momento 3 cuando se le pidió que construyera un cuadrado de área 16cm^2 , esto fue lo que hizo:

a) De acuerdo con tus conocimientos y utilizando las herramientas que ofrece el software R y C, construye un cuadrado que tenga como área 16 cm^2

b) Describe el proceso de construcción.

Utilizamos la opción de cuadrícula y por medio de la opción de segmento construimos el cuadrado con ambas opciones, teniendo en cuenta su área de 16 cm^2 .

c) Oculta la construcción y ahora; constrúyelo utilizando la opción polígono.

d) ¿Qué puedes concluir? Que al utilizar la opción del polígono nos damos cuenta que lo realizado en el primer punto no es un cuadrado sino un dibujo porque al arrastrar uno de sus puntos el "cuadrado" se daña.

Análisis: La estudiante desarrolló el esquema de uso que anteriormente denominamos Cuadrícula, ello le generó una problemática sobre la construcción: si había tenido en cuenta todos los elementos constitutivos del cuadrado, ¿por qué al momento de usar la opción Mover Punto no se conservaban las propiedades invariantes del mismo, y se alteraba su forma? Este ambiente de geometría dinámica obliga a la estudiante a pensar las relaciones de perpendicularidad y paralelismo existentes en la figura geométrica cuadrado, llevándola a buscar otras estrategias de construcción en las que desarrollaría nuevos esquemas de uso o a involucrar los propuestos por sus compañeras.

6. CONCLUSIONES

1. Uno de los primeros esquemas de uso exhibidos en la tarea propuesta fue la de construcción del cuadrado por segmentos sucesivos, lo que lleva a pensar que trasladaron al ambiente de geometría dinámica los esquemas de uso que traían incorporados en el ambiente de lápiz y papel. Esto implica que el concepto de cuadrado que subyace en el ambiente de lápiz y papel, en su generalidad se refiere a la figura geométrica de cuatro lados iguales y ángulos rectos; dejando de lado la relación de perpendicularidad y paralelismo que es fundamental en el software.
2. Dada la complejidad de caracterizar una génesis instrumental, lo cual implica tener en cuenta factores de tipo temporal, individual, social, matemático; con este trabajo se logró determinar algunos esquemas de uso como: construcción por segmentos sucesivos, construcción por opción cuadrícula, construcción por opción circunferencia y construcción con rectas perpendiculares; que fueron equiparados con la acción instrumentada.
3. Se puede percibir entonces, que una Génesis instrumental con herramientas computacionales como el software R. y C., tiene un proceso individual y un proceso social, el primero requiere de tiempo e interacción con el instrumento mediador y se torna diferente dependiendo de las características del mismo y el segundo está asociado a esquemas convencionales de uso de la tecnología y a la socialización permanente, que se vive en el ambiente de aprendizaje sobre los esquemas de uso que se están utilizando para el desarrollo de las actividades. En estos procesos están involucrados los conocimientos previos del sujeto y los esquemas de uso adquiridos con otros mediadores, los cuales se ponen en acción al desarrollar una tarea determinada.

4. La caracterización de una génesis instrumental permite al docente, el diseño de actividades acordes al nivel de instrumentalización y de los conocimientos de los estudiantes.
5. Los esquemas de uso que exhiben los estudiantes están determinados por los conocimientos previos, las posibilidades que ofrece el software, y los esquemas convencionales de uso de la tecnología, ello hace que sea un proceso individual y social, donde está involucrado el tiempo de apropiación.
6. Los esquemas de uso a medida que evolucionan hacen emerger nuevas acciones instrumentadas, generando formas diversas de abordar objetos matemáticos, por medio de la confrontación con el saber previo y las posibilidades que ofrece el software.
7. En el horizonte conceptual se muestra un conjunto de posibilidades que fueron encontradas para construir el cuadrado. Sin embargo, en general los estudiantes desarrollaron el trabajo sobre la bases de muy pocos esquemas de uso debido al corto periodo de apropiación del software y a la concepción de la figura geométrica cuadrado trabajada en el ambiente de lápiz y papel. .

7. ANEXOS

ANEXO 1

TALLER # 1

ACERQUÉMONOS AL SOFTWARE R.Y.C

INSTITUCIÓN EDUCATIVA _____

NOMBRE _____

GRADO _____ FECHA _____

1. Explora las herramientas que ofrece el software R.Y.C.
2. Construye todas las rectas que pueden pasar por un punto dado. ¿Cuántas rectas pueden pasar por dicho punto? ¿cómo puedes arrastrar todas las rectas a la vez?
3. Dado dos puntos A y B , traza una recta m que pase por esos dos puntos.
¿Cuántas rectas pueden pasar por A y B ?
¿Cuántas rectas pueden pasar por tres puntos que no estén alineados?
¿Qué puedes concluir?
4. Utiliza la opción recta, semirrecta y segmento y describe sus diferencias, ahora; arrastra los puntos que definen a la recta, a la semirrecta y al segmento. ¿Qué diferencias o semejanzas encuentras?
5. Halla la medida del segmento y arrastra nuevamente cualquiera de los puntos que lo definen. ¿Qué sucede?

6. De acuerdo a las actividades realizadas, determinar si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos y justificar los enunciados falsos.
- Por un punto pasan siempre solamente cuatro rectas _____
- Por dos puntos sólo es posible hacer pasar una recta _____
- Dos puntos delimitan un segmento _____
- Una semirrecta es lo mismo que una recta _____
- Entre recta, semirrecta y segmento no existen diferencias _____
7. Traza una recta t , define un punto k , y traza una perpendicular a ella por el punto k .
8. Traza una recta paralela, a la recta t .
- ¿Qué características poseen dos rectas perpendiculares y dos rectas paralelas?
9. Dado un segmento, construye una circunferencia que tenga como radio la medida de dicho segmento.
10. Determina un punto sobre la circunferencia trazada en el numeral anterior y anímalo. ¿Qué sucede?

ANEXO 2

ENCUESTA

De acuerdo a tus conocimientos responde:

1. ¿Conoces un cuadrado?_____.

2. Descríbelo: _____

3. ¿Por qué puedes garantizar que una figura es un cuadrado?

4. ¿cuáles son sus elementos constitutivos?

5. Representalo

ANEXO 3

TALLER # 2: CONSTRUYAMOS UN CUADRADO.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA: _____

ESTUDIANTE: _____

GRADO: _____ FECHA: _____

ACTIVIDAD 1

a) De acuerdo con tus conocimientos y utilizando las herramientas que ofrece el software R. y C., construye un cuadrado que tenga como área 16 cm^2

b) Describe el proceso de construcción.

c) Oculta la construcción y ahora; constrúyelo utilizando la opción polígono.

d) ¿Qué puedes concluir? _____

ACTIVIDAD 2

Responde de acuerdo a tu construcción:

- a) ¿Cómo son los lados opuestos del cuadrado?
- b) ¿Cómo son los ángulos interiores?
- c) Traza las diagonales y halla su punto de intersección, luego mide desde cada vértice hasta el punto de intersección. ¿Qué puedes concluir?
-
-
- d) Mide el ángulo entre las diagonales. ¿cuánto mide cada uno? ¿Qué concluyes?
-
-
- e) Aplicando el arrastre sobre los objetos de la construcción, observa cuáles características del cuadrado se conservan. ¿Qué concluyes?

8. BIBLIOGRAFÍA

Balacheff, N Y Kaput, J (1996). Computers - based learning environment in mathematics. En Bishop et al (eds) International Handbooh of Mathematics Education, Kluwer Academic Publishers.

Brunner J (1995). Desarrollo Cognitivo y Educación. Madrid: Ediciones Morata.

Ministerio De Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. Serie Lineamientos. Áreas Obligatorias y Fundamentales. Creamos Alternativas Soc. Ltda.. Bogotá, DC.

Ministerio De Educación Nacional (1999). Nuevas Tecnologías y Currículo de Matemáticas. Serie Lineamientos. Aleas Obligatorias y fundamentales. Punto Exe Editores. Bogotá DC.

Ministerio De Educación Nacional (2000). Documento del Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Fase Piloto. Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media, Ministerio de Educación Nacional, República de Colombia.

Rabardel, P (1999) Éléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques, in Bailleul des enseignants de mathématiques; rôle des instruments informatiques et l'écrit. Qu'apportent des recherches en didactique des mathématiques, pp203-213, ARDM (Association pour la recherche en didactique des mathématiques), Caen.

Truche, L. (2002) Geneses Instrumentales, Aspects Individuelles et Collectives. In D. Guin & L. Trouche (Eds.), Calculatrices Symboliques. Transformer un outil en un instrument du travail informatique: un problème didactique.

Vygostki, L. S., Leontiev, A. N., & Luria (1989) El proceso de formación de la psicología marxista. Moscú: Progreso.

Wertsch, J. V. (1998). Vygostki y la transformación social de la mente. (J. Zanón & M. Cortés, Trans. 1 ed.). Barcelona. Paidós

Psicopedagogía. Tomado el 7 de marzo de 2008 de:
<http://www.psicopedagogia.com/articulos/?articulo=379>

Piaget. Tomado el 25 de marzo de 2008 de:
<http://www.monografias.com/trabajos16/teorias-piaget/teorias-piaget.shtml>

Psicología. Tomado el 25 de marzo de 2008 de:
<http://www.eljuegoinfantil.com/psicologia/evolutiva/inteligencia/piaget.htm>

RyC java. Tomado el 25 de marzo de 2008 de:
<http://matematicas.uis.edu.co/~marsan/geometria/RyC.htm>