

**IX CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE  
ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

**LIBRO DE ACTAS  
CIEM 2018**

**Editores:**

Cecilia Gaita

Jesús Flores

Francisco Ugarte

Cerapio Quintanilla

**Del 19 al 21 de julio de 2018**

Huancavelica, Perú  
Facultad de Educación  
Universidad Nacional de Huancavelica



**INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN  
SOBRE LA ENSEÑANZA DE  
LAS MATEMÁTICAS**



**PUCP**

**IX CONGRESO INTERNACIONAL SOBRE ENSEÑANZA DE LAS  
MATEMÁTICAS**

**LIBRO DE ACTAS CIEM 2018**

Julio 2018

**Editores:** Cecilia Gaita, Jesús Flores, Francisco Ugarte, Cerapio Quintanilla

Derechos reservados © 2018

Editado por:

© Universidad Nacional de Huancavelica  
Jr. Victoria Garma 275, Huancavelica  
E-mail: [anquuseqo@hotmail.com](mailto:anquuseqo@hotmail.com)

© Pontificia Universidad Católica del Perú  
Departamento de Ciencias, 2018  
Av. Universitaria 1801, Lima  
32626 2000 – anexo 4151  
E-mail: [irem@pucp.edu.pe](mailto:irem@pucp.edu.pe)

Libro digital disponible en:

(<http://repositorio.unh.edu.pe/handle/UNH/1192>)

(<http://repositorio.pucp.edu.pe/handle/123456789/124151>)

**ISBN:** 978-612-4161-22-3

Derechos reservados, prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores. El contenido de los artículos publicados en este libro es responsabilidad exclusiva de sus autores.

Diseño de carátula: Carmen Javier

## **Comité científico**

Cerapio Quintanilla (Presidente). Universidad Nacional de Huancavelica, Perú.

Jesús Flores Salazar. Pontificia Universidad Católica del Perú; IREM-PUCP, Perú

Elizabeth Advíncula Clemente. Pontificia Universidad Católica del Perú; IREM-PUCP, Perú.

Ana Lourdes Acuña Zuñiga. Fundación Omar Dengo, Costa Rica.

Fernado Fraga Varela. Universidad Santiago de Compostela, España.

Miguel R. Wilhelmi. Universidad Pública de Navarra, España.

Enedina L. Rodríguez C. Universidad Nacional Abierta Centro Local Lara, Venezuela.

Saddo Ag Almouloud. Pontificia Universidad Católica de São Paulo, Brasil.

Maria José Ferreira da Silva. Pontificia Universidad Católica de São Paulo, Brasil.

Cileda De Queiroz e Silva Coutinho. Pontificia Universidad Católica de São Paulo, Brasil.

### **Comité organizador**

Cerapio Quintanilla (Universidad Nacional de Huancavelica, Perú - Presidente del Comité Organizador)

Ubaldo Callahua (Universidad Nacional de Huancavelica, Perú)

Rodrigo Quilca Castro (Universidad Nacional de Huancavelica, Perú)

Daker Riveros Ancasi (Universidad Nacional de Huancavelica, Perú)

Humberto G. Garayar Tasayco (Universidad Nacional de Huancavelica, Perú)

Félix Canales Conce (Universidad Nacional de Huancavelica, Perú)

Francisco Ugarte Guerra (Pontificia Universidad Católica del Perú; IREM-PUCP, Perú)

Cecilia Gaita Iparraguirre (Pontificia Universidad Católica del Perú; IREM-PUCP, Perú)

Carlos López Rengifo (Universidad Nacional del Centro, Perú)

Arnulfo Ortega Mallqui (Universidad Nacional Ermilio Valdizán, Perú)

José Juarez Pulache (Universidad Nacional San Cristóbal de Huamanga)

Guillermo Gamarra Astuhuamán (Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión)



# ÍNDICE GENERAL



## ÍNDICE GENERAL

I. PRESENTACIÓN .....	XX
1. EJE TEMÁTICO: RESOLUCIÓN Y CREACIÓN DE PROBLEMAS.....	3
1.1. CONFERENCIA.....	3
1.1.1. <i>La invención de juegos, en el marco de la creación de problemas de matemáticas (Conferencia plenaria inaugural)</i> .....	3
1.2. REPORTES DE INVESTIGACIÓN .....	10
1.2.1. <i>Las habilidades cognitivas en la resolución de problemas matemáticos</i> .....	10
1.2.2. <i>Actividades sobre gráficos estadísticos propuestas en libros de texto de Educación Primaria</i> .....	19
1.2.3. <i>Resolución de problemas y desarrollo de competencias en estudiantes de educación secundaria</i> .....	31
1.2.4. <i>Um modelo de atividade com radicais: possibilidade de explorar o raciocínio abdutivo e a criatividade nas aulas de matemática</i> .....	39
1.2.5. <i>Modelo metodológico y didáctico para el desarrollo del razonamiento matemático..</i>	52
1.3. SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS .....	62
1.3.1. <i>Proyecto IMAGINARY- Divulgación Matemática Libre</i> .....	62
1.3.2. <i>Enfoque centrado en la resolución de problemas: una experiencia con la hoja de papel A4</i> .....	67
1.3.3. <i>Libre Matemáticas con un enfoque químico biológico</i> .....	77
1.3.4. <i>Guerra de los números enteros</i> .....	86
1.3.5. <i>Máximos y mínimos con una restricción. Método multiplicadores de Lagrange</i> .....	90
1.3.6. <i>El trabajo escolar de tipos de sucesos aleatorios a través de la vida cotidiana de los estudiantes</i> .....	98
1.4. TALLERES .....	105
1.4.1. <i>Gestión de datos: estudio y resolución de problemas de control de calidad y eficiencia de procesos mediado por software minitab</i> .....	105
1.4.2. <i>Argumentación en la resolución de problemas de geometría</i> .....	121
1.4.3. <i>La formulación y resolución de problemas: herramientas utilizadas en el aula para el desarrollo</i> .....	127
1.4.4. <i>El uso del ciclo PPDAC para la creación de problemas en la gestión de datos</i> .....	133
2. EJE TEMÁTICO: INFLUENCIA DE LA TECNOLOGÍA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. VISUALIZACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS .....	143
2.1. CONFERENCIA.....	143
2.1.1. <i>Una Mirada al Acto Pedagógico en Enseñanza de la Matemática en una Universidad Abierta-Venezuela (Conferencia penaria)</i> .....	143
2.2. REPORTES DE INVESTIGACIÓN .....	154

2.2.1. Sistema de ecuaciones lineales: resolución de problemas con el uso del software Geogebra .....	154
2.2.2. Límites indeterminados: una experiencia mediada por tecnología digital con estudiantes universitarios .....	161
2.3. SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS .....	169
2.3.1. Diseño de medios didácticos para el aprendizaje activo en matemáticas .....	169
2.3.2. Curso en línea como recurso didáctico en clases de matemáticas .....	178
2.3.3. Uso de recursos interactivos para el desarrollo de habilidades de pensamiento en la modalidad virtual.....	187
2.3.4. Estrategias didácticas con Cuadernia para elevar el rendimiento escolar en el área de matemática del primer grado de secundaria de una institución educativa pública en Lambayeque, Perú .....	198
2.3.5. TIC en la educación universitaria: experiencias en la enseñanza de las matemáticas en la PUCP.....	209
2.3.6. Modelación matemática del crecimiento de la sombra usando Excel.....	220
2.3.7. Uso de mapas conceptuales y mapas mentales como una estrategia de aprendizaje para la enseñanza de la matemática.....	232
2.3.8. Levantamiento bibliográfico: prueba y demostraciones en geometría espacial .....	244
2.3.9. Uso del Moodle en el aprendizaje del cálculo en la Facultad de Educación .....	252
2.3.10. ..Una experiencia de aprendizaje cooperativo con el uso de dispositivos móviles en la asignatura de Cálculo I para estudiantes de ingeniería .....	259
2.3.11. ....Construcción del concepto de estimación de parámetros a través de simulación con software R.....	265
2.3.12. .... Aplicación del software geogebra para el aprendizaje de la función cuadrática.....	277
2.3.13. .... Propuesta de una metodología de adaptación de contenidos para e-learning de las matemáticas en educación superior.....	285
2.4. TALLERES .....	297
2.4.1. Análisis de dominio y rango de funciones con Geogebra.....	297
2.4.2. La inversa de una función de variable real en un entorno de geometría dinámica... 307	
2.4.3. Modelos de población en ecuaciones diferenciales.....	318
2.4.4. El uso de Forms como instrumento de evaluación .....	334
2.4.5. Geogebra: Una herramienta para transitar de la exposición a la interacción .....	339
2.4.6. Uso de geogebra en la enseñanza y aprendizaje de las cónicas.....	345
2.4.7. Uso de herramientas en geogebra para el diseño de recursos educativos digitales .	356
2.4.8. Resolución de problemas de ecuaciones diferenciales utilizando geometría dinámica .....	370
2.4.9. Uso del Geogebra para teléfonos móviles en la enseñanza de la geometría.....	382
3. EJE TEMÁTICO: DESARROLLO DE LA COMPETENCIA DIDÁCTICO MATEMÁTICO EN PROFESORES DE MATEMÁTICA .....	396
3.1. CONFERENCIAS.....	396



3.1.1. <i>El Modelo del Conocimiento y Competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM) del profesor (Conferencia plenaria)</i> .....	396
3.1.2. <i>Saber o no saber, esa no es la cuestión (Conferencia plenaria)</i> .....	407
3.2. REPORTES DE INVESTIGACIÓN .....	416
3.2.1. <i>Estilos de aprendizaje en las estrategias didácticas grupales para el aprendizaje de la geometría en las instituciones educativas de la provincia de Huancayo</i> .....	416
3.2.2. <i>Propuesta de nueva metodología cualitativa para el estudio de las teorías implícitas docentes</i> .....	427
3.2.3. <i>Recursos Lúdicos para comprensión de patrones matemáticos</i> .....	438
3.2.4. <i>Enfoque Didáctico para la elaboración de situaciones problemáticas que abordan la construcción e interpretación de las tablas de frecuencia</i> .....	449
3.2.5. <i>Niveles de algebraización que alcanzan los estudiantes de primer grado de secundaria en la resolución de una tarea estructural de números racionales</i> .....	461
3.3. SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS .....	467
3.3.1. <i>Grupos de interaprendizaje dialógico en el aprendizaje de la matemática</i> .....	467
3.4. TALLERES .....	477
3.4.1. <i>¿Cómo construir el concepto de fracción a partir de sus significados?</i> .....	477
3.4.2. <i>Juegos de mesa para la enseñanza de las fracciones</i> .....	484
4. EJE TEMÁTICO: EPISTEMOLOGÍA Y SECUENCIAS DIDÁCTICAS .....	501
4.1. CONFERENCIAS.....	501
4.1.1. <i>A engenharia do percurso de estudos e pesquisa (Conferencia plenaria)</i> .....	501
4.1.2. <i>Sistemas de Equações Lineares: organização matemática local (conferencia especial)</i> .....	516
4.1.3. <i>El algoritmo de la división en la enseñanza de la aritmética elemental (conferencia especial)</i> .....	529
4.1.4. <i>Cónicas en las geometrías del taxista y euclideana (Conferencia especial)</i> .....	544
4.2. REPORTES DE INVESTIGACIÓN .....	554
4.2.1. <i>Una organización y modelización matemática aplicado en el caso de las sucesiones en un texto de primaria</i> .....	554
4.2.2. <i>Los sistemas de ecuaciones lineales como instrumento de modelización en la secundaria</i> .....	562
4.2.3. <i>Considerações merleau-pontyanas na educação matemática: os focos de investigação evidenciados entre 2013 e 2017</i> .....	573
4.2.4. <i>Análisis de gráficas de funciones y su incidencia en la interpretación del fenómeno en estudio</i> .....	582
4.2.5. <i>Análisis de una situación didáctica para la enseñanza del valor absoluto en alumnos de educación secundaria</i> .....	600
4.2.6. <i>La didáctica de la matemática y el álgebra lineal</i> .....	606
4.2.7. <i>Dificultades presentes en la enseñanza y aprendizaje del teorema fundamental del cálculo: un estado del arte</i> .....	616

4.2.8. Características del modelo epistemológico dominante de la proporcionalidad en textos de educación secundaria .....	627
4.3. SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS .....	638
4.3.1. Una mirada a las competencias de modelación matemática de estudiantes universitarios de carreras de letras: el caso de artes escénicas.....	638
4.3.2. Enseñanza de la topología mediante material didáctico concreto .....	652
4.3.3. Estrategia didáctica en la enseñanza de la matemática estudiantes de ciencias empresariales.....	655
4.3.4. Propuesta de diseño sociocultural en el aprendizaje de cálculo en estudiantes de ingeniería civil de las universidades de Huancayo.....	679
4.3.6. La recta y el punto – un romance matemático.....	704
4.4. TALLERES .....	711
4.4.1. Relações entre Geometria e Álgebra com ferramentas do software Geogebra.....	711
4.4.2. Aritmética y álgebra: linealidad y reduccionismo.....	720
4.4.3. ¿Qué hacer con un análisis histórico epistemológico? .....	727
4.4.4. ¿Qué aprenden los alumnos en los libros de texto? .....	731
5. EJE TEMÁTICO: LAS TIC Y ROBÓTICA EDUCATIVA EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA .....	739
5.1. CONFERENCIAS .....	739
5.1.1 Robótica educativa y pensamiento computacional (Conferencia plenaria de clausura).....	739
5.1.2 Las teorías APOS y construccionismo en el análisis de la comprensión del concepto de fracción (Conferencia especial) .....	755
5.2. REPORTES DE INVESTIGACIÓN.....	771
5.2.1. La robótica educativa en el aprendizaje de la geometría en estudiantes de educación básica regular.....	771
5.3. SOCIALIZACIÓN DE EXPERIENCIAS .....	781
5.3.1. POVIX: Una interfaz gráfica de usuario (GUI) en MatLab para calcular el Polinomio de Villarreal.....	781
FOTOGRAFÍAS DEL IX CIEM.....	787

#### 2.4.9. Uso del Geogebra para teléfonos móviles en la enseñanza de la geometría

**Daysi García-Cuéllar**, Pontificia Universidad Católica de São Paulo, Brasil  
**Mihály Martínez Miraval**, Pontificia Universidad Católica del Perú-IREM, Perú  
**Horacio Saúl Sostenes-González**, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México  
**Mónica Parra-Zapata**, Universidad de Antioquia, Colombia

##### **Resumen**

*Este taller, dirigido a profesores de Educación Básica Regular, tiene como propósito presentar por medio de actividades el uso del GeoGebra para teléfonos móviles. En el desarrollo del taller mostraremos actividades de triángulos, cuadriláteros, circunferencias y poliedros donde el docente participará activamente; luego, los docentes participantes, crearán una actividad que pueda ser usada en clase con sus estudiantes. Finalmente, haremos una reflexión de la Génesis Instrumental del artefacto GeoGebra para teléfonos móviles*

##### **Introducción**

El número de personas que usan teléfonos móviles cada vez va en aumento en diversos países de Latinoamérica. En el caso de Perú, un estudio del Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI, 2017) informó que en el trimestre julio-agosto-setiembre de 2017, en el 90,6% de los hogares del país existe al menos un miembro que tiene teléfono móvil, registrándose un incremento de 1,4 puntos porcentuales, respecto al mismo trimestre del año 2016. Menciona también, que los que accedieron en mayor proporción a Internet desde su teléfono móvil fue la población joven de 19 a 24 años de edad con 79,4% y el grupo de 12 a 18 años de edad con 72,0%.

Dicho estudio nos muestra un panorama del acceso a internet y del uso de los teléfonos móviles por estudiantes de secundaria (11 a 17 años). Estas cifras nos retan, como docentes, a aprovechar dichas herramientas para mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje en nuestras aulas de matemáticas.

Una de las herramientas usada en la enseñanza y en el aprendizaje de las Matemáticas es el GeoGebra, que es una aplicación matemática de código abierto orientada principalmente

a la educación, dado que reúne en su entorno aritmética, geometría, álgebra, cálculo, probabilidad y estadística. A pesar de que su versión para Android (para teléfonos móviles) es diferente que para Windows (para laptops o computador), tienen algunas características similares, como por ejemplo el ser multiplataforma pues cuenta con calculadora gráfica, CAS (cálculos simbólicos), Geometría, GeoGebra 3D, plantilla de cálculos, calculadora de probabilidad, entre otros; que hace del GeoGebra una herramienta con gran potencial para ser explorada en las clases de matemáticas, y al poder utilizarlo en teléfonos móviles, nos libera de la necesidad de utilizar laboratorios computarizados.

De acuerdo a lo anterior, en este taller proponemos un conjunto de tareas que posibilitan el uso del GeoGebra móvil y a partir de él la reflexión en torno a la geometría escolar, en particular los triángulos, los cuadriláteros, la circunferencia y los poliedros.

### Génesis Instrumental

Para nuestro estudio hemos utilizado el Enfoque Instrumental de Rabardel (2011). Para Salazar (2009), las nociones clave de este Enfoque son las siguientes:

**Esquema:** que según Vergnaud (1996), es una organización invariante de la conducta del sujeto para una clase determinada de situación.

**Artefacto:** es un objeto material o abstracto, destinado a dar sustento a la actividad del hombre en la ejecución de un cierto tipo de tarea.

**Instrumento:** es lo que un sujeto construye a partir del artefacto. Es entonces una entidad mixta que contiene a la vez un artefacto, material o no, y esquemas de utilización contruidos por el sujeto durante su interacción.



Figura 1. Componentes de un instrumento

De acuerdo a Rabardel (2011), el Enfoque Instrumental estudia la diferencia que existe entre el artefacto, instrumento y los procesos que desenvuelven la transformación progresiva del artefacto en instrumento, transformación que denominó como proceso de Génesis Instrumental. El autor considera tres polos importantes en la Génesis Instrumental; estos son: el sujeto, que puede ser un usuario, operario, trabajador o agente; el instrumento, que se refiere de la herramienta, máquinas, sistemas, utensilios, entre otros; y el objeto, al cual va dirigida la acción con ayuda del instrumento. Este puede ser la materia prima, la realidad y el objeto de la actividad o trabajo.

En cuanto a la Génesis Instrumental, Rabardel (2011) sostiene que ésta consta de dos dimensiones: la instrumentalización y la instrumentación (ver figura 2).

*La instrumentalización:* está dirigida hacia la parte artefactual del instrumento, consta de enriquecimiento de las propiedades del artefacto por parte del sujeto. Es decir, es el resultante de la atribución de una función al artefacto por parte del sujeto.

*La instrumentación:* está dirigida hacia el sujeto. Se refiere a la construcción de esquemas de uso por parte del sujeto, relativos a la ejecución de ciertas tareas. En este proceso se lleva a cabo la asimilación de nuevos artefactos a los esquemas y la acomodación de los esquemas para dar nuevos significados a los artefactos.



Figura 2. Proceso de la Génesis Instrumental.

Adaptado de García-Cuéllar y Salazar, JVF (2016)

## Metodología del taller

El taller se realizará en dos sesiones de 90 minutos con docentes de Educación Básica Regular (en formación inicial o continua). Los participantes utilizarán los aplicativos Calculadora Gráfica GeoGebra y GeoGebra Calculadora 3D, en sus teléfonos móviles, los cuales se pueden descargar libremente de Play Store.

## SESIÓN 1

Tiene como objetivo familiarizar a los docentes participantes con las herramientas del artefacto GeoGebra para teléfonos móviles, es decir, se enfoca al proceso de la instrumentalización cuando resuelven actividades de cuadriláteros y triángulos (actividades 1, 2, 3 y 4).

Para cada una de las siguientes actividades, abra el aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra en su teléfono móvil, y oculte la cuadrícula y los ejes coordenados. Luego, siga los pasos descritos en cada actividad.

### ACTIVIDAD 1: CUADRILÁTERO CÓNCAVO Y CONVEXO

Construir un cuadrilátero ABCD cuyos lados miden  $\overline{AB} = 6$  u,  $\overline{BC} = 10$  u,  $\overline{CD} = 7$  u,  $\overline{DA} = 4$  u, y una diagonal,  $\overline{AC} = 9$  u.

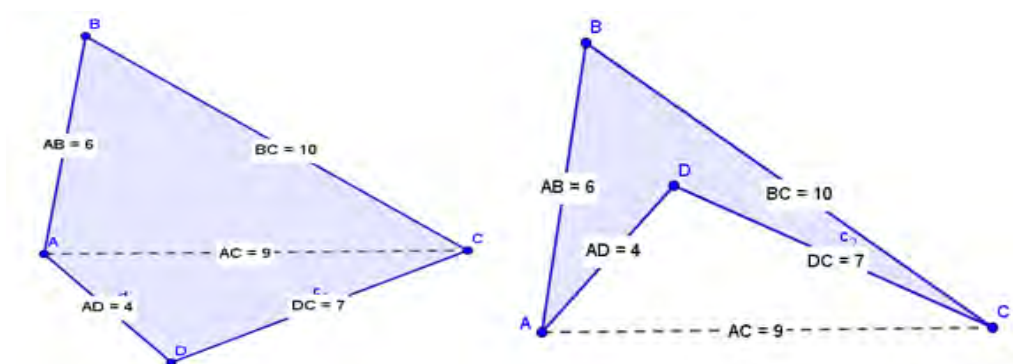


Figura 3. Posibles soluciones de la actividad 1

PASOS:

- i. Utilizar la herramienta *Punto* y ubicar un punto A en el área de trabajo de la vista gráfica. Luego, con la herramienta *Circunferencia (centro, radio)*, marcar el punto A

y colocar que el radio es 6 u. A continuación, ubicar un punto B en la circunferencia generada. Ocultar la circunferencia.

- ii. Dibujar dos circunferencias: una centrada en el punto A con radio 9 u, y otra centrada en el punto B con radio 10 u. Luego, con la herramienta *Intersección*, marcar ambas circunferencias, y obtener los puntos C y D (elegir uno de ellos). Ocultar ambas circunferencias.
- iii. Dibujar dos circunferencias: una centrada en el punto A con radio 4 u, y otra centrada en el punto C con radio 7 u. Luego, con la herramienta *Intersección*, marcar ambas circunferencias, y obtener los puntos E y F. Ocultar ambas circunferencias.
- iv. Usar la herramienta *Polígono* para dibujar primero el polígono ABCEA, y luego el polígono ABCFA. Luego, usar la herramienta *Segmento* para dibujar el segmento AC. Para obtener la medida de los lados del polígono y del segmento AC, use la herramienta *Distancia o Longitud*, y marque cada segmento.

**Responda:**

- ¿Cuál de los polígonos: ABCEA o ABCFA, es cóncavo y cuál convexo?
- ¿Qué diferencias existen entre un polígono convexo y uno cóncavo?

*ACTIVIDAD 2: CONSTRUCCIÓN DE UN TRAPECIO*

Construir un trapecio cuyos lados paralelos miden 4 u y 8 u. Los otros dos lados miden 3 u y 5 u. ¿Qué tipo de trapecio es?

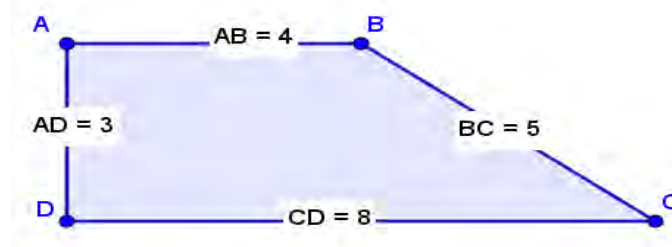


Figura 4. Solución esperada de la actividad 2

PASOS:

- i. Ubicar un punto A en el área de trabajo de la vista gráfica. Luego, dibujar una circunferencia centrada en el punto A con radio 4 u. A continuación, ubicar un punto B en la circunferencia generada y trazar el segmento AB. Ocultar la circunferencia.
- ii. Dibujar dos circunferencias: una centrada en el punto A con radio 3 u, y otra centrada en el punto B con radio 5 u. Luego, determinar los puntos de intersección C y D (elegir uno de ellos) entre ambas circunferencias. Ocultar la circunferencia de radio igual a 3 u.
- iii. Usar la herramienta *Paralela*, y hacer clic en el segmento AB y luego en el punto C. Se va a dibujar una recta paralela al segmento AB. Luego, halle la intersección entre la circunferencia de radio 5 u y la recta, y obtenga los puntos EF. Ocultar la circunferencia y la recta.
- iv. Dibujar el polígono ABFEA

**Responda:**

- ¿Qué tipo de trapecio presenta dichas medidas? Explore las herramientas *Ángulo*, *Perpendicular* y *Relación* (para este último dibuje los segmentos EF y AE)

### ACTIVIDAD 3: CIRCUNFERENCIA INSCRITA A UN TRIÁNGULO

Represente gráficamente un triángulo isósceles cuyos lados midan 8 u, 5 u y 5 u. Trace una circunferencia inscrita al triángulo y mida su radio.

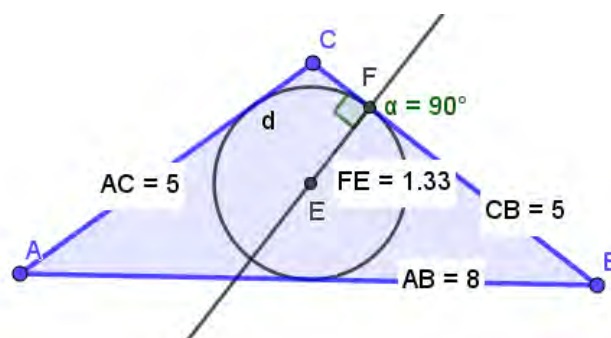


Figura 5. Solución esperada de la actividad 3



**PASOS:**

- i. Ubicar un punto A sobre el área de trabajo de la vista gráfica. Luego, dibujar una circunferencia centrada en el punto A con radio 8 u. A continuación, ubicar un punto B sobre la circunferencia.
- ii. Dibujar dos circunferencias de radio 5 u centradas en los puntos A y B. Luego, determinar los puntos de intersección C y D (elegir uno de ellos) entre ambas circunferencias. A continuación, dibuje polígono ABCA. Ocultar ambas circunferencias.
- iii. Con la herramienta *Bisectriz* seleccionar los tres vértices que componen cada ángulo, en el siguiente orden sugerido: ABC, BCA, CAB. Obtener la intersección de las bisectrices para generar el punto E, que representa el incentro. Ocultar las rectas trazadas.
- iv. A partir del punto E, trazar una perpendicular hacia cualquier lado del triángulo. Luego, determinar la intersección entre la recta perpendicular y el lado elegido para obtener el punto F.
- v. Seleccionar la herramienta *Circunferencia (centro, punto)* y dar clic en los puntos E y F.
- vi. Determinar la medida del segmento EF, que viene a ser el radio de la circunferencia inscrita al triángulo. Debe ser 1,33 u.

**Responda:**

- ¿Qué criterios debe tener una circunferencia inscrita?
- Si el triángulo no es isósceles, ¿cumpliría también los criterios descritos en la pregunta anterior? Utilice el siguiente código QR para verificar su respuesta.



**ACTIVIDAD 4: EXPLORACIONES TRIANGULARES DE LA ALTURA DE UN TRIÁNGULO**

Halle el punto de intersección de las alturas de un triángulo.

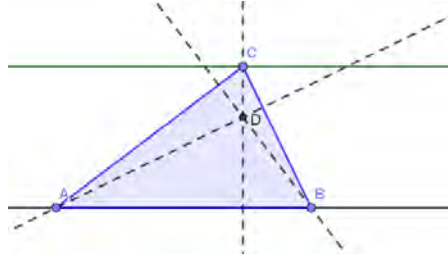


Figura 5. Solución esperada de la actividad 4

PASOS:

- i. Con la herramienta *Recta* dibujar una recta sobre el área de trabajo de la vista gráfica, se generan los puntos A y B sobre la recta. Luego, trazar una recta paralela a la recta anterior, se genera el punto C sobre dicha recta.
- ii. Dibuje el polígono ABCA. Luego, trazar las tres alturas del triángulo, y determinar la intersección de dichas alturas, para generar el punto D (ortocentro).
- iii. Seleccionar el punto D, y dar clic sobre los tres puntos del menú emergente. Luego, en la ventana de ajustes que se despliega, activar la opción de rastro.
- iv. Arrastrar el vértice A o B del triángulo sobre la recta que los contiene y observar la trayectoria que sigue el Ortocentro.
- v. Arrastrar el vértice C del triángulo sobre la recta que lo contiene y observar la trayectoria que sigue el Ortocentro.

**Responda:**

- ¿Qué objetos matemáticos se muestran? Utilice el siguiente código QR para verificar su respuesta.



## SESIÓN 2

Tiene como objetivo instrumentalizar e instrumentar a los docentes con el artefacto GeoGebra para teléfonos móviles cuando resuelven actividades de circunferencia y poliedros (actividad 5, 6 y 7).

Así mismo, para identificar que la Génesis Instrumental del artefacto GeoGebra para teléfonos móviles surgió en los docentes participantes, se les pedirá que creen una actividad que pueda ser usada con sus estudiantes en aula, donde utilizarán las herramientas instrumentalizadas del GeoGebra.

Para las actividades 5 y 6, abra el aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra en su teléfono móvil, y para la actividad 7, abra el aplicativo GeoGebra Calculadora 3D, en ambos casos oculte la cuadrícula y los ejes coordenados. Luego, siga los pasos descritos.

Las actividades para esta sesión son las siguientes:

### ACTIVIDAD 5: *ÁNGULO INSCRITO Y ÁNGULO CENTRAL*

¿Qué relación existe entre un ángulo inscrito y un ángulo central de una circunferencia?

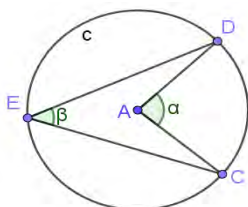


Figura 6. Solución esperada de la actividad 5

PASOS:

- i. Activar la herramienta *Circunferencia (centro, punto)* y ubicar el punto A sobre el área de trabajo de la vista gráfica (este será el centro de la circunferencia), y luego el punto B (este será un punto de la circunferencia). Luego, ocultar el punto B.

- ii. Activar la herramienta *Punto* y ubicar tres puntos C, D y E sobre la circunferencia. Luego, con la herramienta *Segmento*, crear los segmentos AC, AD, EC y ED (ver figura).
- iii. Activar la herramienta *Ángulo*, y marcar primero los puntos C, A y D en ese orden, y luego los puntos C, E y D, en ese orden también.

**Responda:**

- ¿Qué relación existe entre los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$ ?
- ¿Si arrastramos cualquiera de los puntos la relación anterior se mantiene? ¿Qué se puede concluir?
- ¿Qué se puede concluir sobre la naturaleza de un triángulo inscrito en una semicircunferencia, será equilátero, isósceles, escaleno, o rectángulo?

**ACTIVIDAD 6: RELACIONES MÉTRICAS EN UNA CIRCUNFERENCIA**

¿Qué relaciones métricas se pueden dar en una circunferencia?

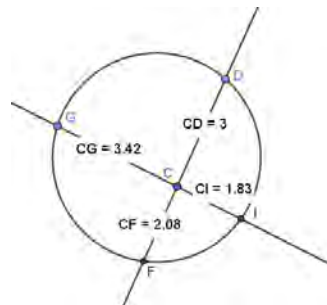


Figura 7. Solución esperada de la actividad 6

**PASOS:**

- i. Dibujar una circunferencia sobre el área de trabajo de la vista gráfica. Oculte los puntos generados.
- ii. Ubicar un punto C en el interior de la circunferencia, y otro punto D sobre la circunferencia. Luego, con la herramienta *Recta*, trazar una recta que pase por los

- puntos C y D. A continuación, con la herramienta *Intersección*, marcar la circunferencia y la recta, y crear los puntos E y F. Ocultar el punto E.
- iii. Ubicar un punto G sobre la circunferencia. Luego, trazar una recta que pase por los puntos C y G. A continuación, hallar los puntos de intersección H e I, entre la recta y la circunferencia. Ocultar el punto H.
- iv. Activar la herramienta *Distancia o Longitud* y marcar los puntos C y D; C e F; C y G; C e I, para hallar la longitud de los cuatro segmentos.

**Responda:**

- Encuentre los siguientes resultados:  $\overline{CD} \times \overline{CF}$  y  $\overline{CG} \times \overline{CI}$ . ¿Qué relación existe entre esos dos resultados?
- ¿Si arrastramos cualquiera de los puntos D o G, la relación anterior se mantiene? ¿Qué se puede concluir?
- Lea el código QR mostrado en la figura. Mueva el punto C en el interior de la circunferencia, ¿qué ocurre con los productos:  $\overline{CD} \times \overline{CF}$  y  $\overline{CG} \times \overline{CI}$ ? ¿Y qué pasaría si el punto C se ubica fuera de la circunferencia?



*ACTIVIDAD 7: POLIEDROS*

1. Represente un cubo y realice su desarrollo. ¿Cuál es la medida de su arista, la medida del área de su superficie y la medida de su volumen?

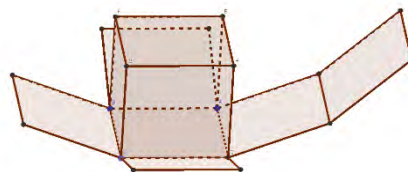


Figura 8. Desarrollo del cubo de la actividad 7

**PASOS:**

- i. Activar la herramienta *Cubo* y ubicar sobre el área de trabajo de la vista gráfica dos puntos A y B.
- ii. Activar la herramienta *Desarrollo* y marcar el cubo.
- iii. Activar la herramienta *Elige y mueve* y manipule el cubo desarrollado

**Responda:**

- ¿Cuál es la medida de la arista del cubo, la medida del área de su superficie y su volumen? Explore las herramientas *Distancia o Longitud*, *Área* y *Volumen*; y dé respuesta a lo solicitado.
2. Represente un tetraedro regular y realice su desarrollo. ¿Cuál es la medida de su arista, la medida del área de su superficie y la medida de su volumen?

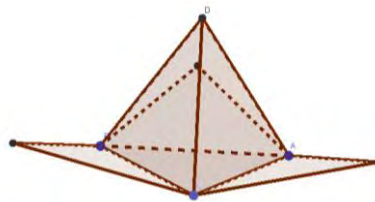


Figura 9. Desarrollo del tetraedro regular de la actividad 7

**PASOS:**

- i. Activar la herramienta *Tetraedro* y ubicar sobre el área de trabajo de la vista gráfica dos puntos A y B.
- ii. Activar la herramienta *Desarrollo* y marcar el tetraedro.
- iii. Activar la herramienta *Elige y mueve* y manipule el tetraedro desarrollado.

**Responda:**

- ¿Cuál es la medida de la arista del tetraedro, la medida de su altura, la medida del área de su superficie y su volumen? Explore las herramientas *Distancia o Longitud*, *Área* y *Volumen*; y dé respuesta a lo solicitado.

Al finalizar las actividades se realizará una reflexión teórica sobre el Enfoque Instrumental y se identificará cómo se dieron los procesos de la Génesis Instrumental (instrumentalización e instrumentación) en el desarrollo de las actividades del taller.

#### Conclusiones

Consideramos que al concluir el taller los docentes participantes habrán instrumentalizado e instrumentado algunas herramientas del GeoGebra para teléfonos móviles. Podrán contar con esta herramienta que les permitirá introducir actividades en sus aulas de matemáticas.

#### Referencias

García-Cuéllar, D. y Salazar, J.V.F. (2016). *Instrumentation of axial symmetry in high school students*. International Congress on Mathematical Education (ICME). Recuperado de: Doi:10.13140/RG.2.2.36781.28641

INEI (2017), *Nota de Prensa N° 273*. Disponible en:

[http://m.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/noticias/nota-de-prensa-n-273-2017-inei\\_-2.pdf](http://m.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/noticias/nota-de-prensa-n-273-2017-inei_-2.pdf)

Rabardel, P. (2011). *Los hombres y las tecnologías: Visión cognitiva de los instrumentos contemporáneos*. (Trad. por M. Acosta) Colombia: Universidad Industrial de Santander.

Salazar, J. V. F. (2009). *Gênese instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de transformações geométricas no espaço*. (Tesis doctoral). Pontificia Universidade Católica de São Paulo, Brasil.

Vergnaud, G. (1996). *A teoria dos campos conceptuais*. En J. Brun (Ed.), *Didáctica das matemáticas* (págs. 155-189). Lisboa: Horizontes pedagógicos.

[Volver al índice de autores](#)



ISBN: 978-612-4161-22-3



9 786124 161223