

# Estimación de la curva de lactancia mediante modelos matemáticos lineales y no lineales en búfalas colombianas\*

Juan Carlos Quintero Vélez<sup>1</sup>, Jorge Serna Gallo<sup>1</sup>, Mario Cerón Muñoz<sup>2</sup>,  
Naudin Hurtado Lugo<sup>3</sup>, Divier Antonio Agudelo Gómez<sup>4</sup>

Estimation of the lactation curve by the use of mathematic lineal and non-lineal models in Colombian female buffalos

Estimação da curva de latência mediante modelos matemáticos lineares e não lineares em bufa-as colombianas

## Resumen

**Introducción.** La curva de lactancia de los mamíferos puede ser explicada por funciones matemáticas que permiten relacionar la producción de leche de una hembra a través del tiempo, teniendo en cuenta la fisiología de la hembra a lo largo de la lactancia.

**Objetivo.** Identificar las funciones matemáticas que mejor expliquen la curva de producción de leche en Búfalas del corregimiento de la sierra, municipio de Puerto Nare, departamento de Antioquia-Colombia.

**Materiales y métodos.** Fueron utilizadas 3580 lactancias las cuales fueron agrupadas de acuerdo al número de partos y época de parto de las búfalas. Se utilizaron 9 modelos matemáticos de curvas de lactancia entre lineales y no lineales. Los criterios de selección para el mejor modelo matemático, fue el que presentó el mayor porcentaje de curvas significativas y la media del coeficiente de determinación.

**Resultados.** Los resultados mostraron que el modelo que mejor ajustó la curva de lactancia en búfalas fue el propuesto por Papajcsik y Bordero, en 1988, el cual ajustó un 100 % las curvas en todos los números de partos con todas las épocas de parto.

**Conclusión.** La metodología para la obtención del tiempo al pico de producción y la producción máxima puede ser una herramienta útil para trabajos futuros.

**Palabras clave:** Análisis longitudinales. Medidas repetidas. Modelos no lineales. Modelos polinomiales. Búfalas.

## Abstract

**Introduction.** The lactation curve of mammals can be explained by mathematic functions which allow relating milk production of a female individual through time, taking into account her physiology throughout the lactation period.

**Objective.** To identify the mathematic functions that can explain best the curve of milk production in a population of female buffalos from La Sierra, a village in the Puerto Nare town, Antioquia, Colombia.

**Materials and methods.** 3850 lactations were used for the study, they were divided in groups according to their number and time of births the buffalos had. Nine mathematic models of lactation curves were used, both lineal and non-lineal. The selection criteria for choosing the best model were the highest percentage of significant curves and the media of the determination coefficient.

**Results.** The model that best adjusted the lactation curve in female buffalos was that proposed by Papajcsik and Bordero, in 1988, which adjusted the curves in all the numbers of births with all the birth épocas a 100%.

**Conclusion.** The methodology to obtain the time at the peak of the production and the production at its maximum can be a useful tool for future works.

**Key words:** Longitudinal analysis. Repeated measures. Non- lineal models. Polynomial models. Female buffalos.

\* Proyecto financiado por Vicerrectoría de Investigación de la Universidad de Antioquia

<sup>1</sup> Investigador de GRICA (Grupo de Investigación en Ciencias Agrarias) de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad de Antioquia/  
<sup>2</sup> Grupo de Investigación en Genética y Mejoramiento Animal de la Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia. Profesor de la Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad de Antioquia/  
<sup>3</sup> Grupo de Investigación en Genética y Mejoramiento Animal de la Universidad de Antioquia. Profesor, Facultad de Ciencias Agrarias de la Universidad de Antioquia. Estudiante de Maestría, FCAV/UNESP, São Paulo, Brasil/  
<sup>4</sup> Grupo de Investigación en Genética y Mejoramiento Animal de la Universidad de Antioquia y Grupo de Investigación en Producción, Desarrollo y Transformación Agropecuaria de la Corporación Universitaria Lasallista.

Correspondencia: Mario Cerón-Muñoz, e-mail: mceronm@agronica.udea.edu.co

Fecha de recibo: 16/10/2007; fecha de aprobación: 05/02/2008

## Resumo

**Introdução.** A curva de latência dos mamíferos pode ser explicada por funções matemáticas que permitem relacionar a produção de leite de uma fêmea através do tempo, tendo em conta a fisiologia da fêmea ao longo da latência. **Objetivo.** Identificar as funções matemáticas que melhor expliquem a curva de produção de leite em Bufa-as da cidade da serra, município de Porto Nare, departamento de Antioquia-Colômbia. **Materiais e métodos.** Foram utilizadas 3580 latências as quais foram agrupadas de acordo ao número de partos e época de parto das bufa-as. Utilizaram-se 9 modelos matemáticos de curvas de lactância entre lineares e não lineares. Os critérios

de seleção para o melhor modelo matemático foi o que apresentou a maior percentagem de curvas significativas e a média do coeficiente de determinação.

**Resultados.** Os resultados mostraram que o modelo que melhor ajustou a curva de latência em bufa-as foi o proposto por Papajcsik e Bordero, em 1988, o qual ajustou um 100 % as curvas em todos os números de partos com todas as épocas de parto.

**Conclusão.** A metodologia para a obtenção do tempo ao bico de produção e a produção máxima pode ser uma ferramenta útil para trabalhos futuros.

**Palavras chaves:** Análises longitudinais. Medidas repetidas. Modelos não lineares. Modelos polinomiais. Bufa-as.

---

## Introducción

La curva de lactancia de los mamíferos puede ser explicada por funciones matemáticas que permiten relacionar la producción de leche de una hembra a través del tiempo, teniendo en cuenta la fisiología de la hembra a lo largo de la lactancia. En el caso de producción de leche de especies zootécnicas, el conocimiento de la curva de lactancia, permite predecir el desempeño futuro de los animales, la persistencia de la producción y tiempo en alcanzar el pico de producción, y ajustes por días en leche de hembras que no han terminado la lactancia.

Las curvas de lactancia permiten predecir el desempeño de las madres, información que puede utilizarse en la preselección de animales jóvenes destinados a las pruebas de progenie, también permiten entender mejor los sistemas de producción proporcionando información útil para el desarrollo de estrategias de selección, ayudando a determinar habilidades óptimas de producción y manejo con el fin de mejorar la eficiencia en la producción de leche<sup>1,2</sup>.

Los modelos más utilizados para la estimación de curvas de lactancia son los modelos polinomiales y los modelos no lineales, entre los lineales se encuentran los modelos cuadráticos, cuadrático logarítmicos, polinomiales inversos, polinomios segmentados y el modelo lineal hiperbólico y entre los modelos no lineales están la función gamma incompleta, parabólica exponencial, modelo de Wilmink, regresión múltiple entre otros<sup>1-5</sup>.

Fraga et al<sup>2</sup> (2003), realizaron un estudio de curvas de lactancia con 665 registros de producción de búfalas mestizas Murrah sometidas a un sistema de manejo con pastoreo de gramíneas y sin suplementación, Los modelos utilizados en el trabajo fueron: función gamma incompleta (Wood 1967)<sup>6</sup>, regresión múltiple (Ali y Shaeffer 1987)<sup>7</sup>, cuadrática logarítmica y lineal hiperbólica, concluyendo que el modelo cuadrático logarítmico fue el que mejor ajusto a la curva de lactancia en las búfalas.

Muñoz – Berrocal et al<sup>8</sup> (2001), estudiaron el uso de polinomios ordinarios y segmentados en el ajuste de curvas de lactancia de búfalas Murrah y sus mestizos en Brasil. En este trabajo fueron utilizados 2868 lactancias correspondientes a 20959 controles lecheros. Los modelos utilizados fueron lineal-cuadrático, cúbico y polinomios segmentados. Los autores encontraron una mejor calidad de adherencia de la curva ajustada por el polinomio segmentado lineal-cuadrático.

Muñoz – Berrocal et al<sup>4</sup> (2005), usaron modelos lineales y no lineales para el estudio de la curva de lactancia en búfalas Murrah en el estado de Sao Pablo Brasil, emplearon 3267 lactancias, referentes a 27600 controles de producción de leche. Los autores concluyeron que entre las funciones estudiadas, las funciones lineal cuadrática logarítmica y lineal hiperbólica fueron las que presentaron mejor ajuste de la curva media de lactancia.

Metry et al<sup>9</sup> (1994), en estudios de curvas de lactancia en búfalas de Egipto concluyeron que

los factores que afectan la forma de las curvas de lactancia de las búfalas son probablemente similares a aquellos del ganado vacuno. Un alto porcentaje de búfalas de primera lactancia en este estudio tienen lactancias cortas (37,3 % tiene < 150 días de lactancia).

Las diferencias estacionales sugieren que un manejo mejorado por medio de una adecuada alimentación para la producción de leche, prevención de enfermedades, control de parásitos, protección contra climas extremos y un ciclo reproductivo regular podrían ser útiles para mejorar la producción de leche<sup>9</sup>.

El objetivo de este trabajo fue comparar diferentes modelos matemáticos y determinar cuáles son los que mejor se ajustan la producción de leche, tiempo y producción al pico en un sistema de producción orgánica en búfalas colombianas, de diferentes partos que paren en diferentes épocas del año.

## Materiales y Métodos

El estudio fue realizado en una lechería orgánica de trópico bajo localizada en el corregimiento de la sierra municipio de Puerto Nare (Departamento de Antioquia-Colombia), en selva húmeda tropical a 125 MSNM, la bio-temperatura promedio para la zona es de 27°C, con una humedad relativa del 75%, la precipitación es 2.016 mm anuales, con una distribución bianual del periodo lluvioso: marzo-mayo, septiembre-noviembre y del periodo seco: Diciembre-Febrero y Junio-Agosto.

La caracterización racial es de tipo bufalipso o búfalo colombiano, sometida en un sistema extensivo con pasturas naturales (*Panicum maximum*, *Dichanthum aristatum*, *Brachiaria Spp*, *Echynocloa polystachya*, *Paspalum virgatum*), suplementados con melaza y sal mineralizada a voluntad, los animales debían de caminar del potrero hasta la sala de ordeño entre 2,0 y 2,5 km aproximadamente. Se realizaron dos ordeños manuales al día (3:00 AM y 3:00 PM) con apoyo del becerro (cría) y al finalizar el ordeño, las búfalas junto con las crías van hacia una sala post-ordeño, donde consumen leche por espacio de 30 minutos, el pesaje de la leche se realizó con una balanza análoga de 10 kg.

Fueron empleados 102.302 controles diarios de leche, de 3.580 lactancias, de 1.829 búfalas, los datos fueron recolectados durante el periodo de 1994 a 2004.

Se utilizaron modelos matemáticos polinomiales con los procedimientos PROC REG y para los modelos no lineales PROC NLIN, del paquete estadístico SAS®<sup>10</sup> (2002).

Los registros de producción fueron analizados separadamente por orden de parto (1...5); época de parto (Seca 1= Dic-Feb; Seca 2=Jun-Ago; Lluvia 1=Mar-May; Lluvia 2=Sep- Nov). Para la elección del mejor modelo se tuvo en cuenta el porcentaje de curvas significativas (PM) y el valor del coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>). Los modelos matemáticos analizados se muestran en la tabla 1.

**Tabla 1. Modelos matemáticos analizados**

Autor	Modelo
Lineal	$y_t = \beta_0 + \beta_1 t$
Cuadrático	$y_t = \beta_0 + \beta_1 t - \beta_2 t^2$
Cúbico	$y_t = \beta_0 + \beta_1 t - \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3$
Cuadrático Log	$y_t = \beta_0 + \beta_1 t - \beta_2 t^2 + \beta_3 Lnt$
Wood (1967) <sup>6</sup>	$y_t = \beta_0 t^{\beta_1} \exp(-\beta_2 t)$
Wiltmink (1987) <sup>11</sup>	$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 \exp(-0.05t)$
Brody (1923) <sup>12</sup>	$y_t = \beta_0 \exp(-\beta_2 t)$
Brody (1924) <sup>13</sup>	$y_t = \beta_0 \exp(\beta_1 t) - \beta_0 \exp(-\beta_2 t)$
Papajcsik y Bordero (1988) <sup>14</sup>	$y_t = \beta_0 t \exp(-\beta_2 t)$

Los componentes de los modelos de lactancia en general son:  $Y_t$  es producción de leche en el día ( $t$ ) de la lactación (kg), los  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  y  $\beta_3$  son los parámetros a estimar de la curva y en el caso de los modelos no lineales,  $\exp$  es la base de los logaritmos neperianos.  $t$  = tiempo periodos en semanales (1-33).

Para los mejores modelos dentro de cada grupo de lactancia se estimó el pico o tiempo a la máxima producción que se obtuvo mediante la primera derivada del modelo matemático que mejor ajusto la curva en las diferentes épocas de parto y número de parto. La producción máxi-

ma se logró a través de reemplazar el tiempo (primera derivada), en la ecuación principal.

## Resultados

Las medias de producción de leche en las diferentes épocas de parto se muestran en la tabla 2. Fue observado que los mejores modelos para hembras de 1 a 5 partos y en las diferentes épocas de parto, fueron Papajcsik y Bordero<sup>14</sup> (1988) con valores de PM de 100% de las curvas en todos los partos diferentes épocas y Brody<sup>12</sup> (1923), presentaron valores de PM entre 98,5% y 100% de las curvas en todos los partos y diferentes épocas. Estos dos modelos presentaron valores de R<sup>2</sup> desde 94,2 ± 0,7 hasta 96,1 ± 2,5. De forma general en los modelos lineales, presentaron estimativas de PM bajas, variando de 26,9 hasta 76,3 (Tablas 2-7).

Tabla 2. Medias de producción de leche

Época de parto	Media ± DE (kg)	N
Seca 1	3,79 ± 1,52	17.357
Seca 2	3,79 ± 1,56	24.774
Lluvia 1	3,73 ± 1,49	11.565
Lluvia 2	3,95 ± 1,54	30.003

DE:Desviación estándar, N:Número de observaciones

La función gamma incompleta (Wood 1967)<sup>6</sup> presentó en todos los partos y en todas las diferentes épocas (tablas 3-7), porcentajes de curvas que no alcanzaron el nivel de convergencia, para las época seca 1, seca 2, lluvia 1 y Lluvia 2 variaron de 0,61% - 4,35%, de 0,50% - 2,97%, 5,81% y de 0,52% -1,87%, respectivamente.

El tiempo de producción máxima (pico de producción), se muestra en la tabla 8, donde se observó el desempeño de las hembras según el número de parto y las diferentes épocas de parto. El promedio de días en alcanzar el pico fue 112,24, 102,98, 98,7, 100,8 y 101,12 para las hembras de primero, segundo, tercero, cuarto y quinto o más partos, respectivamente. Las búfalas de primer parto alcanzan el pico más tarde que las hembras multíparas, disminuyendo en el segundo y tercer parto, estabilizándose

en el cuarto y más partos entre 100,8 y 101,12 días.

Al agrupar los individuos por épocas de los diferentes partos, el promedio más alto en alcanzar el pico de producción es la época seca 1 (Dic-Feb) con 107,7 días, seguido por época lluvias 2 (Sep-Nov) con 106,02 días, comparados con 97,65 días, en época seca 2 (Jun-Agto) y 101,31 días en época de lluvia 1 (Mar-May), ver gráficas 1-5. Es probable que esta tendencia este influenciada por el hecho que las hembras que paren en la época seca 1, se encontraban en un ambiente de baja disponibilidad de forraje y como consecuencia se genera un balance energético negativo muy marcado, no logrando estabilizar esta perdida cuando llega a la época de lluvia 1, que es cuando deberían alcanzar el pico de producción.

## Discusión

En Brasil Muñoz-Berrocal et al<sup>4</sup> (2005), concluyeron que en búfalas lecheras las funciones matemáticas que mejor ajustaron la curva de lactancia son la cuadrática logarítmica y la función lineal hiperbólica. Igualmente en Cuba, Fraga et al<sup>21</sup> (2003), reportaron que el modelo que mejor ajustó la curva comparando modelos lineales, fue la función Cuadrática logarítmica, comparando modelos polinomiales y no lineales, confrontados mediante la prueba Lack of fit y el criterio Durbin-Watson. Para bovinos de la raza Guzerá, Cobuci et al<sup>15</sup> (2000) indicaron que los mejores modelos para describir la curva de lactancia fueron los propuestos por Madalena (1979), Brody (1923), Papajcsik y Bordero (1988), Cobuci et al (2000). Con valores de PM y R<sup>2</sup> desde 92,6 hasta 99,6 y desde 56,3 hasta 72,04, respectivamente.

Por su parte, Fernández et al<sup>5</sup> (2001), concluyeron que en curvas de lactancia de la raza Siboney, los modelos de regresión múltiple propuestos por Ali y Scheaffer en 1987 y cuadrático logarítmico, ajustaron adecuadamente la curva de lactancia en las hembras de esta raza.

El modelo propuesto por Brody (1923)<sup>12</sup> tiene una buena explicación estadística de la curva de lactancia (PM), sin embargo al graficar la curva de lactancia, esta indica que el pico (días)

**Tabla 3. Resultados del coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>) y el PM para las curvas de lactancia de las búfalas de 1 parto en 4 épocas\***

MODELOS	Época seca 1 <sup>1</sup>		Época seca 2 <sup>2</sup>		Época lluvia 1 <sup>3</sup>		Época lluvia 2 <sup>4</sup>	
	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)
Lineal	16,7±18,6	33,7	17,6±17,7	32,5	15,0±17,7	26,9	35±20,9	49,1
Cuadrático	34,2±20,3	59,0	33,3±20,5	47,4	36,5±21,3	56,7	34,6±20,9	49,1
Cúbico	42,8±20,8	59,5	42,6±21,4	48,6	43,0±21,8	53,7	41,1±21,4	45,7
Cuadrático Log	42,6±20,7	57,9	42,1±21,2	48,2	42,6±21,7	53,2	41,2±21,4	44,9
Wood** (1967)	86,7±26,7	89,9	89,1±93,0	92,4	82,7±31,4	87,2	79,1±35,4	83,3
Wiltmink (1987)	95,9±1,9	52,3	95,6±2,6	42,9	95,5±2,5	51,7	96,1±2,4	44,9
Brody (1923)	94,9±2,3	98,9	94,5±2,9	99,4	94,2±2,9	98,5	95,2±2,8	100
Brody (1924)	86,4±17,2	94,9	85,2± 42	92,3	87,6±16,9	94,0	87,2± 18,6	92,5
Papajcsik y Bordero (1988)	95,5±2,1	100,0	94,5±3,1	100,0	94,9±2,7	100,0	95,1±2,6	100,0

\* 1: Diciembre a Febrero, 178 lactancias; 2: Junio a Agosto, 471 lactancias; 3: Marzo a Mayo, 201 lactancias y 4: Septiembre a Noviembre, 267 lactancias.

\*\* 3,37% de las curvas no llegaron a convergencia para la Época seca 1; 2,97% para la época seca 2; 5,81% para la época lluvia 1 y 0,71% para la época lluvia 2.

DE: Desviación estándar, PM: Porcentaje de curvas significativas.

**Tabla 4. Resultados del coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>) y el PM para las curvas de lactancia de las búfalas de 2 partos en 4 épocas\***

MODELOS	Época seca 1 <sup>1</sup>		Época seca 2 <sup>2</sup>		Época lluvia 1 <sup>3</sup>		Época lluvia 2 <sup>4</sup>	
	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)
Lineal	16,7±18,5	34,2	24,3±20,7	56	17,6±19,9	37,1	39,0±22,2	59,4
Cuadrático	34,1±21,8	52,6	40,2±20,2	67,5	38,9±19,2	68,6	39,0±22,2	59,4
Cúbico	41,8±21,9	52,1	49,0±21,1	65,5	47,5±20,1	70	45,5±21,8	56,8
Cuadrático Log	41,7±22,2	50	49,3±20,9	64,5	47,7±20,1	71,4	46,0±22	56,8
Wood** (1967)	89,6±22,7	95,3	93,3±15,0	97,5	96,5±1,5	100,0	89,1±92,2	94,4
Wiltmink (1987)	95,6±2,3	47,9	95,8±2,2	68,0	95,9±2,1	65,7	95,5±2,3	54,3
Brody (1923)	94,5±2,7	100	94,2±2,7	99,5	94,2±0,7	99,4	94,4±2,6	99,7
Brody (1924)	90,0±14,1	94,2	92,1± 13,4	97,0	89,7±18,7	95,0	88,2± 24,7	93,18
Papajcsik y Bordero (1988)	94,9±2,9	100,0	94,7±3,1	100,0	95,4±2,3	100,0	94,6±2,9	100,0

\* 1: Diciembre a Febrero, 190 lactancias; 2: Junio a Agosto, 200 lactancias; 3: Marzo a Mayo, 140 lactancias y 4: Septiembre a Noviembre, 352 lactancias.

\*\* 2,11% de las curvas no llegaron a convergencia para la Época seca 1; 0,50% para la época seca 2 y 1,87% para la época lluvia 2.

DE: Desviación estándar, PM: Porcentaje de curvas significativas.

**Tabla 5. Resultados del coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>) y el PM para las curvas de lactancia de las búfalas de 3 partos y sus 4 épocas\***

MODELOS	Época seca 1 <sup>1</sup>		Época seca 2 <sup>2</sup>		Época lluvia 1 <sup>3</sup>		Época lluvia 2 <sup>4</sup>	
	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)
Lineal	18±18,8	33,3	23,3±21,2	47,1	25,7±21,5	62,7	38,1±22,1	54,8
Cuadrático	37,8±21,8	55,8	40,3±21,4	24,4	42,3±21,5	76,2	38,1±22,1	54,8
Cúbico	47,0±20,9	55,8	48,2±21,6	63,0	48,7±21,4	76,3	46,0±22,4	54,2
Cuadrático Log	46,9±20,9	57,0	48,2±21,4	63,9	49,1±20,7	76,3	46,4±22,2	54,8
Word** (1967)	89,4±22,1	93,9	93,2±15,8	97,1	96,7±1,2	100,0	92,4±15,7	96,4
Wiltmink (1987)	94,5±2,8	52,1	95,8±2,3	62,0	96,1±0,9	76,3	95,4±2,8	50,2
Brody (1923)	94,2±3,2	100	94,2±3,0	100	94,5±2,8	100,0	94,3±3,2	99,0
Brody (1924)	87,2±18,8	95,1	91,2±14,6	95,2	90,2±18,6	94,9	87,5± 19,7	91,3
Papajcsik y Bordero (1988)	94,8±3,6	100,0	94,9±2,6	100,0	95,3±2,1	100,0	94,3±3,2	100,0

\* 1: Diciembre a Febrero, 165 lactancias; 2: Junio a Agosto, 208 lactancias; 3: Marzo a Mayo, 59 lactancias y 4: Septiembre a Noviembre, 301 lactancias.

\*\* 0,61% de las curvas no llegaron a convergencia para la Época seca 1; 0,96% para la época seca 2 y 0,52% para la época lluvia 2.

DE: Desviación estándar, PM: Porcentaje de curvas significativas.

**Tabla 6. Resultados del coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>) y el PM para las curvas de lactancia de las búfalas de 4 partos en 4 épocas\***

MODELOS	Época seca 1 <sup>1</sup>		Época seca 2 <sup>2</sup>		Época lluvia 1 <sup>3</sup>		Época lluvia 2 <sup>4</sup>	
	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)
Lineal	17,7±21,0	30,8	25,2±22,2	45,5	23,1±21,8	43,2	38,8±22,6	59,1
Cuadrático	38,1±24,1	48,7	39,3±21,1	59,1	46,3±20,6	73,0	38,8±22,6	59,1
Cúbico	45,3±22,9	50,4	48,7±19,6	66,4	54,2±19,7	75,7	45,4±21,7	59,1
Cuadrático Log	44,8±23,3	49,6	48,5±19,9	67,3	54,1±19,4	75,7	46,2±21,4	61,3
Wood** (1967)	90,5±20,4	94,0	93,7±13,2	98,2	22,1±15,4	95,5	93,2±13,7	97,7
Wiltmink (1987)	95,7±2,3	50,4	95,7±2,3	66,4	96,6±2,3	67,6	95,6±2,7	56,4
Brody (1923)	94,6±2,6	100,0	94,3±2,8	99,1	95,3±2,7	100	94,6±3,0	99,6
Brody (1924)	87,22±17,1	87,1	91,5± 13,6	95,4	93,3±9,0	100	89,5± 19,1	94,2
Papajcsik y Bordero (1988)	94,8±2,9	100,0	94,2±3,1	100,0	96,1±2,5	100,0	94,6±3,3	100

\* 1: Diciembre a Febrero, 117 lactancias; 2: Junio a Agosto, 110 lactancias; 3: Marzo a Mayo, 37 lactancias y 4: Septiembre a Noviembre, 225 lactancias.

\*\* 0,85% de las curvas no llegaron a convergencia para la Época seca 1; 1,82% para la época seca 2 y 0,56% para la época lluvia 2.

DE: Desviación estándar, PM: Porcentaje de curvas significativas.

**Tabla 7. Resultados del coeficiente de determinación (R<sup>2</sup>) y el PM para las curvas de lactancia de las búfalas de 5 partos y sus 4 épocas\***

MODELOS	Época seca 1 <sup>1</sup>		Época seca 2 <sup>2</sup>		Época lluvia 1 <sup>3</sup>		Época lluvia 2 <sup>4</sup>	
	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)	R <sup>2</sup> media ± DE	PM (%)
Lineal	17,7±20,2	38,0	20,0±20,0	39,0	26,9±26,0	50	41,3±21,1	66,5
Cuadrático	39,4±22,2	58,7	68,1±21,0	60,0	40,4±34,8	53,6	41,3±21,1	66,5
Cúbico	46,3±21,4	54,4	47,0±22,0	61,4	45,8±23,6	57,1	48,2±20,6	64,8
Cuadrático Log	46,0±21,6	54,4	48,0±21,4	63,2	45,4±23,8	57,1	48,4±20,9	65,4
Wood** (1967)	87,1±26,5	90,2	94,3±13,0	98,3	95,2±3,7	100,0	93,5±13,2	97,2
Wiltmink (1987)	95,5±2,5	48,9	96,0±3,0	45,0	95,5±3,0	60,7	95,4±2,6	56,0
Brody (1923)	94,3±2,8	100,0	94,3±3,1	100,0	94,4±3,3	100,0	94,4±2,7	100,0
Brody (1924)	89,2±13,1	96,7	94,2±4,7	100,0	9,4±3,6	100,0	88,9± 17,4	93,4
Papajcsik y Bordero (1988)	94,9±3,0	100,0	95,0±3,0	100,0	94,5±3,6	100,0	94,4±3,1	100,0

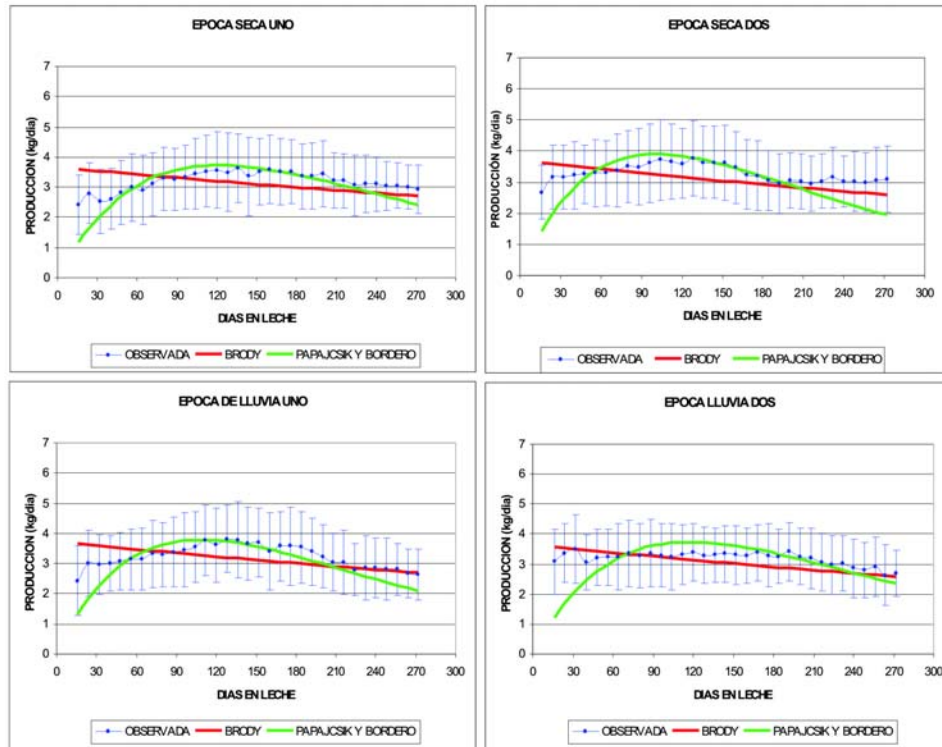
\* 1: Diciembre a Febrero, 92 lactancias; 2: Junio a Agosto, 57 lactancias; 3: Marzo a Mayo, 28 lactancias y 4: Septiembre a Noviembre, 182 lactancias.

\*\* 4,35% de las curvas no llegaron a convergencia para la Época seca 1; 1,75% para la época seca 2 y 0,71% para la época lluvia 2.

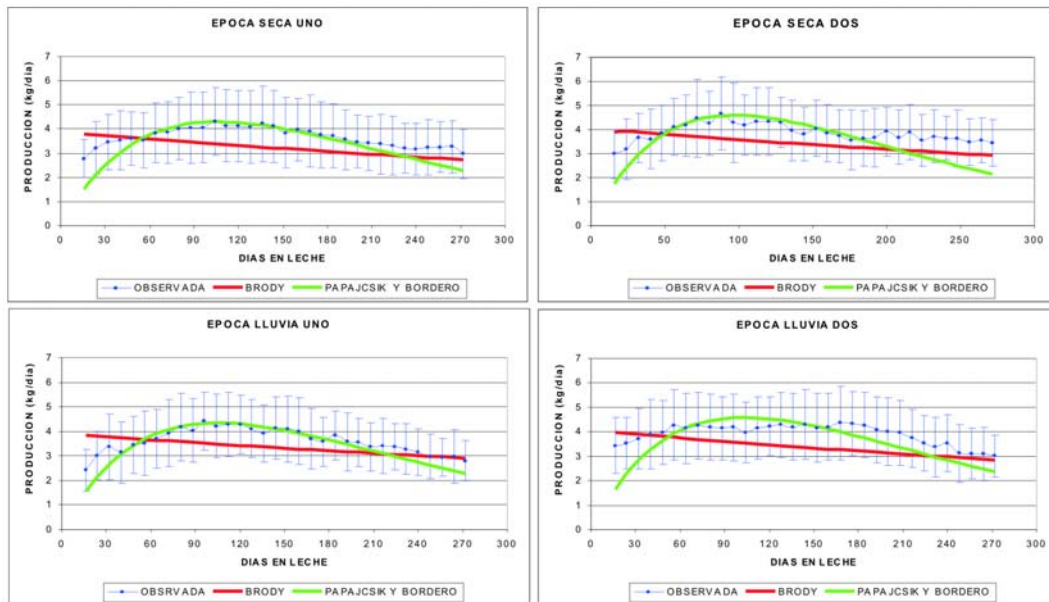
DE: Desviación estándar, PM: Porcentaje de curvas significativas.

**Tabla 8. Parámetros ( $\beta_0, \beta_2$ ), pico (días) y pProducción Máxima (kg) del Modelo de Papajcsik y Bordero (1988) en los diferentes partos y épocas**

Nº Partos	Época	$\beta_0$	$\beta_2$	Pico (días)	Producción máxima (kg)
1	Seca 1	0,0834	0,00823	121,41	3,73
	Seca2	0,1044	0,00986	101,42	3,90
	Lluvia1	0,0954	0,00926	107,97	3,79
	Lluvia 2	0,0859	0,00846	118,15	3,74
2	Seca 1	0,1100	0,00943	106,03	4,29
	Seca2	0,1279	0,01025	97,48	4,59
	Lluvia1	0,1125	0,00952	104,95	4,34
	Lluvia 2	0,1206	0,00966	103,44	4,59
3	Seca 1	0,1229	0,00989	101,07	4,57
	Seca2	0,1273	0,01058	94,46	4,43
	Lluvia1	0,1303	0,01046	95,55	4,58
	Lluvia 2	0,1237	0,00964	103,71	4,72
4	Seca 1	0,1205	0,00978	102,16	4,53
	Seca2	0,1273	0,01058	94,46	4,43
	Lluvia1	0,1262	0,00959	104,20	4,84
	Lluvia 2	0,1254	0,00976	102,41	4,73
5	Seca 1	0,1105	0,00927	107,81	4,38
	Seca2	0,1178	0,00996	100,39	4,35
	Lluvia1	0,1224	0,01065	93,87	4,23
	Lluvia 2	0,1277	0,00976	102,41	4,81

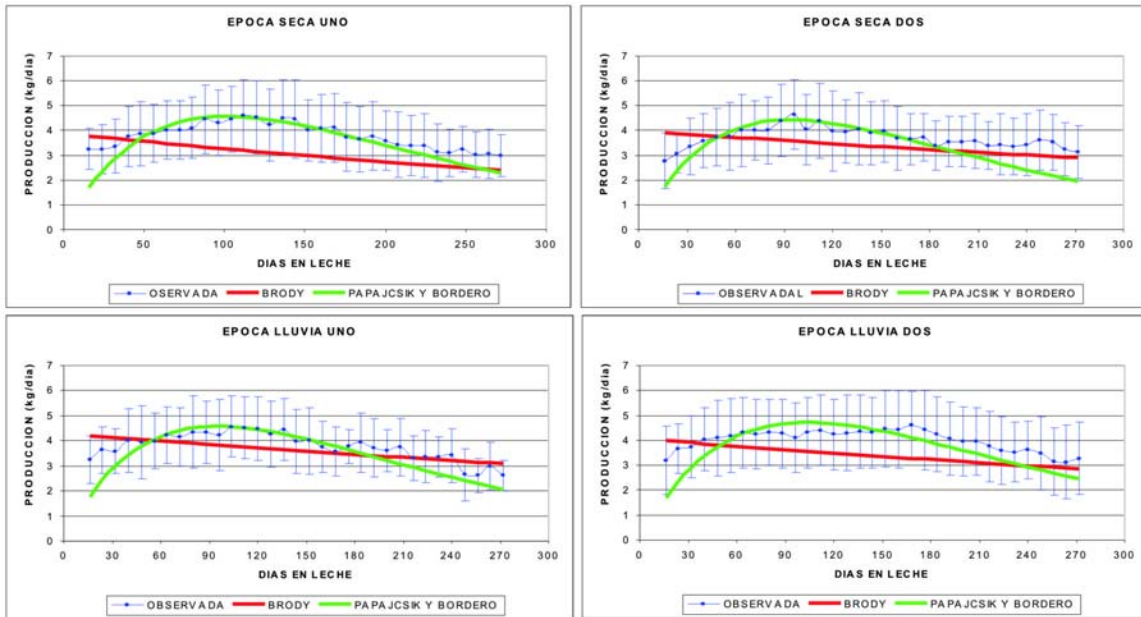


Gráfica 1. Curvas de lactancia de búfalas de primer parto según modelos de Brody (1923) y Papajcsik y Bordero (1988) por diferente época de parto

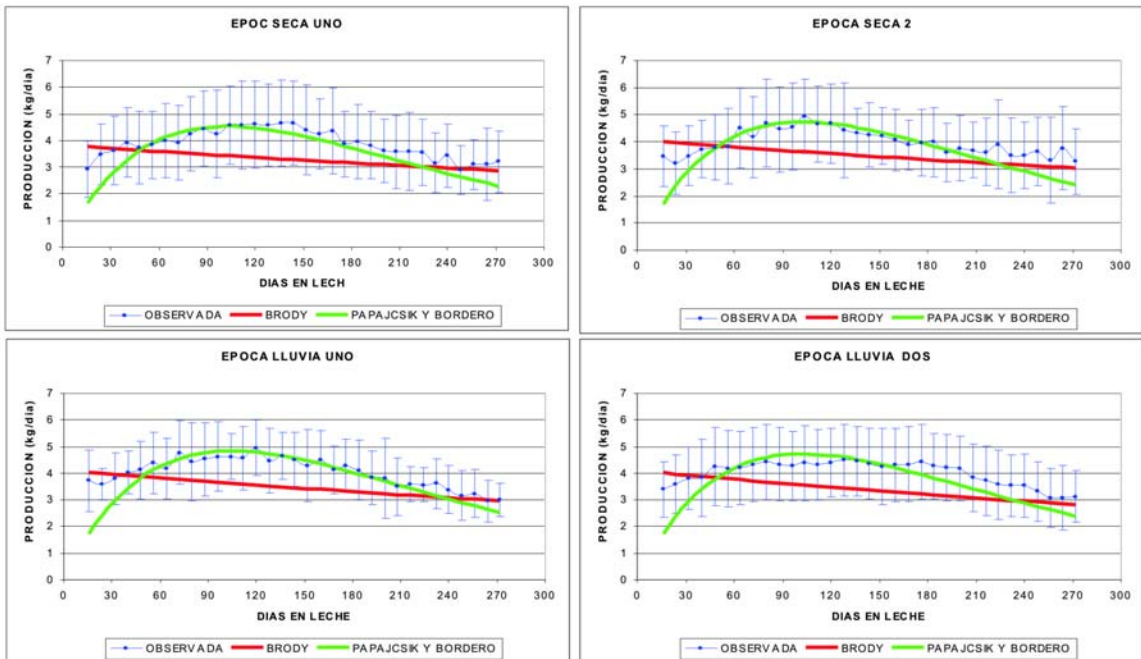


Gráfica 2. Curvas de lactancia de búfalas de segundo parto según modelos de Brody (1923) y Papajcsik y Bordero (1988) por diferente época de parto

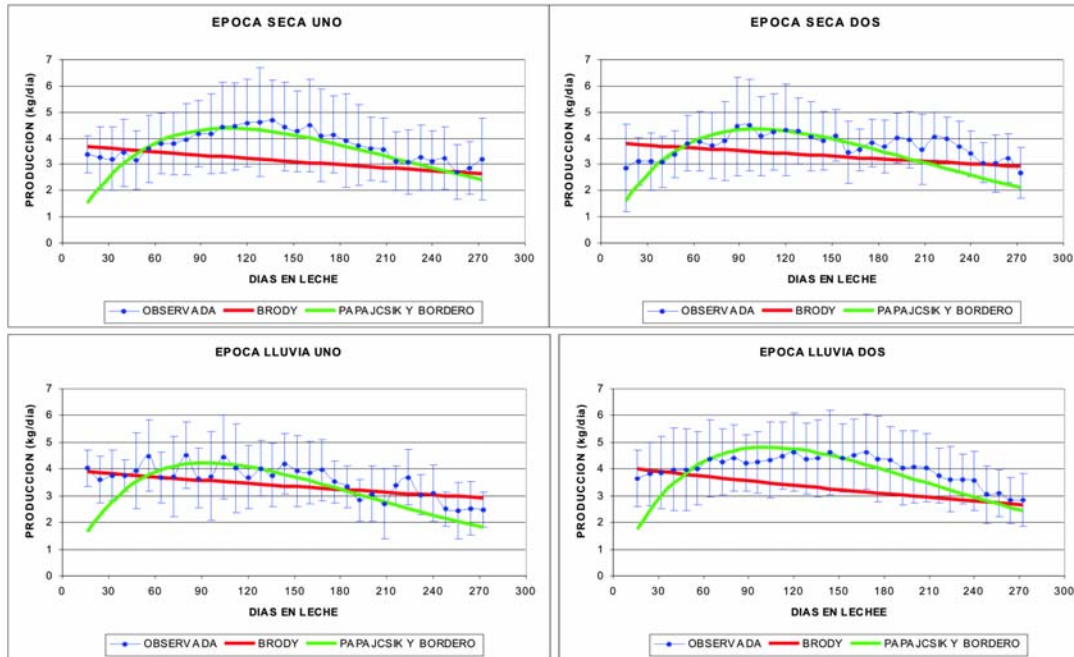




**Gráfica 3. Curvas de lactancia de búfalas de tercer parto según modelos de Brody (1923) y Papajcsik y Bordero (1988) por diferente época de parto**



**Gráfica 4. Curvas de lactancia de búfalas de cuarto parto según modelos de Brody (1923) y Papajcsik y Bordero (1988) por diferente época de parto**



**Gráfica 5. Curvas de lactancia de búfalas de quinto parto según modelos de Brody (1923) y Papajcsik y Bordero (1988) por diferente época de parto**

y la producción máxima (kg.) se da en el inicio de la lactancia, suceso que no posee una explicación biológica razonable de la curva de lactancia de las búfalas, por este motivo se considera que el modelo mas apropiado para la explicación de la curva de lactancia en búfalas colombianas, es el modelo propuesto por Papajcsik y Bordero (1988)<sup>14</sup>.

En términos generales, se presentaron promedios de producciones máximas en el pico en los diferentes partos, entre 3,79 kg hasta 4,63 kg presentándose la mayor promedio de producción en el parto número 4, seguido del parto número 3 y el pico con más bajo promedio de producción se encontró en las hembras de primer parto, es factible que esto esté influenciado por que el grupo de hembras de primer parto se encuentra todavía en crecimiento.

Fraga et al<sup>2</sup> (2003) en búfalos de la raza Murrah y sus mestizos estimaron que el pico de producción y la producción máxima fue en el día 41 con una producción de 4,87 kg. Mientras, Montiel et al<sup>16</sup> (2000) en búfalas mestizas, encontraron

el pico de producción entre 40,5 y 49,4 días con un promedio de producción máxima entre 3,31 y 3,57 kg/día.

Muñoz-Berrocal et al<sup>4</sup> (2005) en búfalos de la raza Murrah y sus mestizos encontraron que el pico de producción fue alcanzado al segundo mes de lactancia con una producción de 8,5 kg/día.

## Conclusiones

En estudios que se necesite realizar proyecciones de lactancia en búfalas de trópico bajo colombiano se recomienda utilizar el modelo matemático propuesto por Papajcsik y Bordero<sup>14</sup> (1988), el cual tuvo una buena representación grafica de la curva de lactancia.

La metodología para la obtención del tiempo al pico de producción y la producción máxima puede ser una herramienta útil para trabajos futuros.

Se necesitan más investigaciones adicionales para identificar las causas genéticas y ambien-

tales subyacentes, las cuales deben ser una prioridad para áreas donde se usen los búfalos lecheros.

## Agradecimientos

Los autores agradecen al Fondo Ganadero del Centro por facilitar la base de datos para el proceso de este trabajo, al Centro de Investigaciones de la Facultad de Ciencias Agrarias por el apoyo y a la Vicerrectora de Investigación de la Universidad de Antioquia por la financiación de este proyecto.

## Referencias

1. RAMÍREZ, VR. *et al.* Comparación de ecuaciones para estimar curvas de lactancia con diferentes estrategias de muestreo en bovinos angus, suizo y sus cruza. En: Revista Veterinaria Mexicana. Vol 35 Nº 3. (2004); p. 187-201.
2. FRAGA, LM. *et al.* Estudio preliminar de las curvas de lactancia en las búfalas mestizas de Murrah. En: Revista Cubana Ciencias Agrícolas. Vol 37 (2003); p. 151-155.
3. SHERCHAND, L. *et al.* Selection of mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. En: Journal of Dairy Science. Vol 78 Nº 11 (1995); p. 2507-2513.
4. MUÑOZ-BERROCAL, M. *et al.* Uso de modelos lineales e no lineales para o estudo da curva de lactacao em búfalos Murrah e sus mesticos en sistema de criação extensivo, no estado de Sao Paulo. En: Archivo latinoamericano producción Animal. Vol 13 Nº1 (2005); p. 7-12.
5. FERNÁNDEZ, L. *et al.* Estimación de curvas de lactancia estándar de la raza siboney para su utilización en extensiones de lactancias. En: Revista Cubana Ciencias Agrícolas. 35 (2001); p. 99-104.
6. WOOD, P. D. P. Algeraic model of the lactation curve in cattle. En: Nature (London). Vol. 216 (1967); p. 164 – 165.
7. ALI, TE and SCHAEFFER, LR. Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. En: Can. J. Anim. Sci. vol 67, (1987); p.637-644.
8. MUÑOZ-BERROCAL, M. *et al.* Uso de polinomios ordinarios y segmentados en el ajuste de curvas de lactancia de búfalas Murrah y sus mestizas en Brasil; The buffaloe an alternative for animal agricultural in the third Millenium Proceeding of the IV World buffalo congress Practical experiences. Vol. 2 (2001); 354 p.
9. METRY, G.H. *et al.* Lactation curves for first lactation Egyptian buffalo. En:Journal of Dairy Science. 77 (1994); p. 1306-1314.
10. SAS. System for regression SAS institute Inc, Cary, version 6 Edition Carv Nc North Caroline: SAS, 1995.
11. WILMINK, J. B. M. Comporison of different methods of predicting 305 – day milk yield using means calculated from withinherd lactation curves. In: Livestock Production Science. Vol. 17 (1987); p.1 – 17.
12. BRODY, S; RAGSDALE, A.C. and TURNER, C.W. The rate of decline of milk secretion with the advance of period of lactation. In: Journal Genetic Physiology. Vol 5, (1923); p. 441-444.
13. \_\_\_\_\_. The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. In: Journal Genetic Physiology. Vol 6, (1924); p.541-545.
14. PAPAJCSIK, I.A. and BODERO, J. Modelling lactation curves of friesland cows in a subtropical climate. In: Animimal Production. Vol 47 Nº 2 (1988); p. 201-207.
15. COBUCCI, J.A. *et al.* Curva de lactação na raça guzerá. En: Revista Brasileira de Zootecnia. Vol 29 Nº 5 (2000); p. 1332-1339.
16. MONTIEL, NS; ANGULO, S.F and PEROZO, F. Variaciones en los parámetros productivos en búfalas mestizas de primer y segundo parto en un bosque muy seco tropical de Venezuela En: I Congreso internacional sobre mejoramiento animal CIMA La Habana Cuba.