

**EL USO DEL JUEGO COMO MEDIADOR EN LA CONCEPTUALIZACIÓN DE LAS  
ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS**

**LUIS OSCAR ALZATE ZAPATA  
LEYDYS DIANA PÉREZ AGUADO  
ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ SÁNCHEZ  
SANDRA LILIANA RESTREPO VALENCIA**

**ASESORA:**

**Olga Emilia Botero Hernández**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS  
MEDELLÍN  
2013**

**EL USO DEL JUEGO COMO MEDIADOR EN LA CONCEPTUALIZACIÓN DE LAS  
ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS**

**LUIS OSCAR ALZATE ZAPATA  
LEYDYS DIANA PÉREZ AGUADO  
ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ SÁNCHEZ  
SANDRA LILIANA RESTREPO VALENCIA**

**Trabajo de grado para obtener el título como licenciados en  
Educación básica con énfasis en matemáticas**

**ASESORA:**

**Olga Emilia Botero Hernández**

**UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS ARTES  
LICENCIATURA EN EDUCACIÓN BÁSICA CON ÉNFASIS EN MATEMÁTICAS  
MEDELLÍN  
2013**

## **AGRADECIMIENTOS**

Al rector Uries Ovalle de la Institución Educativa Jaime Arango Rojas sede Machado, de igual forma, al coordinador de la escuela José Alberto García y a los cooperadores Luz María Velásquez Patiño, Paula Andrea Suarez Palacios, Héctor Enrique Martínez Jaramillo por facilitar su espacio y hacernos parte de su comunidad educativa en el tiempo de nuestra práctica profesional.

Al grupo de estudiantes del grado cuarto de la institución que participaron en este proyecto de investigación.

A la Universidad de Antioquia a través de la facultad de educación en el programa de licenciatura en educación básica con énfasis en matemáticas por habernos brindado su conocimiento en nuestro proceso de formación académica.

A nuestra asesora de práctica Olga Emilia Botero Hernández por la paciencia, el tiempo, su dedicación para con nosotros y los aportes recibidos durante este proceso de investigación.

A todas las personas que nos acompañaron, colaboraron y aportaron sus conocimientos para el desarrollo de este proyecto de investigación. Principalmente a nuestras familias quienes con su paciencia, apoyo incondicional, sacrificios y lucha constante hicieron de este proceso un sueño hecho realidad.

Y a Dios por habernos ayudado durante estos años, el sacrificio fue grande pero siempre nos dio la fuerza necesaria para continuar.

## TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO .....	4
INTRODUCCIÓN .....	6
OBJETO DE ESTUDIO .....	8
<u>Problema de investigación.</u> .....	8
PROPÓSITOS .....	9
<u>General</u> .....	9
<u>Específicos</u> .....	9
<u>Pregunta orientadora</u> .....	9
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA .....	10
<u>Consideraciones iniciales.</u> .....	10
<u>Teoría de la actividad</u> .....	11
<u>Estructuras multiplicativas</u> .....	12
<u>Isomorfismo de medidas</u> .....	13
<u>El juego en el marco escolar</u> .....	15
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	17
<u>Método de investigación</u> .....	17
<u>Acerca de los participantes</u> .....	18
<u>Población</u> .....	19
<u>Macro contexto</u> .....	20
<u>Infraestructura</u> .....	20
<u>La planta docente</u> .....	21
<u>Los estudiantes.</u> .....	21
<u>Entorno socio - cultural</u> .....	21
<u>Relación docente - estudiante:</u> .....	22
<u>Metodología.</u> .....	23
PROPUESTA DE INTERVENCIÓN .....	24
<u>Juegos Propuestos</u> .....	24
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN .....	31
CONCLUSIONES .....	38
LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN .....	39
BIBLIOGRAFÍA .....	40
ANEXOS .....	42

## ÍDICE DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1 : Esquema Multiplicación .....	13
Ilustración 2: Esquema División Tipo 1 .....	14
Ilustración 3: Esquema División Tipo 2 .....	14
Ilustración 4: Esquema de Regla de Tres.....	14
Ilustración 5: Sumas iguales Estefanía .....	34
Ilustración 6: Comparación entre espacios de medidas de Juan.....	35
Ilustración 7: Ruleta de pesos lanzada por Juan.....	36

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Análisis multiplicativo .....	15
Tabla 2: Situación de Juego 1.....	32
Tabla 3: Situación de Juego 2.....	34
Tabla 4: Esquema utilizado por Estefanía luego de haber jugado varias veces .....	36

## INTRODUCCIÓN

La práctica pedagógica es un espacio de socialización, reflexión y contextualización de las vivencias observadas en una institución determinada. En la práctica docente, realizada en la Institución Educativa Fontidueño Jaime Arango Rojas sede machado del municipio de Bello, se ha evidenciado (por medio de las evaluaciones que se han hecho a lo largo del proceso de práctica), que la mayoría de estudiantes de grados segundo, tercero y cuarto, presentan algunas dificultades a la hora de comprender situaciones que involucren la multiplicación y la división.

Es por esta razón que nuestro trabajo de investigación estará enfocado en el estudio de las estructuras multiplicativas planteadas desde los campos conceptuales de Vergnaud<sup>1</sup>. Estamos convencidos que recurriendo al uso del juego como mediador para conceptualizar las estructuras multiplicativas, los estudiantes lograrán una mejor comprensión de este campo conceptual.

Creemos que si podemos dar cuenta en esta investigación de la forma en que los estudiantes conceptualizan las estructuras multiplicativas a través del juego, como una de las herramientas para la enseñanza de la multiplicación en primaria, podríamos tener más elementos para diseñar situaciones de aula que involucren el juego con mayor intencionalidad con el fin de orientar la enseñanza de las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y los procesos asociados al pensamiento multiplicativo. Ahora bien, en esta investigación, se propone un juego llamado “La Ruleta de Vergnaud”, para que seis estudiantes lo desarrollen a fin de observar y analizar cómo aporta a su conceptualización de las estructuras multiplicativas.

Esta investigación se basa en el paradigma cualitativo y fue llevada a cabo con un método etnográfico, pues permite analizar el grupo desde una perspectiva holística, ya

---

<sup>1</sup> Profesor de Investigación. Centro Nacional de Investigación Científica de París. Francia.

que cada elemento de la investigación se relaciona con todos los demás y adquiere su significado por esta relación (Martinez, 2008). Nuestro estudio se realizó bajo una mirada sociocultural, desde las perspectivas de autores como Radford (2006) y Moura (2010). Es por ello que esta investigación pretende dar un aporte a la conceptualización de las estructuras multiplicativas a través del juego, evidenciando las interacciones que los estudiantes establecen entre sí, para resolver las situaciones de tipo multiplicativo que planteamos.

## OBJETO DE ESTUDIO

### Problema de investigación.

Esta investigación surge como respuesta a una inquietud observada en el contexto de la práctica docente, la cual fue llevada a cabo en la Institución Educativa Jaime Arango Rojas sede Machado de carácter público del barrio Fontidueño del municipio de Bello. Basándonos en nuestro contacto con la institución y tomando como referente los documentos oficiales y la observación de algunas clases de matemáticas, descubrimos que los estudiantes sólo reciben un único modelo de estudio del pensamiento multiplicativo<sup>2</sup>, a pesar de que los requerimientos de los estándares básicos de competencias en matemáticas y del Ministerio de Educación Nacional, insisten en abordar variedad de estrategias y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas (MEN, 2006).

Consideramos que la conceptualización de las estructuras multiplicativas utilizando como mediador el juego en la escuela es importante, y más en el grado cuarto, donde el estudiante ya ha pasado por un proceso previo del aprendizaje desde la multiplicación, teniendo en cuenta que el juego es cultural e histórico en los seres humanos y los motiva a aprender (Caillois, 1994).

---

<sup>2</sup> Para Castro, Rico & Castro, existen varios tipos de modelos multiplicativos. En la Institución Educativa se hace énfasis en el modelo numérico. Como afirman estos autores: *“aparece cuando se considera en contexto estrictamente simbólico, y los números aparecen únicamente simbolizados.”*

## PROPÓSITOS

### General

Integrar el juego, como mediador, en la conceptualización de las estructuras multiplicativas, como una de las estrategias para su enseñanza y aprendizaje.

### Específicos

- Evidenciar, a través del juego: “La Ruleta de Vergnaud” cómo el estudiante se enfrenta a situaciones y problemas que involucran las estructuras multiplicativas.
- Determinar a partir de las interacciones entre los estudiantes, cómo comprenden las nociones de las estructuras multiplicativas (Magnitudes, espacios de medida y variación).

### Pregunta orientadora

Esta investigación pretende dar respuesta a la siguiente pregunta: ***¿Cuáles son los aportes del juego como mediador en la conceptualización de las estructuras multiplicativas en el grado cuarto de la institución educativa Jaime Arango Rojas sede Machado del municipio de Bello?***

## FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

### Consideraciones iniciales

En la práctica docente, el trabajo con las operaciones en la escuela se ha limitado a que los niños adquieran destrezas en las rutinas de cálculo con lápiz y papel a través de los algoritmos formales, antes de saber aplicarlas en situaciones y problemas prácticos, muchas veces sin comprender ni los conceptos que los fundamentan ni el significado de las operaciones.

“En relación con los algoritmos formales no vamos a extendernos, pues es uno de los aspectos del currículo más trabajados por los docentes en nuestro país. Se ha insistido, entre otros aspectos, en que se debe hacer énfasis en la comprensión de los conceptos subyacentes, en el uso de materiales físicos para crear modelos de los procedimientos, en conectar ese trabajo con materiales con los pasos a seguir en el algoritmo, en entender su utilidad en situaciones de la vida diaria y en desarrollar patrones de pensamiento” (MEN, 2008).

En esta sección se discuten algunas ideas que se consideran fundamentales en el desarrollo de esta investigación tales como: estructuras multiplicativas, la teoría de la actividad y el juego. Siendo estos elementos el soporte teórico de nuestro trabajo de investigación. El principal objetivo es usar el juego como recurso didáctico en la conceptualización de las estructuras multiplicativas.

## Teoría de la actividad

En nuestro trabajo investigativo tomaremos la teoría de la actividad como el soporte para el desarrollo del análisis de nuestra propuesta. Manoel Oriosvaldo De Moura (2010) afirma que la actividad de enseñanza es un modo de realización de la educación escolar procurando evidenciar la semejanza de esta actividad, con los procesos de formación de funciones psíquicas superiores, que se dan en la relación mediada por instrumentos culturales, de los sujetos con los objetos.

Esta investigación se basa en la actividad matemática y estudiaremos como objeto a las estructuras multiplicativas. Ahora bien, para la teoría de la actividad los objetos matemáticos son patrones fijos de actividad reflexiva incrustados en el mundo en cambio constante de la práctica social mediatizada por los artefactos (Radford, 2006). En este sentido artefactos se entienden por instrumentos, sistemas de signos y objetos que son parte constitutiva y circunstancial del pensamiento. Y es en el territorio de los artefactos<sup>3</sup> donde la subjetividad y la objetividad cultural se imbrican mutuamente y en el que el pensamiento encuentra su espacio de acción (Radford, 2006).

Consideramos que los estudiantes al enfrentarse al juego propuesto por nosotros llamado “La Ruleta de Vergnaud”, desarrollan individualmente las situaciones, pero son las interacciones entre ellos, el intercambio de signos culturales, de señales, de gestos, los que permiten que descubran aspectos que ellos mismos no pueden ver y generen nuevas visiones sobre sí mismos (Bajtín, 2009). Es decir, las situaciones planteadas en el juego, y las reglas mismas, irán desencadenando un entramado de interacciones que permitirá la objetivación de las situaciones multiplicativas; objetivación entendida como ese “proceso social de toma de conciencia progresiva del *eidos homérico*, esto es, de algo frente a nosotros, una figura, una forma algo cuya generalidad notamos gradualmente, al mismo tiempo que la dotamos de sentido” (Radford, 2006).

---

<sup>3</sup> Radford lo llama así parafraseando a Voloshinov (1973).

## Estructuras multiplicativas

Tal como se utiliza en la investigación educativa el concepto de estructura multiplicativa no es un concepto indefinido, aunque no siempre se utiliza con el mismo significado. El autor que ha utilizado el concepto de estructura multiplicativa con un significado más extenso ha sido Gerard Vergnaud (1991). La estructura multiplicativa se basa en la aditiva, pero hay aspectos intrínsecos de la estructura multiplicativa no reductibles a aspectos aditivos y estos son los propios de la estructura multiplicativa (Vergnaud, 1990).

El campo conceptual de las estructuras multiplicativas consiste en todas las situaciones que pueden ser analizadas como problemas de proporciones simples y múltiples para los cuales generalmente es necesaria una multiplicación, una división o una combinación de esas operaciones. Varios tipos de conceptos matemáticos están involucrados en las situaciones que constituyen el campo conceptual de las estructuras multiplicativas y en el pensamiento necesario para dominar tales situaciones. Entre tales conceptos están el de función lineal, función no lineal, espacio vectorial, análisis dimensional, fracción, razón, tasa, número racional, multiplicación y división.

La función lineal en el aprendizaje de las estructuras multiplicativas permite mostrar un avance en el dominio de situaciones, es decir, al afrontar los estudiantes una misma situación de tipo multiplicativo, muestra las diferentes maneras para abordar el problema. En ese sentido, al tratar los estudiantes con situaciones de tipo multiplicativo, se muestran las propiedades de la linealidad como estructura matemática.

Vergnaud (1991) plantea que la multiplicación, por ser una relación cuaternaria se define de la siguiente forma; dos cantidades son medidas de un cierto tipo y el resto son medidas de otro tipo. Vergnaud (1991) señala que la función lineal se hace evidente como un operador funcional (representa el coeficiente de la función lineal entre los dos espacios de medida), afirmando que si no se tiene en cuenta este análisis, no es posible considerar los procedimientos utilizados por los estudiantes en situaciones que incluyan la multiplicación.

Nuestro referente teórico sobre la multiplicación está basado en la teoría expuesta por Gérard Vergnaud citado por Botero en su tesis:

*“La conceptualización puede ser más compleja que la de la adición y la sustracción, puesto que en estas operaciones se establecen relaciones entre dos conjuntos similares, mientras que en la multiplicación y en la división las relaciones se establecen entre cada uno de los elementos de un conjunto con subconjuntos equivalentes de otro conjunto. Es por esto que las operaciones en cuestión no se conciben de forma exclusiva como una adición abreviada de sumandos iguales, ni como una repartición simple, sino que por el contrario, se plantean para ellas varios modelos en los cuales se destaca el carácter discreto de las magnitudes involucradas y la relación de covariación que se establece entre las variables”.* (Botero, 2006, págs. 20-21).

Existen algunas clases en los problemas de tipo multiplicativo, entre los que destaca el *isomorfismo de medidas* y el *producto de medidas* (Vergnaud, 1991). Para nuestro estudio nos enfocaremos en el isomorfismo de medidas que explicaremos a continuación.

### **Isomorfismo de medidas**

El isomorfismo de medidas para Vergnaud consiste en una estructura que establece una proporción directa simple entre dos espacios de medida. En ella se presenta cuatro subclases de problemas; uno de multiplicación y dos de división, y otra llamada regla de tres.

En la multiplicación, el esquema es el siguiente (siendo  $M_1$  y  $M_2$  dos espacios de medida distintos):

Ilustración 1 : Esquema Multiplicación

$$\frac{M_1 \text{ — } M_2}{1 \text{ — } a}$$

...

$$b \text{ — } x$$

En la división de primer tipo, el esquema es el que se presenta a continuación, y consiste en hallar el valor unidad  $f(1)$  conociendo “a” y  $f(a)$ .

Ilustración 2: Esquema División Tipo 1

$$\frac{M_1 \text{ — } M_2}{1 \text{ — } x = f(1)}$$

...

$$a \text{ — } b = f(a)$$

En la división de segundo tipo, el esquema se ve reflejado como sigue, y consiste en hallar  $x$  conociendo  $f(x)$  y  $f(1)$ .

Ilustración 3: Esquema División Tipo 2

$$\frac{M_1 \text{ — } M_2}{1 \text{ — } a = f(1)}$$

...

$$x \text{ — } b = f(x)$$

La regla de tres, se esquematiza de la siguiente forma:

Ilustración 4: Esquema de Regla de Tres

$$\frac{M_1 \text{ — } M_2}{a \text{ — } b}$$

...

$$c \text{ — } x$$

Vergnaud, citado por Castro & Rico (1995), menciona que los problemas de multiplicación y división son casos simples de los problemas de regla de tres, y se

distinguen de estos en que pone en juego cuatro cantidades, pero en los problemas más simples se sabe que una de éstas es igual a uno.

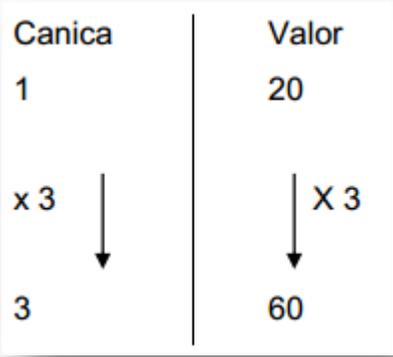
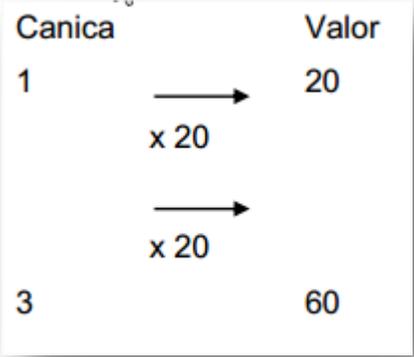
En el isomorfismo de medidas se destacan dos análisis:

*El análisis vertical:* (también llamado escalar) Se ocupa de las variaciones que se encuentran al interior de una misma categoría de medidas.

*Análisis horizontal:* (también llamado funcional) Se realiza entre magnitudes diferentes y se centra en la noción de operador – función que permite pasar de una categoría a otra, y por ende, permiten analizar las relaciones de covariación entre ambos espacios de medidas. (Botero, 2006).

Visto de otro modo, veamos en la siguiente tabla lo que queremos expresar:

Tabla 1: Análisis multiplicativo

Análisis Vertical	Análisis Funcional
	
Magnitud (veces)	Espacio de Medida

### El juego en el marco escolar

*“... El juego, en su aspecto formal, es una acción libre ejecutada "como si" y sentida como situada fuera de la vida corriente, pero que, a pesar de todo, puede absorber por*

*completo al jugador, sin que haya en ella ningún interés material ni se obtenga en ella provecho alguno, que se ejecuta dentro de un determinado tiempo y un determinado espacio, que se desarrolla en un orden sometido a reglas y que da origen a asociaciones que propenden a rodearse de misterio o a disfrazarse para destacarse del mundo habitual* (Huizinga, 1938). En su obra *Homo Ludens*, Huizinga (1938) plasmó todo su estudio sobre los juegos, mostrando la importancia que este tiene para la conformación de la cultura. Afirma que el juego no puede reducirse a la niñez, ya que tiene un trasfondo más complejo.

El juego como tal, está sometido a reglas y estas definen lo que es o no es *juego*, es decir lo permitido y lo prohibido (Caillois, 1994) Otros autores, como Carlos Jiménez (2003) reconocen que el juego prefigura todas las formas de existencia y les otorga sentido. El juego permite a las personas que lo practican emular ciertas actividades y comportamientos que no son posibles realizarlos en un contexto más real. Al enfrentarse a esta acción, los sujetos deben adaptarse a unas reglas establecidas por el juego, o por ellos mismos para poder competir entre sí. Cabe anotar que la interacción entre los participantes hace que se genere una especie de conocimiento colectivo, que a su vez ayuda a cada sujeto a comprender las reglas allí establecidas y adaptarse a ellas.

En el plano psicológico, existen cuatro cuadrantes de los que el juego se nutre, como lo afirma Wilber, citado por Jiménez (2003): *lo intencional*: que corresponde a lo subjetivo, al deseo. *Lo conductual*: es lo objetivo, lo neuronal. *Lo cultural*: es el cuadrante correspondiente a lo sociológico. *Lo social*: corresponde al aspecto antropológico del juego. Por el tiempo y el enfoque de este estudio, consideramos los dos últimos como relevantes para la realización de nuestra investigación. En lo que respecta al juego en el marco cultural y social, Wilber (2003), afirma que “el juego en un contexto cultural, está enmarcado por un amplio repertorio de saberes, prácticas, lenguajes y significados culturales que lo determinan y tienen relación directa con la esfera de lo social”.

Para concluir nuestro marco teórico, consideramos que la relación que se establece entre los tres conceptos claves de nuestra investigación (teoría de la actividad,

estructuras multiplicativas y juego) está enmarcada por el eje cultural que representa el juego y este a su vez, permite que entre los estudiantes se genere esa interacción y propicie mediaciones, elementos claves en la teoría de la actividad, y con relación a las estructuras multiplicativas, generar a través de la actividad, las relaciones multiplicativas en torno a problemas y situaciones que proponemos en el juego.

## METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

### Método de investigación

Este estudio está enmarcado dentro de un enfoque cualitativo de la investigación; influenciado por trabajos de investigadores como Vergnaud (1991), Radford (2006), Botero (2006), entre otros; Con el fin de entender y analizar las acciones y la interacción de los estudiantes cuando se enfrentan a situaciones o problemas que necesitan de una multiplicación, una división o la combinación de ambas utilizando como mediador el juego para la conceptualización de las estructuras multiplicativas. Los métodos y técnicas utilizados en esta investigación fueron: la observación y la entrevista, siendo la primera apoyada a través de video-grabaciones y anotaciones de lo que sucede en el proceso con los estudiantes. Teniendo en cuenta el hecho de que el ejercicio de observar es uno de los pilares fundamentales para el trabajo de análisis, ya que según Hugo Cerda (2011): “la observación exige una actitud, una postura y un fin determinado en relación con la cosa que se observa”. En nuestro trabajo de investigación nos apoyaremos en *la observación no participante*, ya que como observadores permanecemos ajenos a la situación que se observa.

Otra de las técnicas utilizadas para la recolección de la información corresponde a la entrevista, un método en el cual se le hacen preguntas a los entrevistados que en este caso son los estudiantes con el fin de obtener información específica y que sirve de apoyo a la técnica anterior, obteniendo así toda aquella información que no

logramos capturar con la observación. Cabe aclarar que las preguntas contenidas en la entrevista fueron de carácter abierto sin posibilidad de selección múltiple con el fin de obtener mayor variedad de información específica; para ello el tipo de entrevista escogida para esta investigación cualitativa es la *entrevista no dirigida*, planteada en los elementos de investigación de Hugo Cerda (2011), como: aquella, denominada no directiva, ya que posee un objetivo eminentemente exploratorio de las actitudes y sentimientos del entrevistado. Existe plena libertad por parte del entrevistador para hacer todo tipo de preguntas y estimar a la persona entrevistada, así como existe libertad de parte de éste para expresar sus sentimientos y opiniones.

Teniendo en cuenta que este tipo de entrevista exige gran habilidad intelectual y capacidad para comunicarse por parte del entrevistador, ya que a él le compete la tarea de crear un clima y una atmósfera facilitadora que incite y ayude al éxito de la entrevista (Cerda, 2011). Considerada este tipo de entrevista por parte de nosotros como investigadores como una de las técnicas más adecuadas para dar respuesta a nuestra pregunta de investigación.

Las entrevistas fueron grabadas en video y en audio, para recoger fielmente las expresiones (verbales y no verbales), las estrategias de solución y los razonamientos de los participantes. Una vez realizadas las entrevistas, éstas fueron transcritas para facilitar el análisis posterior. Los videos fueron observados por los miembros del equipo investigativo en forma individual y en equipo.

### **Acerca de los participantes**

Los participantes de esta investigación fueron seis estudiantes, tres niños y tres niñas (Patricia, Laura, Juliana, Esteban, Mario, y Juan)<sup>4</sup> con edades que oscilan entre los ocho y diez años, pertenecientes a los estratos socioeconómicos uno, dos y tres y que cumplían las siguientes características:

---

<sup>4</sup>Los nombres son seudónimos para proteger la identidad de los menores

- 1 Cursan cuarto grado de básica primaria (durante el año 2012).
- 2 Ya se habían iniciado en la conceptualización de las estructuras multiplicativas, pero sin incluir el juego como un mediador en el proceso de aprendizaje de las mismas. Esto se comprobó con los diálogos tanto con los estudiantes como con los maestros de primaria, con el plan de estudios, con las observaciones dentro del aula de clases y con las actividades relacionadas con las estructuras multiplicativas realizadas en el grado cuarto en el año 2012.
- 3 Tienen capacidad de comunicación y argumentación.
- 4 Estos estudiantes se sentían cómodos ante las cámaras; ya que las intuiciones de una persona solo se hacen evidentes a partir de las acciones y argumentos. Se necesitaba que estas acciones se hicieran explícitas en frente de las cámaras.
- 5 Todos los estudiantes elegidos manifestaron interés por participar en la investigación.
- 6 Se contó con la autorización por escrito de sus padres. Tanto a los padres como a los menores se les dio a conocer la propuesta de investigación y se obtuvo el respectivo consentimiento informado.

Tomando como base estos aspectos se seleccionaron los participantes de una población total de setenta y seis estudiantes aproximadamente. Estos estudiantes participaron de entrevistas no dirigidas, organizadas de tal forma que ellos estuvieran de manera individual.

Para estudiar las estrategias, análisis e intuiciones de los participantes en la solución de problemas y situaciones, que necesitan de una multiplicación o una división o la combinación de ambas para ser resueltas, se diseñó un instrumento denominado ***la ruleta de Vergnaud***.

## **Población**

Para tener un acercamiento al trabajo realizado en esta investigación consideramos necesario hacer una descripción del contexto como lo plantea Stake (1998):

“Para desarrollar una experiencia vicaria para el lector, para que tenga la sensación de "estar ahí", hay que describir bien el entorno físico. Los lugares de acceso, las habitaciones, el paisaje, los vestíbulos, su situación en el plano, la decoración. Debe existir un cierto equilibrio entre la unicidad y lo ordinario del lugar. Para la mayor parte de investigadores y de lectores, el espacio físico es fundamental para alcanzar los significados”.

### **Macro contexto**

La Institución Educativa Jaime Arango Rojas, está ubicada en la comuna 10 del municipio de Bello sede Machado, Fue creada en 1994, pasando de ser un anexo del colegio IDEM ZAMORA a convertirse en un liceo autónomo en sus procesos curriculares. Posteriormente en el año 2002 se anexan las dos secciones de primaria, la de MACHADO y la de FONTIDUEÑO. Su naturaleza es oficial de carácter mixto, maneja un calendario A con jornada diurna (la escuela funciona de 7: am – 12: m y 12:15pm – 5:15pm) y a través de los CLEI<sup>5</sup>jornada nocturna.

La institución está delimitada por muros que colindan con unidades de vivienda y una inspección de policía, en la parte sur posee una reja que restringe el acceso a las personas ajenas al centro educativo, y al norte está separada con un muro de la quebrada “la loca”, que a su vez divide los municipios de Copacabana y Bello.

### **Infraestructura**

---

<sup>5</sup>Ciclos Lectivos Especiales Integrados (Ministerio de Educación Nacional)

La planta física de la sede Machado está conformada por los siguientes elementos: en total tiene ocho salones de clase dotados con sillas y mesas para cada estudiante, de los cuales dos salones se encuentran ubicados en un segundo piso.

En el primer piso se encuentra la sala de informática con 24 equipos de cómputo, una impresora y acceso a internet. Igualmente encontramos, un aula de apoyo funcionando activamente; un comedor infantil con capacidad para atender a toda la población estudiantil; una biblioteca con un tablero electrónico; una sala de profesores; unidades sanitarias diferenciadas para hombres y mujeres; ubicados en sitios diferentes. Un patio para el recreo y actividades deportivas y culturales; zona verde con juegos infantiles; una tienda de comestibles para la comunidad educativa y una sala de coordinación con computador y fotocopiadora.

### **La planta docente**

La planta docente cuenta con diecisiete profesores, además una profesora de apoyo y una psicoorientadora. Existen en promedio treinta y cinco estudiantes por salón. Permanece un vigilante las veinticuatro horas, así como personal de aseo. De la tienda se encargan otras dos personas.

### **Los estudiantes**

La institución tiene una población de 257 estudiantes en la mañana y 261 en la tarde, para un total de 518 estudiantes distribuidos en catorce cursos; siete en la jornada de la mañana y siete en la jornada de la tarde. La sección Machado, donde llevamos a cabo la práctica, tiene su sección en solo primaria y desarrolla sus actividades académicas en ambas jornadas.

### **Entorno socio - cultural**

El entorno socioeconómico que gira alrededor de la institución pertenece a los estratos uno, dos y tres. El 20% de las familias poseen casa propia terminada. Otro 20% viven en casa propia incómoda y sin terminar, el 30% de las familias viven en casa alquilada y el 30% viven en tugurios. En cuanto al empleo el 30% lo tienen estable con salario mínimo, el 30% salarios estables con porcentajes o promedios menores que el salario mínimo y el 40% son desplazados (IEJAR, 2011).

En este orden de ideas, la comunidad en la cual se encuentra establecida la Institución Educativa Jaime Arango Rojas, presenta un marcado deterioro paulatino de la sociedad debido al aumento sin control de la población, esto se debe a la gran cantidad de jóvenes que quedan embarazadas a temprana edad, así como los desplazamientos de familias, sociedades conflictivas, desempleo, desnutrición y presencia de algunos grupos armados al margen de la ley. Los factores que inciden en la comunidad escolar son de tipo económicos, históricos, sociales, culturales y políticos que también están contemplados en el PEI de la institución. Cabe señalar que por los hechos ya mencionados se presenta deserción escolar (IEJAR, 2011).

### **Micro contexto**

Este ejercicio investigativo se desarrolló con los estudiantes del grado cuarto, cuya aula cuenta con dos sillas por cada mesa, un escritorio que permanece en un rincón donde se ubica el profesor encargado del curso, tiene un tablero acrílico, al fondo conserva un escritorio o una mini biblioteca donde se guardan los libros solamente de este curso, las paredes están decoradas con el horario, fechas de cumpleaños de los estudiantes e imágenes de santos religiosos.

### **Relación docente - estudiante:**

Aparte de enseñar, los docentes se dedican a dialogar con los estudiantes en las horas de descanso, realizan actos cívicos de acuerdo a la temática correspondiente, así mismo participan en reuniones con otros docentes, coordinador o padres de familia.

La relación de los profesores con los estudiantes está basada en el respeto, la tolerancia y el diálogo, lo que permite un entorno favorable para la sana convivencia. De igual manera se torna la relación entre la planta docente y el coordinador.

### **Metodología.**

En la institución y principalmente en los grados de tercero, cuarto y quinto de primaria, la actitud de los alumnos frente a la clase de matemáticas es pasiva, solo reciben información del profesor y se limitan a escribir en sus cuadernos lo que está en el tablero sobre los contenidos y no participan en la construcción del conocimiento.

Resuelven las situaciones o ejercicios de aplicación por repetición basados en unas reglas establecidas y sobre las cuales ya se sabe qué operación utilizar para llegar a la solución deseada.

## PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

Nuestra intervención en la escuela estuvo enmarcada por varias etapas, la primera correspondiente a la observación, obtuvimos un sin número de apuntes a través de diarios de campo donde nos dimos cuenta de los problemas que existían en los niños del grado cuarto para conceptualizar la multiplicación y la división. La segunda etapa fue trazar un plan para identificar qué tipo de juegos podrían ayudar a los niños a la conceptualización de lo que son las estructuras multiplicativas, a la vez que investigábamos al respecto. En una tercera etapa implementamos cuatro juegos, con ninguno de los cuales obtuvimos resultados deseados y que llevaron a la creación del juego “La ruleta de Vergnaud”.

### Juegos Propuestos

#### *Batalla Naval*

Similar al producto de medidas<sup>6</sup> pero sin efectuar problemas, sólo se calculaban magnitudes abstractas. Los jugadores que debían participar eran dos, el objetivo era hundir la flota enemiga, cada una de estas flotas se componía de un portaaviones que ocuparía cinco casillas del plano, dos acorazados que ocupaban cada uno cuatro casillas, dos submarinos, cada uno de tres casillas y tres barcos, cada uno dos casillas. Cada jugador colocaba sus barcos en las casillas del tablero (*Cada jugador tenía su propio tablero*). El tablero de un jugador no era visto por el otro jugador. Al inicio el jugador decía las coordenadas a la cual deseaba atacar (un *número entre el 1 y el 9 en sentido horizontal y; un número entre el 1 y el 9 en sentido vertical*). Si en las coordenadas se encontraba un barco o parte de él, entonces el barco recibía el daño y

---

<sup>6</sup> Vergnaud (1991) Nombra al producto de medidas, a la multiplicación que se da en un plano cartesiano, teniendo en cuenta dos medidas diferentes. Ejemplo: Canicas y pesos.

el jugador daba una nueva coordenada. Si en las coordenadas no se encontraba un barco, entonces el otro jugador decía “AGUA” y habrá fallado el tiro. Cuando un barco recibía un daño en cada casilla que ocupa, entonces el barco se hundía. El otro jugador expresaba: “BARCO HUNDIDO”.

Todas las coordenadas se marcaban en el tablero, para que no se repitieran. Cuando la coordenada es un ataque del jugador se colocaba un punto o un círculo. Cuando la coordenada es un ataque contra el jugador se marcaba una equis en la casilla. Cuando el jugador decía sus coordenadas terminaba su turno. Ganaba el jugador que hundía primero los ocho barcos de su enemigo. Este juego se ubicaba en los juegos de estrategias y por lo tanto no aplicaba para nuestras intenciones como mediador para nuestro trabajo de investigación con las estructuras multiplicativas.

#### *El Computador De Papy:*

Este está basado en las regletas de Cuisiniere de las que toma el valor de sus colores, es un cuadrado dividido en cuatro partes iguales, también cuadradas con los siguientes colores: blanco, rojo, rosa y marrón, el material puede ser madera de balsa o cartón duro, cambiamos los colores de estos cuadrados para no vernos sujetos a los valores de las regletas, estableciéndolos así: verde, amarillo, azul y rojo, ampliamos así el objetivo de agrupar en base dos para poder hacerlo en todas las bases. La forma de funcionamiento del minicomputador está basada en la agrupación, bajo consigna y se considera que cada cuadrado tiene el valor que se le asigne según la base en que se opere. Regla fundamental: en cada cuadrado no puede haber un número igual o mayor al de la base tomada como modelo (Rios & Almeida, 2010).

El funcionamiento del minicomputador es como el de una máquina de transformar, de manera que en el primer cuadrado de la derecha entran las unidades, que agrupadas según la consigna dada constituyen una unidad de orden dos, y así sucesivamente. En base 3: cada 3 unidades en el cuadrado rojo, equivalen a una en el cuadrado azul, cuando éste esté ocupado por tres, equivaldrá a una en la posición amarilla. Por ende,

El niño con esta consigna, va entrando por el cuadrado rojo sus objetos y agrupándolos según la consigna establecida, hasta agotar todo el material expuesto. En este juego aunque se podía realizar operaciones con multiplicación, tampoco era adecuado para nuestro trabajo de investigación, por una parte no se podía trabajar con este juego, ya que las situaciones que se plantean en el campo de las estructuras multiplicativas no están presentes en este juego.

### *La caja de Mckinder*

A pesar que este juego establecía relaciones entre espacios de medida, se podía resolver en lo aditivo y no logramos llevarlo a lo multiplicativo. Este es un juego que consiste en diez receptáculos o cajas menores que se encuentran alrededor de un receptáculo o caja mayor, dispuesta en una base plana. Los receptáculos menores poseen elementos que representan cantidades unitarias (Jimenez P. , 2012), las cuales se van depositando en el receptáculo. ¿Cómo lo hicimos?: Empleamos: 10 cajas, 1 caja grande, semillas, botones, fichas o cualquier objeto que se pueda contar, cada caja representará los grupos formados.

Para cualquier estructura que se le esté enseñando a los niños/as, se puede organizar el juego de la siguiente manera: distribuya en grupos a los niños/as, a cada grupo de niños/as se le entrega una caja de Mackinder, colocar al lado del receptáculo central las tarjetas de situaciones y preguntas, proponga a los niños/as un criterio para ordenar los turnos, el niño/a a quien corresponda el primer turno, toma una tarjeta de situación y la resuelve empleando la caja de Mackinder, los demás niños/as deben estar atentos por si acaso éste comete errores y deben ayudarlo, pero al ayudarlo queda en desventaja con los demás. Una vez termine, continua el estudiante a quien le corresponde el siguiente turno. Este juego tampoco nos convenció, porque su intencionalidad apuntaba más hacia lo aditivo, a pesar de tener elementos donde se daban situaciones multiplicativas. Si un estudiante, utilizaba semillas para resolver la actividad, se puede acomodar a ese esquema y quedarse allí resolviéndolo siempre en forma de adición.

### *La tripleta*

Es un juego de cálculo de cantidades <sup>7</sup> Para elaborar el juego se requiere:

1. 49 fichas cuadradas de 10 x 10 cm.
2. el número 1 en 6 fichas
3. el número 2 en 6 fichas
4. el número 3 en 6 fichas
5. el número 4 en 6 fichas
6. el número 5 en 5 fichas
7. el número 6 en 5 fichas
8. el número 7 en 5 fichas
9. el número 8 en 5 fichas
10. el número 9 en 5 fichas

Hacen un total de las 49 fichas cuadradas. Ahora realizas 50 fichas pero circulares enumeradas del 1 al 50

Se trabaja en grupo de cinco alumnos y permite la adquisición de cálculo numérico. En este juego no se presentan situaciones para resolver, por lo tanto no llenó nuestra expectativa para lo que pretendíamos con las estructuras multiplicativas, pero si queda claro, que a través de todos estos juegos y algunos elementos de ellos nos sirvieron y nos dieron pautas para llegar a nuestro juego para el trabajo de investigación.

En la cuarta y última etapa, y luego de una profunda indagación y verificación de nuestras necesidades y las necesidades que queríamos construir para los estudiantes. Esto debido a que entre necesidad y motivo se da la actividad de aprendizaje o

---

<sup>7</sup> Este juego lo expusimos en el XIII encuentro de matemática educativa en Medellín Colombia.

necesidad de estudio, en términos de Davidov, (1988) citado por Moura (2010), quien afirma que “la necesidad de la actividad de estudio estimula a los estudiantes para asimilar los conocimientos teóricos y los motivos a asimilar los procesos de reproducción de conocimientos, por medio de acciones de estudio”. Teniendo en cuenta esto, encontramos que un poco de cada uno de los juegos de la tercera etapa podría aportar al nuevo juego. Este juego consistió en crear situaciones en tarjetas de tal modo que los estudiantes las resolvieran, insertando entre líneas el componente que Caillois (1994) denomina *alea*, es decir el azar, ya que sin él se podría tornar mecánica la resolución de las situaciones que allí plasmamos. Las tarjetas de situaciones contienen “espacios” que permiten al jugador tener siempre una magnitud diferente a pesar de que los espacios de medida sigan siendo los mismos. He allí el sentido del juego: que el estudiante logre conceptualizar las estructuras multiplicativas, identificando las magnitudes y los espacios de medida que entran en juego allí, e identificando las variaciones que intervienen en cada situación.

Partiendo de la premisa de que el juego es un valioso instrumento de enseñanza, al posibilitar el desenvolvimiento cultural de los educandos (Ritzmann, 2009), para la planeación de esta actividad, tuvimos en cuenta algunos aspectos constituyentes de toda *Actividad Orientadora de Enseñanza* (Moura M. O., 2010). La intencionalidad fue uno de los aspectos que tomamos, pues pretendíamos que el juego hiciera las veces de mediador para propiciar la conceptualización de las estructuras multiplicativas. Nuestro propósito con este juego fue crear en el estudiante un motivo especial para su actividad, en tanto buscábamos que la competencia y el deseo natural de ganar permitieran al estudiante buscar acciones que lo condujeran la solución de situaciones que se encuentran en su entorno.

El juego fue llamado por nosotros: “La Ruleta de Vergnaud”. Ruleta porque para resolver las situaciones creamos dos ruletas: una “numérica” que puede ser magnitud de cantidad o de dinero según la situación y la otra ruleta referida a los pesos (dinero colombiano) en cantidades que se relacionara con situaciones que planteamos y que tuvieran que ver con dinero. La razón por la que no elegimos otro tipo de magnitud fue

por la cantidad de ruletas que haríamos y la razón de que esta investigación debe hacerse en un tiempo reducido.

Este juego consiste en dos ruletas, billetes, fichas y tarjetas. Las indicaciones son las siguientes:

- Se reúnen tres estudiantes y se les reparte a cada uno \$ 252.000 en dinero de juguete.
- Los estudiantes eligen los turnos para participar.
- El estudiante que inicia el juego elige una tarjeta que contiene una situación.
- Procede a leerla en voz alta.
- Elige la ruleta que cree sea la más apropiada para completar la situación y poderla resolver.
- La magnitud llenará el espacio que se encuentra en la situación que leyó.
- El estudiante tiene un minuto para resolver la situación.
- Si pasado el minuto el estudiante no resuelve la situación, y otro compañero logra dar respuesta correcta y sustentarla a los participantes de por qué si es así, perderá el valor correspondiente a la respuesta correcta.
- Si la resuelve no pierde dinero.
- Luego se procede al siguiente participante. Y así sucesivamente.
- Ganará el juego quien obtenga la mayor cantidad de dinero posible.

Estas son las instrucciones que les entregamos a los estudiantes antes de iniciar el juego:

1. Selecciona una tarjeta y lee detenidamente la situación que allí aparece.
2. Lanza la ruleta apuntando al número que más te convenga según sea tu problema de la tarjeta. (existen dos ruletas: una con números y otra con pesos, tú escoges cuál de las dos debes lanzar).
3. A continuación con el número que cayó en la ruleta se completa el problema o la situación y se resuelve.
4. Gana quien haya quedado con el mayor número de dinero o fichas en su poder.

Con el apoyo de estas técnicas (entrevista no dirigida y observación no participante), se realiza el análisis que proporciona la información obtenida en el proceso de recolección, una vez analizada ésta, se selecciona aquella que sea relevante y aporte significativamente al proceso y progreso de la investigación.

En aras de analizar si lo que pretendíamos en un inicio, es decir, la conceptualización de las estructuras multiplicativas utilizando como mediador el juego, determinamos en nuestro trabajo tres categorías que permitieron clasificar los procedimientos empleados por los estudiantes a la hora de resolver situaciones que involucraban las estructuras multiplicativas y que dan cuenta del estado de conceptualización en el que los estudiantes se encuentran. Por efectos del tiempo y con el propósito de encontrar aspectos de interacción, en cada categoría analizamos una situación de juego, pues a partir de allí tomamos elementos conceptuales que posibilitan un análisis basado en los objetivos que nos planteamos inicialmente.

Cada situación de juego fue llamada por nosotros como *momentos* con el fin de ubicar al lector, y a su vez mostrar las relaciones multiplicativas que se daban en cada situación, para determinar cómo los estudiantes, se desempeñaban en cada problema y cambiaban, gracias su actividad, la forma de encontrar una solución que satisficiera a sus compañeros. Estos momentos fueron:

### **Momento 1**

Se compone por las estudiantes: Estefanía, Sara y Luisa. El juego en esta situación corresponde al de división tipo 1 (Castro, Rico, & Castro, 1995). (Ver anexo1).

### **Momento 2**

Juegan: Juan, Yefferson y Estefanía. Corresponde a la subclase de multiplicación (Ver Anexo 2).

### Momento 3

En este juego intervienen Alex, Juan y Estefanía. Es una situación de multiplicación. (Ver anexo 3).

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LA INFORMACIÓN

Teniendo en cuenta que nuestra investigación está sustentada bajo el paradigma cualitativo, con un enfoque etnográfico, desde la investigación no participante, analizamos las interacciones que se presentan entre los estudiantes al participar del juego planteado por nosotros llamado la ruleta de Vergnaud. Analizando los signos, gestos y acciones que los estudiantes realizaron con el fin de determinar la conceptualización de las estructuras multiplicativas que se dieron durante la actividad. Para este análisis utilizamos tres categorías que permiten identificar la forma en que los estudiantes resolvían las situaciones planteadas en el juego. La primera categoría la llamamos “operaciones al azar”, la segunda “relación de espacios de medida” y a la última categoría le dimos el nombre de “análisis escalar y/o funcional”.

La categoría “operaciones al azar”, la establecimos con el objetivo de determinar cómo los estudiantes resolvían las situaciones multiplicativas empleadas en el juego. Para tal efecto analizamos el momento 1 (anexo 1), correspondiente a uno de los juegos iniciales en los que participaron: Estefanía, Sara y Luisa. La situación correspondiente fue: *Ester quiere repartir sus caramelos con María y Carmen en partes iguales. Su Abuela le da \_\_\_\_\_ caramelos, ¿cuántos caramelos recibirá cada una?* En este primer momento del análisis, las magnitudes involucradas en la situación fueron: personas y caramelos, es decir, para resolver la situación los estudiantes necesitaban establecer la operación indicada, en este caso una división entre el número de caramelos que la abuela le da a Ester, y el número de personas que iban a obtener los caramelos. Para dar claridad a la relación multiplicativa que se da en la situación, realizamos la siguiente tabla.

Tabla 2: Situación de Juego 1

Niñas	Caramelos
1	X
3	<u>3</u>

El espacio correspondiente a la línea es el número obtenido en la ruleta. Esta situación representa una relación cuaternaria (Vergnaud, 1991). A la estudiante que le correspondió lanzar la ruleta para resolver la situación fue a Estefanía, sin embargo se notó insegura al elegir cuál de las dos seleccionar. Por lo tanto consideramos que Estefanía no tenía conocimiento de qué espacio de medida debía elegir para resolver la situación. Esto se torna evidente en L4 (ver anexo 1) cuando tímidamente señala con su dedo una de las dos ruletas mientras mira a Sara pidiendo su aprobación. Ese gesto nos permite identificar la dificultad que representa para la estudiante el hecho de tener que elegir ella misma el espacio de medida. Acto seguido, podemos notar cómo la estudiante muestra que no puede interpretar la información que se está suministrando en la situación. Esto lo deducimos, ya que al lanzar la ruleta numérica, Estefanía pregunta: ¿Qué hago? (véase L4). Es en este punto donde da inicio a lo que en la teoría de la actividad Leontiev (1993) llama plano de la interacción, pues Luisa, quien también participa del juego, le ofrece la posibilidad de ubicar el tres que le salió en la ruleta en el lugar de la “rayita”, y ante esta sugerencia Estefanía accede a reemplazar el número tres en lugar de la línea.

Cuando se dispone a operar Estefanía, establece una operación aditiva para resolver la situación como se nota en L8 ( $3+3=6$ ). Consideramos que Estefanía realiza una operación al azar para tratar de encontrar una respuesta que satisfaga a sus compañeras, sin embargo Luisa no está de acuerdo y realiza otro procedimiento. Le pregunta a Estefanía, cuál fue su resultado y esta, otra vez por azar responde “uno”, rápidamente Sara interfiere y desmiente el resultado de Estefanía, ya que inicialmente había manifestado que el resultado era seis. Luisa toma la palabra e intenta aclarar la situación. La estudiante utiliza un sistema de signos (sus dedos y su voz) para ir

contando el número de niñas y así poder operar las cantidades. Este ha sido uno de los aspectos que más resaltamos de esta investigación (L15), pues creemos que al enumerar de esa manera a las niñas y a su vez ir acumulando la cantidad, les está mostrando una forma de conteo que sus compañeras no tenían presente en ese momento.

Ese sistema de signos le sirvió a Luisa para materializar y mediar su pensamiento (Radford, 2006). Sin embargo la estudiante relaciona erróneamente los espacios de medida, ya que en vez de dividir las cantidades, opta por multiplicarlas. La magnitud resultante al operar fue nueve, claro está al efectuar ( $3 \times 3 = 9$ ). Finalmente Estefanía y Sara están de acuerdo con la explicación de Luisa, en tanto confiaron en el procedimiento detallado de la situación, sin caer en la cuenta del error entre espacios de medida que estaba cometiendo.

Analicemos ahora la información obtenida en la segunda categoría denominada “relación de espacios de medida”. Para esto utilizaremos el momento número dos (ver anexo 2). Es válido anotar que entre este momento y el momento uno, habían transcurrido ya varios juegos, sin embargo, consideramos preciso analizar este en particular, ya que una de las estudiantes realizó una relación entre espacios de medida, como analizaremos a continuación. En este juego participaron Estefanía, Juan y Fernando. Cabe anotar que uno de los participantes (Juan) ha demostrado buena capacidad para resolver las situaciones que planteamos en los juegos y, entre otras estrategias, utiliza esquemas de relación entre espacios de medida que le permiten establecer el tipo de operación que debe realizar. Esta aclaración la hacemos ya que la interacción con un par más capacitado induce el desarrollo cognitivo en el estudiante que no tiene las habilidades en aquel momento (Tudge, 1993).

El juego se inició con una cortesía por parte de Juan al ofrecer el turno a Estefanía (L1), claro está con la aprobación de Fernando. He aquí un asunto inicial importante, un ambiente de cordialidad que permite evitar tensiones a la hora de jugar. Acto seguido Estefanía procede a tomar la tarjeta y leerla en voz alta: *Carlos quiere comprar una*

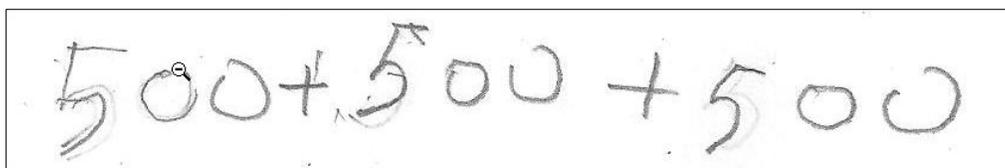
pizza por un valor de \_\_\_\_\_, si desea comprar tres pizzas ¿Cuánto debe pagar?  
Sorprende la velocidad en que Estefanía atina a lanzar la ruleta de pesos, pues en el momento 1 se notó insegura. En este orden de ideas, es conveniente mostrar la situación en una tabla como lo hicimos en el momento anterior para guiar al lector:

Tabla 3: Situación de Juego 2

Pizzas	Pesos
1	<u>500</u>
3	X

Este tipo de problema, se resuelve multiplicando el número de pizzas, en este caso tres, por el valor de una pizza. Esta situación corresponde a la subclase de multiplicación en el isomorfismo de medidas, así como lo expresa Vergnaud (1983 ) citado por Castro & Rico (1995). Estefanía no soluciona la situación de manera instantánea, pero sí se toma su tiempo para realizar las operaciones, entre tanto Juan le sugiere a Fernando que ubique el valor que salió en la ruleta en lugar de la rayita y empiece a resolver el problema (L7). Segundos después Juan anuncia el resultado del ejercicio (L8). Fernando no había hecho ninguna operación, ni evidenciado ningún registro, entonces siguió preguntando a su compañero, cómo lo había elaborado. Por su parte Estefanía, aunque estaba realizando una suma de cantidades iguales, no terminó. Esto se muestra en la figura:

Ilustración 5: Sumas iguales Estefanía

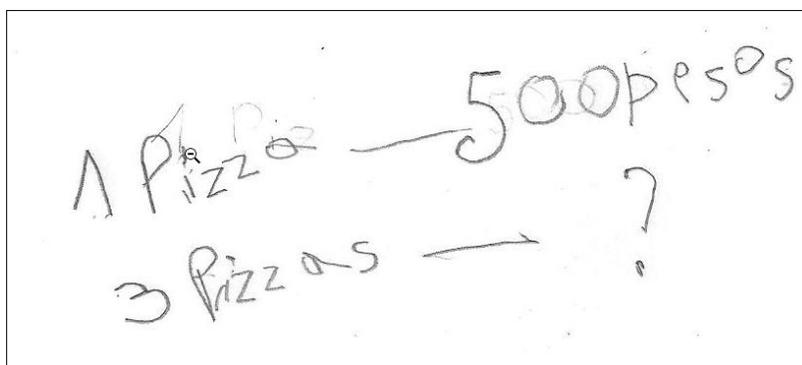


500 + 500 + 500

Es de notar que Estefanía aún no utiliza un análisis funcional o escalar, pero sí identifica la existencia de dos magnitudes que varían de forma simultánea, aunque utiliza para resolver el problema, las adiciones de sumandos iguales (Botero, 2006). El trabajo de interacción entre los estudiantes, ha permitido que Estefanía vaya

reconociendo, a medida que juega, qué espacio de medida es el que debe utilizar para rellenar el vacío que se plantea en la situación y a su vez empiece a reconocer la variación entre las magnitudes que se ponen en juego en el problema. Entre tanto Juan, respondiendo a la regla del juego, explica brevemente su estrategia (L12) para solucionar la situación, y como habíamos mencionado antes, su destreza en este tipo de problemas se pone en evidencia al mostrar un análisis funcional que denotamos en la ilustración:

Ilustración 6: Comparación entre espacios de medidas de Juan



Es probable que Juan haya tenido un acercamiento previo para resolver este tipo de situaciones, ya que se ha mostrado ganador en la mayoría de juegos de la ruleta en los que ha participado.

Por último tenemos la categoría de “análisis escalar y/o funcional”, donde entran en juego tres estudiantes: Estefanía, Juan y Alex. En este juego los estudiantes llevaban varias rondas, y esta fue una de las últimas situaciones. A este juego se le denominó momento 3 (ver anexo 3). Hacemos referencia a él, dado que encontramos una situación donde la estudiante Estefanía realiza un análisis similar a los realizados por Juan para resolver el problema. El juego estaba en ese instante en turno de Juan, quien lee la situación que le correspondió (L1): *1 kilo de carne vale\_\_\_ ¿qué valor tienen 10 kilos de carne?* Lanza la ruleta de pesos y esta para en \$ 800.

### Ilustración 7: Ruleta de pesos lanzada por Juan



Alex lee nuevamente la situación, mientras Juan escribe en su hoja:  $800 \times 10$  (L3). Igualmente Alex lee de nuevo la tarjeta con la situación (L2). Pasados unos segundos Juan anuncia el resultado: “si un kilo de carne vale 800 pesos diez kilos cuestan 8.000 pesos” esta vez ni siquiera realizó la multiplicación en la hoja, dado que opera bien con múltiplos de diez, tampoco plasmó, y con plasmar nos referimos a utilizar medios escritos, la acostumbrada correspondencia entre espacios de medida.

Por su parte Estefanía seguía escribiendo en su hoja, mientras Alex quien también había multiplicado, le daba el crédito a Juan afirmando que efectivamente el resultado daba 8.000 pesos (L6). Al dirigir la mirada hacia Estefanía, los investigadores nos dimos cuenta que aún se encontraba realizando la operación sin prestar atención a sus compañeros y finalmente muestra y asiente con la cabeza: el resultado es 8.000 pesos mientras sonrío (L7). Estos gestos, es decir, los medios semióticos, son los que nos permiten determinar que Estefanía hizo una transformación en su aprendizaje. Al observar su planteamiento nos damos cuenta que efectivamente había realizado una correlación entre espacios de medida, ya que utilizó un esquema similar a los que había planteado Juan en juegos anteriores, el esquema fue el siguiente:

Tabla 4: Esquema utilizado por Estefanía luego de haber jugado varias veces

1 kilo	800
10 kilos	?

La estudiante claramente establece los espacios de medida de kilos de carne y la magnitud de pesos de manera diferenciada, y a su vez identifica el procedimiento adecuado para determinar la variación en cada uno de ellos, es decir la multiplicación.

De acuerdo con lo anterior, el pensamiento de Estefanía no transcurre solamente en el plano cerebral, ya que su pensamiento se ha transformado por la interacción social con las formas de representación de las situaciones planteadas que han propuesto sus compañeros. Todos los signos, los esquemas de Juan y el conteo de Luisa, ente otros, son artefactos que mediatizan y materializan el pensamiento de Estefanía, estos artefactos son parte integral del pensamiento (Radford, 2006).

## CONCLUSIONES

- El juego es un mediador para la enseñanza de las estructuras multiplicativas planteadas por Vergnaud (1990), en el grado cuarto, ya que favorece la interacción entre estudiantes.
- Los estudiantes, y en especial Estefanía, lograron establecer relaciones de tipo variacional, realizando las comparaciones entre espacios de medidas.
- Estefanía pasó de la multiplicación como sumandos iguales, al inicio del desarrollo del pensamiento proporcional.
- Nos queda por deducir qué pasaría si un estudiante no tiene una mayor comprensión de los conceptos, y el resto de los estudiantes apenas empiezan a adquirirlos.
- Por la premura del tiempo, no alcanzamos a abordar, qué pasa si el docente o el investigador también entran en esa interacción con los estudiantes para mediar en el aprendizaje.
- La mediación semiótica que se da en la interacción entre los estudiantes, permite analizar las maneras en que los estudiantes asimilan los conceptos del isomorfismo de medidas.
- El juego permite a los estudiantes conceptualizar las estructuras multiplicativas, sin embargo es preciso aclarar que esto ocurre, si en el juego participa por lo menos un estudiante que ya haya tenido un acercamiento este tipo de situaciones.

## LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

1. Diseñar otros juegos que pueden servir como mediadores para el aprendizaje de las estructuras multiplicativas.
2. Analizar el papel de la mediación semiótica en la teoría de la actividad, utilizando diversas situaciones que involucren el juego.

## BIBLIOGRAFÍA

- Bajtín, M. (2009). *Estética de la creación verbal*. México: Publimex.
- Botero, O. E. (2006). Conceptualización del pensamiento multiplicativo en niños de segundo y tercero de educación básica a partir del estudio de la variación. Medellín, Universidad de Antioquia, Colombia.
- Caillois, R. (1994). *Los juegos y los hombres: La máscara y el vértigo*. México D.F.: Fondo de Cultura Económica.
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. Santa Fé de Bogotá: Grupo editorial iberoamérica.
- Cerda, H. (2011). *Los elementos de la investigación*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Davidov, V. (1988). *La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico*. Moscú: Progreso.
- Huizinga, J. (1938). *Homo Ludens*. Mexico D.F.: FCE Edición aniversario.
- IEJAR. (2011). *Proyecto Educativo Institucional*. Bello: No publicado.
- Jimenez, C. A. (2003). La integralidad del juego. una visión holoárquica. *REVISTA INTERNACIONAL MAGISTERIO*.
- Jimenez, P. (01 de 04 de 2012). *Pensamiento multiplicativo simple. Taller de inicio*. Recuperado el 02 de 05 de 2012, de Scribd: <http://es.slideshare.net/colibri56/estructuras-multiplicativas>
- Leontiev, A. N. (1993). *Actividad, conciencia y personalidad*. México: ASBE Editorial.
- Martinez, M. (2008). *Epistemología y metodología cualitativa en las ciencias sociales*. México: Trillas.
- MEN. (2006). *Estandares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2008). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. Bogotá: Magisterio.
- Moura, M. O. (1995). *O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático*. Sao Paulo.
- Moura, M. O. (2010). Atividade orientadora de ensino. *Diálogo Educativo*, 205-229.
- Radford, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Relime*, 103-129.
- Rios, J. A., & Almeida, M. (2010). El Minicomputador de Papy: Una Estrategia Didáctica para Comprender y Fortalecer las Operaciones Básicas. *11° Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*.
- Ritzmann, C. S. (2009). *O jogo na atividade de ensino: um estudo das ações didáticas de professores em formação inicial*. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, São Paulo.

- Sandoval, C. A. (1996). *Investigación cualitativa*. Bogotá: ICFES.
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.
- Tudge, J. (1993). Vygotsky, la zona de desarrollo próximo y la colaboración entre pares: connotaciones prácticas para el aula. En L. Moll, *Vygotsky y la educación: connotaciones y aplicaciones de la psicología sociohistórica en la educación* (pág. 496). Buenos Aires: Aique.
- Vergnaud, G. (1983 ). Multiplicative structures. En R. Lesh, & M. Landau, *Acquisitions of mathematics concepts and processes* (págs. 127 - 174). London: Academy Press.
- Vergnaud, G. (1990). LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES. (CNRS, Ed.) *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 133-170.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño las matemáticas y la realidad*. Mexico D.F.: Trillas.

## ANEXOS

### Anexo 1

- L1. Sara: Que empiece Estefanía [*lo dice mirando a Luisa*].
- L2. Luisa: Sí, qué importa.
- L3. Estefanía: Bueno. [*Procede a tomar la tarjeta de la situación y la lee en voz alta: "Ester quiere repartir sus caramelos con María y Carmen en partes iguales. Su Abuela le da \_\_\_\_\_ caramelos, ¿cuántos caramelos recibirán cada una?"*].
- L4. Estefanía: [*Observa a Sara mientras señala la ruleta numérica, la lanza y sale el 3*]. ¿Qué hago?
- L5. Luisa: Lea otra vez la tarjeta.
- L6. Estefanía: Ester quiere repartir sus caramelos con María y Carmen en partes iguales. Su Abuela le da *rayita* caramelos.
- L7. Luisa: Cambia *rayita* por 3 [*número que obtuvo en la ruleta*]. [*Las tres estudiantes se disponen a solucionar la situación*].
- L8. Estefanía: [*Juego de 30 segundos, en su papel escribe  $3 + 3$* ] da 6.
- L9. Luisa: [*lee la situación y realiza la operación  $3 \times 3$  en su hoja*] Yo no estoy de acuerdo.
- L10. Sara: [*Guarda silencio, con un dedo en la boca mientras observa a Estefanía y Luisa*].
- L11. Estefanía: ¿Por qué no estás de acuerdo Luisa?
- L12. Luisa: [*Mira a Estefanía un momento y dice*] ¿Estefanía, a usted cuanto le dio?
- L13. Estefanía: Me dio uno.
- L14. Sara: ¡No, Ella había dicho cuatro! [*Luego se muerde los labios y guarda silencio*]
- L15. Luisa: Ester quiere repartir sus caramelos con María. ¡uno! [*muestra su dedo meñique*]. Y Carmen. ¡dos! [*dejando el meñique levantado, muestra el anular también*]. Y Ester. ¡Tres! Por eso dos por tres igual seis.
- L16. Sara: Estoy de acuerdo con Luisa.

- L17. Estefanía: Sí.
- L18. Sara: ¿Cuánto dinero debe perder Estefanía?
- L19. Luisa: ¿cuánto le dio a ella?
- L20. Sara: Cuatro.
- L21. Luisa: Entonces que pierda cuatro mil pesos. Dos mil para Sara y dos mil para mí.
- L22. Sara: [*observa a Luisa y le dice con los labios y sin hablar: si cuatro mil*]
- L23. Luisa: Sí, cuatro mil.
- L24. Estefanía: [*cuenta el dinero y entrega a cada una un billete de dos mil pesos*].

## Anexo 2

- L1. Juan: Que empiece las mujeres primero [lo dice con una sonrisa en sus labios y mirando fijamente a Estefanía].
- L2. Fernando: Si, que empiece ella primero [la mira detenidamente a los ojos]
- L3. Estefanía: Sí, acepto [selecciona la tarjeta y continúa a leerla: Carlos quiere comprar una pizza por un valor de \_\_\_\_\_, si desea comprar tres pizzas ¿cuánto debe pagar?].
- L4. Juan y Fernando: [observan a Estefanía mientras gira la ruleta de pesos, la lanza y sale \$500].
- L5. Estefanía: Cambia rayita por \$500 [valor peso que obtuvo en la ruleta]. [Los tres estudiantes se disponen a solucionar la situación].
- L6. Fernando: No entiendo que hay que hacer.
- L7. Juan: Reemplaza el valor pesos en la rayita y mira que operación debes utilizar.
- L8. Juan: [en su cuaderno escribe 500 por 3] tres pizzas le valen \$ 1500
- L9. Estefanía: [mira a Juan por un segundo, y sigue resolviendo el ejercicio]
- L10. Fernando: ¿Por qué?
- L11. Estefanía: a mí me dio \$ 150
- L12. Juan: da \$ 1500 porque miren, “Carlos quiere comprar una pizza por un valor de \$ 500, si desea comprar tres pizzas ¿cuánto debe pagar?” Tres por quinientos.
- L13. Fernando: “ah”
- L14. Estefanía: entonces, ¿cuánto debo perder?
- L15. Juan: Pierde \$ 500.
- L16. Estefanía: [cuenta el dinero y lo entrega a Juan]
- L17. Fernando: [Repite lo mismo que Estefanía]

### Anexo 3

L1. Juan: [toma su tarjeta y lee la situación]: 1 kilo de carne vale \_\_\_\_ ¿qué valor tienen 10 kilos de carne?, Lanza la ruleta de precio y sale \$800.

L2. Alex: [*Lee nuevamente la situación*].

L3. Juan: [*Escribe la operación  $800 \times 10$  en su cuaderno*]

L4. Estefanía: [*Escribe 800 y 10 en su cuaderno y piensa*]

L5. Juan: Si un kilo de carne vale 800 pesos, 10 kilos de carne valen 8.000 pesos. Esa es la respuesta.

L6. Alex: [*Había hecho la misma operación, pero el minuto de Juan no había pasado*].

Esa respuesta es correcta, el resultado es 8.000 Pesos.

L7. Estefanía: [*No presta atención a lo que dicen sus compañeros y realiza ella misma la multiplicación correspondiente  $800 \times 100$* ]. Es 8.000 pesos la respuesta es correcta.

[*Dice con una sonrisa*]

## **Anexo 4**

A partir de aquí, enunciamos lo permisos que le solicitamos a los padres de familia para que sus hijos participaran en la investigación. Cabe anotar que cuando los padres firmaron el nombre de nuestra propuesta era: “Aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo”.



**CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN EN LA INVESTIGACIÓN EL APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS A TRAVÉS DEL JUEGO EDUCATIVO – ELABORADO POR INVESTIGADORES DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

Yo Diana Rodriguez estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "el aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo" que es conducida por los practicantes Luis Oscar Alzate Zapata, Leydys Diana Pérez Aguado, Andrés Felipe Ramírez Sánchez, Sandra Liliana Restrepo Valencia, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "Determinar cuáles son los modelos multiplicativos que se favorecen a través de la aplicación de algunos juegos que involucren situaciones de multiplicación y división".

**Beneficios:** El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en las estructuras multiplicativas y el juego educativo.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
LUIS OSCAR ALZATE ZAPATA	313 657 2565	luisoscar2714@yahoo.es
LEYDYS DIANA PÉREZ AGUADO	300 743 9228	eledepa2020@hotmail.com
ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ SÁNCHEZ	301 306 1161	andresramirez1@gmail.com
SANDRA LILIANA RESTREPO VALENCIA	313 797 4618	medellinz2-759@hotmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

<u>Andrés F. Ramírez</u> Nombre del investigador 1	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Luis Oscar Alzate</u> Nombre del investigador 2	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Leydys Pérez</u> Nombre del investigador 3	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Sandra Liliana Restrepo</u> Nombre del investigador 4	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha

Diana Rodriguez  
Nombre de padre o acudiente

[Firma]      Fecha

María Daniela Rodríguez Acevedo, Estudiante

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Asesora de Investigación Olga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 de la Universidad de Antioquia.



**CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN EN LA INVESTIGACIÓN EL APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS A TRAVÉS DEL JUEGO EDUCATIVO – ELABORADO POR INVESTIGADORES DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

Yo \_\_\_\_\_ estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "el aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo" que es conducida por los practicantes Luis Oscar Alzate Zapata, Leydys Diana Pérez Aguado, Andrés Felipe Ramírez Sánchez, Sandra Liliana Restrepo Valencia, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mi o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "Determinar cuáles son los modelos multiplicativos que se favorecen a través de la aplicación de algunos juegos que involucren situaciones de multiplicación y división".

**Beneficios:** El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en las estructuras multiplicativas y el juego educativo.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
LUIS OSCAR ALZATE ZAPATA	313 657 2565	luisoscar2714@yahoo.es
LEYDYS DIANA PÉREZ AGUADO	300 743 9228	eledepa2020@hotmail.com
ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ SÁNCHEZ	301 306 1161	andresramirez1@gmail.com
SANDRA LILIANA RESTREPO VALENCIA	313 797 4618	medellinz2-759@hotmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

<u>Andrés Felipe Ramírez</u> Nombre del investigador 1	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Luis Oscar Alzate</u> Nombre del investigador 2	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Leydys Pérez</u> Nombre del investigador 3	<u>Leydys Pérez</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Sandra Liliana Restrepo</u> Nombre del investigador 4	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Rosa Nela Zuniga P.</u> Nombre de padre o acudiente	<u>Rosa Nela Z.</u> Firma	<u>Rosa Nela Z.</u> Fecha

JE Feidson Ueja      Mosaquelo      \*Estudiante

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Asesora de investigación Olga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 de la Universidad de Antioquia.



**CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN EN LA INVESTIGACIÓN EL APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS A TRAVÉS DEL JUEGO EDUCATIVO – ELABORADO POR INVESTIGADORES DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

Yo MARITZA MORALES PATIÑO estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada “el aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo” que es conducida por los practicantes Luis Oscar Alzate Zapata, Leydys Diana Pérez Aguado, Andrés Felipe Ramírez Sánchez, Sandra Liliana Restrepo Valencia, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: “Determinar cuáles son los modelos multiplicativos que se favorecen a través de la aplicación de algunos juegos que involucren situaciones de multiplicación y división”.

**Beneficios:** El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en las estructuras multiplicativas y el juego educativo.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
LUIS OSCAR ALZATE ZAPATA	313 657 2565	luisoscar2714@yahoo.es
LEYDYS DIANA PÉREZ AGUADO	300 743 9228	eledepa2020@hotmail.com
ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ SÁNCHEZ	301 306 1161	andresramirez1@gmail.com
SANDRA LILIANA RESTREPO VALENCIA	313 797 4618	medellinz2-759@hotmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

<u>Andrés Felipe Ramírez</u> Nombre del investigador 1	<u>Andrés Ramírez</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Luis Oscar Alzate</u> Nombre del investigador 2	<u>Luis Oscar</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Leydys Pérez</u> Nombre del investigador 3	<u>Leydys Pérez</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Sandra Liliana Restrepo</u> Nombre del investigador 4	<u>Sandra Liliana Restrepo</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Leydys Vanegas</u> Nombre de padre o acudiente	<u>Leydys Vanegas</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Santiago Alzate V</u> Estudiante		

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Asesora de investigación Olga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 de la Universidad de Antioquia.



**CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN EN LA INVESTIGACIÓN EL APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS A TRAVÉS DEL JUEGO EDUCATIVO – ELABORADO POR INVESTIGADORES DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

Yo DIANA OSSA estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada “el aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo” que es conducida por los practicantes Luis Oscar Alzate Zapata, Leydys Diana Pérez Aguado, Andrés Felipe Ramírez Sánchez, Sandra Liliana Restrepo Valencia, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mi o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: “Determinar cuáles son los modelos multiplicativos que se favorecen a través de la aplicación de algunos juegos que involucren situaciones de multiplicación y división”.

**Beneficios:** El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en las estructuras multiplicativas y el juego educativo.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
LUIS OSCAR ALZATE ZAPATA	313 657 2565	luisoscar2714@yahoo.es
LEYDYS DIANA PÉREZ AGUADO	300 743 9228	eledepa2020@hotmail.com
ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ SÁNCHEZ	301 306 1161	andresramirez1@gmail.com
SANDRA LILIANA RESTREPO VALENCIA	313 797 4618	medellinz2-759@hotmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

<u>Andrés Ramírez S.</u> Nombre del investigador 1	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012.</u> Fecha
<u>Luis Oscar Alzate</u> Nombre del investigador 2	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Leydys Pérez</u> Nombre del investigador 3	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Sandra Liliana Restrepo V.</u> Nombre del investigador 4	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha

Nombre de padre o acudiente Sebastian Firma [Firma] Fecha Estudiantes

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Asesora de Investigación Olga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 de la Universidad de Antioquia.



**CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN EN LA INVESTIGACIÓN EL APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS A TRAVÉS DEL JUEGO EDUCATIVO – ELABORADO POR INVESTIGADORES DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

Yo Eliana Marcela Restrepo estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada "el aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo" que es conducida por los practicantes Luis Oscar Alzate Zapata, Leydys Diana Pérez Aguado, Andrés Felipe Ramírez Sánchez, Sandra Liliana Restrepo Valencia, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: "Determinar cuáles son los modelos multiplicativos que se favorecen a través de la aplicación de algunos juegos que involucren situaciones de multiplicación y división".

**Beneficios:** El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en las estructuras multiplicativas y el juego educativo.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

INVESTIGADOR	TELÉFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
LUIS OSCAR ALZATE ZAPATA	313 657 2565	luisoscar2714@yahoo.es
LEYDYS DIANA PÉREZ AGUADO	300 743 9228	eledepa2020@hotmail.com
ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ SÁNCHEZ	301 306 1161	andresramirez1@gmail.com
SANDRA LILIANA RESTREPO VALENCIA	313 797 4618	medellinz2-759@hotmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

<u>Andrés Felipe Ramírez</u> Nombre del investigador 1	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre 2012</u> Fecha
<u>Luis Oscar Alzate</u> Nombre del investigador 2	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre 2012</u> Fecha
<u>Leydys Pérez</u> Nombre del investigador 3	<u>[Firma]</u> Firma	<u>Septiembre 2012</u> Fecha
<u>Sandra Liliana Restrepo V.</u> Nombre del investigador 4	<u>[Firma]</u> Firma	<u>sept. 2012.</u> Fecha
<u>[Firma]</u> Nombre de padre o acudiente	<u>[Firma]</u> Firma	<u>25-10-2012.</u> Fecha

Estudiante: Valentin Zapata Restrepo

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Asesora de investigación Olga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 de la Universidad de Antioquia.



**CONSENTIMIENTO DE PARTICIPACIÓN EN LA INVESTIGACIÓN EL APRENDIZAJE DE LAS ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS A TRAVÉS DEL JUEGO EDUCATIVO – ELABORADO POR INVESTIGADORES DE LA UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA**

Yo MARITZA MORALES PATIÑO estoy de acuerdo en permitir a mi hijo (a) participar en la investigación titulada “el aprendizaje de las estructuras multiplicativas a través del juego educativo” que es conducida por los practicantes Luis Oscar Alzate Zapata, Leydys Diana Pérez Aguado, Andrés Felipe Ramírez Sánchez, Sandra Liliana Restrepo Valencia, estudiantes de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia. Entiendo que la participación de mi hijo (a) es voluntaria y puedo decidir permitirle: (a) no participar o (b) dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización. Puedo pedir que la información relacionada con mi hijo (a) sea regresada a mí o sea destruida.

**Propósito de la investigación:** El propósito de este estudio es: “Determinar cuáles son los modelos multiplicativos que se favorecen a través de la aplicación de algunos juegos que involucren situaciones de multiplicación y división”.

**Beneficios:** El ser participante en esta investigación puede apoyar la investigación en Educación matemática enfatizando en las estructuras multiplicativas y el juego educativo.

**Procedimiento:** Como participante en este estudio, mi hijo (a) será observado en clase, algunas veces podría ser video grabado y de ser necesario podría ser entrevistado.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información tendrá acceso limitado, será bajo la supervisión de los investigadores y solo para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

**Preguntas posteriores:** Los investigadores responderán cualquier pregunta relacionada con esta investigación, ahora o en el transcurso del proyecto, en persona o por teléfono:

INVESTIGADOR	TELEFONO CELULAR	CORREO ELECTRONICO
LUIS OSCAR ALZATE ZAPATA	313 657 2565	luisoscar2714@yahoo.es
LEYDYS DIANA PÉREZ AGUADO	300 743 9228	eledepa2020@hotmail.com
ANDRÉS FELIPE RAMÍREZ SÁNCHEZ	301 306 1161	andresramirez1@gmail.com
SANDRA LILIANA RESTREPO VALENCIA	313 797 4618	medellinz2-759@hotmail.com

**Consentimiento:** Entiendo que firmando este documento estoy autorizando la participación de mi hijo (a).

<u>Andrés Felipe Ramírez</u> Nombre del investigador 1	<u>Andrés Ramírez</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Luis Oscar Alzate</u> Nombre del investigador 2	<u>Luis Oscar</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Leydys Pérez</u> Nombre del investigador 3	<u>Leydys Pérez</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>Sandra Liliana Restrepo</u> Nombre del investigador 4	<u>Sandra Restrepo</u> Firma	<u>Septiembre/2012</u> Fecha
<u>MARITZA MORALES</u> Nombre de padre o acudiente	<u>MARITZA M.</u> Firma	_____ Fecha

VALERIA MUÑOZ → estudiante

Cualquier comentario o situación en la que se sospeche de falta de ética investigativa puede ser discutida con la Asesora de investigación Olga Emilia Botero en el teléfono 313 6463 703 de la Universidad de Antioquia.