



**Revisión de literatura y caso ejemplo de losas en puentes de vigas simplemente apoyadas comparando diseño tradicional con el método empírico de la CCP-14**

María Daniela Gil Escobar

Luis Miguel Zuluaga Londoño

Monografía presentada para optar al título de Especialista en Análisis y Diseño de Estructuras

Asesor

Cristian Camilo Londoño Piedrahita, Especialista (Esp) en Análisis y Diseño de Estructuras

Universidad de Antioquia

Facultad de Ingeniería

Especialización en Análisis y Diseño de Estructuras

Medellín, Antioquia, Colombia

2023

<b>Cita</b>	(Gil Escobar & Zuluaga Londoño, 2023)
<b>Referencia</b>	Gil Escobar, M. D., & Zuluaga Londoño, L. M. (2022). <i>Revisión de literatura y caso ejemplo de losas en puentes de vigas simplemente apoyadas comparando diseño tradicional con el método empírico de la CCP-14</i> [Trabajo de grado especialización]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
<b>Estilo APA 7 (2020)</b>	



Especialización en Análisis y Diseño de Estructuras, Cohorte Seleccione cohorte posgrado.



Biblioteca Carlos Gaviria Díaz

**Repositorio Institucional:** <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - [www.udea.edu.co](http://www.udea.edu.co)

**Rector:** John Jairo Arboleda Céspedes.

**Decano/Director:** Jesús Francisco Vargas Bonilla.

**Jefe departamento:** Juan Carlos Vélez Cadavid.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

## **Agradecimientos**

En la búsqueda de información sobre puentes en Colombia aportaron información especial los empleados de la empresa L&L Ingenieros Consultores SAS con autorización del gerente general, al ingeniero Emilio Gil Giraldo junto con la ingeniera Érica Patiño y al área de infraestructura de Concreto. Un especial agradecimiento para los aportes del asesor, quien con un amplio conocimiento logró dar dirección al presente escrito.

## Tabla de contenido

1.	Justificación .....	10
2.	Objetivos .....	11
2.1.	Objetivo general.....	11
2.2.	Objetivos específicos .....	11
3.	Metodología .....	12
4.	Marco teórico .....	13
5.	Estado del arte.....	14
6.	Acercamiento a los puentes de viga postensada y losa reforzada colombianos ..	22
6.1.	Correlaciones de variables .....	24
6.2.	Frecuencias relativas .....	26
7.	Aplicación de metodologías de diseño .....	33
7.1.	Método de diseño tradicional.....	33
7.1.1.	Datos de entrada.....	34
7.1.2.	Evaluación de cargas.....	35
7.1.2.1.	Carga muerta (WD).....	35
7.1.2.1.1.	Peso de la losa (WDC) .....	35
7.1.2.1.2.	Peso del pavimento (WDW) .....	35
7.1.2.2.	Evaluación de momentos. ....	36
7.1.3.	Diseño momento positivo y negativo luces interiores .....	38
7.1.4.	Diseño a flexión en los voladizos.....	40
7.1.	Método de diseño empírico.....	43

7.1.1. Lista de chequeo.....	43
7.1.2. Evaluación de refuerzo.....	44
8. Comparación de resultados .....	47
9. Conclusiones .....	49
10. Referencias.....	52

## Lista de tablas

Tabla 1. Secciones de puentes. Información suministrada. (L&L Ingenieros Consultores SAS, 2017) (Concreto, 2022) (Emilio Gil Giraldo, 2022) .....	23
Tabla 2. Frecuencia relativa ancho de patín superior. ....	27
Tabla 3. Frecuencia relativa espesor de losa.....	28
Tabla 4. Frecuencia relativa separación de vigas.....	29
Tabla 5. Frecuencia relativa longitud del voladizo.....	30
Tabla 6. Frecuencia relativa luz del puente .....	31
Tabla 7. Datos de entrada para el diseño de losa. ....	34
Tabla 8. Cargas empleadas. ....	35
Tabla 9. Tabla para determinar los momentos de carga viva por unidad de ancho (INVIAS, 2014). ....	38
Tabla 10. Procedimiento diseño momento positivo.....	38
Tabla 11. Procedimiento diseño momento negativo.....	39
Tabla 12. Procedimiento refuerzo de distribución.....	39
Tabla 11. Procedimiento diseño momento negativo voladizos. ....	40
Tabla 13. Requisitos para el diseño empírico. ....	43
Tabla 14. Refuerzo método empírico cara superior.....	45
Tabla 14. Refuerzo método empírico cara inferior.....	45
Tabla 15. Cantidades acero transversal método tradicional.....	48
Tabla 16. Cantidades acero transversal método empírico. ....	48

## Lista de figuras

Figura 1. Longitud efectiva diseño o método empírico. Tomada de (INVIAS, 2014).....	15
Figura 2. Deformación en losas como arco de compresión (CSI, 2010). .....	18
Figura 3. Acción de arco interno en losa de puente. Tomado de: El-Gamak, et al., 2007, Influence of Reinforcement on the Behavior of Concrete Bridge Deck Slabs [Figura] .....	18
Figura 4. Esquema punto de conexión infinitamente rígido. ....	21
Figura 5. Esquema de las variables sección de puente. ....	23
Figura 6. Correlación separación de vigas vs. Espesor losa. ....	25
Figura 7. Correlación longitud voladizo vs. Espesor losa. ....	25
Figura 8. Correlación longitud puente vs. Espesor losa.....	26
Figura 9. Frecuencia relativa para el ancho del patín superior. ....	28
Figura 10. Frecuencia relativa para el espesor de losa.....	29
Figura 11. Frecuencia relativa para la separación de vigas. ....	30
Figura 12. Frecuencia relativa para la longitud del voladizo.....	31
Figura 13. Frecuencia relativa para la luz del puente. ....	32
Figura 14. Sección 18 de puente vigas postensadas. ....	33
Figura 15. Distribución del refuerzo método tradicional.....	42
Figura 16. Distribución del refuerzo método empírico.....	47

## **Lista de ecuaciones**

Ecuación 1. Armadura principal es paralela al tráfico.....	17
Ecuación 2. Armadura principal es perpendicular al tráfico.....	17
Ecuación 3. Coeficiente de correlación. ....	24



## **Resumen**

En el código colombiano de puentes CCP-14 se presentan dos metodologías de diseño que se pueden aplicar en la estimación de resistencia para las losas de tablero de los puentes. La más comúnmente utilizada por las consultorías del país es la metodología de diseño tradicional, sin embargo, se desea comparar los resultados del método de diseño empírico, ya que se considera puede representar una menor cantidad de peso de acero para los proyectos de infraestructura. Se analiza una sección representativa de un puente derivada de un análisis estadístico de obras de infraestructura diseñadas con vigas postensadas, con el fin de evaluar un caso ejemplo por ambas metodologías de diseño.

En lo referido con lo económico de un proyecto, los valores obtenidos arrojan resultados un poco más favorables para la metodología de diseño empírica; donde se tiene un peso de refuerzo 10% menos que su contraparte.

Este documento estimula a continuar la evaluación, análisis y estudio del método empírico bajo escenarios que simulen las condiciones del territorio colombiano.

*Palabras clave:* puentes, tablero, CCP-14, método de diseño empírico, método de diseño tradicional.

## 1. Justificación

El Código Colombiano de Diseño de Puentes del 2014 (CCP-14) presenta el método de diseño tradicional para proporcionar resistencia por medio de acero a las losas de los puentes realizadas en concreto reforzado. Esta metodología se basa en un análisis a flexión simple de la sección transversal de la losa, considerándose como una “viga” continua simplemente apoyada en las zonas donde se conecta el tablero con las vigas longitudinales del puente, tomando un ancho de faja según el tipo de momento y caso de luz a revisar en sentido longitudinal del puente. Esta técnica arroja resultados del análisis de solicitaciones similares al comportamiento real de la losa del tablero, según estudios y análisis presentados en la norma (INVIAS, 2014).

Para el análisis de las losas, las cargas impuestas, tales como la carga viva vehicular que se transmite a través del área de contacto de las llantas, tienen un sentido vertical, produciendo esfuerzos internos en los elementos tipo área, generando unas variaciones de deformación en sentido longitudinal y transversal, también conocido como **acción de arco interno**.

La Norma CCP-14 también presenta el método de diseño empírico, el cuál propone una capa de acero mínimo de  $0.57 \text{ mm}^2/\text{mm}$  para la capa inferior y  $0.38 \text{ mm}^2/\text{mm}$  para la capa superior, ambos con una separación menor o igual a 0.45 m. Se debe tener en cuenta que el diseño solo se podrá aplicar por este método si se cumplen con las especificaciones descritas en el apartado 9.7.2.2 de la sección 9 de la CCP-14 (INVIAS, 2014), las cuales serán enunciadas en posteriormente en este documento.

La Norma define la acción de arco interno seguido del método empírico, por esta descripción se deduce que este método considera la acción anteriormente mencionada, logrando simplificar el proceso de diseño de las losas y aportando un posible ahorro de refuerzo. Adicionalmente, en el apartado C9.7.2.1 (INVIAS, 2014) mencionan que los ensayos

realizados a este método demuestran un factor de seguridad cercano a 8, manteniendo así una reserva importante de la resistencia.

También se busca revisar si las condiciones de tablero comúnmente utilizadas en los diseños colombianos puedan estar dentro del alcance de esta metodología de diseño, para ello se buscará analizar secciones de puentes presentados en el territorio colombiano de acuerdo con una recopilación de información de diferentes secciones transversales de puentes en tipología de vigas postensadas.

Usualmente en la práctica, las empresas consultoras del país emplean el método tradicional para el cálculo del acero en los tableros. El presente documento busca comparar estos resultados con el acero obtenido por la metodología de diseño empírico y así resolver si la utilización de esta última podría significar una mejora en la economía por la disminución del refuerzo en diferentes proyectos colombianos.

## **2. Objetivos**

### **2.1. Objetivo general**

Realizar una revisión de la literatura y un caso ejemplo a partir del análisis, para determinar el comportamiento de las losas reforzadas en los puentes colombianos con vigas postensadas, comparando el diseño tradicional con el método de diseño empírico presentado en la CCP-14.

### **2.2. Objetivos específicos**

- Obtener resultados de una búsqueda bibliográfica sobre el comportamiento de la losa de tablero como elemento tipo membrana.
- Recopilar información sobre secciones de vigas postensadas para el diseño de losas.
- Realizar caso ejemplo de diseño de losas utilizando el método tradicional.
- Revisar la posibilidad de aplicación del método empírico al caso ejemplo.
- Realizar caso ejemplo de diseño de losas utilizando el método empírico.

- Comparar los resultados de las losas que se obtienen después de realizar el diseño del tablero por el método tradicional y empírico.
- Comprobar que la cuantía de acero diseñado por el método empírico es menor a la cuantía obtenida por el método tradicional.

### 3. Metodología

A continuación, se busca definir las cuatro etapas para el proceso de elaboración del presente documento con el fin de enmarcar la investigación a realizar.

En la *primera etapa* se busca realizar una revisión de la literatura actual disponible con el propósito de establecer el estado arte relevante del diseño de las losas de concreto reforzado en puentes, empleando las metodologías o diseños tradicional y empírico especificadas por la Norma Colombiana.

Para la *segunda etapa* se va a llevar a cabo un estudio estadístico multivariado simple con la información recopilada de secciones en puentes de vigas postensadas diseñados para Colombia, con el fin de encontrar la geometría de las vigas longitudinales que sea más representativa de los puentes de interés, y así definir una sección transversal para diseñar a lo largo del trabajo con las diferentes metodologías.

Teniendo una sección transversal representativa para el diseño de la losa del puente definida, se procederá con la *tercera etapa* la cual consiste en calcular el acero del caso representativo por medio de los métodos o diseños empírico y tradicional definidos por la CCP-14 (INVIAS, 2014).

Se finaliza con la *cuarta etapa* de la investigación, en la cual se revisan los resultados del acero de refuerzo obtenido por las dos metodologías, se comparan y así se realizan juicios de valor, conceptos, conclusiones y recomendaciones para futuros estudios alrededor de los aspectos detectados durante la revisión del estado del arte y objetivos principales del trabajo.

#### 4. Marco teórico

Para dar inicio al análisis del problema y la elaboración de la investigación, es necesario conocer correctamente la terminología propia del diseño de losas reforzadas tipo tablero. A continuación, se presentan los conceptos más relevantes:

1. En el contexto de diseño estructural, las losas se definen como un elemento encargado de recibir las cargas impuestas (carga viva y carga muerta: peso propio, pavimento, luminarias e instalaciones) y distribuir las a las vigas longitudinales sobre las cuales descansa, para luego transmitir estas fuerzas a la subestructura. (Rodríguez Hinostroza, 2019). Aquellas losas que se encuentran apoyadas entre dos vigas longitudinales se les denomina losas de luz interna (LI); y las que solo se encuentren apoyadas en uno de sus dos extremos se conocen como losas en voladizo (LV).
2. El punzonamiento es un esfuerzo producido por cortante en un elemento estructural, originado por una carga localizada en una superficie alrededor de su soporte; este esfuerzo produce un efecto puntal sobre su plano de apoyo.

Actualmente en Colombia se realiza el diseño de los tableros de los puentes por medio del método tradicional, el cual consiste en analizar los tableros como vigas simplemente apoyadas teniendo un ancho (usualmente unitario) en el sentido longitudinal del mismo.

El análisis se realizará bajo la condición de carga viva debida al camión de diseño establecido por el Código Colombiano para diseño de Puentes (CCP-14), buscando observar el comportamiento de la losa tipo tablero del puente utilizando una iteración de las posiciones en sentido transversal y longitudinal que puede tener el camión de diseño sobre la losa, encontrando así la sollicitación más desfavorable por carga viva.

## 5. Estado del arte

Las losas de los puentes en la Norma Colombiana se especifica el material como concreto reforzado, esto para soportar las cargas verticales que actúan sobre las mismas. Se desea comparar los resultados con los criterios de diseño de los tableros de un puente comúnmente utilizados en el campo laboral, donde las losas pertenecientes a los puentes se diseñan a partir de un análisis a flexión por las cargas impuestas, de esta manera se analiza la sección de la losa de acuerdo con las luces presentadas en el sentido transversal del puente y según esto se define el acero de refuerzo del tablero por solicitaciones de momento positivo y negativo. (Silva Ruiz, 2017)

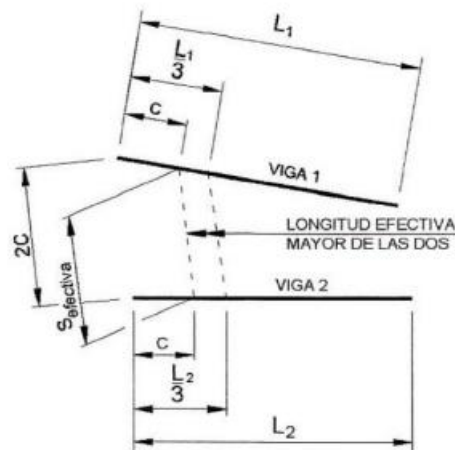
A continuación, se realiza la descripción de los dos métodos para el diseño de puentes en los cuales se va a basar este documento, teniendo en cuenta la Norma Colombiana de diseño de puentes CCP-14:

*Diseño o método empírico*, el cual se basa en analizar losas de tableros de concreto soportadas por componentes longitudinales las cuales pueden llegar a contribuir a resistir los momentos negativos de los apoyos internos.

Los voladizos del tablero, para este método, se deben diseñar para las cargas de llantas, teniendo en cuenta que dicho tablero o losa tiene barandas o barreras discontinuas, y así se emplearía el método de la franja equivalente; o emplear la carga lineal equivalente en tableros con barrera continuas; y las cargas de colisión o impacto utilizando un mecanismo de falla.

La longitud efectiva se deberá considerar entre cara y cara para las losas construidas en forma monolítica con vigas o muros; y distancias entre las puntas de la aleta hasta la cara del alma, sin tener en cuenta los chaflanes, para losas apoyadas sobre vigas metálicas o en concreto. Cabe aclarar que cuando los componentes de apoyo no están uniformemente espaciados la longitud efectiva es la mayor longitud del tablero, como se ilustra en la Figura 1.

Figura 1. Longitud efectiva diseño o método empírico. Tomada de (INVIAS, 2014)



Para este método de diseño se debe tener en cuenta que el espesor de la losa deberá excluir la pérdida anticipada por el servicio de la estructura, y será resultado del pulido, texturado y desgaste.

A continuación, se presentan las condiciones principales del diseño o método empírico según la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCP-14 (INVIAS, 2014):

- En toda a sección transversal se utilizan líneas de apoyo o diafragmas entre elementos.
- En las secciones transversales donde se involucren unidades rígidas a la torsión, como las vigas cajón individuales separadas, las cuales deben contar con diafragmas intermedios entre los cajones con separación menor o igual a 8 m, o se deben colocar una armadura suplementaria sobre las almas para poder acomodar la flexión transversal entre los cajones si es necesario.
- Los apoyos de la losa del puente deben ser de concreto o de acero.
- El vaciado del tablero debe ser in situ en su totalidad y se realiza proceso de curado con agua.

- El espesor del tablero es uniforme en la totalidad de su longitud, excluyendo el aumento de espesores localizados y los acartelamientos en las zonas de las vigas.
- La relación entre la longitud efectiva y el espesor de diseño debe ser menor o igual a 18 y mayor o igual a 6.
- La altura mínima del núcleo de la losa es de 0.10 m.
- La longitud efectiva debe ser menor o igual a 4.10 m.
- El espesor mínimo de la losa es mayor o igual a 1750 mm, exceptuando la superficie de desgaste mencionada anteriormente.
- El voladizo para la losa debe tener como mínimo igual a 5 veces el espesor de la losa, considerándose desde la cara extrema de la viga externa hasta el borde lateral del puente. Se verá satisfecha si el voladizo es igual a 3 veces el espesor de la losa y se tiene una barrera de concreto estructuralmente continua que pueda aportar a su rigidez actuando de forma compuesta con el voladizo.
- A los 28 días la resistencia a la compresión especificada para el concreto del tablero o losa debe ser como mínimo de 28 MPa.
- Todos los componentes pertenecientes a la estructura sobre los cuales se apoya la losa deben trabajar de forma compuesta con esta.
- La separación mínima entre centros de los conectores de cortante para el momento negativo de las estructuras de vigas en acero debe ser 0.6 m. Para las estructuras con vigas de concreto es suficiente con disponer de estribos que se distribuyan hacia el interior del tablero del puente.

Este método de diseño sólo es válido para las luces internas de la losa, no aplica para la zona de voladizos. (Pino Lobo, 2017)

***Diseño o método tradicional***, este método se aplica a las losas de concreto reforzado con cuatro capas de armadura, distribuídas dos en cada dirección, denominadas también como



cara superior y cara inferior del tablero, con aceros de refuerzo determinado según los momentos por medio de un diseño a flexión de viga ancha.

En la zona inferior de la losa se deberá disponer de una armadura de acero en la orientación secundaria, y esta será diseñada como un porcentaje de la armadura principal para el momento positivo.

Estos son los requisitos para la armadura de distribución en el método tradicional según la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCP-14:

- Cuando la armadura principal es paralela al tráfico, se debe emplear:

*Ecuación 1. Armadura principal es paralela al tráfico.*

$$\frac{1750}{\sqrt{S}} \leq 50\%$$

- Cuando la armadura principal es perpendicular al tráfico, se debe emplear:

*Ecuación 2. Armadura principal es perpendicular al tráfico.*

$$\frac{3840}{\sqrt{S}} \leq 67\%$$

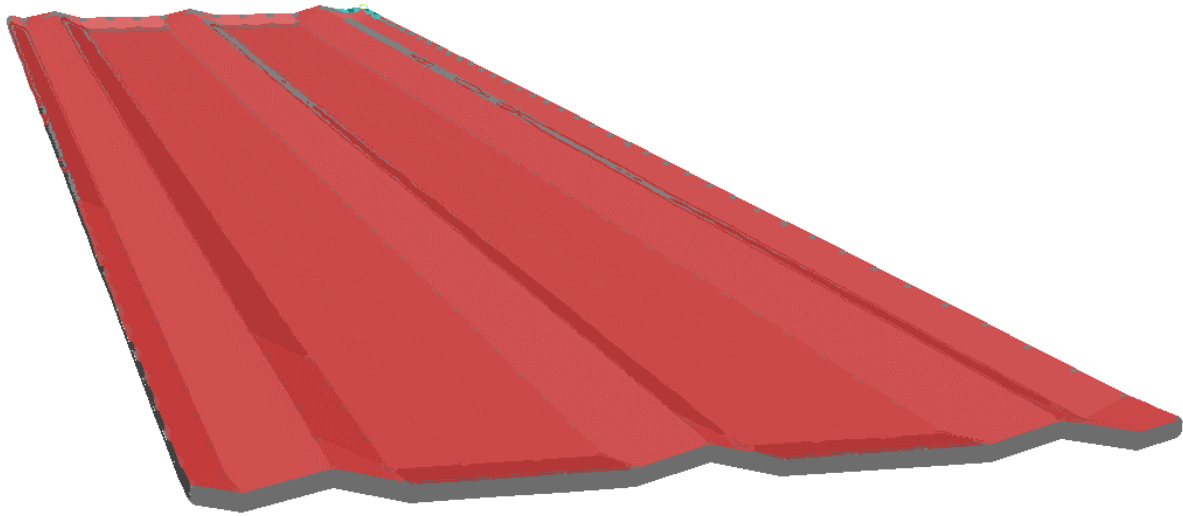
Donde,

*S = Longitud del tramo efectiva en milímetros*

Los encofrados para el método tradicional deberán ser diseñados de tal manera que permanezcan elásticos bajo las cargas constructivas, la cual no debe ser menor al peso del encofrado y tendrá una losa de concreto más de  $2.4 \times 10^{-3}$  MPa. (INVIAS, 2014)

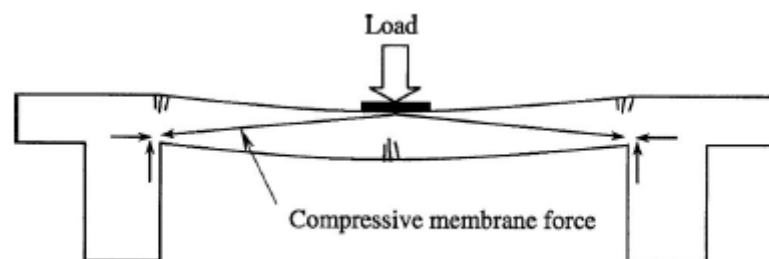
En la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCP-14, numeral **C9.7.2.1** (INVIAS, 2014) se describe la reacción de las losas frente a cargas verticales impuestas como una acción de arco interno, como se muestra en la Figura 3, en donde el análisis se basa en el comportamiento como un elemento tipo área, asemejándose a una deformación tipo hamaca.

Figura 2. Deformación en losas como arco de compresión (CSI, 2010).



Lo anterior es confirmado por ensayos realizados en diferentes losas pertenecientes a puentes donde muestran el análisis y sus respectivas fallas ocurridas por la acción de arco interno (El-Gamal, El-Salakawy, & Benmokrane, 2007) (Mufti & Hassan, 2005). Estos ensayos analizan y revisan el comportamiento de las losas frente a cargas verticales, disponiendo de luces de puentes a escala para determinar la conducta de los esfuerzos y deformaciones presentes en estas.

Figura 3. Acción de arco interno en losa de puente. Tomado de: El-Gamak, et al., 2007, *Influence of Reinforcement on the Behavior of Concrete Bridge Deck Slabs* [Figura]



Continuando con el análisis de la CCP-14, en el numeral C9.7.2.1 (INVIAS, 2014) recomienda un diseño tradicional para las losas de tablero en los puentes; en donde se analiza como un elemento que trabaja a flexión, tal como se comporta una viga simplemente apoyada. El numeral anteriormente mencionado, presenta un comentario en donde se citan que diferentes

estudios han descubierto que para un análisis ideal de las losas se debe considerar el comportamiento como una membrana de esfuerzos internos, también denominada acción de arco interno o domo de compresión interno. El código explica que este efecto es debido a la fractura del concreto en la cara que se tracciona por el momento positivo de la losa, desplazando así el eje neutro de la sección, confinando lateralmente por esfuerzos membranales sobre el plano.

La tesis de Jackson (Jackson, 1989) sugiere que el análisis de la losa reforzada en los puentes considerándose como domo de compresión interna, arroja resultados que se acercan al comportamiento real del tablero, mejorando la capacidad de la losa en estado de servicio, a diferencia del análisis con la teoría de flexión pura, en donde se asemeja el comportamiento en sentido transversal del tablero al comportamiento de una viga común.

El arco de compresión interna ha sido estudiado y reconocido por el gremio ingenieril desde hace unos años, ya que las investigaciones realizadas se han enfocado en estudios netamente experimentales y solo recientemente se ha aceptado y admitido este efecto en las losas de concreto reforzado (Yu, Des, Su, & David, 2009).

El artículo publicado por la Universidad de Manitoba (Mufti & Hassan, 2005), sugiere que la fuerza cortante por punzonamiento puede aumentar en las losas reforzadas por la concentración de las cargas que el efecto anteriormente mencionado genera en el tablero. Por la teoría se conoce que la superficie de rotura por punzonamiento presenta una inclinación entre 30° y 45° grados con respecto a la línea horizontal, delimitando así la superficie crítica de punzonamiento (Navarro, 2018), según lo anteriormente mencionado se identifica que el punzonamiento puede afectar las losas reforzadas de los puentes en vigas simplemente apoyadas.

Es posible que las losas de tablero fallen debido a la tensión excesiva presente en estos elementos, delimitando así la superficie crítica de punzonamiento en la zona donde se

concentran mayores esfuerzos del arco de compresión (INVIAS, 2014). Incluso algunos autores después de realizar ensayos, tanto experimentos físicos como en diferentes tipos de software, han concluido que la falla debida a la fuerza de punzonamiento puede presentarse primero que la falla por flexión (Sana, Cor van der, Joost C., & Ane de, 2018). Aunque puede presentar incidencias en la acción de arco interno, no se considera que este análisis se encuentre dentro del alcance del presente estudio debido a la necesidad de una modelación 3D mucho más refinada, sin embargo, se menciona para posibles futuros estudios del tema.

Algunos interventores y revisores de puentes exigen que cuando se realice el diseño tradicional se analice el cortante por medio de un análisis a flexión, arrojando resultados de una magnitud altos. El cortante resistente en las losas reforzadas lo debe asumir el aporte por cortante que tiene el concreto reforzado y al tener espesores tan pequeños en áreas de plano tan grandes, no se localiza acero de refuerzo a cortante para así no modificar el comportamiento de un elemento flexible. Se aclara que al utilizar cualquiera de estas metodologías la Norma no especifica la necesidad de revisar el cortante, ya que la losa realmente no trabaja como una viga simplemente apoyada, por esto no se debe realizar el análisis de esta sollicitación en las losas de los puentes.

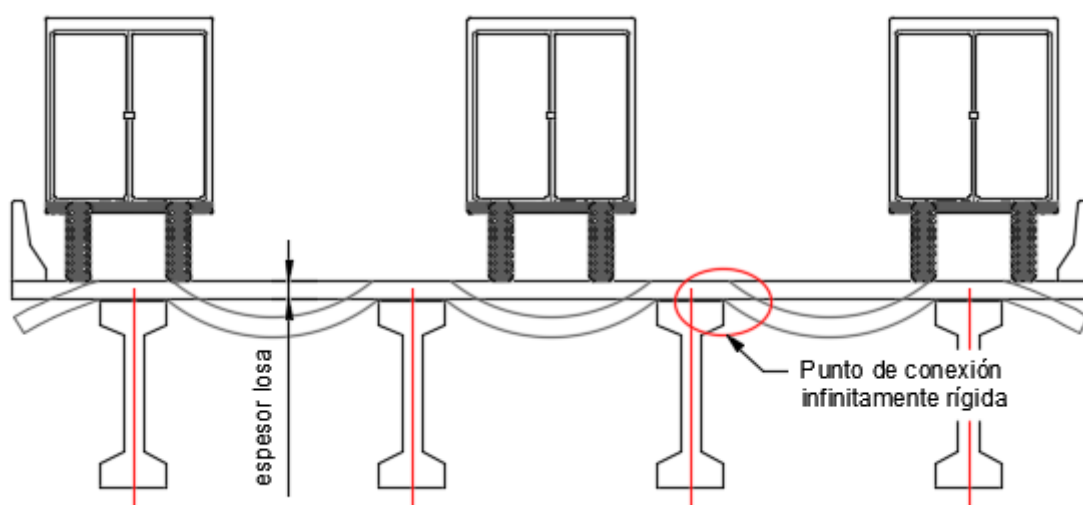
Otro tema que es importante mencionar en el análisis de las losas es el fenómeno del esviaje, es cuál es comúnmente presentado en la planimetría de los puentes. Este se define cuando el eje longitudinal del puente no es perpendicular a los ejes de sus apoyos. Usualmente se presenta para facilitar labores constructivas por la geomorfología de la zona, forma de cauce o proyección de una vía. En la tesis de Beleño (Beleño Hernandez, 2021) se menciona que, dependiendo del valor del esviaje en los apoyos de los puentes, se presenta un factor de reducción de las sollicitaciones por momento flector, sin embargo, el esviaje se omitirá en el tema de estudio para no agregar una variable adicional y que, también ha sido objeto de estudio

reciente debido a la poca exploración que ha tenido en el comportamiento general de los puentes.

Para delimitar el caso estudio, en este análisis se considerarán tableros compuestos de vigas simplemente apoyadas con tipología postensado, ya que se desea analizar cómo puede afectar la sección de los elementos que resisten la flexión en sentido longitudinal el comportamiento del elemento que recibe las cargas impuestas.

Cuando se emplea el método de diseño tradicional, usualmente se considera que el punto de conexión entre la losa y viga es infinitamente rígido al desplazamiento traslacionales, tal como se muestra en la Figura 4, ya que la viga es un elemento mucho más rígido y es quien termina transmitiendo las cargas provenientes de la losa hacia la subestructural del puente. Es posible que usar criterios como el de asumir que la rigidez está concentrada en un solo punto y no en un área más grande, puede contribuir al hecho de que el método tradicional produzca aceros de refuerzo mayores es un elemento mucho más rígido y es quien termina transmitiendo las cargas provenientes de la losa hacia la subestructural del puente, y esta podría ser una hipótesis que se valide a partir del estudio, a nivel conceptual.

*Figura 4. Esquema punto de conexión infinitamente rígido.*



Un estudio realizado por la Universidad de California sugiere que el método empírico podría proporcionar menor cuantía de acero a la losa, posiblemente logrando disminuir cantidad de materiales (El-Gharib, 2014) y por ende los costos constructivos para este tipo de elementos (ElSafty, Tawfiq, & Okeil, 2017). Frosch et al. consideran que la metodología anteriormente mencionada tiene presente el análisis la acción de arco interno (Frosch, Bice, & Erickson, 2006) logrando así un trabajo en tres dimensiones, tal cual como se presenta en la realidad de los tableros.

## **6. Acercamiento a los puentes de viga postensada y losa reforzada colombianos**

Con el fin de demarcar el estudio de esta conexión, se buscó información de la geometría de vigas longitudinales utilizada en diferentes puentes, construidos en diferentes zonas de Colombia, principalmente de la región antioqueña. Aunque algunas secciones se repetían en varios puentes, se recopilaron los datos para generar un grupo de medidas que construyan una sección promedio para una viga postensada, y así obtener un promedio de la rigidez que puede aportar estos elementos al apoyo del tablero. Se analizaron 31 secciones de diferentes puentes, se analizaron las medidas de las vigas postensadas en sección en forma de I, teniendo así ancho de base, altura, espesor de alma, cantidad de vigas, ancho de tablero total, entre otros.

Figura 5. Esquema de las variables sección de puente.

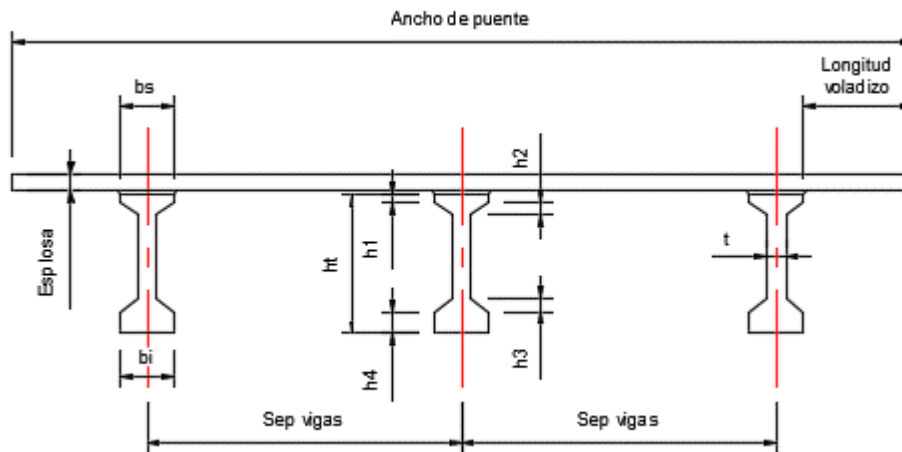


Tabla 1. Secciones de puentes. Información suministrada. (L&L Ingenieros Consultores SAS, 2017) (Concreto, 2022) (Emilio Gil Giraldo, 2022)

Medida (m)	bs (m)	bi (m)	t (m)	ht (m)	h1 (m)	h2 (m)	h3 (m)	h4 (m)	Esp losa (m)	Num vigas	Sep vigas (m)	Ancho puente (m)	Luz (m)	Voladizo (m)
1	0.62	0.62	0.22	1.00	0.10	0.14	0.14	0.25	0.20	4	2.50	11.35	20.0	1.6
2	1.00	0.75	0.20	1.65	0.12	0.10	0.15	0.15	0.20	4	2.55	10.50	32.0	0.9
3	0.62	0.62	0.22	1.80	0.10	0.14	0.14	0.25	0.20	4	2.70	11.20	35.0	1.2
4	1.00	0.75	0.20	1.75	0.12	0.10	0.15	0.15	0.20	4	2.50	10.50	35.0	1.0
5	0.62	0.62	0.22	2.20	0.10	0.14	0.14	0.25	0.20	3	3.60	10.30	40.0	1.2
6	0.70	0.70	0.20	1.15	0.10	0.14	0.14	0.25	0.25	4	3.10	11.60	20.5	0.8
7	0.70	0.70	0.22	2.00	0.25	0.11	0.15	0.25	0.18	4	3.00	11.60	40.0	1.0
8	0.62	0.62	0.22	2.50	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	4.30	11.70	45.0	1.2
9	1.07	0.71	0.22	1.83	0.13	0.18	0.25	0.20	0.18	4	3.00	11.60	35.0	0.8
10	0.62	0.62	0.22	2.25	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	4.20	11.60	40.0	1.3
11	0.62	0.62	0.22	2.25	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	4	4.10	15.25	40.0	1.2
12	0.62	0.62	0.22	1.60	0.10	0.14	0.14	0.25	0.20	3	3.60	10.30	30.0	1.2
13	0.62	0.62	0.22	1.05	0.10	0.14	0.14	0.25	0.20	3	2.60	6.70	25.0	0.4
14	0.62	0.62	0.22	2.25	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	3.60	10.30	40.0	1.2
15	0.62	0.62	0.22	1.40	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	4.30	11.70	25.0	1.2
16	0.62	0.62	0.22	1.65	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	4.30	11.70	30.0	1.2
17	0.62	0.62	0.22	1.90	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	4.30	11.70	35.0	1.2
18	0.62	0.62	0.22	2.25	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	4.30	11.70	40.0	1.2
19	0.62	0.62	0.22	2.50	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	4.30	11.70	45.0	1.2
20	0.62	0.62	0.22	1.40	0.10	0.14	0.14	0.25	0.22	3	4.20	11.60	25.0	1.3
21	0.80	0.60	0.23	1.70	0.22	0.20	0.15	0.20	0.22	3	4.00	11.60	30.0	1.4
22	0.63	0.63	0.18	1.75	0.20	0.15	0.15	0.25	0.20	3	3.00	8.70	30.0	1.0
23	0.60	0.60	0.18	1.70	0.20	0.10	0.10	0.25	0.19	3	3.00	7.00	30.0	0.2
24	0.60	0.60	0.18	1.85	0.23	0.13	0.13	0.23	0.20	4	2.20	8.90	34.0	0.9
25	0.60	0.60	0.18	1.85	0.23	0.13	0.13	0.23	0.18	4	2.00	8.10	40.0	0.8
26	0.60	0.60	0.18	1.70	0.20	0.10	0.10	0.25	0.19	3	3.00	8.10	33.5	0.8
27	0.60	0.60	0.18	1.70	0.20	0.10	0.10	0.25	0.22	4	3.10	11.70	33.5	0.9
28	0.63	0.63	0.18	1.75	0.20	0.15	0.15	0.25	0.20	3	3.00	8.70	30.0	1.0
29	0.60	0.60	0.22	1.70	0.10	0.10	0.10	0.25	0.22	3	3.50	10.30	30.0	1.4
30	0.60	0.60	0.22	2.00	0.10	0.10	0.10	0.25	0.22	3	3.50	10.30	35.0	1.4
31	0.70	0.70	0.22	2.20	0.15	0.15	0.15	0.25	0.22	3	3.50	10.30	40.0	1.3

La tabla anterior ilustra una sección transversal de vigas postensadas a utilizar en el caso ejemplo, para así definir y analizar cómo puede afectar el comportamiento de una conexión semi rígida a las solicitaciones presentes en el tablero. Las vigas presentarán restricción de desplazamiento en sentido vertical y horizontal simulando una rigidez de apoyo elastomérico, el cual se plantea como parcialmente rígido.

### 6.1. Correlaciones de variables

Para determinar cuáles pueden ser las variables geométricas que podrían influir directamente en el diseño de la losa, se decide hacer una correlación entre las que podrían ser más representativas, comparándolas con el espesor de la losa.

Según la estadística, el coeficiente de correlación se calcula según la siguiente ecuación (Estadígrafo, 2016):

*Ecuación 3. Coeficiente de correlación.*

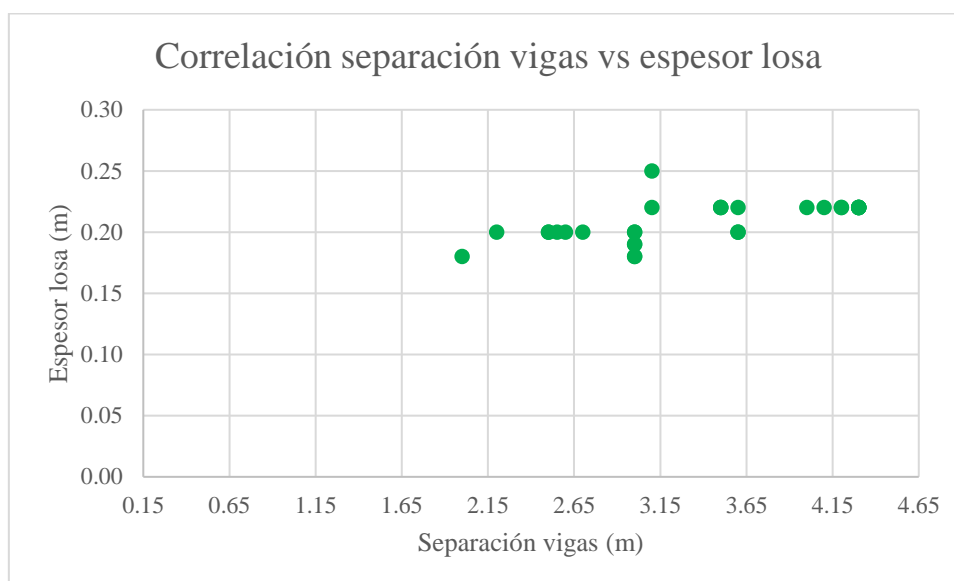
$$\rho = \frac{S_{xy}}{S_x S_y}$$

Si el coeficiente se ubica entre

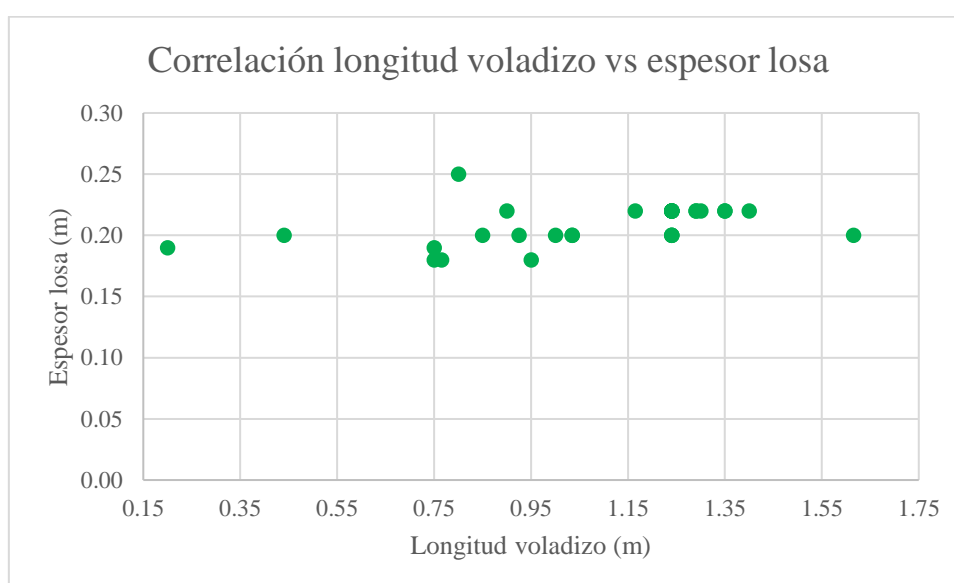
1.00	-	0.96	Perfecta
0.95	-	0.85	Fuerte
0.84	-	0.70	Significante
0.69	-	0.50	Moderada
0.49	-	0.20	Débil
0.19	-	0.10	Muy débil
0.09	-	0.00	Nula

Se procede a hacer el cálculo del coeficiente de correlación con las variables separación de vigas, longitud de voladizo y longitud total del puente.



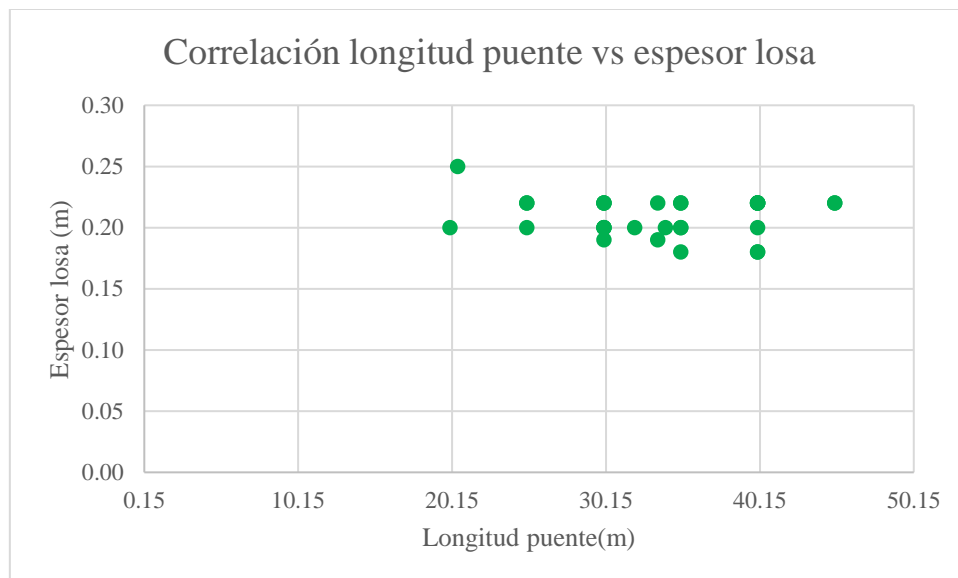
*Figura 6. Correlación separación de vigas vs. Espesor losa.*

El coeficiente para este primer caso fue de 0.65, determinando que la correlación entre la separación de vigas y el espesor de la losa es moderada. En teoría se esperaría que la relación entre estas dos variables sea fuerte, debido a que es uno de los parámetros principales para definir un espesor mínimo de losa, sin embargo, los criterios del diseñador estructural o parámetros definidos por facilidades constructivas y temores a fallas de la sección compuesta podrían afectar esta correlación, ya es poco usual utilizar espesores menores a 20 cm.

*Figura 7. Correlación longitud voladizo vs. Espesor losa.*

El coeficiente para este primer caso fue de 0.45, determinando que la correlación entre la separación de vigas y el espesor de la losa es débil. La longitud del voladizo influye en el espesor de la losa generalmente, sin embargo, para el análisis realizado no se tomó en cuenta en los datos recopilados la posible variación del tablero en esta zona.

Figura 8. Correlación longitud puente vs. Espesor losa.



El coeficiente para este primer caso fue de -0.10, determinando que la correlación entre la separación de vigas y el espesor de la losa es muy débil, el cuál se considera lógico ya que al aumentar la longitud del puente aumenta las solicitaciones presentes en las vigas longitudinales mas no cambia la magnitud de las cargas en la sección transversal del tablero.

Según lo anterior, la variable geométrica que se encuentra más relacionada con el espesor del tablero del puente es la separación de viga al tener un coeficiente de correlación mayor que las otras variables analizadas. Se determina que la longitud del voladizo y la longitud del puente no influyen significativamente en el espesor de la losa, sin embargo, en este caso se emplearon variables de filtro para analizar la geometría del puente más frecuente.

## 6.2. Frecuencias relativas

Se realiza un análisis de las frecuencias relativas de las siguientes variables: ancho de patín superior, espesor de losa, separación de vigas, longitud de voladizo y luz del puente; con

el fin de obtener cuál podría ser la dimensión más representativa para todos los puentes, priorizando los parámetros geométricos que podrían afectar directamente el análisis de la losa, tales como ancho de patín superior y separación entre vigas. Para el análisis de las losas de tablero por medio de las metodologías de diseño empírico y tradicional se elige la sección que acerque sus medidas a las del promedio total obtenido para cada uno de los parámetros geométricos anteriormente mencionados.

A continuación, se ilustra las gráficas de frecuencia relativa de los parámetros geométricos más representativos, los cuales se utilizarán para analizar la sección a revisar. (MP Alex, 2021)

- Ancho de patín superior: el 48% de las 31 secciones analizadas tienen un ancho de patín de 0.62 m, como se evidencia a continuación.

*Tabla 2. Frecuencia relativa ancho de patín superior.*

<b>FRECUENCIA ANCHO DE PATÍN SUPERIOR</b>				
<b>(m)</b>				
Xi	fi	Fr	%	F
0.60	7	0.23	23%	7
0.62	15	0.48	48%	22
0.63	2	0.06	6%	24
0.70	3	0.10	10%	27
0.80	1	0.03	3%	28
1.00	2	0.06	6%	30
1.07	1	0.03	3%	31
	<b>31</b>	<b>1.00</b>	<b>100%</b>	

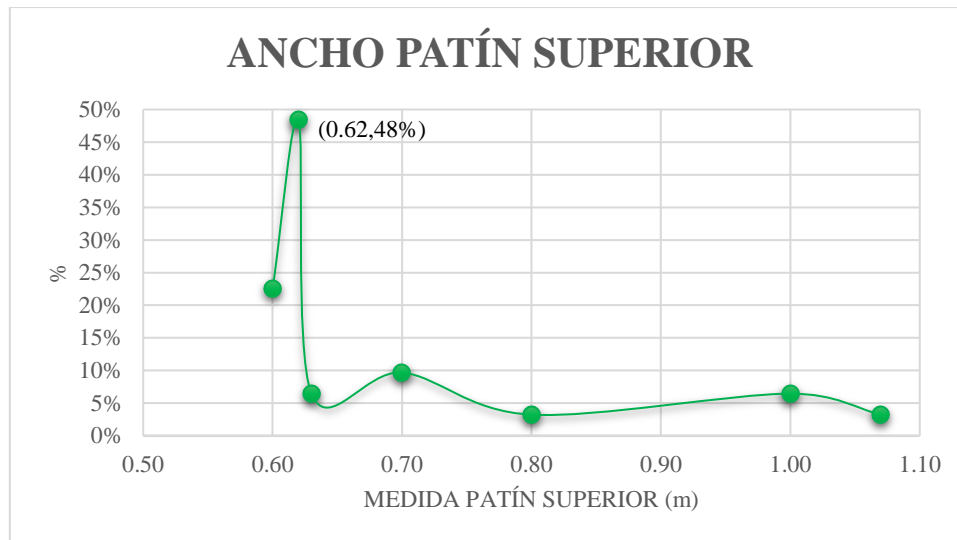


Figura 9. Frecuencia relativa para el ancho del patín superior.

- Espesor de losa: el 48% de las 31 secciones analizadas tienen un espesor de losa de 0.22 m, como se evidencia a continuación.

Tabla 3. Frecuencia relativa espesor de losa.

FRECUENCIA ESPESOR DE LOSA				
Xi	fi	Fr	%	F
0.18	3	0.10	10%	3
0.19	2	0.06	6%	5
0.20	10	0.32	32%	15
0.22	15	0.48	48%	30
0.25	1	0.03	3%	31
	31	1.00	100%	

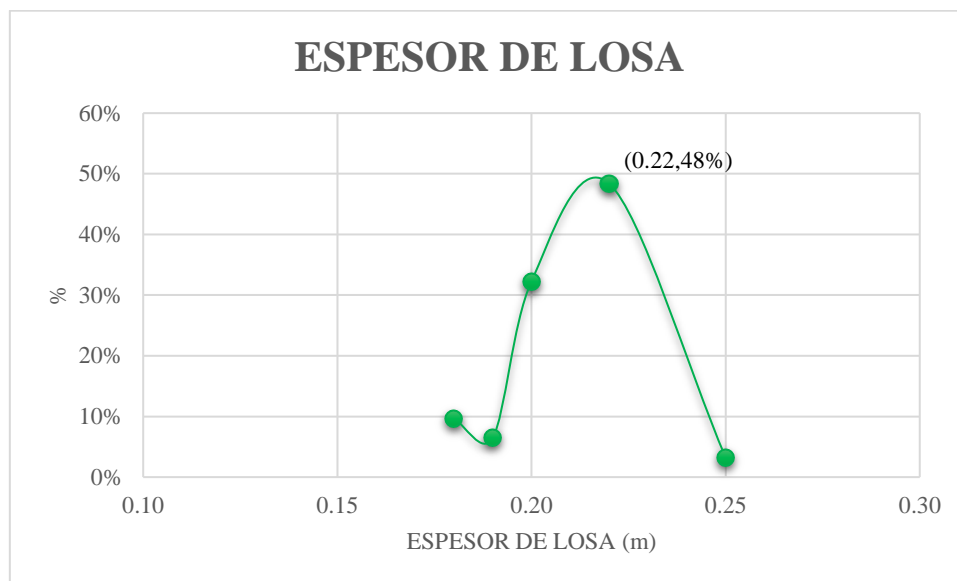


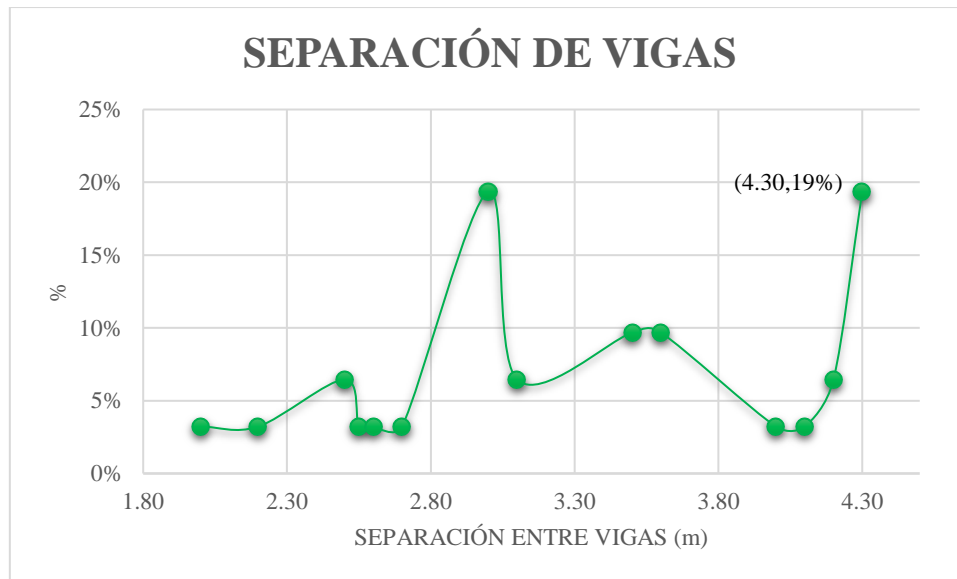
Figura 10. Frecuencia relativa para el espesor de losa.

- Separación de vigas: al menos el 38% de las 31 secciones analizadas tienen una separación entre vigas de 3.60 y 4.30 m, como se evidencia a continuación.

Tabla 4. Frecuencia relativa separación de vigas.

**FRECUENCIA SEPARACION DE VIGAS**

Xi	fi	Fr	%	F
2.00	1	0.03	3%	1
2.20	1	0.03	3%	2
2.50	2	0.06	6%	4
2.55	1	0.03	3%	5
2.60	1	0.03	3%	6
2.70	1	0.03	3%	7
3.00	6	0.19	19%	13
3.10	2	0.06	6%	15
3.50	3	0.10	10%	18
3.60	3	0.10	10%	21
4.00	1	0.03	3%	22
4.10	1	0.03	3%	23
4.20	2	0.06	6%	25
4.30	6	0.19	19%	31
	<b>31</b>	<b>1.00</b>	<b>100%</b>	



*Figura 11. Frecuencia relativa para la separación de vigas.*

- Longitud del voladizo: al menos el 35% de las 31 secciones analizadas tienen una longitud de voladizo de 1.20 m, como se evidencia a continuación.

*Tabla 5. Frecuencia relativa longitud del voladizo.*

<b>FRECUENCIA LONGITUD DEL VOLADIZO</b>				
Xi	fi	Fr	%	F
0.20	1	0.03	3%	1
0.40	1	0.03	3%	2
0.80	4	0.13	13%	6
0.90	3	0.10	10%	9
1.00	4	0.13	13%	13
1.20	11	0.35	35%	24
1.30	3	0.10	10%	27
1.40	3	0.10	10%	30
1.60	1	0.03	3%	31
	31	1.00	100%	

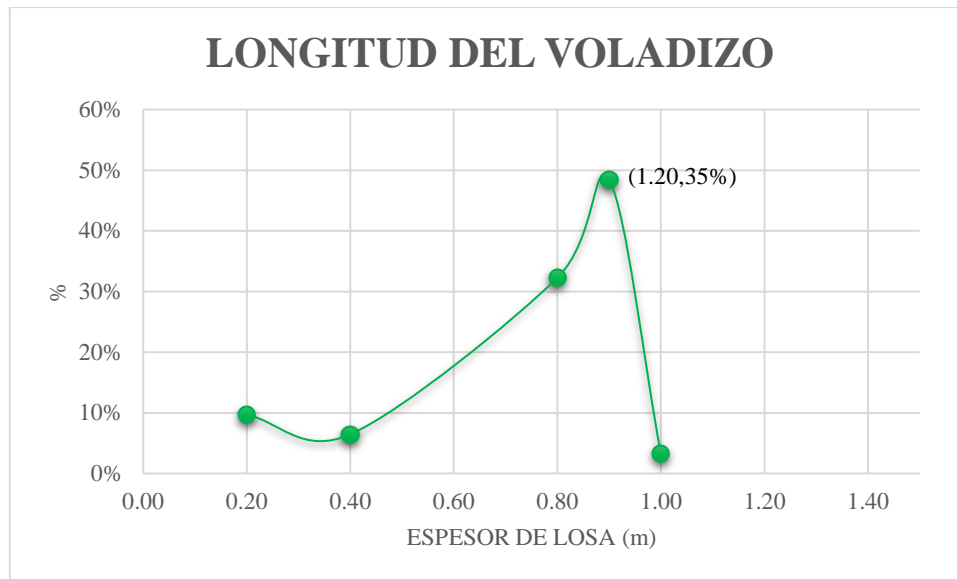


Figura 12. Frecuencia relativa para la longitud del voladizo.

- Luz del puente: al menos el 26% de las 31 secciones analizadas tienen una luz de 40 m, como se evidencia a continuación.

Tabla 6. Frecuencia relativa luz del puente

FRECUENCIA LUZ DEL PUENTE				
Xi	fi	Fr	%	F
20.00	1	0.03	3%	1
20.50	1	0.03	3%	2
25.00	3	0.10	10%	5
30.00	7	0.23	23%	12
32.00	1	0.03	3%	13
33.50	2	0.06	6%	15
34.00	1	0.03	3%	16
35.00	5	0.16	16%	21
40.00	8	0.26	26%	29
45.00	2	0.06	6%	31
	31	1.00	100%	

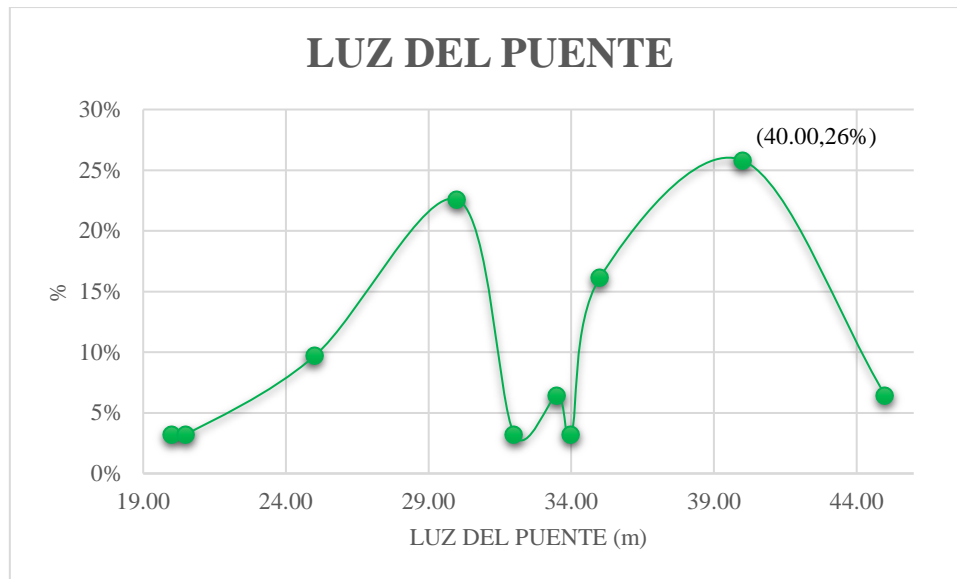


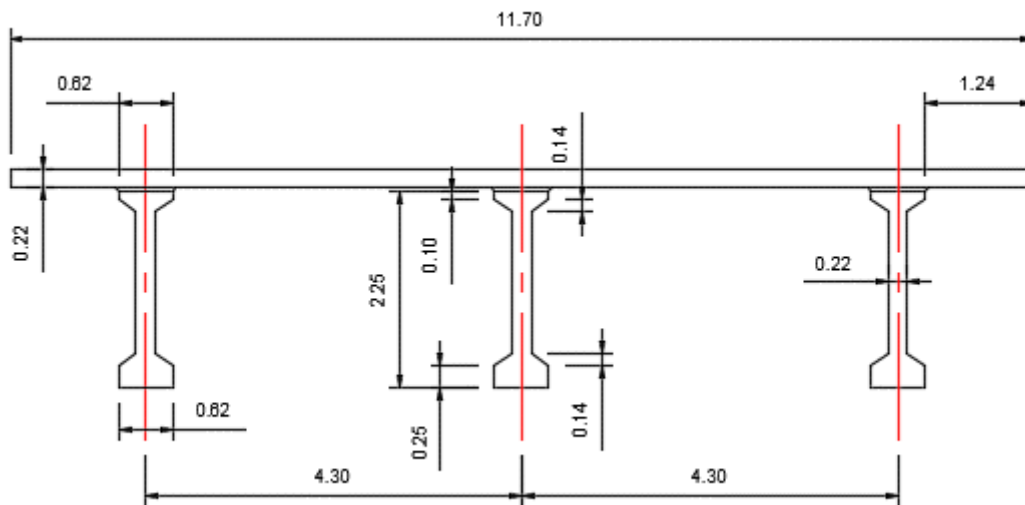
Figura 13. Frecuencia relativa para la luz del puente.

Después de analizar las variables anteriores, las cuales nos permite realizar un filtro más adecuado y acertado a la selección del puente para el caso ejemplo.

La sección de puente seleccionada será la número 18, debido a que presenta las dimensiones de ancho de patín (bs), espesor de losa, longitud del voladizo, separación entre vigas y luz del puente con parámetros geométricos más representativos de los 31 puentes en estudio.

Las secciones 8, 15, 16, 17 y 14 presentan las dimensiones de ancho de patín (bs), espesor de losa, longitud del voladizo y separación entre vigas iguales a la sección 18, pero al momento de realizar la selección se analiza la luz del puente como parámetro adicional, a pesar de no estar directamente relacionado con el espesor del tablero del puente según la correlación analizada anteriormente.



*Figura 14. Sección 18 de puente vigas postensadas.*

La sección transversal elegida presenta una luz entre ejes de vigas postensadas de 4.30 m, teniendo como luz libre para el análisis y diseño de 3.68 m. Los voladizos presentes tienen una distancia de 1.24 m entre borde de viga y extremo de puente. Las vigas tienen una altura de 2.25 m y un ancho en la base de 0.62 m, tal como se indicó anteriormente.

Ahora después de tener definida la sección representativa del puente a utilizar para realizar el diseño de la losa tablero, se procederá a aplicar las metodologías de diseño tradicional y empírico para luego proceder con la confrontación de los resultados arrojados por el análisis.

## **7. Aplicación de metodologías de diseño**

Antes de aplicar los métodos de diseño es importante definir los parámetros de resistencia que pueden incidir en el análisis de los elementos estructurales tales como concreto empleado, módulo de elasticidad, resistencia de fluencia del acero y peso unitario del concreto.

### **7.1. Método de diseño tradicional**

Teniendo en cuenta la sección de puente seleccionada con la geometría y medidas que se especifican en la Figura 14 se procede a desarrollar el método empírico calculando el diseño

a flexión en luces interiores y el diseño a flexión en los voladizos de ambos extremos como se evidencia en la Figura 14. Sección 18 de puente vigas postensadas.

### 7.1.1. Datos de entrada

Para el caso ejemplo se empleará un concreto de 28 MPa, peso unitario del concreto de 280 Kg/cm<sup>2</sup>, módulo de elasticidad de  $4800\sqrt{f'c}$  y un acero de refuerzo convencional con una resistencia de fluencia de 4200 Kg/cm<sup>2</sup>, cumpliendo con las especificaciones del ASTM A706.

Tabla 7. Datos de entrada para el diseño de losa.

DISEÑO A FLEXION LUCES INTERIORES		
<b>DATOS DE ENTRADA</b>		
L	40.00 m	Longitud del puente
A	11.70 m	Ancho del puente
Tipo de viga:	Concreto	
N <sub>v</sub>	3	Numero de vigas longitudinales
Sperpendicular	4.30 m	Espaciamiento entre centros de vigas
b	0.62 m	Ancho de vigas
f <sub>c</sub>	280 kg/cm <sup>2</sup>	Resistencia del concreto a la compresión
f <sub>y</sub>	4200 kg/cm <sup>2</sup>	Resistencia del acero a tracción
B	1.00 m	Ancho de la losa
N <sub>L</sub>	2	Numero de luces
t <sub>s</sub>	0.22 m	Espesor de la losa sugerido
t	0.22 m	Espesor de la losa usado
R.L (c.i.)	0.04 m	Recubrimiento libre cara inferior
R.L (c.s.)	0.05 m	Recubrimiento libre cara superior
e <sub>w</sub>	0.075 m	Espesor del pavimento
S <sub>d</sub> calculada	0.21 m	Sección de diseño calculada (CCP-14 4.6.2.1.6)
S <sub>d</sub> usada	0.21 m	Sección de diseño usada (CCP-14 4.6.2.1.6)

Como datos de entrada se considera los datos geométricos ya mencionados (Figura 14. Sección 18 de puente vigas postensadas.; y Tabla 1. Secciones de puentes. Información suministrada. ).

### 7.1.2. Evaluación de cargas

Los elementos estructurales se han considerado siguiendo las cargas establecidas en la Norma Colombiana de Diseño de Puentes CCP-14.

Tabla 8. Cargas empleadas.

EVALUACIÓN DE CARGAS		
<b>Carga muerta</b>		
$W_{DC}$	0.53 ton/m	Peso de la losa
$W_{DW}$	0.17 ton/m	Peso del pavimento
$W_D$	<b>0.70 ton/m</b>	<b>Carga muerta total</b>
<b>Evaluación de momentos</b>		
$M_{DC}$	0.98 ton-m	Momento positivo por peso losa
$M_{DW}$	0.32 ton-m	Momento positivo por sobrecarga (Pavimento)
$M_{LL+}$	4.11 ton-m	Momento positivo por carga viva
$M_{LL-}$	4.81 ton-m	Momento negativo por carga viva
$M_{U+}$	<b>11.27 ton-m</b>	<b>Momento Último de diseño positivo</b>
$M_{U-}$	<b>12.90 ton-m</b>	<b>Momento Último de diseño negativo</b>

#### 7.1.2.1. Carga muerta (WD)

La carga muerta empleada es de 0.70 Ton/m, dicha carga se obtiene de la suma del peso de la losa y del pavimento, como se observa a continuación.

##### 7.1.2.1.1. Peso de la losa (WDC)

Corresponde al peso específico del concreto 2.4 Ton/m<sup>3</sup> por el espesor de la losa usado (t) por un (1) m lineal.

$$W_{DC} = 2.40 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3} \times 1.00 \text{ m} \times 0.22 \text{ m} = 0.54 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

##### 7.1.2.1.2. Peso del pavimento (WDW)

Corresponde al peso específico del asfalto 2.3 Ton/m<sup>3</sup> por el espesor del pavimento (ew) por un (1) m lineal.

$$W_{DW} = 2.30 \frac{\text{Ton}}{\text{m}^3} \times 1.00 \text{ m} \times 0.075 \text{ m} = 0.17 \frac{\text{Ton}}{\text{m}}$$

Se considera 7.5 cm de carpeta asfáltica por una posible repavimentación futura.

#### **7.1.2.2. Evaluación de momentos.**

Para considerar la evaluación de momentos en el diseño de la losa se tuvo en cuenta las siguientes condiciones que se encuentran establecidas en el *APÉNDICE A4 – TABLA PARA DISEÑO DE LOSAS DE TABLERO* (INVIAS, 2014):

- *Los momentos se calculan usando el método de la franja equivalente en vigas paralelas.*
- *Los valores tabulados incluyen los factores de presencia múltiple y la ampliación por carga dinámica.*
- *Ver el Artículo A.6.2.1.6 para la distancia entre los centros de vigas y la ubicación de las secciones de diseño para momentos negativos en el tablero. Para distancias diferentes a las listadas en la Tabla A4-1 se puede interpolar entre los valores listados.*
- *Los momentos son aplicables a tableros apoyados como mínimo en tres vigas y que tengan un ancho no inferior a 4300 mm entre ejes de las vigas exteriores.*
- *Los momentos representan el límite superior para los momentos en las regiones interiores de la losa y, para cualquier separación específica entre vigas, se tomaron como el máximo valor calculado, suponiendo diferente número de vigas en la sección transversal del puente. Para cada combinación de separación entre vigas y número de vigas, se consideraron los siguientes dos casos de ancho de voladizo:*
  - (a) Mínimo ancho total de voladizo de 530 mm medido desde el eje de la viga exterior, y*
  - (b) Máximo ancho total de voladizo igual al menor entre 0.625 veces la separación entre vigas y 1800 mm.*

(c) *Se usó un ancho del sistema de barrera de 530 mm para determinar el ancho libre del voladizo. Para otros anchos de sistemas de baranda, se espera que la diferencia en los momentos en las regiones interiores del tablero esté dentro de los límites aceptables para diseño práctico.*

- *Los momentos no se aplican a los voladizos del tablero ni a las regiones adyacentes del tablero las cuales se deben diseñar teniendo en cuenta las disposiciones del Artículo A 13.4.1.*
- *Se encontró que dos ejes de 111 KN (25<sup>k</sup>) del tándem, colocados 1200 mm aparte, produjeron efectos máximos bajo cada una de las llantas aproximadamente igual al efecto del eje de camión de 140 KN. El tándem produce un momento total mayor, pero este momento se distribuye sobre un ancho mayor. Se concluyó que repetir los cálculos con un ancho de franja diferente para el tándem no resultaría en una diferencia significativa.<sup>1</sup>*

---

<sup>1</sup> Requisitos para determinar los momentos de diseño en diferentes combinaciones de vigas (INVIAS, 2014).

Tabla 9. Tabla para determinar los momentos de carga viva por unidad de ancho (INVIAS, 2014).

Tabla A4-1 — Momentos máximos de carga viva por unidad de ancho, (N mm/mm)

S (mm)	Momento positivo	Momento negativo						
		Distancia desde el eje de la viga hasta la sección de diseño para momento negativo						
		0.0 mm	75 mm	150 mm	225 mm	300 mm	450 mm	600 mm
1300	21130	11720	10270	8940	7950	7150	6060	5470
1400	21010	14140	12210	10340	8940	7670	5960	5120
1500	21050	16320	14030	11720	9980	8240	5820	5250
1600	21190	18400	15780	13160	11030	8970	5910	4290
1700	21440	20140	17290	14450	12010	9710	6060	4510
1800	21790	21690	18660	15630	12930	10440	6270	4790
1900	22240	23050	19880	16710	13780	11130	6650	5130
2000	22780	24260	20960	17670	14550	11770	7030	5570
2100	23380	26780	23190	19580	16060	12870	7410	6080
2200	24040	27670	24020	20370	16740	13490	7360	6730
2300	24750	28450	24760	21070	17380	14570	9080	8050
2400	25500	29140	25420	21700	17980	15410	10870	9340
2500	26310	29720	25990	22250	18510	16050	12400	10630
2600	27220	30220	26470	22730	18980	16480	13660	11880
2700	28120	30680	26920	23170	19420	16760	14710	13110
2800	29020	31050	27300	23550	19990	17410	15540	14310
2900	29910	32490	28720	24940	21260	18410	16800	15480
3000	30800	34630	30790	26960	23120	19460	18030	16620
3100	31660	36630	32770	28890	23970	21150	19230	17780
3200	32500	38570	34670	30770	26880	22980	20380	18910
3300	33360	40440	36520	32600	28680	24770	21500	20010
3400	34210	42250	38340	34430	30520	26610	22600	21090
3500	35050	43970	40030	36090	32150	28210	23670	22130
3600	35870	45650	41700	37760	33810	29870	24700	23150
3700	36670	47250	43310	39370	35430	31490	25790	24140
3800	37450	48820	44880	40940	37010	33070	27080	25100
3900	38230	50320	46390	42460	38540	34600	28330	25550
4000	38970	51790	47870	43950	40030	36110	29570	26410
4100	39710	53190	49280	45370	41470	37570	30770	27850
4200	40420	54560	50670	46770	42880	38990	31960	28730
4300	41120	55880	52000	48130	44250	40380	33130	29570
4400	41800	57150	53290	49440	45580	41720	34250	30400
4500	42460	58420	54580	50740	46900	43060	35380	31290
4600	43110	59620	55800	51980	48160	44340	36700	32360

### 7.1.3. Diseño momento positivo y negativo luces interiores

Para determinar las fuerzas internas las franjas se deben tratar como vigas continuas o vigas simplemente apoyadas, y las fuerzas internas en la franja se debe suponer que los componentes de apoyo son infinitamente rígidos.

Tabla 10. Procedimiento diseño momento positivo.

DISEÑO MOMENTO POSITIVO		
m	17.65	
K	34.78 kg/cm <sup>2</sup>	
ρ Mínima	0.0020	Cuantía de diseño mínima
ρ Calculada	0.0101	Cuantía de diseño calculada
A <sub>s</sub>	18.18 cm <sup>2</sup>	Acero de Refuerzo Principal Requerido
<b>Refuerzo mínimo (Temperatura)</b>		
# <sub>1</sub>	4	Número de la barra 1
Ab <sub>1</sub>	1.29 cm <sup>2</sup>	Área de barra 1

$S_{Escogido 1}$	20.00 cm	Espaciamiento escogido 1	
$A_{s 1}$	6.45 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 1	
<b>Refuerzo complementario</b>			
# <sub>2</sub>	5	Número de la barra 2	
$Ab_2$	1.99 cm <sup>2</sup>	Área de barra 2	
$S_{Escogido 2}$	15.00 cm	Espaciamiento escogido 2	
$A_{s 2}$	13.27 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 2	
		Acero total suministrado Momento positivo	
$A_{St}$ (Momento positivo)	19.72 cm <sup>2</sup>		Cumple 108%

Tabla 11. Procedimiento diseño momento negativo.

DISEÑO MOMENTO NEGATIVO			
m	17.65		
K	44.64 kg/cm <sup>2</sup>		
$\rho$ Mínima	0.0020	Cuantía de diseño mínima	
$\rho$ Calculada	0.0134	Cuantía de diseño calculada	
$A_s$	22.77 cm <sup>2</sup>	Acero de Refuerzo Principal Requerido	
<b>Refuerzo mínimo (Temperatura)</b>			
# <sub>1</sub>	4	Número de la barra 1	
$Ab_1$	1.29 cm <sup>2</sup>	Área de barra 1	
$S_{Escogido 1}$	20.00 cm	Espaciamiento escogido 1	
$A_{s 1}$	6.45 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 1	
<b>Refuerzo complementario vigas interiores</b>			
# <sub>2</sub>	6	Número de la barra 2	
$Ab_2$	2.84 cm <sup>2</sup>	Área de barra 2	
$S_{Escogido 2}$	15.00 cm	Espaciamiento escogido 2	
$A_{s 2}$	18.93 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 2	
		Acero total suministrado Momento negativo	
$A_{St}$ (Momento negativo)	25.38 cm <sup>2</sup>		Cumple 111%

Tabla 12. Procedimiento refuerzo de distribución.

REFUERZO DE DISTRIBUCIÓN		
Refuerzo distribución	58.56 %	Porcentaje del refuerzo principal (CCPI4 - 9.7.3.2)

$A_{sr} =$	10.65 cm <sup>2</sup>	Acero de repartición requerido	
#	5	Número de la barra	
$A_b$	1.99 cm <sup>2</sup>	Área de barra	
UND	5	Cantidad de barras calculadas	
$S_{calculado}$	18.69 cm	Espaciamiento calculado	
$S_{escogido}$	15.00 cm	Espaciamiento escogido	
$A_{sr}$	13.27 cm <sup>2</sup>	Acero repartición suministrado	Cumple
			125%

#### REFUERZO MÍNIMO

#	4	Número de la barra	
$S_{escogido}$	30.00 cm	Espaciamiento escogido	

#### 7.1.4. Diseño a flexión en los voladizos

Tabla 13. Procedimiento diseño momento negativo voladizos.

DISEÑO A FLEXIÓN EN VOLADIZO		
<b>Datos generales</b>		
$h_1$	0.35 m	Altura andén
$a_1$	1.00 m	Ancho andén
$h_2$	0.00 m	Altura sardinel, baranda o new jersey
$a_2$	0.00 m	Ancho sardinel o new jersey
$B$	1.00 m	Ancho de la losa
$t$	0.225 m	Espesor de la losa considerando el espesor del pavimento
R.L (c.s.)	0.05	Recubrimiento libre cara superior
$L$	1.24 m	Longitud voladizo medido desde la cara de la viga
<b>Evaluación de momentos</b>		
$M_{D \text{ andén}}$	0.62 ton-m	Momento por carga muerta de andén
$M_{D \text{ losa}}$	0.42 ton-m	Momento por carga muerta de losa
$M_{D \text{ pavimento}}$	0.00 ton-m	Momento por carga muerta de pavimento
$M_{D \text{ iluminación}}$	0.19 ton-m	Momento por carga pasamanos e iluminación
$M_{D \text{ baranda metálica}}$	0.00 ton-m	Momento por carga de baranda metálica
<b><math>M_{D \text{ total}}</math></b>	<b>1.23 ton-m</b>	<b>Momento total por carga muerta</b>
$X_1$ se encuentra a 0.30 m del borde del sardinel o new jersey		
$X_1$	0.94 m	Distancia entre la carga 1 y la cara de la viga
$X_2$	0.00 m	Distancia entre la carga 2 y la cara de la viga



$X_3$	0.00 m	Distancia entre la carga 3 y la cara de la viga
$E_1$	1.85 m	Ancho de repartición de la carga 1
$E_2$	1.10 m	Ancho de repartición de la carga 2
$E_3$	1.10 m	Ancho de repartición de la carga 3
$M_{L1}$	<b>4.93 ton-m</b>	<b>Momento por carga viva gravitacionales</b>
$P$	9.84 ton	Carga axial por colisión
$P_u$	9.84	Carga axial última por colisión
$A_{SPu}$	2.60 cm <sup>2</sup>	Área de acero requerida por carga axial
$M_{L2}$	<b>3.88 ton-m</b>	<b>Momento por carga viva por colisión para voladizos</b>
$M_{U1}$	<b>13.07 ton-m</b>	<b>Momento Último de diseño voladizo</b>
<b>DISEÑO MOMENTO NEGATIVO</b>		
$m$	17.65	
$K$	42.67	kg/cm <sup>2</sup>
$\rho$ Mínima	0	Cuantía de diseño mínima
$\rho$ Calculada	0.012	Cuantía de diseño calculada
$A_s$	24.85 cm <sup>2</sup>	Acero de Refuerzo Principal requerido
<b>Refuerzo mínimo (Temperatura)</b>		
$\#_1$	4	Número de la barra 1
$Ab_1$	1.29 cm <sup>2</sup>	Área de barra 1
$S_{Escogido 1}$	20.00 cm	Espaciamiento escogido 1
$A_{s 1}$	6.45 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 1
<b>Refuerzo complementario Voladizo</b>		
$\#_2$	6	Número de la barra 2
$Ab_2$	2.84 cm <sup>2</sup>	Área de barra 2
$S_{Escogido 2}$	15.00 cm	Espaciamiento escogido 2
$A_{s 2}$	18.93 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 2
$A_{st}$	25.38 cm <sup>2</sup>	Acero total suministrado Momento negativo voladizo

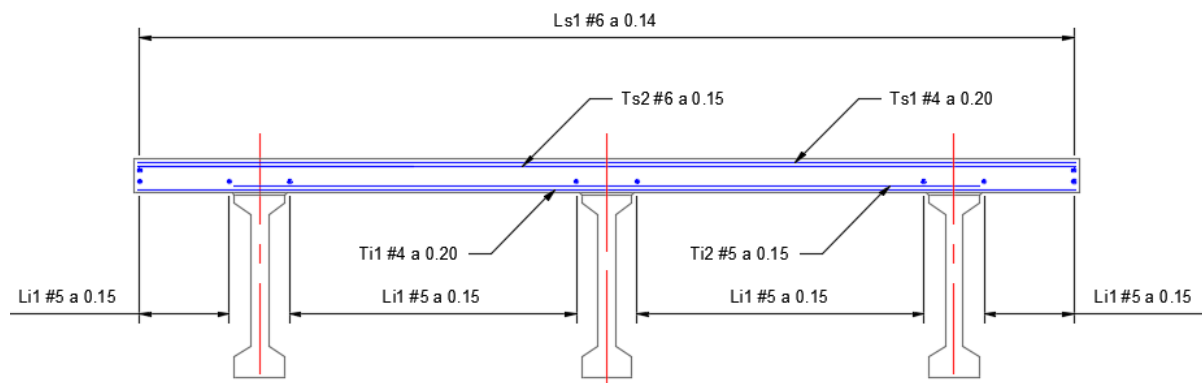
Cumpl  
e

Se presenta un refuerzo mínimo transversal #4 a 0.20 m para ser complementado con barras adicionales según lo solicite el diseño. El refuerzo adicional tendrá una longitud de desarrollo a partir del momento resistente por el refuerzo de temperatura.

Las longitudes de desarrollo para el refuerzo adicional se revisan de acuerdo a los momentos generados en las vigas, siguiendo longitud de anclaje. Estas distancias son importantes según el diagrama de momentos dispuesto, y por ello hace que se traslape las barras adicionales para el momento negativo de las vigas internas con el momento negativo del voladizo. Para evitar un traslape y por facilidad constructiva se decide disponer de una barra continua como refuerzo adicional al de temperatura para atender las solicitaciones de momento negativo.

La barra adicional de la cara inferior se presenta entre caras de vigas externas debido a que los voladizos del puente no presentan una magnitud significativa de momento positivo y por esto no se ve necesario la colocación de barras adicionales sobre estas zonas.

*Figura 15. Distribución del refuerzo método tradicional.*



La figura anteriormente mostrada presenta marcación de las barras con el fin de posteriormente revisar el peso total del acero transversal para realizar una comparación con la siguiente metodología a analizar.

## 7.1. Método de diseño empírico

Para proceder a desarrollar este método se realiza una lista de chequeo con las condiciones de diseño anteriormente descritas, dicha lista se obtiene según la sección escogida Figura 14.

### 7.1.1. Lista de chequeo

Según las características de la sección escogida se procede a verificar la lista de chequeo:

Tabla 14. Requisitos para el diseño empírico.

REQUISITO (CCP-14 - 9.7.2)	OBSERVACIONES	CHEQUEO
En toda a sección transversal se utilizan líneas de apoyo o diafragmas entre elementos.	Las vigas empleadas para el caso ejemplo son vigas postensadas o preesforzadas con secciones en I, con 3.60 m entre ejes y luces internas de 2.98 m.	OK
En las secciones transversales donde se involucren unidades rígidas a la torsión, como las vigas cajón individuales separadas, las cuales deben contar con diafragmas intermedios entre los cajones con separación menor o igual a 8 m, o se deben colocar una armadura suplementaria sobre las almas para poder acomodar la flexión transversal entre los cajones si es necesario.		OK
Los apoyos de la losa del puente deben ser de concreto o de acero.	El caso ejemplo se emplea en concreto preesforzado	OK
El vaciado del tablero debe ser in situ en su totalidad y se realiza proceso de curado con agua.		OK
El espesor del tablero es uniforme en la totalidad de su longitud, excluyendo el aumento de espesores localizados y los acartelamientos en las zonas de las vigas.	El espesor del tablero es de 200 mm, sin tener en cuenta los 25 mm del espesor del pavimento.	OK
La relación entre la longitud efectiva y el espesor de diseño debe ser menor o igual a 18 y mayor o igual a 6.	La longitud efectiva es de 2.98 m, el espesor de la losa es de 0.20 m, cuya relación da 14.9, siendo esta mayor a 6 y menor a 18.	OK
La altura mínima del núcleo de la losa es de 0.10 m.		OK
La longitud efectiva debe ser menor o igual a 4.10 m.	Longitud efectiva 2.98 m, lo que es menor a 4.10 m.	OK

El espesor mínimo de la losa es mayor o igual a 1750 mm, exceptuando la superficie de desgaste mencionada anteriormente.	El espesor de la losa es mayor a 1750 mm, sin contar el espesor del asfalto.	OK
El voladizo para la losa debe tener como mínimo igual a 5 veces el espesor de la losa, considerándose desde la cara extrema de la viga externa hasta el borde lateral del puente. Se verá satisfecha si el voladizo es igual a 3 veces el espesor de la losa y se tiene una barrera de concreto estructuralmente continua que pueda aportar a su rigidez actuando de forma compuesta con el voladizo.	El voladizo desde el eje de la viga es de 1.55 m, con una luz desde la cara de la viga hasta el borde lateral de 1.24 m, lo cual satisface este requisito ya que me es mayor a 1 m la longitud mínima del voladizo y es una longitud mayor a 0.6 m, distancia mínima con barrera de concreto continúa actuando en conjunto con el voladizo.	OK
A los 28 días la resistencia a la compresión especificada para el concreto del tablero o losa debe ser como mínimo de 28 MPa.	La resistencia del concreto para este caso ejemplo es de 28 MPa.	OK
Todos los componentes pertenecientes a la estructura sobre los cuales se apoya la losa deben trabajar de forma compuesta con esta.		OK
La separación mínima entre centros de los conectores de cortante para el momento negativo de las estructuras de vigas en acero debe ser 0.6 m. Para las estructuras con vigas de concreto es suficiente con disponer de estribos que se distribuyan hacia el interior del tablero del puente.	Se dispone de estribos que se distribuyen hacia el interior del tablero	OK

### 7.1.2. Evaluación de refuerzo

La evaluación del refuerzo para las losas de los puentes por medio de este método está influenciada significativamente por la separación transversal de las vigas postensadas ya que, como lo especifica el CCP-14, la longitud efectiva es quién afecta el diseño según los requisitos mínimos del numeral 9.7.2.5.

Analizando la lista de chequeo Tabla 14. Requisitos para el diseño empírico. Se distribuye el refuerzo para la losa de la siguiente manera:

Tabla 15. Refuerzo método empírico cara superior.

<b>Datos generales</b>		
t	220 mm	Espesor de losa usado
L(apoyos)	4300 mm	Longitud entre apoyos
Ancho viga	620 mm	Ancho efectivo viga
Lefectiva	3680 mm	Longitud efectiva
r (superior)	50 mm	Recubrimiento superior
r (inferior)	40 mm	Recubrimiento inferior
As superior	0.57 mm <sup>2</sup> /mm	Acero armadura superior (CCP-14 - 9.7.2.5)
As inferior	0.38 mm <sup>2</sup> /mm	Acero armadura inferior (CCP-14 - 9.7.2.5)
S	45 cm	Separación máxima (CCP-14 - 9.7.2.5)
<b>Refuerzo superior</b>		
Refuerzo superior	20.98 cm <sup>2</sup>	Área acero superior requerido
<b>Longitudinal</b>		
#long	6.00	Número de la barra longitudinal
Ablong	2.84 cm <sup>2</sup>	Área de barra longitudinal
SEscogido long	14.00 cm	Espaciamiento escogido longitudinal
As long sum	20.29 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado longitudinal
Cumple	97%	
<b>Transversal</b>		
<b>Refuerzo mínimo (Temperatura)</b>		
#1	4.00	Número de la barra 1
Ab1	1.29 cm <sup>2</sup>	Área de barra 1
SEscogido 1	20.00 cm	Espaciamiento escogido 1
As 1	6.45 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 1
<b>Refuerzo complementario</b>		
#2	5	Número de la barra 2
Ab2	1.99 cm <sup>2</sup>	Área de barra 2
SEscogido 2	12.00 cm	Espaciamiento escogido 2
As 2	16.58 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 2
AS sup suministrado	23.03 cm <sup>2</sup>	Área acero superior suministrado
Cumple	110%	

Tabla 16. Refuerzo método empírico cara inferior.

<b>Refuerzo inferior</b>		
Refuerzo inferior	13.98 cm <sup>2</sup>	Área acero inferior
<b>Longitudinal</b>		
#long	5.00	Número de la barra longitudinal
Ablong	1.99 cm <sup>2</sup>	Área de barra longitudinal
SEscogido long	15.00 cm	Espaciamiento escogido longitudinal
As long	13.27 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado longitudinal

<b>Cumple</b>	<b>95%</b>	
<b>Transversal</b>		
<b>Refuerzo mínimo (Temperatura)</b>		
#1	4.00	Número de la barra 1
Ab1	1.29 cm <sup>2</sup>	Área de barra 1
S <sub>Escogido 1</sub>	20.00 cm	Espaciamiento escogido 1
As 1	6.45 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 1
<b>Refuerzo complementario</b>		
#2	4	Número de la barra 2
Ab <sub>2</sub>	1.29 cm <sup>2</sup>	Área de barra 2
S <sub>Escogido 2</sub>	15.00 cm	Espaciamiento escogido 2
As <sub>2</sub>	8.60 cm <sup>2</sup>	Acero suministrado 2
As inf suministrado	15.05 cm <sup>2</sup>	Cantidad de barras inferior
<b>Cumple</b>	<b>108%</b>	

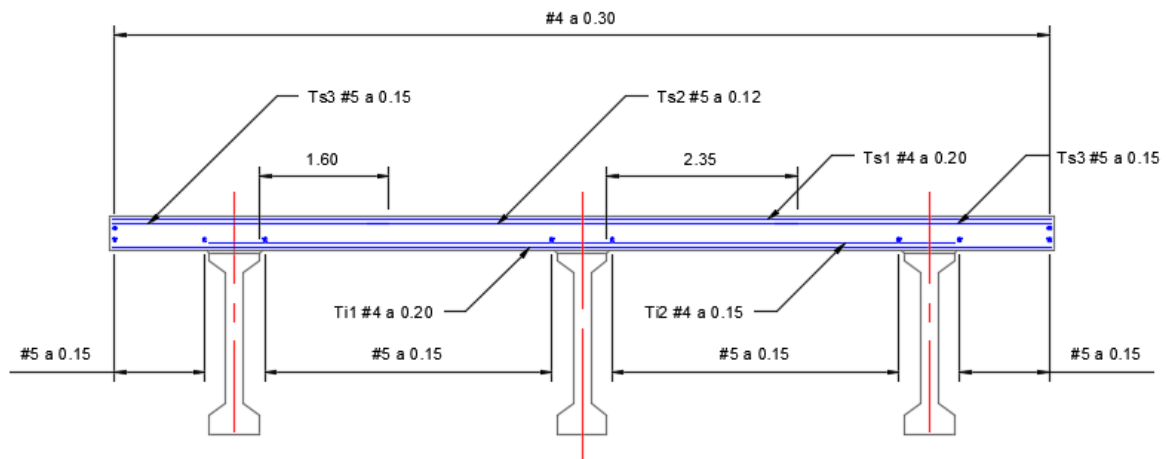
La armadura de refuerzo calculada representa el acero perpendicular a la longitud del puente. Igual que en el método empírico, se presenta un refuerzo mínimo para el acero transversal, el cuál luego se verá complementado con barras adicionales según lo indique el diseño. Se considera que el refuerzo de acuerdo con los parámetros presentados por el método siguiendo la cuantía de acero recomendada por la CCP-14. (INVIAS, 2014)

El método empírico no debe ser aplicado para las zonas de voladizo pertenecientes a la losa, (Rosenbaugh, y otros, 2021) por este motivo el refuerzo a utilizar en estos puntos será el equivalente al presentado en la Tabla 11 del apartado 7.1.4 del presente documento.

Del mismo modo que en el método tradicional, las barras adicionales se traslapan debido a la longitud de desarrollo respetada. Por facilidad constructiva y para evitar traslapos, se decide disponer de una barra continua para el refuerzo adicional atendiendo las solicitudes de momento negativo en la cara superior de la losa con el acero más desfavorable, identificando así que el diseño de los voladizos gobierna el diseño de la cara superior del tablero del puente.

A continuación, se presenta un esquema del refuerzo de acero para el tablero de la sección definida por medio del método empírico.

Figura 16. Distribución del refuerzo método empírico.



## 8. Comparación de resultados

Se plantea comparar los resultados obtenidos por ambas metodologías para el acero de refuerzo transversal perteneciente a la cara superior e inferior de la losa de tablero.

Al hacer un primer análisis visual a los esquemas anteriormente presentados en la Figura 15 y la Figura 16, se puede observar que el acero dispuesto para el método de diseño tradicional posee mayor área de refuerzo dispuesto en ambas caras; mientras que por el método de diseño empírico se presenta una cantidad mucho menor. Evaluando el área de acero suministrado por medio de ambas metodologías se encuentra que la diferencia entre la cuantía de refuerzo correspondiente a la cara superior es de un 9%, y el de la cara inferior es de un 24%.

Después se procede a revisar la diferencia de los resultados por medio de un análisis cuantitativo, se decide realizar un despiece para calcular el peso total de acero transversal que soporta la losa del puente, examinando así el porcentaje de variación de la cantidad de acero derivados de los métodos anteriormente mencionados.

Tabla 17. Cantidades acero transversal método tradicional.

<b>Método tradicional</b>					
Marcación	#	Longitud (m)	Cantidad	Peso unit (kg/m)	Peso total (kg)
TS1	4	11.60	201	0.994	2318
Ts2	6	11.60	268	2.235	6948
Ti1	4	11.60	201	0.994	2318
Ti2	5	9.22	268	1.552	3835
Ls1	4	12.00	40	0.994	477
Ls2	4	5.65	40	0.994	225
Li1	5	12.00	78	1.552	1453
Li2	5	6.70	78	1.552	811
<b>Total (kg)</b>					15418
<b>Total (ton)</b>					15.4

Tabla 18. Cantidades acero transversal método empírico.

<b>Método empírico</b>					
Marcación	#	Longitud (m)	Cantidad	Peso unit (kg/m)	Peso total (kg)
TS1	4	11.60	201	0.994	2318
Ts2	6	11.60	268	2.235	6948
Ti1	4	11.60	201	0.994	2318
Ti2	4	9.22	268	0.994	2456
Ls1	6	12.00	84	2.235	2253
Ls2	6	7.30	84	2.235	1371
Li1	5	12.00	78	1.552	1453
Li2	5	6.70	78	1.552	811
<b>Total (kg)</b>					14040
<b>Total (ton)</b>					14.0

Según la Tabla 17, el peso de la armadura perteneciente a la losa derivado del método de diseño tradicional equivale a 15.4 ton de acero corrugado, mientras que los resultados de refuerzo obtenido en Tabla 18 del método de diseño empírico es de 14 ton, representando así un 10% menos del peso total de la armadura dispuesta en el tradicional.



## 9. Conclusiones

Aunque la modelación 3D permite una gran versatilidad de elaboración para casi cualquier tipología de puente (tales como: voladizos sucesivos, vigas simplemente apoyadas en estructuras de concreto postensado, metálico o reforzado, losas macizas, entre otros) (EJ & DL, 1998), se considera no está al alcance de una monografía realizar este tipo de análisis por la complejidad que se puede tener al entrar en el campo computacional de los métodos finitos, por esto se busca que la revisión de estos elementos sea analizada por medio del método de diseño empírico, logrando así comparar los resultados frente al método de diseño tradicional, el cuál es el más comúnmente utilizado por la mayoría de las empresas de consultoría para puentes en Colombia.

Se considera que, en las secciones de los puentes de vigas postensadas, las dimensiones presentes en la geometría de las vigas son relativamente comunes o constantes, probablemente por la facilidad de acceder a los fabricantes de formaletas que ofrecen estas dimensiones.

Una de las medidas más repetitivas en la comparación de las secciones fue la del patín superior e inferior, teniendo así un ancho de 0.60 – 0.62 m. Esta medida puede ser representativa para el diseño de las losas ya que de esta depende la longitud efectiva del análisis para los momentos que se presentan en la sección transversal seleccionada por medio del método tradicional.

La separación entre vigas fue una de las dimensiones más diversas, probablemente motivados por criterios constructivos o diseños conservadores en donde se buscaba tener vigas no tan esforzadas por las cargas impuestas. Estas podrían variar desde 2.70 m hasta 4.30 m aproximadamente.

Aunque el método de diseño empírico esté presente en el código colombiano para el diseño de puentes (INVIAS, 2014), es más conocido el método de diseño tradicional,

posiblemente por ser el más representativo y más exacto por el análisis detallado que se realiza a las cargas que afectan el tablero.

Según los casos ejemplos realizados, el acero obtenido por medio del método de diseño tradicional es un poco mayor que el arrojado por el método empírico. Debido a que para el análisis de los voladizos en ambas metodologías de diseño se utiliza el tradicional, el cálculo de la cara superior de la losa fue gobernado por las solicitaciones impuestas sobre el voladizo.

En el trabajo se analizó una sola sección típica dentro de un grupo de datos, los resultados obtenidos pueden ser representativos debido a que se seleccionó una sección que se presentaba con mayor frecuencia en diferentes diseños estructurales de puentes.

Los resultados de peso total del acero arrojado por el método empírico representaron un 10% menos que la cantidad de acero suministrada en el método tradicional, sin embargo, al relacionar cada cara entre metodologías se puede identificar una diferencia significativa de los pesos del acero dispuesto.

Para el primer método se dispone un 23% menos de acero en la cara superior respecto al segundo, esto debido a que el método empírico requiere una cuantía mayor en sentido longitudinal, mientras que el método tradicional realiza un simple análisis de refuerzo de distribución.

La diferencia entre el área de acero perteneciente a la cara inferior de la losa del método tradicional es del 20% más con respecto al método empírico, debido a que los momentos negativos podrían ser más representativo que los momentos positivos asignados.

Analizando cada método se encuentra que, aunque el método empírico represente un 10% menos de acero, no se considera que simbolice un ahorro de gran magnitud como se esperaba inicialmente. Esta relación es pequeña debido a que un método puede arrojar mayor cantidad de acero para la cara superior y menor para la inferior, mientras que su contraparte

equilibra esta diferencia al poseer un mayor peso para la cara inferior y menos para la cara superior.

Vale la pena mencionar que una de las razones por las que los resultados obtenidos en el despiece son muy similares es por la no aplicabilidad del método empírico en la zona de voladizo, ya que este fue el que solamente gobernó el diseño de la cara superior del tablero. Al evitar un traslapo entre las barras adicionales del momento negativo se decidió suministrar una barra continua en toda la longitud transversal debido a que es más conveniente por procesos constructivos.

Posiblemente los resultados arrojados del área de acero del método tradicional son un poco mayores debido a que se realiza un análisis más detallado y complejo al tratar de evaluar las solicitaciones por medio de fajas y momentos equivalentes, aplicando así mayores factores de seguridad y coeficientes que sobredimensionan los resultados.

---

## 10. Referencias

- Beleño Hernandez, A. A. (2021). Comportamiento mecánico de puentes esviados tipo viga-losa de concreto.
- Concreto. (2022). Secciones de puentes.
- CSI. (2010). SAP 2000 v14. USA.
- EJ, O., & DL, K. (1998). Upstand @nite element analysis of slab bridges.
- El-Gamal, S., El-Salakawy, E., & Benmokrane, B. (2007). *Influence of Reinforcement on the Behavior of Concrete Bridge Deck Slabs Reinforced with FRP Bars*. Quebec: University of Sherbrooke.
- El-Gharib, G. (2014). Evaluation of the Empirical Deck Design for Vehicular Bridges.
- ElSafty, A., Tawfiq, K., & Okeil, A. (2017). Empirical Deck for Phased Construction and Widening.
- Emilio Gil Giraldo. (2022). EGG-SECCIONES PUENTES. Medellín.
- Estadígrafo. (2016). *Coefficiente de Correlación*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=aKsjlxc5ww>
- Frosch, R., Bice, J., & Erickson, J. (2006). Field Investigation of a Concrete Deck Designed by the AASHTO Empirical Method: The Control of Deck Cracking.
- INVIAS. (2014). Sección 4 - Analisis y evaluación de la estructura. En *Norma Colombiana de Diseño de Puentes*.
- INVIAS. (2014). Sección 9 - Tableros y Sistemas de Tableros. En *Norma Colombiana de Diseño de Puentes* (págs. 5-9).
- Jackson, P. A. (1989). *Compressive membrane action in deck slabs*. Polytechnic South West.
- L&L Ingenieros Consultores SAS. (2017). *Memorias de Cálculo Puente*. Medellín.
- MP Álex. (2021). *Tabla de frecuencias simple*. Obtenido de <https://www.youtube.com/watch?v=IHuZKvCh3Mc>

- Mufti, A. A., & Hassan, T. K. (2005). *Finite element analysis and theoretical study of punching shear strength of concrete bridge decks*. Cairo: University of Manitoba,.
- Navarro, M. (2018). Estudio numérico parametrizado del punzonamiento en losas de hormigón armado.
- Pino Lobo, M. (2017). ANÁLISIS DE LA INCIDENCIA TÉCNICA AL APLICAR LA NORMA CCP-14 VERSUS LA NORMA CCDSP 95 EN EL DISEÑO ESTRUCTURAL DE LA SUPERESTRUCTURA DE UN PUENTE REFORZADO SIMPLEMENTE APOYADO DE 20 METROS DE LONGITUD. Bogotá.
- Rodriguez Hinostraza, M. K. (2019). Diseño de un puente tipo losa y un puente viga losa hasta 20m de luz, en el distrito de Chilca-2017.
- Rosenbaugh, S. K., Faller, R. K., Dixon, J., Loken, A., Rasmussen,, J. D., & Flores, J. (2021). *DEVELOPMENT AND TESTING OF AN OPTIMIZED MASH TL-4 CONCRETE BRIDGE RAIL*.
- Sana, A., Cor van der, V., Joost C., W., & Ane de, B. (2018). Numerical investigation of the punching shear capacity of transversely prestressed concrete deck slabs.
- Silva Ruiz. (2017). Chequeo del puente con respecto al código colombiano de puentes CCP-14. Popayán.
- Yu, Z., Des, R., Su, T., & David, C. (2009). Finite element investigation of the structural behaviour of deck slabs in.