



**Enseñanza y Evaluación de la Geometría Mediante el Uso del Origami: Módulo para el Profesor**

Ana Lucía Henao Buelvas  
Cristian Giovany Botero Aristizábal

Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física

Asesora  
Luz Stella Mejía Aristizábal, Doctor (PhD) en Educación

Universidad de Antioquia  
Facultad de Educación  
Licenciatura en Matemáticas y Física  
Medellín, Antioquia, Colombia  
2022

---

<b>Cita</b>	(Botero Aristizábal & Henao Buelvas, 2022)
<b>Referencia</b>	Botero Aristizábal, C. G. & Henao Buelvas, A. L. (2022). <i>Enseñanza y evaluación de la geometría mediante el uso del origami: módulo para el profesor</i> [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
<b>Estilo APA 7 (2020)</b>	

---



Centro de Documentación Educación

**Repositorio Institucional:** <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - [www.udea.edu.co](http://www.udea.edu.co)

**Rector:** Jhon Jairo Arboleda Céspedes

**Decano/Director:** Wilson Bolívar Buriticá

**Jefe departamento:** Cartul Vargas Torres

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

## **Agradecimientos**

Expresamos nuestro agradecimiento a nuestros familiares por el apoyo y motivación incondicional para alcanzar este logro.

A nuestra asesora Luz Stella Mejía por su apoyo y excelente labor por medio de sus orientaciones durante la elaboración de este trabajo de grado. También a los maestros y demás acompañantes que hicieron parte de este proceso.

Agradecer a la Universidad de Antioquia por la oportunidad de ser parte de esta gran entidad y permitimos formarnos en ella. Asimismo, expresamos gratitud con el Centro Formativo de Antioquia y las estudiantes que nos ayudaron con su participación en este trabajo de investigación.

## Tabla de contenido

Resumen .....	8
Abstract .....	9
Introducción .....	10
1. Planteamiento del Problema de Investigación .....	12
1.1 Descripción del Problema de Investigación .....	12
1.2 Antecedentes .....	14
1.3 Justificación.....	16
1.4. Objetivos .....	18
1.4.1. Objetivo general.....	18
1.4.2. Objetivos específicos .....	18
2. Marco Referencial .....	19
2.1 Historia del origami.....	19
2.2 El origami en la enseñanza.....	20
2.3 El origami en la geometría .....	20
2.4 Evaluación formativa .....	21
2.5 Estrategias de enseñanza en la geometría.....	23
3. Diseño Metodológico .....	25
3.1 Enfoque y método .....	25
3.2 Contexto y participantes.....	26
3.3 Técnicas e instrumentos para recoger la información .....	26
3.3.1 Encuesta .....	26
3.3.2 Cuestionario de indagación inicial y actividad evaluativa.....	26
3.3.3 Observación participante .....	27
3.3.4 Módulo de talleres.....	28

3.4 Técnicas y procedimiento de análisis.....	28
3.5 Compromiso ético .....	30
3.6 Rigor metodológico.....	31
4. Resultados y Análisis .....	32
4.1 Identificación de elementos para la enseñanza de la geometría a través del origami .....	32
4.2 Revisión de literatura sobre el uso del origami para la enseñanza de la geometría .....	36
4.2.1 Investigaciones sobre uso del origami en la enseñanza de la geometría. ....	36
4.2.2 Propuestas de enseñanza de la geometría mediante el uso del origami.....	41
4.3 Congruencia de triángulos en cuadriláteros a partir del origami: módulo de talleres.....	43
4.4. Posibilidades para la Enseñanza y la Evaluación de la Congruencia de Triángulos mediante el origami .....	63
5. Conclusiones y Recomendaciones .....	70
Referencias .....	73
Anexos.....	76
Anexo 1. Consentimiento Informado .....	76
Anexo 2. Encuesta para Maestros .....	77
Anexo 3. Respuestas de Encuesta para Maestros.....	78
Anexo 4. Cuestionario de Indagación para Estudiantes.....	79
Anexo 5. Actividad Evaluativa para Estudiantes .....	81

### **Lista de figuras**

Figura 1. Esquema procedimiento de análisis .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
Figura 2. Evidencia modificación de Cuestionario de Indagación.....	64
Figura 3. Evidencia modificación de imágenes .....	65
Figura 4. Evidencia modificaciones a la actividad evaluativa .....	67
Figura 5. Evidencia modificaciones a la actividad evaluativa .....	68

### **Siglas, acrónimos y abreviaturas**

<b>LLL.</b>	Lado Lado Lado
<b>LAL.</b>	Lado Ángulo Lado
<b>AAA.</b>	Ángulo Ángulo Ángulo
<b>OVA</b>	Objeto Virtual de Aprendizaje
<b>IAP</b>	Investigación Acción Participativa

### **Resumen**

El presente trabajo tiene como objetivo analizar cómo enseñar y evaluar la congruencia de triángulos mediante el uso del origami, con miras al diseño de un módulo de talleres para el profesor.

El estudio se enmarca en un enfoque de corte cualitativo con un método de caso descriptivo donde se hizo un pilotaje del módulo con la participación de 25 estudiantes de grado undécimo y cuatro maestros del área de geometría. Los instrumentos utilizados para recoger la información fueron una encuesta aplicada a los maestros, el cuestionario de indagación inicial y una actividad evaluativa para estudiantes, la observación participante y el módulo de talleres.

Algunos de los resultados que se obtuvieron referente a la encuesta realizada a los maestros es que estos ven en el origami una buena fuente de conocimiento geométrico que permite visualizar de mejor manera las figuras. Además, ven en el origami una posibilidad para evaluar en la medida en que el propio trabajo con esta técnica implica una evaluación. Se encuentra en la revisión bibliográfica que los investigadores consideran el origami una técnica con grandes beneficios educativos y una fuente de conocimiento matemático. Con respecto a la posibilidad que ofrece el origami para evaluar la congruencia de triángulos, se encuentra que es una herramienta que, efectivamente, posibilita la evaluación pues se evidenció que mejora la comprensión de algunos conceptos referentes a la congruencia de triángulos.

*Palabras clave:* enseñanza, evaluación, origami, doblado de papel, taller, triángulos, congruencia.



### **Abstract**

The objective of this work is analyzing how to teach and assess triangle similarity by using folded paper, with the purpose of creating a workshop module for teachers. This study is framed within a qualitative approach and uses a descriptive case study method. We carried out a pilot test of the module with the participation of 25 eleventh grade students and 4 geometry teachers. The instruments used to collect data included a teacher survey, an initial inquiry questionnaire and an assessment activity for students, participant observation, and a workshop module for the teaching of triangle similarity with folded paper.

The results obtained in the teacher survey include teachers considering that folded paper is a good source of geometric knowledge that allows a better a visualization of shapes. Furthermore, they consider folded paper a possibility for assessment, as the mere work with this technique implies an assessment. We found in our literature review that researchers consider folded paper to be a technique with great educational advantages and a source of mathematical knowledge. As for the possibility of using folded paper to assess triangle similarity, we found that it is a tool that does in fact allow for assessment, as it was demonstrated that it improves the understanding of some concepts regarding triangle similarity.

*Keywords: teaching, evaluation, origami, folded paper, workshop, triangles, similarity.*

### **Introducción**

La enseñanza de la geometría en grados de primaria y secundaria se centra mayormente en la enseñanza de figuras planas ya que resulta más comprensible para los estudiantes en la medida que pueden representarlas con mayor facilidad con un trazo en el papel a comparación de una figura en tres dimensiones. A pesar de esto, presentan grandes dificultades en la comprensión de algunos conceptos como la congruencia de triángulos, esto debido a que en ocasiones la geometría no se enseña por la poca intensidad horaria en el área de matemáticas en la educación básica. Así mismo, la geometría, por décadas, se ha enseñado de manera tradicional, donde el maestro cumple un rol de reproductor de la información, haciendo que el papel del estudiante se reduzca solo a recibir información y no sea partícipe de la construcción de su propio conocimiento.

Por todo lo anterior, se hace necesario implementar estrategias de enseñanza que permitan al estudiante tener un mayor acercamiento a los conceptos, que motive y despierte el interés por aprender. Es así como se considera que el origami puede ser una posible estrategia de enseñanza y evaluación de la geometría ya que por medio de su técnica del origami potencia el pensamiento y la reflexión del estudiante en su tarea de construcción y comparación de lo concreto con lo conceptual, así mismo, estimula el desarrollo sensorial y cognitivo del estudiante. En este sentido, la investigación tiene como objetivo analizar cómo se puede enseñar y evaluar la congruencia de triángulos mediante el uso del origami, con miras al diseño de un módulo de talleres para el profesor.

Para esto, se tomará una población de 25 estudiantes de grado undécimo y cuatro profesores del área de geometría. Inicialmente, se aplicará un cuestionario a los docentes con el propósito de indagar sobre técnicas, formas y estrategias de enseñanza de la geometría en el aula por medio de un cuestionario de *google form*. A los estudiantes se les aplicará un cuestionario de indagación inicial con el objetivo de identificar los conocimientos previos que tienen sobre los conceptos que se abordarán en el módulo de talleres que contiene el cuestionario de indagación inicial y tres talleres en donde se explica los criterios de congruencia y un quinto taller que corresponde a la actividad evaluativa.

Esta investigación está estructurada en cinco capítulos; en el primero se encuentra el planteamiento del problema que contiene la descripción de la problemática y la justificación que

nos llevó a investigar sobre este tema de la geometría; adicionalmente, se presentan los objetivos que comprenden la investigación, tanto general como específicos.

En el capítulo dos se presenta el marco referencial donde se expone la historia y origen del origami, y su papel en la enseñanza. También se encuentra lo referente a la evaluación formativa y algunas estrategias de enseñanza de la geometría desde lo que se reporta en la literatura.

El capítulo tres se refiere al diseño metodológico de la investigación; en este se expone desde qué enfoque y método se sitúa el estudio, se define el contexto en el que se trabajará y los participantes a los que se le aplicarán los instrumentos para recoger la información, como son el cuestionario a profesores, cuestionario de indagación inicial y actividad evaluativa, la observación participante y el módulo de talleres. Así mismo, se encuentra el compromiso ético en donde se explica detalladamente sobre el tratamiento de datos e información suministrada por los participantes y el rigor metodológico que se tuvo en cuenta para el estudio.

Luego, en el capítulo cuatro, se encuentran los resultados y el análisis, atendiendo a los objetivos específicos: revisión de literatura sobre el uso del origami para la enseñanza y evaluación de la geometría, las estrategias de enseñanza y evaluación que utilizan los maestros para la enseñanza de la geometría, el módulo con sus cinco talleres, los resultados del pilotaje y la observación participante.

Por último, en el capítulo cinco, están las conclusiones como fruto de todo este proceso de análisis, los aportes de esta investigación y los posibles caminos que deja abiertos; así mismo, se presentan también limitantes que se encontraron durante todo el desarrollo del estudio y algunas recomendaciones.

## **1. Planteamiento del Problema de Investigación**

En este capítulo se encuentra la descripción de la problemática que nos abrió paso a interrogarnos sobre la enseñanza y la evaluación de la geometría. También se encuentran los antecedentes de la investigación lo cual nos indica la pertinencia de la misma. Además, se encuentra la justificación del porqué se buscan alternativas a la enseñanza de la geometría. Por último, se presentan los objetivos del presente trabajo.

### **1.1 Descripción del Problema de Investigación**

La enseñanza de la geometría, en la básica primaria y en la básica secundaria, se encamina hacia la enseñanza de las figuras planas, pues se hacen más comprensibles para los estudiantes entender figuras de dos dimensiones que ellos mismos puedan dibujar en un papel, sobre todo el triángulo que es la figura más familiar para ellos; cabe resaltar que, aunque sea la más cercana, los alumnos presentan algunas dificultades al momento de identificar congruencias entre un triángulo y otro. También, la geometría presenta para los estudiantes una difícil comprensión en la medida en que “en estos cursos las demostraciones rigurosas, por muy bajo nivel de complejidad que tengan, les resultan muy complicadas a los alumnos. Tan solo comprenden algunas demostraciones deductivas, y siempre con una explicación previa del profesor” (Laliena, 2013, p. 6) evidenciando la necesidad de una búsqueda de estrategias o técnicas para reducir esta dificultad.

Revisando los Derechos Básicos de Aprendizaje, se evidencia que la enseñanza de la geometría empieza en el grado sexto con la representación de figuras planas. Más adelante, se inicia a trabajar la representación de figuras tridimensionales en forma bidimensional como con los conos, cilindros, prismas y, a su vez, se construyen estas figuras con dimensiones dadas por medio de herramientas de trazado y medida. También se hace énfasis en la solución de problemas y en algunas características como perímetro, longitud de circunferencia, volumen y área de estas figuras. Ya en el grado octavo, se trabaja el uso de distintos criterios para identificar cuándo dos triángulos son semejantes, qué lados correspondientes son proporcionales y qué ángulos correspondientes son iguales.

Los estudiantes, en este grado, presentan algunas dificultades al momento de definir lo que es igual y lo que es semejante; de igual forma, se les genera confusión distinguir criterios como Lado-Lado-Lado, Lado-Ángulo-Lado, Ángulo-Lado-Ángulo.

A partir de nuestra experiencia con respecto a la enseñanza de la geometría, esta se imparte por medio de representaciones gráficas, sin que los estudiantes puedan aproximarse a los conceptos geométricos de una forma más tangible y esto puede incidir en la comprensión de dichos conceptos, ya que en las aulas de clase se sigue enseñando de manera tradicional y no está presente la intervención del estudiante en la construcción del conocimiento.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría posee algunos problemas relacionados con nuestra percepción visual debido al nivel de rigidez y abstracción de los conceptos que se engloban en este bloque (Laliena, 2013, p. 7) de ahí que, una de las mayores dificultades que presenta el estudiante al momento de resolver problemas relacionados con esta asignatura, es la poca comprensión de la imagen, además de su desinterés por hacer una buena interpretación de lo que se le está enseñando. Otro asunto que vale la pena resaltar tiene que ver con que la geometría se les presenta a los estudiantes la mayoría de las veces descontextualizada, es decir, no parte de situaciones propias del contexto, pues se enseña más como un conjunto de conceptos, definiciones, figuras y fórmulas que hay que resolver. Lo anterior, no permite que el estudiante pueda tener una mejor comprensión de los conceptos, ni que pueda establecer relaciones, congruencias o diferencias entre una figura y otra. Encontramos en algunos estudios que la consecuencia en el estudiante de una enseñanza memorística y repetitiva son la adquisición de conceptos limitados o erróneos y el desinterés a mediano y largo plazo (Lascano, 2011, p. 69), lo cual, de cierta forma, se centra en seguir y reproducir unos pasos de lo que se le está enseñando, quitándole protagonismo en su proceso de aprendizaje sin tampoco darle espacio a la creatividad o espontaneidad que puedan llegar a desarrollar.

En cuanto a la enseñanza, encontramos que se hace necesario contar con materiales didácticos ya que algunos autores como Lascano (2011) afirman que, una metodología con poca manipulación de objetos y procesos matemáticos, no proporcionan las oportunidades necesarias para trascender los prototipos utilizados (p. 69) para la construcción de los conceptos y para realizar actividades que sean significativas para los estudiantes y que, en su mayoría, las instituciones educativas no cuentan con estos recursos.

Por todo lo anterior, se hace necesario implementar estrategias de enseñanza con las que se puedan articular los conceptos geométricos con la realidad, pues, de acuerdo con lo expuesto, se

considera que para el estudiante puede ser más difícil la comprensión si no se le proporciona material concreto y situaciones del contexto que lo motiven hacia la construcción del aprendizaje.

En este sentido, se considera que el origami puede ser una técnica que posibilite la enseñanza de la geometría, pues desarrolla varias destrezas como la habilidad motora, la atención, la creatividad, entre otras, que despiertan el interés por aprender y potencia el pensamiento y la reflexión por medio de la construcción y comparación de la teoría con la práctica, también estimula la sensibilidad ya que esta práctica incluye un desarrollo sensorial y cognitivo en el estudiante.

## 1.2 Antecedentes

A continuación, se presenta la revisión de la literatura relacionada con el tema en cuestión. La búsqueda se realizó en fuentes digitales, específicamente en bases de datos como: Google Académico y Dialnet; se seleccionaron artículos de los últimos 10 años. Las palabras clave que se utilizaron fueron “origami y matemática”, “origami y geometría” y “doblado de papel y geometría”. La revisión arrojó cuatro investigaciones del contexto internacional y una de índole nacional.

Con respecto a las investigaciones de índole internacional, se encontró el trabajo de Collaguazo y Huarquilla(2015), *Nociones básicas de la simetría en las relaciones lógico matemáticas (geometría) mediante el origami*, cuyo objetivo fue “diseñar una guía dirigida a los docentes de primer año de Educación Básica, que estimule el fortalecimiento de las nociones básicas de simetría en las Relaciones Lógico Matemáticas (Geometría) en los niños, mediante la utilización de la técnica del origami (papiroflexia) como recurso didáctico”(p. 28). Se usó una metodología cuantitativa con un enfoque empírico-inductivo. El proceso de diagnóstico se realizó con un análisis del contexto de la escuela Fiscal N°1 Simón Bolívar. En el diagnóstico realizado se pudo concluir que los docentes compartían la postura pedagógica de que la técnica del origami es una alternativa innovadora para que sus estudiantes adquirieran las competencias relacionadas con la simetría en las relaciones lógico matemáticas (geometría); hasta ese momento, este tema había sido desarrollado con prácticas educativas tradicionales.

De igual manera, el estudio de Gonzales y Lando (2017): *Propuesta didáctica para la aplicación de técnicas de plegado en la enseñanza de contenidos de geometría en primaria*, tuvo como objetivo desarrollar y aplicar un conjunto de actividades para fomentar el uso del doblado de

papel u origami como herramienta de apoyo en la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje en los contenidos de geometría. La metodología que se aplicó fue un estudio de caso que tuvo como sujetos un grupo de 40 alumnos de quinto grado, con edades comprendidas entre los 10 y los 12 años. Algunas de las conclusiones a las que se llegaron fueron: “la confección de unos simples origami, como parte de las actividades de la secuencia didáctica, fue muy motivadora para los niños porque, además de revalorar las construcciones geométricas que se les mostraron y que ellos mismos obtuvieron en la primera parte de la actividad, la apariencia lúdica contenida en estas construcciones aumentó el interés por la misma. La aplicación de la secuencia didáctica en el estudio de elementos de la geometría a través del origami posibilitó la asociación entre construcciones prácticas y contenidos abstractos de la materia, ya que en la construcción de las figuras fue necesario plantear estrategias (soluciones geométricas) para construirlas” (p. 170).

Desconsi (2017), en su investigación: *Origami en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*, se trazó como propósito despertar el interés de los estudiantes por el estudio de contenidos como matemáticas, historia y artes, a través de actividades lúdicas como el origami, que podrían ayudar en la construcción de conceptos. El estudio tuvo un enfoque metodológico mixto, y se realizó con estudiantes de séptimo grado. Las conclusiones a las que se llegaron fueron: “a partir de la construcción del origami fue posible integrar algunos contenidos como historia, artes y matemáticas de manera interdisciplinaria, mostrando que esta forma de enfoque y mediante de la manipulación de material concreto, contribuye al aprendizaje de los estudiantes de una manera más atractiva, estimulando al estudiante a buscar información y conocimiento tanto en matemáticas como en otras áreas del conocimiento” (p. 8).

En la misma línea, Lascano (2011), en su trabajo: *Aplicación de la técnica del origami para desarrollar la creatividad en el área de matemática en los niños de la escuela “Augusto Nicolás Martínez” del cantón Pillaro*, se planteó como objetivo determinar la importancia del uso técnica de Origami en el área de Matemática para desarrollar la creatividad en los niños de la escuela “Augusto Nicolás Martínez”. Para ello, usó una metodología cualitativa. Las conclusiones a las que se llegaron fueron: “el tipo de material didáctico que en ocasiones utilizan los docentes son impresos y de audio lo que conlleva a pensar que la mayoría de docentes no son indagadores, creativos, y no buscan otras técnicas para insertar en el proceso de enseñanza y aprendizaje. La mayoría de docentes manifiestan que la técnica del origami ayuda al desarrollo de destrezas,

habilidades y especialmente en el área cognitiva de los niños. Los docentes, en su mayoría, manifiestan que el origami despierta el interés en los alumnos por los temas tratados lo que beneficia que sean participativos y creativos” (p. 63).

En el contexto nacional, se encontró el trabajo de Mosquera y Guerrero (2019): *Doblando e imaginando nuevos mundos voy creando. El origami, una estrategia para propiciar el desarrollo del pensamiento lógico matemático en niños y niñas del grado segundo del colegio técnico confacauca*. El objetivo de la investigación fue propiciar el desarrollo del pensamiento lógico matemático, elaborado bajo la implementación de una práctica alternativa más eficiente. Se usó una metodología cualitativa. Se realizó con niños y niñas del grado segundo del Colegio Técnico CONFACAUCA. Las conclusiones a las que se llegaron fueron: “Estos recursos utilizados (el origami), condujo a que los estudiantes tuvieran un aprendizaje mucho más significativo, porque a través de la manipulación de esta técnica, y de forma amena, pudieron utilizar y relacionar los conceptos geométricos y matemáticos, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento, interpretando así, los distintos tipos de información dados por los 87 docentes, como también, ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, que les servirá, así mismo, para resolver problemas relacionados con su vida cotidiana” ( 86).

En el contexto local tenemos el estudio de Santa, Borba y Jaramillo (2015), *El doblado de papel como medio para la producción de conocimiento geométrico*, el cual tuvo como objetivo analizar las maneras en que se generan procesos de producción de conocimiento a través de la geometría del doblado de papel en un colectivo de maestros. Este estudio tuvo una metodología de corte cualitativo.

Todas estas investigaciones ofrecen un panorama sobre lo que se ha trabajado a nivel nacional e internacional en el tema de estudio, específicamente la enseñanza y evaluación a partir del origami. Por otro lado, deja en evidencia que aún no se ha realizado ni desarrollado algún trabajo en relación con la evaluación por lo cual nos deja una oportunidad para pensar en una evaluación de las matemáticas con la técnica del Origami.

### **1.3 Justificación**

Las matemáticas siguen generando rechazo por los estudiantes, en muchas ocasiones, por la dificultad intrínseca de este saber y las formas en las cuales estas son enseñadas. A menudo nos



encontramos con que los profesores enseñan de la misma manera con la cual aprendieron, metodología que, a menudo, se vuelve tediosa para los estudiantes. Para este caso encontramos que “en relación al conocimiento lógico-matemático, Piaget considera que la fuente de este razonamiento está en el sujeto y se construye por abstracción reflexiva, derivándose de la coordinación de las acciones que realiza el sujeto con los objetos” (Mosquera y Guerero, 2019, p. 34). Por esto, se hace necesaria la búsqueda de estrategias que puedan facilitar su enseñanza y su evaluación.

Algunas de las investigaciones como la de Collaguazo y Huerquilla, consideran que el origami es una gran fuente de saber matemático, además de una ayuda didáctica en el proceso de enseñanza, aprendizaje y evaluación, pues argumentan que “el origami es un arte educativo donde cada estudiante, logra fortalecer el aprendizaje de las nociones básicas de simetría y geometría” (p. 28). Asimismo, se puede pensar en “el doblado de papel como un medio que puede aportarle al conocimiento disciplinar geométrico” (Santa, 2011).

El doblado de papel tiene un gran valor en el aprendizaje de las matemáticas en la medida en que se asume como motivadora en la actividad cerebral. También, como estrategia didáctica “El Origami no solo es una técnica que sirve para fortalecer el aprendizaje mediante la creatividad, al contrario favorece los procesos cognitivos, al utilizar como un medio que estimule al niño, niña, joven para predisponer el deseo de aprender” (Breda, como se cita en Lascano, 2011, p. 17), lo cual justifica su implementación en el proceso de enseñanza y aprendizaje. Encontramos, tanto investigaciones en torno a la influencia que tiene el origami en la enseñanza, como propuestas de enseñanza basadas en esta técnica que se abordaran más adelante en el apartado de literatura sobre el origami.

El diseño y aplicación de talleres sobre la enseñanza de la geometría desde el uso del origami, puede ser una estrategia que oriente a los maestros en la enseñanza de la geometría de una forma más motivadora y centrada en el aprendizaje del estudiante, fomentando la creatividad, el pensamiento crítico y la comprensión de los conceptos geométricos y, de esta manera, poder generar en los estudiantes más interés y motivación en las clases. También, le ayudará al estudiante a pensar y tener dominio sobre su aprendizaje en la manera que sea capaz de construir y resolver problemas conscientemente sin que aspectos memorísticos predominen en su aprendizaje. De ahí que resulte importante y necesario el realizar esta investigación y, por ello, la pregunta que se

plantea es: ¿cómo enseñar y evaluar la congruencia de triángulos a través del origami con miras al diseño de un módulo de talleres para el profesor?

#### **1.4. Objetivos**

##### ***1.4.1. Objetivo general***

Analizar cómo se puede enseñar y evaluar la congruencia de triángulos mediante el uso del origami, con miras al diseño de un módulo de talleres para el profesor.

##### ***1.4.2. Objetivos específicos***

Identificar propuestas de enseñanza y evaluación sobre el uso del origami en la enseñanza de la geometría.

Describir la forma y estrategias que utilizan los maestros de una institución Educativa del Municipio de Medellín para la enseñanza de la geometría.

Validar el diseño de un módulo de talleres para la enseñanza y evaluación de la congruencia de triángulos mediante el uso del origami.

## 2. Marco Referencial

En este capítulo se exponen los conceptos que sustentan y guían la investigación, los cuales son: historia del origami, origami en la enseñanza, origami en la geometría, evaluación formativa y estrategias de enseñanza.

### 2.1 Historia del origami

Al efectuar el rastreo bibliográfico sobre la historia del origami/papiroflexia se encuentra que, en general, los autores concuerdan en que el inicio de este se da en Japón, aunque no se encuentran antecedentes exactos sobre sus orígenes. Además, este se da con una orientación religiosa. Se encuentra que “el origami es un antiguo arte japonés que tiene que ver con el doblado de papel. De hecho, su raíz ori significa dobles y gami o kami significa papel” (Royo, 2002, p. 175).

Debido al alto coste del papel, el origami estaba reservado a las familias de altos recursos. Se conoce también que algunos periodos importantes en la historia del origami son el periodo Muromachi y el periodo Tokugawa. En Royo (2002) encontramos que en el periodo Muromachi, que va desde el año 1338 hasta el año 1573, el papel se vuelve un producto más accesible, y los adornos elaborados revelaban la clase social de cada persona (p. 176). Otro periodo importante en la historia del origami fue el periodo Tokugawa el cual va desde el año 1603 hasta el año 1867, en el cual “se dio una gran explosión cultural al democratizarse la papiroflexia; apareció la base pájaro, que es la más popular en Japón, y surgieron dos textos que recogen las instrucciones más importantes del doblado: “Sembazuru Orikata (Cómo plegar mil grullas) y Kan No Mado (Ventana abierta a la estación de invierno)” (176).

Se encuentra en Royo (2002) que no solo en Japón se practicaba este arte, sino que también los musulmanes lo practicaron, aunque no hizo mucho eco en nuestros días a causa de algunos personajes como los reyes católicos y el cardenal Cisneros (176). También encontramos que “Grandes hombres, como por ejemplo Unamuno, que llamaba “papirolas” a las figuras, encontraron gran placer en la práctica de este arte” (Otero y Ansemil, 2013, p. 1). Es decir que muchas culturas practicaron el origami y este no se reservó únicamente a la cultura donde se originó.

## 2.2 El origami en la enseñanza

Se han hecho numerosos estudios sobre los beneficios del uso de origami en la enseñanza de diferentes disciplinas. Se ha encontrado que el uso de este recurso tiene grandes ventajas debido “que el doblado de papel permite hacer construcciones tan precisas como las elaboradas con regla y compás, en los últimos años se ha venido fundamentando un sistema axiomático, paralelo al de la geometría euclidiana, que permite justificar las construcciones hechas con papel” (Santa y Jaramillo, 2010, p. 340). Además, otros autores señalan los beneficios que este tiene en la enseñanza en diferentes áreas ya que “al igual que los juegos, el origami puede contribuir a abordar temas de manera lúdica para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y otras áreas del conocimiento para que el alumno comprenda lo que está haciendo, lo que ha aprendido, favoreciendo la socialización, la relajación y ayudando también en el desarrollo humano, tanto en el área motora como cognitiva y afectiva” (Desconsi, 2017, p. 4).

Tenemos, además, que esta técnica también tiene beneficios en la enseñanza de las matemáticas y, particularmente, en la geometría, siendo un área que necesita de un cierto nivel de abstracción. En este sentido, el origami se ha venido consolidando como una alternativa para mejorar el razonamiento en el área de la geometría, debido principalmente a su carácter visual y experimental, que le permite al estudiante no solo manipular una hoja de papel para hacer unos dobleces determinados, sino también para visualizar algunos conceptos geométricos, además, justificar de manera formal las construcciones elaboradas, usando un sistema axiomático. (Santa y Jaramillo, 2010, p. 340)

En muchos casos, nos encontramos en el aula de clase con un escaso uso de material didáctico llamativo, carencia de técnicas, falta de capacitación de los maestros, entre otros factores que inciden en el aprendizaje de los estudiantes y que en áreas como la geometría son necesarias en la medida que permiten facilitar su comprensión. Encontramos entonces en el origami un apoyo para facilitar su aprendizaje.

## 2.3 El origami en la geometría

El origami ha tomado fuerza como técnica para la enseñanza de la geometría debido a que permite visualizar de manera más clara figuras que desde la enseñanza tradicional son difíciles de

distinguir. Además, en el origami se encuentra una amplia serie de aplicaciones geométricas como la papiroflexia modular en la representación de poliedros y figuras geométricas, axiomas de constructibilidad con la teoría de puntos y diseño de figuras como métodos matemáticos para la creación papirofléctica (Royo, 2002, p. 178).

Asimismo, el origami “permite al estudiante no sólo manipular una hoja de papel para hacer unos dobleces determinados, sino también para visualizar algunos conceptos geométricos, también, justificar de manera formal las construcciones elaboradas, usando un sistema axiomático” (Santa y Jaramillo, 2010, p. 340). Es decir, a través del doblado de papel el estudiante puede obtener algunas destrezas y conocimientos en relación a las matemáticas o, en el caso que nos compete, a la geometría, además de otras competencias relacionadas a otras áreas. Desde esta perspectiva, podemos afirmar que el origami brinda no solo conocimientos de carácter disciplinar sino que también nos sirve como apoyo didáctico.

#### **2.4 Evaluación formativa**

Desde la práctica docente se encuentran diferentes formas de evaluar como la evaluación sumativa, diagnóstica, formativa, entre otras. La evaluación formativa, en la cual se enfoca este trabajo, tiene grandes ventajas en tanto permite, mediante la observación, supervisar el aprendizaje de los alumnos y mejorar durante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Diagnostica: es la referida a los conocimientos previos de los estudiantes. A partir de esta se construye la planificación o secuencia, es decir, cómo se trabajará con los estudiantes. Una forma de indagar por estos conocimientos previos es con preguntas, trabajos prácticos o evaluaciones cualitativas. Este tipo de evaluación “tiene como objetivo fundamental determinar la situación de cada alumno al inicio de un proceso de enseñanza-aprendizaje para poderlo adecuar a sus necesidades” (Jorba y Sanmartí, 1994, p. 12)

La evaluación sumativa suele medir los resultados y su finalidad es saber si se cumplen los objetivos de enseñanza. En este tipo de evaluación se da una nota cuantitativa, es decir, numérica. La evaluación sumativa se puede hacer a partir de trabajos prácticos, evaluaciones, talleres, entre otros. Así como se explica en Jorba y Sanmartí (1994), “la evaluación sumativa tiene como objetivo establecer un balance confiable de los resultados al finalizar un proceso de enseñanza y aprendizaje” (p. 12).

La evaluación formativa es entendida como “un proceso continuo de evaluación que ocurre durante la enseñanza y el aprendizaje, basado en la búsqueda e interpretación de evidencia acerca del logro de los estudiantes respecto de una meta” (Heritage et al, 2017p. 11). Esta evaluación nos permite entonces evaluar en cualquier momento el aprendizaje de los estudiantes posibilitando, así, tomar decisiones dirigidas a optimizar la enseñanza y sobre cómo seguir avanzando. En este sentido, es necesario una retroalimentación oportuna respecto a los avances en todo el proceso para tomar acciones correctivas que aporten a una mejora del aprendizaje de los estudiantes.

Además, siguiendo a la Agencia de la Calidad de la Educación (2017) encontramos que este tipo de evaluación “les ofrece a los docentes información que se puede y se debe usar para ajustar la enseñanza, ya que permite monitorear, identificando a aquellos estudiantes que dominan cierta habilidad y que pueden seguir adelante, y los que necesitan más ayuda” (p. 11), permitiendo así, que este proceso de enseñanza se realice de manera más efectiva, ya que se pueden tomar las acciones pertinentes y no permite que el proceso se estanque.

Se establecen, entonces, algunas condiciones para que los docentes puedan implementar la evaluación formativa en las aulas. “El primero de estos aspectos es promover y establecer una cultura de aprendizaje colaborativa. El segundo es cultivar las habilidades de manejo y organización del aula” (p. 18). Estas condiciones permiten una relación entre los mismos alumnos y de estos con el docente que facilitan el alcance de los objetivos de aprendizaje. Algunas de las ventajas que comprende este tipo de evaluación es que permite la medición de lo que se hace, medición del desempeño a través del tiempo, multiplicidad de observadores, retroalimentación constructiva, información a los estudiantes sobre su formación. (Hamodi y Tejada, citado por Pérez et al, 2017, p. 271).

Un aspecto fundamental en la evaluación formativa es la retroalimentación, que se asocia con las devoluciones que hace el docente evidenciando tanto dificultades como fortalezas; esta puede hacerse por escrito o de forma oral. Siguiendo a Jorba y Sanmartí (1994), podemos decir que la evaluación formativa “tiene como objetivos la regulación del proceso de enseñanza diseñado por el profesorado, la gestión de los errores o dificultades del alumnado y el refuerzo de sus éxitos” (p. 71).

Para la implementación de la evaluación formativa en el aula la Agencia de la calidad de la educación (2017) señala que se deben cumplir algunos aspectos importantes que dependen del

docente. El primero de ellos se refiere a promover el aprendizaje colaborativo, incentivar a los estudiantes a trabajar en equipos colaborativos con sus compañeros haciendo así que el alumno incorpore una autonomía de su aprendizaje. El segundo se refiere al acto de establecer ciertas normas que permitan un ambiente tranquilo, apropiado y seguro, donde se pueda desarrollar un buen aprendizaje, como la escucha, el respeto por la opinión e intervención del compañero, valorar los aportes y apreciaciones de los demás compañeros, entre otras (p. 18).

### **2.5 Estrategias de enseñanza en la geometría**

En los cursos de geometría se ha recurrido mucho a una metodología tradicional, pues esta suele basarse en exposiciones didácticas hechas por los maestros. Aunque este método aporta a la enseñanza de los conceptos, también genera ciertas dificultades en el aprendizaje de los estudiantes, pues estas exposiciones suelen ser origen de ciertos errores de transmisión y de recepción de información, ya que mucha de la información transmitida por el maestro va a perderse, por lo que tampoco se podría asegurar que los conceptos expuestos hayan sido comprendidos completamente. Esto hace también que los estudiantes recurran a un ejercicio memorístico de la información y sea difícil determinar si estos han logrado una buena asimilación y comprensión, aparte de que también dificulta que pueda generar relaciones entre los nuevos conceptos que se van introduciendo en el curso. Gamboa y Ballester (2010) afirman que “el sistema de educación formal, en primaria y secundaria, usualmente los contenidos de geometría son presentados al estudiantado como el producto acabado de la actividad matemática. La enseñanza tradicional de esta disciplina se ha enfatizado en la memorización de fórmulas para calcular áreas y volúmenes, así como definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas”(p. 127)

Otra de las estrategias utilizadas por los maestros se refiere a la resolución de problemas sobre todo adaptables a situaciones de la vida cotidiana; desarrollar esta competencia permite que el estudiante encuentre mayor interés en los conceptos y desarrolle una capacidad de análisis a la vez que potencia la toma de decisiones y la creación de varias alternativas de solución.

El uso de materiales concretos y herramientas de trabajo por parte de los maestros es también una de las estrategias que utilizan en la enseñanza de la geometría, pues para un curso tan

abstracto en donde se desarrolla un pensamiento espacial, el uso de herramientas es un apoyo significativo ya que facilita la comprensión de los conceptos y despierta la creatividad. Aparte, de que el uso de materiales “son facilitadores y potenciadores intelectuales de las habilidades geométricas, favoreciendo y colaborando en el desarrollo del pensamiento geométrico. Es decir, pueden servir de andamio a estrategias metodológicas para el desarrollo de competencias matemáticas en el ámbito de la Geometría”. Villarroel y Sgreccia (2011, p. 92)



### 3. Diseño Metodológico

En este capítulo se encuentra el enfoque y método desde la cual se desarrolló la investigación, la descripción del contexto en que se realizó, así como también se detallan los participantes que hicieron parte del estudio. Se encuentra además las 4 técnicas e instrumentos que se realizaron para la recolección de información y que sirvieron luego para realizar el proceso de interpretación por medio de la técnica de análisis de contenido. Por último, se presenta el compromiso ético que se tuvo en cuenta con el tratamiento de datos e información de los participantes.

#### 3.1 Enfoque y método

Esta investigación se inscribe en un enfoque de corte cualitativo, pues “es naturalista (porque estudia los fenómenos y seres vivos en sus contextos o ambientes naturales y en su cotidianidad) e interpretativo (pues intenta encontrar sentido a los fenómenos en función de los significados que las personas les otorguen)” (Fernández et. al, 2014, p. 9). Con respecto al investigador, estos autores también indican que “se introduce en las experiencias de los participantes y construye el conocimiento, siempre consciente de que es parte del fenómeno estudiado” (p. 9). Por tal razón, resulta pertinente para este estudio el trabajar desde este enfoque, pues se pretende analizar cómo se puede enseñar y evaluar la congruencia de triángulos mediante el uso del origami, con miras al diseño de un módulo de talleres para el profesor y, para ello, se hace necesario la familiarización con el contexto educativo y con el problema.

El método que se utilizó para alcanzar los objetivos fue un estudio de casos ya que se busca comprender un fenómeno educativo en relación con la enseñanza y evaluación de la congruencia de triángulos por medio del origami. Este método aporta en el diseño de algunos talleres para que los maestros enseñen geometría a partir del origami. El estudio se enmarca en la categoría de estudio de casos descriptivo, ya que “presenta un informe detallado del caso eminentemente descriptivo, sin fundamentación teórica ni hipótesis previas. Aporta información básica generalmente sobre programas y prácticas innovadoras” (Monje, 2011, p. 118); para los efectos de esta investigación, se trata de un módulo para el profesor. Es decir, el interés está enfocado en determinar la efectividad del método para el profesor y no en verificar el nivel de aprendizaje de

los estudiantes a partir de este. El caso que se estudió es el de los estudiantes con los cuales se realizó el pilotaje del módulo de talleres.

### **3.2 Contexto y participantes**

Se realizó en una Institución Educativa del municipio de Medellín donde se contó con la participación de alrededor de 25 estudiantes del grado undécimo y cuatro maestros del área de matemáticas, específicamente que enseñan geometría. Los maestros seleccionados fueron voluntarios que quisieron participar libremente de este proceso, que se sentían motivados e interesados en incursionar en la enseñanza y evaluación de la congruencia de triángulos mediante el uso del origami.

### **3.3 Técnicas e instrumentos para recoger la información**

#### ***3.3.1 Encuesta***

Se realizó una encuesta a los docentes de la institución para indagar sobre las técnicas, formas y estrategias de enseñanza de la geometría en el aula. Dicho instrumento nos permitió tener una idea de las estrategias y herramientas que usan los maestros para la enseñanza de la geometría y su visión acerca del uso del origami para la enseñanza de esta disciplina. Se diseñaron siete preguntas abiertas relacionadas con el acercamiento y conocimiento de la técnica del origami, metodologías de enseñanza de la geometría y estrategias en la evaluación.

#### ***3.3.2 Cuestionario de indagación inicial y actividad evaluativa***

Se realizó un cuestionario de indagación a los estudiantes con el objetivo de identificar los conocimientos que tienen acerca de los conceptos que se abordan en el módulo. Constó de cuatro incisos y seis preguntas abiertas, con ayuda de ilustraciones que permiten una mejor comprensión.

Además, se aplicó una actividad evaluativa, como taller final, en la cual se pretendió identificar si los estudiantes logran identificar en este los conceptos trabajados durante el módulo. Esta actividad evaluativa constó de unas preguntas abiertas acerca de los conceptos abordados en los talleres a partir de un paralelogramo diferente a los empleados en los anteriores talleres.

Estos dos talleres (indagación y actividad evaluativa) se aplicaron con el fin de que los docentes que quieran aplicar el módulo puedan contrastar entre ellos los conocimientos previos y los conocimientos alcanzados al finalizar los talleres. De esta forma, se pretende que el docente pueda indagar los conceptos previos de los estudiantes para así ver en cuáles de ellos debe reforzar. Luego podrá, por medio de la actividad evaluativa, contrastar entre ellas sobre los conceptos alcanzados.

### **3.3.3 Observación participante**

Por medio de la observación participante, donde uno de los investigadores participó como docente y el otro recolectaba información sobre aspectos que podrían ser de utilidad en la aplicación de módulo, se identificó el desempeño de los estudiantes en el desarrollo de los talleres. La intención fue identificar si la forma en la que está planteado el módulo de talleres es clara para los participantes, si las preguntas están bien formuladas y otras posibles situaciones o elementos que permitieron revisar y retroalimentar el módulo.

Al realizar el pilotaje de los talleres, nos encontramos con algunas situaciones que nos permitieron mejorar el módulo. Entre ellas, se pueden mencionar:

En la introducción de conceptos notamos que tienen claridad respecto a los conceptos de segmento, paralelas, bisectrices, diagonales, pero al momento de realizar el cuestionario diagnóstico presentaron dificultades en la identificación de estos conceptos, como, por ejemplo, confundir si dos ángulos son opuestos por el vértice o alternos internos.

Algunas de las preguntas planteadas en el módulo generaban respuestas que, a pesar de ser correctas, no proporcionaban la información que esperábamos respecto a los temas del módulo. Por lo cual se hizo necesario reformular las preguntas de forma que las respuestas que se obtuvieran fueran las que nos ayudaran a identificar el acercamiento que tienen los estudiantes respecto a los conceptos que se abordan en los talleres.

De acuerdo a lo recogido en la actividad evaluativa, se encontró que los estudiantes identificaron los conceptos concernientes a los triángulos en las figuras planteadas en el módulo pero no se logró identificar cuál es el criterio de congruencia que se relacionó entre los triángulos.

### 3.3.4 Módulo de talleres.

Se realizó un módulo de talleres sobre los criterios de congruencia de triángulos a partir de cuadriláteros realizados con origami. Este módulo estuvo constituido por cinco talleres:

Primero: cuestionario de indagación inicial sobre conocimientos previos con el objetivo de reconocer los saberes conocidos por los estudiantes en relación con la geometría. Constó de cuatro incisos y seis preguntas abiertas, con ayuda de ilustraciones geométricas. También se realizó una sección de introducción conceptual en donde se presentaron algunas definiciones de los conceptos que se trabajaron en los talleres para complementar ese conocimiento que tenía el estudiante.

Segundo: taller sobre el criterio de congruencia de triángulos Ángulo-Ángulo-Ángulo (AAA)

Tercero: taller sobre el criterio de congruencia de triángulos Lado-Ángulo-Lado (LAL)

Cuarto: taller sobre el criterio de congruencia de triángulos Lado-Lado-Lado (LLL)

Quinto: actividad evaluativa. Cumple con el objetivo de conocer si los estudiantes son capaces de representar en esta los conceptos abordados en los talleres anteriores. Consta de unas preguntas abiertas acerca de los conceptos abordados en el módulo a partir de un paralelogramo diferente a los empleados en los anteriores talleres.

### 3.4 Técnicas y procedimiento de análisis

El análisis de contenido fue la técnica empleada para el proceso de interpretación, pues fue una metodología que nos aportó con la interpretación e inferencias de los datos obtenidos en esta investigación de una manera sistemática y objetiva; nos permitió realizar estudios comparativos entre las respuestas obtenidas en la encuesta, entre el marco referencial y otros tipos de datos recopilados a través de la observación participante. Hostil y Stone (1969) definen el análisis de contenido como “una técnica de investigación para formular inferencias identificando de manera sistemática y objetiva ciertas circunstancias específicas dentro de un texto” (p. 5).

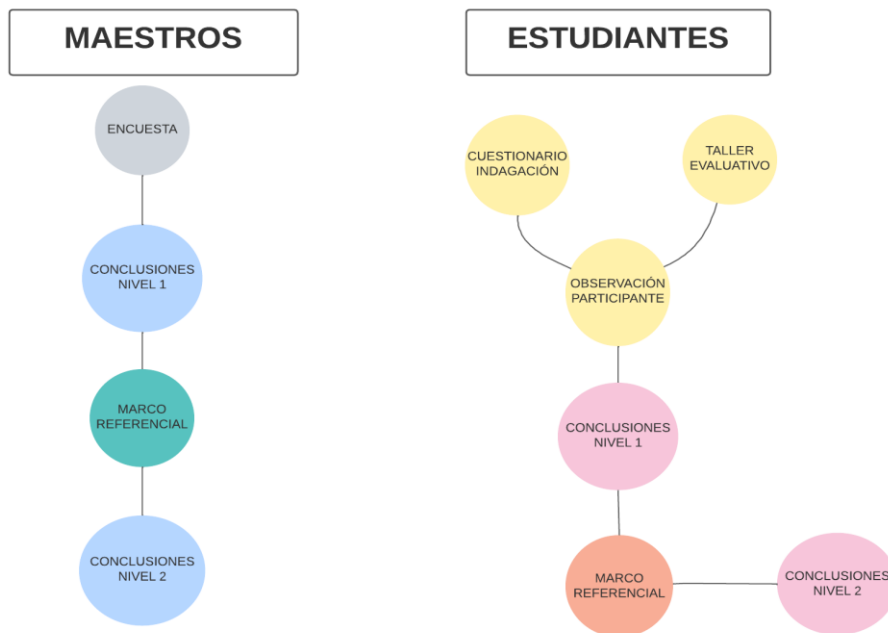
Para el análisis se realizó el siguiente procedimiento:

De la encuesta aplicada a los maestros se realizaron interpretaciones a partir de las respuestas que arrojaron de acuerdo a cada pregunta. De este análisis pudimos llegar a establecer conclusiones más generales en relación al origami en la enseñanza y evaluación de la geometría, las cuales se triangularon posteriormente con el marco referencial.

Así mismo, se realizó una descripción de las respuestas obtenidas del cuestionario de indagación a estudiantes. Esto nos ayudó a saber qué conocimientos tenían los estudiantes con respecto a los conceptos requeridos para la aplicación del módulo. Luego, se estudiaron las respuestas que arrojaron las estudiantes en la aplicación del taller evaluativo para así realizar una comparación con las respuestas del cuestionario de indagación inicial. Este análisis nos permitió identificar si los estudiantes lograron identificar estos conceptos en las diferentes figuras planteadas en el taller evaluativo. Teniendo en cuenta estas apreciaciones, las cuales se encuentran en los resultados, se analizaron con respecto a lo recogido de la observación participante, de tal forma que se pudieron identificar falencias, dificultades o destrezas en el proceso de aplicación.

Figura 1

*Esquema procedimiento de análisis*



### 3.5 Compromiso ético

La investigación se hizo con fines académicos, por lo cual los participantes no recibieron ninguna bonificación monetaria. El resultado final del trabajo se hizo con beneficio educativo para la población en general. La información suministrada por los participantes se trató confidencialmente, para respetar su intimidad personal y familiar y para guardar el derecho al buen nombre; por ende, no se hizo uso de sus nombres reales, ni del correo electrónico de estos. La diferenciación entre los participantes se hizo por medio de un seudónimo. Previamente a la participación en la investigación, se puso en conocimiento de cada participante un consentimiento informado el cual deberían aceptar en el formulario para poder realizar la encuesta. De igual modo,

a los participantes se les garantizó el derecho de conocer la información que se había recogido sobre ellos.

### **3.6 Rigor metodológico**

Para garantizar el principio de credibilidad respecto al módulo de talleres se hizo un pilotaje de este. Esto nos permitió conocer su validez y calidad respecto a la enseñanza y la evaluación.

Triangulación entre las respuestas obtenidas en la encuesta realizada a los maestros y el marco referencial. También se hizo una triangulación entre las conclusiones obtenidas de las técnicas de recolección de datos (cuestionarios y actividad evaluativa) y el marco referencial para así contrastar entre la información obtenida de los participantes del módulo y lo hallado por otros autores.

#### **4. Resultados y Análisis**

En este capítulo se encuentran los resultados obtenidos en cada pregunta de la encuesta realizada a los maestros y una interpretación de estas respuestas que permiten justificar el uso de la técnica del origami como estrategia para la enseñanza y evaluación de la congruencia de triángulos. De igual manera, se expone la revisión de literatura sobre la enseñanza de la geometría basada en doblado de papel, puesto que este responde al objetivo específico que busca identificar algunos elementos, desde lo que reportan los maestros, que sirvan como insumo para el diseño de un módulo de talleres para la enseñanza y evaluación de la congruencia de triángulos mediante el uso del origami. Simultáneamente, se presenta la descripción e interpretación de lo recolectado en el cuestionario de indagación y la actividad evaluativa en relación con la observación participante para responder al objetivo específico que tiene como propósito describir la posibilidad que ofrece el origami para evaluar la congruencia de triángulos.

##### **4.1 Identificación de elementos para la enseñanza de la geometría a través del origami**

Para dar cuenta de esta categoría, la cual surge como respuesta al objetivo específico de describir la forma y estrategias que utilizan los maestros de una institución Educativa del Municipio de Medellín para la enseñanza de la geometría, además de analizar el interés de los docentes por nuevas metodologías, se analizaron entonces las respuestas de los cuatro maestros con la intención de identificar los puntos de encuentro y sus diferencias respecto a la enseñanza de la geometría. La finalidad de esta encuesta fue indagar por las estrategias y metodologías para la enseñanza de la geometría para así hallar la forma de relacionarlo con la técnica del origami para la enseñanza de la geometría. El análisis se realizó tomando las respuestas de los maestros correspondiente a cada pregunta, encontrando en ellas similitudes, divergencias o posibles afirmaciones potenciales en relación con los objetivos específicos.

Dentro de las respuestas obtenidas por los maestros a la pregunta sobre si conocían la técnica del origami, encontramos que los cuatro participantes respondieron afirmativamente y, además, se atrevieron a expresar en qué consistía. Por ejemplo, el maestro 1 afirmó que “consiste en hacer pliegues sobre el papel, aplicando criterios geométricos y obtener una figura desde un solo



módulo o construir varios módulos”. También tenemos la respuesta del maestro 2, quien mencionó que "es una técnica que a través de varios y sucesivos dobleces se obtienen las figuras planeadas". Al respecto, podemos afirmar que los maestros se acercan a la definición de la técnica del origami de acuerdo a cómo se define en Royo (2002), el origami, también conocido como papiroflexia, es el arte de hacer figuras reconocibles utilizando papel plegado (p. 175).

Con respecto a las preguntas sobre si ¿han indagado por la matemática que se encuentra en el origami? y ¿qué has indagado al respecto?, vemos que algunos profesores afirman que utilizan el origami para desarrollar algunos conceptos geométricos o para fortalecerlos. Por otro lado, encontramos que otro maestro sí ha incursionado un poco con respecto a la matemática que se encuentra en esta técnica, pues comenta que se pueden visualizar algunas relaciones y teoremas de geometría euclidiana, como rectas paralelas, perpendiculares, simetría, triángulos y sus líneas y puntos notables. Lo que nos permite afirmar que los maestros tienen algunos conocimientos sobre las matemáticas que se pueden visualizar en el origami, aunque no todos han profundizado sobre ella.

Respecto a la pregunta ¿qué metodologías utiliza para la enseñanza de la geometría?, encontramos que el maestro 1 se basa en el modelo de Van Hiele para el estudio de los cuerpos geométricos, priorizando la presencia del objeto de estudio. Por otro lado, el maestro 2 se basa en el uso de guías, libros y videos de la red. El maestro 3 desarrolla un planteamiento y solución de situaciones cotidianas donde se observa su aplicabilidad y teniendo experiencias directas desde el concepto que se pretende trabajar.

Si tomamos como referente a Rodríguez (2014), nos encontramos que esta autora nos plantea unas interrogantes en cuanto a las técnicas utilizadas en la enseñanza de la geometría las cuales tienen que ver con si estas son adecuadas, si se usa una buena didáctica o si al momento en que los estudiantes no logran comprender ciertos temas es el profesor el que está fallando. Además, sugiere que “se deben diseñar prácticas que desarrollen la construcción del conocimiento y sobre todo que sean tangibles para los estudiantes, para que puedan relacionar lo teórico con lo cotidiano” (p. 3). Es en este aspecto donde el origami podría servir como ayuda para que los estudiantes tengan una aproximación más cercana pues esta técnica “representa los objetos de forma matemática y geométrica” (p. 1)

Con respecto al interrogante ¿consideran que el origami puede ser una posibilidad para la enseñanza de la geometría?, encontramos que los cuatro maestros coinciden en el uso de la técnica del origami como una posibilidad para la enseñanza de la geometría, pero uno de ellos aclara que no sabe cómo hacerlo. El maestro 1 manifiesta que la técnica permite que los estudiantes puedan comprender algunas ideas básicas de geometría euclidiana y desarrollar el pensamiento espacial. El maestro 3 afirma que esta técnica permite un acercamiento a conceptos que en el papel implicaría mayor dificultad. Podemos concluir entonces que los maestros ven en el origami una herramienta útil para la enseñanza de la geometría pero que necesitan de una guía en la cual se enseñe a hacer uso de esta técnica. Además, algunos autores como Montes y Frausto (2021) señalan que el uso de elementos manipulables logran cumplir un papel crucial en el mejoramiento de las habilidades del razonamiento geométrico de los estudiantes mediante la creación de un contexto adecuado que permite la transición del pensamiento empírico al pensamiento abstracto (p. 7). Así mismo, encontramos en Villanueva (2008) que “el origami fomenta el uso y comprensión de conceptos geométricos, tales como diagonal, mediana, vértice, bisectriz, etc. Además, el origami, también permite a los alumnos crear y manipular figuras geométricas como cuadrados, rectángulos y triángulos y visualizar cuerpos geométricos” (p. 93). En relación a los maestros, encontramos que el origami “da al profesor de matemática una herramienta pedagógica que le permita desarrollar diferentes contenidos no solo conceptuales, sino también procedimentales, también desarrolla habilidades motoras finas y gruesas que a su vez permitirá al alumno desarrollar otros aspectos, como lateralidad, percepción espacial y la psicomotricidad” (Flores, 2004, citado en Rodríguez, 2014, p. 30).

Para las preguntas sobre si los maestros enseñan la congruencia de triángulos y cómo lo hacen, es decir ¿qué metodología utiliza?, se encontró que dos de los cuatro maestros sí enseñan la congruencia de triángulos, mientras que dos de ellos no lo hacen. El maestro 1 la enseña por medio del estudio de las *homotecias* y usando los tipos de triángulos para que los estudiantes infieran la noción de congruencia. El maestro 2 la enseña mediante el uso de videos y ejemplos de libros. Encontramos entonces que no todos los maestros enseñan la congruencia de triángulos. Los maestros que enseñan este concepto hacen uso de diferentes métodos como videos y ejemplos de libros. Si examinamos las respuestas de los maestros que sí la enseñan podemos ver un escaso uso de material didáctico. Es allí donde la congruencia de triángulos, a partir del origami, puede ofrecer

a los maestros una opción que permita a los maestros elegir entre una variedad de técnicas para la enseñanza de este concepto.

En el análisis de las respuestas que dieron los maestros a la pregunta sobre ¿qué estrategias utiliza para la evaluación de la geometría?, se pudo evidenciar que los cuatro maestros utilizaron distintas estrategias, por ejemplo, dos de ellos hacen mucho énfasis en actividades prácticas y situaciones de la vida real que aportan en el proceso de construcción del aprendizaje. También tenemos que el maestro 3, aparte de utilizar las situaciones problemas como estrategia, también se apoya en la evaluación continua y dinámica, en el uso de cuestionarios, talleres y ejercicios de aplicación. El maestro 4, además de las actividades prácticas, también utiliza como estrategia de evaluación de la geometría la socialización de actividades y la retroalimentación de las respuestas, enfatizando en el trabajo en equipo. Respecto a esta pregunta, encontramos que los maestros hacen uso de situaciones de la vida cotidiana, actividades prácticas y fomentan el trabajo en equipo.

Respecto a las preguntas ¿considera que es posible evaluar utilizando el origami? y ¿cómo cree que pueda ser esta?, los maestros afirman que sí es posible evaluar por medio de esta técnica. El maestro 3 asegura que “el mismo proceso de elaboración de las figuras implica evaluación, siempre y cuando se tenga clara la intención en el momento de hacerlo”. El maestro 1 apunta que “la figura obtenida desde el Origami modular o por módulos, nos evidencia que tanto se comprendió y se aplicó las ideas geométricas en el reto planteado”. De lo cual podemos afirmar que el origami es visto como una posibilidad y una herramienta para la evaluación de la geometría, pues desde el mismo proceso de construcción de las figuras puede considerarse como un proceso evaluativo que se va dando tras cada origami. Al realizar el pilotaje, se evidenció que la evaluación usando el origami es posible, ya que al realizar el taller evaluativo se constató que los estudiantes entienden algunos de los conceptos y, por medio de la observación, se logra comprobar en el transcurso de los otros talleres que las estudiantes logran identificar estos.

De manera general podemos concluir que, de acuerdo a lo encontrado en las respuestas a la encuesta realizada a los maestros y lo que han logrado algunos investigadores, el origami tiene muchos beneficios en la enseñanza, como se ha mencionado anteriormente. Encontramos en De Sousa (2015) que el origami ha despertado el interés de varios estudiosos debido a que además de su actividad creativa y artística, también se están aplicando propiedades matemáticas. Entre estos estudiosos encontramos a T. Sundara Row, Humiaki Huzita, Maekawa Jun y Peter Engel, entre

otros (p. 15), lo cual nos permite verificar la pertinencia de esta técnica y de acuerdo a lo que encontramos de la encuesta aplicada a los maestros la oportunidad de aplicarla en el aula.

#### **4.2 Revisión de literatura sobre el uso del origami para la enseñanza de la geometría**

En este capítulo se presenta el reporte de la literatura sobre el origami y la geometría, el cual responde a uno de los objetivos: indagar por propuestas, reportadas en la literatura, sobre la enseñanza de la geometría mediante el uso del origami. La finalidad de esta búsqueda es mostrar algunos trabajos que se han realizado para la enseñanza de la geometría haciendo uso del origami. A continuación, se presenta atendiendo a las siguientes categorías: investigaciones y propuestas de enseñanza sobre el uso de origami.

##### **4.2.1 Investigaciones sobre uso del origami en la enseñanza de la geometría.**

En este apartado se presentan investigaciones respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría usando la técnica del origami donde se encuentran estudios tanto de pregrado como de posgrado que demuestran la aptitud de esta técnica.

En la tesis de maestría de Sousa (2015) titulada “*Construções geométricas por dobradura (ORIGAMI) – Aplicações ao ensino básico*”, se encuentran problemas resueltos utilizando el origami, construcciones geométricas, propuestas de actividades para la enseñanza, y demás. En esta tesis se encuentran axiomas que se muestran a partir del doblado de papel como son dados dos puntos distintos podemos construir una única recta que pase por estos puntos, dada una recta y un punto podemos construir una única recta que pasa por el punto haciendo coincidir la recta con ella misma, entre otros axiomas que también se extienden a las circunferencias. Algunas de las construcciones geométricas que se encuentran se relacionan con polígonos como rectángulo, pentágono, hexágono y demás. Se encuentran propuestas de actividades para la enseñanza como bisectriz, mediana, altura, mediatrices, áreas, teorema de Pitágoras, entre otras cosas.

El trabajo de maestría de Hernández (2016) titulado: “Estrategia para la enseñanza de los conceptos del área y volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías digitales”, tuvo como objetivo implementar una estrategia que estuviese vinculada con la enseñanza de los conceptos de área y de volumen con estudiantes de grado noveno y lo hizo mediante el uso de material concreto como el origami, además de otras herramientas. Aquí, para la

apropiación de conceptos de área y volumen se desarrolló una guía con uso del origami. Para ello, se realizaron dobleces en una hoja de papel que permitieran identificar qué tipo de figuras geométricas se pueden encontrar tras el doblado, así como calcular longitudes y áreas de las figuras formadas. Tras cada paso a seguir expuesto en la guía, se trabajan conceptos como: longitudes, diagonales, rectas perpendiculares, segmentos y puntos notables, figuras como triángulos isósceles y trapecios. La construcción de prismas permite comprender mejor la geometría tridimensional ya que se pueden calcular perímetros de caras del sólido, hallar volúmenes, áreas laterales.

En esta investigación, se pudo evidenciar en los estudiantes el reconocimiento de las figuras geométricas con la comprensión de conceptos de área y de volumen, a través de un proceso reflexivo de su propio aprendizaje. Mediante estas guías didácticas, tanto con el uso del origami como otras herramientas tecnológicas, se generaron espacios de aprendizaje colaborativo en el aula ya que los estudiantes intercambiaron sus respuestas en su grupo de trabajo y escribieron sus aportes en la guía didáctica de acuerdo a cada sesión de trabajo. Aquí, el docente cumplió un rol de orientador, guiando al estudiante a descubrir diversas alternativas de aprendizaje que lo acercan a la relación de los conceptos de área y volumen con su entorno. La construcción de prismas permitió, así, relacionar figuras geométricas con espacios en los que los estudiantes cotidianamente están como el salón de clases. Además, este trabajo de investigación permitió al estudiante ser parte activa de su proceso de aprendizaje apropiándose de la información, enriqueciendo, así, sus conocimientos.

Así mismo, Avilés (2016) se refiere a esta técnica de papiroflexia en su tesis de maestría: “Uso de la didáctica del plegado del papel, como herramienta de apoyo en la enseñanza de los contenidos de la geometría para estudiantes del 10° año de educación general básica, de la unidad educativa Best del Cantón Vinces”; en este estudio se entendió el plegado de papel como un elemento motivador en la comprensión de los contenidos de la geometría plana, esto con el objetivo de contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje. En esta tesis se exponen algunos axiomas geométricos referentes al plegado de papel como una herramienta didáctica. También, cuenta con el diseño de ocho actividades didácticas de papiroflexia en donde se especifican, paso a paso, los dobleces que deben ir haciendo; cada actividad contiene sus instrucciones y su objetivo en relación al concepto que se pretende comprender. En la investigación se trabajaron conceptos de: puntos y rectas, construcción de bisectriz y mediatriz, construcción de

diversos ángulos, construcción de triángulos (isósceles, escaleno, equilátero), cómo sumar ángulos de un triángulo, construcción de cuadriláteros, rombos, trapecios y polígonos regulares.

De este trabajo de investigación se pudo concluir que la papiroflexia es un recurso de apoyo para el docente, permitiendo desarrollar diferentes contenidos conceptuales y procedimentales, genera destreza manual, así como también desarrolla actitudes como la observación, socialización y atención. Esta metodología permite al estudiante construir su propio conocimiento, facilitando una mejor comprensión, en la manera que el estudiante aprende haciendo e interactuando con el material concreto, utilizando los sentidos de la vista, el tacto, potenciando la creatividad y permitiendo la interrelación entre los conceptos y la actividad. El origami resulta atrayente, innovador y motivador para el estudiante ya que produce un cambio en su actitud e interés por aprender lo que se le pretende enseñar.

La investigación “Origami, estrategia didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría” de Montes y Frausto (2021) tuvo como objetivo analizar la incidencia del origami como una estrategia didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría. Este proyecto se aplicó a 122 estudiantes organizados en dos grupos experimentales y dos grupos de control, a ambos grupos se les aplicó una prueba de geometría inicial que estaba conformada por 30 preguntas, de esta prueba, dos estudiantes de cada grupo ganaron el test. Luego, los dos grupos experimentales se sometieron a la aplicación de los 10 talleres de origami, mientras que los dos grupos de control continuaron teniendo sus clases normales.

Al finalizar la aplicación, se volvió a aplicar la prueba de geometría, de la cual, se pudo analizar y afirmar que un 24% de los estudiantes ganaron la prueba. En este estudio:

Se evidencia mejora en desenvolvimiento de los estudiantes; en la prueba de plegado, que mide la visualización espacial, entendida como la capacidad de imaginar y manipular objetos mentalmente, hubo un rendimiento significativo; en cuanto a las propiedades y relaciones geométricas, el haber trabajado en los talleres de origami, permitió que se lograran mejoras notables en los estudiantes; en desarrollos planos, se evidencia un mejor desempeño de los estudiantes, al igual que en las transformaciones geométricas, donde se observa que luego de la intervención, son considerables los progresos. (p.12). Por lo tanto, esta investigación reafirma el sentido de que el origami incide significativamente en la

enseñanza de la geometría, por lo que es una estrategia didáctica muy influyente al potenciar el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico.

Así mismo, se afirma que a partir de los resultados de la investigación es necesario diseñar y aplicar estrategias didácticas que motiven a los estudiantes por aprender geometría y disminuyan el desinterés. En este sentido, el docente cumple un papel importante como agente facilitador del aprendizaje en términos de la asesoría y seguimiento en el desarrollo de cada uno de los talleres que son aplicados a los estudiantes.

Otra tesis de maestría encontrada es el trabajo de Buske (2007) titulado “*Uma contribuição para o ensino de geometria utilizando origami e caleidoscópico*”, cuyo objetivo fue analizar cómo el origami y el caleidoscopio pueden contribuir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de algunos conceptos de geometría. Este trabajo tuvo un enfoque cualitativo y la recolección de datos fue fundamentalmente a través de la observación participante con el uso de cuestionarios, grabaciones de audios, fotografías, apuntes y análisis documental. Se trabaja con estudiantes de segundo semestre de la carrera de Matemáticas.

Algunas de las contribuciones que este trabajo hace a la educación es el uso de materiales de fácil acceso y construcción simple, que pueden ser utilizados en el aula, una propuesta de actividades que utilizaban la resolución de problemas como metodología didáctica. Se propone como un trabajo a futuro para quien esté interesado en el estudio, desarrollar una investigación que compruebe la efectividad del estudio con estudiantes de primaria y secundaria, además de mejorarla con el fin de obtener la ayuda necesaria para la implementación de la propuesta en los cursos de formación docente.

Algunas de las conclusiones que dan los autores del estudio es que un cambio en la práctica pedagógica es un factor relevante para potenciar el interés en el aula, en la medida en que cuando se promueven clases más dinámicas, atractivas, informales y amenas, en un ambiente agradable, los estudiantes se encuentran mucho más motivados por aprender, encontrando interesante las lecciones que se les están enseñando.

El estudio de Rodríguez (2014), “Elaboración de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), que integre el origami como facilitador de la enseñanza de los sólidos en Geometría”, de la Universidad Nacional de Colombia, muestra el diseño de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) en el cual desarrolló conceptos en torno a los sólidos y la utilización de la técnica del origami para

mejorar la comprensión de los conceptos geométricos presentes en la elaboración de diferentes figuras. Esta herramienta se dirigió a docentes de matemáticas que querían fortalecer el trabajo realizado en el aula.

El estudio se realizó en un colegio de Boyacá, en el grado noveno de la Institución Educativa Santo Domingo Savio. Algunas conclusiones que se extraen del trabajo son: la estructura del Objeto Virtual de Aprendizaje creado, permite que el estudiante juegue un papel activo de su propio aprendizaje, ya que cuenta con diversos instrumentos para que el educando lleve a la práctica de la mejor manera el trabajo solicitado, permite tanto al estudiante como al docente visualizar situaciones que dan origen a analizar sus posibles explicaciones y soluciones, no como única estrategia sino como complemento al proceso que se lleva a cabo en el aula, además el alumno puede fijar sus propios ritmos de aprendizaje, según el tiempo de que disponga y de los objetivos que se haya fijado. Además, se generó un producto de interacción (OVA), utilizando el *software eXeLearning*, que contiene diferentes aplicaciones que facilitan escribir textos, crear árboles de navegación, incluir sonidos, imágenes, videos, animaciones, actividades sencillas y creadas con otras aplicaciones. *eXeLearning* ofrece una mayor flexibilidad respecto al método convencional de la clase en el aula, es una herramienta focalizada en el alumno, ya que este no está atado a las habilidades y capacidades del instructor.

El trabajo de pregrado de Martínez (2017) titulado “La papiroflexia como estrategia didáctica para desarrollar las nociones básicas de geometría en los niños de cuarto y quinto de primaria de una institución educativa de carácter privado en la ciudad de Bucaramanga”, se centró en diseñar e implementar una estrategia didáctica a partir de actividades con papiroflexia que ayuden a los estudiantes a superar las dificultades que presentan al momento de comprender y puedan aplicar nociones básicas de geometría, para lograr el adecuado desarrollo de su pensamiento espacial. Esta investigación tuvo un enfoque de acción participativa (IAP). La población objeto del proyecto estuvo constituida por nueve estudiantes que cursaban los grados cuarto y quinto. Se desarrollaron diez sesiones basadas en talleres enfocados en papiroflexia como principal herramienta didáctica para enseñar nociones básicas de geometría plana.

Algunas de las conclusiones a las que se llega en la investigación son: a partir de la fase diagnóstica es necesario aplicar estrategias y herramientas didácticas que enriquezcan y favorezcan la enseñanza y aprendizaje de la geometría, atendiendo a las necesidades e intereses de los



estudiantes para acercarlos de manera significativa al conocimiento. Además, al implementar la unidad didáctica, se orientó hacia la utilización de la papiroflexia como actividad principal; se puede afirmar que esta técnica dentro del aula de clase es un medio que ayuda a construir, asimilar y comprender conocimientos de manera innovadora y práctica, puesto que a través del plegado se pueden crear y visualizar figuras, reconocer e identificar nociones geométricas, ampliar el lenguaje matemático, realizar secuencias de pasos, practicar el orden de un proceso; en conclusión, se desarrollan habilidades geométrico espaciales, que estimulan la creatividad y mejoran otras destrezas como las relacionadas con la motricidad fina.

#### ***4.2.2 Propuestas de enseñanza de la geometría mediante el uso del origami***

Se presentan algunos talleres y propuestas de enseñanza de la geometría haciendo uso de la técnica del origami en donde se puedan identificar elementos importantes que sirvan de insumo para para el diseño de módulo de talleres.

Se encuentra el texto de Cavacami y Kioko (2010) titulado “Explorando geometría con origami” el cual trata de relacionar la geometría y el origami a través de la implementación de dobleces para reproducir el uso de la geometría para justificar sus construcciones. La finalidad de este estudio fue mostrar una nueva metodología de enseñanza y estudio de la geometría con el uso de una técnica divertida y concreta, además de accesible para las personas.

Inicialmente se presentan algunos problemas clásicos de la geometría euclidiana. Después, se pasa a la construcción de poliedros a través de módulos. Se basa en los axiomas de Huzita-Hatori. Algunas contribuciones que se extraen del estudio son: el uso de esta metodología para la educación de personas con dificultades visuales, mostrar la matemática escondida en algunos dobleces que pueden contribuir a la enseñanza de la matemática.

En el trabajo de Cañadas, Crisóstomo, Gallardo, Molina, Martínez-Santaolalla y Peñas (2005), “Taller: El papel como Material Didáctico en la construcción de la geometría plana”, se tuvo como objetivo el proporcionar al maestro un material para el trabajo en el aula de tal forma que se pueda lograr mayor significatividad del proceso de aprendizaje. En él se emplean axiomas del origami con el propósito de crear una serie de secuencias que permitan la construcción de representaciones significativas en los procesos de aprendizaje. Se trabaja la demostración del teorema de Pitágoras trabajando los conceptos de: mediatriz, simetría, transportar distancias,

diagonal y construcción de triángulos rectángulos, también cuenta con una serie de instrucciones para el profesor y una serie de indicaciones paso a paso de cómo realizar esta construcción.

Algunas de las afirmaciones que de este taller surgieron es que se consiguió exponer la potencia del origami como un recurso didáctico, dado que permite la manipulación de representaciones de los objetos geométricos y que, por medio de este proceso de construcción con el doblado del papel, se permite un acercamiento intuitivo a la geometría plana y del espacio.

También, se encuentra el trabajo realizado por Monsalve y Jaramillo (2003), titulado “El placer de doblar papel. Mostraciones y algunas aplicaciones matemáticas”. En este artículo se exponen algunas aplicaciones matemáticas que se encuentran al realizar el doblado de papel. Algunas de estas aplicaciones y mostraciones tienen que ver con la suma de ángulos internos de un triángulo, diferentes figuras con la misma área y la realización de diferentes figuras realizando dobleces como pentágonos, heptágonos y octágono, entre otras.

Otro taller referente a la geometría con origami es el de Blanco y Otero (2005), titulado “geometría con papel (papiroflexia matemática)”, donde se muestran las cuatro bases del origami, las cuales son la base cometa, base pez, base pájaro y base rana. Luego, se trabajan algunas figuras basadas en módulos como son el cubo, hexaedro, tetraedro, entre otras figuras. Además, al final del taller se dan una serie de claves para el uso pedagógico del origami.

Otro trabajo de Monsalve (2013), titulado “el origami y el doblado de papel como herramientas mediadoras para la enseñanza y el aprendizaje matemáticos”, el cual tiene como objetivo explorar algunas de las posibilidades del doblado papel como la división de una hoja de papel en varias partes iguales, se trabajan conceptos de congruencia, congruencia, igualdad, entre otros. Además, se realizan algunas demostraciones de identidades trigonométricas a partir del doblado de papel.

En el Taller de Villanueva (2008) “La papiroflexia como recurso lúdico en la enseñanza de la geometría”, se trabajaron actividades en las que se empleaba el origami con estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa María Auxiliadora de Galapa; estas actividades se desarrollaron en diez etapas, cada una desarrollaba ciertos contenidos geométricos como conceptos básicos de la geometría, propiedades de algunas figuras geométricas, traslaciones, rotaciones, reflexiones, propiedades de los poliedros, también trabajaron el teorema de Pitágoras, las líneas notables de un triángulo, congruencia y congruencia de triángulos y escalas y homotecias; eso, en un tiempo de

ejecución establecido y guiado, en su mayoría, por el profesor, aunque también, se dieron espacios para que los estudiantes fueran quienes las lideraran en las clases.

Este proyecto lúdico juega un papel muy importante en la enseñanza de la geometría permitiendo que el proceso de aprendizaje sea mucho más eficaz, enriquecedor y placentero para los estudiantes. Por eso mismo, con el origami como recurso lúdico se ha evidenciado que:

Los estudiantes han mostrado mayor interés y gusto para trabajar en el área, hoy en día les gusta participar y colaborar mucho en clases, manejan con propiedad los conceptos básicos de geometría, logran identificar claramente las propiedades de los polígonos. Además de esto han desarrollado mayor fluidez en su parte oral, se ha fomentado el liderazgo en el aula de clase, el pensamiento crítico y sobre todo el desarrollo de competencias. (p. 4)

Asimismo, podemos comprobar de esta revisión de literatura que hay una gran cantidad de investigaciones por parte de la comunidad educativa en torno al uso del origami como apoyo metodológico y que hay hallazgos favorables. Al realizar esta revisión se encuentra material variado como talleres basados en origami para la enseñanza de la geometría que ayudan con elementos para este módulo. Igualmente, las investigaciones encontradas hacen parte de la justificación de su uso en la educación, ya que sirve como referente de su pertinencia y posibilita verificar su aplicabilidad.

#### **4.3 Congruencia de triángulos en cuadriláteros a partir del origami: módulo de talleres**

A continuación, se presenta el módulo de talleres para la enseñanza de la congruencia de triángulos a partir de la técnica del origami; este tiene como finalidad servir de herramienta didáctica para enseñar el concepto en el aula.

##### **Introducción:**

Este módulo ha sido diseñado directamente para los maestros con el objetivo de poder emplearlo en la enseñanza de la geometría de una forma mucho más agradable y práctica para los estudiantes; de igual forma, que sea un elemento con el que se pueda evaluar la geometría. Se desarrollaron conceptos básicos de geometría como: triángulos y características, bisectriz, paralelogramos, ángulos.

Está constituido para ser abordado en cinco sesiones de clase; el objetivo es enseñar los tres criterios de congruencia de triángulos por medio del origami y evaluar estos criterios por medio de la misma técnica.

La primera sesión consiste en una actividad diagnóstica sobre los temas y conceptos geométricos que conoce el estudiante y la explicación de un taller introductorio de conceptos que se abordan en los talleres. La segunda sesión explica paso a paso el primer criterio de congruencia AAA por medio del origami, guiado por una serie de preguntas que debe contestar el estudiante. En la tercera sesión se trabaja el criterio LAL; en la cuarta sesión se explica detalladamente el último criterio de congruencia que corresponde a LLL y, por último, la quinta sesión consiste en un taller evaluativo dirigido al estudiante con el objetivo de conocer si los estudiantes son capaces de representar los criterios.

**Orientaciones para el maestro:** este módulo se realiza de forma individual siguiendo los pasos descritos en cada uno de los talleres; para esto es necesario llevar materiales de trabajo para cada estudiante: dos hojas cuadradas y dos rectangulares, tijeras, lápiz, regla.

### **Desarrollo de talleres y actividades**

#### **Sesión 1**

**Tiempo:** 1 hora

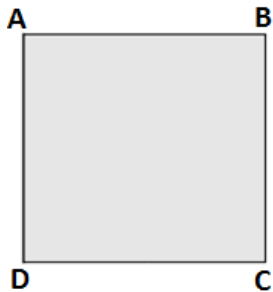
#### **Actividad diagnóstica sobre conceptos geométricos**

**Objetivo:** indagar sobre los conocimientos previos que tienen los estudiantes acerca de algunos conceptos geométricos requeridos para la realización del taller.

#### **Procedimiento:**

#### **Cuestionario de conceptos básicos de geometría.**

1. ¿Qué pares de lados son segmentos paralelos? Señale estos segmentos en la ilustración.



2. En la figura 1 se observa un cuadrilátero con dos ángulos rectos A y B (cada uno de  $90^\circ$ ) y una diagonal que cruza sobre los ángulos A y B. Al trazar esta diagonal, ocurre un cambio en dichos ángulos, como se puede observar en la figura 2.

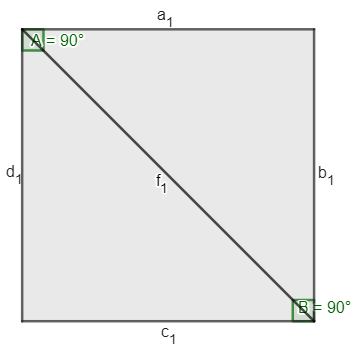


Figura 1

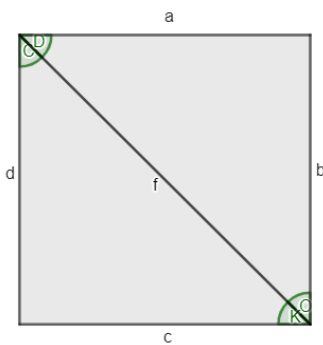


Figura 2

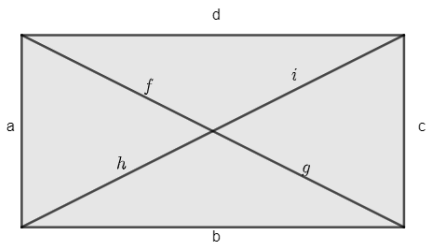
- a. ¿Qué se puede afirmar sobre los ángulos C y D y sobre los ángulos K y O?
- 
- b. Teniendo en cuenta la figura N° 2 indique qué pares de ángulos se clasifican en ángulos alternos internos y explique cuáles son las características de este tipo de ángulos.

La respuesta del punto 2, pregunta a, ¿se cumple también para cualquier cuadrilátero? ¿Por qué?

---

---

3. Cuando se trazan las diagonales de un rectángulo, ¿qué se puede afirmar de los segmentos  $f$  y  $g$  y de los segmentos  $i$  y  $h$ ?, ¿por qué?

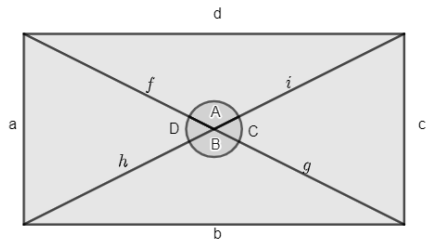


---

---

---

4. Al trazar las diagonales de un cuadrilátero se forman cuatro ángulos ( $A, B, C, D$ ) como lo ilustra la figura. Indique qué pares de ángulos se consideran como ángulos opuestos por el vértice y explique cuáles son las características de este tipo de ángulos.



## Sesión 2

**Tiempo:** 1 hora

**Taller:** introducción a conceptos geométricos

**Temas a desarrollar:** segmento, bisectriz, rectas paralelas, ángulos opuestos por el vértice, cuadrado, rectángulo, paralelogramo, trapecio, diagonales.

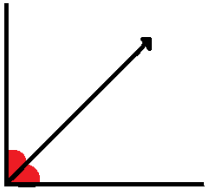
**Objetivo:** esta actividad tiene como objetivo la introducción de los conceptos que se trabajan en el módulo.

En el módulo se trabajan los siguientes conceptos:

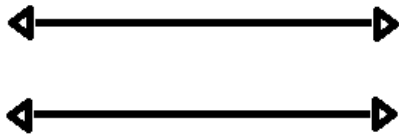
**SEGMENTO:** Parte de una recta comprendida entre dos puntos (RAE).



**BISECTRIZ:** Recta que divide un ángulo en dos partes iguales (RAE).



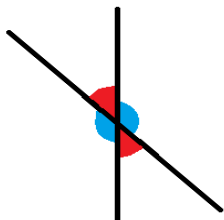
**RECTAS PARALELAS:** Dicho de dos o más líneas o superficies, que mantienen la misma distancia entre sí en todos sus puntos (RAE).



**BISECTOR DE UN SEGMENTO:** Que divide en dos partes iguales (RAE)

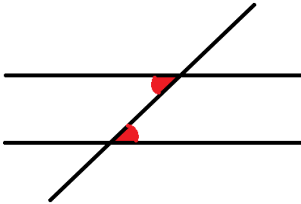


**ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VÉRTICE:** Son los ángulos que teniendo el vértice común, los lados de uno son prolongación de los lados del otro (Superprof.es)

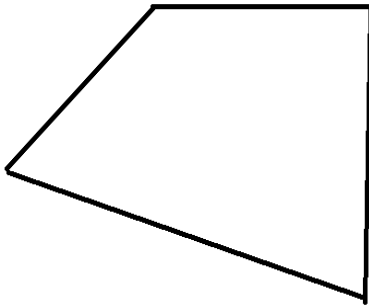


**ÁNGULOS ALTERNOS INTERNOS:** Si una recta transversal corta a dos rectas paralelas, los ángulos alternos internos son los que están entre las paralelas a distinto lado de ellas y a distinto lado de la transversal (Superprof.es).





**CUADRILÁTERO:** Dicho de un polígono: Que tiene cuatro ángulos y cuatro lados (RAE).



**CUADRADO:**

Dicho de una figura plana: Cerrada por cuatro líneas rectas iguales que forman otros tantos ángulos rectos (RAE).



**RECTÁNGULO:**

Paralelogramo que tiene los cuatro ángulos rectos y los lados contiguos desiguales (RAE).



**PARALELOGRAMO:** Cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos entre sí (RAE).

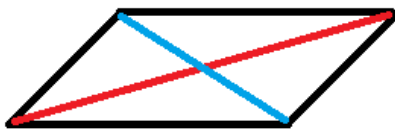


**TRAPECIO:** Cuadrilátero irregular que tiene paralelos solamente dos de sus lados (RAE).



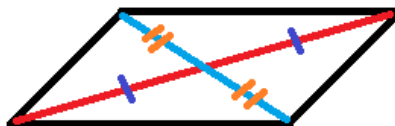
**DIAGONALES DE UN POLÍGONO:**

Dicho de una línea recta: Que une dos vértices no contiguos de un polígono, o de distinta cara en un poliedro (RAE).



**BISECCIÓN DE LAS DIAGONALES DE UN PARALELOGRAMO:**

Un paralelogramo tiene dos diagonales que se cortan en su punto medio (Superprof.es).



### Sesión 3

**Tiempo:** 40 minutos

**Taller 3:** Criterio de congruencia AAA

**Tema(s) a desarrollar:** Ángulos alternos internos, ángulos opuestos por el vértice, rectas paralelas.

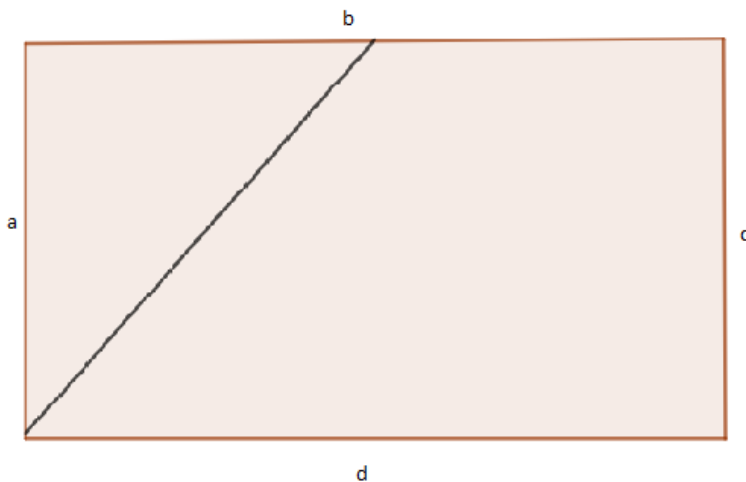
**Objetivo:** identificar, por medio del origami, el criterio de congruencia de triángulos AAA

**Definición:** si en dos triángulos los ángulos de uno son respectivamente congruentes con los ángulos del otro, los dos triángulos son semejantes.

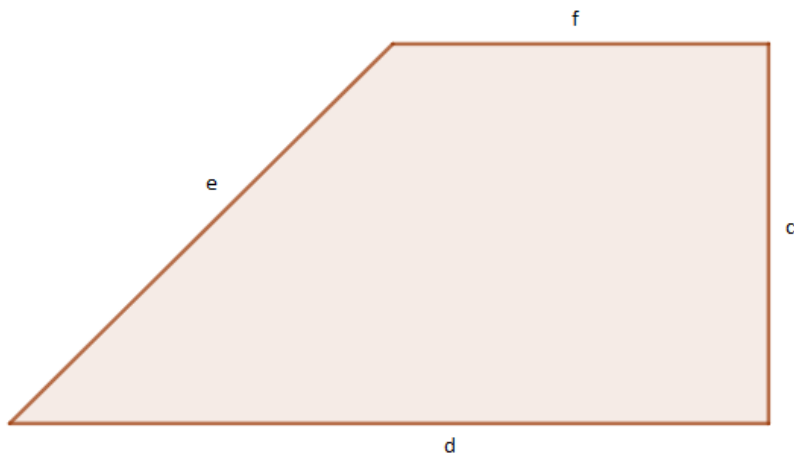
**Actividades de aprendizaje:**

Tomamos una hoja de papel de forma rectangular.

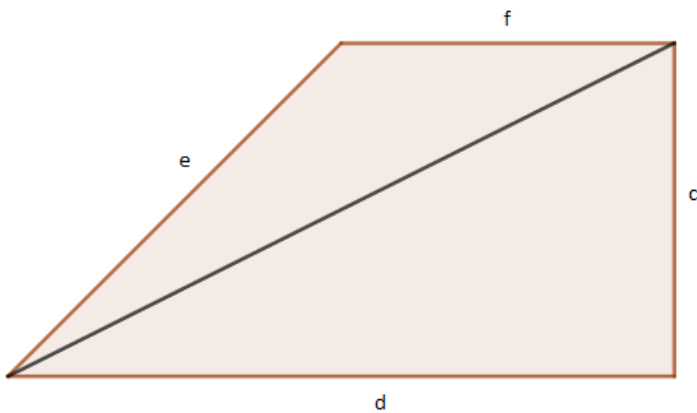
1- Desde el vértice que une el lado “a” y el “b” hacemos un doblado hasta que el lado “a” coincida con el lado “d”.



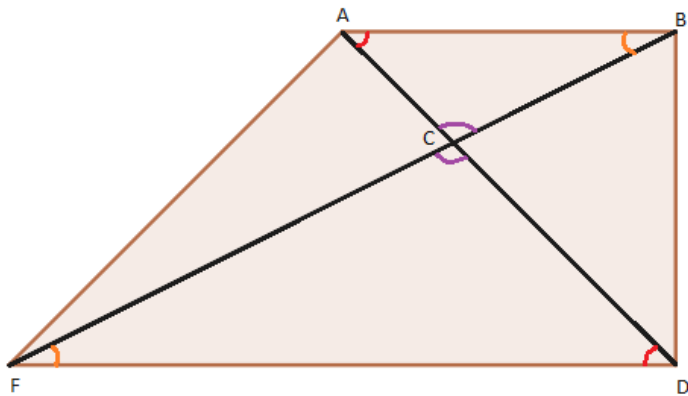
2. Dejamos la pestaña del doblado por la parte de atrás.



4. Hacemos un doblado que vaya desde el vértice donde se intersecan el lado “e” y el lado “d” hasta el vértice donde se intersecan el lado “f” y el lado “c”, por dos de los lados paralelos del trapecio.



5. Realizamos un segundo doblado que vaya desde el vértice donde se intersecan el lado “e” y el lado “f” hasta el vértice donde se intersecan el lado “d” y el lado “c”



6. Se forman los triángulos ABC y DFC.

Pregunta: ¿qué tienen en común estos triángulos?

#### Sesión 4

**Tiempo:** 40 minutos

**Taller 3:** Criterio LAL

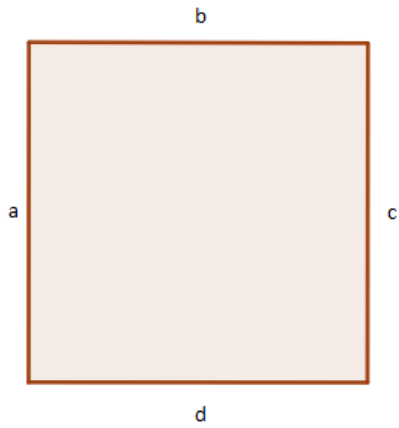
**Tema(s) a desarrollar:** diagonales, características de un cuadrado, ángulos.

**Objetivo:** identificar el criterio de congruencia de triángulos LAL a través del origami.

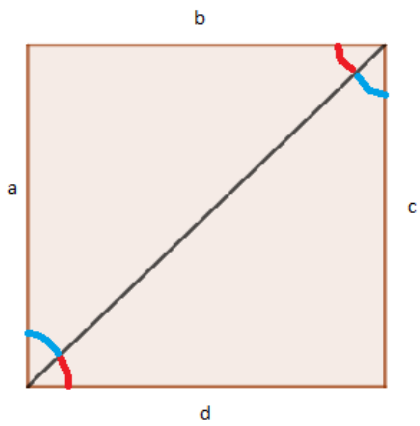
**Definición:** si en dos triángulos, dos lados de uno son proporcionales a dos lados del otro y si los ángulos comprendidos entre ellos son congruentes, entonces los dos triángulos son semejantes.

**Actividades de aprendizaje:**

Tomamos una hoja de papel en forma de cuadrado.

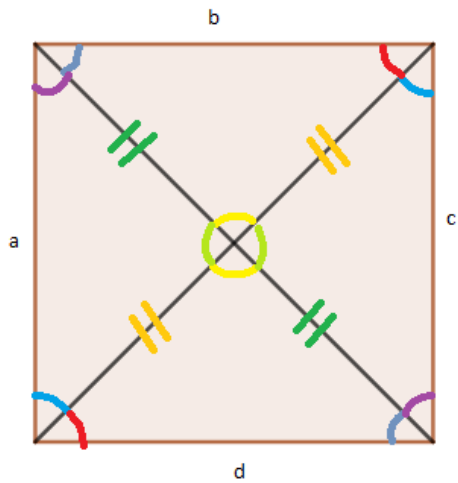


Doblamos trazando una de las diagonales del cuadrado



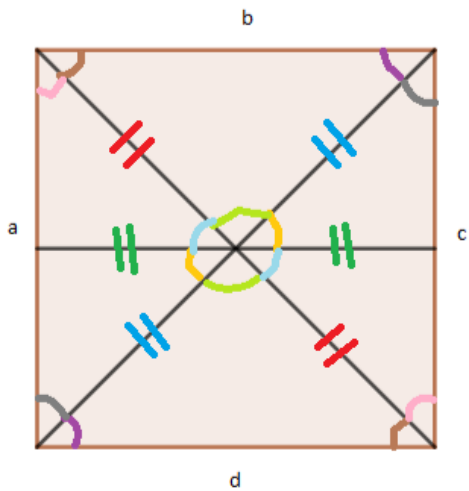
PREGUNTA: ¿qué tienen en común los dos triángulos que se forman?

Doblamos nuevamente trazando la otra diagonal del cuadrado.



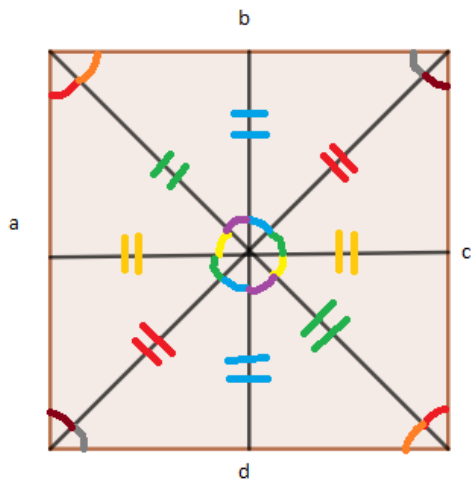
PREGUNTA: ¿qué tienen en común los nuevos triángulos que se forman?

Doblamos trazando una paralela a uno de los lados del cuadrado que pase por el punto de corte de las diagonales.



PREGUNTA: ¿qué tienen en común los nuevos triángulos que se forman?

Doblamos nuevamente trazando una recta paralela a los otros dos lados del cuadrado que pase por el punto de corte de las diagonales.



PREGUNTA: ¿qué tienen en común todos los triángulos que se formaron dentro del cuadrado?

### Sesión 5

**Tiempo:** 40 minutos

**Taller 4:** Criterio LLL

**Tema(s) a desarrollar:** diagonales, características de un paralelogramo.

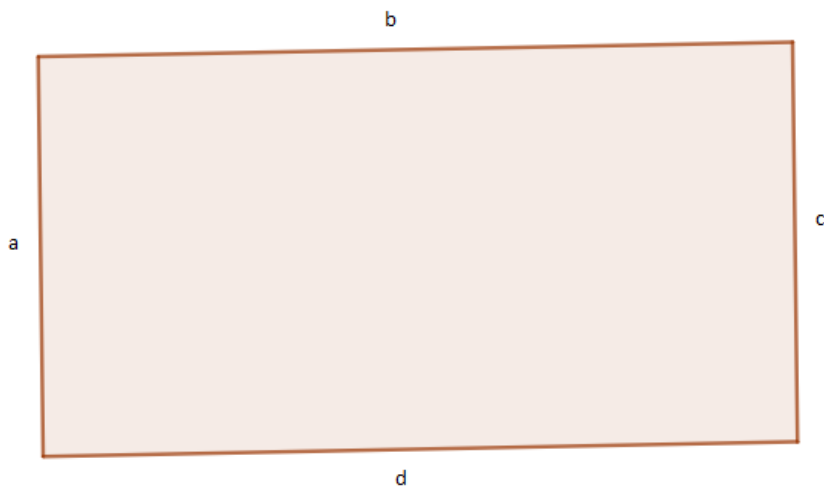
**Objetivo:** comprender el criterio de congruencia de triángulos LLL a través del origami.

**Definición:** si en dos triángulos los lados de uno son proporcionales a los lados del otro, entonces los dos triángulos son semejantes

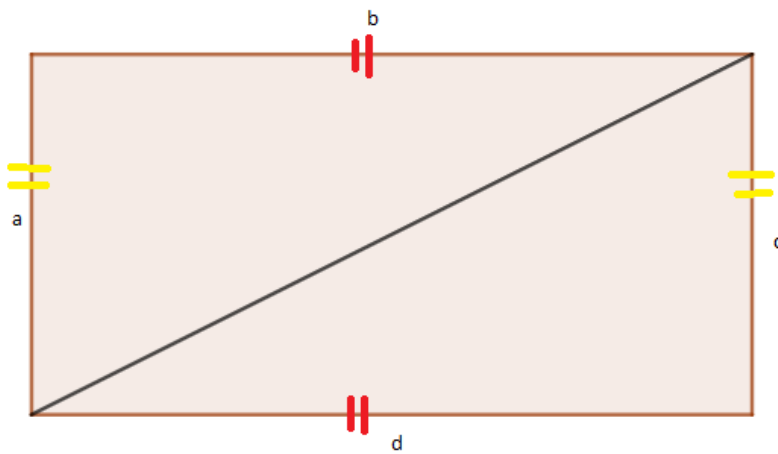
**Actividades de aprendizaje:**

Tomamos un trozo de papel de forma rectangular.





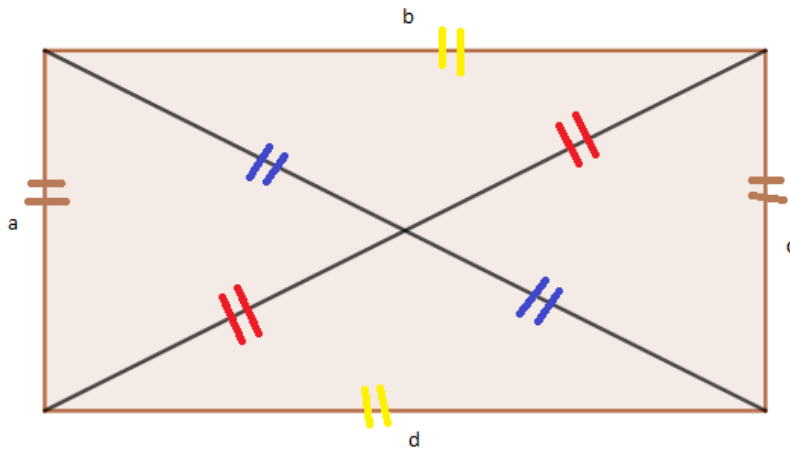
Doblamos trazando una de las diagonales del rectángulo



PREGUNTA: ¿qué figuras se forman luego de trazar esta diagonal?

PREGUNTA: ¿qué tienen en común estas figuras?

Doblamos trazando la otra diagonal del rectángulo



PREGUNTA: ¿qué figuras se forman?

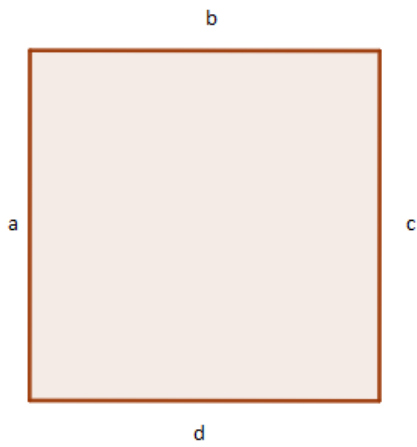
PREGUNTA: ¿qué tienen en común estas figuras y cuáles?

### Sesión 6

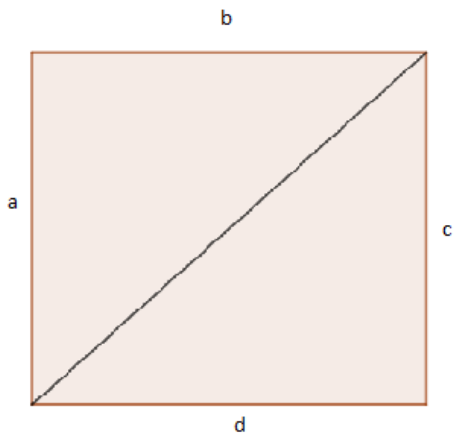
Tiempo: 40 minutos

#### Taller 5: Actividad Evaluativa

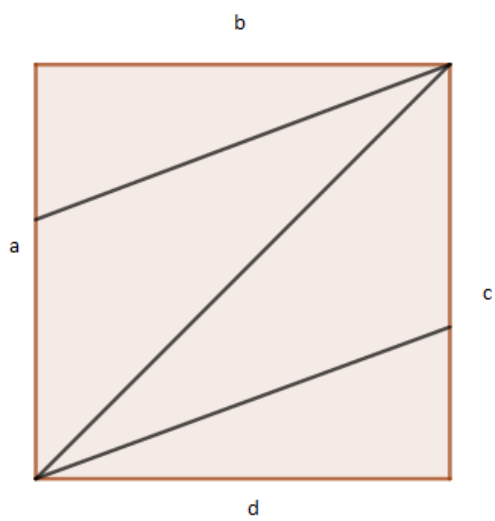
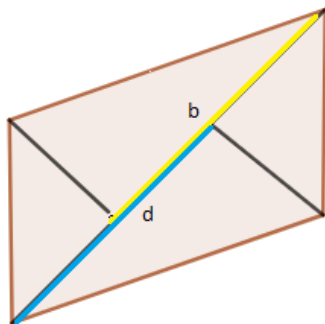
Tomamos un trozo de papel en forma de cuadrado.



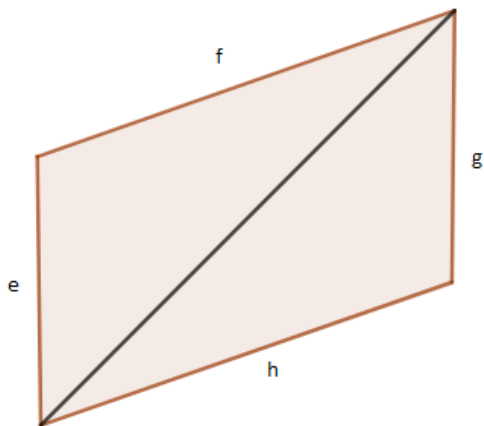
Doblamos trazando una de las diagonales del cuadrado.



Doblamos las esquinas hasta que el lado del cuadrado coincida con la diagonal



Cortamos por las líneas formadas por estos últimos dobleces, obteniendo un paralelogramo.



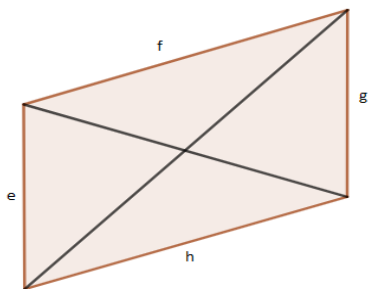
PREGUNTA: ¿qué figuras se formaron al trazar la diagonal del paralelogramo?

PREGUNTA: ¿qué tienen en común estas figuras?

Muestre que en este paralelogramo se puede aplicar el criterio de congruencia LLL.

Colorear con un mismo color los triángulos que se están relacionando e indicar el criterio con el cual se relacionan estos.

Doblamos trazando la otra diagonal del paralelogramo



PREGUNTA: ¿qué figuras se forman?

PREGUNTA: ¿qué tienen en común estas figuras?

Muestre que se puede aplicar el criterio de congruencia LAL y AAA en los triángulos formados. Identifique usted en qué pares de triángulos se pueden aplicar.

Colorear con un mismo color los triángulos que se están relacionando e indicar el criterio con el cual se relacionan estos.

#### **4.4. Posibilidades para la Enseñanza y la Evaluación de la Congruencia de Triángulos mediante el origami**

Para dar cuenta del tercer objetivo específico, se realizó la aplicación del módulo de talleres a manera de pilotaje con un grupo de 25 estudiantes del grado once. Este grupo fue facilitado por una docente del área de geometría quien permitió realizar los cinco talleres del módulo.

A partir de este pilotaje se encuentra que los estudiantes confundían algunos conceptos como la clasificación de ángulos alternos internos y opuestos por el vértice. Asimismo, nos permitió identificar que algunas preguntas eran ambiguas, ya que generaban una gran cantidad de diferentes respuestas como, por ejemplo, al preguntar por la relación que hay entre los ángulos que se forman al trazar la diagonal de un cuadrado, se obtienen respuestas como que estos ángulos son complementarios, respuestas que, si bien son ciertas, no se abarcan en el módulo.

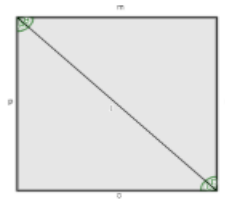
Con respecto a la actividad evaluativa, donde se busca indagar por los conocimientos obtenidos por los estudiantes en relación a los talleres, se pudo notar que los estudiantes lograban representar en el paralelogramo la mayoría de los conceptos abordados en el módulo, como los ángulos (tanto alternos internos, como opuestos por el vértice) y lados congruentes en cada triángulo, pero no precisaban cuál criterio relacionaron entre los diferentes triángulos formados.

Debido a lo anterior, se tomaron algunas decisiones acerca del módulo, y más específicamente en torno al cuestionario de indagación y la actividad evaluativa, ya que es en estos donde se encuentran dificultades.

En el cuestionario de indagación se agregan en la segunda pregunta dos imágenes de cuadrados donde se puede observar, de mejor manera, los ángulos que se piden relacionar para facilitar la comprensión de la pregunta, así como también se agrega otro apartado en el cual se pide clasificar cuáles de estos son ángulos alternos internos y explicar las características de este tipo de ángulos.

Inicialmente, el segundo punto del cuestionario de indagación estaba planteado de la siguiente manera:

2. a. Al trazar la diagonal de un cuadrado, ¿Qué podemos afirmar sobre los ángulos  $A$  y  $B$ ? ¿Por qué?



- b. ¿Qué relación existe entre los ángulos  $A$  y  $D$ ,  $B$  y  $C$ ?

---

3. La respuesta del punto 2, pregunta a, se cumple también para cualquier cuadrilátero? ¿Por qué?

---

4. a. Cuando se trazan las diagonales de un rectángulo ¿Qué se puede afirmar de los segmentos  $f$  y  $g$  y de los segmentos  $i$  y  $h$ ? ¿por qué?

Figura 2. Evidencia modificación de Cuestionario de Indagación.

Se decide entonces cambiar la imagen, quedando de la siguiente manera:



2. En la figura N 1° se observa un cuadrilátero con dos ángulos rectos A y B (cada uno de  $90^\circ$ ) y una diagonal que cruza sobre los ángulos A y B. Al trazar esta diagonal, ocurre un cambio en dichos ángulos, como se puede observar en la figura N°2.

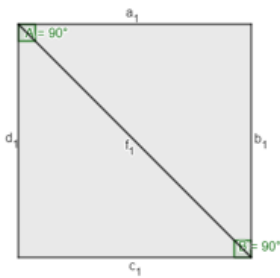


Fig N 1

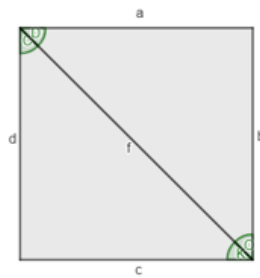


Fig N 2

¿Qué se puede afirmar sobre los ángulos C y D y sobre los ángulos K y O?

---

---

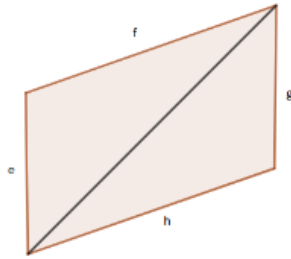
---

Figura 3. Evidencia modificación de imágenes.

A la actividad evaluativa se le agregan dos indicaciones que son el colorear con un mismo color los triángulos que se están relacionando y escribir bajo cuál criterio de congruencia se relacionan estos.

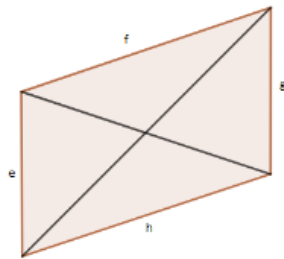
Inicialmente estaba planteado de la siguiente manera:

4. Cortamos por las líneas formadas por éstos últimos dobleces, obteniendo un paralelogramo



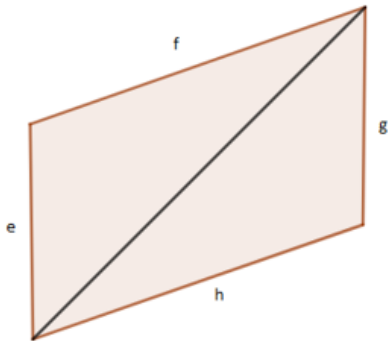
PREGUNTA: ¿Qué figuras se formaron al trazar la diagonal del paralelogramo?  
PREGUNTA: ¿Qué tienen en común estas figuras?  
Muestre que en este paralelogramo se puede aplicar el criterio de semejanza LLL

5. Doblamos trazando la otra diagonal del paralelogramo



PREGUNTA: ¿Qué figuras se forman?  
PREGUNTA: ¿Qué tienen en común estas figuras?  
Muestre que se puede aplicar el criterio de semejanza LAL y AAA

Al realizar las correcciones pertinentes, el taller queda así:



PREGUNTA: ¿Qué figuras se formaron al trazar la diagonal del paralelogramo?

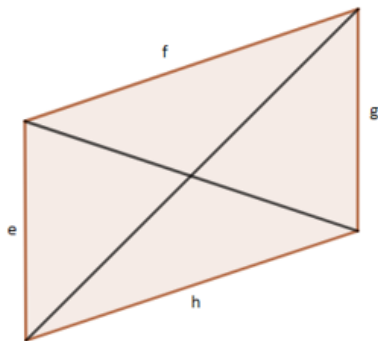
PREGUNTA: ¿Qué tienen en común éstas figuras?

Muestre que en este paralelogramo se puede aplicar el criterio de semejanza LLL.

Colorear con un mismo color los triángulos que se están relacionando e indicar el criterio con el cual se relacionan estos.

Doblamos trazando la otra diagonal del paralelogramo

Figura 4. Evidencia modificaciones a la actividad evaluativa.



PREGUNTA: ¿Qué figuras se forman?

PREGUNTA: ¿Qué tienen en común estas figuras?

Muestre que se puede aplicar el criterio de semejanza LAL y AAA

Colorear con un mismo color los triángulos que se están relacionando e indicar el criterio con el cual se relacionan estos.

Figura 5. Evidencia modificaciones a la actividad evaluativa.

De la actividad final se evidenció una mejora en la apropiación de los conceptos, los estudiantes realizaron una buena representación conceptual identificando así los criterios de congruencia de triángulos que se encuentran en los paralelogramos planteados, lo cual nos permite afirmar que el doblado de papel sirve como técnica para la evaluación de la congruencia de triángulos.

Al realizar el pilotaje del módulo, se encuentra gran motivación por parte de los estudiantes por el uso del origami para la enseñanza, generando así una mayor disposición al aprendizaje. En vista de un escaso uso de material didáctico en la enseñanza, se encuentra en el origami una manera de salir de la rutina que genera en los estudiantes un estímulo más fuerte. También se encuentra, en la evaluación con origami, una alternativa para estimar los conocimientos obtenidos por los alumnos, siendo también una herramienta efectiva para evaluar el aprendizaje.

Se encuentra, además, una mejor recepción en los estudiantes por la evaluación basada en el origami que por herramientas de evaluación más tradicionales, ya que, al ser una herramienta didáctica e interactiva, es percibida por ellos como una dinámica más parecida al juego, permitiendo así que los estudiantes sientan la evaluación como un proceso menos estresante y con menor presión.

## 5. Conclusiones y Recomendaciones

El propósito de este estudio se centró en investigar cómo enseñar y evaluar la congruencia de triángulos a partir del origami, puesto que al observar que en la mayoría de los casos la geometría, como otros cursos escolares, se vienen enseñando a partir de una educación tradicional, mecánica, memorística y magistral, nos motivó a investigar por estrategias de enseñanza y evaluación que fuesen motivadoras, creativas y resultaran de interés para el estudiante. Encontramos en la técnica del doblado del papel una estrategia alternativa de cómo enseñar la congruencia de triángulos que resultara atractiva.

Para ello, esta investigación se inscribió en un enfoque de corte cualitativo por medio de un estudio de casos en donde se trabajó con estudiantes de grado undécimo y profesores del área de geometría. Se aplicaron algunos instrumentos de recolección de información que nos aportaron para realizar el análisis de esta investigación, estos fueron una encuesta para maestros, un cuestionario de indagación inicial, una actividad evaluativa para estudiantes, observación del participante y el módulo de talleres.

Con respecto al objetivo que buscaba identificar propuestas de enseñanza y evaluación sobre el uso del origami en la enseñanza de la geometría se pudo concluir que, efectivamente, el origami resulta ser una estrategia de gran valor para la enseñanza de la geometría ya que permite desarrollar contenidos procedimentales y conceptuales; al ser un material concreto con el que el estudiante puede interactuar, permite la representación conceptual y el desarrollo de destrezas, actitudes como la atención, la observación, la socialización y, a su vez, resulta atractiva, motivadora e interesante para el estudiante ya que el aprendizaje que logra alcanzar lo consigue por su trabajo, de esta forma se puede afirmar que se aprende haciendo.

Se puede concluir frente al objetivo que buscaba identificar algunos elementos, desde lo que reportan los maestros, que sirvan como insumo para el diseño de un módulo de talleres para la enseñanza y evaluación de la congruencia de triángulos mediante el uso del origami, que los maestros consideran que el origami tiene muchas potencialidades para la enseñanza y evaluación de la geometría debido a que permite desarrollar el pensamiento espacial, si se siguen las debidas instrucciones que faciliten a los maestros su aplicación en el aula. Asimismo, por medio de la manipulación de dobleces, permite la visualización y representación de algunos conceptos de la

geometría. Además, los maestros consideran que el proceso de elaboración de las figuras es una evaluación en sí misma.

En relación al objetivo sobre describir la posibilidad que ofrece el origami para enseñar y evaluar la congruencia de triángulos se puede concluir que, efectivamente, el origami resulta ser una herramienta que posibilita la enseñanza y la evaluación de la congruencia de triángulos ya que en la aplicación de los instrumentos se ve reflejado un avance en la apropiación de los criterios.

Con este trabajo se pretende brindar un aporte dirigido a los maestros con la elaboración de un módulo de talleres para enseñar y evaluar la congruencia de triángulos como una estrategia alternativa que puedan aplicar en el aula de clase; asimismo, puede servir de insumo a la comunidad educativa en general.

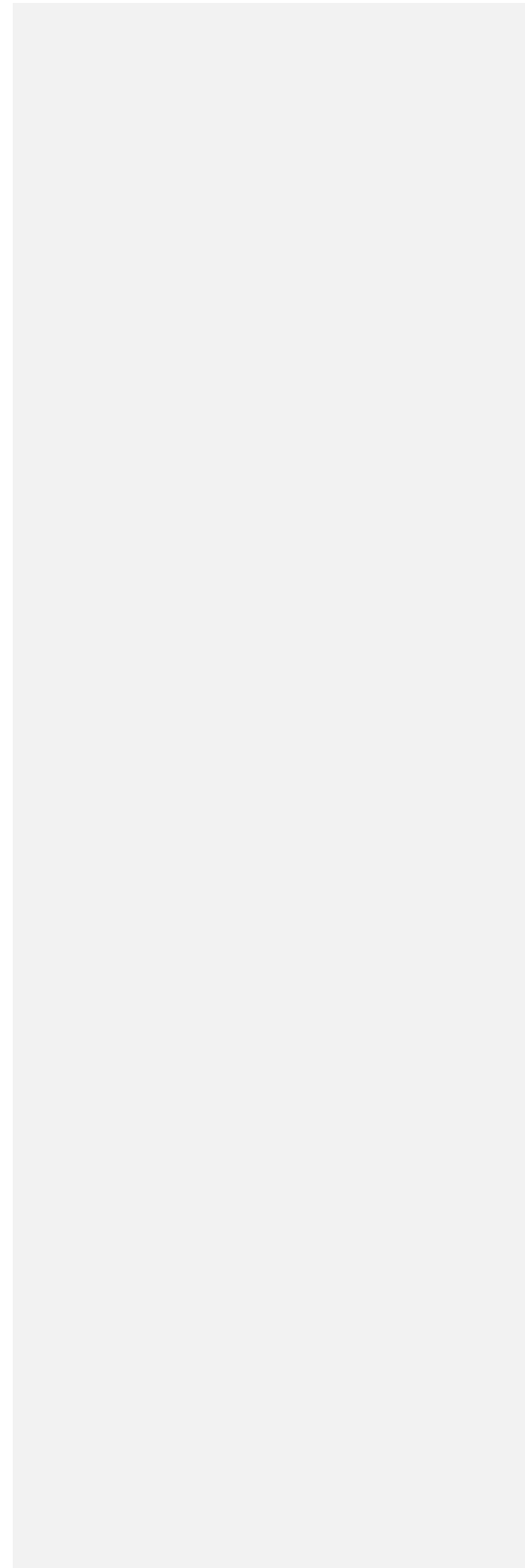
Para el desarrollo de este taller se recomienda a los maestros dar la instrucción a los estudiantes de que resalten con algún color los dobleces realizados para facilitar la visualización de las figuras. También se sugiere llevar los cuadriláteros ya recortados para así optimizar el tiempo.

Como limitantes para la investigación estaba el hecho de que se originó una pandemia a raíz del COVID-19, lo cual impidió realizar una aplicación del módulo por la emergencia sanitaria, puesto que era necesario una gran manipulación con las herramientas, tener contacto cercano con los estudiantes y entre los compañeros, por lo que se hizo necesario optar por realizar únicamente un pilotaje de este.

Algunas de las preguntas que deja abierta esta investigación o caminos a futuro, son: ¿cómo aprenden los estudiantes los conceptos de la geometría mediante esta estrategia? Y ¿cómo enseñar la semejanza de triángulos a partir del origami?

**Comentado [A1]:** Hay varios estudios de maestría o doctorado que responden a estos interrogantes.

**Comentado [A2]:** Párrafo incompleto.





### Referencias

- Avilés Fajardo, P. I. (2016). *Uso de la didáctica del plegado de papel, como herramienta de apoyo en la enseñanza de los contenidos de la geometría para estudiantes del 10° año de educación general básica, de la Unidad Educativa Best del cantón Vinces (Bachelor's thesis, PUCE).*
- Blanco García, C., Otero Suárez, T. (2005). *Geometría con papel (papiroflexia matemática)*
- Buske, N. (2007). *Uma contribuição para o ensino de Geometria utilizando Origami e caleidoscópio.*
- Cañadas, M. C., Crisóstomo, E., Gallardo, S., Molina, M., Martínez-Santaolalla, M. J., & Peñas, M. (2005). *El papel como material didáctico en la construcción de la geometría plana.*
- Cavacami, E., & Furuya, Y. K. S. (2010). *Explorando geometría com origami. Apostila OBMEP.*
- Collaguazo Ramírez, B., y Huarquilla Espinoza, J. (2015) *Nociones básicas de la simetría en las relaciones lógico matemáticas (geometría) mediante el origami.*
- De Sousa, L. C. (2015). *Construções geométricas por dobradura (ORIGAMI): aplicações ao ensino básico.*
- Desconsi Hasselman, A. (2017) *O origami no ensino e aprendizagem de matemática.*
- Fernández Collado, C., Baptista Lucio, P., & Hernández Sampieri, R. (2014). *Metodología de la investigación.*
- Gonzales Posada, M., y Lando Mafuta, M. (2017) *Propuesta didáctica para la aplicación de técnicas de plegado (origami) en la enseñanza de contenidos de geometría en primaria. Estudio de caso.*
- Heritage, M., Wiliam, D., & Hattie, J. (2017). *Guía de Uso: Evaluación Formativa Evaluando clase a clase para mejorar el aprendizaje.*
- Hernández, E. F. (2016). *Estrategia para la enseñanza de los conceptos de área y de volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías digitales (Doctoral dissertation, Maestría en Educación Matemática-Universidad de Medellín).*

- Jorba, J., & Sanmartí, N. (1994). *Enseñar, aprender y evaluar, un proceso de regulación continua: propuestas didácticas para las áreas de ciencias de la naturaleza y matemáticas.*
- Laliena Tolosana, F. J. (2013) *Dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en 1º de la ESO.*
- Lascano Constante, J. (2011) *Aplicación de la técnica del origami para desarrollar la creatividad en el área de matemática en los niños de la escuela "Augusto Nicolás Martínez" del cantón Pillaro.*
- Martínez Colmenares, X. Y. (2017). *La papiroflexia como estrategia didáctica para desarrollar las nociones básicas de geometría en los niños de cuarto y quinto de primaria de una institución educativa de carácter privado en la ciudad de Bucaramanga.*
- Monje Álvarez, C. A. (2011). *Metodología de la investigación cuantitativa y cualitativa. Guía didáctica. Universidad Surcolombiana.*
- Monsalve Posada, O. (2013). *El origami y el doblado de papel como herramientas mediadoras para la enseñanza y el aprendizaje matemáticos.*
- Monsalve, O., Posada, C., & Jaramillo, M. (2002). *El placer de doblar el papel. Mostraciones y algunas aplicaciones matemáticas.* Revista Educación y Pedagogía, 15(35), 10-25.
- Montes Corrales, F., & Frausto Rojas, M. (2021) *Origami, estrategia didáctica para mejorar la enseñanza de la geometría.* Revista de investigación científica y tecnológica. N° 5(1), 4-18.  
[https://doi.org/10.36003/Rev.investig.cient.tecnol.V5N1\(2021\)1](https://doi.org/10.36003/Rev.investig.cient.tecnol.V5N1(2021)1)
- Mosquera Anaya, M., & Guerrero Garzón, J (2019) *Doblando e imaginando nuevos mundos voy creando. El origami, una estrategia para propiciar el desarrollo del pensamiento lógico matemático en niños y niñas del grado segundo del colegio técnico CONFACAUCA. Municipio de Popayán. Cauca. Segundo semestre 2018-2019.*
- Otero, T., & Ansemil, E, M. (2013). *Papiroflexia/origami.*
- Rodríguez Pedraza, A. M. (2014). *Elaboración de un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA), que integre el origami como facilitador de la enseñanza de los sólidos en geometría. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.*
- Royo Prieto, J. I. (2002). *Matemáticas y papiroflexia.*

Santa Ramírez, Z., & Jaramillo Lóez, C. (2010) *Aplicaciones de la geometría del doblado de papel a las secciones cónicas*. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, No. 31, 338-362. <http://revistavirtual.ucn.edu.co/>

Santa Ramírez, Z., & Jaramillo López, C. (2010). *La geometría del doblado de papel*.

Santa Ramírez, Z., de Carvalho & Jaramillo López, C. (2015) *Doblado de papel como medio para la producción de conocimiento geométrico*. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 46, 154-168, <http://revistavirtual.ucn.edu.co/index.php/revistaUCN/article/view/706/1233>

Villanueva, M., & Díaz, J. (2008). *La papiroflexia como recurso lúdico en la enseñanza de la geometría*.

## Anexos

### Anexo 1. Consentimiento Informado

Sección 1 de 2

### ENCUESTA METODOLOGÍAS EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Esta encuesta tiene como finalidad indagar sobre el uso de metodologías alternativas para la enseñanza de la geometría.

Yo declaro que he sido informado e invitado a participar de la investigación denominada "Enseñanza y evaluación de la geometría mediante el uso del origami: módulo para el profesor". Este es un proyecto de investigación que cuenta con el respaldo de la Universidad de Antioquia. Entiendo que este estudio busca analizar cómo se pueden enseñar los criterios de semejanza de triángulos a partir del origami y sé que mi participación consistirá responder esta encuesta. Me han explicado que la información registrada será confidencial, y que los nombres de los participantes serán asociados a un seudónimo, esto significa que las respuestas no podrán ser conocidas por otras personas ni tampoco serán identificadas en la fase de publicación de resultados. Estoy en conocimiento que los resultados no me serán entregados y que no habrá retribución por la participación en este estudio, sí que esta información podrá beneficiar de manera indirecta y por lo tanto tiene beneficio para la sociedad dada la investigación que se está llevando a cabo. En caso de alguna pregunta durante cualquier etapa del estudio puede comunicarse con Cristian Botero al correo [giovany.botero@udea.edu.co](mailto:giovany.botero@udea.edu.co) o Ana Lucia Henao al correo [anal.henao@udea.edu.co](mailto:anal.henao@udea.edu.co)

Acepto

Marca temporal	Yo declaro que he sido informado e invitado a participar
12/05/2022 20:47:07	Acepto
15/05/2022 18:51:13	Acepto
20/05/2022 20:34:31	Acepto
24/05/2022 7:05:11	Acepto

## Anexo 2. Encuesta para Maestros

Sección 2 de 2

Estrategias de enseñanza y evaluación

Esta sección de preguntas tiene como objetivo indagar sobre el acercamiento que se tiene sobre la geometría y uso del origami, así como también por las estrategias de enseñanza y evaluación mediante el uso del origami.

¿Conoces la técnica del origami? ¿En qué consiste? \*

Texto de respuesta larga

¿Ha indagado por la matemática que se encuentra en el origami? ¿Qué has indagado al respecto? \*

Texto de respuesta larga

¿Qué metodologías utiliza para la enseñanza de la geometría? \*

Texto de respuesta larga

¿Consideras que el origami puede ser una posibilidad para la enseñanza de la geometría? Explique su respuesta \*

Texto de respuesta larga

¿Enseña usted la semejanza de triángulos?. Si la enseña ¿Qué metodología usa?. Si no la enseña ¿Por qué no? \*

Texto de respuesta larga

¿Qué estrategias utiliza para la evaluación de la geometría? \*

Texto de respuesta larga

¿Considera que es posible evaluar utilizando el origami? ¿Cómo cree que pueda ser esta? Explique la razón. \*

Texto de respuesta larga

### Anexo 3. Respuestas de Encuesta para Maestros

¿Conoces la técnica del origami? ¿En qué consiste?

Si, consiste en hacer pliegues sobre el papel, aplicando criterios geométricos y obtener una figura desde un solo modulo o construir varios módulos con criterios geométricos, y ensamblar dichos  
Si, doblando el papel  
doblado de papel  
Si, Es una técnica que a través de varios y sucesivos dobleces se obtiene las figuras planeadas

¿Ha indagado por la matemática que se encuentra en el origami? ¿Qué has indagado al respecto?

Como lo dije anteriormente, se pueden visualizar algunas relaciones y teoremas de la geometría Euclidiana, sobre paralelas, perpendiculares, simetrías, triángulos y sus líneas y puntos notables.  
No  
En ocasiones he usado la elaboración de figuras en origami para desarrollar conceptos básicos de geometría  
Pues realmen No. Solo lo he trabajado, para fortalecer Simetrías y Proporciones

¿Qué metodologías utiliza para la enseñanza de la geometría?

Sigo los niveles de pensamiento espacial propuestos por los Van Hiele, para el estudio de los cuerpos geométricos, las figuras planas, las nociones de volumen, áreas, perímetros y los diversos Tec  
A partir de guías y algunos libros, al igual que videos en la red  
Planteamiento y solución de situaciones cotidianas donde se observa su aplicabilidad. Experiencias directas desde el concepto que se pretende trabajar  
Las Vivencias y la Manipulación de diferentes cuerpos Geométricos. De Manera Deductiva. Del todo a las Partes.

¿Consideras que el origami puede ser una posibilidad para la enseñanza de la geometría? Explique su respuesta

Claro que considero el Origami como una posibilidad de enseñanza de la geometría para que los estudiantes, puedan llegar a comprender algunas ideas básicas de la geometría Euclidiana, y para el desarrollo  
Si, pero yo no se como hacerlo  
Si, permite un acercamiento desde la practica de esta técnica a conceptos que sin el papel implicarían mayor dificultad.  
Si, Con la adecuada Sistematización y Formalización de los conceptos, puede bajar el nivel de abstracción y familiarizarse con los diferentes con ceptos. De acuerdo a cada situación específica.

¿Enseña usted la semejanza de triángulos?. Si la enseña ¿Qué metodología usa?. Si no la enseña ¿Por qué no?

Hago un recorrido que se inicia desde el estudio de las Homotecias y utilizando diversos polígonos, entre ellos los siete tipos de triángulos, para ellos inferian la noción de semejanza.  
Si, mediante videos y ejemplos de los libros  
No he dado el tema nunca.  
NO. Hace años que trabajo en grado Once y allí no se trata este contenido temático

¿Qué estrategias utiliza para la evaluación de la geometría?

Se aprende planteando actividades que permitan visualizar el proceso de construcción, la inferencia de resultados y las diversas justificaciones de las construcciones realizadas, sobre las situaciones  
Evaluación con diferentes ejercicios, ya sea por medio de la observación y el dominio del concepto, como preguntas tipo test.  
Situaciones practicas de la vida real, evaluación continua y dinámica en el transcurso del tiempo, cuestionarios, talleres, ejercicios de aplicación.  
Actividades Prácticas. Socialización de actividades y retroalimentación de respuestas. De acuerdo al trabajo en equipo. Solución de Situaciones o problemas

¿Considera que es posible evaluar utilizando el origami? ¿Cómo cree que pueda ser esta? Explique la razón.

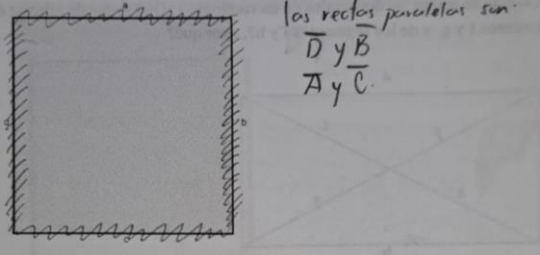
La figura obtenida desde le Origami modular o pro módulos, nos evidencia que tanto se comprendió y se aplico las ideas geométricas en el reto planteado  
Si, Pero tendría que dominar la tecnica  
El mismo proceso de elaboración de las figuras implica evaluación, siempre y cuando se tenga clara la intención en el momento de hacerlo  
Si, Existe la posibilidad. Pues al dar las instrucciones cada estudiante bdene lograr llegar a producto terminado. Luego responder las diferentes preguntas relacionadas desde la geometría. De acuerdo al concepto

Anexo 4. Cuestionario de Indagación para Estudiantes

**Semejanza de triángulos y cuadriláteros a partir del origami.**

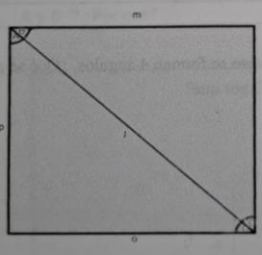
**Cuestionario de conceptos básicos de geometría.**

1. ¿Qué pares de lados son rectas paralelas? Señale estas rectas en la ilustración.



los rectos paralelas son  
 $\overline{D}$  y  $\overline{B}$   
 $\overline{A}$  y  $\overline{C}$ .

2. a. Al trazar la diagonal de un cuadrado, ¿Qué podemos afirmar sobre los ángulos A y B? ¿Por qué?



los ángulos A y B son congruentes porque están adyacentes en la misma medida.

b. ¿Qué relación existe entre los ángulos A y D, B y C?

\_\_\_\_\_

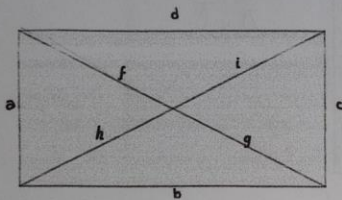
\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. La respuesta del punto 2, pregunta a, se cumple también para cualquier cuadrilátero? ¿Por qué?

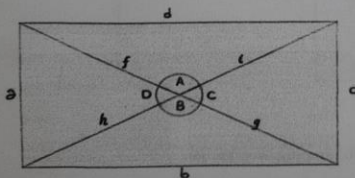
No, porque muchos tienen las medidas de sus lados diferentes, a diferencia del cuadrado que sus lados son iguales.

4. a. Cuando se trazan las diagonales de un rectángulo ¿Qué se puede afirmar de los segmentos  $f$  y  $g$  y de los segmentos  $i$  y  $h$ ? ¿por qué?



Los segmentos  $f$  y  $g$  e  $i$  y  $h$  son iguales ya que se reflejan de la misma forma y sus medidas son iguales.

- b. Al trazar las diagonales de un cuadrilátero se forman 4 ángulos. ¿Qué se puede decir sobre los ángulos  $A$  y  $B$  y de  $C$  y  $D$  por qué?



Los ángulos  $AB$  y  $CD$  están en reflejo, es decir, opuestos por el vértice. Asimismo, la suma de sus ángulos es de  $360^\circ$ .



**Anexo 5. Actividad Evaluativa para Estudiantes**

