



Análisis del empuje activo y pasivo de tierras mediante métodos probabilísticos y determinísticos en los suelos residuales y flujos de lodos del área metropolitana del Valle de Aburrá para el diseño de estructuras de contención

Juan David Castro Sánchez

Tesis de maestría presentada para optar al título de Magíster en Ingeniería

Director

Juan Pablo Osorio Salas, Doctor (PhD) en ingeniería

Codirector

Juan Camilo Viviescas, Doctor (PhD) en Ingeniería Ambiental

Universidad de Antioquia
Facultad de Ingeniería

Maestría en Ingeniería

Medellín, Antioquia, Colombia

2023

Cita	(Castro et al., 2023)
Referencia	(Castro et al., 2023). <i>Análisis del empuje activo y pasivo de tierras mediante métodos probabilísticos y determinísticos en los suelos residuales y flujos de lodos del área metropolitana del Valle de Aburrá para el diseño de estructuras de contención</i> [Tesis de maestría]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Maestría en Ingeniería, Cohorte XXIV.

Grupo de Investigación GeoResearch International (GeoR).

Centro de Investigación Ambientales y de Ingeniería (CIA).



Elija un elemento.

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

TABLA DE CONTENIDO

TÍTULO DEL TRABAJO	11
RESUMEN.....	11
Abstract	12
INTRODUCCIÓN.....	13
OBJETIVOS	15
Objetivo General.....	15
Objetivos específicos.	15
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
Contexto local.....	18
Preguntas de investigación	19
METODOLOGÍA GENERAL.....	19
CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO.....	23
1.1. Presiones laterales de tierras	23
1.2. Coeficientes de empuje lateral de tierra.....	23
1.2.1. <i>Estado activo</i>	23
1.2.2. <i>Estado pasivo</i>	24
1.2.3. <i>Teoría de Coulomb</i>	25
1.2.4. <i>Teoría de Rankine</i>	26
1.2.5. <i>Coeficientes de presión de tierra de Mazindrani</i>	27
1.3. Presión lateral en suelos cohesivos	27
1.4. Variabilidad espacial en las propiedades geotécnicas del suelo	28
1.5. Funciones de distribución de probabilidad (FDP)	31
1.6. Método de Monte Carlo	33
1.7. Criterio de información Bayesiano (BIC)	33
1.8. Análisis por confiabilidad	34
1.8.1. <i>Índice de confiabilidad</i>	35
1.8.2. <i>Probabilidad de falla en diseño de muros de contención</i>	36
1.9. Factores de Seguridad	37
1.10. Predimensionamiento de muros de contención en voladizo.....	39
1.11. Distribución de la presión lateral de tierra en muros de contención.	40
1.11.1. <i>Presión activa para suelos fino granulares</i>	40
1.11.2. <i>Presión activa en suelos grueso granulares</i>	41
1.11.3. <i>Presión pasiva en suelos fino granulares</i>	42
1.11.4. <i>Presión pasiva en suelos granulares</i>	43
1.12. Estabilidad en muros de contención	43
1.12.1. <i>Falla por volcamiento</i>	46
1.12.2. <i>Falla por deslizamiento</i>	47
1.12.3. <i>Falla por capacidad portante</i>	48
1.13. Software @Risk.....	49

1.14.	Método de elementos finitos	50
1.15.	Método de elementos finitos aleatorios.....	51
1.15.1.	<i>Confiability en el cálculo de la presión de tierra con RFEM</i>	52
1.16.	Longitud de correlación	54
1.17.	Análisis por confiabilidad en la determinación del empuje lateral de tierra	55
1.18.	Suelos de estudio	58
1.18.1.	Flujo de Lodos.....	58
1.18.2.	Suelo residual del Stock de San Diego.....	59
1.19.	Parámetros geotécnicos de diseño	60
CAPÍTULO 2: FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS COEFICIENTES DE EMPUJE DE LOS SUELOS DE ESTUDIO		63
2.1.	Metodología.....	63
2.1.	Resultados.....	64
2.1.1.	<i>Flujo de Lodos</i>	64
2.1.2.	<i>Suelo Residual</i>	70
2.1.3.	<i>Recopilación de resultados</i>	75
2.2.	Conclusiones	77
CAPÍTULO 3: EQUILIBRIO LÍMITE DE MUROS DE CONTENCIÓN EN VOLADIZO		79
3.1.	Metodología.....	79
3.2.	Resultados.....	82
3.2.1.	<i>Modelación con PM sin NF</i>	82
3.2.2.	<i>Modelación con PM y NF</i>	88
3.2.3.	<i>Comparación entre la modelación con PM con y sin nivel freático.</i>	91
3.2.4.	<i>Modelación con PE sin NF</i>	93
3.2.5.	<i>Modelación con PE y NF</i>	98
3.2.6.	<i>Comparación entre la modelación con PE con y sin nivel freático.</i>	101
3.3.	Conclusiones modelación con @Risk	103
CAPÍTULO 4: MODELACIÓN CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS		107
4.1.	Metodología y datos de entrada.....	107
4.2.	Resultados de la modelación con FEM.....	111
-	<i>Presión activa. MV= 9m - PE</i>	111
-	<i>Presión pasiva. MV= 9m - PE</i>	115
-	<i>Presión activa. MV= 9m - PM</i>	117
-	<i>Presión pasiva. MV= 9m - PM</i>	122
4.3.	Resumen de los resultados obtenidos con FEM.....	124
4.4.	Conclusiones de la modelación con FEM	125
CAPÍTULO 5: ELEMENTOS FINITOS ALEATORIOS (RFEM)		129
5.1.	Metodología.....	129
5.2.	Resultados.....	134
-	<i>Caso Activo</i>	134
-	<i>Caso Pasivo</i>	140

-	<i>Comparación de los resultados</i>	147
5.3.	Conclusiones modelación con RFEM	149
CAPÍTULO 6: COMPARACIÓN DE RESULTADOS.....		153
6.1.	Recopilación de la Presión activa (Pa).....	153
6.2.	Recopilación Presión pasiva (Pp)	155
6.3.	Comparación de la probabilidad de falla entre RFEM y equilibrio límite	158
CONCLUSIONES.....		163
BIBLIOGRAFÍA.....		169
ANEXOS.....		178
ANEXOS CAPÍTULO 2.....		180
	FDP para los coeficientes activos - β entre 0 y 25°	180
	<i>Flujo de Lodos</i>	180
	<i>Suelo Residual</i>	184
	Ajuste de las funciones de distribución de probabilidad para los coeficientes de presión lateral de tierra de Mazindrani.....	188
	Análisis de sensibilidad para el cálculo de las FDP de los coeficientes de Mazindrani	194
ANEXOS CAPITULO 3.....		198
	Resultados determinísticos de los análisis de modos de falla para muros en voladizo	198
-	Flujo de Lodos.....	198
-	Suelo Residual.....	203
ANEXOS CAPÍTULO 4.....		210
-	FLUJO DE LODOS.	210
-	RESIDUAL.....	222
ANEXOS CAPÍTULO 5.....		234
	Local Average Subdivision – LAS	234
	Configuración del programa de RFEM.....	235

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- 1. Variación del coeficiente de presión de tierras K con el desplazamiento (Imagen tomada de NSR, 2010).....	25
Figura 1- 2. Incertidumbre en la estimación de las propiedades del suelo (adaptado de (Phoon & Kulhawy, 1999a).....	30
<i>Figura 1- 3. A) Función de densidad de probabilidad. B) Función de distribución acumulada. (Christian, 2004).</i>	32
Figura 1- 4. Incertidumbre en las cargas Q y la resistencia R (Modificada de Christian, 2004).....	36
Figura 1- 5. Predimensionamiento de los muros de contención en voladizo (Elaboración propia)..	39
Figura 1- 6. Distribución de la presión lateral activa de tierra en un MV con NF y superficie inclinada del suelo cohesivo de relleno. (Elaboración propia)	40
Figura 1- 7. Distribución de la presión lateral activa de un suelo no cohesivo con la superficie inclinada y con presencia de NF (Elaboración propia).....	41

Figura 1- 8. Distribución de la presión lateral pasiva de tierra para un suelo cohesivo en un muro de contención con presencia de NF (elaboración propia).	42
Figura 1- 9. Distribución de la presión lateral pasiva de un suelo no cohesivo con presencia de NF (elaboración propia).	43
Figura 1- 10. Fuerzas que actúan en un muro de contención que retiene un suelo fino granular con presencia de NF (Elaboración propia).	45
Figura 1- 11. Fuerzas que actúan en un muro de contención en voladizo que retiene un suelo grueso granular con presencia de NF (Elaboración propia).	45
<i>Figura 1- 12. Ejemplos de realización de la variable aleatoria $X(t)$ para dos diferentes longitudes de correlación (Griffiths & Fenton, 2008)</i>	<i>55</i>
Figura 1- 13. Confiabilidad en la determinación de la probabilidad de falla de los empujes de tierra activos y pasivos por medio del análisis de RFEM. (Fenton et al., 2004; Griffiths et al., 2008).	57
<i>Figura 1- 14. Distribución de unidades geológicas en el Valle de Aburrá (A.M.V.A, 2006)</i>	<i>58</i>
Figura 3- 1. Metodología para el análisis por equilibrio límite en muros de contención en voladizo	81
<i>Figura 3- 2. $P(FS_{\text{Deslizamiento}}) < 1.6 - PM - NF=0 - FL$ (Izquierda); $P(FS_{\text{Deslizamiento}}) < 1 - PM - NF=0 - Res$ (Derecha).</i>	<i>82</i>
<i>Figura 3- 3. $P(FS_{\text{Cap.Portante}}) < 3 - PM - NF=0 - FL$ (Izquierda); $P(FS_{\text{Cap.Portante}}) < 1 - PM - NF=0 - Res$ (Derecha).</i>	<i>83</i>
<i>Figura 3- 4. $P(FS_{\text{Vuelco}}) < 3 - PM - NF=0$, flujo de lodos – izquierda, suelo residual - derecha.</i>	<i>83</i>
<i>Figura 3- 5. Histograma de frecuencias – $h_0 - FL$</i>	<i>84</i>
<i>Figura 3- 6. Histograma de frecuencias – $h_0 - Res$</i>	<i>84</i>
<i>Figura 3- 7. Histograma de frecuencias – $C-Pa-H=10 - Res$</i>	<i>85</i>
<i>Figura 3- 8. Histograma de frecuencias – $C-Pa-H=10 - FL$</i>	<i>85</i>
Figura 3- 9. $P(FS_{\text{Deslizamiento}}) < 1 - PM - NF=2/3H$. Izquierda Flujo de Lodos. Derecha suelo Residual.	88
Figura 3- 10. $P(FS_{\text{Cap.Portante}}) < 1 - PM - NF=2/3H$. Izquierda: Flujo de Lodos. Derecha: Suelo residual	89
Figura 3- 11. $P(FS_{\text{Vuelco}}) < 3 - PM - NF=2/3H$. Izquierda: Flujo de Lodos. Derecha: Suelo residual. 89	89
Figura 3- 12. Comparación en las probabilidades obtenidas con $NF=6$ m y $NF = 0$ m – $MV=9$ m- PM. FL (Izquierda). Res (Derecha).	92
<i>Figura 3- 13. $P(FS_{\text{Deslizamiento}}) < 1 - PE - NF=0 - FL$ (Izquierda); $P(FS_{\text{Deslizamiento}}) < 1.5 - PE - NF=0 - Res$ (Derecha).</i>	<i>94</i>
<i>Figura 3- 14. $P(FS_{\text{Cap.Portante}}) < 1 - PE - NF=0$. Izquierda - FL. Derecha - Res; (A) Coulomb; (B) Rankine</i>	<i>94</i>
<i>Figura 3- 15. $P(FS_{\text{Vuelco}}) < 3 - PE - NF=0$. Izquierda - FL. Derecha - Res</i>	<i>95</i>
<i>Figura 3- 16. Histograma de frecuencias – $\varphi_{\text{equivalente}} - FL$</i>	<i>96</i>
<i>Figura 3- 17. Histograma de frecuencias – $\varphi_{\text{equivalente}} - Res$</i>	<i>96</i>

Figura 3- 18. $P(FS_{\text{-Deslizamiento}}) < 1$ - PE - $NF=2/3H$. Flujo de Lodos – izquierda; Residual – derecha.	99
Figura 3- 19. $P(FS_{\text{-Cap.Portante}}) < 1$ - PE - $NF=2/3H$. Flujo de Lodos – izquierda; Residual – derecha	99
Figura 3- 20. $P(FS_{\text{-Vuelco}}) < 3$ - PE - $NF=2/3H$. Flujo de Lodos – izquierda; Residual – derecha.	100
Figura 3- 21. Comparación en las probabilidades obtenidas con $NF=6m$ y $NF=0m$ – $MV=9m$ - PE. FL (Izquierda). Res (Derecha).	102
Figura 4- 1. Geometría y condiciones de contorno para la modelación con FEM	108
Figura 4- 2. Deformación horizontal absoluta para un $MV-H=9m$ - $PE-\beta=0^\circ$. A) Flujo de Lodos; B) Residual.	112
Figura 4- 3. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un $MV-H=9m$ - $PE-\beta=0^\circ$. A) Flujo de Lodos. B) Residual.	114
Figura 4- 4. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb - $MV-H=9m$ - $PE-\beta=0^\circ$. A) Flujo de Lodos; B) Residual.	115
Figura 4- 5. Deformación horizontal absoluta para un $MV-H=9m$ - $PM-\beta=0^\circ$. A) Flujo de Lodos; B) Residual.	118
Figura 4- 6. Comparación de la presión activa entre FEM, Coulomb y Rankine para un $MV-H=9m$ - $PM-\beta=0^\circ$. A) Flujo de lodos B) Residual.	119
Figura 4- 7. Relación entre los esfuerzos horizontales y verticales del análisis con FEM, obtenidos en el vástago del muro ($H-e_B$)	121
Figura 4- 8. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Coulomb y Rankine - $MV-H=9m$ - $PM-\beta=0^\circ$. A) Flujo de Lodos; B) Residual.	122
Figura 5- 1. Modelo del suelo para análisis con RFEM	129
Figura 5- 2. Resultados de RFEM en un caso de empuje activo para el flujo de lodos y el suelo residual con parámetros equivalentes A) FL-H=3; B) FL-H=6; C) FL-H=9 D) Res-H=3; E) Res-H=6; F) Res-H=9	136
Figura 5- 3. Resultados de RFEM en un caso de empuje activo para el flujo de lodos y el suelo residual con parámetros mixtos A) FL-H=9; B) Res-H=6; C) Res-H=9	137
Figura 5- 4. Resultados de RFEM en un estado de empuje pasivo para el flujo de lodos y el suelo residual con los parámetros equivalentes A) FL-H=3; B) FL-H=6; C) FL-H=9 D) Res-H=3; E) Res-H=6; F) Res-H=9	143
Figura 5- 5. Resultados de RFEM en un estado de empuje pasivo para el flujo de lodos y el suelo residual con los parámetros mixtos A) FL-H=3; B) FL-H=6; C) FL-H=9 D) Res-H=3; E) Res-H=6; F) Res-H=9	144
Figura 5- 6. Probabilidades de falla de diseño para la carga lateral activa y el volcamiento con PM y PE. Empuje activo. (A) $H=3m$; (B) $H=6m$; (C) $H=9m$.	147
Figura 5- 7. Probabilidades de falla de diseño para la carga lateral pasiva y el volcamiento con PM y PE. Empuje pasivo. (A) $H=3m$; (B) $H=6m$; (C) $H=9m$.	148
Figura 6- 1. Comparación presión activa – $PE-\beta=0^\circ$. Derecha: Flujo de lodos. Izquierda: Suelo residual	154

Figura 6- 2. Comparación presión activa – PM- $\beta=0^\circ$. Derecha: Flujo de lodos. Izquierda: Suelo residual	154
Figura 6- 3.Comparación presión pasiva – PE- $\beta=0^\circ$. Derecha: Flujo de lodos. Izquierda: Suelo residual	157
Figura 6- 4.Comparación presión pasiva – PM- $\beta=0^\circ$. Derecha: Flujo de lodos. Izquierda: Suelo residual	157
Figura 6- 5. Probabilidades por deslizamiento y volcamiento para distintos FS con RFEM y coeficientes de empuje lateral con parámetros equivalentes.	160
Figura 6- 6. Probabilidades por deslizamiento y volcamiento para distintos FS con RFEM y coeficientes de empuje lateral con parámetros mixtos.	161
Figura A1. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con-H=1- $\beta=0$ - FL	188
Figura A2.Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con-H=3- $\beta=0$ - FL	189
Figura A3.Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani conH=5- $\beta=0$ - FL	189
Figura A4. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con-H=1- $\beta=0$ - Res.....	190
Figura A5. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani conH=3- $\beta=0$ - Res	190
Figura A6. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani conH=5- $\beta=0$ - Res	191
Figura A7. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con H=1- $\beta=0$ - FL	191
Figura A8. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con H=3- $\beta=0$ - FL	192
Figura A9. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con H=5- $\beta=0$ - FL	192
Figura A10. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con H=1- $\beta=0$ - Res	193
Figura A11. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con H=3- $\beta=0$ - Res	193
Figura A12. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con H=5- $\beta=0$ – Res	194
Figura A13. Gráfico de tornado para análisis de sensibilidad. (A) M-Ka-H=1- $\beta=0$ – FL; (B) M-Ka-H=10- $\beta=0$ – FL	195
<i>Figura A14. Gráfico de tornado para análisis de sensibilidad. (A) M-Kp-H=1-$\beta=0$ – FL; (B) M-Kp-H=10-$\beta=0$ – FL</i>	<i>195</i>
<i>Figura A15. Gráfico de tornado para análisis de sensibilidad. (A) M-Ka-H=1-$\beta=0$ –Res; (B) M-Ka-H=10-$\beta=0$ – Res.....</i>	<i>196</i>

Figura A16. Gráfico de tornado para análisis de sensibilidad. (A) $M-Kp-H=1-\beta=0$ – Res; (B) $M-Kp-H=10-\beta=0$ – Res.....	196
Figura A17. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV-H=3m-FL-PE-\beta=0^\circ$.	210
Figura A18. Deformación horizontal absoluta de $MV-H=3m-FL-PE-\beta=0^\circ$	211
Figura A19. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un $MV-H=3m-FL-PE-\beta=0^\circ$	212
Figura A20. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb para un $MV-Df=3m-FL-PE-\beta=0^\circ$	212
Figura A21. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV-H=3m-FL-PM-\beta=0^\circ$	213
Figura A22. Desplazamiento vertical absoluta de $MV-H=3m-FL-PM-\beta=0^\circ$	214
Figura A23. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un $MV-H=3m-FL-PM-\beta=0^\circ$	215
Figura A24. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un $MV-Df=3m-FL-PM-\beta=0^\circ$	215
Figura A25. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV-H=6m-FL-PE-\beta=0^\circ$.	216
Figura A26. Desplazamiento total de $MV-H=6m-FL-PE-\beta=0^\circ$	217
Figura A27. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un $MV-H=6m-FL-PE-\beta=0^\circ$	218
Figura A28. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb para un $MV-Df=6m-FL-PE-\beta=0^\circ$	218
Figura A29. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV-H=6m-FL-PM-\beta=0^\circ$	219
Figura A30. Máxima deformación por corte de $MV-H=6m-FL-PM-\beta=0^\circ$	220
Figura A31. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un $MV-H=6m-FL-PM-\beta=0^\circ$	221
Figura A32. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un $MV-Df=6m-FL-PM-\beta=0^\circ$	221
Figura A33. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV-H=3m-Res-PE-\beta=0^\circ$	222
Figura A34. Desplazamiento horizontal absoluta de $MV-H=3m-Res-PE-\beta=0^\circ$	223
Figura A35. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un $MV-H=3m-Res-PE-\beta=0^\circ$	224
Figura A36. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb para un $MV-Df=3m-Res-PE-\beta=0^\circ$	224
Figura A37. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV-H=3m-Res-PM-\beta=0^\circ$	225
Figura A38. Desplazamiento vertical absoluta de $MV-H=3m-Res-PM-\beta=0^\circ$	226

Figura A39. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-H=3m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.	227
Figura A40. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-Df=3m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.	227
Figura A41. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de MV-H=6m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.	228
Figura A42. Desplazamiento total de MV-H=6m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.	229
Figura A43. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-H=6m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.	230
Figura A44. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-Df=6m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.	230
Figura A45. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de MV-H=6m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.	231
Figura A46. Máxima deformación por corte de MV-H=6m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.	232
Figura A47. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-H=6m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.	233
Figura A48. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-Df=6m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.	233
Figura A49. Ilustración de la construcción de una construcción de un LAS para un proceso aleatorio de promedio local (Imagen tomada de (Fenton & Vanmarcke, 1990))	234
Figura A50. Programa para el análisis con RFEM – mearthd2	237
Figura A51. Esquema del modelo del suelo en el programa de RFEM	238

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1- 1. Desplazamientos para producir estado activo (Bowles, 1988)</i>	24
Tabla 1- 2. Valores típicos de coeficientes de variación de diversos parámetros geotécnicos (tabla adaptada de Parra & Hidalgo, 2015)	31
<i>Tabla 1- 3. Relación entre la probabilidad de falla y el índice de confiabilidad (USACE, 1997)</i>	37
Tabla 1- 4. Factores de seguridad en muros de contención de la NSR-10	38
Tabla 1- 5. Predimensionamiento de muros de contención en voladizo	39
Tabla 1- 6. Resultados de campo y laboratorio recolectados para cada geología analizada.	61
Tabla 1- 7. Parámetros Equivalentes (PE) de los suelos de estudio.	61
Tabla 1- 8. Parámetros Mixtos (PM) de los suelos de estudio.	62
Tabla 2- 1. Ajuste de las FDP para los coeficientes activos y pasivos del flujo de lodos con parámetros mixtos (PM).	65
Tabla 2- 2. Ajuste de las FDP para los coeficientes activos y pasivos del flujo de lodos con parámetros equivalentes (PE).	66

Tabla 2- 3. Ajuste de las FDP para los coeficientes activos y pasivos del suelo residual con parámetros mixtos (PM).....	71
Tabla 2- 4. Ajuste de las FDP para los coeficientes activos y pasivos del suelo residual con parámetros equivalentes (PE).....	72
Tabla 2- 5. Resumen de las FDP ajustadas para los coeficientes activos del flujo de lodos y el suelo residual.	76
Tabla 4- 1. Datos de entrada de los materiales para modelación con FEM	108
Tabla 4- 2. Propiedades de los joints para la modelación con FEM.....	109
Tabla 4- 3. Relación de esfuerzos totales para los suelos analizados	110
Tabla 4- 4. Desplazamientos horizontales y verticales - MV-H=9m-PE- $\beta=0^\circ$	113
Tabla 4- 5. Presión activa obtenida con FEM, Rankine y Coulomb – MV-H=9m-PE- $\beta=0^\circ$ para el suelo residual y el flujo de lodos.	115
Tabla 4- 6. Relación entre los esfuerzos horizontales pasivos calculados con FEM y los coeficientes de presión de tierra – Parámetros equivalentes	116
Tabla 4- 7. Presión pasiva obtenida con FEM, Rankine y Coulomb - MV-H=9m-PE- $\beta=0^\circ$	117
Tabla 4- 8. Desplazamientos horizontales y verticales - MV-H=9m-FL-PM- $\beta=0^\circ$	118
Tabla 4- 9. Presión activa obtenida con FEM, Coulomb y Rankine – MV-H=9m-PM- $\beta=0^\circ$	120
Tabla 4- 10. Presión pasiva obtenida con FEM, Coulomb y Rankine - MV-H=9m-PM- $\beta=0^\circ$	123
Tabla 4- 11. Relación entre los esfuerzos horizontales pasivos calculados con FEM y los coeficientes de presión de tierra – Parámetros mixtos	123
Tabla 4- 12. Resumen de los resultados obtenidos con FEM para el FL y Res, con PM y PE	124
Tabla 5- 1. Datos de entrada constantes para las modelaciones RFEM	132
Tabla 5- 2. Datos de entrada para la modelación del empuje activo con RFEM.....	134
Tabla 5- 3. Estadísticas de P_a y M_o para el FL y el Res con RFEM	135
Tabla 5- 4. Probabilidades de falla (pf) de las modelaciones con RFEM para la presión activa y volcamiento para el flujo de lodos y el residual para distintos FS. Caso Activo.	139
Tabla 5- 5. Datos de entrada para la modelación del empuje pasivo con RFEM.....	141
Tabla 5- 6. Estadísticas de P_p y M_o para el flujo de lodos y el suelo residual con RFEM	141
<i>Tabla 5- 7. Probabilidades de falla (pf) de las modelaciones con RFEM para la carga lateral y el momento de giro para el flujo de lodos y el residual para distintos FS. Caso Pasivo</i>	<i>146</i>
Tabla 6- 1. Valores de la presión activa obtenida con los PE y PM para el flujo de lodos y el suelo residual.	153
Tabla 6- 2. Valores de la presión pasiva obtenida con los PE para el flujo de lodos y el suelo residual.	156
Tabla 6- 3. Probabilidades para distintos FS por Deslizamiento y Volcamiento para el flujo de lodos y el suelo residual con PM y PE.....	159
Tabla A- 1. FDP de los K_a de Coulomb con PM para el FL con β entre 5° y 20°	180

Tabla A- 2. FDP de los Ka de Rankine con PM para el FL con β entre 5° y 20°	181
Tabla A- 3. FDP de los Ka de Coulomb con PE para el FL con β entre 5° y 20°	182
Tabla A- 4. FDP de los Ka de Rankine con PE para el FL con β entre 5° y 20°	183
Tabla A- 5. FDP de los Ka de Coulomb con PM para el Res con β entre 5° y 20°	184
Tabla A- 6. FDP de los Ka de Rankine con PM para el Res con β entre 5° y 20°	185
Tabla A- 7. FDP de los Ka de Coulomb con PE para el Res con β entre 5° y 20°	186
Tabla A- 8. FDP de los Ka de Rankine con PE para el Res con β entre 5° y 20°	187
Tabla A- 9. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PM -FL -NF=0	198
Tabla A- 10. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PM -FL -NF=2/3H	200
Tabla A- 11. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PE-FL -NF=0	201
Tabla A- 12. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PE-FL -NF=2/3H	203
Tabla A- 13. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PM-Res - NF=0	203
Tabla A- 14. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PM-Res -NF=2/3H	206
Tabla A- 15. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PE-Res -Sin NF	207
Tabla A- 16. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PE-Res -NF=2/3H	208

TÍTULO DEL TRABAJO

“ANÁLISIS DEL EMPUJE ACTIVO Y PASIVO DE TIERRAS MEDIANTE MÉTODOS PROBABILÍSTICOS Y DETERMINÍSTICOS EN LOS SUELOS RESIDUALES Y FLUJOS DE LODOS DEL ÁREA METROPOLITANA DEL VALLE DE ABURRÁ PARA EL DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONTENCIÓN”.

RESUMEN

Para el diseño de estructuras de contención en los suelos residuales y flujos de lodos del área metropolitana del Valle de Aburrá, es común que los ingenieros geotécnicos calculen los empujes de tierra activos y pasivos por medio de métodos determinísticos a partir de las teorías clásicas de Rankine o Coulomb. Dichas teorías obtienen soluciones de forma cerrada, ya que se asume que las propiedades mecánicas del suelo son uniformes, utilizando valores puntuales de los parámetros geotécnicos de diseño sin tener en cuenta su variabilidad y la influencia que esta podría tener en el cálculo de las presiones ejercidas en la estructura. En compensación a la incertidumbre que carga el diseño con metodologías determinísticas se utilizan factores de seguridad, los cuales no tienen en cuenta la variabilidad de los parámetros de ingreso.

Debido a esta variabilidad inherente en las propiedades mecánicas del suelo, existe una tendencia a la implementación de análisis por confiabilidad en el diseño geotécnico, el cual permite incorporar la variabilidad de los parámetros de cálculo, donde en lugar de obtener una respuesta con valor único, se permite la toma de decisiones basadas en las probabilidades de ocurrencia de eventos.

Considerando esta variabilidad, representada a través de las funciones de distribución de probabilidad de los principales parámetros geotécnicos de diseño, se pretende realizar un análisis por confiabilidad en los suelos residuales (KgSD) y flujos de lodos (NFI, NQFII, QFIII, QFIV) del Valle de Aburrá por medio de métodos estadísticos y de elementos finitos aleatorios (RFEM), contrastando los resultados obtenidos por métodos analíticos y de elementos finitos (FEM) en el cálculo de los empujes de tierra activos y pasivos para el diseño de estructuras de contención.

Palabras clave: *Empuje activo, empuje pasivo, confiabilidad, incertidumbre, función de probabilidad, estructuras de contención.*

Abstract

For the design of retaining structures on residual soils and mud flows in the metropolitan area of the “Valle de Aburrá”, it is a common practice for geotechnical engineers to estimate the active and passive thrusts using deterministic methodologies such as Rankine or Coulomb theories. These theories provide closed solutions, as they assume that the mechanical properties of the soil are uniform, using single values of the geotechnical parameters, not considering the variability and the influence it could have in the calculation of the pressures exerted on the structure. In compensation for the uncertainty of the deterministic methodologies, safety factors are used but not consider the variability of the input values.

Due to the inherent variability of the soil mechanical properties, there is a tendency to implement reliability based analysis in geotechnical designs, incorporating this one in the calculation parameters. Thus, instead of obtaining a single value response, this approach allows a decision-making based on the probability occurrence of events.

Taking into account the inherent variability, characterized by a probability density function of key geotechnical parameters, a reliability analysis is conducted to assess the active and passive pressure for the design of a retaining structure. By employing statistical methods and Random Finite Element Methods (RFEM), the probability of failure and forces acting on the wall in a conventional retaining wall design approach are evaluated for residual soils and mud flows in the Valle de Aburrá. A comparison is made between these results and those obtained using deterministic and finite element methods.

Keywords: *Passive pressure, active pressure, reliability, uncertainty, probability density function, retaining systems*

INTRODUCCIÓN

Los muros de contención son estructuras geotécnicas cuya funcionalidad radica en la retención de presiones laterales derivadas de la interacción con el suelo, el agua, las cargas viales, las cargas sísmicas, entre otras (Powrie, 2014). Las aplicaciones comunes varían en su alcance, desde terrazas para jardines hasta muros perimetrales para sótanos de varios pisos y espacios subterráneos (Burland et al., 2012). Existen múltiples formas de muros de contención, los cuales poseen diferentes características de rendimiento en términos de contención de empujes por drenajes, resistencia y rigidez, así como características de constructibilidad, mantenimiento, apariencia y disponibilidad. Las diferentes características de los muros de contención deben apreciarse por completo como parte del proceso de selección de un muro para una aplicación particular (Clayton et al., 2014)

Para el diseño de las estructuras de contención se requiere el cálculo de los empujes del suelo a partir de valores de parámetros geotécnicos. La obtención de la información de las variables de diseño involucra la ejecución de ensayos de campo y de laboratorio, los cuales no arrojan valores exactos de los parámetros, sino que se encuentran caracterizados por series de datos que poseen dispersión. Estas incertidumbres están asociadas a la variabilidad del suelo y a errores de precisión de los parámetros de medida, lo que generalmente conlleva al uso de valores promedios y/o valores cuya favorabilidad depende de la percepción subjetiva que posean los ingenieros (Christian, 2004). A este tipo de enfoque se le conoce como diseño determinista e involucra el uso de factores de seguridad para compensar las incertidumbres derivadas de la estimación de las propiedades de diseño (Cherubini, 2000).

Para hacer frente a las incertidumbres asociadas a la variabilidad del suelo, se emplean los métodos por confiabilidad, los cuales, en lugar de asumir un valor único para cada uno de los parámetros del suelo, utilizan funciones de densidad de probabilidad con el fin de tener en cuenta todo el rango de valores que estas variables puedan tomar (Phoon, 2008). En consecuencia, los diseños basados en confiabilidad permiten analizar de mejor forma el desempeño de una estructura

geotécnica –en términos de probabilidades de falla– en lugar de los tradicionales factores de seguridad (Prada et al., 2011).

El objetivo del presente trabajo consiste en utilizar el método de Monte Carlo con el fin de modelar la variabilidad espacial de dos tipos de suelos característicos del Valle de Aburrá, además, calcular los coeficientes y presiones laterales de tierra, así como las probabilidades de tres modos de falla de muros de contención en voladizo: deslizamiento, volcamiento y capacidad portante. Asimismo, evaluar las presiones de tierra a través de análisis de elementos finitos discretos y campos aleatorios.

Este trabajo de investigación está dividido en seis capítulos, los cuales se resumen a continuación:

- Primer capítulo: Corresponde al marco teórico. Se sientan las bases y se definen los conceptos necesarios para abordar el problema de estudio.
- Segundo capítulo: Se determinan las funciones de distribución de probabilidad para los coeficientes de empuje activos y pasivos de los suelos de estudio, utilizando las teorías convencionales de empuje de tierras de Rankine y Coulomb.
- Tercer capítulo: Análisis por equilibrio límite en muros de contención en voladizo, calculando la probabilidad de falla por volcamiento, deslizamiento y capacidad portante mediante la realización de mil (1000) modelaciones numéricas utilizando el método de Monte Carlo.
- Cuarto capítulo: Comprende la modelación del empuje de tierra con el método de elementos finitos (FEM), evaluando el comportamiento de muros de contención en voladizo y calculando la presión que ejerce el suelo retenido en la cara frontal y sobre el pie del muro. Además, se comparan las fuerzas obtenidas de esta modelación con las presiones resultantes de los coeficientes de empuje de las teorías clásicas. Asimismo, se calculan las deformaciones en el suelo del contorno de la estructura de contención.

- Quinto capítulo: Modelación del empuje activo y pasivo del flujo de lodos y el suelo residual a través del método de elementos finitos aleatorios (RFEM), comparando las presiones obtenidas contra las calculadas con las teorías de Coulomb y Rankine, utilizando los valores de las propiedades resultante del muestreo virtual de cada realización del suelo. Además, se calcula también las probabilidades de falla por volcamiento y deslizamiento para muros en voladizo basándose en la presión activa obtenida con el RFEM.
- Capitulo seis: Recopilación de las presiones obtenidas con cada una de las metodologías utilizadas, realizando una comparación entre los resultados obtenidos, así como con las probabilidades de falla para los mecanismos de estabilidad evaluados en los muros de contención.

OBJETIVOS

Objetivo General

Comparar metodologías para la evaluación de los empujes de tierra activos y pasivos del flujo de lodos (unidades geológicas NFI, NQFII, QFIII, QFIV) y el suelo residual (KgSD – Stock de San Diego) del área metropolitana del Valle de Aburrá en estructuras de contención, mediante el uso de métodos determinísticos, estadísticos y de elementos finitos (FEA, RFEM)

Objetivos específicos.

- Definir funciones de distribución de probabilidad de los coeficientes de presión de tierras activas y pasivas por medio del método de Monte Carlo considerando las funciones de probabilidad definidas para los parámetros geotécnicos de los suelos de estudio tanto con parámetros mixtos como con parámetros equivalentes.
- Determinar rangos de presiones de empujes activos y pasivos de tierra para los suelos de estudio con base a las funciones de distribución de probabilidad definidas y de acuerdo con la información encontrada en la revisión bibliográfica.

- Comparar las presiones de tierras activas y pasivas obtenidas por métodos determinísticos con las calculadas por métodos numéricos como FEA con métodos estadísticos, tales como el método de Monte Carlo y el método de elementos finitos aleatorios, considerando la variabilidad de los principales parámetros geotécnicos.
- Realizar un análisis de sensibilidad para determinar la jerarquía de los parámetros más influyentes en el cálculo de los coeficientes de empuje lateral de tierras en los suelos de estudio.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el diseño de estructuras de contención, la determinación de los empujes de tierra es parte fundamental para el análisis de la estabilidad del suelo retenido, así como para establecer las fuerzas que actúan sobre la estructura. Convencionalmente, en prácticas de ingeniería se determinan los empujes de un suelo por medio de las teorías de Rankine o Coulomb, con las que se obtienen soluciones de forma cerrada, las cuales asumen que las propiedades del suelo son uniformes (Fenton et al., 2004).

Debido a que el suelo es un material geológico que se forma a partir de procesos de erosión, de meteorización y de sedimentación (Huber, 2013), las propiedades físicas de los suelos varían de un lugar a otro dentro de los depósitos, siendo este un material que presenta una variabilidad inherente en sus propiedades (Viviescas et al., 2017). Esta variabilidad del suelo se modela como un campo aleatorio que se puede describir consecuentemente por medio del coeficiente de variación (CV) y la escala de fluctuación (Phoon & Kulhawy, 1999a).

Por otro lado, aparte de la variabilidad exógena, existen otras fuentes de incertidumbre en ingeniería geotécnica, como la asociada a los modelos de decisión y la incertidumbre epistémica (Christian & Baecher, 2003). Esta última se atribuye a la carencia en los datos y a la falta de entendimiento de las leyes físicas que gobiernan el problema, limitando así la modelación. De acuerdo con Hidalgo & Pacheco, (2011), la incertidumbre epistémica se divide en tres subcategorías a saber:

- 1) Incertidumbre en la caracterización del sitio:** Depende de una adecuada interpretación sobre la geología subsuperficial, en donde se incluyen errores de medición, inconsistencia y heterogeneidad y/o manipulación de los datos, además de errores de transcripción e inadecuada representatividad del muestreo debido a limitaciones de espacio y tiempo.
- 2) Incertidumbre en los parámetros:** Esta resulta de la inexactitud en la determinación de los valores de los parámetros a partir de ensayos y/o calibración de datos, la cual aumenta por el número limitado de observaciones que producen imprecisión estadística.
- 3) Incertidumbre en los modelos:** Se refiere a la precisión con la que el modelo escogido simule adecuadamente la realidad del problema a abordar, reflejándose en la inhabilidad de que el modelo o técnica de diseño elegido represente el verdadero comportamiento físico del suelo.

Según Williams et al., (2005) para el diseño de estructuras de contención normalmente se involucran dos etapas: la estimación de las propiedades pertinentes del suelo –donde generalmente se consideran los parámetros obtenidos mediante un solo muestreo– y el cálculo de las cargas laterales por medio de teorías como la de Rankine o Coulomb (Craig, 2013). En la etapa del diseño habitualmente se emplean factores de seguridad determinísticos para compensar la dispersión de los parámetros involucrados en el cálculo de las cargas (Chalermyanont & Benson, 2004). En vista que los modelos tradicionales determinísticos no consideran la variabilidad inherente en las propiedades del suelo, han surgido modelos para el diseño geotécnico que involucran análisis por confiabilidad (Fenton, 1997), donde la incertidumbre en las propiedades del suelo es considerada.

Modelos como los presentados por Folayan et al., (1970) y Hoeg & Murarka, (1974) o como los de Phoon & Kulhawy, (1999) y Baecher & Christian, (2005) establecen las ventajas de los análisis por métodos de confiabilidad que brindan la posibilidad de tomar decisiones basados en la probabilidad de ocurrencia (Lacasse & Nadim, 1998). La comparación entre los análisis basados en métodos determinísticos y métodos probabilísticos o de confiabilidad se muestra en la Ilustración 1.

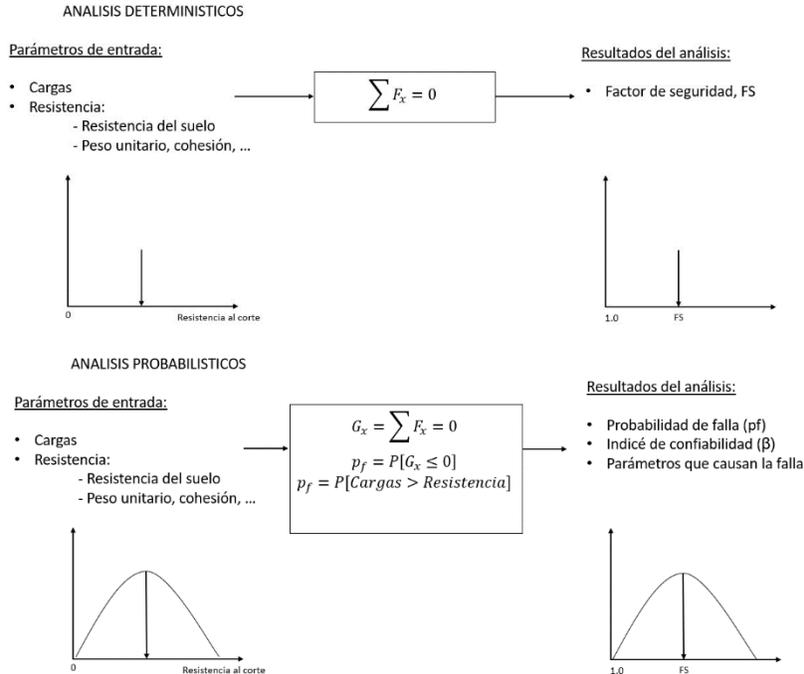


Ilustración 1. Comparación entre análisis determinísticos y análisis probabilísticos (adaptada de Lacasse & Nadim, 1998)

Contexto local

La geología del Valle de Aburrá está compuesta por gran variedad de suelos con distintos orígenes geológicos. En la zona Este de Medellín prevalecen principalmente los suelos residuales y los flujos de lodos, sobre los cuales se han realizado distintas caracterizaciones y evaluaciones estadísticas (Parra & Hidalgo, 2015; Viviescas et al., 2019; Viviescas & Osorio, 2015, 2016). Estos análisis se realizaron con el objetivo de caracterizar las funciones de distribución de probabilidad de parámetros como la cohesión y el ángulo de fricción a través del análisis de resultados de ensayos de corte directo y correlaciones aplicadas a resultados de ensayos de campo (SPT) realizados en estas zonas.

A partir de los resultados de estos estudios y teniendo en cuenta que el cálculo de los empujes de tierra en este tipo de suelos se hace generalmente a través de métodos determinísticos, se pretende realizar el cálculo de los empujes de tierras activos y pasivos por medio de métodos probabilísticos y métodos de elementos finitos aleatorios

Lo anterior, incorporando simulaciones de Monte Carlo para contrastar los resultados obtenidos con modelos determinísticos que no incorporan la variabilidad

e incertidumbre de las propiedades del suelo. También se realiza un análisis en muros de contención en voladizo, variando la altura y el ángulo de inclinación del suelo de relleno, para determinar la influencia de la variabilidad en el cálculo de las cargas que ejercen los suelos de estudio, determinando las probabilidades de falla de muros de contención a los mecanismos de inestabilidad de volcamiento, deslizamiento y capacidad portante.

Preguntas de investigación

- ¿Cuál es la variabilidad de los coeficientes de presión lateral de tierra del flujo de lodos y el suelo residual del área metropolitana del Valle de Aburrá?
- ¿Cuál es la influencia de esta variabilidad en el diseño de un muro de contención?
- ¿Cómo influye el origen geológico de los suelos de estudio en los parámetros geotécnicos de empuje?

METODOLOGÍA GENERAL

Para la estimación del empuje activo y pasivo de los suelos de estudio y la determinación de la influencia de la variabilidad de sus principales propiedades de resistencia en el análisis geotécnico de muros de contención, se realizaron análisis numéricos con métodos de elementos finitos, y estadísticos y/o probabilísticos con el método de Monte Carlo y de elementos finitos aleatorios.

En la Ilustración 2 se muestra un mapa conceptual de la metodología adoptada para la realización de los análisis y comparación de los resultados obtenidos, la cual se detalla a continuación:

- Inicialmente se realizó una caracterización de las funciones de distribución de probabilidad (FDP) para los coeficientes de empuje activo y pasivo mediante el método de Monte Carlo, utilizando el criterio de información bayesiano (BIC) para validar el ajuste de los histogramas resultantes de mil (1000) simulaciones realizadas a distintas distribuciones de probabilidad teóricas.

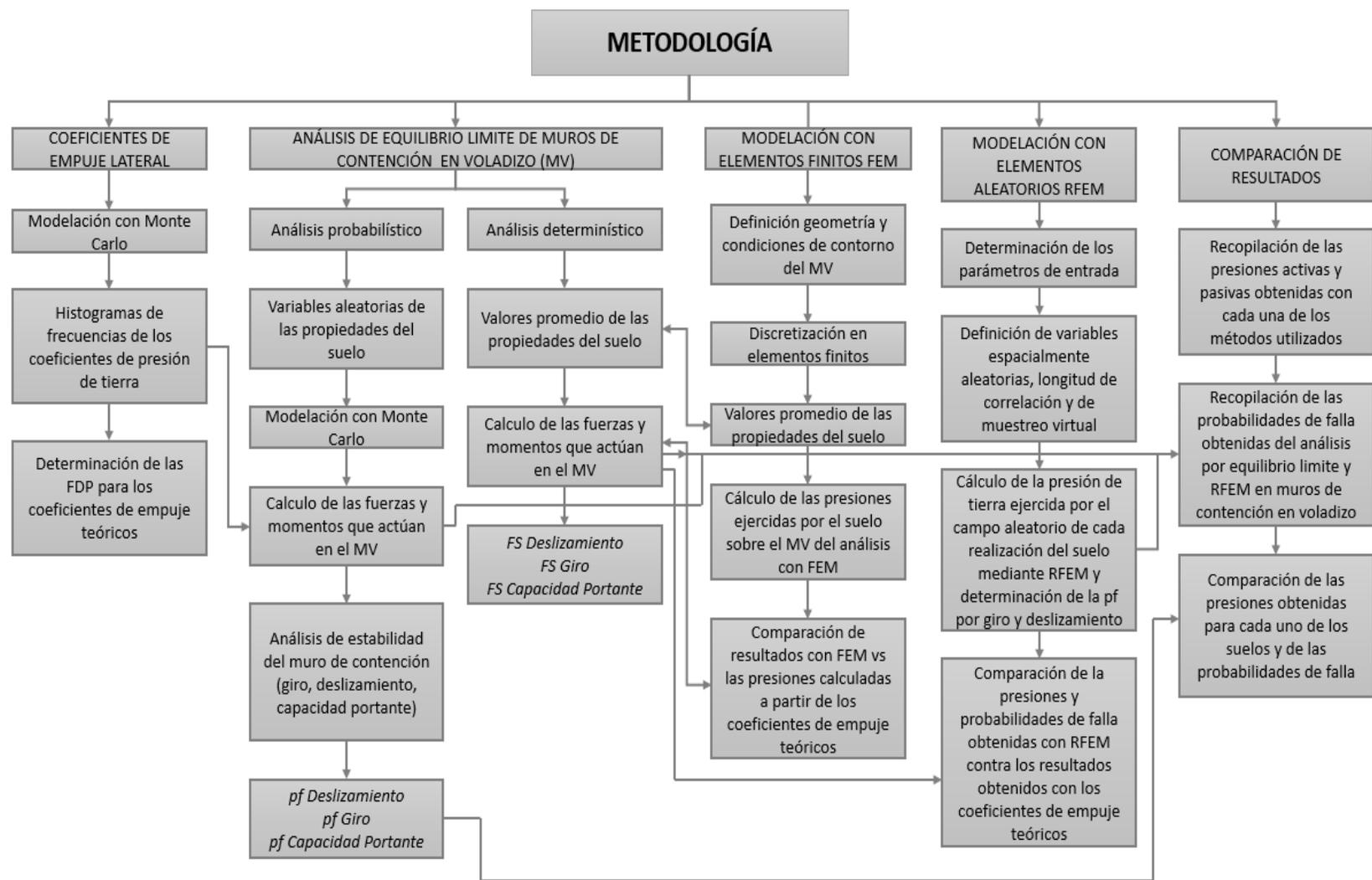


Ilustración 2. Metodología general.

- Una vez obtenidos los histogramas de los coeficientes de empuje, estos se emplearon para calcular la presión activa y pasiva de los suelos de estudio con cada uno de los coeficientes de presión de tierra analizados. A partir de estos resultados, se realiza el cálculo de equilibrio límite en muros de contención en voladizo para un rango altura entre 1 y 10m y con diferentes inclinaciones del suelo de relleno evaluando la estabilidad para tres distintos mecanismos de estabilidad: volcamiento, deslizamiento a lo largo de la base y estabilidad por capacidad portante en la zapata del muro. Asimismo, con base en los histogramas de las presiones de tierra obtenidos, se calculan las probabilidades de falla en los muros de contención para los tres mecanismos de estabilidad analizados, así como la probabilidad que la relación entre las fuerzas actuantes y las fuerzas resistentes fueran inferiores a distintos factores de seguridad.
- Posteriormente, se calcula determinísticamente (utilizando los valores promedio de los parámetros geotécnicos de los suelos) las presiones de tierra en muros de contención en voladizo mediante un análisis a través de elementos finitos (FEA), comparando los resultados de la interacción suelo-estructura contra el esfuerzo horizontal activo y pasivo utilizando teorías convencionales de presión de tierra como la de Coulomb y Rankine.
- Aparte del cálculo de las presiones activas y pasivas con los histogramas de los coeficientes de empuje obtenidos de la modelación con Monte Carlo, se calcularon las presiones ejercidas por el suelo retenido utilizando el método de elementos finitos aleatorios, en el que se comparan las presiones resultantes de cada una de las realizaciones del suelo en relación a las calculadas con los parámetros definidos a través de una muestra virtual utilizando los coeficientes de empuje de Rankine y Coulomb. En este caso, se determina la falla cuando la relación entre la presión calculada con RFEM y la presión calculada con los coeficientes de empuje a partir de las propiedades de la muestra virtual es superior a uno, calculando las probabilidades de falla a partir de las mil (1000) modelaciones realizadas.

- Adicionalmente, con los resultados obtenidos de la modelación con RFEM, se realiza un análisis de estabilidad por equilibrio límite para el volcamiento, deslizamiento y capacidad portante en muros de contención en voladizo, utilizando las presiones activas calculadas con RFEM, Lo anterior, con el objetivo de comparar la influencia de la variabilidad espacial del ángulo de fricción del suelo en las probabilidades de falla con distintos factores de seguridad.
- Una vez realizadas todas las modelaciones y cálculos, se resumen los resultados de las presiones activas y pasivas con cada una de las metodologías utilizadas comparando los resultados obtenidos; similarmente con las probabilidades de fallas obtenidas del análisis de equilibrio límite y de la modelación con elementos finitos aleatorios (RFEM).

CAPÍTULO 1: MARCO TEÓRICO

1.1. Presiones laterales de tierras

Dependiendo de los movimientos que experimenten las estructuras en contacto con el suelo, las condiciones de estabilidad pueden ser clasificadas en dos categorías: estado activo y estado pasivo (Das, 2001). Estas se definen a continuación:

1.2. Coeficientes de empuje lateral de tierra

El coeficiente de empuje lateral de tierra K se define como la relación entre el esfuerzo efectivo horizontal σ'_h y el esfuerzo efectivo vertical σ'_v del suelo. El valor de K es función de las propiedades del suelo y la historia de esfuerzos. Al valor mínimo entre la relación del esfuerzo efectivo horizontal y vertical se le conoce como coeficiente activo de presión de tierra K_a , el cual es un valor inferior a uno ($K_a < 1$), mientras que al valor máximo de esta relación se le llama coeficiente de presión de tierra pasivo K_p con un valor generalmente superior a uno ($K_p > 1$). Cuando la relación entre los esfuerzos horizontal y vertical corresponda a un valor de uno ($\sigma'_h / \sigma'_v = 1$), significa que la masa de suelo se encuentra en una condición isotrópica.

Para un depósito de suelo, en donde la deformación lateral es igual a cero, se dice que está en un estado en reposo y el coeficiente se denomina como K_0 , el cual por lo general es un valor que se encuentra entre K_a y uno ($K_a < K_0 < 1$)

A continuación, se definen los estados activo y pasivo de empuje y se resumen algunas de las teorías clásicas para el cálculo de las presiones de tierra:

1.2.1. Estado activo

El estado activo se presenta cuando una estructura de contención que está reteniendo un suelo se moviliza, permitiendo así una relajación de esfuerzos y que se ejerza una presión activa sobre la estructura, lo que ocasiona que una falla por corte ocurra en esta zona (Murthy, 2002).

Al esfuerzo horizontal para esta condición se le conoce como el esfuerzo activo, mientras que la relación entre el esfuerzo activo y el esfuerzo vertical se denomina el coeficiente de empuje activo. Estos se determinan mediante las ecuaciones (1) y (2), respectivamente:

$$\sigma'_a = \gamma z \tan^2 \left(45 - \frac{\varphi'}{2} \right) - 2c' \tan \left(45 - \frac{\varphi'}{2} \right) \quad (1)$$

$$K_a = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{\sigma'_a}{\sigma'_v} = \tan^2 \left(45 - \frac{\varphi'}{2} \right) \quad (2)$$

Donde:

σ'_a : Esfuerzo activo

K_a : Coeficiente de presión activa de tierra

γ : Peso unitario del suelo

z : Profundidad

c' : Cohesión efectiva del suelo

φ' : Ángulo de fricción efectivo del suelo

En la Tabla 1- 1 se presentan los desplazamientos horizontales requeridos en estructuras de contención para que se produzca una condición activa de presión de tierra según el tipo de suelo, donde H representa la altura del muro o estructura de contención.

Tabla 1- 1. Desplazamientos para producir estado activo (Bowles, 1988).

Suelo y condición	Cantidad de translación ΔL (A - A')
Grueso granular, denso	0.001 a 0.002H*
Grueso granular, suelto	0.002 a 0.004H
Fino granular, firme	0.01 a 0.02H
fino granular, suave	0.02 a 0.05H

*H: altura de la estructura de contención

1.2.2. Estado pasivo

El estado pasivo ocurre cuando la masa de suelo retenida es sometida a una presión lateral que la confina hasta un punto de tensión límite en el que se alcanza la máxima resistencia al corte (Budhu, 2011). Este estado se caracteriza porque el esfuerzo principal horizontal pasa a ser el esfuerzo principal mayor ($\sigma_v < \sigma_h$); en el momento de la falla, al esfuerzo horizontal se le conoce como el esfuerzo pasivo σ'_p , y a la relación entre el esfuerzo pasivo y el esfuerzo vertical se le conoce como el coeficiente de presión pasivo de tierras K_p (Clayton et al., 2014).

El esfuerzo y el coeficiente pasivo son estimados de acuerdo con las ecuaciones (3) y (4):

$$\sigma'_p = \gamma z \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) + 2c' \tan \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) \quad (3)$$

$$K_p = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_v} = \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi'}{2} \right) \quad (4)$$

Donde:

σ'_p : Esfuerzo pasivo y K_p : Coeficiente de presión pasiva

En las condiciones de estado pasivo el desplazamiento de la estructura de contención es considerablemente mayor que los movimientos generados en el estado activo; esta circunstancia se produce debido a las deformaciones por compatibilidad de la estructura (AIS, 2010). En la Figura 1- 1, se comparan los desplazamientos en estado activo y estado pasivo para un suelo granular.

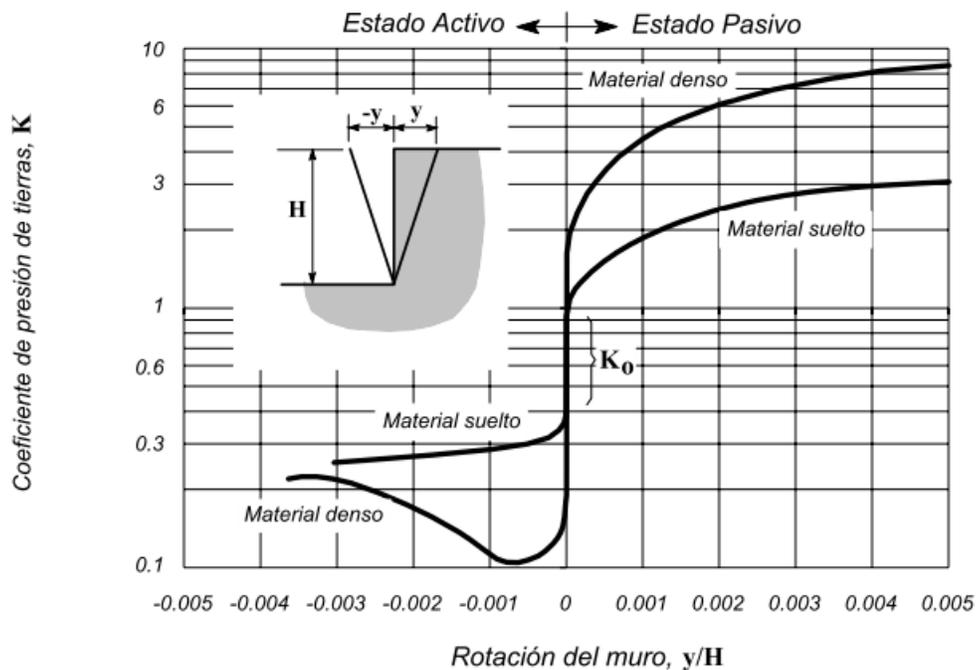


Figura 1- 1. Variación del coeficiente de presión de tierras K con el desplazamiento (Imagen tomada de NSR, 2010)

1.2.3. Teoría de Coulomb

Las suposiciones para la teoría de presión de tierra propuesta por C.A Coulomb en 1776 son (Bowles, 1988):

- El suelo es homogéneo e isotrópico, posee fricción interna y cohesión
- La zona de falla es una superficie plana
- La fuerza de fricción está distribuida uniformemente a lo largo de la ruptura de la falla plana
- La cuña de falla es un cuerpo rígido
- Existe una fricción en el muro, donde la cuña de falla se mueve a través de la cara del muro, desarrollando fuerzas de fricción entre el contacto de la pared y el suelo
- La falla es representativa de un problema bidimensional –se considera una unidad de longitud de un cuerpo infinitamente largo–.

Para el caso de un suelo de relleno sin cohesión, los coeficientes de presión de tierra activo y pasivo de Coulomb se calculan de acuerdo con la ecuación (5):

$$K_a, K_p = \frac{\text{sen}^2(\alpha \pm \varphi')}{\text{sen}^2 \alpha \text{ sen}(\alpha \mp \delta') \left[1 \pm \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi' + \delta') \text{ sen}(\varphi' \mp \beta)}{\text{sen}(\alpha \mp \delta') \text{ sen}(\alpha + \beta)}} \right]^2} \quad (5)$$

Donde K_a es el coeficiente de empuje activo de Coulomb; K_p es el coeficiente de empuje pasivo de Coulomb; β es la inclinación del relleno respecto a la horizontal; α es el ángulo de inclinación del espaldón del muro; φ es el ángulo de fricción del suelo; y δ es el ángulo de fricción entre suelo y muro.

1.2.4. Teoría de Rankine

La teoría de presión de tierra de Rankine (1857) considera un estado de equilibrio plástico del suelo con las mismas consideraciones que la teoría de Coulomb, a excepción que no tiene en cuenta la fricción que se genera entre la cuña del suelo que se desplaza contra la pared del muro de contención (muro sin fricción) (Bowles, 1988).

Para calcular los coeficientes de presión de tierra de Rankine en el caso de un suelo granular inclinado se aplica la ecuación (6):

$$K_a, K_p = \cos\beta \frac{\cos\beta \mp \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}}{\cos\beta \pm \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\varphi'}} \quad (6)$$

Donde K_a es el coeficiente de empuje activo de Rankine; K_p es el coeficiente de empuje pasivo de Rankine; β es la inclinación del relleno respecto a la horizontal; y φ es el ángulo de fricción del suelo.

En el caso que se tenga un suelo de relleno con la superficie del suelo horizontal, la Ecuación (6) se convierte en:

$$K_a, K_p = \tan^2\left(45 \mp \frac{\varphi'}{2}\right) \quad (7)$$

1.2.5. Coeficientes de presión de tierra de Mazindrani

Mazindrani & Ganjali, (1997), publicaron una ecuación para calcular los coeficientes de presión lateral activa y pasiva de tierra con la superficie inclinada del suelo.

La ecuación (8) permite calcular los coeficientes de presión lateral de acuerdo con los resultados publicados por Mazindrani y Ganjali:

$$K_p, K_a = \frac{1}{\cos^2\beta} \left\{ 2 \cos^2\beta + 2 \left(\frac{c}{\gamma z}\right) \cos\varphi \operatorname{sen}\varphi \pm \sqrt{\left[4 \cos^2\beta (\cos^2\beta - \cos^2\varphi) + 4 \left(\frac{c}{\gamma z}\right)^2 \cos^2\varphi + 8 \left(\frac{c}{\gamma z}\right) \cos^2\beta \operatorname{sen}\varphi \cos\varphi \right]} \right\} - 1 \quad (8)$$

En la Tabla A- 1 y Tabla A- 2 de los Anexos del Capítulo 1 se muestran los coeficientes de tierra obtenidos por medio de la ecuación (8) para el flujo de lodos y el suelo residual (KgSD), respectivamente, para una altura de muro desde 1 hasta 10 m.

1.3. Presión lateral en suelos cohesivos

Ni el método de Coulomb ni el de Rankine incorporan explícitamente la cohesión del suelo como un parámetro en la ecuación para el cálculo de los coeficientes de presión lateral de tierra. Bell (1915), publicó una solución para el caso del empuje o presión lateral de suelos cohesivos resumida en las ecuaciones (1) y (3). Estas ecuaciones se obtienen directamente del círculo de Mohr, donde σ_1 es el esfuerzo principal mayor; σ_3 es el esfuerzo principal menor; y c la cohesión, las cuales pueden

ser modificados reemplazando los términos tangenciales por cualquiera de los coeficientes de presión de tierra de Coulomb o de Rankine.

Cuando se calcula los esfuerzos activos y pasivos, utilizando los coeficientes de presión de tierra de Mazindrani, los cuales incorporan la cohesión dentro de su cálculo, las ecuaciones mencionadas se transforman en las ecuaciones (9) y (10), respectivamente:

$$\sigma_a = \gamma z K_{a_{Mazindrani}} \quad (9)$$

$$\sigma_p = \gamma z K_{p_{Mazindrani}} \quad (10)$$

Además, para un suelo cohesivo en un estado de presión activa, se desarrolla una zona a tracción donde el esfuerzo horizontal es negativo en la parte superior del muro (Das, 2001). La profundidad de esta zona a tracción se calcula como la altura en donde la presión activa se hace igual a cero, calculándose a partir de la ecuación (11):

$$h_0 = \frac{2c'}{\gamma} \times \sqrt{\frac{1 + \text{seno}(\varphi)}{1 - \text{seno}(\varphi)}} \quad (11)$$

Donde h_0 es la profundidad de la zona a tracción; c' es la cohesión; γ es el peso unitario del suelo; y φ es el ángulo de fricción interna del suelo.

1.4. Variabilidad espacial en las propiedades geotécnicas del suelo

La variabilidad de los suelos es una propiedad inherente que se presenta en virtud de las interacciones de procesos fisicoquímicos controlados por factores de formación (clima, material parental, organismos, relieve y tiempo), que definen la mineralogía, taxonomía y constitución de los suelos (Jaramillo J, 2012).

Después de la disposición o formación inicial, los suelos se continúan modificando por esfuerzos externos como la meteorización, las reacciones químicas, y en algunos casos, la intervención humana (Uzielli et al., 2007). Incluso, dentro de capas de suelo muy homogéneas se presenta variabilidad espacial de las propiedades del suelo como resultado de procesos de deposición y post-deposición que causan esta variación (Lacasse & Nadim, 1997)

De acuerdo con Phoon et al., (2006), desde un punto de vista de la ingeniería geotécnica, la heterogeneidad de los suelos puede ser definida en tres niveles: heterogeneidad estratigráfica, heterogeneidad litológica y variabilidad inherente del suelo.

1. La heterogeneidad estratigráfica se refiere al resultado de la gran escala geológica y a los procesos geomorfológicos que acontecen sobre el suelo, por lo que la estratigrafía puede llegar a ser extremadamente compleja y heterogénea. En geotecnia, esta es representada en el contexto de la caracterización del sitio, donde se espera que las unidades de suelo sean altamente heterogéneas en su composición y en su comportamiento mecánico.
2. La heterogeneidad litológica puede entenderse, por ejemplo, en la forma de capas delgadas suaves o rígidas embebidas en un medio más rígido o suave, o la inclusión de bolsas dentro de una masa de suelo relativamente uniforme.
3. La heterogeneidad es el equivalente a la variabilidad inherente del suelo, que corresponde a la variación de las propiedades de un punto espacial a otro dentro de una misma masa de suelo, que para propósitos geotécnicos puede ser considerada significativamente homogénea. En este nivel es necesario asignar valores cuantitativos a los parámetros geotécnicos de interés, los cuales deben ser representativos de los parámetros en la unidad del suelo.

A diferencia de la variabilidad que se presenta en materiales fabricados, como los usados en las estructuras, la variación espacial de las propiedades del suelo es un fenómeno más complejo que resulta de múltiples fuentes de incertidumbre (Orr, 2000). Las principales fuentes de incertidumbre son la variabilidad inherente del suelo, el error en la medición y la fluctuación de la transformación. El grado de desconfianza que surge a partir de estas fuentes depende generalmente de factores como la variabilidad del perfil del suelo en el sitio, el grado del equipo de medición y control del procedimiento mantenido durante la prueba, y la precisión del modelo utilizado para transformar el resultado de la medición de la prueba en la propiedad deseada del suelo (Phoon & Kulhawy, 1999b).

En este sentido, la variabilidad inherente del suelo no puede ser eliminada o reducida, a diferencia de la incertidumbre epistémica que puede ser mitigada por medio de una mayor recolección de datos e información, mejorando los métodos de medición y los métodos de cálculo (Nadim, 2007).

En la Figura 1- 2, se presenta un mapa de flujo de la incertidumbre en la estimación de las propiedades del suelo de acuerdo con :Phoon & Kulhawy, (1999b):

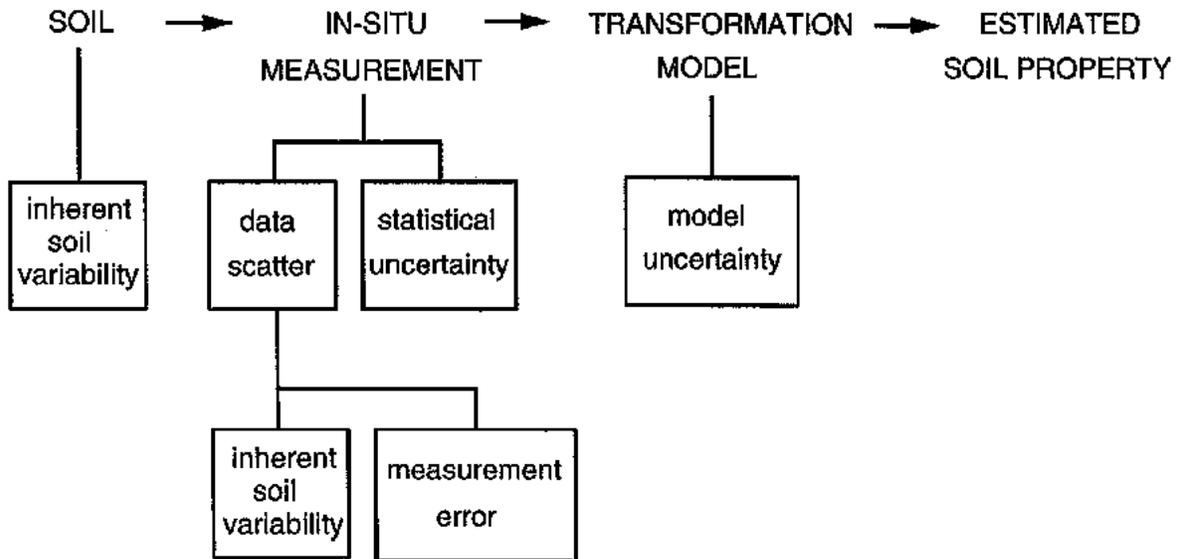


Figura 1- 2. Incertidumbre en la estimación de las propiedades del suelo (adaptado de (Phoon & Kulhawy, 1999b))

La dispersión que se observa en los datos de las propiedades de los suelos está asociada tanto a la variabilidad espacial como a los errores de las pruebas para la caracterización de estas propiedades (Huber, 2013). Esta dispersión puede ser representada por los coeficientes de variación, que se define como la desviación estándar dividida por la media, que expresa la dispersión relativa de los datos (Christian & Baecher, 2003; Montgomery & Runger, 2002; Parra & Hidalgo, 2015). En la Tabla 1- 2 se presentan los rangos de valores típicos de coeficientes de variación de algunos de los principales parámetros geotécnicos del suelo.

Tabla 1- 2. Valores típicos de coeficientes de variación de diversos parámetros geotécnicos (tabla adaptada de Parra & Hidalgo, 2015)

Parámetro	CV (%)	Fuente
Peso unitario	3 - 7	(Ribeiro, 2008)*
	4 - 8	(U.S.A.C.E, 1999)*
Peso unitario sumergido	0 - 10	(Duncan, 2000)
Cohesión	20 - 80	(Parra & Hidalgo, 2015)
Ángulo de fricción efectivo	2 - 13	(Ribeiro, 2008)*
	3,7 - 9,3 (arenas)	(U.S.A.C.E, 1999)*
	7,5 - 10,1 (arcillas)	-
Resistencia al corte no drenado	13 - 40	(Ribeiro, 2008)**
	11 - 45	(U.S.A.C.E, 1999)*
Numero de penetración estándar (N-SPT)	15 - 45	(Ribeiro, 2008)**
Peso unitario seco de suelos residuales	11	(Hidalgo & Assis, 2011)
Peso unitario natural de suelos residuales (kN/m ³)	9	(Hidalgo & Assis, 2011)
Cohesión efectiva de suelos residuales (kPa)	103	(Hidalgo & Assis, 2011)
Ángulo de fricción efectivo de suelos residuales (°)	13	(Hidalgo & Assis, 2011)
Peso unitario sumergido de depósitos de ladera (Medellín) (kN/m ³)	8,5	(Parra & Hidalgo, 2015)
Peso unitario seco de depósitos de ladera (Medellín) (kN/m ³)	18	Parra & Hidalgo, 2015)
Cohesión de depósitos de ladera (Medellín)	52,3	Parra & Hidalgo, 2015)
Ángulo de fricción de depósitos de ladera (Medellín) (°)	22,9	Parra & Hidalgo, 2015)

* Ambos autores presentan datos de diversas fuentes sin indicar la representatividad de los datos

1.5. Funciones de distribución de probabilidad (FDP)

Las FDP describen la probabilidad relativa que una variable aleatoria obtenga un valor particular en lugar de tomar otros valores (Whitman, 1984). Las variables aleatorias pueden ser definidas como los parámetros que tienen importancia en el análisis y poseen alguna incertidumbre significativa (Kamien, 1997). La función de densidad de probabilidad también puede ser descrita como la función de distribución acumulativa, la cual se refiere a la probabilidad que la variable aleatoria obtenga un valor menor o igual que cualquier valor seleccionado (Whitman, 1984). La representación de estas dos funciones se muestra en la Figura 1- 3:

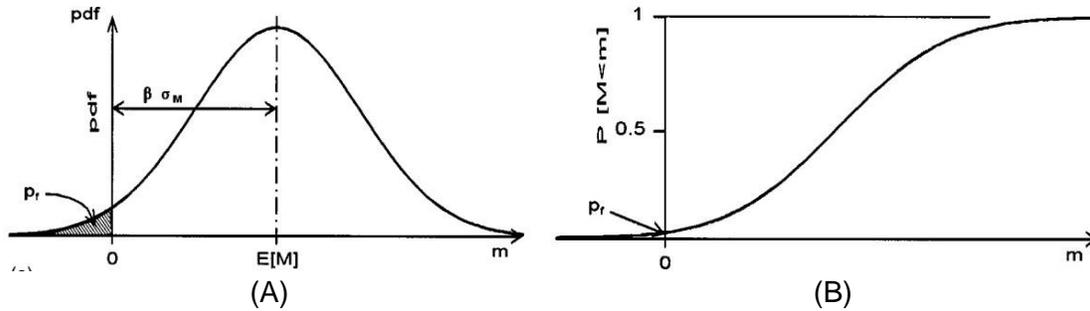


Figura 1-3. A) Función de densidad de probabilidad. B) Función de distribución acumulada. (Christian, 2004).

Para una muestra espacial, como en el caso de las propiedades de los suelos, no tiene sentido hablar de una única probabilidad de suceso debido a la cantidad de datos que conforman la función de probabilidad, por lo que surge el concepto de función de densidad de distribución (Christian & Baecher, 2003).

La densidad de la muestra espacial se establece como el área bajo la curva de la función de densidad de probabilidad, la cual es definida por medio de una integral como la que se muestra en la ecuación (12) (Hurtado & Barbat, 1998).

$$P(A) = \int_A f_x(x) dx \quad (12)$$

Las FDP en geotecnia se utilizan con el fin de determinar el comportamiento mecánico e hidráulico basado en la variabilidad de las propiedades. Comúnmente, la determinación de estas funciones no tiene en cuenta la interpolación espacial de los datos, asumiendo que representan mantos uniformes de suelo con características índices muy similares. Las FDP utilizadas en los diseños por confiabilidad, escenifican las probabilidades de sucesos de aquellas propiedades del suelo que son susceptibles a sufrir grandes alteraciones y cuyo comportamiento solo puede ser descrito mediante análisis estadísticos inductivos (Christian & Baecher, 2003).

Dependiendo de la tipología y la cantidad de los datos, puede ser complejo definir la función de probabilidad de la variable y por lo tanto la solución de la FDP. En consecuencia, en los últimos años han surgido distintos programas estadísticos como R®, Statgraphics®, @Risk®, entre otros, los cuales, apoyados en modelos matemáticos y de iteración, permiten definir de manera acertada estas funciones.

Para este trabajo se utilizó el software @Risk debido al acoplamiento con las hojas de cálculo de Microsoft Excel y la facilidad en la manipulación y control de los datos geotécnicos.

1.6. Método de Monte Carlo

El método de Monte Carlo es un modelo matemático probabilístico que permite determinar la función de densidad de una variable dependiente por medio de la generación de números aleatorios que representan las variables independientes, las cuales a su vez explican a la variable dependiente. Las simulaciones de Monte Carlo son reconocidas por ser el método más exacto para todos los cálculos que requieren el conocimiento de la distribución de probabilidad de las respuestas de sistemas inciertos sobre los datos de entrada con incertidumbre (Hurtado & Barbat, 1998). La principal aplicación de este método es la aproximación de la función de probabilidad para una o más variables aleatorias. Además, ha sido aplicado para el análisis de la incertidumbre en múltiples problemas de ingeniería geotécnica (Davidovi et al., 2010; Fenton et al., 2004; Fenton & Griffiths, 2003; Liu & Cheng, 2016).

En los modelos probabilísticos de Monte Carlo, a partir de datos de entrada de las distribuciones de probabilidad estadística de las variables independientes, se crean valores de estas variables por medio de un generador de números aleatorios para arrojar como datos de salida valores de la variable dependiente que se calculan a partir de los valores aleatorios de las distribuciones de probabilidad de las variables independientes (Faulín & Juan, 2005).

Este proceso al repetirse un número considerable de veces produce la distribución de probabilidad en forma y magnitud de la variable dependiente, a partir de la cual se puede calcular sus parámetros estadísticos como la varianza, la media, las probabilidades acumuladas, entre otras (Augusto Hidalgo Montoya & Pacheco de Assis, 2011; Faulín & Juan, 2005).

1.7. Criterio de información Bayesiano (BIC)

El modelo de información bayesiano (BIC –por sus siglas en inglés–) es un criterio de uso frecuente para la selección de modelos de un conjunto de datos disponible,

utilizado para validar el ajuste que clasifica las distribuciones de probabilidad con base al número de parámetros o argumentos que la definen. Este método consiste en revisar y refinar continuamente los datos disponibles a medida que estos aumentan, siendo la base del método el teorema de la probabilidad condicional (Alexander, 2000). En análisis por confiabilidad, el BIC ha sido utilizado para ajustar el histograma de los parámetros geotécnicos resultantes de las simulaciones por medio de Monte Carlo a funciones de distribución teóricas (Li et al., 2016; Li & Tang, 2014; Zhang et al., 2014).

1.8. Análisis por confiabilidad

Los análisis por confiabilidad ofrecen un enfoque más racional para la cuantificación del riesgo en el diseño, comparado con los análisis deterministas por medio de la evaluación de incertidumbre de los parámetros de entrada (Christian & Baecher, 2003; Langford & Diederichs, 2011). Más aún, los análisis por confiabilidad proporcionan una forma lógica para la elección de factores de seguridad adecuados según el grado de incertidumbre y consecuencias de falla (Al-Zoubi, 2015).

La confiabilidad se define como la probabilidad que tiene un sistema o una estructura con el objetivo que desempeñe la función para la cual fue concebida, en otras palabras, la probabilidad del evento opuesto a la falla (Crespo, 2002). Matemáticamente se puede expresar la confiabilidad como se define en la ecuación (13) (Kamien, 1997):

$$C = 1 - p_f \quad (13)$$

Donde:

C: Confiabilidad

p_f : Probabilidad de falla

La probabilidad de falla no expresa la ocurrencia de un evento catastrófico; por el contrario, es una medida del nivel de incertidumbre que se produce al relacionar el desempeño estructural esperado y el calculado para ciertas condiciones de diseño de muros de contención (Duncan, 2000).

De acuerdo con Fenton, (1997) los diseños basados en confiabilidad consisten en las siguientes etapas: 1) Seleccionar una probabilidad de falla adecuada considerando costos, consecuencias de la falla, juicio de ingeniería, política y experiencia; 2) Calcular el índice de confiabilidad para lograr la probabilidad escogida; 3) Encontrar la resistencia media necesaria para lograr el índice de confiabilidad calculado.

En análisis por confiabilidad, si se hace uso de correlaciones o datos definidos a partir de la experiencia, los coeficientes de variación serán más grandes en relación con los casos donde se utilizan mediciones directas para la resolución de problemas (Low & Phoon, 2015). Si no se dispone de un número significativo de ensayos, es posible utilizar valores de coeficientes de variación estimados a partir de valores típicos que muestran poca sensibilidad espacial y temporal (Phoon, 2008). (Ver Tabla 1- 2).

1.8.1. Índice de confiabilidad.

El índice de confiabilidad β , puede interpretarse como la contraparte del factor de seguridad en análisis de probabilidad, el cual está definido por la siguiente expresión (Crespo, 2002):

$$\beta = \frac{E[R - Q]}{\sigma[R - Q]} \quad (14)$$

Donde:

R: Resistencia de una estructura bajo una cierta carga o efecto

Q: Carga o efecto sobre la estructura

σ : Desviación estándar de la diferencia de R-Q

E: Valor esperado o promedio

Considerando que la resistencia y las cargas actuantes en una estructura no son valores determinísticos y pueden ser estimadas por funciones de densidad de probabilidad, como las que se muestran en la Figura 1- 4, se define el margen de seguridad (MS) como la diferencia entre la resistencia y las cargas actuantes de acuerdo con Christian & Baecher, (2003):

$$MS = R - Q \quad (15)$$

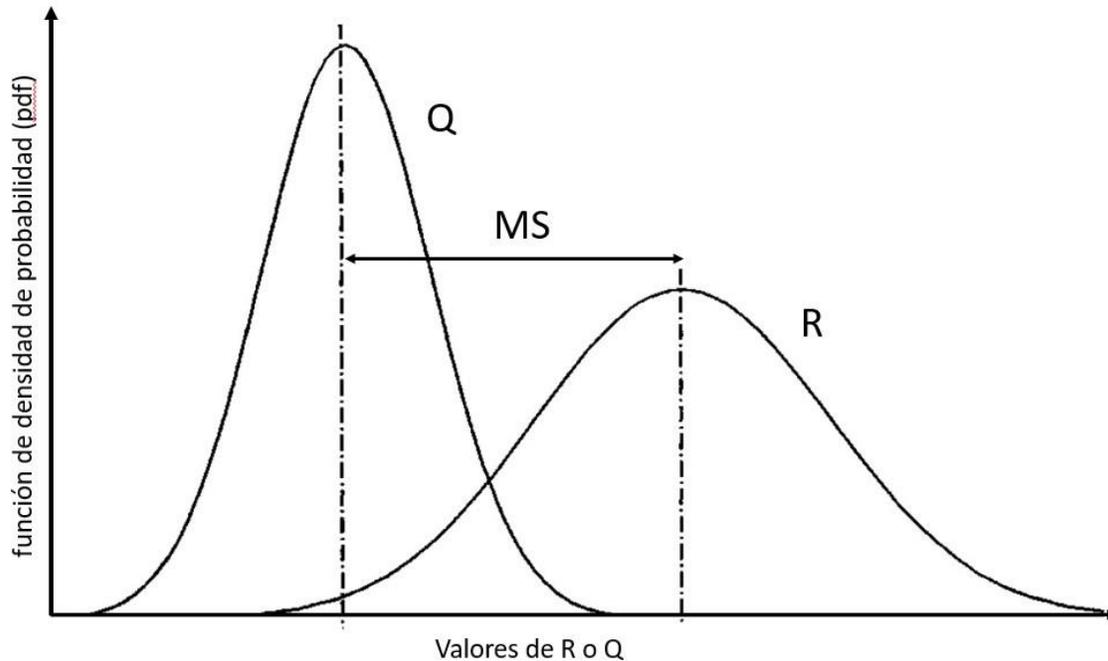


Figura 1- 4. Incertidumbre en las cargas Q y la resistencia R (Modificada de Christian, 2004)

El índice de confiabilidad β se puede entender como la distancia desde el valor crítico del MS ($MS=0$) hasta su valor medio, en términos de su desviación estándar, como se ilustra en la figura anterior.

1.8.2. Probabilidad de falla en diseño de muros de contención

El uso de probabilidades de fallas definidas por la USACE, (1997) para su aplicación en los diseños por confiabilidad de terraplenes ha sido extendido al análisis de muros de contención (Li et al., 2016; Wang et al., 2016). La literatura estudiada revela el uso de probabilidades de falla del orden de $pf=0.001$ con el fin de obtener un nivel de desempeño esperado clasificado como “por encima del promedio” – siendo este un nivel relevante de confiabilidad– permitiendo así definir niveles de aceptabilidad de riesgos basados en la pérdida de vidas humanas y costos de infraestructura (Christian & Baecher, 2003). En la Tabla 1- 3 se muestra la relación entre probabilidad de falla e índice de confiabilidad con el nivel de desempeño esperado.

Tabla 1- 3. Relación entre la probabilidad de falla y el índice de confiabilidad (USACE, 1997)

Probabilidad de falla (pf)	Índice de confiabilidad (β)	Nivel de desempeño esperado
0,16	1	Peligroso
0,07	1,5	Insatisfactorio
0,023	2	Pobre
0,006	2,5	Debajo del promedio
0,001	3	Encima del promedio
0,00003	4	Bueno
0,0000003	5	Alto

La probabilidad de falla también puede entenderse como la probabilidad de un desempeño insatisfactorio, es decir, que el valor de la función de rendimiento se acerque o esté por debajo del estado límite, o la probabilidad de que ocurra un evento contemplado en el diseño. Es decir, la función de rendimiento se utiliza para evaluar la desviación entre el desempeño real y el desempeño mínimo aceptable del sistema en un análisis por confiabilidad.

Por ejemplo, si la función de rendimiento o desempeño (Ecuación 16) definida en términos de inestabilidad por volcamiento de un muro de contención indica una probabilidad de 0.16, entonces significa que 160 casos de cada 1000 resultarán en perjuicios para la seguridad y estabilidad general del muro, si el factor de seguridad obtenido está por debajo del factor de seguridad admisible definido por los códigos de diseño, que para el caso de la NSR-10 el factor de seguridad admisible por deslizamiento es de 1.6 ($FS_{adm}=1.6$). (Ver Tabla 1- 4)

1.9. Factores de Seguridad

Para realizar estimativos de la confiabilidad, es necesario disponer de una función de estado límite o función de desempeño que delimite un dominio seguro de uno no seguro; en ingeniería geotecnia se aplica normalmente por medio de factores de seguridad (Prada et al., 2011). El factor de seguridad, desde un punto de vista determinístico, se define como el cociente entre el valor admisible de una cantidad y el valor calculado, o en el caso de las estructuras, se define como la relación entre la resistencia y las fuerzas o efectos para una condición de estabilidad determinada, que en el caso de estructuras de contención pueden ser deslizamiento, capacidad

portante, estabilidad local (volcamiento) y/o estabilidad general (falla del fondo de suelo sobre el cual se encuentra apoyada la estructura). (Crespo, 2002; Whitman, 1984).

$$FS = \frac{\text{Resistencia del sistema}}{\text{Fuerzas Actuantes}} \quad (16)$$

El problema con los factores de seguridad en los métodos deterministas es que emplean un valor constante FS para capturar la variabilidad de todas las fuentes de incertidumbre (e.g., cargas, modelo, aparatos de medida), además, es utilizado para distintas condiciones de frontera y de variabilidad; por lo tanto, su uso lleva a una incertidumbre porque es posible que no provea cobertura frente a todas las condiciones que pueden presentarse en la naturaleza, incluyendo eventos de baja probabilidad (Fenton et al., 2016).

A través de la experiencia se ha optado por utilizar valores de factores de seguridad de acuerdo con la aplicación, por ejemplo para problemas de capacidad de carga, la mayoría de los ingenieros geotecnistas utilizan un factor de seguridad entre 2.5 y 3.0, lo que puede resultar en factores inapropiados en algunos casos (Duncan, 2000). Para efecto del diseño y la comprobación de la estabilidad de estructuras de contención, la norma sismorresistente colombiana NSR-10 especifica los factores de seguridad mínimos para una condición estática, los cuales se muestran en la Tabla 1- 4. :

Tabla 1- 4. Factores de seguridad en muros de contención de la NSR-10

Condición	Estático
Deslizamiento	1.6
Volcamiento: el que resulte más crítico de: Momento resistente/momento actuante Excentricidad en el sentido del momento (e/B)	≥3 ≤1/6
Capacidad portante	3

Por otro lado, el código internacional para la construcción IBC, (2009) expone que los muros de contención se deben diseñar para resistir la acción lateral del suelo a fin de producir deslizamientos y vuelcos con un factor de seguridad mínimo de 1.5,

cada uno. Igualmente, autores como Bowles (1988) y Das (2001), recomiendan estos mismos factores de seguridad con capacidad portante mayor a 3.

1.10. Predimensionamiento de muros de contención en voladizo

En el diseño de muros de contención se deben suponer inicialmente algunas de sus dimensiones para verificar las secciones de prueba para la estabilidad. En el predimensionamiento de los muros de contención en voladizo, analizados en este trabajo, se utilizaron los valores que se muestran en la Tabla 1- 5.

Tabla 1- 5. Predimensionamiento de muros de contención en voladizo

Dimensión	Símbolo	Valor	Referencia
Base	B	$0.6 H$	Clayton et al. 2014
Espesor de la base	e_B	$0.1 H$	Clayton et al. 2014
Longitud de la punta	L_p	$0.1 H$	(Das, 2001)
Longitud del talón	L_t	$B - L_p - e_v$	-
Espesor inferior del vástago	e_v	$0.1 H$	(Das, 2001)
Pendiente de espaldón del muro	m	-	-
Profundidad de desplante	D_f	e_B	-

En la Figura 1- 5 se ilustran cada una de las partes de un muro de contención en voladizo para el predimensionamiento.

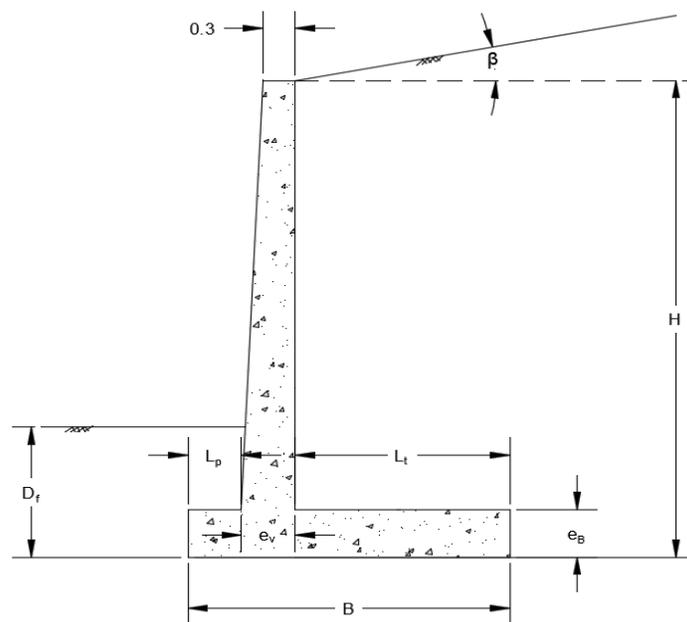


Figura 1- 5. Predimensionamiento de los muros de contención en voladizo (Elaboración propia).

1.11. Distribución de la presión lateral de tierra en muros de contención.

La distribución de la presión lateral de tierra en un muro de contención varía de acuerdo con el tipo de suelo retenido y la condición a la que este se vea sometido. Las distribuciones por analizar en este trabajo de investigación son:

- Presión activa para un suelo fino granular
- Presión activa para un suelo grueso granular
- Presión pasiva en un suelo fino granular
- Presión pasiva en un suelo grueso granular

Estas distribuciones y las ecuaciones para el cálculo de cada una de ellas se enumeran a continuación.

1.11.1. Presión activa para suelos fino granulares

La distribución de la presión lateral activa en un muro de contención en voladizo (MV) con un suelo de relleno fino granular, la superficie del suelo inclinada ($\beta > 0^\circ$) y con presencia de nivel freático se muestra en la Figura 1- 6.

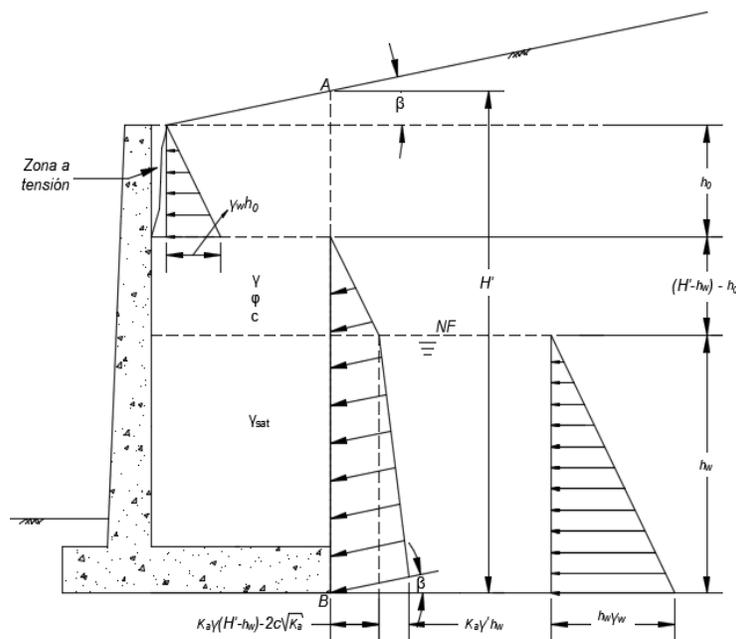


Figura 1- 6. Distribución de la presión lateral activa de tierra en un MV con NF y superficie inclinada del suelo cohesivo de relleno. (Elaboración propia)

De acuerdo con el diagrama de la figura anterior, la presión activa se calcula como:

$$P_a = \frac{1}{2} \gamma_w h_0^2 + \frac{1}{2} (H' - h_w - h_0) [(K_a \gamma (H' - h_w)) - (2c \sqrt{K_a})] + h_w [(K_a \gamma (H' - h_w)) - (2c \sqrt{K_a})] + \frac{1}{2} (K_a \gamma' + \gamma_w) h_w^2 \quad (17)$$

Donde:

H' : altura desde el punto A al punto B

γ : peso unitario del suelo

γ_w : peso unitario del agua

$\gamma' = \gamma_{sat} - \gamma_w$: peso sumergido

h_w : altura del nivel freático

h_0 : altura de la zona a tensión

c : cohesión del suelo

K_a : coeficiente de presión activa

La ecuación (17) se utiliza para calcular la presión activa que actúa en un muro de contención cuando se utilizan los parámetros mixtos de los suelos analizados en este trabajo (*ver sección 1.19*). Además, en esta ecuación, se considera que la grieta generada en la zona a tensión del suelo está llena de agua, por lo que se genera una presión hidrostática adicional en el muro, aparte de la presión ocasionada por el NF.

1.11.2. Presión activa en suelos grueso granulares

En el caso de un muro de contención reteniendo un suelo granular, con la superficie inclinada y presencia del NF, la distribución de la presión lateral activa se representa como se muestra en la Figura 1- 7.

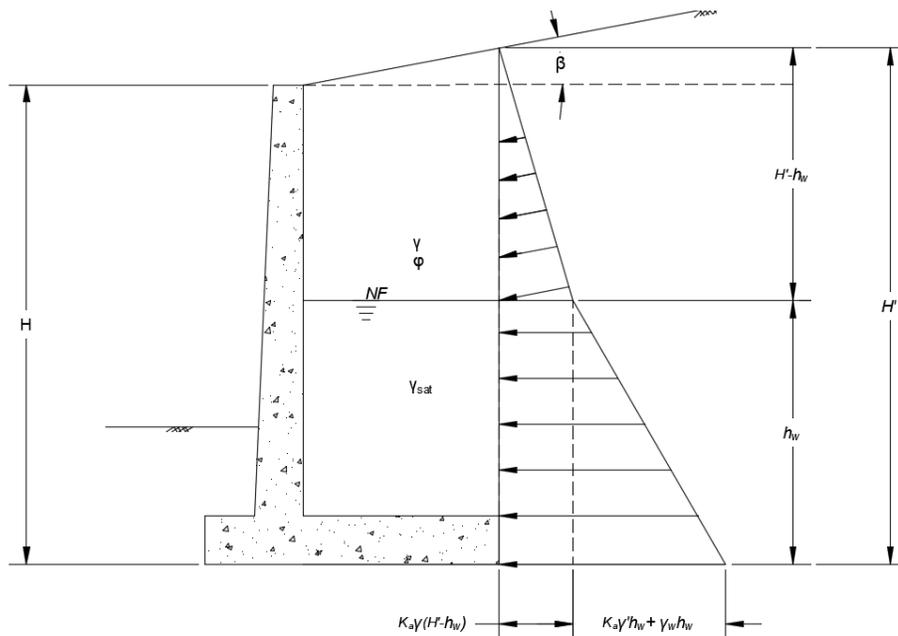


Figura 1- 7. Distribución de la presión lateral activa de un suelo no cohesivo con la superficie inclinada y con presencia de NF (Elaboración propia)

$$P_a = \frac{1}{2} K_a \gamma (H' - h_w)^2 + [K_a \gamma (H' - h_w)] h_w + \frac{1}{2} h_w^2 (\gamma' K_a + \gamma_w) \quad (18)$$

La anterior ecuación se utiliza para calcular la presión lateral activa que ejerce el flujo de lodos y el suelo residual cuando se utilizan los parámetros equivalentes.

1.11.3. Presión pasiva en suelos fino granulares.

La distribución de la presión lateral pasiva en un muro de contención con un suelo de relleno cohesivo y con presencia de nivel freático se muestra en la Figura 1- 8.

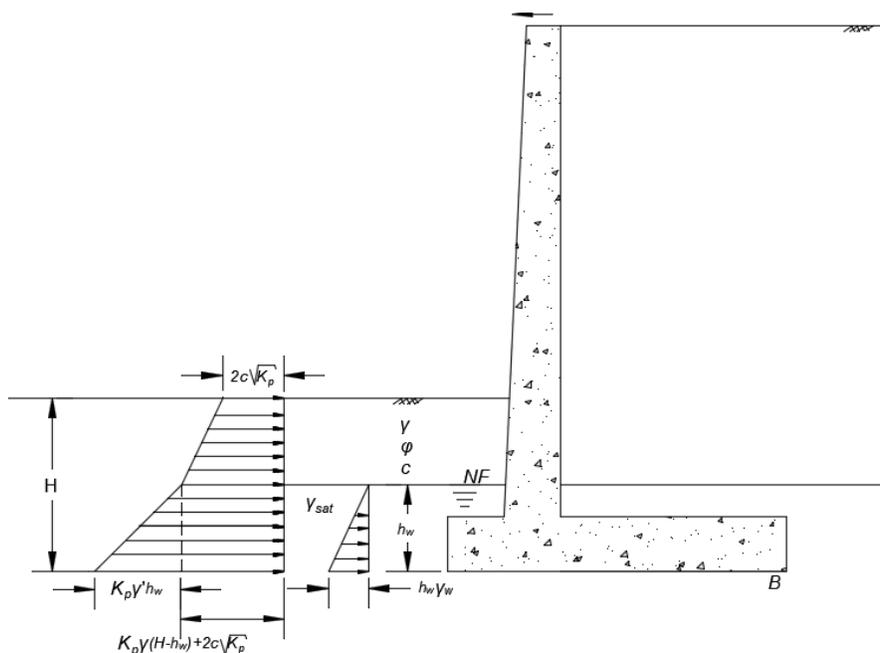


Figura 1- 8. Distribución de la presión lateral pasiva de tierra para un suelo cohesivo en un muro de contención con presencia de NF (elaboración propia).

De acuerdo con la distribución del esfuerzo horizontal pasivo mostrado en la figura anterior, la presión pasiva en suelos granulares se calcula como:

$$P_p = \frac{1}{2} K_p \gamma (H - h_w)^2 + \frac{1}{2} h_w^2 (K_p \gamma' + \gamma_w) + H 2c \sqrt{K_p} \quad (19)$$

A diferencia del caso activo, la cohesión del suelo aumenta la presión pasiva que se ejerce sobre el muro de contención, donde la presión debido a la cohesión es uniforme e igual a $2c \sqrt{K_p} H$. La presión pasiva suele desarrollarse entre el 50% y 75% de su valor máximo, el valor elegido depende del código o manual de diseño LRFD usado. Para la metodología de esfuerzos admisibles (ASD) se asume que la presión pasiva se desarrolla por completo.

1.11.4. Presión pasiva en suelos granulares.

La distribución de la presión lateral pasiva en un muro de contención para un suelo grueso granular y considerando el NF se representa en la Figura 1- 9.

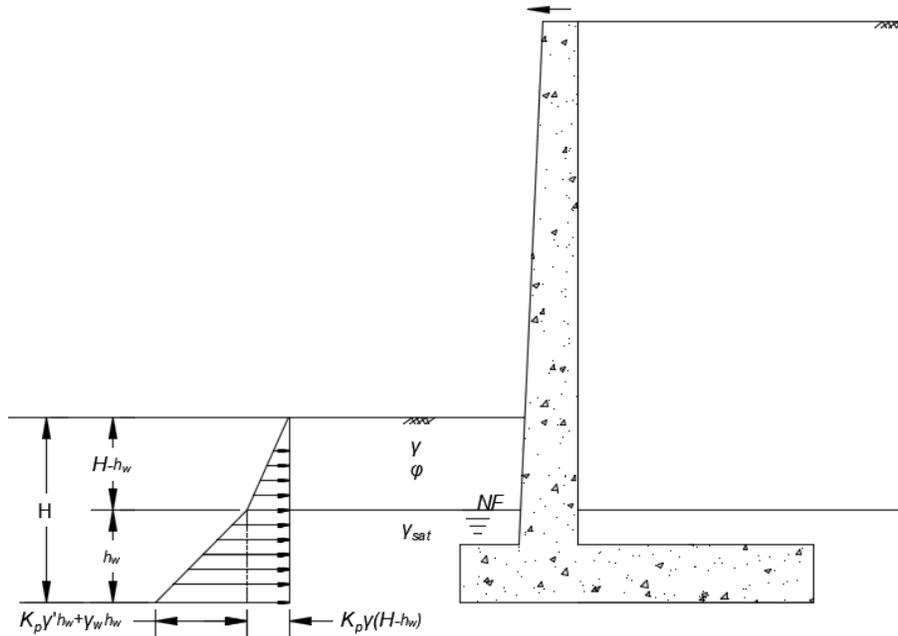


Figura 1- 9. Distribución de la presión lateral pasiva de un suelo no cohesionado con presencia de NF (elaboración propia).

La ecuación (36) se utiliza para calcular la presión lateral pasiva cuando se usan los PE del suelo residual y el flujo de lodos.

$$P_p = \frac{1}{2} (H' - h_w)^2 K_p \gamma + K_p \gamma (H' - h_w) h_w + \frac{1}{2} (\gamma' K_p + \gamma_w) h_w^2 \quad (20)$$

1.12. Estabilidad en muros de contención

Para comprobar la estabilidad en un muro de contención se realizan comúnmente las siguientes verificaciones (Becker & Moore, 2006):

- *Vuelco o volcamiento sobre la punta del muro:* si la presión de tierra detrás del muro de contención es suficientemente grande para volcar el peso muerto del muro –incluyendo cualquier relleno sobre la base- y cualquier resistencia pasiva en la cara posterior, este puede volcarse o girar como un todo.
- *Deslizamiento a largo de la base:* si la presión de tierra detrás del muro de contención es lo suficientemente grande como para superar la resistencia a la

fricción sobre su base, además de cualquier resistencia pasiva en la cara posterior del muro, este puede deslizarse a lo largo de su base como un todo.

- *Capacidad de carga o capacidad portante:* la capacidad portante del suelo de fundación debe ser suficiente para resistir la distribución del momento de volcamiento y las cargas impuestas por la gravedad sobre la base del muro. La falla progresiva de la capacidad de carga del suelo puede provocar un desplazamiento en el centro de gravedad, además de la rotación del muro y la posterior inestabilidad al vuelco.
- *Asentamientos:* aunque la capacidad portante bajo el muro sea adecuada, asentamientos excesivos bajo las áreas más altamente cargadas de la base también pueden conducir a la inestabilidad por volcamiento.
- *Estabilidad general o global del muro:* la estabilidad general de la estructura de contención y el suelo alrededor se debe cumplir, o el muro y el suelo retenido pueden fallar como un todo. La superficie de falla puede pasar detrás del suelo de relleno del muro y debajo de su base, ocurriendo un movimiento o desplazamiento de la masa del suelo. Aunque el muro en sí puede estar diseñado adecuadamente para resistir las presiones laterales de tierra, si el cambio en los niveles de esfuerzos en la zona aledaña al muro excede la resistencia al corte de la masa del suelo, el muro no se mantendrá estable.

Nota: *En este trabajo de investigación los cálculos de estabilidad para muros de contención en voladizo se realizaron para los primeros tres modos de falla enunciados: falla por deslizamiento a lo largo de la base, falla por volcamiento y falla por capacidad portante en el suelo de cimentación debajo de la base del muro de contención.*

Las fuerzas que actúan en un muro de contención en voladizo para un suelo de relleno cohesivo y un suelo de relleno granular se muestran en la Figura 1- 10 y en la Figura 1- 11, respectivamente.

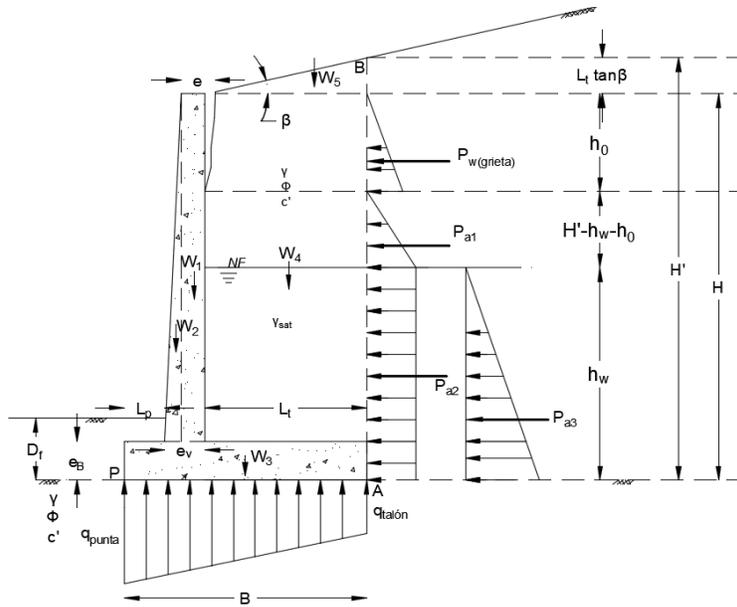


Figura 1- 10. Fuerzas que actúan en un muro de contención que retiene un suelo fino granular con presencia de NF (Elaboración propia).

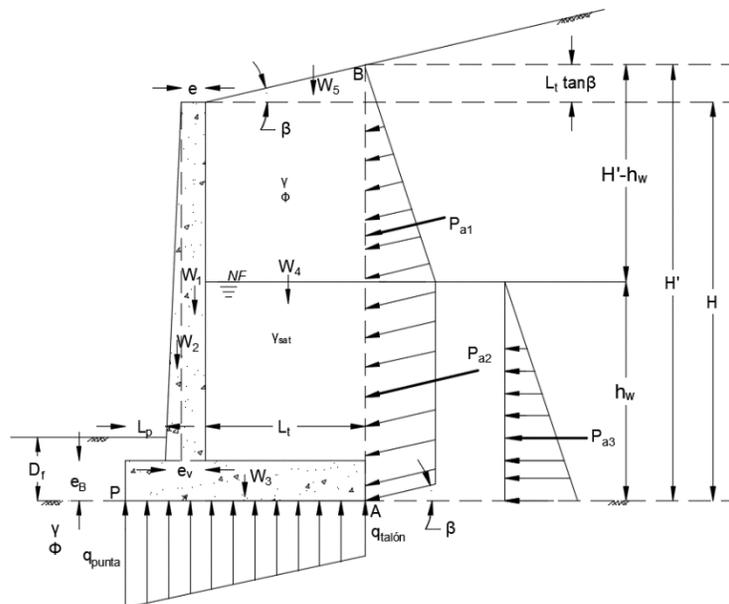


Figura 1- 11. Fuerzas que actúan en un muro de contención en voladizo que retiene un suelo grueso granular con presencia de NF (Elaboración propia).

Para el caso en que el suelo retenido por el muro de contención se utilice los parámetros mixtos de los suelos de estudio (suelos con cohesión), y se tenga presencia del nivel freático se tiene:

$$P_{a1} = \frac{1}{2}(H' - h_0 - h_w)[K_a\gamma(H' - h_w) - 2c\sqrt{K_a}] \quad (21)$$

$$P_{a2} = h_w[K_a\gamma(H' - h_w) - 2c\sqrt{K_a}] \quad (22)$$

$$P_{a3} = \frac{1}{2} h_w^2 (K_a \gamma' + \gamma_w) \quad (23)$$

$$P_{w(grieta)} = \frac{1}{2} h_0^2 \gamma_w \quad (24)$$

Donde:

P_{a1} : Presión lateral activa debido al suelo retenido localizado entre la superficie del muro y el NF

P_{a2} : Presión lateral activa debido al peso unitario del suelo en la zona por debajo del NF

P_{a3} : Presión lateral de la suma del peso unitario boyante (γ') y a la presión hidrostática del NF

$P_{w(grieta)}$: Presión hidrostática ejercida por la presencia de agua en la grieta de la zona a tensión que se desarrolla en el suelo

Cuando se utilicen los parámetros equivalentes (suelo granular) para el cálculo de las fuerzas actuantes en el muro de contención en voladizo (ver Figura 1- 11), las fuerzas P_{a1} y P_{a2} se convierten en:

$$P_{a1} = \frac{1}{2} K_a \gamma (H' - h_w)^2 \quad (25)$$

$$P_{a2} = h_w [K_a \gamma (H' - h_w)] \quad (26)$$

La fuerza P_{a3} es igual al caso anterior, mientras que $P_{w(grieta)}$ desaparece al no existir la zona a tensión que se genera solo en suelos cohesivos.

1.12.1. **Falla por volcamiento**

La falla por volcamiento ocurre cuando la relación entre los momentos que tienden a volcar el muro alrededor de la punta (*punto P en Figura 1- 10 y en Figura 1- 11*) y los momentos que se oponen al volcamiento es menor a uno.

Los momentos que se oponen al volcamiento (M_R), despreciando el peso del suelo por encima de la punta, son:

$$\sum M_R = M_w + M_s \quad (27)$$

Donde M_w es el momento correspondiente al peso del muro, más el peso del suelo por encima del talón calculado a partir de la punta; y M_s es el momento ocasionado por la componente vertical de la presión activa del suelo.

Los momentos que tienden a girar el muro alrededor de la punta (M_o) son los ocasionados por la componente horizontal de la presión activa del suelo, más el momento de volcamiento debido a la presión hidrostática que ejerce el NF y el agua en la grieta de tracción, tal cual se presenta en la siguiente ecuación:

$$\sum M_o = P_{a1} \frac{H - h_0 + 2h_w}{3} + P_{a2} \frac{h_w}{2} + P_{w(grieta)} \left(H - \frac{2}{3} h_0 \right) + P_{a3} \frac{h_w}{3} \quad (28)$$

$$\sum M_o = P_{a1} \cos \beta \frac{H' - h_w}{3} + P_{a2} \frac{h_w}{2} + P_{a3} \frac{h_w}{3} \quad (29)$$

La ecuación (28) se emplea cuando se utilizan parámetros mixtos, mientras que la ecuación (29) define el momento de volcamiento utilizando parámetros equivalentes.

El factor de seguridad contra el volcamiento o vuelco del muro se define entonces como la relación entre los momentos que se oponen al volcamiento, sobre los momentos que tienden a causarlo:

$$FS_{giro} = \frac{\sum M_R}{\sum M_o} \quad (30)$$

1.12.2. **Falla por deslizamiento**

La falla por deslizamiento ocurre cuando la presión lateral o fuerzas motrices que empujan el muro de contención (F_d) son mayores a las fuerzas que se oponen al movimiento sobre la base del muro (F_R). Las fuerzas actuantes horizontales son básicamente las fuerzas laterales ocasionadas por el suelo y las fuerzas hidrostáticas, mientras que las fuerzas resistentes son la fuerza de fricción más el aporte de la cohesión que se desarrollan en la base del muro. Aunque la fuerza pasiva también aporta a las fuerzas resistentes, en muchos casos esta no es considerada para el cálculo del factor de seguridad contra deslizamiento (Das, 2001). Las fuerzas para el cálculo del factor de seguridad contra deslizamiento se definen a continuación:

$$F_R = \sum V \tan \varphi + B \alpha c \quad (31)$$

$$F_d = (P_{a1} + P_{a2}) \cos \beta + P_{a3} + P_{w(grieta)} \quad (32)$$

Donde:

ΣV : Sumatoria del peso del muro, el peso del suelo por encima del muro y la componente vertical de la presión activa del suelo; $a=cw/c$ donde cw es la cohesión aparente.

El factor de seguridad contra el deslizamiento se calcula entonces como la relación entre las fuerzas resistentes y las fuerzas motrices como:

$$FS_{deslizamiento} = \frac{\Sigma F_R}{\Sigma F_d} \quad (33)$$

1.12.3. **Falla por capacidad portante**

La falla por capacidad portante en el suelo debajo de la base de un muro de contención se produce cuando la carga transmitida por la presión ejercida en la base del muro es mayor que la capacidad de carga última del suelo. La capacidad de carga última del suelo se calcula como (Meyerhof, 1963):

$$q_u = cN_cF_{ci}F_{cd} + qN_qF_{qi}F_{qd} + \frac{1}{2}\gamma(B - 2e)N_\gamma F_{\gamma i}F_{\gamma d} \quad (34)$$

Donde:

$q=\gamma D$: Esfuerzo efectivo en la parte inferior de la base del muro de contención

F_{ci} , F_{qi} , $F_{\gamma i}$: Factores de inclinación de carga

F_{cd} , F_{qd} , $F_{\gamma d}$: Factores de profundidad

N_c , N_q , N_γ : Factores de capacidad de carga

B : Base del muro de contención

c : Cohesión del suelo retenido

γ : Peso unitario del suelo retenido

e : Excentricidad de la fuerza resultante, se calcula como:

$$e = \left(\frac{B}{2} - \frac{\Sigma M_R - \Sigma M_o}{\Sigma V} \right) \quad (35)$$

La máxima presión vertical que el muro de contención transmite al suelo se presenta en la punta de la base (ver *Figura 1- 10* y *Figura 1- 11*), la cual se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$q_{max} = q_{punta} = \left[\frac{\Sigma V}{B} \left(1 + \frac{6e}{B} \right) \right] \quad (36)$$

La relación entre la capacidad de carga última y la presión máxima que el muro transmite al suelo de cimentación se define como el factor de seguridad por capacidad portante. Este se expresa como:

$$FS_{cap.portante} = \frac{q_u}{q_{max}} \quad (37)$$

1.13. Software @Risk

@Risk es un programa de la empresa *Palisade Corporation* empleado para realizar análisis de riesgo utilizando simulaciones que permiten mostrar múltiples resultados en un modelo de hoja de cálculo de Excel. El objetivo de dicho programa consiste en indicar el índice de confiabilidad que se produzcan determinados resultados. Con este programa se obtiene la oportunidad de calcular y controlar, de manera matemática y objetiva, gran número de posibles escenarios futuros, según las probabilidades y riesgos asociados a cada uno estos, permitiendo así tener un mayor control del riesgo, y a su vez, tomar una decisión óptima en situaciones de incertidumbre (Palisade, 2009).

Este programa utiliza la simulación de Monte Carlo para el análisis del riesgo, con la creación de modelos de posibles resultados mediante la sustitución de un rango de valores (por medio de una FDP) para cualquier propiedad con incertidumbre inherente, produciendo las funciones de distribución de probabilidad con los valores de los posibles resultados.

Otra característica de este programa consiste en que permite la utilización de un amplio número de funciones de probabilidades discretas y continuas, las cuales son utilizadas para incorporar el factor de incertidumbre en las hojas de cálculo en Excel. Algunas de las funciones que posee el programa son: Normal, Lognormal, Valor Extremo (Ext-Value), Gamma, Weibull, Inv-Gauss, entre otras.

Las funciones de distribución de probabilidad utilizadas en este trabajo para representar la variabilidad de las propiedades geotécnicas de los suelos de estudio son las distribuciones Normal y la Lognormal, tal como en otras investigaciones donde han utilizado estas mismas distribuciones en los diseños por confiabilidad para representar la variabilidad del suelo (Griffiths et al., 2005; Phoon, 2004; Phoon

& Kulhawy, 1999c; Williams et al., 2005). La exactitud con que estas funciones describen las alteraciones continuas que sufren las propiedades del suelo, ha sido ampliamente estudiada, comprobándose que es una característica natural e inherente de los suelos (Phoon, 2008)

1.14. Método de elementos finitos

El método de elementos finitos (FEM) es un método utilizado para obtener aproximaciones a problemas formulados de forma variacional (Carey & Oden, 1983). Este método consiste en discretizar una región compleja que define un medio continuo en formas geométricas simples llamadas elementos finitos. Para cada uno de estos elementos son consideradas las propiedades de los materiales que representan y las relaciones que los gobiernan, expresándose en términos desconocidos en las esquinas de los elementos, buscando con el método dar soluciones en un espacio de dimensión finita (Chandrupatla et al., 2002; Zuazua, 2009).

El FEM es más adecuado para ser aplicado en problemas donde se tenga una geometría irregular, por lo que se divide el dominio de la solución en regiones con formas sencillas (Chapra & Canale, 2012). Para cada uno de los elementos de la discretización es posible desarrollar una solución aproximada de la ecuación diferencial parcial que lo representa, para obtener posteriormente una solución total mediante la unión de las soluciones individuales, de forma que se respeten las fronteras entre los elementos que constituyen la discretización del problema, satisfaciendo la ecuación diferencial parcial por secciones (Chapra & Canale, 2012; Zuazua, 2009).

Los elementos finitos se usan principalmente por su versatilidad para ajustarse a las características de cada problema en particular, siendo esta una de sus principales ventajas, pues permite el uso de mallas no uniformes con elementos de tamaño característico, geometría y orden de aproximación variables. De este modo es posible conseguir la precisión deseada en las diferentes regiones del dominio de integración e incorporar simultáneamente, de modo simple, condiciones de contorno definidas en geometrías complejas (Zienkiewicz et al., 1977).

1.15. Método de elementos finitos aleatorios

En 1992 Fenton y Griffiths combinaron la simulación de campos aleatorios con el método de elementos finitos para producir el método de elementos finitos aleatorios o RFEM –por sus siglas en inglés-. El método se ha utilizado para investigar el comportamiento aleatorio de los suelos en el contexto de una variedad de problemas geotécnicos clásicos, que van desde asentamientos de fundaciones poco profundas, hasta el colapso de pilas de rocas.

El método de elementos finitos aleatorios o RFEM es un método estocástico que contabiliza la aleatoriedad y la correlación espacial de los parámetros del suelo, combinando un análisis de elementos finitos con la teoría de campos aleatorios generados por el método de la subdivisión promedio local (LAS) desarrollada por Fenton & Vanmarcke, (1990) y Griffiths & Fenton, (2007). Además, incorpora en sus análisis numerosas simulaciones por medio del método de Monte Carlo donde por cada realización involucra la misma media, desviación estándar y longitud de correlación espacial, pero para cada una de las simulaciones la distribución espacial de las propiedades cambia, de forma que se obtenga diferentes valores de la variable respuesta (Griffiths et al., 2005).

Para el análisis de la presión de tierra mediante el método de elementos finitos aleatorios, se utiliza un modelo constitutivo elástico-plástico de Mohr-Coulomb, el cual utiliza un algoritmo iterativo para la redistribución de esfuerzos dentro de la masa de suelo, como el descrito por (Smith et al., 2013).

La masa de suelo se discretiza en una malla de elementos cuadrados de ocho (8) nodos, donde a todos los elementos se le asigna una dimensión predeterminada. La condición inicial en la malla, antes de la translación de los nodos, se especifica para que los esfuerzos verticales en todos los elementos sean iguales a la presión de sobrecarga, mientras que los esfuerzos horizontales son calculados a través de la fórmula de (Jaky, 1944), donde $K_0 = 1 - \text{seno } \varphi'$.

Las condiciones de frontera que maneja el modelo son: 1) en el lado derecho de la malla se permiten movimientos verticales, pero no movimientos horizontales; 2) en la base de la malla el movimiento está restringido completamente; 3) en la parte

superior y al lado izquierdo de la malla el movimiento no tiene restricciones, con la excepción que los nodos adyacentes al muro tienen movimientos horizontales preestablecidos; 4) los componentes verticales de los nodos desplazados pueden moverse libremente hacia abajo o hacia arriba, a medida que se movilizan las condiciones activas o pasivas, dependiente si el movimiento horizontal preestablecido en el muro es hacia fuera de la masa del suelo o hacia dentro de esta.

Después del desplazamiento horizontal incremental de los nodos, el algoritmo viscoplástico monitorea los esfuerzos en todos los elementos y los compara con la resistencia al corte de los elementos basado en el criterio de falla de Mohr-Coulomb. Si no se alcanza el criterio de falla, se asume que el elemento permanece en un comportamiento elástico. Este proceso se repite iterativamente hasta que se logre la convergencia de todos los esfuerzos dentro de la malla, de forma que satisfagan el criterio de falla dentro de un margen de tolerancia especificada.

En la convergencia, después de cada incremento de desplazamiento, la fuerza de reacción que se moviliza en el muro se calcula integrando los esfuerzos en los elementos unidos a los nodos desplazados. El análisis de elementos finitos finaliza cuando los desplazamientos incrementales resultan en una fuerza de reacción que alcanza su valor límite, ya sea mínimo o máximo, dependiendo si se está realizando un análisis de presión activa o pasiva.

Una descripción detallada de la configuración del programa y de cada una de las herramientas que posee se describe en los Anexos del Capítulo 5.

1.15.1. Confiabilidad en el cálculo de la presión de tierra con RFEM

El diseño de un muro de contención involucra dos etapas: la primera es la estimación de las propiedades pertinentes del suelo, y la segunda es la predicción de la carga lateral a partir de las propiedades estimadas (Fenton et al., 2004). La confiabilidad del diseño resultante depende de la relación entre la carga lateral predicha, que es la presión lateral calculada a partir de las propiedades estimadas del suelo, y la carga lateral real, aquella que se está ejerciendo sobre el muro. Asumiendo que la resistencia del muro está determinada por la siguiente relación:

$R = F P_h$, donde F es un factor de seguridad y P_h es la presión horizontal de tierra calculada con teorías como la de Rankine o Coulomb, el muro será estable si la carga lateral real P_r es menor que R .

La carga lateral real que se ejerce sobre el muro será inevitablemente diferente a la carga lateral predicha debido a los errores en la estimación de las propiedades y a la variabilidad espacial que se da naturalmente en un suelo, lo cual no es determinada por teorías de presión de tierras clásicas.

La probabilidad de falla de sistemas de contención es definida entonces como la probabilidad que la carga lateral real P_r exceda la carga lateral estimada o la resistencia del muro. Luego la probabilidad de falla p_f se define como:

$$p_f = P [P_r > R] = P [P_r > F P_h] \quad (38)$$

Donde p_f es la probabilidad de falla teórica, que estima el programa por medio de simulaciones de Monte Carlo. La carga lateral “real” (aleatoria) $-P_r-$, se asumirá muy aproximada a la carga calculada del análisis de elementos finitos para cada realización del suelo por el programa de RFEM. Esto quiere decir que, se asume el resultado del análisis de elementos finitos (el cual tiene en cuenta la variabilidad espacial) como una estimación realista de la presión lateral de tierra para una realización dada de las propiedades del suelo (Fenton et al., 2004).

Como se mencionó anteriormente, la carga lateral predicha $-P_r-$, depende de la estimación que se haga de las propiedades del suelo; para ello el programa de RFEM tiene la opción de estimar las propiedades de resistencia del suelo, tales como el peso unitario (γ), el ángulo de fricción (φ') y la cohesión (c'), por medio de una “muestra virtual” tomada en unas coordenadas determinadas que se debe especificar en los análisis. En este caso, muestra virtual significa que las propiedades del suelo serán obtenidas de distintas realizaciones asignadas a la malla de elementos finitos. Específicamente una muestra virtual representa que para una coordenada \tilde{x}_s del punto donde se toma la muestra, las propiedades muestreadas γ , φ' y c' son las obtenidas de cada realización aleatoria del suelo como:

$$\hat{\gamma} = \gamma(\tilde{x}_s) \quad (39)$$

$$\hat{\varphi}' = \varphi'(\tilde{x}_s) \quad (40)$$

$$\hat{c}' = c'(\tilde{x}_s) \quad (41)$$

Luego, a partir de estas propiedades muestreadas, la carga lateral estimada – activas y pasivas– se calculan a partir de las ecuaciones (42) y (43), respectivamente, utilizando el coeficiente de presión lateral de acuerdo con el caso de análisis:

$$P_a = \frac{1}{2} H(\hat{\gamma} H K_a - 2\hat{c}'\sqrt{K_a}) \quad (42)$$

$$P_p = H(0.5\hat{\gamma} H K_p + 2\hat{c}'\sqrt{K_p}) \quad (43)$$

Asimismo, el momento de volcamiento estimado a partir de las presiones calculadas con las anteriores ecuaciones, se calcula como:

$$M_o = \frac{1}{3} H P_a \text{ o } \left[\frac{1}{3} H (0.5\hat{\gamma} H^2 K_p) + \frac{H}{2} (2\hat{c}'\sqrt{K_p}) \right] \quad (44)$$

1.16. Longitud de correlación

La longitud de correlación espacial θ , o la escala de fluctuación, es un indicador conciso de la variabilidad de un dominio altamente correlacionado, la cual representa la distancia (vertical o horizontal) sobre la cual una propiedad del suelo muestra una correlación relativamente fuerte, es decir, la tendencia a permanecer en el mismo lado de la media (local) o la línea de tendencia (Firouziandbandpey et al., 2014; Vanmarcke & Fenton, 2003)

En términos generales, θ es la distancia dentro de la cual dos puntos están significativamente correlacionados (en más de un 10%); por el contrario, dos puntos separados por una distancia mayor que θ no estarán correlacionados (Griffiths & Fenton, 2008).

Matemáticamente, la longitud de correlación θ , es definida como el área debajo la curva de la función de correlación ρ , de la siguiente manera (Vanmarcke, 2010):

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) d\tau = 2 \int_0^{\infty} \rho(\tau) d\tau \quad (45)$$

De acuerdo con Griffiths et, al (2008), la longitud de correlación tiene varios efectos sobre un campo aleatorio: (i) cuando la longitud de correlación es pequeña, el campo tiende a ser “irregular”; (ii) en el límite, cuando $\theta \rightarrow 0$, todos los puntos del campo aleatorio pierden correlación y este se vuelve infinitamente irregular, lo que es físicamente irrealizable; (iii) por el contrario, cuando la longitud de correlación aumenta, el campo se “suaviza”.

En la Figura 1- 12 se muestran dos realizaciones de campo aleatorio; a la izquierda un campo con una longitud de correlación pequeña de $\theta=0.04$, y el segundo (a la derecha) con una longitud de correlación mayor, igual a $\theta=2.0$.

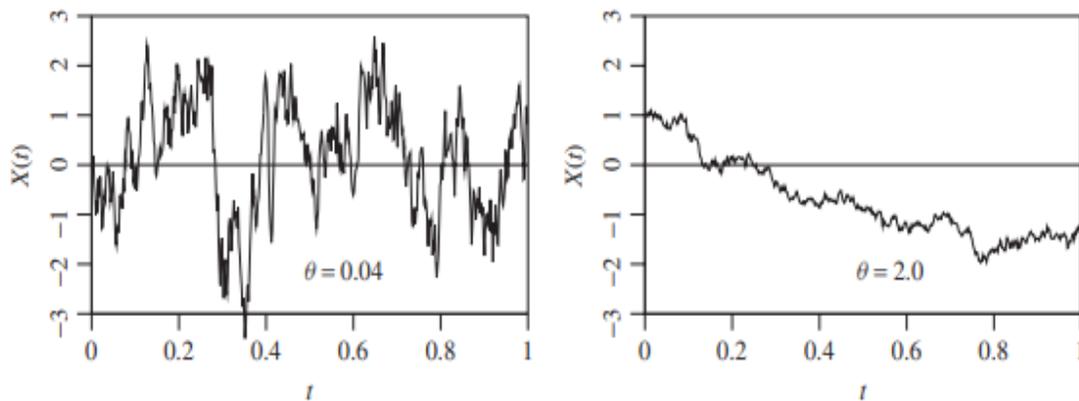


Figura 1- 12. Ejemplos de realización de la variable aleatoria $X(t)$ para dos diferentes longitudes de correlación (Griffiths & Fenton, 2008)

Por otra parte, Cami et al., (2020) proporcionan una tabla de base de datos de escala horizontal y vertical de valores de longitudes de correlación en diferentes ubicaciones y para diferentes materiales, recopilada de estudios de casos publicados que pueden ser usados referencia cuando datos de campo no están disponibles.

1.17. Análisis por confiabilidad en la determinación del empuje lateral de tierra

En los últimos años, diversas investigaciones se han realizado sobre el diseño de muros de contención basados en análisis por confiabilidad (Babu & Basha, 2008; Goh & Kulhawy, 2005; Griffiths et al., 2008; Prada et al., 2011). Sin embargo, la mayoría de estos estudios se han enfocado en evaluar la variabilidad de las

propiedades geotécnicas para el diseño de estructuras de contención, sin considerar la variabilidad e incertidumbre que se puede presentar en el cálculo de las presiones de tierra.

En investigaciones realizadas por (Basheer & Najjar, 1996) y (Chalermyanont & Benson, 2004), los análisis por confiabilidad han sido aplicados para la comprensión de problemas subyacentes a los muros de contención. No obstante, estos estudios no incluyen el efecto de la variabilidad espacial del suelo, por lo que consideran que este es espacialmente uniforme, lo que implica que cada propiedad del suelo está representada por una sola variable aleatoria y en cada punto de la masa del suelo se tiene el mismo valor de la propiedad.

Por el contrario, en investigaciones desarrolladas por Fenton et al., (2004) y Griffiths et al., (2008) sobre el análisis de muros de contención, se ha comprobado que por medio de la aplicación del método de Monte Carlo y el análisis de elementos finitos aleatorios con diferentes coeficientes de variación y longitudes de correlación, la probabilidad de falla del sistema de contención aumenta a medida que el suelo varía cada vez, igualmente, se examina que existe un rango de longitud de correlación para el cual se presentan las mayores probabilidades de falla, observación que puede ser usada para definir un caso conservativo de diseño a través del análisis por confiabilidad. En suma, se observa que los patrones de falla obtenidos por medio de este modelo siguen una ruta que difiere de las teorías tradicionales de empujes de tierra. Estos resultados se muestran en la Figura 1- 13.

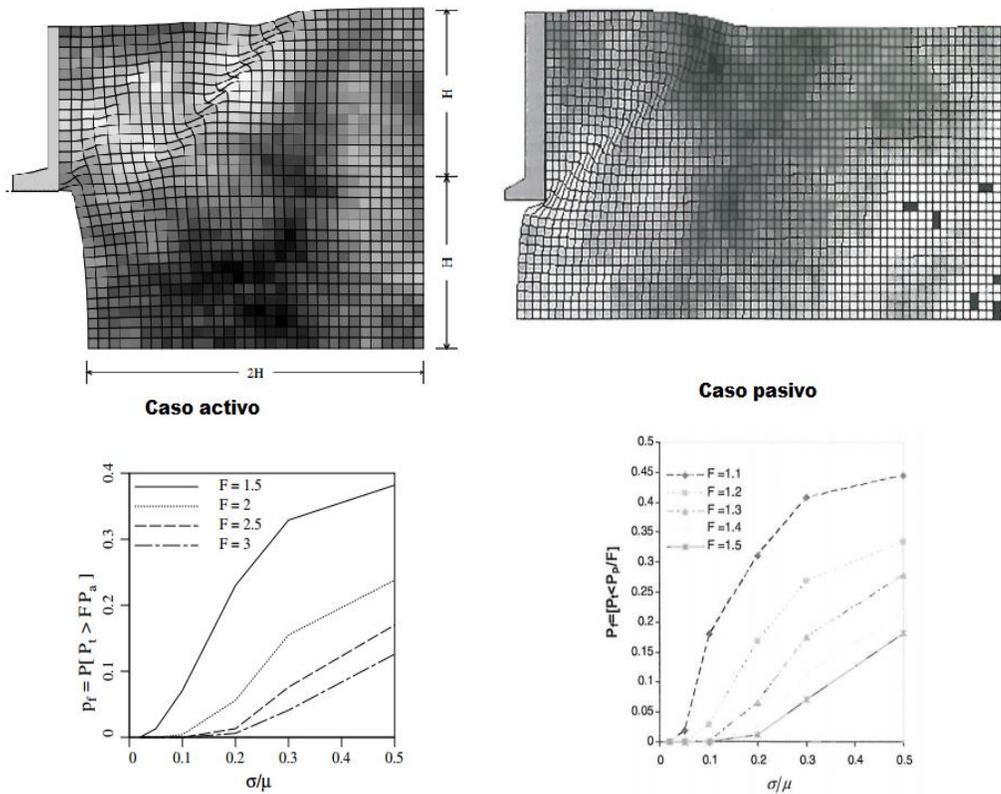


Figura 1- 13. Confiabilidad en la determinación de la probabilidad de falla de los empujes de tierra activos y pasivos por medio del análisis de RFEM. (Fenton et al., 2004; Griffiths et al., 2008).

Otra de las investigaciones en las que se realiza análisis por confiabilidad en la determinación de la estabilidad de un muro de contención es la realizada por (Al-Zoubi, 2015). Estos estudios consisten en sugerir un método de diseño basado en una determinada confiabilidad o probabilidad de falla para la selección de los coeficientes activos y pasivos de presiones laterales de tierra, en las que se consideran variaciones en cuanto a las condiciones sísmicas. Las variaciones de los coeficientes de presión de tierra son evaluadas usando la expansión de la serie de Taylor de primer orden, segundo momento acerca de la media, junto con las variaciones del ángulo de fricción y el ángulo sísmico. Para la evaluación de la confiabilidad de los empujes de tierra se utilizó el concepto de distribución de valores extremos (máximos y mínimos), también, se simplificó la selección de valores de presiones de tierra activa y pasiva mediante el uso de gráficas para rangos relativamente amplios de ángulos de fricción del suelo y el ángulo sísmico.

1.18. Suelos de estudio

El valle de Aburrá se caracteriza por la presencia de varios mantos geológicos dentro de los cuales, en la zona oriental, se encuentra el Stock de San Diego (KgSD) -suelo residual- y el flujo de lodos y/o escombros en la zona del Poblado (NFI, NQFII, QFIII, QFIV) (Viviescas & Osorio, 2015).

Las formaciones geológicas predominantes de la zona Este del Valle de Aburrá se componen principalmente de rocas que corresponden a la Dunita de Medellín y al Batolito Antioqueño que generalmente están cubiertos por depósitos de ladera (Parra & Hidalgo, 2015).

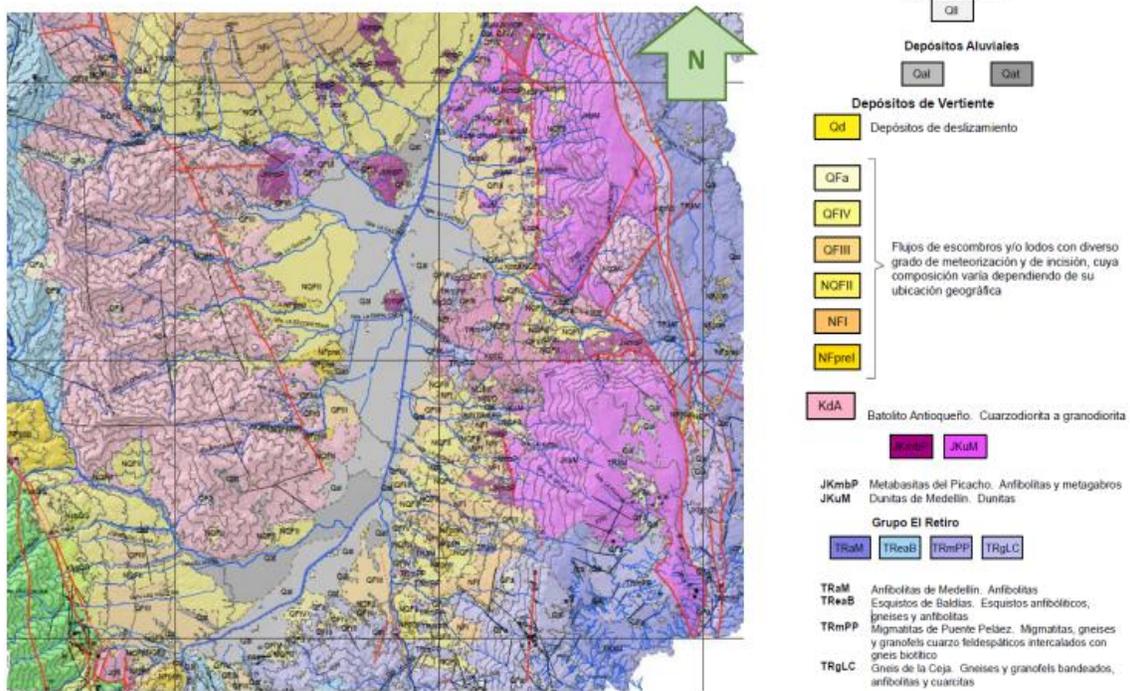


Figura 1- 14. Distribución de unidades geológicas en el Valle de Aburrá (A.M.V.A, 2006)

1.18.1. Flujo de Lodos

La ladera oriental de la ciudad de Medellín, específicamente el barrio El Poblado, es uno de los lugares con mayor crecimiento urbanístico del Área Metropolitana del Valle de Aburrá, zona donde históricamente se han reportado importantes procesos de inestabilidad (Viviescas & Osorio, 2016). El sector se caracteriza por presentar una gran cantidad de edificaciones de diferente altura y área, las cuales deben seguir los lineamientos de la Norma Sismo Resistente Colombiana en la que se

establece que se deben realizar estudios geológicos y geotécnicos (NSR, 2010), los cuales son de acceso público al estar radicados en las curadurías municipales.

Los flujos de lodos de la parte este del Valle de Aburrá pertenecen a una serie de depósitos gravitacionales con una extensión y profundidad variables (Parra & Hidalgo, 2015). Su génesis se encuentra asociada a la desestabilización de las vertientes afectadas por el fracturamiento múltiple sobre estas rocas, además de eventos sísmicos y alta pluviosidad, factores que ayudaron a movilizar los niveles saprolíticos de las rocas hacia la parte inferior de las vertientes. Están constituidos por bloques heterométricos, con un grado de meteorización de moderado a alto, donde se presentan igualmente grados de litificación medios a altos de acuerdo al nivel de meteorización presente (A.M.V.A, 2006).

Estos suelos comúnmente presentan fragmentos de dunita y algunas costras de óxido de hierro. Se caracterizan por ser suelos limo-arcillosos con un alto contenido de humedad, de una plasticidad media a alta y de consistencia baja (Integral et al., 2006).

1.18.2. Suelo residual del Stock de San Diego

El Stock de San Diego está ubicado sobre la ladera oriental de la ciudad de Medellín, sobre el costado norte del barrio el Poblado, sector que se caracteriza por el alto crecimiento urbanístico.

El Stock de Sandiego corresponde a un cuerpo plutónico en un área de unos 6 km², constituidos por rocas ígneas básicas que varían composicionalmente desde dioritas hasta gabros. Mineralógicamente se presentan plagioclasas y hornblenda principalmente, además de algún contenido de olivino y piroxenos. Como rasgos dominantes de esta unidad geológica exhibe un avanzado proceso de meteorización favorecido por las condiciones climáticas y topográficas en las que se encuentra, desarrollando con esto suelos residuales que pueden alcanzar hasta 45 m de espesor, estos suelos son predominantemente limo arcillosos, en tonalidades claras de amarillo y blanco con manchas pardas, variando comúnmente a arenas finas (Viviescas & Osorio, 2016). La alta variabilidad de estos suelos se atribuye a los cambios producidos por los procesos de meteorización.

De acuerdo con su perfil de meteorización, los suelos residuales del stock de San Diego se dividen en dos zonas: zona I y zona II (Deere & Patton, 1971; Integral et al., 2006). En la zona I está un horizonte de un Saprolito con perfil de meteorización IC, el cual comúnmente mantiene material con tamaño limo o arena con una aproximado del 10% de consistencia rocosa y que generalmente mantiene estructuras heredadas de la roca madre. En la zona II existe un horizonte con perfil de meteorización IIA que presenta una transición de suelo residual a roca parcialmente meteorizada, además, es posible que se presente meteorización esferoidal ya que se presentan núcleos de roca entre el 10% y el 90% del manto.

1.19. Parámetros geotécnicos de diseño

El análisis de problemas geotécnicos requiere adoptar un modelo de comportamiento del suelo, el cual es completado con todo lo relevante acerca de sus propiedades que no son conocidas de antemano, por lo que estas deben ser medidas bajo condiciones controladas mediante pruebas de laboratorio o ensayos de campo.

Debido a la complejidad del comportamiento del suelo, correlaciones empíricas son usadas frecuentemente en la determinación de los parámetros del suelo, que mediante resultados de pruebas in-situ, se correlacionan con las propiedades del suelo ya sea mediante estudios de calibración o mediante cálculos retrospectivos de los datos de pruebas de carga a gran escala obtenidos en el campo (Kulhawy & Mayne, 1990). Como una caracterización del suelo exhaustiva requeriría una gran cantidad y un elaborado programa de ensayos de campo y laboratorio, el cual se escapa del alcance de la mayoría presupuestos de proyectos, los ingenieros geotecnistas deben depender de información más limitada sobre el suelo, donde el uso de correlaciones se vuelve más útil.

Para este estudio, se utilizaron los datos publicados por Viviescas & Osorio (2016). Estos recopilaron resultados de múltiples ensayos de campo y de laboratorio para la caracterización de las funciones de distribución de probabilidad (FDP) del ángulo de fricción y la cohesión del suelo residual del Stock de San Diego (KgSD) y del flujo de lodos del sector del Poblado.

En la Tabla 1- 6 se muestra el número de datos recolectados de ensayos de penetración estándar SPT y número de ensayos de laboratorio realizados sobre los suelos de estudio:

Tabla 1- 6. Resultados de campo y laboratorio recolectados para cada geología analizada.

Datos recolectados	Localización - Geología*		
	FL - El Poblado	Res - San Diego	
		SD IC	SD IIA
Proyectos	11	4	
Perforaciones	30	22	22
SPT-N	251	140	218
USCS**	33	29	51
Área analizada (Km ²)	3	1.1	
Humedades	35	29	51
Clasificaciones	33	29	51
Gravedad específica	11	5	7
Corte directo UU	3	2	4
Corte directo CU	4	-	1
Corte directo CD	3	3	2
Triaxial UU	-	2	-
Triaxial CU	1	-	-

*FL: Flujo de lodos, Res: Suelo residual; ** Unified Soil Classification System

Los resultados de las correlaciones aplicadas a los datos de los ensayos de campo SPT se presentan en la Tabla 1- 7 como los parámetros equivalentes de los suelos analizados.

Tabla 1- 7. Parámetros Equivalentes (PE) de los suelos de estudio.

Tipo de suelo	N ₁₍₆₀₎	Correlación utilizada	$\mu\text{-}\Phi_{\text{equiv.}} (^{\circ})$	Desv. Estándar ($^{\circ}$)	FDP
Flujo de Lodos	11	Kulhawy & Mayne	32.9	7.14	Normal
Suelo Residual	11	JNR	32.1	1.54	Normal

Los parámetros equivalentes corresponden a los ángulos de fricción de ambos suelos determinados a partir del reemplazo directo de los resultados de los ensayos de penetración estándar disponibles de las zonas de estudio en distintas correlaciones, para posteriormente realizar el ajuste de la FDP a la distribución de los ángulos obtenidos.

La correlación utilizada para el ajuste de la FDP del $\phi_{\text{equivalente}}$ para el flujo de lodos fue la correlación de Kulhawy & Mayne, (1990). Así mismo, la correlación utilizada

para el ajuste de la FDP del $\phi_{\text{equivalente}}$ para el suelo residual fue la correlación JNR (JSCE, 1984) (Viviescas & Osorio, 2016).

De igual manera, los resultados de los ajustes de las FDP para los ensayos de laboratorio de corte directo se presentan en la Tabla 1- 8 como los parámetros mixtos de los suelos analizados.

Tabla 1- 8. Parámetros Mixtos (PM) de los suelos de estudio.

Parámetro	Flujo de Lodos			Suelo Residual		
	μ	Desv. Estándar	FDP	μ	Desv. Estándar	FDP
ϕ (°)	25	2	Normal	24	3.8	Normal
c (kPa)	17	3	Normal	6	9	Log-normal

Por otra parte, en un estudio realizado por (Parra & Hidalgo, 2015), sobre la evaluación de los parámetros de la resistencia al corte de algunas formaciones de suelos del oriente de Medellín, al efectuar un análisis estadístico de los resultados de 193 ensayos de corte directo sobre muestras inalteradas tomadas en los suelos de la parte oriental de Medellín, encontraron que el parámetro de mayor variabilidad fue la cohesión, con un coeficiente de variación de aproximadamente 52% para los depósitos de laderas, mientras que para los suelos residuales provenientes de la dunita de Medellín, la cohesión presentó un coeficiente de variación alrededor del 71%. Además, de acuerdo con los resultados publicados, el peso unitario seco y el peso unitario húmedo para los suelos caracterizados en esta zona, se ajustaron a una distribución de probabilidad normal, mientras que la cohesión y el ángulo de fricción presentaron mayor dispersión en los datos.

Además, según Parra & Hidalgo, (2015), en los suelos de depósitos de ladera y los suelos residuales, el comportamiento mecánico referente a los parámetros de peso unitario y al ángulo de fricción es similar puesto que presentan promedios parecidos en ambas formaciones, a diferencia del parámetro de la cohesión, el cual es significativamente diferente entre ambos suelos. Igualmente, con relación a los ensayos, la cohesión difiere a las presentadas en la literatura para este tipo de suelos.

CAPÍTULO 2: FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD DE LOS COEFICIENTES DE EMPUJE DE LOS SUELOS DE ESTUDIO

En el capítulo dos se presentan las funciones de distribución de probabilidad teóricas (FDP) de mejor ajuste para los coeficientes de empuje activo y pasivo del suelo residual y el flujo de lodos del Poblado, empleando los parámetros mixtos y parámetros equivalentes expuestos en la sección 1.19.

2.1. Metodología

Para determinar las funciones de distribución de probabilidad (FDP) de los coeficientes de presión lateral de Rankine y Coulomb, se ejecutaron mil (1000) simulaciones de Monte Carlo por medio del programa @Risk (*ver sección 1.13*), aplicando las ecuaciones (5) y (6), respectivamente, y utilizando las variables aleatorias de los suelos de estudio que se definieron en la Tabla 1- 7 y en la Tabla 1- 8. Las variables aleatorias utilizadas son el ángulo de fricción obtenido de los ensayos de corte directo (ϕ') y el ángulo de fricción equivalente a las correlaciones aplicadas a los resultados obtenidos mediante el SPT (ϕ_{equiv}). Además, en la determinación de los coeficientes de presión activa (K_a), se evalúa la variación del ángulo de inclinación del lleno (β) con valores entre 0 y 20° para ambos suelos. Los resultados de la variación de los K_a con el cambio de la inclinación del lleno se adjuntan en la primera parte de los Anexos del Capítulo 2.

Para el caso de los coeficientes de presión lateral de Coulomb, el ángulo δ se determinó igual al ángulo de fricción del suelo ($\delta=\phi$), ya que la presión lateral en los muros de contención en voladizo considerados en este trabajo, se evaluó en una interfaz suelo-suelo, a través de la línea definida por los puntos A y B, tal como se muestra en la Figura 1- 10 y en la Figura 1- 11.

Adicionalmente, aparte del cálculo de las FDP de los coeficientes de presión lateral de Coulomb y Rankine, se utilizó la ecuación de Mazindrani (*ver sección 1.2.5*) para el cálculo de los coeficientes activos y pasivos de los suelos con parámetros mixtos. Sin embargo, estos resultados no se recopilan en esta sección, ya que estos coeficientes están en función de la altura de la masa de suelo retenida (*ver Ecuación (8)*), por lo que es necesario definir una FDP para cada una de las diferentes alturas

de la estructura de contención analizadas (muros desde 1 hasta 10m de altura). Las FDP de los coeficientes de Mazindrani para algunas de las alturas más representativas se presentan en los Anexos del Capítulo 2, al igual que un análisis de sensibilidad de la influencia de las variables aleatorias de entrada (ϕ y c) en el cálculo.

Para cada uno de los casos evaluados, se recopilaron los resultados obtenidos de las mil (1000) simulaciones de Monte Carlo, así como el ajuste de la función de distribución de probabilidad teórica para los coeficientes de presión lateral mediante el criterio de información Bayesiano (BIC). Asimismo, se presenta un gráfico Q-Q (cuantil - cuantil), para determinar las diferencias entre la distribución de datos del histograma de frecuencias obtenidos y la FDP ajustada. Adicionalmente, se registran los parámetros estadísticos de los resultados.

2.1. Resultados

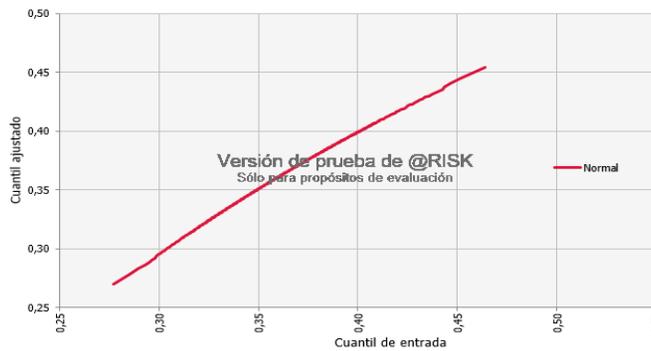
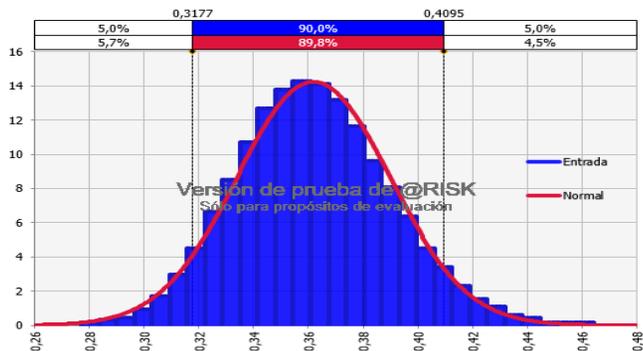
2.1.1. Flujo de Lodos

En la Tabla 2- 1 y Tabla 2- 2, se presentan los resultados del ajuste de la FDP de los coeficientes activos y pasivos de Coulomb y Rankine para el flujo de lodos con una superficie del lleno horizontal ($\beta=0$), utilizando los parámetros mixtos y los parámetros equivalentes, respectivamente.

Los resultados de los ajustes de las FDP de los coeficientes de presión lateral de tierra para distintas inclinaciones del suelo de relleno se muestran en los Anexos del Capítulo 2.

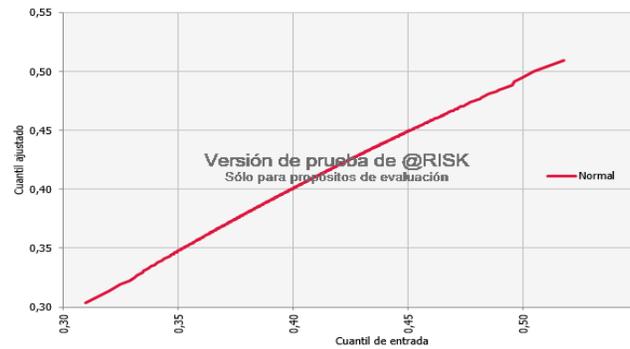
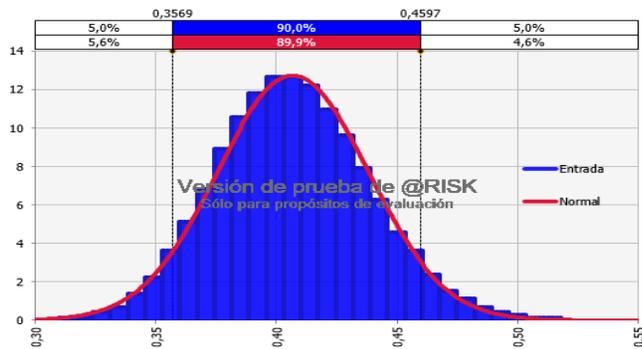
Tabla 2- 1. Ajuste de las FDP para los coeficientes activos y pasivos del flujo de lodos con parámetros mixtos (PM).

K_a – Coulomb



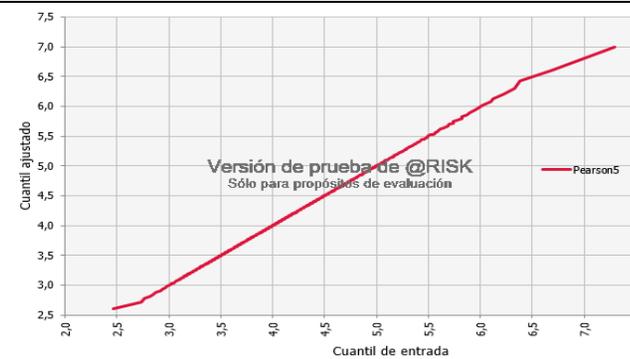
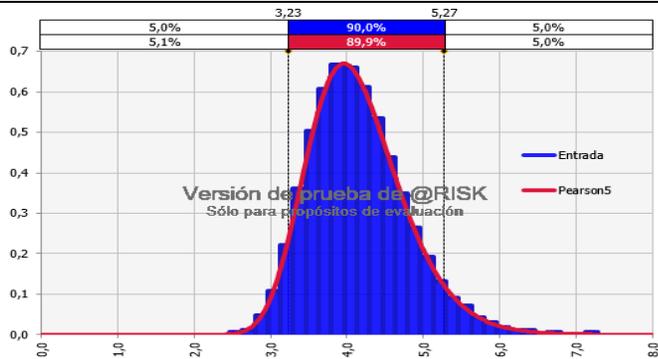
Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Normal
Mínimo	0.27703	$-\infty$
Máximo	0.46411	∞
Media	0.36188	0.36188
Moda	≈ 0.35627	0.36188
Mediana	0.36079	0.36188
Desv Est	0.02802	0.02802
CV	0.07743	0.07743
Asimetría	0.2227	0
Curtosis	3.0603	3

K_a – Rankine



Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Normal
Mínimo	0.30962	$-\infty$
Máximo	0.51801	∞
Media	0.4068	0.4068
Moda	≈ 0.40077	0.4068
Mediana	0.40584	0.4068
Desv Est	0.03133	0.03133
CV	0.07702	0.07702
Asimetría	0.1715	0
Curtosis	3.0218	3

K_p – Coulomb



Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Normal
Mínimo	2.4645	0.1486
Máximo	7.2897	∞
Media	4.1445	4.1446
Moda	≈ 4.0419	3.9595
Mediana	4.0794	4.0809
Desv Est	0.6316	0.6305
CV	0.1524	0.1521
Asimetría	0.6722	0.6472
Curtosis	3.9229	3.802

K_p - Rankine

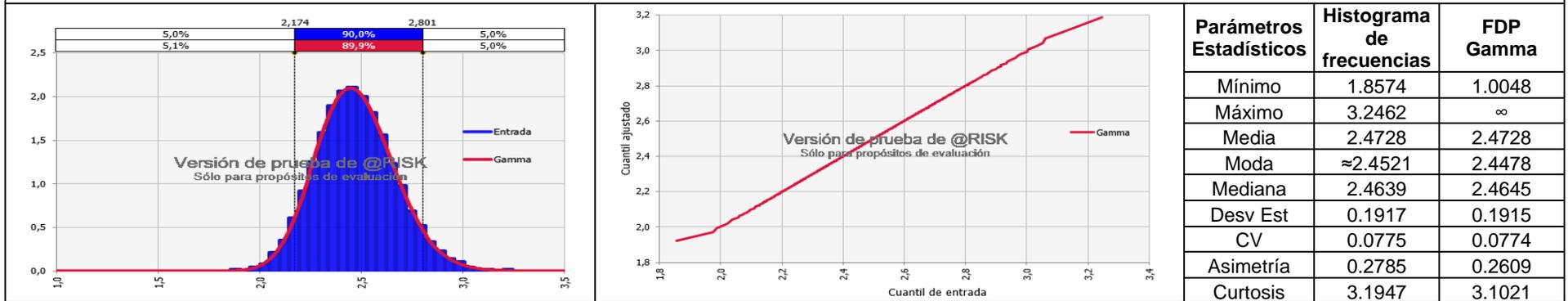
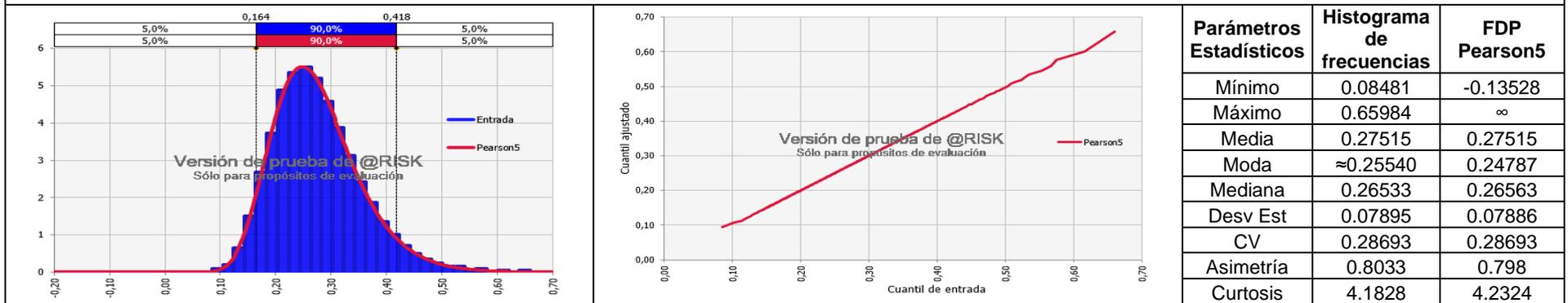
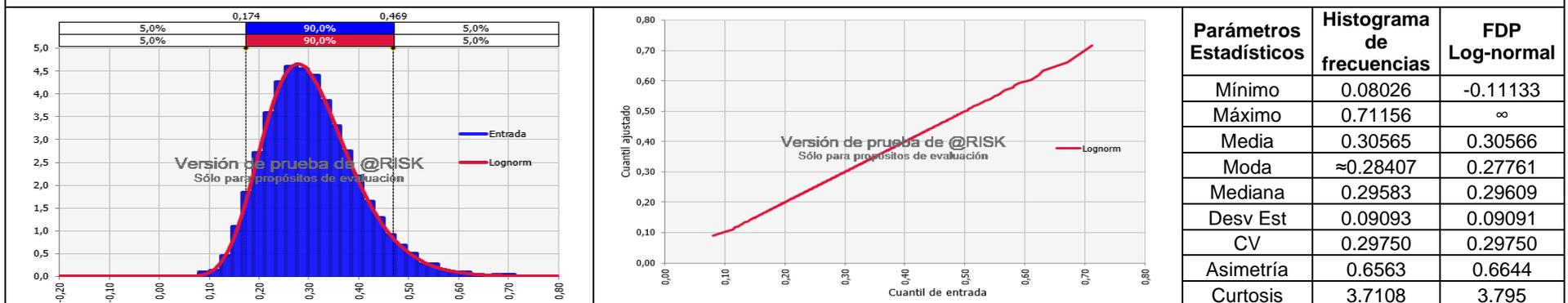


Tabla 2- 2. Ajuste de las FDP para los coeficientes activos y pasivos del flujo de lodos con parámetros equivalentes (PE).

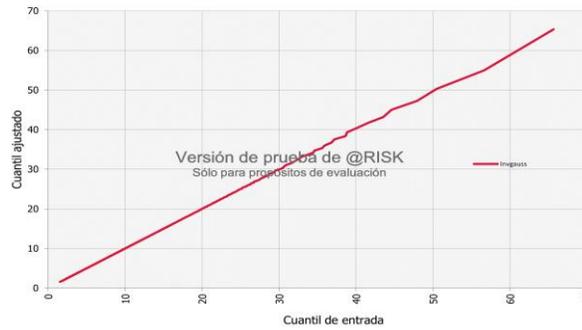
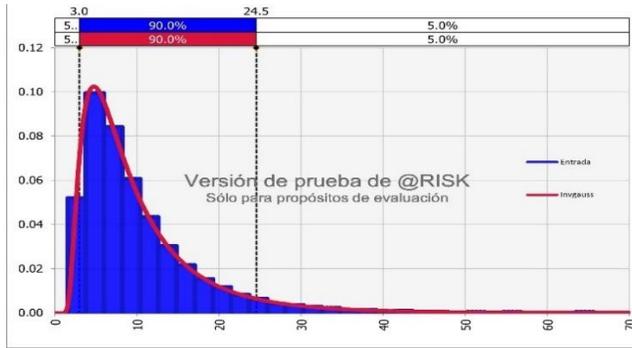
K_a - Coulomb



K_a - Rankine

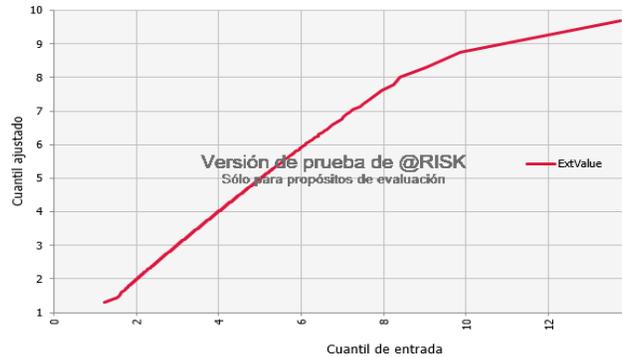
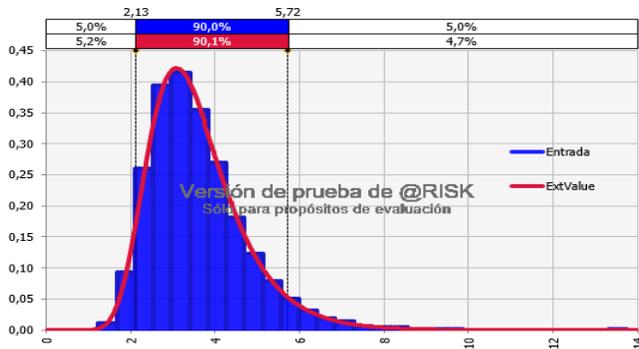


K_p – Coulomb



Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP InvGauss
Mínimo	1.541	0.539
Máximo	65.664	∞
Media	10.064	10.064
Moda	≈4.756	4.732
Mediana	7.887	7.889
Desv Est	7.427	7.442
CV	2.2779	2.3440
Asimetría	11.0396	12.1573
Curtosis	1.541	0.539

K_p – Rankine



Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP ExtValue
Mínimo	1.238	-∞
Máximo	13.74	∞
Media	3.586	3.5778
Moda	≈3.030	3.0745
Mediana	3.377	3.3941
Desv Est	1.178	1.1184
CV	0.328	0.313
Asimetría	1.7	1.1395
Curtosis	10.2018	5.4

Para el caso de empuje de tierra activo con un ángulo de inclinación del lleno de cero grados ($\beta=0^\circ$), se puede observar que los coeficientes de Coulomb son siempre menores que los coeficientes de presión de Rankine, tanto con PM como con PE. Esto ocurre debido que la teoría de Coulomb (Ecuación (5)), tiene en cuenta el ángulo de fricción entre el suelo y el muro (ángulo δ), siendo el coeficiente directamente proporcional a este parámetro. También, es evidente que cuando se utilizan los parámetros equivalentes, los coeficientes de presión lateral activos con ambas teorías (Coulomb y Rankine) son mucho menores a los coeficientes obtenidos con los parámetros mixtos, por lo que un suelo con mayor resistencia desde el punto de vista del aporte de la fricción empuja en menor medida que un suelo con menor rozamiento interno. Es decir, debido a que el ángulo de fricción equivalente ($\phi_{\text{equivalente}}$) es superior al ϕ obtenido de los ensayos de corte directo (parámetros mixtos), la presión o empuje activo calculado con los coeficientes de los parámetros equivalentes es menor a la presión activa calculada con parámetros mixtos, por lo que en este último caso se tiene en cuenta además el aporte de la cohesión del suelo.

En cuanto a las FDP ajustadas a los histogramas de frecuencias (obtenidos a partir de las mil simulaciones de Monte Carlo) utilizando PM, la función Normal es la que mejor representa para ambas teorías, presentando coeficientes de variación inferiores al 8%. Con PE el coeficiente de Coulomb se ajusta a una FDP Pearson5, con un coeficiente de variación igual a 28.6% y una desviación estándar de 7.8%, mientras que para el caso del coeficiente activo de Rankine la función con mejor ajuste es la Log-normal, con un coeficiente de variación de 29.7% y desviación estándar de 9%.

Por otra parte, a partir de los resultados de los coeficientes de presión pasiva, se observa que cuando se utiliza el ángulo de fricción de los parámetros mixtos existe una diferencia de aproximadamente 1.7 veces entre el valor promedio del K_p de Coulomb y el K_p promedio de Rankine, donde la resistencia pasiva máxima para este último caso es de 3.24, mientras que el valor máximo del K_p de Coulomb es 7.28. Además, según los gráficos cuantil-cuantil (Q-Q), las funciones Pearson5 y

Gamma presentan un buen ajuste a los histogramas de los coeficientes obtenidos de Coulomb y Rankine, respectivamente.

Ahora bien, para el caso de los coeficientes de empuje pasivo utilizando el ángulo de fricción equivalente, con la teoría de Rankine se presentan valores de hasta 13.74, muy por encima del valor promedio de 3.58. En este caso, de acuerdo con el BIC, la FDP de mejor ajuste es la Ext-Value; sin embargo, se observa en el gráfico Q-Q que esta función no se ajusta adecuadamente a los resultados obtenidos cuando el coeficiente pasivo de Rankine es superior a 8.0. Por otra parte, para la modelación con la teoría de Coulomb, se truncó la distribución normal del ángulo de fricción equivalente, filtrando los valores altos de la campana (desde el percentil 95 en adelante) con el objetivo de evitar indeterminaciones en el cálculo. Lo anterior, debido a que cuando el ángulo de fricción del suelo toma valores cercanos a 54° , el término del denominador en la ecuación que define el coeficiente de Coulomb tiende a un valor de 0, lo cual genera que se obtengan valores del coeficiente pasivo muy por encima del promedio, distorsionando de esta manera el histograma de frecuencias obtenido y que ninguna FDP se ajuste correctamente a los resultados.

Al limitar los valores del ángulo de fricción equivalente, los resultados del coeficiente de presión pasiva de Coulomb muestran una distribución que se ajusta a la función de Gauss inversa (InvGauss), con un valor promedio de 10.06 (alrededor de tres veces el valor obtenido con Rankine) y un valor máximo del coeficiente que puede llegar hasta 65.6.

En definitiva, al comparar los resultados obtenidos con los dos tipos de parámetros utilizados, se evidencia que los coeficientes activos promedio calculados con PE son un 24% y 25% menores a los coeficientes activos promedio calculados con PM, empleando las teorías de Coulomb y Rankine, respectivamente. A su vez, con los coeficientes pasivos los mayores valores son obtenidos utilizando el ángulo de fricción equivalente, siendo el valor promedio del coeficiente pasivo de Rankine superior en 31% al calculado con el ϕ de los PM, mientras que, con la teoría de Coulomb, esta diferencia asciende al 59%.

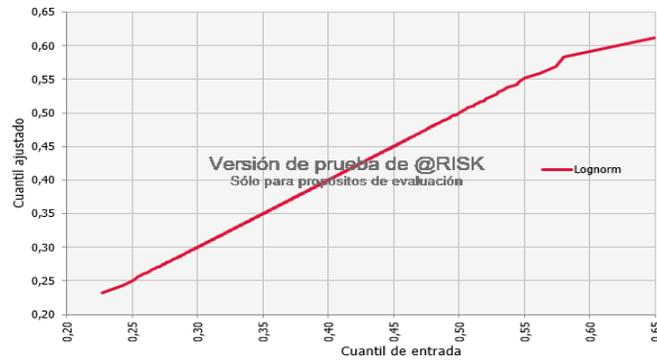
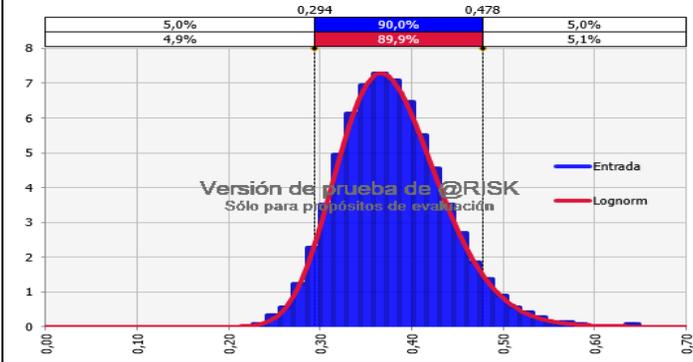
2.1.2. Suelo Residual

En la Tabla 2- 3 y Tabla 2- 4 se presentan los resultados del ajuste de las FDP en los coeficientes activos y pasivos de Coulomb y Rankine del suelo residual para una superficie del lleno horizontal ($\beta=0$), utilizando los parámetros mixtos y parámetros equivalentes, respectivamente.

Los resultados de los ajustes de las FDP de los coeficientes de presión lateral de tierra para inclinaciones del lleno distintas a la horizontal ($\beta>0$), se presentan en los Anexos del presente capítulo.

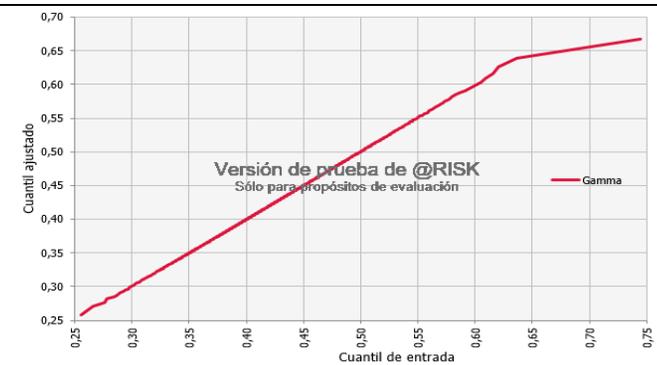
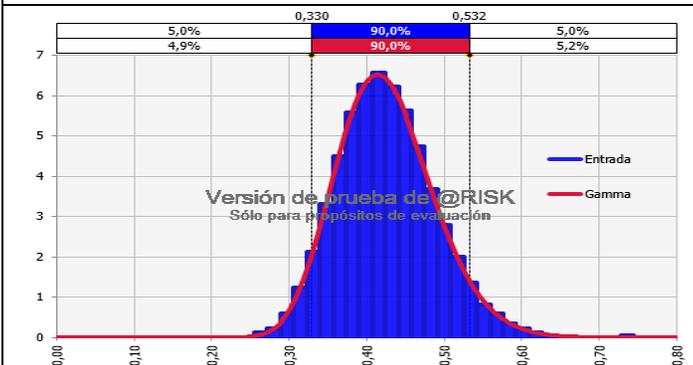
Tabla 2- 3. Ajuste de las FDP para los coeficientes activos y pasivos del suelo residual con parámetros mixtos (PM).

Ka – Coulomb



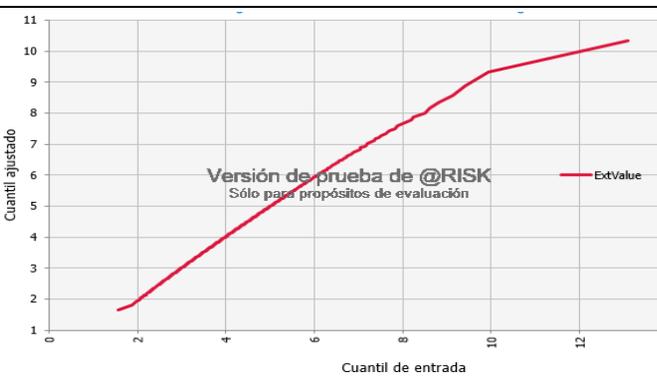
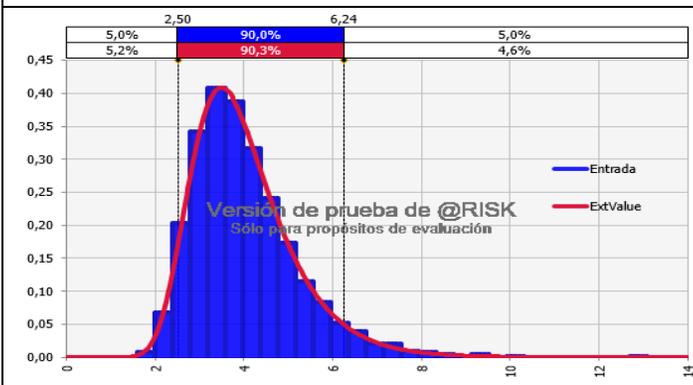
Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Log-normal
Mínimo	0,2314	0,0268
Máximo	0,69564	∞
Media	0,37928	0,37928
Moda	≈0,35925	0,36612
Mediana	0,37494	0,37484
Desv Est	0,05663	0,0565
CV	0,14931	0,14931
Asimetría	0,5452	0,485
Curtosis	3,9414	3,4212

Ka – Rankine



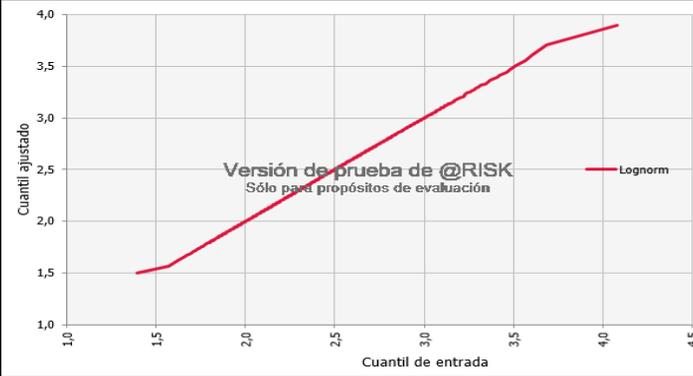
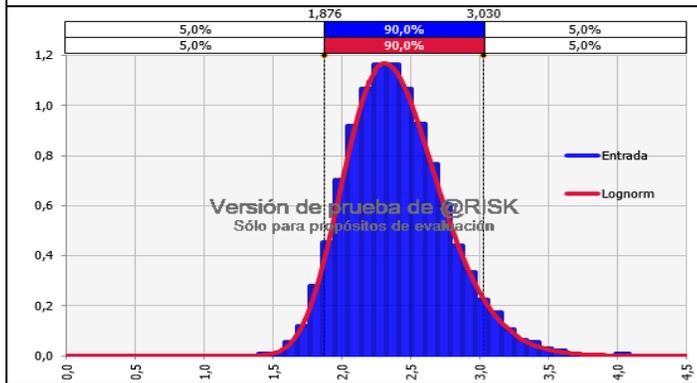
Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Gamma
Mínimo	0,25544	0,08773
Máximo	0,74454	∞
Media	0,42537	0,42536
Moda	≈0,40411	0,41393
Mediana	0,42163	0,42156
Desv Est	0,0622	0,0621
CV	0,1462	0,1462
Asimetría	0,4128	0,3679
Curtosis	3,5711	3,203

Kp – Coulomb



Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP ExtValue
Mínimo	1,581	-∞
Máximo	13,083	∞
Media	4,01	4,001
Moda	≈3,529	3,4812
Mediana	3,791	3,8113
Desv Est	1,209	1,1549
CV	0,3015	0,2887
Asimetría	1,5029	1,1395
Curtosis	7,8391	5,4

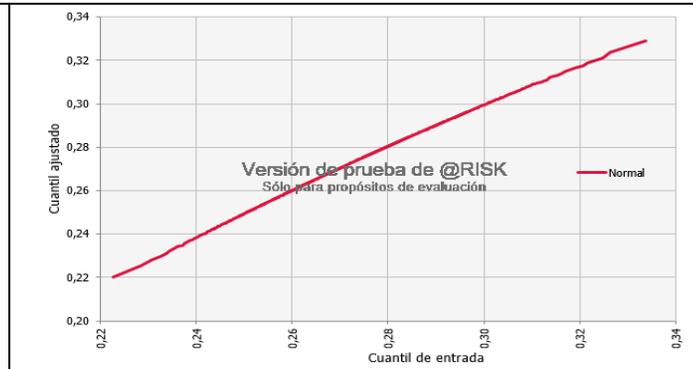
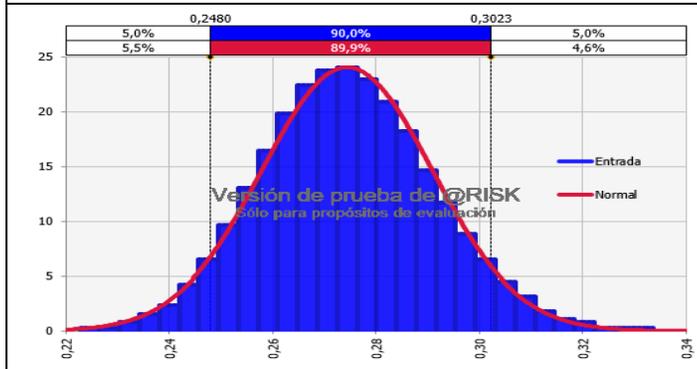
Kp – Rankine



Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Log-normal
Mínimo	1,3962	0,3185
Máximo	4,0832	∞
Media	2,4017	2,4017
Moda	≈2,2815	2,3146
Mediana	2,3708	2,3722
Desv Est	0,3546	0,354
CV	0,1476	0,1474
Asimetría	0,5435	0,5146
Curtosis	3,6141	3,4746

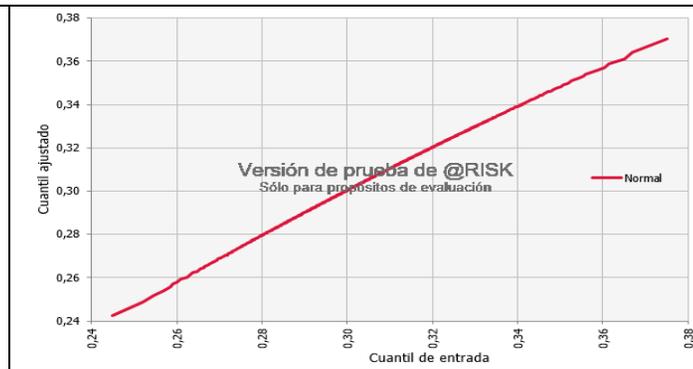
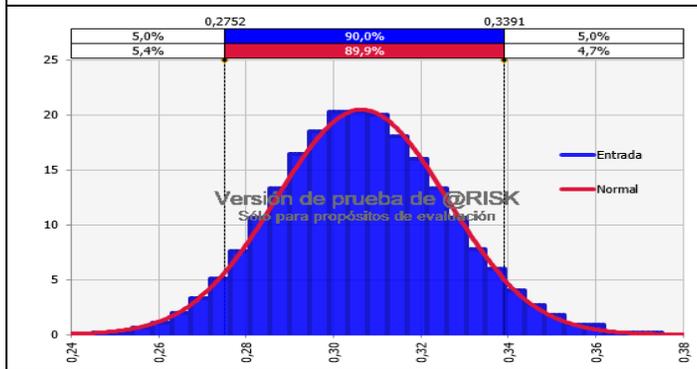
Tabla 2- 4. Ajuste de las FDP para los coeficientes activos y pasivos del suelo residual con parámetros equivalentes (PE).

Ka – Coulomb



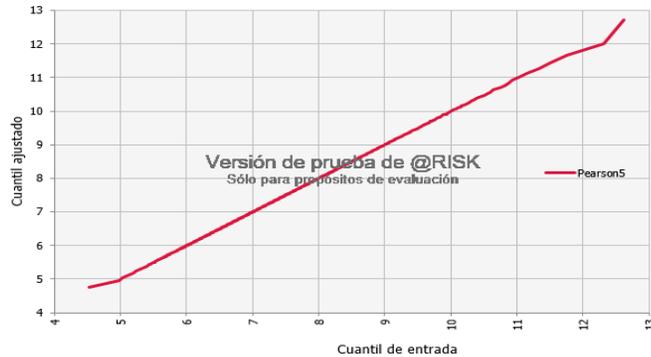
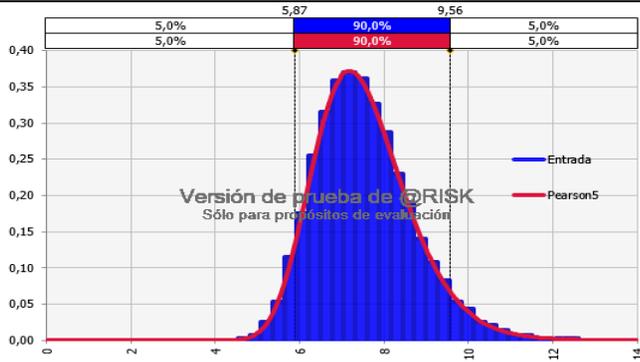
Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Normal
Mínimo	0,22274	-∞
Máximo	0,33367	∞
Media	0,2744	0,274398
Moda	≈0,27499	0,274398
Mediana	0,27393	0,274398
Desv Est	0,01655	0,016551
CV	0,06031	0,06031
Asimetría	0,1598	0
Curtosis	3,037	3

Ka – Rankine



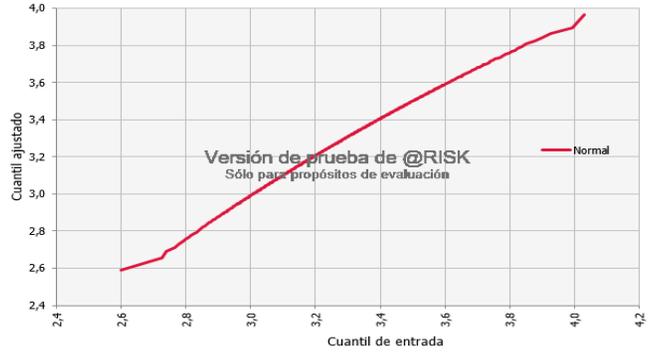
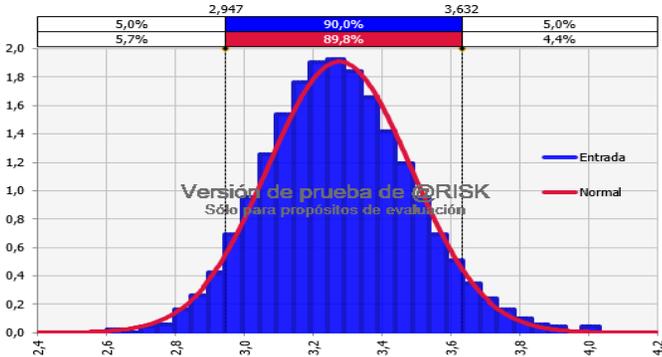
Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Normal
Mínimo	0,24504	-∞
Máximo	0,37518	∞
Media	0,30645	0,306445
Moda	≈0,30722	0,306445
Mediana	0,30597	0,306445
Desv Est	0,01946	0,019457
CV	0,06350	0,06350
Asimetría	0,1354	0
Curtosis	3,021	3

Kp – Coulomb



Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Pearson5
Mínimo	4,5307	0,421
Máximo	12,6139	∞
Media	7,5228	7,523
Moda	≈6,9859	7,183
Mediana	7,4033	7,406
Desv Est	1,1407	1,139
CV	0,1516	0,1516
Asimetría	0,6666	0,6587
Curtosis	3,8159	3,8314

Kp – Rankine



Parámetros Estadísticos	Histograma de frecuencias	FDP Normal
Mínimo	2,5997	-∞
Máximo	4,0305	∞
Media	3,2763	3,27632
Moda	≈3,2603	3,27632
Mediana	3,2679	3,27632
Desv Est	0,2088	0,20882
CV	0,0637	0,0637
Asimetría	0,2331	0
Curtosis	3,113	3

Al comparar los valores promedio de los coeficientes activos del suelo residual obtenidos con ambas teorías (Rankine y Coulomb), se puede notar que los K_a de Coulomb son siempre menores que los K_a de Rankine, tanto con PM como con PE. Adicionalmente, con PE los mínimos y máximos de los coeficientes activos son menores a los obtenidos con los parámetros mixtos, ya que al no considerar la cohesión del suelo, la resistencia al corte solo depende de su comportamiento friccionante, por lo que el ángulo de fricción de los PE es mayor al φ de los PM. Esto ocurre para compensar (en cierta medida), el aporte de la cohesión a la resistencia, la cual no es tomada en cuenta cuando se realiza un análisis con parámetros equivalentes.

En el caso de los PM, las FDP de mejor ajuste son la Log-normal para los K_a de Coulomb y la función Gamma para los K_a de Rankine, con valores promedio de 0.379 y 0.425, respectivamente, mientras que con PE las FDP de mejor ajuste es la función Normal para ambas teorías, con una media de 0.274 y 0.306, en cada caso, evidenciando una resistencia activa mayor cuando se utilizan los PE. Asimismo, de acuerdo con los diagramas Q-Q, se puede observar que la función Normal, para el caso de los coeficientes activos calculados con PE, tiene un muy buen ajuste a los resultados de los histogramas de frecuencias, mientras que las funciones ajustadas para los coeficientes obtenidos con el ángulo de fricción de los PM presentan diferencias entre los cuantiles de entrada para valores altos del coeficiente y los cuantiles de salida de la función de distribución teórica.

Por otro lado, con los PM el valor medio de los K_a de Rankine es de 0.425, mayor un 11% al valor medio de los K_a de Coulomb; con PE, la media del histograma de frecuencias de los K_a de Rankine es de 0.319, disminuyendo alrededor de un 28% respecto al valor medio obtenido con PM, mientras que la diferencia con el valor promedio de los coeficientes de Coulomb es del 10%.

Para el caso de los coeficientes de presión pasiva calculados con PM, según la distribución de frecuencias con la ecuación de Coulomb, se observa que existe un sesgo positivo, o cola pesada, con un valor máximo de 13.08, donde la FDP de mejor ajuste es la ExtValue, aunque para los valores altos del coeficiente no existe

una buena correlación entre el cuantil de entrada y el cuantil ajustado (Ver gráfico Q-Q). Por otro lado, para los coeficientes pasivos de Rankine, se obtiene una FDP Log-normal, con media igual a 2.40 y un coeficiente de variación del 14%, siendo aproximadamente la mitad del coeficiente de variación obtenido del histograma de frecuencias con los coeficientes de Coulomb (30%).

En cuanto a los coeficientes pasivos utilizando PE, se obtiene un K_p promedio de Coulomb igual a 7.52, el cual es alrededor de 1.8 veces superior al coeficiente obtenido con PM; con Rankine, el coeficiente promedio es igual a 3.27, superior en 1.36 veces al coeficiente promedio de Rankine obtenido con PM.

2.1.3. Recopilación de resultados

En la Tabla 2- 5 se recopilan los resultados de las funciones de distribución de probabilidad para los coeficientes activos y pasivos, calculados con parámetros mixtos y parámetros equivalentes, para los distintos ángulos de inclinación del suelo de relleno (β) evaluados.

Tabla 2- 5. Resumen de las FDP ajustadas para los coeficientes activos del flujo de lodos y el suelo residual.

Tipo Análisis	Teoría	Ka/Kp	β (°)	Flujo de Lodos						Residual					
				FDP	Media	Desviación Estándar	CV	Curtosis	Asimetría	FDP	Media	Desviación Estándar	CV	Curtosis	Asimetría
PM	Coulomb	Kp	0	Normal	4.145	0.631	15%	3.8	0.6472	Ext-Value	4.001	1.155	29%	5.4	1.1395
		Ka	0	Normal	0.362	0.028	8%	3	0	Lognormal	0.379	0.057	15%	3.42	0.49
			5	Normal	0.388	0.031	8%	0.34	3	Pearson5	0.408	0.064	16%	0.31	3.55
			10	Gamma	0.423	0.037	9%	0.37	3.12	Lognormal	0.446	0.075	17%	0.34	3.57
			15	Lognormal	0.471	0.046	10%	0.4	3.26	Lognormal	0.502	0.096	19%	0.37	3.96
			20	Pearson5	0.553	0.07	13%	0.45	4	Gamma	0.566	0.111	20%	0.4	3.42
	Rankine	Kp	0	Gamma	2.473	0.192	8%	3.1	0.26	Lognormal	2.402	0.354	15%	3.47	0.51
		Ka	0	Normal	0.407	0.031	8%	3	0	Gamma	0.425	0.062	15%	0.33	3.2
			5	Normal	0.413	0.032	8%	0.36	3	Lognormal	0.432	0.065	15%	0.33	3.31
			10	Normal	0.432	0.036	8%	0.38	3	Lognormal	0.455	0.074	16%	0.35	3.5
15			Lognormal	0.472	0.045	9%	3,28	0,39	Gamma	0.503	0.095	19%	0.37	3.99	
20	Pearson5	0.555	0.073	13%	0.45	4.18	Gamma	0.57	0.115	20%	0.4	3.52			
PE	Coulomb	Kp	0	Inv-Gauss	10.064	7.44	74%	0.539	12.15	Pearson5	7.523	1.139	15%	3.83	0.66
		Ka	0	Pearson5	0.275	0.079	29%	4.23	0.8	Normal	0.274	0.017	6%	3	0
			5	Pearson5	0.293	0.087	30%	4.45	0.86	Normal	0.291	0.018	6%	3	0
			10	Ext-Value	0.315	0.103	33%	5.4	1.14	Normal	0.312	0.02	7%	3	0
			15	Ext-Value	0.342	0.117	34%	5.4	1.14	Normal	0.338	0.024	7%	3	0
			20	Ext-Value	0.373	0.132	35%	5.4	1.14	Gamma	0.374	0.029	8%	3.12	0.28
	Rankine	Kp	0	Ext-Value	3.578	1.118	31%	5.4	1.14	Normal	3.276	0.209	6%	3	0
		Ka	0	Lognormal	0.306	0.091	30%	0.66	0.3	Normal	0.306	0.019	6%	3	0
			5	Pearson5	0.309	0.093	30%	3.99	0.72	Normal	0.31	0.02	6%	3	0
			10	Pearson5	0.321	0.101	31%	4.27	0.81	Normal	0.32	0.021	7%	3	0
15			Ext-Value	0.343	0.119	35%	5.4	1.14	Normal	0.34	0.024	7%	3	0	
20	Ext-Value	0.373	0.135	36%	5.4	1.14	Gamma	0.373	0.029	8%	3.11	0.27			

2.2. Conclusiones

- ✓ Los coeficientes de variación (CV) obtenidos de las modelaciones realizadas, reflejan una mayor variabilidad en el flujo de lodos cuando se utilizan los PE con un valor promedio del 33%, tanto con los coeficientes activos como con los pasivos; ahora bien, cuando se hace un análisis con los PM, el suelo que presenta mayor variación respecto a los coeficientes de empuje lateral es el suelo residual, con un CV promedio igual 18%. Esto ocurre debido a que la desviación estándar de los ángulos de fricción de los suelos de estudio es significativa, reflejándose directamente en la distribución de frecuencias obtenidas de las simulaciones con Monte Carlo, donde para el caso de los PM el suelo con mayor variabilidad respecto al ángulo de fricción es el suelo residual, mientras que con los PE, el suelo que tiene mayor dispersión en el ángulo de fricción equivalente es el flujo de lodos.
- ✓ De acuerdo con los resultados obtenidos de la modelación con Monte Carlo respecto a las funciones de distribución de probabilidad (FDP) de mejor ajuste a las distribuciones de frecuencias de los coeficientes activos y pasivos de los suelos de estudio, cuando se utiliza PM, la función de ajuste que se repite un mayor número de veces para el suelo residual es la función Log-normal, mientras que para el flujo de lodos es la función Normal. Con PE, la función que más veces se ajusta en el flujo de lodos es la función Ext-Value, y para el suelo residual es la función Normal.
- ✓ Con los coeficientes de presión lateral de Mazindrani, para las alturas evaluadas de 1, 3 y 5 metros con un ángulo $\beta=0$, para el flujo de lodos la función de distribución de probabilidad de mejor ajuste del K_a es la función Normal, mientras que para el suelo residual es la función Valor extremo mínimo. Con el coeficiente pasivo K_p , la función de mejor ajuste del suelo residual es la función Log-logística y para el flujo de lodos es la función Normal. De acuerdo con lo anterior, se evidencia que la variable de mayor influencia en la distribución de frecuencias de los coeficientes obtenidos es la cohesión, ya que, siendo el flujo de lodos el suelo que menor variabilidad presenta en cuanto a este parámetro, los

coeficientes de presión lateral para este suelo presentan un mejor ajuste a una distribución Normal. En tanto el suelo residual, debido a la distribución que presenta el parámetro de la cohesión (distribución Log-normal), las FDP obtenidas presentan valores extremos y con presencia de colas pesadas debido a las asimetrías obtenidas.

- ✓ De acuerdo con los análisis de sensibilidad realizados para la ecuación de los coeficientes de Mazindrani (*ver Anexos del Capítulo 2*), se puede concluir que la variable de entrada con mayor jerarquización es la cohesión, mayoritariamente para alturas de contención que oscilan entre la altura crítica (h_0) y por debajo de esta, principalmente para los coeficientes activos. Cuando la altura del suelo retenido es superior a la crítica, la variable de entrada con mayor peso es el ángulo de fricción, exceptuando el caso del suelo residual en el cual ambas variables de entrada tienen una jerarquización equilibrada, debido primordialmente a la forma de las funciones de distribución de probabilidad de estas variables.

CAPÍTULO 3: EQUILIBRIO LÍMITE DE MUROS DE CONTENCIÓN EN VOLADIZO

Una vez evaluada la influencia de la variabilidad de las propiedades geotécnicas en el cálculo de los coeficientes de presión lateral de tierra, se realiza un análisis por equilibrio límite en el diseño de muros de contención en voladizo reteniendo los suelos de estudio, evaluando el comportamiento para tres mecanismos de estabilidad: volcamiento, deslizamiento y capacidad portante.

3.1. Metodología

Se realiza un análisis de equilibrio límite en muros de contención en voladizo utilizando el predimensionamiento mostrado en la Tabla 1- 5, evaluando los casos que se enumeran a continuación:

- i. Modelación con parámetros mixtos (Ver Sección 1.11.1), sin presencia de nivel freático (NF)
- ii. Modelación con parámetros mixtos con presencia de NF a 2/3 de la altura del muro de contención
- iii. Modelación con parámetros equivalentes (Ver Sección 1.11.2), sin considerar NF
- iv. Modelación con parámetros equivalentes con el NF a una altura igual a 2/3 del muro de contención

En cada uno de los casos considerados se utilizaron los resultados obtenidos en el análisis de los coeficientes de empuje activo de Rankine, Coulomb y Mazindrani (Ver Tabla 2- 5) en el cálculo de la presión lateral del suelo.

En las modelaciones sin nivel freático, se analizaron muros con una altura variable desde 1 hasta 10 metros de contención, mientras que para las modelaciones con NF se consideraron muros de 3, 5, 7, 9 y 10 metros de altura. Además, para todos los casos se evaluó el efecto del incremento del ángulo de inclinación del suelo de retenido (β) en la estabilidad de los modos de estabilidad evaluados.

Inicialmente, se realizó el cálculo para un análisis determinístico por equilibrio límite obteniendo los factores de seguridad por volcamiento, deslizamiento y capacidad portante, de acuerdo con las ecuaciones (30), (33) y (37), donde las propiedades de

diseño son los valores promedio que se muestran en la Tabla 1- 7 y Tabla 1- 8, para los análisis con parámetros equivalentes y parámetros mixtos, respectivamente.

Así mismo, se realiza un análisis estocástico o diseño por confiabilidad por medio del método de Monte Carlo, utilizando las variables aleatorias de los parámetros mixtos y parámetros equivalentes para calcular las probabilidades de falla de las condiciones de estabilidad evaluadas, así como las probabilidades para comportamientos indeseados de acuerdo a los factores de seguridad exigidos por la norma de construcción sismo-resistente colombiana NSR 10 (ver sección 1.9).

Mediante el método probabilístico para el cálculo de cada una de las fuerzas intervenidas en los modos de estabilidad analizados, fueron utilizadas las funciones de distribución de probabilidad de los parámetros de los suelos de estudio, al igual que el histograma de frecuencias obtenido de los coeficientes de presión lateral del capítulo anterior (ver Tabla 2- 5). Para ello, se realizaron los cálculos de las fuerzas involucradas por medio de mil (1000) simulaciones de Monte Carlo con el objetivo de analizar todos los posibles valores que estas fuerzas pueden obtener.

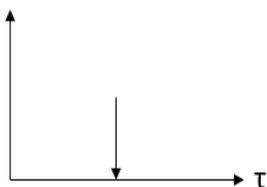
Por último, es necesario aclarar que el aporte de la resistencia pasiva que se desarrolla en la cara posterior de los muros de contención no se tuvo en cuenta para el cálculo de la estabilidad por volcamiento y deslizamiento, tanto en el análisis determinístico como en el probabilístico. Además, en el cálculo de las fuerzas resistentes que se desarrollan en la base del muro, se utilizó el mismo valor de la cohesión del suelo de lleno, ya que comúnmente este parámetro se reduce por un factor entre $0.5c'$ a $0.67c'$ (Das, 2001).

En la Figura 3- 1 se ilustra la metodología de cálculo de los factores de seguridad y probabilidades de falla para la estabilidad de los muros de contención.

Análisis determinístico

Parámetros de diseño:

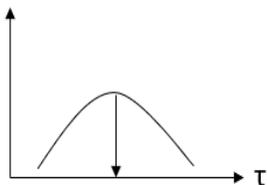
γ $\gamma_{saturado}$ $\gamma_{concreto}$
 H: entre 1-10 metros
 NF=2/3H
 Predimensionamiento del muro
 PE: $\phi_{equivalente}$
 PM: ϕ, c



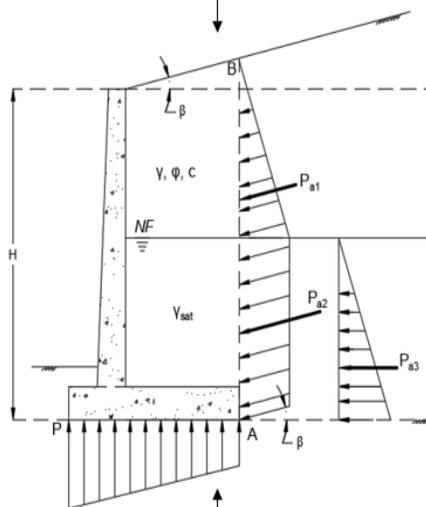
Análisis por confiabilidad

Parámetros de diseño:

γ $\gamma_{saturado}$ $\gamma_{concreto}$
 H entre 1-10 metros
 NF=2/3H
 Predimensionamiento del muro
 PE: FDP- $\phi_{equivalente}$
 PM: FDP- ϕ , FDP-c



$$P_a, \sum F_X, \sum M_P, \sum F_{Rf}, \sum F_{d,f}, \sum M_{Rf}, \sum M_{O,f}, q_u, q_{max}$$

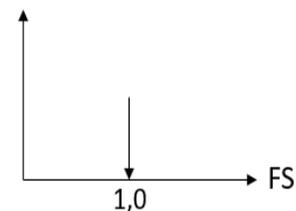


$$P_a, \sum F_X, \sum M_P, \sum F_{Rf}, \sum F_{d,f}, \sum M_{Rf}, \sum M_{O,f}, q_u, q_{max}$$

Resultado del análisis

Parámetros de salida:

$FS_{deslizamiento}$
 $FS_{capacidad\ portante}$
 FS_{giro}



Resultado del análisis

Parámetros de salida:

$P[Resistencia < Cargas]$
 $P[FS_{deslizamiento} < Cte]$
 $P[FS_{giro} < Cte]$
 $P[FS_{cap.portante} < Cte]$

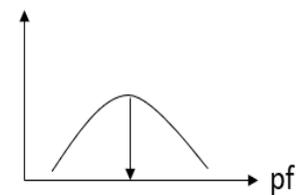


Figura 3- 1. Metodología para el análisis por equilibrio limite en muros de contención en voladizo

3.2. Resultados

3.2.1. Modelación con PM sin NF

Los resultados del factor de seguridad de la modelación determinística para los muros de contención analizados se muestran en la sección de los Anexos en la Tabla A- 9 (flujo de lodos) y en la Tabla A- 13 (suelo residual).

En cuanto los análisis de equilibrio límite con las variables aleatorias de los PM, los resultados de la modelación estocástica para los modos de estabilidad por deslizamiento, capacidad portante y volcamiento se resumen en las siguientes Figuras:

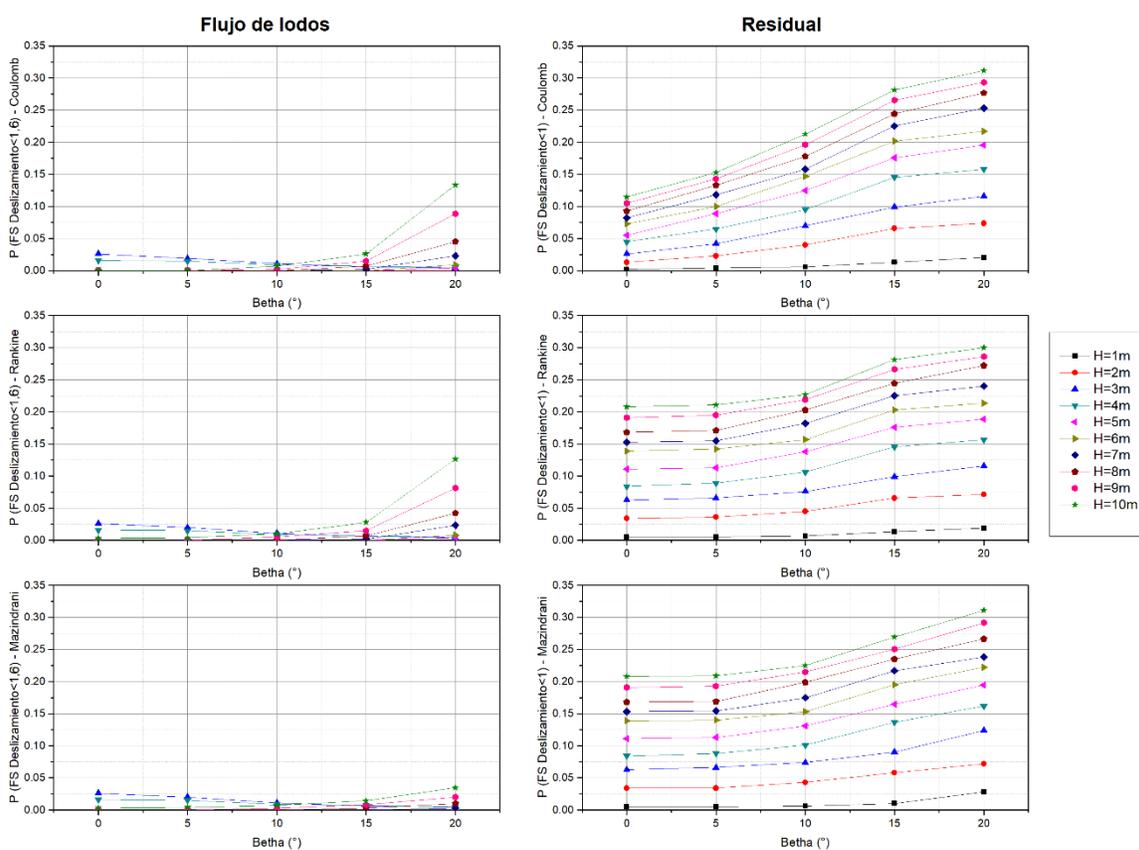


Figura 3- 2. $P(FS_{\text{Deslizamiento}}) < 1.6$ - PM - NF=0 – FL (Izquierda); $P(FS_{\text{Deslizamiento}}) < 1$ - PM - NF=0 – Res (Derecha).

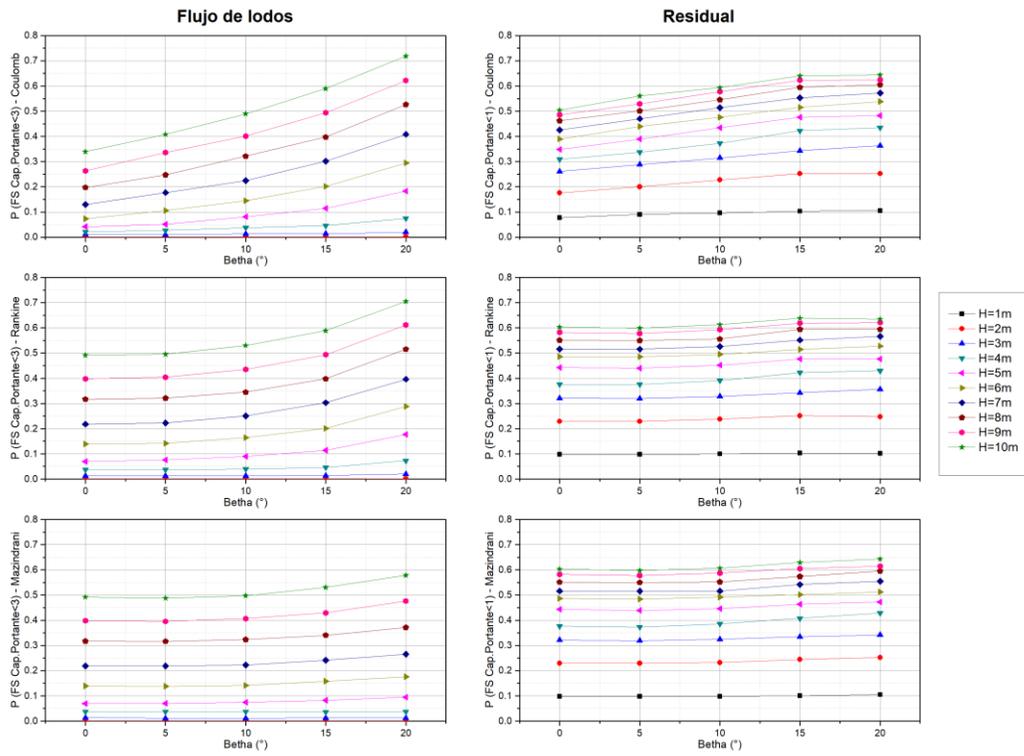


Figura 3- 3. $P(FS_{Cap.Portante}) < 3$ - PM - NF=0 – FL (Izquierda); $P(FS_{Cap.Portante}) < 1$ - PM - NF=0 – Res (Derecha).

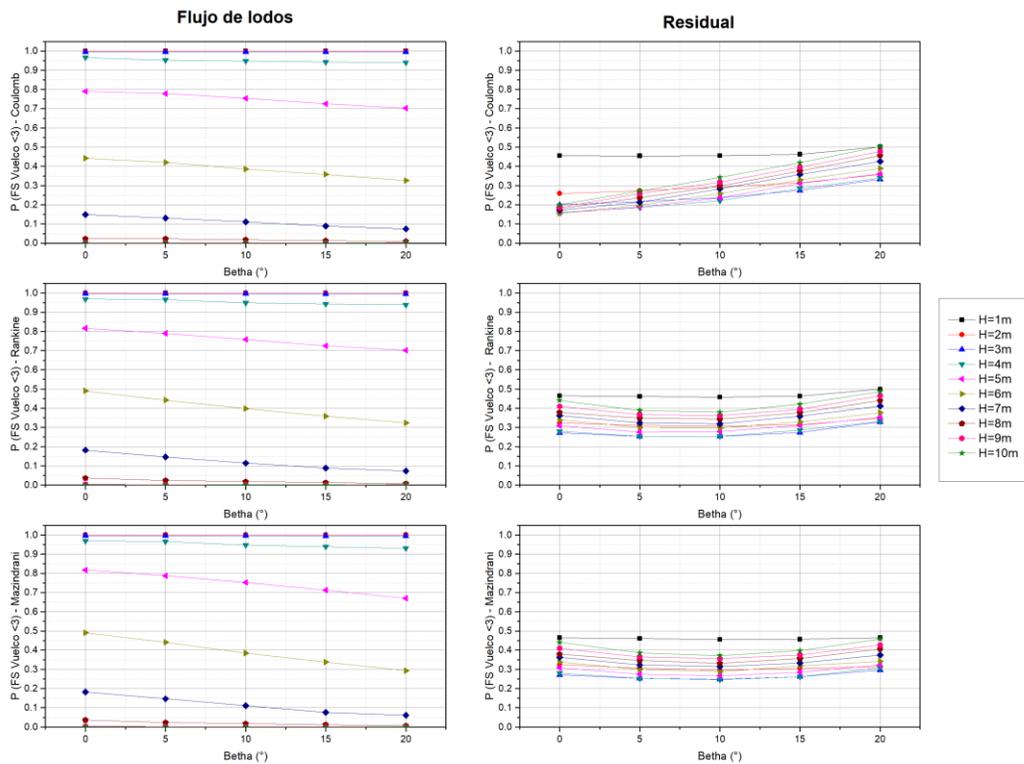


Figura 3- 4. $P(FS_{Vuelco}) < 3$ - PM - NF=0, flujo de lodos – izquierda, suelo residual - derecha.

Antes de analizar las probabilidades obtenidas de los diferentes modos de estabilidad en el muro, es necesario hacer énfasis en los resultados de los histogramas de frecuencia de la variable de la altura de la zona a tracción en el lleno (*Ver ecuación 11*). Estos resultados se muestran en la Figura 3- 5 y Figura 3- 6, para el flujo de lodos y suelo residual, respectivamente.

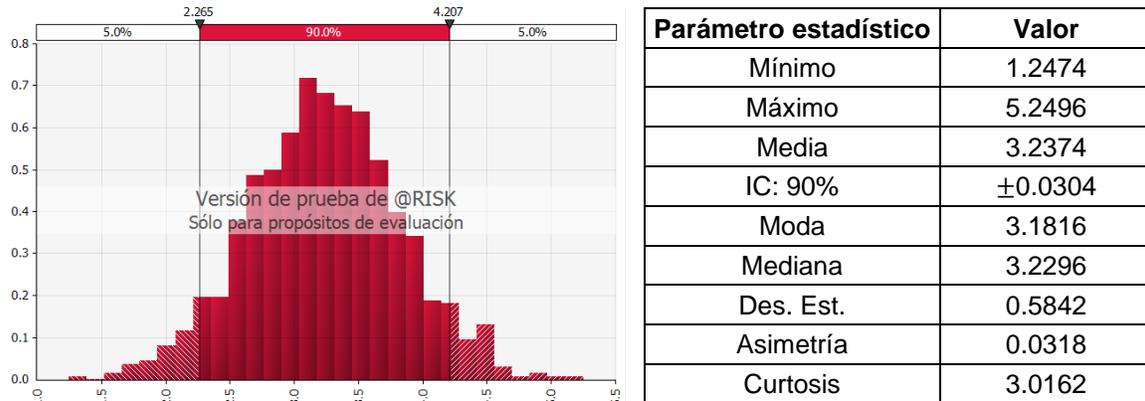


Figura 3- 5. Histograma de frecuencias – h_0 - FL

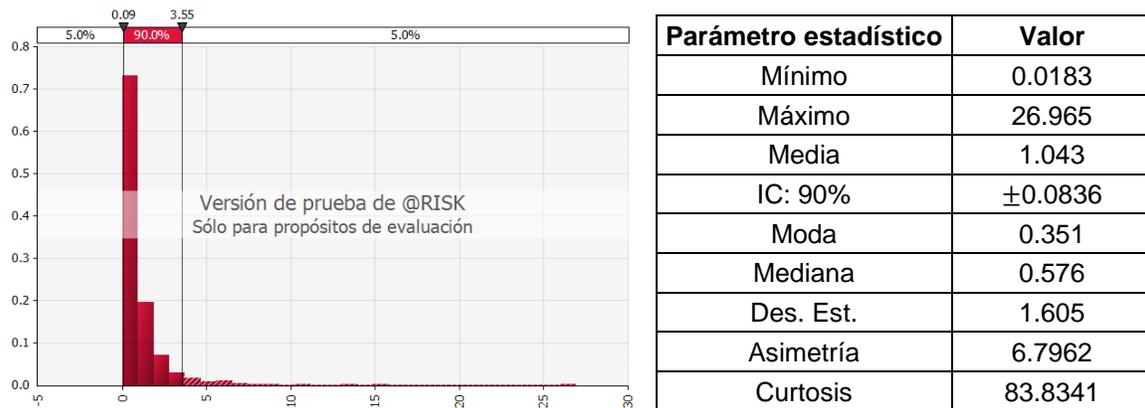


Figura 3- 6. Histograma de frecuencias – h_0 - Res

Como se puede observar en las figuras anteriores, existe una diferencia significativa entre ambos tipos de suelo respecto a la altura a tracción que se puede generar. Por ejemplo, para el suelo residual, se evidencia que el valor que mayor número de veces se repite en el histograma (moda) es una altura de 0.351m, mientras que para el flujo de lodos es de 3.18m. A su vez, esta diferencia en los histogramas obtenidos se refleja en los resultados de las fuerzas actuantes, puesto que la presión activa del suelo está en función de h_0 en una relación inversa, es decir, entre menor es

esta altura, mayor será la presión ejercida sobre el muro de contención (Ver Figura 1- 10).

La afirmación anterior, se puede ver reflejada en el caso puntual para un muro de contención de 10m de altura, donde se evidencia que la presión activa en el suelo residual (Figura 3- 7) es mucho mayor a la del flujo de lodos (Figura 3- 8).

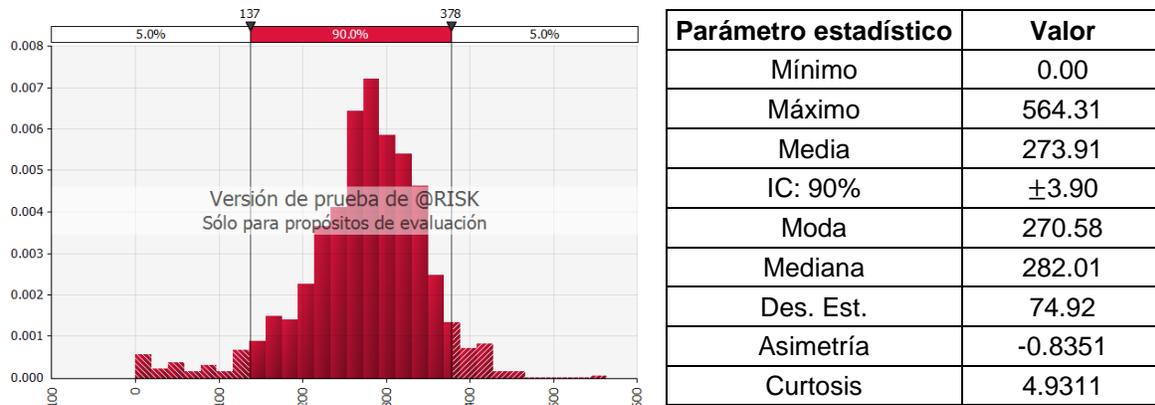


Figura 3- 7. Histograma de frecuencias – C-Pa-H=10 -Res

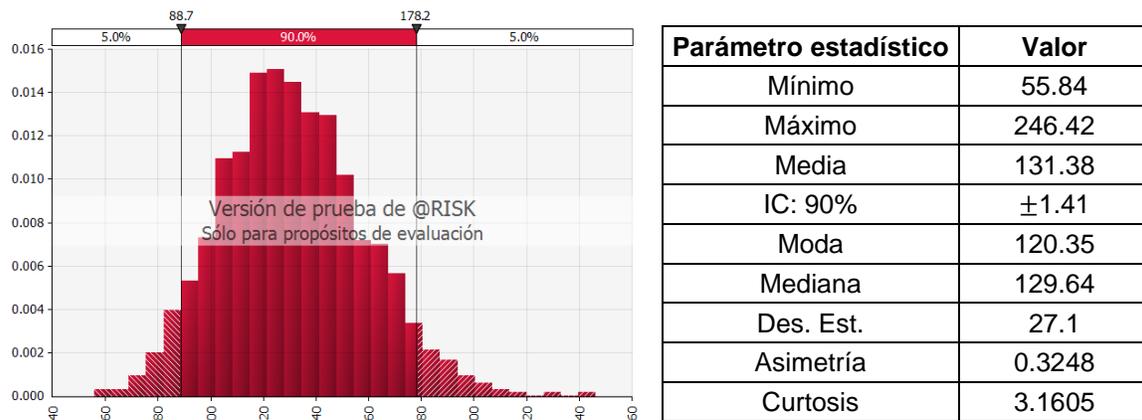


Figura 3- 8. Histograma de frecuencias – C-Pa-H=10 - FL

En consecuencia, la diferencia de los resultados con PM de entre ambos tipos de suelos se debe principalmente a la variable aleatoria de la cohesión, que, como se mencionó en la sección donde se establecen los parámetros geotécnicos de diseño de los suelos de estudio (Ver sección 1.19), este parámetro en el suelo residual presenta una alta variación y/o dispersión, la cual es representada por una función tipo Log-normal, a diferencia del flujo de lodos donde los ensayos de laboratorio

tienen una distribución más uniforme sin presentar grandes variaciones ajustándose a una distribución Normal.

A continuación, se presenta un resumen descriptivo de los resultados obtenidos para cada uno de los modos de falla analizados:

- Deslizamiento:

Con el flujo de lodos (izquierda de la Figura 3- 2), para cada uno de los muros analizados se calculó la probabilidad de que el factor de seguridad por deslizamiento fuera inferior a 1.6 ($P[\text{FS-Deslizamiento}] < 1.6$). Lo anterior debido a que en todas las alturas e inclinaciones del suelo de lleno evaluadas no se tuvieron probabilidades de falla ($P[\text{FS-Deslizamiento}] < 1.0$). En cuanto a los resultados con cada uno de los coeficientes de empuje evaluados, se observa como las probabilidades obtenidas con las teorías de Coulomb y de Rankine son muy similares, obteniéndose una probabilidad de hasta 13% para un muro de contención de 10m de altura y $\beta=20^\circ$, mientras que para el mismo caso con el coeficiente de Mazindrani, se obtiene una probabilidad del 4%.

Por otra parte, en el caso del suelo residual (*derecha en la Figura 3- 2*), para todas las alturas de muros evaluados se presentaron probabilidades de falla ($P[\text{FS-Deslizamiento}] < 1$). Además, se evidencia una tendencia de aumento en las probabilidades a medida que incrementa gradualmente la altura del suelo retenido y el ángulo de inclinación del lleno β .

- Capacidad Portante:

Similar al caso anterior, para el flujo de lodos se evaluó la probabilidad que la relación entre la capacidad última del suelo y la carga máxima transmitida fuera inferior a 3 ($P(\text{FS-Cap.Portante}) < 3$), por lo que en todos los casos estudiados no se obtuvieron $\text{FS} < 1$ (*ver lado izquierdo de la Figura 3- 3*). Se observa que para alturas entre 1 y 3 metros de contención, las probabilidades para un $\text{FS} < 3$ son todas iguales a 0%, sin embargo, a partir de 4 metros, en algunos casos las probabilidades incrementan respecto a la altura y a la inclinación del lleno. Ahora bien, con relación a los distintos coeficientes utilizados, las mayores probabilidades son obtenidas

utilizando el K_a de Rankine, las cuales tienen una diferencia global en promedio del 2% contra los resultados obtenidos por el coeficiente de Coulomb y Mazindrani.

En cuanto al residual si se presentan probabilidades de falla ($FS < 1$) en cada uno de los muros analizados (muros desde 1 a 10m de alto), las cuales incrementan con la altura y la inclinación del lleno retenido. En este caso, los mayores índices de confiabilidad se obtienen cuando se calculan las fuerzas del suelo mediante coeficiente de Coulomb, seguidos de los resultados con el coeficiente de Mazindrani y por último los resultados con el coeficiente de Rankine.

- Volcamiento:

En la Figura 3- 4 se muestra la probabilidad que el factor de seguridad al vuelco sea inferior a 3 ($P(FS\text{-}Vuelco < 3)$), ya que para ambos tipos de suelo, en cada uno de los casos considerados no se generaron fallas. A la izquierda de la figura se relacionan los resultados obtenidos para el flujo de lodos con los tres coeficientes de presión de tierra utilizados. Para este suelo, las probabilidades globales obtenidas son todas similares independientemente del coeficiente de empuje activo utilizado. Además, se observa que para este modo de falla las probabilidades comienzan a disminuir a medida que la altura del muro de contención incrementa, por lo que los menores índices de confiabilidad se presentan en muros entre 1 y 4 metros de altura, ya que a partir de los 5 metros el momento resistente aumenta en mayor proporción que el momento de volcamiento, ocasionando que el FS aumente y las probabilidades de ocurrencia disminuyan.

En cuanto al suelo residual (*derecha en Figura 3- 4*), las probabilidades para un $FS < 3$ en todas las alturas consideradas oscilan en un rango entre 16% y 50% aproximadamente, donde los mayores valores se obtienen en muros de contención de 1 metro de altura, con cada uno de los tres coeficientes de empuje utilizados.

Ahora bien, comparando los resultados entre ambos suelos, se obtiene que para muros entre 1 y 6 metros de altura, las probabilidades del flujo de lodos son mayores en un 52% en promedio a las del suelo residual, y a partir de muros de 7 metros se presenta el caso contrario, obteniéndose probabilidades en el suelo residual

superiores en un promedio de 34% respecto a los resultados conseguidos con el flujo de lodos.

3.2.2. Modelación con PM y NF

Los resultados de la modelación con Monte Carlo mediante el programa @Risk evaluando la presencia del nivel freático a 2/3 de la altura de los muros de contención se muestran en la Figura 3- 9 y Figura 3- 10 correspondientes a las probabilidades de falla ($FS < 1$) por deslizamiento y capacidad portante, mientras que en la Figura 3- 11 se muestra la probabilidad que el FS al vuelco sea menor a 3 (FS exigido por la NSR-10).

Los resultados de los factores de seguridad de los análisis determinísticos para el flujo de lodos y el suelo residual se muestran en los Anexos del Capítulo 3 en la Tabla A- 10 y Tabla A- 14, respectivamente.

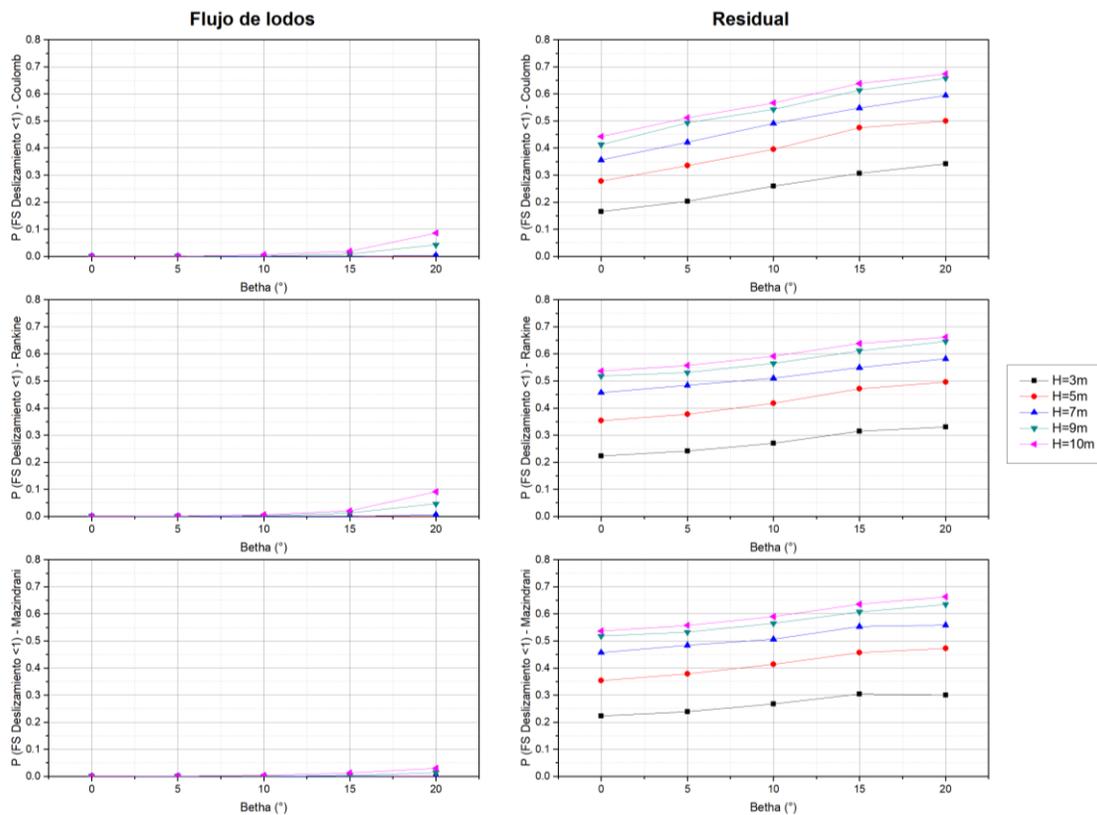


Figura 3- 9. $P(FS_{-Deslizamiento}) < 1$ - PM - NF=2/3H. Izquierda Flujo de Lodos. Derecha suelo Residual.

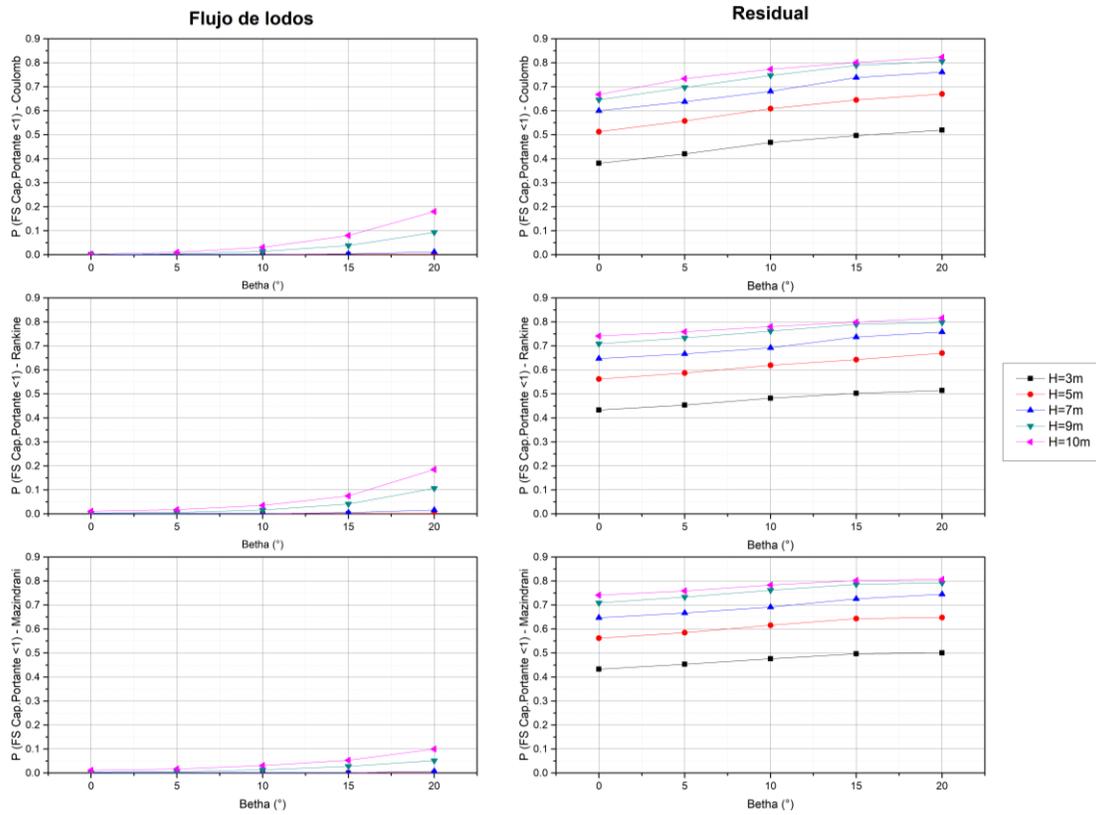


Figura 3- 10. $P(FS_{Cap.Portante} < 1)$ - PM - $NF=2/3H$. Izquierda: Flujo de Lodos. Derecha: Suelo residual

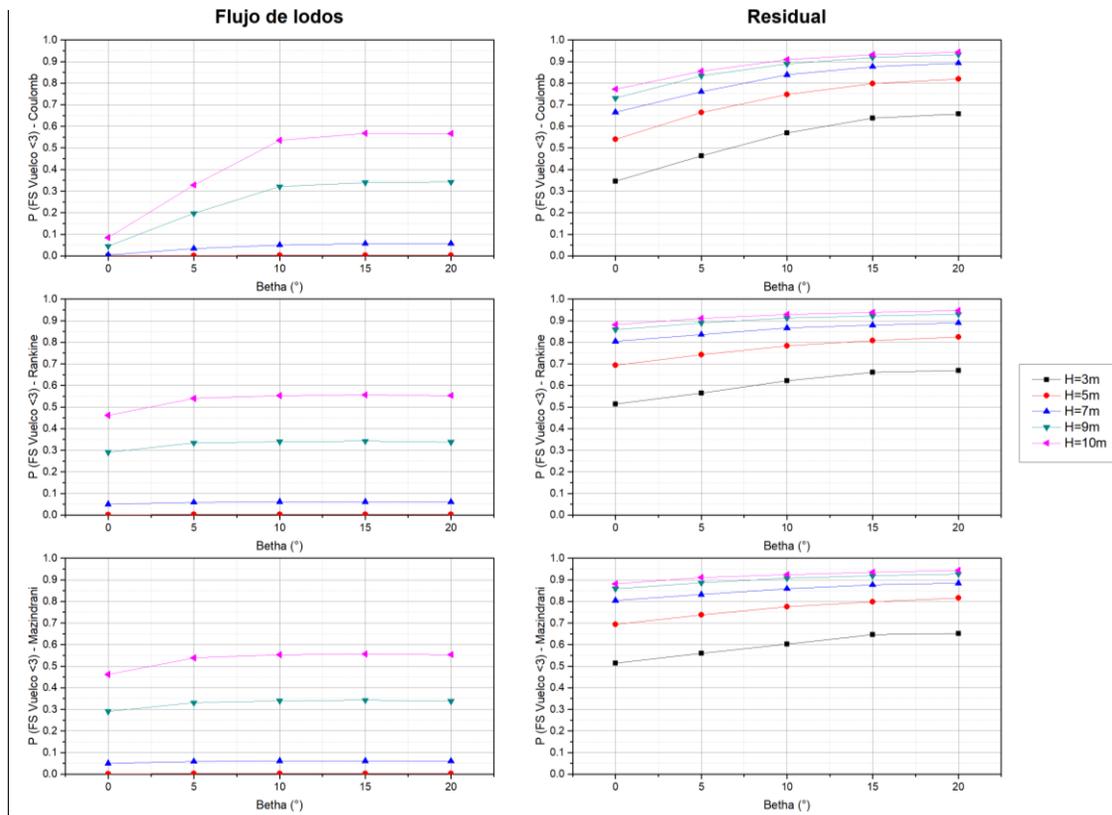


Figura 3- 11. $P(FS_{Vuelco} < 3)$ - PM - $NF=2/3H$. Izquierda: Flujo de Lodos. Derecha: Suelo residual.

A continuación, se realiza un análisis descriptivo de los resultados obtenidos:

- Deslizamiento:

En la Figura 3- 9 se muestra la probabilidad de falla por deslizamiento para el flujo de lodos (*izquierda*) y el suelo residual (*derecha*) en un análisis con parámetros mixtos y con el nivel freático a una altura de 2/3 de la del muro de contención.

Se puede observar que el suelo residual presenta probabilidades de falla superiores en todos los casos comparadas con las del flujo de lodos, las cuales oscilan en un rango entre el 15%, para el caso con más bajas probabilidades (H=1 m, $\beta=0^\circ$, con coeficiente activo de Coulomb), y un 69% para el de más alta probabilidad de falla (H=10 m, $\beta=20^\circ$, con coeficiente activo de Coulomb), comparado con el flujo de lodos donde el valor más alto es del 19% en el caso más crítico (H=10, $\beta=20^\circ$, con coeficiente activo de Rankine).

Ahora bien, en comparación con los resultados obtenidos sin presencia del agua, se evidencia como las probabilidades aumentan considerablemente cuando se evalúa la estabilidad por deslizamiento con presencia del nivel freático; por ejemplo, para el suelo residual, el promedio global de probabilidades de falla aumenta en un 34% con NF, mientras que para el flujo de lodos, se pasa de tener en ninguna de las modelaciones un FS por deslizamiento inferior a obtener probabilidades de falla de hasta el 10%.

- Capacidad Portante:

En cuanto a la capacidad portante, se puede observar en la Figura 3- 10 comparando los resultados de las modelaciones con y sin nivel freático, como la presión hidrostática del agua incrementa en todos los casos las probabilidades de falla por carga última del suelo.

Para el flujo de lodos, si se considera un promedio global de todos los casos evaluados, se obtiene un 2% de probabilidades de falla, a diferencia de los casos sin presencia del NF en donde no se generaron factores de seguridad menores a uno. Del mismo modo, para el suelo residual se obtiene un incremento en promedio del 23% de probabilidades de falla respecto a la modelación sin NF, donde los

mayores casos se presentan cuando se realiza un análisis con los coeficientes de Rankine y Mazindrani, superiores en 2% respecto a los resultados obtenidos con el coeficiente activo de Coulomb.

- Volcamiento:

La probabilidad de que el factor de seguridad por vuelco sea inferior al factor de seguridad exigido por la norma ($P (FS\text{-}Vuelco < 3)$) se muestra en la Figura 3- 11. En este caso, al igual que en la modelación sin NF, la probabilidad de falla por volcamiento fue nula para la mayoría de los muros considerados. Esto se debe principalmente al predimensionamiento con el que se evaluaron los muros de contención (ver Tabla 1- 5), los cuales con esta configuración tienen menos riesgo a presentar fallas de este tipo.

De la Figura 3- 11 se puede observar que el suelo residual (derecha) es el que presenta mayores probabilidades, con una diferencia en promedio del 62% respecto a las probabilidades obtenidas para el flujo de lodos (teniendo en cuenta todos los muros y las inclinaciones del lleno analizadas). Para ambos tipos de suelo, las mayores probabilidades de falla se obtienen con el coeficiente activo de Rankine y Mazindrani, siendo más significativa esta diferencia en el suelo residual, donde los resultados conseguidos con estos coeficientes son globalmente mayores en un 5% de probabilidades respecto a las calculadas con el método de Coulomb, mientras que con el flujo de lodos esta diferencia es de un 4%, respectivamente.

3.2.3. Comparación entre la modelación con PM con y sin nivel freático.

En la Figura 3- 12. se recopilan las probabilidades obtenidas del análisis de equilibrio límite con parámetros mixtos para un muro de contención en voladizo de 9 m de altura con la presencia del nivel freático a los 6 m (medidos a partir de la base del muro), y el mismo caso, pero sin presencia del agua.

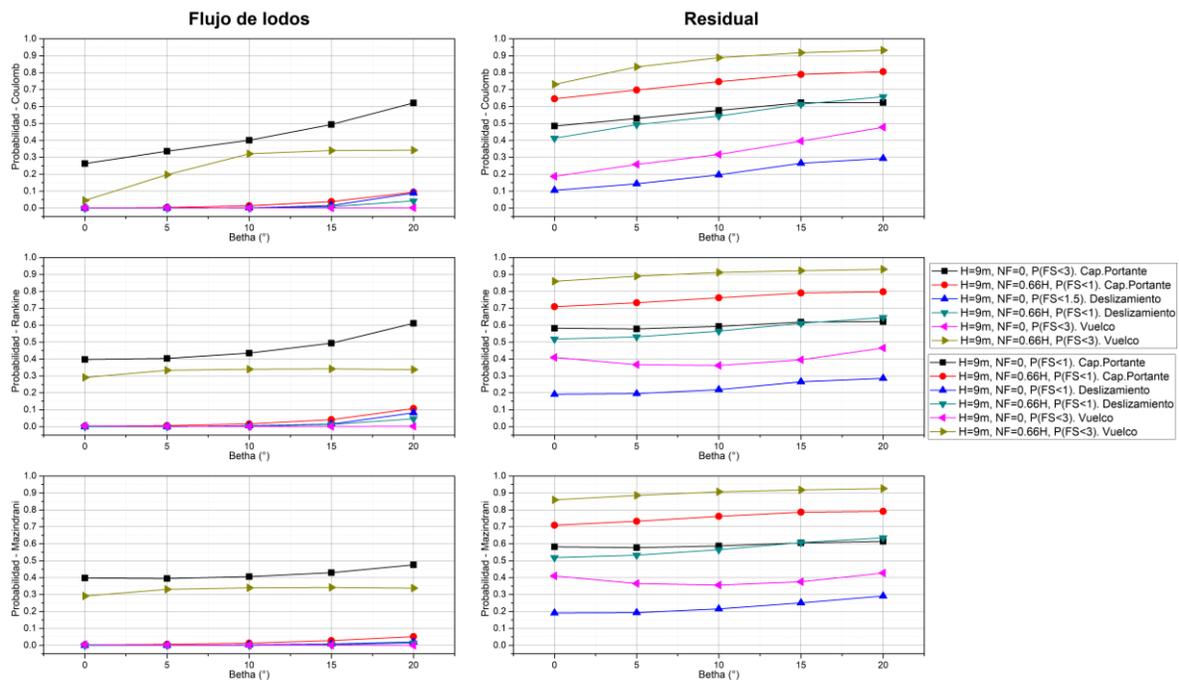


Figura 3- 12. Comparación en las probabilidades obtenidas con $NF=6\text{ m}$ y $NF = 0\text{m} - MV=9\text{m}$ - PM. FL (Izquierda). Res (Derecha).

Como se mencionó anteriormente, la presión del agua del nivel freático en el trasdós del muro de contención aumenta las probabilidades para todos los mecanismos de estabilidad evaluados. En el caso del flujo de lodos (derecha de la Figura 3- 12.), sin la presencia del agua se obtienen resultados donde la estabilidad por vuelco, deslizamiento y capacidad portante no presenta fallas, por lo que se evaluó la probabilidad que los factores de seguridad fueran inferiores a los definidos anteriormente en la sección 1.9 de este trabajo ($FS_{\text{Cap. Portante}} < 3$, $FS_{\text{Deslizamiento}} < 1.6$, $FS_{\text{Vuelco}} < 3$). Ahora bien, cuando se calcula la estabilidad con la presencia del nivel freático, se obtienen probabilidades de falla de hasta del 11% por capacidad portante ($\beta=20^\circ$, Rankine) y 5% por deslizamiento ($\beta=20^\circ$, Rankine), mientras que en la estabilidad por volcamiento se pasa de obtener 0% de probabilidades de obtener un $FS < 3$, a un promedio global de 30% de probabilidades con presencia del agua.

Por el contrario del flujo de lodos, con el suelo residual (derecha de Figura 3- 12.), en todos los casos se presentan probabilidades de falla (con excepción de la estabilidad por volcamiento), solo que con el nivel freático presionando la cara

posterior del muro de contención, estas probabilidades incrementan significativamente. Por ejemplo, para la estabilidad por capacidad portante las probabilidades aumentan en promedio del 16% para cada una de las inclinaciones del muro de contención analizadas, diferencia que aumenta en el caso de la estabilidad por deslizamiento donde se obtiene probabilidades de falla mayores alrededor de un 34% cuando se tiene presencia del NF. Ahora bien, para el caso de la estabilidad por vuelco del muro, la probabilidad de obtener un $FS < 3$ aumenta con el NF en un promedio de 36% respecto a los valores obtenidos sin presencia del agua.

3.2.4. Modelación con PE sin NF

Para la modelación con los parámetros equivalentes del suelo residual y el flujo de lodos, se calculan las cargas actuantes con el coeficiente activo de Rankine ($R-K_a$) y el coeficiente activo de Coulomb ($C-K_a$), ya que, con los PE no se considera el coeficiente de presión lateral de Mazindrani, debido a que este solo se utiliza cuando se considera la cohesión de los suelos estudiados.

Inicialmente, se realiza un análisis determinístico para el cálculo de los factores de seguridad por volcamiento, deslizamiento y capacidad portante, de acuerdo con las ecuaciones (30), (33) y (37), respectivamente, donde las propiedades de diseño son los valores promedio que se muestran en la Tabla 1- 7. Los resultados de la modelación determinista para muros de contención en voladizo reteniendo el flujo de lodos y el suelo residual, representados por el ángulo de fricción equivalente y sin presencia de NF, se recopilan en los Anexos del Capítulo 3.

Los resultados de la modelación con el método de Monte Carlo utilizando los parámetros equivalentes de los suelos de estudio se resumen en la Figura 3- 13, en la Figura 3- 14 y en la Figura 3- 15, para los modos de falla por deslizamiento, capacidad portante y vuelco, respectivamente.

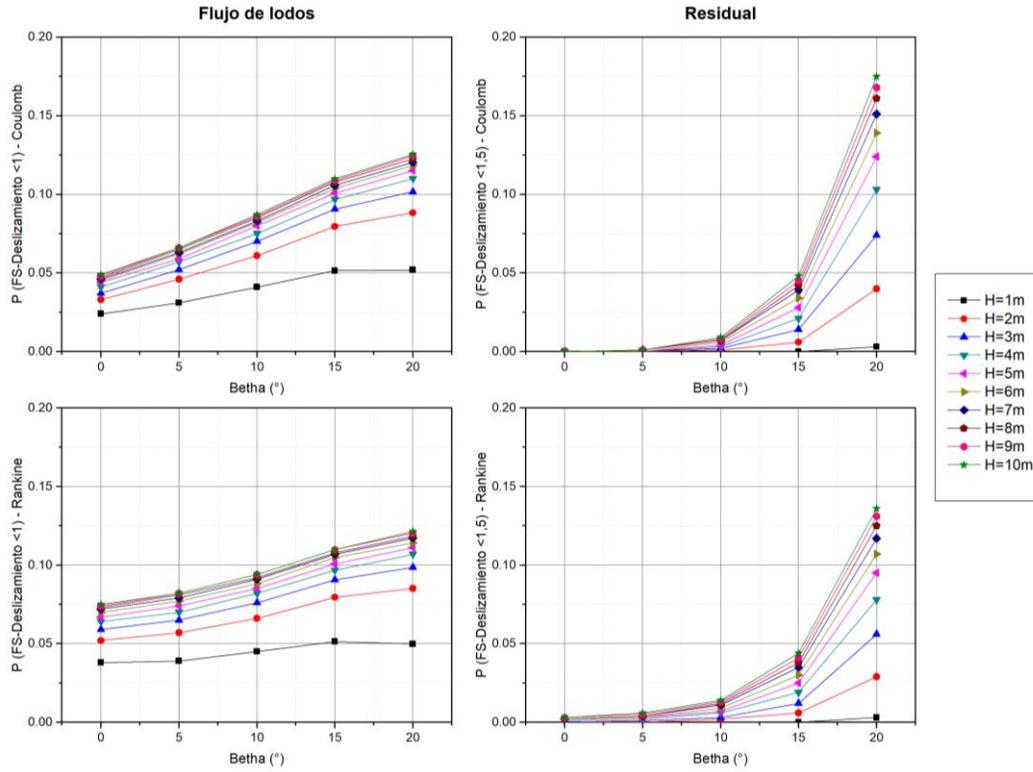


Figura 3- 13. $P(FS-Deslizamiento) < 1 - PE - NF=0 - FL$ (Izquierda); $P(FS-Deslizamiento) < 1.5 - PE - NF=0 - Res$ (Derecha).

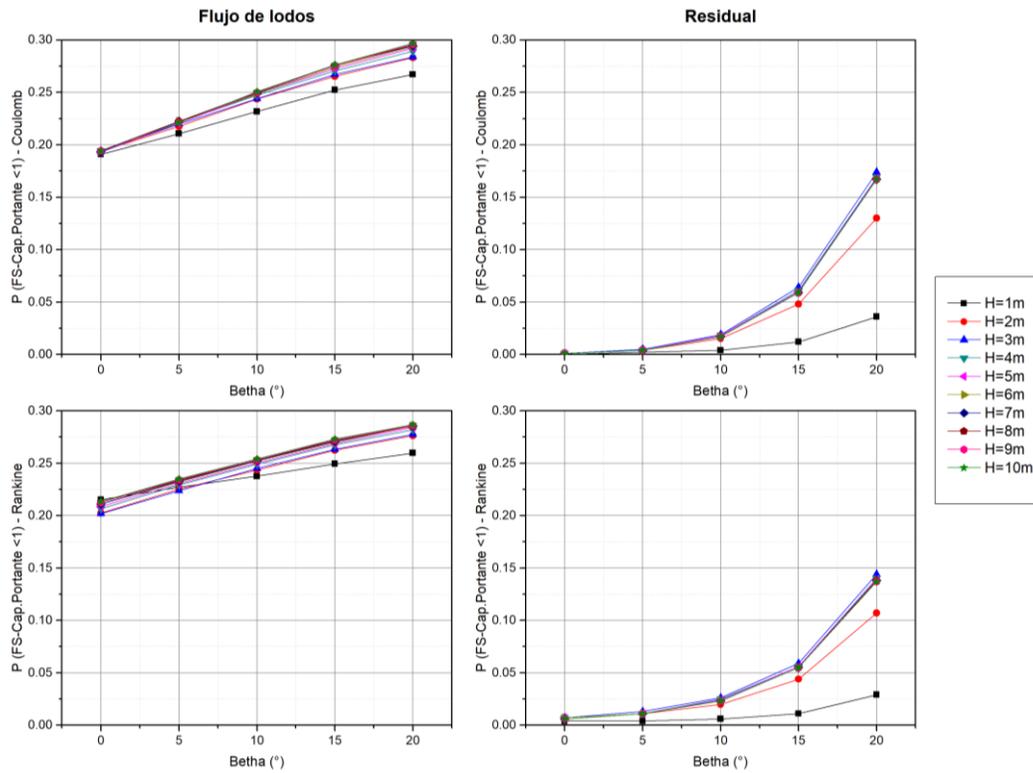


Figura 3- 14. $P(FS-Cap.Portante) < 1 - PE - NF=0$. Izquierda - FL. Derecha - Res; (A) Coulomb; (B) Rankine

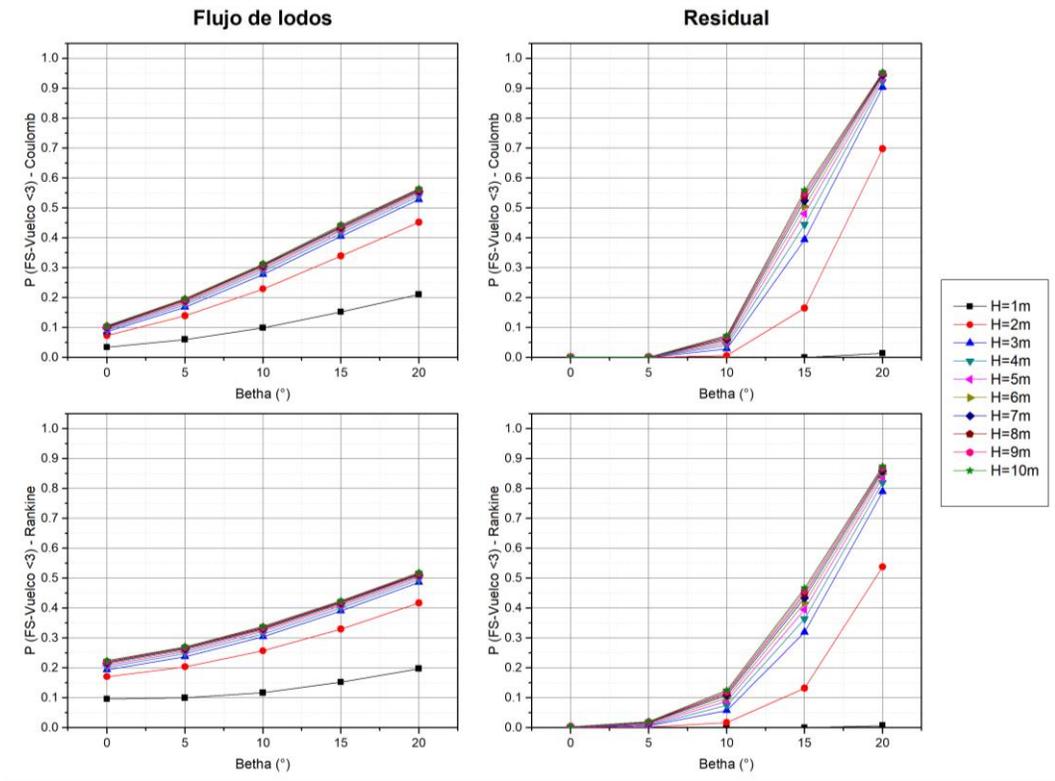
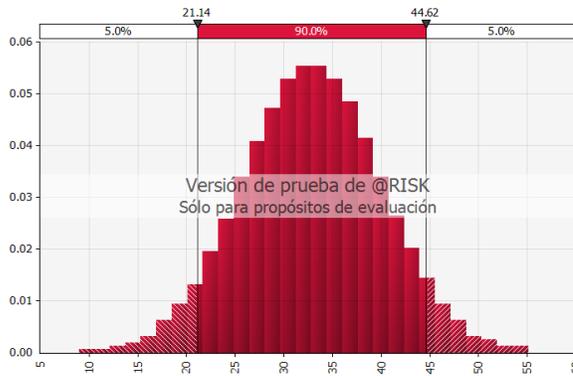


Figura 3- 15. $P(FS-vuelco) < 3$ - PE - NF=0. Izquierda - FL. Derecha - Res

En relación con los resultados de las probabilidades obtenidas para los distintos modos de estabilidad evaluados utilizando los parámetros equivalentes de los suelos de estudio, es necesario recordar las diferencias obtenidas en las funciones de distribución de probabilidad para los coeficientes activos de Coulomb y Rankine (Ver Tabla 2- 5). De acuerdo con los resultados del Capítulo 2, las distribuciones de los coeficientes activos en el suelo residual son más uniformes y de una menor dispersión o varianza que para el flujo de lodos, siendo los coeficientes de variación de los K_a superiores en un 26% de un suelo respecto al otro, lo cual se ve reflejado en el cálculo de las fuerzas internas en los análisis de estabilidad realizados en los muros.

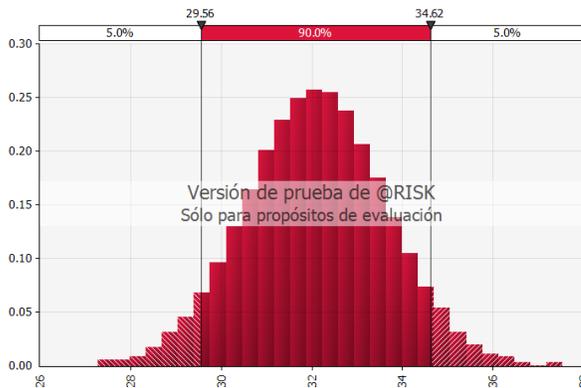
Además, como se muestra en los histogramas de frecuencias del ángulo de fricción equivalente de ambos suelos: Figura 3- 16 y Figura 3- 17, para el suelo residual la diferencia entre el valor del percentil 5 y el percentil 95 es tan solo de 5°, aproximadamente, mientras que para el flujo de lodos esta diferencia es de 23°. Por lo tanto, con este último suelo se presentan mayores probabilidades de eventos

cuando se evalúa la estabilidad con ángulos de inclinación de lleno pequeños ($\beta \leq 10^\circ$), debido a los valores extremos (valores de $\phi_{equivalente}$ pequeños) que se pueden generar.



Parámetro estadístico	Valor
Mínimo	8.959
Máximo	55.113
Media	32.898
IC: 90%	± 0.372
Moda	32.275
Mediana	32.898
Des. Est.	7.137
Asimetría	-0.0077
Curtosis	2.9699

Figura 3- 16. Histograma de frecuencias $-\phi_{equivalente}$ - FL



Parámetro estadístico	Valor
Mínimo	27.279
Máximo	37.535
Media	32.101
IC: 90%	± 0.0802
Moda	32.003
Mediana	32.099
Des. Est.	1.541
Asimetría	0.0110
Curtosis	3.0020

Figura 3- 17. Histograma de frecuencias $-\phi_{equivalente}$ - Res

A continuación, se realiza un análisis de los resultados obtenidos:

- Deslizamiento:

Como se muestra en la Figura 3- 13, para el suelo residual se evaluó la probabilidad que el factor de seguridad por deslizamiento fuera inferior a 1.6 ($P(FS_{\text{Deslizamiento}} < 1.6)$). En este caso, utilizando el coeficiente activo de Coulomb, se obtuvieron probabilidades de hasta 18% para un muro de contención de 10 metros de altura con una inclinación del suelo de relleno de 20° . Igualmente, con este mismo coeficiente, se obtienen las mayores probabilidades de ocurrencia, con una diferencia global del 1% respecto a las probabilidades obtenidas con el coeficiente activo de Rankine.

Del mismo modo, se puede observar cómo existe una tendencia para todos los muros de contención evaluados, en la cual las probabilidades incrementan en mayor medida a partir de un ángulo de 10° de inclinación del suelo de relleno, obteniéndose los más altos valores de probabilidad cuando la inclinación del suelo de relleno es igual 20° .

Por otro lado, a diferencia del suelo residual, con el flujo de lodos ocurren probabilidades de falla ($P(FS_{\text{-Deslizamiento}} < 1)$) en un rango que oscila entre el 2% y el 13%, donde los mayores valores se obtienen para muros de contención entre 9 y 10 metros de altura y con altas inclinaciones de la superficie del lleno del suelo.

- Capacidad portante:

En el caso del análisis de equilibrio límite por capacidad portante utilizando PE, se observa en la Figura 3- 14 que el suelo que presenta mayores probabilidades en una mayor cantidad de casos es el flujo de lodos. Para este suelo con todas las alturas de muros de contención e inclinaciones evaluadas se producen fallas ($P(FS_{\text{Cap. Portante}} < 1)$), las cuales aumentan tanto con el incremento en la altura de contención como con el incremento de la inclinación del suelo retenido.

Con el suelo residual, por el contrario, las probabilidades de falla comienzan a ser considerables a partir de un ángulo de inclinación de 10° , siendo muy similar entre 3 y 10 metros de altura, con la particularidad que el incremento en las probabilidades de falla se produce principalmente respecto al cambio en la inclinación del suelo retenido, más que por el aumento de la altura de contención.

Ahora, comparando los resultados obtenidos utilizando el coeficiente activo de Rankine y Coulomb, para ambos suelos la diferencia promedio en todos los muros evaluados es tan solo de 1%, siendo superiores las probabilidades de falla cuando se calcula la fuerza activa mediante el coeficiente de Rankine.

- Volcamiento:

De acuerdo con los histogramas de frecuencias de los análisis de la probabilidad de falla por volcamiento en muros de contención en voladizo utilizando PE, en ninguno de los escenarios considerados se presentaron fallas. De este modo, se evaluó la

probabilidad de ocurrencia para verificar que la relación entre los momentos resistentes y los momentos que tienden a girar el muro fuera inferior a 3 ($FS_{\text{Volcamiento}} < 3$), siendo este valor el factor de seguridad mínimo exigido por la norma colombiana NSR-10 (ver sección 1.8.1).

Ahora bien, comparando los resultados obtenidos, se observa que para el suelo residual las probabilidades de ocurrencia aumentan principalmente debido al incremento en la pendiente del suelo retenido en especial a partir de un ángulo de inclinación de 10° . Para el flujo de lodos, las probabilidades aumentan tanto con el incremento de la inclinación como con la altura del muro de contención, generándose para todos los muros evaluados probabilidades de ocurrencia ($FS < 3$).

Así mismo, al comparar los resultados obtenidos con los coeficientes de empuje utilizados, se evidencia que para muros de contención con una inclinación del suelo de relleno entre 0 y 10° , se obtienen generalmente mayores probabilidades utilizando el coeficiente activo de Rankine, mientras que a partir de $\beta = 15^\circ$ las probabilidades aumentan en mayor proporción utilizando el coeficiente activo de Coulomb.

3.2.5. Modelación con PE y NF

Los resultados de los análisis por equilibrio límite, incluyendo la presencia del nivel freático a una altura de $2/3$ de la altura del muro de contención, calculando las probabilidades de falla ($FS < 1$) por deslizamiento y por capacidad portante, se muestran en la Figura 3- 18 y en la Figura 3- 19, respectivamente, mientras que para el caso de la estabilidad por volcamiento, se muestran las probabilidades de que el Factor de Seguridad sea inferior a 3 en la Figura 3- 20. Los resultados de los factores de seguridad de los análisis determinísticos del análisis con parámetros equivalentes y nivel freático se muestran en los anexos del Capítulo 3, en la Tabla A- 12 y en la Tabla A- 16, para el flujo de lodos y el suelo residual, respectivamente. Los resultados de la modelación estocástica se muestran a continuación:

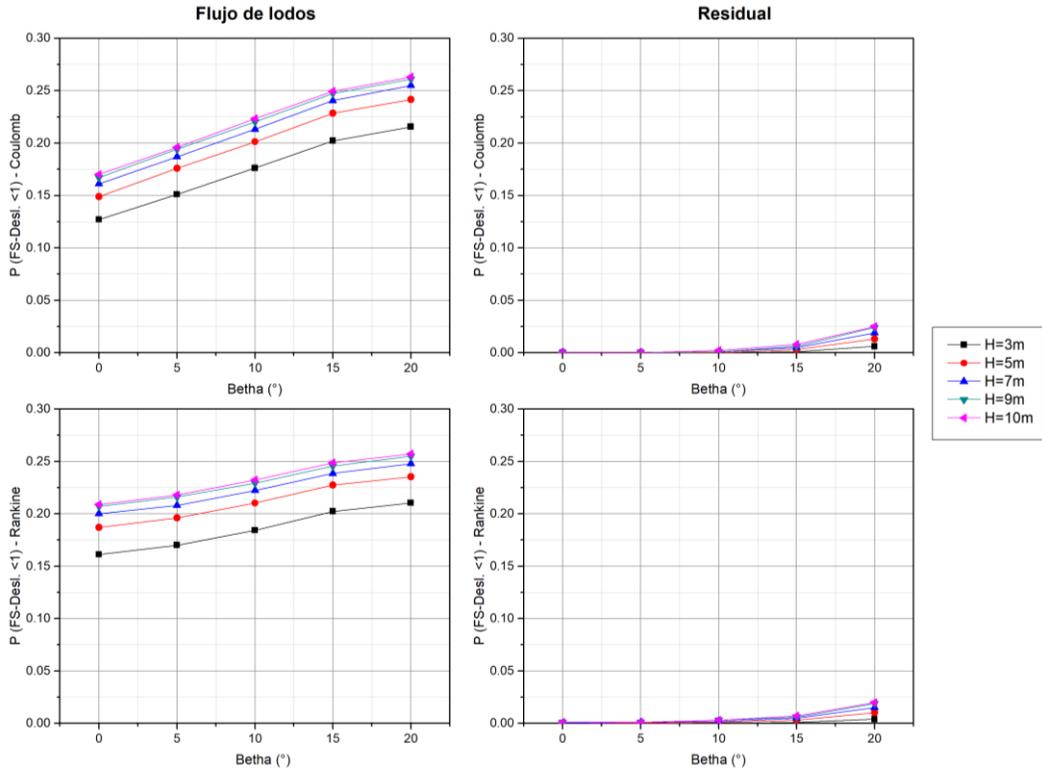


Figura 3- 18. $P(FS-Deslizamiento) < 1 - PE - NF=2/3H$. Flujo de Lodos – izquierda; Residual – derecha.

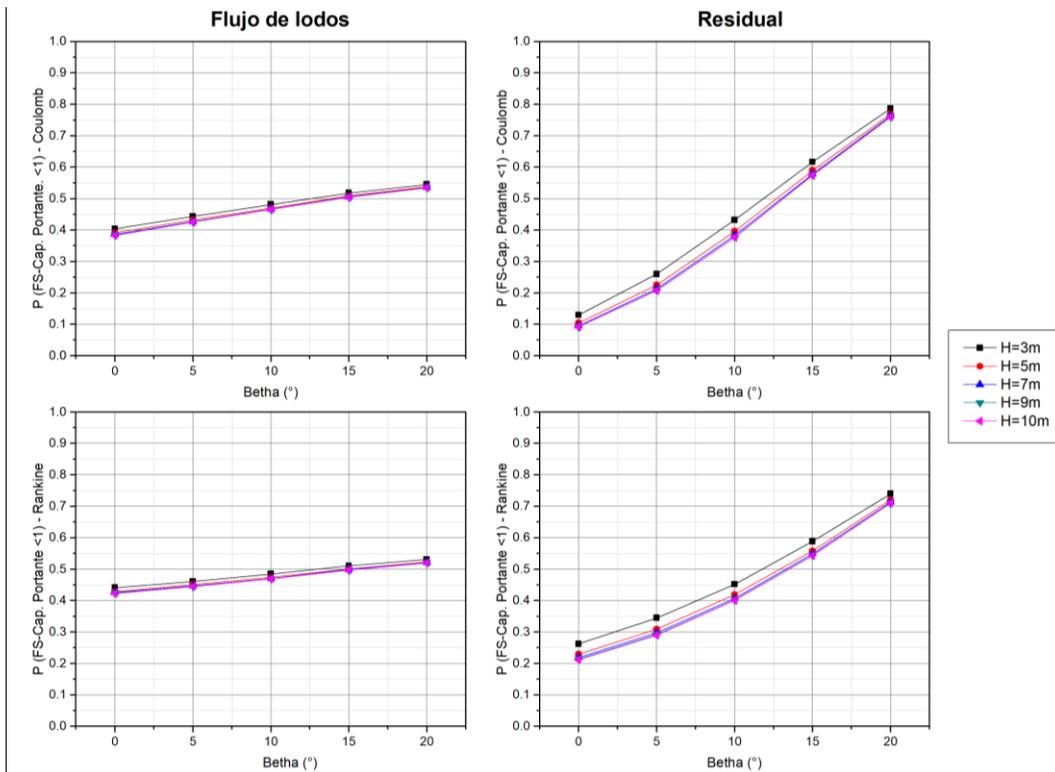


Figura 3- 19. $P(FS-Cap.Portante) < 1 - PE - NF=2/3H$. Flujo de Lodos – izquierda; Residual – derecha

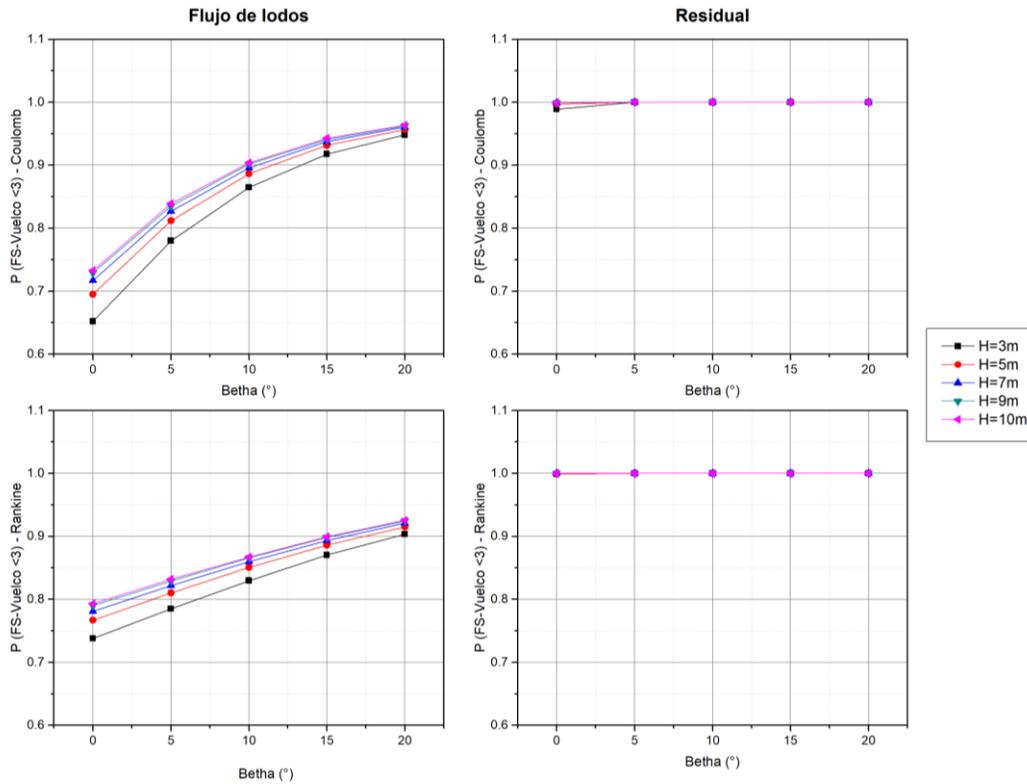


Figura 3- 20. $P(FS-Vuelco) < 3$ - PE - NF=2/3H. Flujo de Lodos – izquierda; Residual – derecha

- Deslizamiento:

Según los resultados obtenidos, se evidencia que el comportamiento en cuanto a las probabilidades de falla al deslizamiento de los muros de contención en voladizo en un análisis con PE y con presencia del NF es similar al de la Figura 3- 13. El efecto de la presencia del nivel freático en el suelo de relleno produce un aumento en las probabilidades debido al incremento de la presión sobre el muro, reduciendo la relación con las fuerzas resistentes a lo largo de la base, por lo que las curvas en la Figura 3- 18 se desplazan en el eje vertical respecto a las graficadas para el caso sin NF.

Por ejemplo, para el flujo de lodos, las probabilidades de falla incrementan en un promedio del 13% respecto a los muros de contención sin presencia del agua, mientras que para el suelo residual, pasa de no obtenerse $FS < 1$ en ninguno de los casos considerados, a probabilidades de falla por deslizamiento que llegan hasta un 2.5% en un muro de contención de 10 m de alto con el suelo de relleno inclinado en un ángulo $\beta = 20^\circ$.

- Capacidad Portante:

Para el caso de falla por capacidad portante, las mayores probabilidades se presentan en muros de 3 m de altura, con excepción del caso de un análisis con el coeficiente de Rankine para el suelo residual, en donde los muros de contención de 9 y 10 metros fueron los que presentaron mayores probabilidades de falla.

En cuanto a la diferencia obtenida entre los resultados con y sin nivel freático, para el flujo de lodos se alcanza un aumento del 23% de probabilidades de falla, tanto con Coulomb como con Rankine, mientras que con el suelo residual, el incremento promedio es del 39% con Coulomb y del 9% con Rankine, esto en el caso con presión hidrostática.

- Volcamiento:

Para el caso del análisis del vuelco de los muros de contención, en la Figura 3- 20 se muestra la probabilidad de ocurrencia que el factor de seguridad por vuelco sea inferior a 3. Se puede observar en los análisis utilizando el coeficiente de Rankine, que las probabilidades de ocurrencia van disminuyendo a medida que el suelo de relleno aumenta de inclinación, siendo esta tendencia mucho más notoria en el suelo residual, en donde existe una diferencia en promedio del 48% de probabilidades en un muro de contención con un suelo de relleno horizontal contra uno con una inclinación en un ángulo $\beta=20$, mientras que con el flujo de lodos esta diferencia es del 20% en promedio.

Por otra parte, al comparar los resultados obtenidos de la modelación con y sin NF, se advierte que en el suelo residual son muchos más los casos de muros de contención en donde el FS contra el volcamiento es inferior a 3, aumentando las probabilidades en un 58% utilizando Coulomb y en un 23% utilizando Rankine, a diferencia del flujo de lodos, donde este aumento es del 11% y 9%, con Coulomb y Rankine, respectivamente.

3.2.6. Comparación entre la modelación con PE con y sin nivel freático.

En la Figura 3- 21 se recopilan las probabilidades obtenidas del análisis de equilibrio límite con parámetros equivalentes para muros de contención en voladizo de 9 m

de altura con la presencia del nivel freático a los 6 m del muro (medidos a partir de la base), al igual que sin presencia del agua (NF=0).

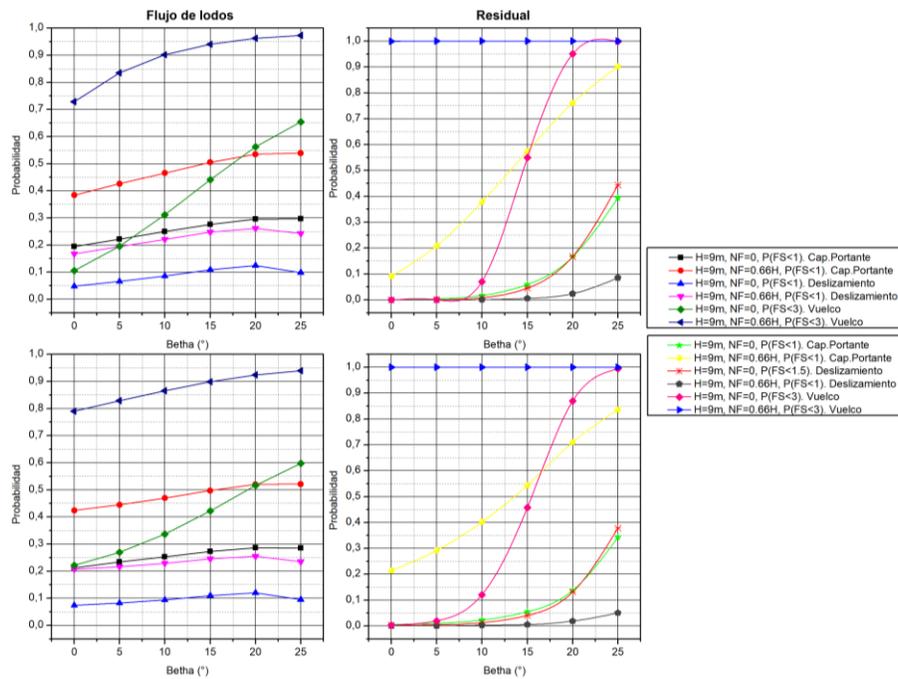


Figura 3- 21. Comparación en las probabilidades obtenidas con NF=6 m y NF= 0m – MV=9m- PE. FL (Izquierda). Res (Derecha).

Los resultados obtenidos con el flujo de lodos muestran que las probabilidades de falla por deslizamiento y capacidad portante en el muro de contención de 9 m de altura teniendo en cuenta la presencia del nivel freático aumentan en promedio en un 13% y 22%, respectivamente, mientras que, para la estabilidad por vuelco, las probabilidades de obtener un factor de seguridad inferior a 3 incrementan en promedio en 53%.

Por otro lado, en el suelo residual con el nivel freático las probabilidades de falla por capacidad portante suben en promedio en un 39%, mientras que por deslizamiento se obtienen probabilidades de falla de hasta un 3% para el caso más crítico ($\beta=20^\circ$), ya que sin la presencia del agua no se tuvieron casos de falla. En el caso de volcamiento, el muro de contención de 9m de altura con la presión hidrostática del agua, no cumple con el factor de seguridad exigido por la norma colombiana, por lo que en todos los casos las probabilidades de obtener un factor de seguridad inferior a tres son iguales al 100%.

3.3. Conclusiones

Con base en las modelaciones realizadas del análisis de equilibrio límite para muros de contención en voladizo incorporando la simulación por el método de Monte Carlo, se pueden realizar las siguientes observaciones:

- ✓ A pesar de que los resultados del ensayo de penetración estándar SPT sugieren que el comportamiento del flujo de lodos y el suelo residual es similar, existe una influencia geológica que se ve reflejada en las FDP de los parámetros geotécnicos y a la vez en los empujes que inducen a la falla en muros de contención en voladizo.
- ✓ En los análisis de equilibrio límite de muros de contención en voladizo utilizando los parámetros mixtos de los suelos de estudio, la diferencia entre las probabilidades de falla de ambos suelos se debe principalmente por el parámetro de la cohesión, evidenciándose un claro contraste contra los resultados obtenidos cuando se realiza un análisis utilizando los parámetros equivalentes.

Es así, que en los muros de contención reteniendo el flujo de lodos generalmente se obtienen menores probabilidades que con el suelo residual. Esto se debe a las FDP de los parámetros de entrada en el cálculo de las fuerzas involucradas en los factores de seguridad, donde la función de distribución de probabilidad para la cohesión del flujo de lodos es más uniforme y de mayor contribución en la estabilidad en los muros que para el suelo residual, para el cual la cohesión promedio es inferior y representada por una función sesgada con un coeficiente de variación mucho mayor al del flujo de lodos, la cual se relaciona con la clasificación de acuerdo con los ensayos de límites de consistencia y granulometría realizados sobre este horizonte de suelo.

- ✓ En la comprobación de la estabilidad por deslizamiento de los muros de contención utilizando los parámetros equivalentes, se presenta una clara diferencia entre los resultados obtenidos con el flujo de lodos y el suelo residual, la cual está marcada principalmente por la influencia de la

variabilidad del $\phi_{\text{equivalente}}$ y al mismo tiempo en las FDP de los coeficientes activos de Coulomb y Rankine para cada uno de los ángulos de inclinación del suelo de retenido.

Un claro ejemplo de lo anterior es el caso de la estabilidad por deslizamiento en los muros de contención, donde para el suelo residual no se obtuvieron casos en los que el factor de seguridad fuera inferior a 1, mientras que con el flujo de lodos se generaron fallas con una probabilidad promedio global del 8%. Por otro lado, utilizando los parámetros mixtos, ocurre todo lo contrario, ya que los muros de contención reteniendo el suelo residual presentan probabilidades de falla con un valor promedio del 14% (para los tres coeficientes de empuje utilizados), mientras que para el flujo de lodos en todos los casos las probabilidades de falla fueron iguales a 0%.

- ✓ El comportamiento de los muros de contención en voladizo por capacidad portante en cuanto a las probabilidades de falla es similar al que ocurre en la estabilidad por deslizamiento, donde nuevamente , cuando retienen el flujo de lodos y utilizando los parámetros equivalentes, es cuando mayor probabilidades presentan, las cuales son superiores en un promedio global de 21% y 19% respecto a las probabilidades de falla obtenidas en el suelo residual utilizando los coeficientes activos de Rankine y Coulomb, respectivamente. Ahora bien, cuando se utilizan los PM, las probabilidades de falla son nulas en muros conteniendo el flujo de lodos, mientras que para el suelo residual se obtienen valores con un promedio de 43% de falla por capacidad portante (considerando todas las alturas e inclinaciones del suelo), con una diferencia del 3% entre los resultados obtenidos con Coulomb y Rankine, 1% entre Rankine y Mazindrani y 2% entre Mazindrani y Coulomb.
- ✓ Al realizar la comprobación del volcamiento alrededor del punto P sobre la base de los muros de contención en voladizo (*ver Figura 1- 10 y Figura 1- 11*), en ninguno de los casos considerados (*ver sección 3.1*) se obtuvieron probabilidades de falla, por lo que en los análisis realizados se calculó la probabilidad de que el FS al vuelco fuera inferior al exigido por la norma

colombiana NSR 10 ($P(FS_{\text{Volcamiento}} < 3)$). Esto se debe a que en el diseño de los muros en voladizo cumpliendo con el predimensionamiento establecido en la Tabla 1- 5, la componente vertical del peso del muro más el peso del suelo por encima del talón, aportan un momento resistente generalmente mayor que el momento de volcamiento ocasionado por la componente horizontal de la presión activa del suelo (más la presión del agua cuando es considerada).

En cuanto a los resultados para una situación donde el FS por volcamiento fuera inferior a 3, con los parámetros mixtos se presenta una condición en la que muros de contención entre 1 y 6 metros de altura el flujo de lodos presentaba mayor probabilidad de ocurrencia con un porcentaje promedio del 55%, 52% y 53%, respecto al suelo residual, utilizando los coeficientes de Coulomb, Rankine y Mazindrani respectivamente, mientras que a partir de muros de 7 metros de alto, el suelo residual es el que mayor probabilidades presenta con valores promedio del 32% (Coulomb), 39% (Rankine) y 38% (Mazindrani). Con los parámetros equivalentes, ocurre algo similar al caso anterior, solo que la diferencia entre un suelo y otro está marcada principalmente por el ángulo de inclinación del suelo retenido (ángulo β), donde las mayores probabilidades de ocurrencia ($FS < 3$) para ángulos de inclinación entre 0 y 10° se presentan con el flujo de lodos, y con ángulos de inclinación entre 15 y 20°; el de mayores probabilidades fue el suelo residual.

- ✓ De manera generalizada, la presión lateral activa del suelo en los muros de contención incrementa a medida que el ángulo de inclinación del suelo retenido es más mayor, ocasionando que las probabilidades de falla y los comportamientos indeseados por capacidad portante y deslizamiento, aumenten. En los casos en los que se observa que hay una disminución en las probabilidades, se debe a que las ecuaciones con las que se calculan los coeficientes activos de presión lateral de tierra no están definidas cuando el ángulo de fricción interna del suelo es menor que el ángulo de inclinación del lleno ($\phi < \beta$), por lo que en las simulaciones de Monte Carlo, en los cálculos de la distribución de frecuencias de los FS, se tuvo en cuenta una menor

cantidad de datos (eliminando los errores que se generaron cuando $\beta > \phi$), ocasionando que las probabilidades disminuyeran con relación a las obtenidas con un ángulo de inclinación del suelo inferior.

- ✓ Las probabilidades de falla y los casos de comportamientos indeseados para los mecanismos de estabilidad en muros de contención en voladizo con presencia del NF incrementan en cada uno de los casos analizados en comparación con la modelación donde no se tiene en cuenta la presencia del agua. En este sentido, se evidencia que la presión hidrostática ejerce una fuerza de empuje considerable, la cual debe evitarse a toda costa en un muro de contención, por lo que se debe garantizar que en este tipo de estructuras el sistema de filtros y obras hidráulicas funcionen correctamente para evitar cualquier exceso de agua en el trasdós del muro.

CAPÍTULO 4: MODELACIÓN CON EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Para determinar las fuerzas que ejerce el suelo retenido sobre muros de contención en voladizo de manera determinística y considerando la interacción suelo-estructura, se realizaron modelaciones por medio de elementos finitos (FEM) para diferentes alturas.

Para la modelación se utilizó el programa RS2 desarrollado por Rocscience. Este programa se utiliza para una amplia gama de problemas de ingeniería geotécnica tales como diseño de excavaciones, estabilidad de taludes, estructuras de contención, análisis de consolidaciones, entre otros. Además, proporciona modelos de materiales como los criterios de falla de Mohr-Coulomb y Hoek-Brown, que son adecuados para materiales geotécnicos y elementos estructurales que pueden representar sistemas de soporte en suelos y rocas (Cai, 2008).

4.1. Metodología y datos de entrada

Para la modelación con elementos finitos del empuje lateral de tierras en muros de contención en voladizo con el suelo residual y el flujo de lodos se llevó a cabo la siguiente metodología:

i. Geometría del problema:

Inicialmente se delimita la geometría del muro de contención, la geometría del suelo retenido y la geometría de las condiciones del contorno.

La geometría del suelo del contorno se estableció de forma iterativa, realizando repetidas modelaciones hasta que se observó que los esfuerzos en el contorno del muro no variaban de forma significativa con el aumento del dominio analizado. En cuanto a la geometría de los muros de contención se utilizó el predimensionamiento que se muestra en la Tabla 1- 5.

En la Figura 4- 1 se muestra la geometría utilizada y las condiciones en las fronteras para el análisis del empuje activo y pasivo en el caso de un muro en voladizo de 9 metros de altura.

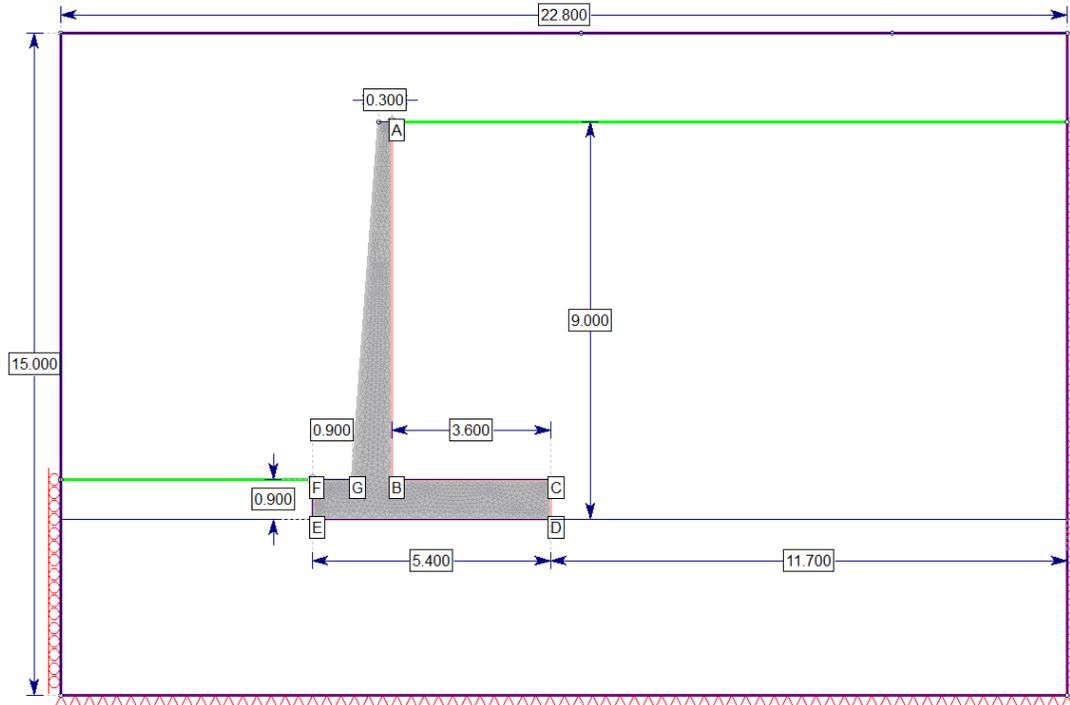


Figura 4- 1. Geometría y condiciones de contorno para la modelación con FEM

ii. Propiedades de los materiales:

Se definen las propiedades de los materiales que se van a utilizar en la modelación, tales como las propiedades geotécnicas y mecánicas de los suelos, las propiedades del material del muro de contención, las propiedades de los elementos tipo joint, las propiedades del campo de esfuerzos, entre otros.

En la Tabla 4- 1 se muestran las propiedades del flujo de lodos y del suelo residual, tanto con PM como con PE, al igual que las propiedades del concreto para los muros de contención en voladizo.

Tabla 4- 1. Datos de entrada de los materiales para modelación con FEM

Material	Color	*Tipo de material	Peso unitario (kN/m ³)	Módulo de Young (MPa)	Relación de Poisson	Ángulo de fricción pico (°)	Cohesión (kPa)
Flujo de lodos – PM		Plástico	16.5	5.4	0.3	25	17
Flujo de Lodos – PE		Plástico	16.5	5.4	0.3	32.9	0
Residual – PM		Plástico	17.9	8.64	0.3	24	6
Residual – PE		Plástico	17.9	8.64	0.3	32.1	0
Concreto		Elástico	24	20000	0.3	35	**10.5

*El ángulo de fricción residual y la cohesión residual se tomaron iguales al ángulo de fricción y la cohesión pico para c/u de los materiales definidos como elásticos perfectamente plásticos.

**Se toma como valor de referencia el establecido en la documentación del RS2, donde para un concreto de 21 MPa de resistencia a la compresión se establece el valor de la cohesión en 10.5 kPa.

Los elementos tipo “joint”, se utilizan para representar una junta o discontinuidad en el suelo. En este caso se utiliza para simular una junta artificial –hecha por el hombre– entre el contacto del suelo con la superficie del muro de contención (Rocscience, 2004).

Como los “joints” están en contacto entre el suelo y el muro de contención, el ángulo de fricción pico de estos elementos se definió como el ángulo de fricción δ , el cual se puede tomar como una fracción del ángulo de fricción del suelo (Clayton et al., 2014). Para este estudio se calculó como dos tercios de ϕ ($\delta = 2/3\phi$) con ambos tipos de parámetros (PM y PE).

En cuanto la rigidez de la junta, se define mediante las siguientes ecuaciones (Rocscience, 2004):

$$k_N = E_0/h \quad (45)$$

$$k_S = G_0/h \quad (46)$$

Donde:

k_N : Rigidez normal

k_S : Rigidez al corte

E_0 : Modulo de elasticidad del material de lleno en la junta

G_0 : Modulo de corte del material de lleno en la junta

h : Espesor de la junta (se asume igual a 0.01m)

En la Tabla 4- 2 se muestran las propiedades de este tipo de elementos para cada uno de los análisis a realizar.

Tabla 4- 2. Propiedades de los joints para la modelación con FEM

Joint	Color	Criterio de deslizamiento	Angulo de fricción pico (°)	Rigidez Normal (kPa/m)	Rigidez al corte (kPa/m)
Joint 1- FL-PM	Orange	Mohr-Coulomb	16.6	540000	54000
Joint 2 – FL-PE	Red	Mohr-Coulomb	21.9	540000	54000
Joint 3 – Res-PM	Blue	Mohr-Coulomb	16	864000	86400
Joint 4 – Res-PE	Yellow	Mohr-Coulomb	21.4	864000	86400

En cuanto a las condiciones iniciales de esfuerzos, se estableció un campo gravitatorio, ya que este tipo de condición es típico cuando se están analizando problemas cercanos a la superficie del suelo, donde los esfuerzos in-situ varían linealmente con la profundidad (Rocscience, 2004). Para esta condición es necesario ingresar la relación entre el esfuerzo horizontal y vertical, los cuales fueron calculados por medio de la formulación de Jaky, (1944), donde el coeficiente de empuje en reposo es igual a $K_0=1-\text{seno } \phi'$. Los coeficientes de Jaky para cada uno de los materiales utilizados se muestran en la Tabla 4- 3

Tabla 4- 3. Relación de esfuerzos totales para los suelos analizados

Material	σ_h/σ_v (en el plano)
Flujo de lodos - PM	0.577
Flujo de Lodos - PE	0.487
Residual - PM	0.593
Residual - PE	0.468

iii. Resistencia de los materiales:

Se define los parámetros de resistencia con los que se representa los materiales intervenidos, así como el criterio de falla a utilizar, que para el caso de los suelos de estudio se empleó el criterio Elástico de Mohr – Coulomb.

El modelo de Mohr – Coulomb es el más común en el contexto de geomateriales y particularmente suelos (e.g Owen, 1980; Pietruszczak, 2010). Este es muy adecuado para la evaluación de la estabilidad de problemas geotécnicos que no incluyen amplios rangos de tensión/confinamiento (Rocscience, 2004)

iv. Asignación de materiales:

Los materiales definidos con sus respectivas propiedades se asignan a la geometría definida inicialmente, de acuerdo con los dos tipos de análisis a realizar: Análisis con parámetros mixtos y análisis con parámetros equivalentes.

v. Condiciones de frontera:

Se definen las condiciones de restricciones en las fronteras del problema. Se determinan las siguientes restricciones:

- En el lado derecho se restringe el movimiento solo en el sentido horizontal, al igual que en la frontera izquierda.
- En el límite inferior queda restringido el movimiento en ambas direcciones: horizontal y vertical
- En la parte superior el movimiento queda sin restricciones, por lo que el suelo puede desplazarse en ambas direcciones: hacia abajo o hacia los costados.

vi. Discretización del medio continuo:

Discretización del problema por medio del enmallado del suelo y el muro de contención. Se realiza una discretización uniforme con elementos finitos triangulares de 3 nodos con tamaños iguales aproximadamente.

vii. Cómputo:

Ejecución del análisis correspondiente procediendo con el cálculo del problema definido.

viii. Resultados:

Interpretación de los resultados por medio de las múltiples herramientas que dispone el programa para hacer los análisis de las deformaciones y los esfuerzos obtenidos.

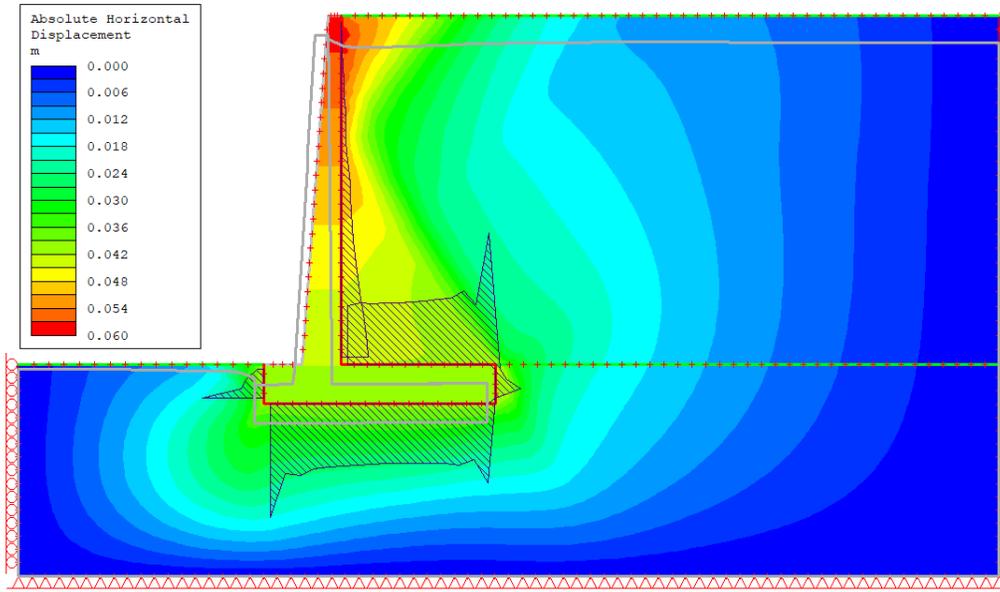
4.2. Resultados de la modelación con FEM

A continuación se muestran los resultados para la modelación de la presión lateral de tierra activa y pasiva con FEM para el suelo residual y flujo de lodos en un muro de contención en voladizo de 9 metros de altura y con la superficie del suelo de lleno horizontal ($\beta=0^\circ$).

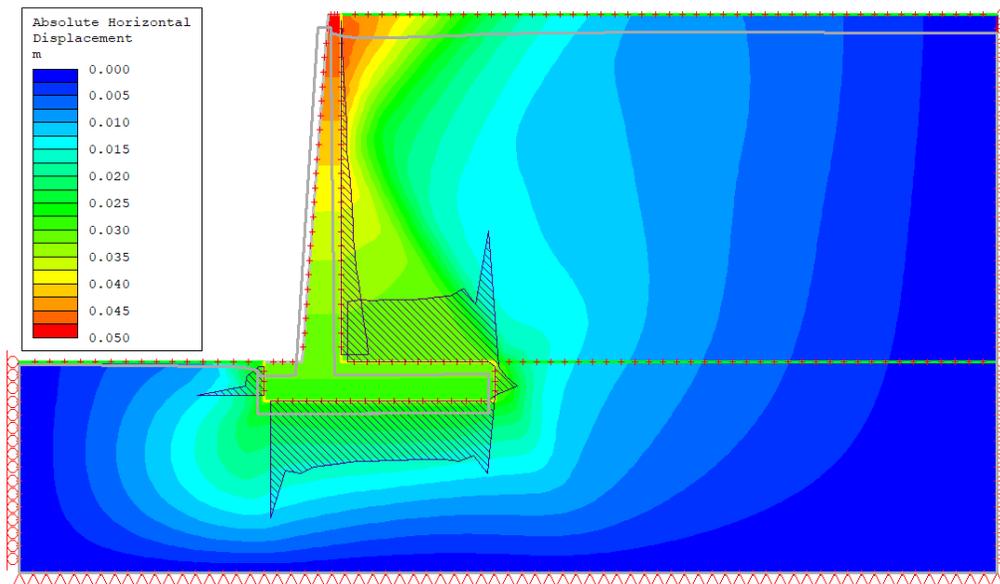
Los resultados para modelaciones con muros de 3 y 6 metros de altura se adjuntan en los Anexos del Capítulo 4.

- **Presión activa. MV= 9m - PE**

En la Figura 4- 2 se muestra el resultado de la deformación horizontal absoluta para el flujo de lodos (A) y el suelo residual (B). El color azul indica que la masa de suelo no se desplaza mientras que el color rojo los puntos de mayor desplazamiento horizontal.



(A)



(B)

Figura 4- 2. Deformación horizontal absoluta para un MV-H=9m-PE-β=0°. A) Flujo de Lodos; B) Residual

Adicionalmente, en la Figura 4- 2 también se muestra la distribución del esfuerzo normal en el contorno de la superficie del muro en contacto con el suelo en los elementos tipo joint, representado por la superficie azul achurada. Nótese como la presión en la base del muro es similar a la distribución trapezoidal como la que se muestra en la Figura 1- 10 y la Figura 1- 11.

Así mismo, se observa como la distribución de la presión horizontal en el vástago del muro es en forma triangular, además del esfuerzo normal en el resto del contorno del muro, donde los mayores esfuerzos se presentan en la punta del talón asociados a los altos desplazamientos que se generan en esta zona (ver línea gris en Figura 4- 2)

Así mismo, el color verde en la Figura 4- 2 indica como la masa del suelo que se mueve tiende a desplazar el muro de contención horizontalmente, ocasionando una máxima deformación horizontal de 6.0 cm con el flujo de lodos y 4.8 cm con el suelo residual, la cual se presenta en la zona cercana a la punta del muro (color rojo). Del mismo modo, se evidencia que la zona del pie tiende a presentarse un mayor hundimiento que en los demás puntos registrados, debido a que la presión generada sobre la base del muro es mayor en la zona del punto E (Ver Figura 4- 1). Estas deformaciones considerables responden al bajo valor del módulo de elasticidad –o módulo de Young– que poseen los suelos de estudio, por lo que en los análisis con elementos finitos estos tienden a presentar altas deformaciones.

Los desplazamientos horizontales (positivos hacia la izquierda) y verticales (positivos hacia abajo) en los puntos que se muestran en la Figura 4- 1 se resumen en la Tabla 4- 4.

Tabla 4- 4. Desplazamientos horizontales y verticales - MV-H=9m-PE- $\beta=0^\circ$.

Punto	Flujo de Lodos		Residual	
	X (cm)	Y(cm)	X (cm)	Y(cm)
A	6.0	9.0	4.8	6.0
B	4.2	9.0	3.0	6.0
C	4.2	9.0	3.0	6.0
D	3.9	9.0	2.8	5.4
E	4.2	9.0	3.0	6.6
F	4.2	9.0	3.0	6.6
G	4.2	9.0	3.0	6.0

La presión activa ejercida en la interfaz entre el suelo y el muro de contención se muestra en la Figura 4- 3. En esta se compara la distribución del esfuerzo horizontal del análisis con FEM contra la distribución de la presión activa calculada con teorías como las de Coulomb y Rankine.

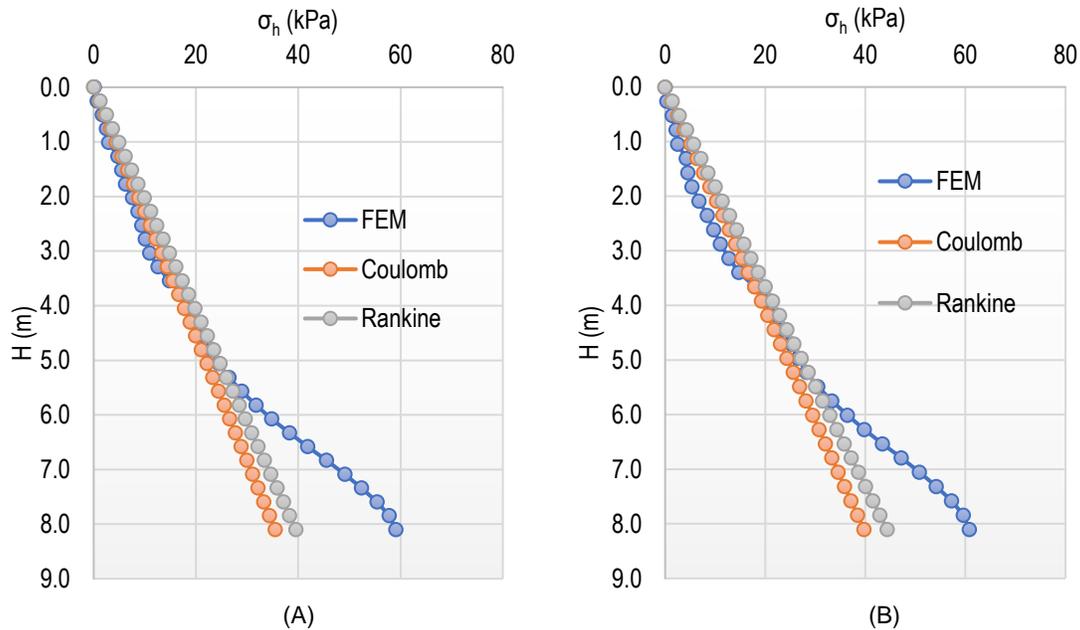


Figura 4- 3. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV- $H=9m$ - $PE-\beta=0^\circ$. A) Flujo de Lodos. B) Residual

De la figura anterior se puede observar como la distribución de la presión horizontal (σ_h) calculada con FEM es superior a las distribuciones de las presiones activas calculadas con teorías convencionales, indicando que tanto el suelo residual como el flujo de lodos se encuentran en un estado intermedio entre el reposo y el estado de empuje activo ($K_a < K_{FEM} < K_0$).

La magnitud de la fuerza horizontal para cada una de las distribuciones de los σ_h en el vástago del muro graficados en la Figura 4- 3 se muestra en la Tabla 4- 5. Las fuerzas obtenidas con los coeficientes activos de Coulomb y de Rankine se calcularon por medio de la ecuación (18) , mientras que la fuerza que se obtiene del análisis con FEM se calcula como el área entre el eje vertical y la función que define la distribución del esfuerzo horizontal en la cara frontal del muro.

Tabla 4- 5. Presión activa obtenida con FEM, Rankine y Coulomb – MV-H=9m-PE-β=0° para el suelo residual y el flujo de lodos.

Análisis	P _a (kN/m)		Observación
	Flujo de Lodos	Residual	
FEM	180.7	195.522	- P _a para una altura igual a H- e _B
Coulomb	136.69	152.17	- C-K _a =0.269 – FL; C-K _a =0.276 – Res. Ambos con β=0° y δ=2/3 φ _{equiv.} - P _a para una altura igual a H- e _B
Rankine	150.67	168.63	- R-K _a =0.296 – FL; R-K _a =0.306 – Res. Ambos con β=0°. - P _a para una altura igual a H- e _B

- **Presión pasiva. MV= 9m – PE**

La presión pasiva que ejerce el suelo en la cara frontal sobre la base del muro de contención (e_B) calculada con el método de elementos finitos se muestra en la Figura 4- 4. Adicionalmente, se sobreponen los esfuerzos pasivos obtenidos con los coeficientes de Coulomb y Rankine calculados mediante la ecuación (20).

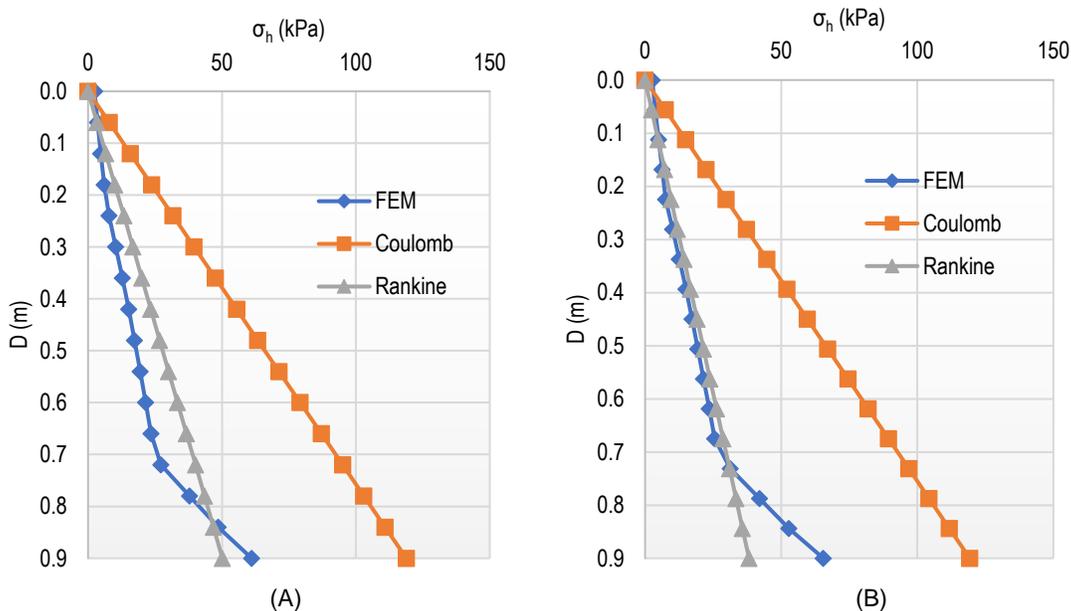


Figura 4- 4. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb - MV-H=9m-PE-β=0°. A) Flujo de Lodos; B) Residual.

Se puede evidenciar que la distribución de la presión pasiva calculada con FEM es muy similar a la distribución de los esfuerzos pasivos calculados con el coeficiente de Rankine, siendo la presión pasiva calculada con el coeficiente de Coulomb muy superior a las demás, confirmando que con esta teoría se sobreestima la resistencia pasiva del suelo (Das, 2001). Sin embargo, se debe tener en cuenta que las teorías

tradicionales de empuje de suelos asumen que la movilización del estado pasivo se presenta en su totalidad, a diferencia de un análisis con elementos finitos en la que el esfuerzo que actúa en la estructura depende de la interacción entre el muro de contención y el suelo en el lado activo del lleno.

En la Tabla 4- 6 se muestra la relación entre los esfuerzos horizontales obtenidos de la modelación con FEM y de los esfuerzos pasivos de los resultados del cálculo con cada uno de los coeficientes de empuje de tierra:

Tabla 4- 6. Relación entre los esfuerzos horizontales pasivos calculados con FEM y los coeficientes de presión de tierra – Parámetros equivalentes

*z [m]	Flujo de lodos		Residual	
	$\sigma_h\text{-Coulomb}/\sigma_h\text{-FEM}$	$\sigma_h\text{-Rankine}/\sigma_h\text{-FEM}$	$\sigma_h\text{-Coulomb}/\sigma_h\text{-FEM}$	$\sigma_h\text{-Rankine}/\sigma_h\text{-FEM}$
0	0	0	0	0
0.06	2.31	0.97	1.72	0.55
0.12	2.59	1.09	2.1	0.67
0.18	2.52	1.06	2.26	0.73
0.24	3.02	1.27	2.7	0.86
0.3	2.96	1.25	2.78	0.89
0.36	3.23	1.36	3.04	0.97
0.42	3.17	1.34	3.24	1.04
0.48	3.88	1.64	3.5	1.12
0.54	3.73	1.58	3.44	1.1
0.6	3.57	1.5	3.38	1.08
0.66	3.62	1.53	3.4	1.09
0.72	3.73	1.58	3.38	1.08
0.78	3.97	1.68	3.36	1.08
0.84	3.77	1.59	3.23	1.03
0.9	2.12	0.9	1.72	0.55

**Distancia medida desde la esquina inferior izquierda de la base del muro de contención (e_B)*

Conforme a los resultados mostrados Tabla 4- 6 , se puede evidenciar una relación en promedio igual a 3.0 y 2.7 para el flujo de lodos y el suelo residual, respectivamente, cuando se comparan los resultados calculados con el coeficiente pasivo de Coulomb y los esfuerzos obtenidos del análisis FEM, mientras que con el coeficiente pasivo de Rankine se obtiene un factor de 1.3 para el flujo de lodos y 0.9 con el suelo residual.

Por otra parte, en la Tabla 4- 7 se registra la magnitud de la fuerza pasiva calculada con FEM, Rankine y Coulomb.

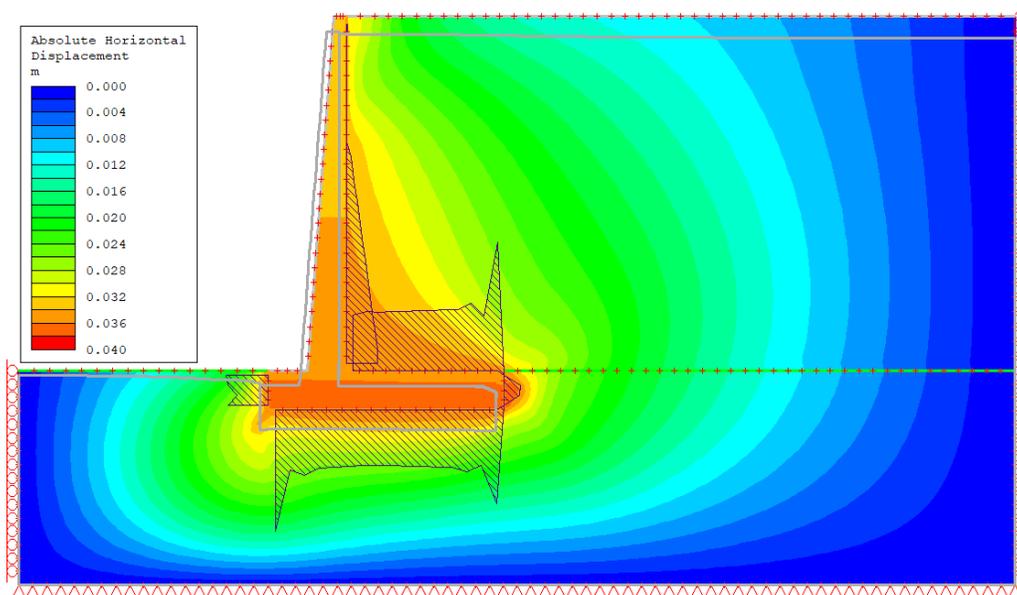
Tabla 4- 7. Presión pasiva obtenida con FEM, Rankine y Coulomb - MV-H=9m-PE- $\beta=0^\circ$

Análisis	Pp (kN/m)		Observación
	Flujo de Lodos	Residual	
FEM	18.60	18.45	Pp en la base del muro (eB)
Coulomb	53.49	53.67	- C-Kp=8.004 – FL; C-Kp=7.404 – Res. Ambos con $\delta = \frac{2}{3}\phi_{equiv}$ y $\beta=0$
Rankine	22.57	17.19	- R-Kp= 3.378 – FL; R-Kp=2.371 - Res. $\beta=0$

De acuerdo con los valores mostrados en la Tabla 4- 7, la presión pasiva calculada con el coeficiente pasivo de Coulomb es superior a la presión calculada con el coeficiente pasivo de Rankine y con los esfuerzos horizontales del análisis con FEM, con una diferencia del 66% y 68% para el suelo residual y del 65% y 58% para el flujo de lodos, respectivamente.

- **Presión activa. MV= 9m - PM**

En la Figura 4- 5 se muestra en código de colores de frío a caliente las zonas que presentan mayor desplazamiento horizontal en el contorno del muro y la masa de suelo analizada. Al igual que en el caso con los parámetros equivalentes, también se muestra la distribución del esfuerzo normal entre la junta del muro y el suelo (superficie azul achurada), así como la forma en la que se desplaza el muro de contención a causa de la presión que ejerce el suelo sobre este (línea gris).



(A)

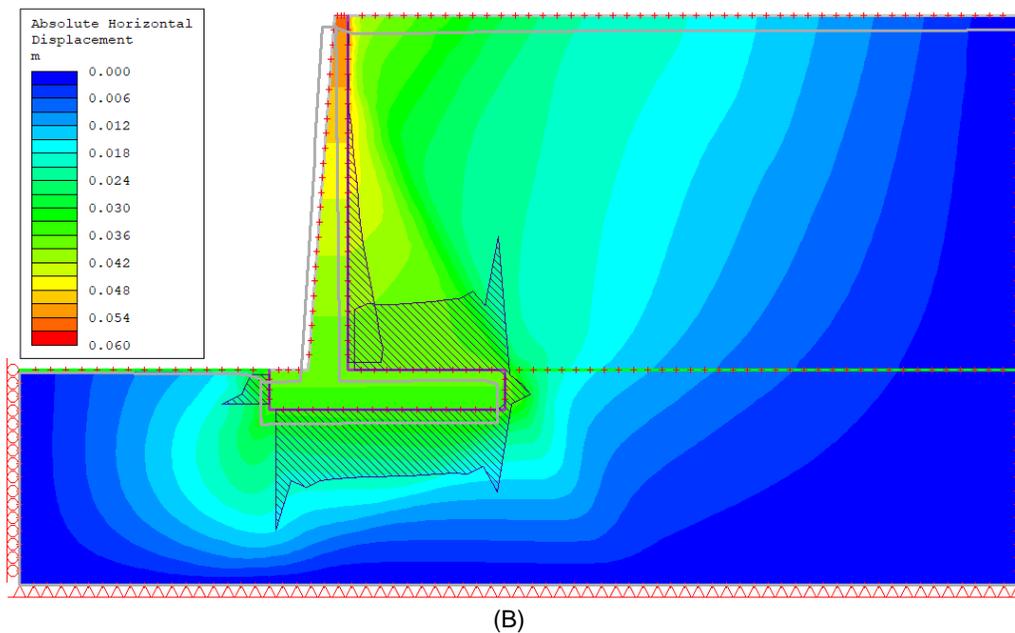


Figura 4- 5. Deformación horizontal absoluta para un MV-H=9m-PM- $\beta=0^\circ$. A) Flujo de Lodos; B) Residual

En la Figura 4- 5 se observa como con el residual comienza a desarrollarse una cuña de falla en el suelo de lleno, a diferencia del flujo de lodos en el que se producen mayores hundimientos en la base que desplazamientos horizontales en el trasdós del muro. Estos resultados se deben principalmente a la diferencia en la cohesión y la rigidez entre ambos suelos. La primera, influye en la distribución de los esfuerzos en la masa del suelo actuando en el muro de contención, y la segunda en las deformaciones obtenidas. Además, nótese como se genera la zona a tracción en la parte superior del muro, donde los esfuerzos horizontales son iguales a cero (superficie azul achurada).

Los desplazamientos horizontales y verticales para los puntos que se muestran en la Figura 4- 1 se registran en la Tabla 4- 8.

Tabla 4- 8. Desplazamientos horizontales y verticales - MV-H=9m-FL-PM- $\beta=0^\circ$.

Punto	Flujo de lodos		Residual	
	X (cm)	Y (cm)	X(cm)	Y(cm)
A	3.2	7.0	5.4	5.0
B	3.6	7.0	3.6	5.0
C	3.4	10.0	3.6	6.0
D	3.6	10.0	3.6	6.0
E	3.6	9.0	3.6	7.0
F	3.6	7.0	3.6	5.0
G	3.6	7.0	3.6	5.0

De acuerdo con los resultados mostrados en Tabla 4- 8, se puede evidenciar que los desplazamientos que se generan en el muro no son los suficientemente grandes para que se genere una condición de estado activo en el suelo, puesto que para suelos fino granulares se requiere normalmente una traslación en el muro (ver Figura 1- 1) que oscila entre $0.01H$ y $0.05H$ (Bowles, 1988).

En cuanto a los desplazamientos globales que se generan en el muro y la masa de suelo, con el flujo de lodos se genera un desplazamiento horizontal de forma uniforme, mientras que la zona del talón (punto C y D) es la que presenta mayores desplazamientos verticales, tendiendo a hundirse por la forma como se desplaza el suelo del contorno en esta zona del muro de contención. Con el suelo residual, la punta del vástago (punto A) es la zona con mayor deformación horizontal con un valor de 5.4 cm, mientras que en el sentido vertical, es el pie del muro (punto E) donde mayor deformación se presenta, con un hundimiento de 7 cm en total coincidiendo con la localización en la base del muro donde mayor presión se ejerce ($q_{m\acute{a}x.}$).

La distribución del esfuerzo horizontal en la interfaz entre el suelo y el muro se muestra en la Figura 4- 6. También, se muestra la presión activa calculada con los coeficientes de empuje de Coulomb y de Rankine por medio de la ecuación (3).

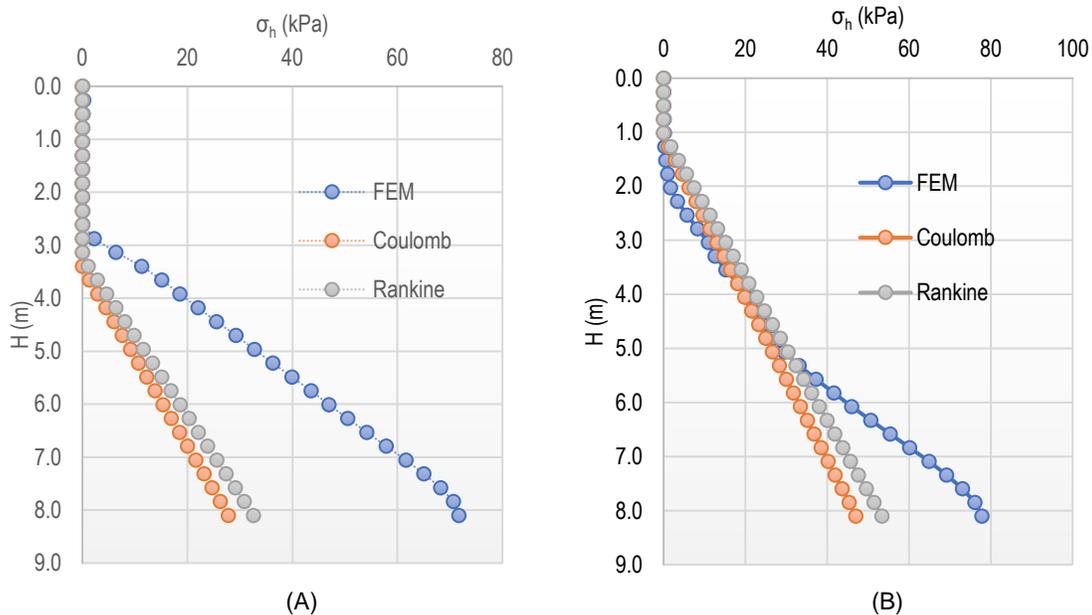


Figura 4- 6. Comparación de la presión activa entre FEM, Coulomb y Rankine para un $MV-H=9m-PM-\beta=0^\circ$. A) Flujo de lodos B) Residual

Según la Figura 4- 6, en el flujo de lodos se evidencia que a una profundidad aproximada a 3 m a partir de la superficie del suelo, el esfuerzo horizontal calculado con FEM es prácticamente nulo, reflejando así el efecto de la cohesión del suelo en la parte superior del suelo retenido con una altura inferior a la de la zona a tensión calculada mediante la ecuación (11) ($h_{0-FL}=3.23m$). Por el contrario, en el suelo residual, la zona a tensión de la distribución de la presión activa calculada con FEM alcanza una profundidad aproximada de 2 m, mientras que por medio de la ecuación (11) se obtiene una zona a tensión de 1.03 m ($h_{0-Res}=1.03m$).

En la Tabla 4- 9 se muestra el valor de la fuerza activa para cada método de análisis, al igual que la magnitud de la zona a tensión y los coeficientes de presión activa para el caso del cálculo con las teorías convencionales.

Tabla 4- 9. Presión activa obtenida con FEM, Coulomb y Rankine – MV-H=9m-PM- $\beta=0^\circ$.

Análisis	Pa (kN/m)		Observación
	Flujo de lodos	Residual	
FEM	213.15	214.4	- Pa calculada para una altura de H- e_B
Coulomb	58.06	153.38	- FL: $h_0=3.23$ m, C- $K_a=0.361$. - Res: $h_0=1.03$ m, C- $K_a=0.375$ - Ambos coeficientes con $\beta=0^\circ$ y $\delta=\frac{2}{3}\phi$. - Pa calculada para una altura de H- e_B
Rankine	71.23	175.68	- FL: $h_0=3.23$ m, R- $K_a=0.406$ para $\beta=0^\circ$. - Res: $h_0=1.03$ m, R- $K_a=0.422$ para $\beta=0^\circ$. - Pa calculada para una altura de H- e_B

Nota: Debido a que en la modelación con el método de elementos finitos solo se analizaron muros de contención con la superficie del suelo horizontal, en la comparación con los resultados obtenidos de la distribución del esfuerzo horizontal utilizando los coeficientes de empuje de tierra, no se utilizan los coeficientes de Mazindrani ya que para un caso con $\beta=0^\circ$, los resultados del esfuerzo horizontal del coeficiente activo como del coeficiente pasivo son iguales a los calculados con los coeficientes de Rankine.

De acuerdo con los valores de la fuerza activa que se muestran en la Tabla 4- 9, tanto el flujo de lodos como el suelo residual se encuentran en un estado intermedio entre una condición en reposo y el estado activo del suelo, puesto que en ambos casos la fuerza ejercida por el suelo en el vástago del muro es superior a la fuerza activa calculada con los coeficientes de Coulomb o Rankine, e inferior a si se calcula

utilizando los coeficientes en reposo obtenidos por medio de la Ley de Jaky mostrados en la Tabla 4- 3.

En la Figura 4- 7 se muestra la relación entre los esfuerzos horizontales y los esfuerzos verticales de la modelación con elementos finitos.

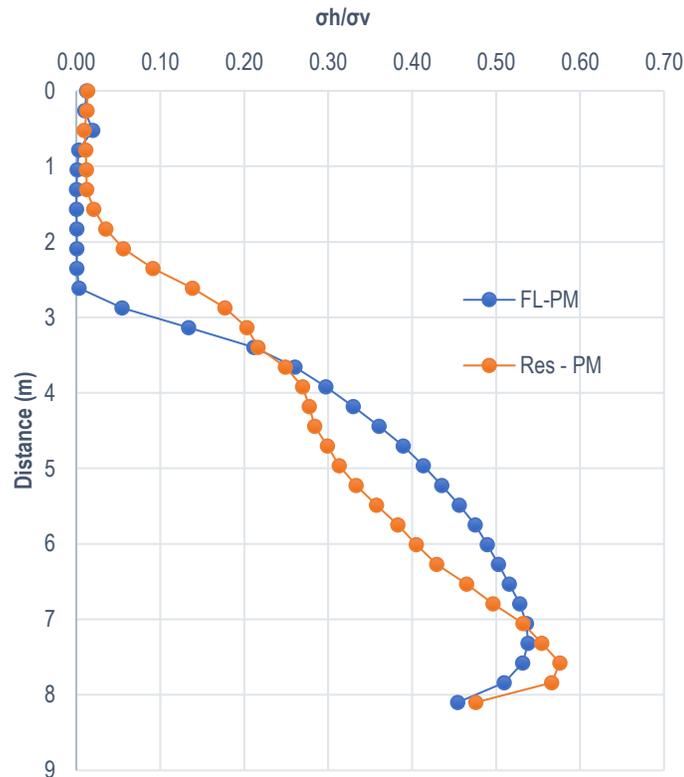


Figura 4- 7. Relación entre los esfuerzos horizontales y verticales del análisis con FEM, obtenidos en el vástago del muro (H-e_B)

Al calcular el coeficiente de empuje en el que se encuentra la masa de suelo de la interacción con el muro de contención ($K = \sigma_{h-FEM} / \sigma_{v-FEM}$), se obtiene un valor promedio de 0.40 en el flujo de lodos y 0.36 para el suelo residual (sin considerar la altura en la que el esfuerzo horizontal es cero). Por lo tanto, se evidencia que ambos suelos se encuentran en un estado intermedio entre el estado activo (límite inferior dado por el coeficiente activo de Coulomb – $C-K_a$) y la condición en reposo ($K_0 = 1 - \text{sen}\phi$), donde para el flujo de lodos este rango está entre (0.361, 0.577), mientras que para el suelo residual se encuentra entre (0.375, 0.593) (Ver Tabla 4- 9).

- **Presión pasiva. MV= 9m – PM**

En la Figura 4- 8, se muestra la distribución de la presión pasiva ejercida sobre el espesor de la base del muro de contención (e_B), calculada con elementos finitos y con los coeficientes de Coulomb y de Rankine, tanto para el flujo de lodos (izquierda) como para el suelo residual (derecha).

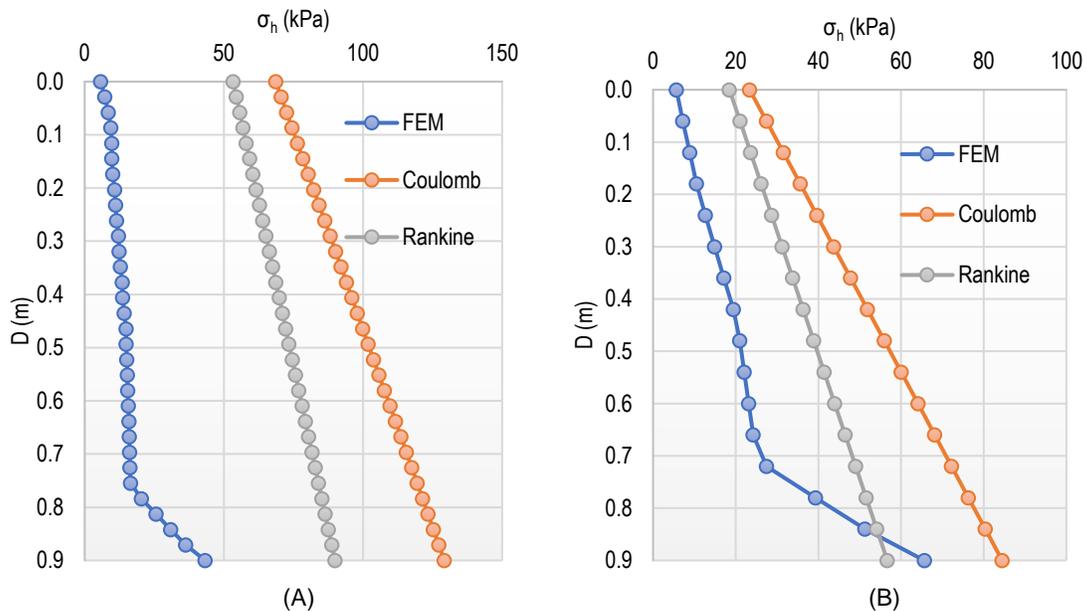


Figura 4- 8. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Coulomb y Rankine - MV-H=9m-PM- $\beta=0^\circ$. A) Flujo de Lodos; B) Residual.

Se puede observar como la cohesión genera un aumento en la resistencia pasiva del suelo, desfasando la distribución del esfuerzo horizontal en un valor igual a $2c\sqrt{K_p}$ en todo el espesor de la masa retenida del suelo. Además, nótese como para ambos casos la distribución del esfuerzo horizontal obtenido del análisis con elementos finitos es inferior al esfuerzo pasivo obtenido mediante los coeficientes de Coulomb y Rankine.

La magnitud de la presión pasiva calculada por unidad de longitud del muro de contención se muestra en la Tabla 4- 10. La presión pasiva obtenida del análisis con FEM se calculó como el área entre la función del esfuerzo horizontal en la base del pie del muro y el eje vertical de la Figura 4- 8, mientras que la fuerza pasiva de Coulomb y de Rankine se calculó a través de la ecuación (19).

Tabla 4- 10. Presión pasiva obtenida con FEM, Coulomb y Rankine - MV-H=9m-PM- $\beta=0^\circ$

Análisis	P_p (kN/m)		Observación
	Flujo de Lodos	Residual	
FEM	14.262	21.41	- P_p calculada en la base del muro - e_B
Coulomb	89.07	48.52	- FL: C- $K_p=4.07$; Res: $K_p=3.79$. Ambos con $\beta=0^\circ$ y $\delta=\frac{2}{3}\phi$
Rankine	64.50	33.82	- FL: R- $K_p=2.46$. Res: $K_p=2.37$. Ambos con $\beta=0^\circ$

Además, en la Tabla 4- 11 se calcula la relación entre los esfuerzos calculados con los coeficientes de empuje de tierra y los esfuerzos horizontales pasivos de los resultados de la modelación con FEM:

Tabla 4- 11. Relación entre los esfuerzos horizontales pasivos calculados con FEM y los coeficientes de presión de tierra – Parámetros mixtos

*z (m)	Flujo de lodos		Residual	
	σ_h -Coulomb / σ_h -FEM	σ_h -Rankine / σ_h -FEM	σ_h -Coulomb / σ_h -FEM	σ_h -Rankine / σ_h -FEM
0.90	3.05	2.13	1.44	0.97
0.87	6.33	4.42	2.24	1.51
0.75	12.72	8.95	2.71	1.84
0.70	9.64	6.82	2.65	1.80
0.64	7.18	5.10	2.69	1.84
0.58	5.54	3.96	2.58	1.77
0.52	4.76	3.42	2.58	1.78
0.46	4.37	3.16	2.59	1.80
0.41	4.11	2.99	2.56	1.80
0.35	3.87	2.84	2.71	1.92
0.29	3.62	2.68	2.80	2.00
0.23	3.43	2.55	2.82	2.04
0.17	3.32	2.49	2.42	1.78
0.12	3.22	2.45	2.85	2.14
0.06	3.43	2.63	3.36	2.58
0.00	5.40	4.19	4.43	3.50

*Distancia medida desde la esquina inferior izquierda de la base del muro de contención (e_B)

Con base en esta relación de esfuerzos, se obtiene un factor en promedio igual 5.25 y 3.8 para el flujo de lodos y el suelo residual, respectivamente, cuando se comparan los resultados calculados con el coeficiente pasivo de Coulomb contra los esfuerzos obtenidos del análisis FEM, mientras que con el coeficiente pasivo de Rankine se obtiene un factor de 2.71 para el flujo de lodos y 1.94 con el suelo residual.

4.3. Resumen de los resultados obtenidos con FEM

En la Tabla 4- 12 se resumen los resultados obtenidos de la modelación con el método de elementos finitos de la presión activa y pasiva en muros de contención en voladizo de 3, 6 y 9 metros de altura con la superficie del lleno horizontal, utilizando los parámetros mixtos y los parámetros equivalentes de los suelos de estudio, así como las presiones activas y pasivas obtenidas utilizando los coeficientes de empuje de Coulomb y de Rankine, además de la carga máxima transmitida en la base del muro. También, en el caso de la presión pasiva, se calcula el factor de reducción (FR), calculado como el cociente entre la relación de la presión pasiva obtenida con los coeficientes de empuje y la presión pasiva obtenida del análisis con elementos finitos.

Tabla 4- 12. Resumen de los resultados obtenidos con FEM para el FL y Res, con PM y PE

Flujo de lodos							
Variable	Método	PM			PE		
		3 m	6 m	9 m	3 m	6 m	9 m
Pa (kN/m)	FEM	17.0	72.7	213.2	21.1	84.3	180.7
	Coulomb	0.0	11.5	153.4	16.0	63.9	136.7
	Rankine	0.0	15.7	175.7	17.8	71.2	150.7
Pp (kN/m) (Df)	FEM	51.1	216.3	538.9	59.0	244.5	560.3
	Coulomb	509.2	1631.4	3360.8	597.6	2390.3	5349.8
	FR_Coulomb	10.0	7.5	6.2	10.1	9.8	9.5
	Rankine	343.2	1056.9	2137.2	177.0	708.1	1584.8
	FR_Rankike	6.7	4.9	4.0	3.0	2.9	2.8
q _{máx} (kPa)	FEM	122.0	196.1	269.3	93.7	188.5	239.7
	Coulomb	116.0	153.2	181.9	71.1	126.5	183.4
	Rankine	116.0	155.3	188.9	74.9	134.5	194.7
Residual							
Variable	Método	PM			PE		
		3 m	6 m	9 m	3 m	6 m	9 m
Pa (kN/m)	FEM	19.8	83.6	214.4	21.5	91.5	195.0
	Coulomb	8.6	62.2	153.4	16.8	71.5	152.2
	Rankine	10.5	72.0	175.7	18.7	79.9	168.6
Pp (kN/m) (Df)	FEM	64.4	284.6	913.1	65.5	271.9	831.8
	Coulomb	377.4	1369.1	2975.1	599.6	2398.6	5367.3
	FR_Coulomb	5.9	4.8	3.3	9.2	8.8	6.5
	Rankine	247.6	879.4	1895.2	192.0	768.2	1719.0
	FR_Rankike	3.8	3.1	2.1	2.9	2.8	2.1
q _{máx} (kPa)	FEM	83.6	115.3	252.5	90.7	195.7	262.8
	Coulomb	71.5	127.4	194.8	75.4	135.5	196.2
	Rankine	74.3	137.4	212.5	79.8	144.4	209.5

Pa: Presión activa; Pp: Presión Pasiva; q_{máx}: Presión máxima en la base del muro; FR: Factor de reducción

4.4. Conclusiones de la modelación con FEM

Con base en los resultados de las modelaciones con el método de elementos finitos se puede realizar las siguientes observaciones:

- ✓ Los resultados obtenidos reflejan deformaciones significativas en los suelos de estudio ocasionadas por la poca rigidez relacionada con los bajos módulos de Young que estos suelos poseen, valores que fueron obtenidos a partir de correlaciones aplicadas a los resultados de los ensayos de penetración estándar SPT. Sin embargo, para ninguno de los casos considerados se obtuvo una traslación (desplazamiento o rotación) del muro que se encontrara dentro de los valores observados para que se produzca un estado activo en la masa del suelo (Ver Figura 1- 1). De esta manera, los empujes obtenidos del análisis de la interacción entre el suelo de lleno y el muro de contención, se ubican en un estado entre la condición activa y el estado en reposo del suelo, por lo que en todos los análisis realizados el esfuerzo horizontal obtenido de la modelación con elementos finitos fue superior a los esfuerzos activos calculados con los coeficientes de Coulomb y Rankine, e inferiores al cálculo del esfuerzo horizontal por medio de los coeficientes de reposo.
- ✓ Al comparar la presión horizontal obtenida del análisis con elementos finitos contra las calculadas con los coeficientes de presión lateral de tierra de Coulomb y de Rankine utilizando los PE y PM, se puede observar que la fuerza horizontal obtenida con FEM es superior al resultado de aplicar los coeficientes de presión lateral de tierras, indicando que el suelo retenido por el muro de contención no ha alcanzado su estado de falla plástico o estado activo. Sin embargo, se debe tener en cuenta que para los cálculos se utilizaron valores de módulos de elasticidad obtenidos mediante el uso de correlaciones, por lo que es necesario definir con mayor rigurosidad los módulos de rigidez de los suelos en función de la deformación esperada y a partir de los desplazamientos que se deben generar para que se produzca una condición activa en la masa de suelo retenida.

- ✓ Las mayores deformaciones en las zonas colindantes al muro de contención se presentan en el sentido vertical principalmente en el pie del muro, coincidiendo con la zona donde mayor presión se transmite al suelo ($q_{máx}$). Comparando ambos suelos, el flujo de lodos es el más susceptible a presentar hundimientos en esta zona con valores de hasta 10.0 cm y 9.0 cm, mientras que el suelo residual se desplaza verticalmente 7 cm y 6.6 cm, deformaciones obtenidas calculando las fuerzas mediante los PM y PE, respectivamente.
- ✓ La presión horizontal obtenida con FEM presenta diferencias significativas en relación con las presiones obtenidas con las teorías convencionales cuando se utilizan los PM, principalmente en suelos con cohesiones altas como es el caso del flujo de lodos, ya que la zona a tensión de los análisis con FEM es inferior a la calculada mediante la ecuación (11). Por el contrario, en el suelo residual, la zona a tensión es muy similar en todos los casos, lo que se ve reflejado en las presiones activas obtenidas, siendo esta altura igual o inclusive superior a la obtenida con los coeficientes activos analizados. Lo anterior, indica que los análisis con FEM son muy sensibles al parámetro de cohesión, subestimando el efecto que este parámetro tiene en la distribución de la presión horizontal del suelo sobre el muro.
- ✓ Comparando las presiones horizontales en el lado pasivo del muro de contención para las profundidades de desplante analizadas ($D_f = 3, 6$ y 9 m), se obtiene que en todos los casos la presión resultante de la modelación con elementos finitos es inferior a la presión calculada a través de los coeficientes de empuje pasivo de Coulomb y Rankine. Esto ocurre principalmente debido a que las teorías convencionales asumen que la movilización del estado pasivo (igual que en el caso activo) se ha generado completamente, mientras que en el análisis con elementos finitos los esfuerzos horizontales en el lado pasivo del muro son el resultado de la interacción entre la estructura de contención y el suelo que está generando el estado activo en la cara posterior del muro.

- ✓ Como se mencionó anteriormente, si no se produce un desplazamiento lateral suficiente, la presión en el vástago del muro estará en un valor intermedio entre K_0 y K_a . Por lo tanto, los muros deben ser diseñados no solo para la presión activa (mínima), sino considerando presiones mayores o al menos iguales a la condición en reposo K_0 . De esta manera, aunque el muro comience a fallar, por medio de una rotación o translación, la presión en el vástago comenzaría a disminuir hasta el estado activo K_a .

CAPÍTULO 5: ELEMENTOS FINITOS ALEATORIOS (RFEM)

Aparte de la modelación con elementos finitos, las presiones activas y pasivas del flujo de lodos y el suelo residual fueron calculadas utilizando el método de elementos finitos aleatorios -RFEM. Este método permite considerar la variabilidad y la correlación espacial en las propiedades del suelo, al igual que realizar numerosas simulaciones mediante el método de Monte Carlo, combinándolo con análisis por elementos finitos utilizando la teoría de campos aleatorios (ver sección 1.15).

5.1. Metodología

Para la modelación del empuje de los suelos de estudio mediante el método de elementos finitos aleatorios se utilizaron los parámetros equivalentes y parámetros mixtos de los suelos, analizando tres distintas alturas de contención: 3m, 6m y 9m. Se utilizó el programa mrearth2D, empleado para ejecutar análisis estocásticos 2-D de presión de tierras, siendo este uno de los programas ejecutables del paquete de RFEM desarrollado por Griffiths & Fenton, (2008). En la sección de los Anexos del Capítulo 5 se realiza una descripción más detallada del programa mrearth2D.

La metodología utilizada para la modelación con elementos finitos aleatorios se describe a continuación:

- Definición de los parámetros de entrada. Para utilizar el programa mrearth2D es necesario definir los siguientes parámetros:
 - i. Dimensionamiento: El suelo se divide en una cuadrícula rectangular de elementos finitos y se determina el tamaño de cada uno de los elementos, al igual que el muro, tal y como se muestra en la Figura 5- 1.

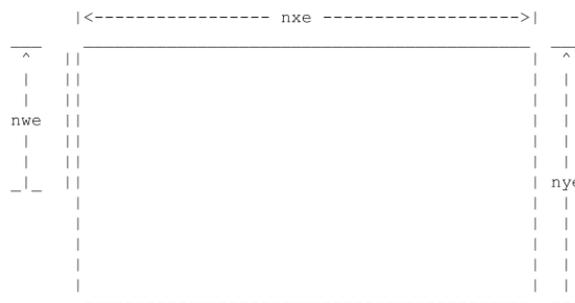


Figura 5- 1. Modelo del suelo para análisis con RFEM

Donde:

n_x : número de elementos del suelo en la dirección x

n_y : número de elementos del suelo en la dirección y

n_w : número de elementos del muro rígido (wall)

- ii. Desplazamiento del muro de contención: Para determinar la carga horizontal ejercida por el suelo, se aplica un desplazamiento gradual del muro dentro (estado pasivo) o fuera (estado activo) de la masa del suelo. En cualquier caso, se considera que la carga ha alcanzado su valor final cuando el suelo está en un estado de falla plástica. Para determinar esto, es necesario definir tres parámetros:
 - *Incremento del desplazamiento horizontal*: La fuerza de reacción se controla introduciendo un desplazamiento horizontal en el muro, el cual se incrementa en una serie de pasos iguales a un tamaño predeterminado.
 - *Tolerancia de convergencia para el algoritmo de plasticidad*: Cuando el estado de desplazamiento nodal de una iteración a la siguiente tiene un cambio relativo menor que esta convergencia se asume que el suelo ha alcanzado el equilibrio plástico y las iteraciones se detienen.
 - *Tolerancia de convergencia calculada sobre la reacción en el muro*: Cuando el estado de esfuerzos de un incremento al siguiente tiene un cambio relativo menor que la tolerancia fijada, se supone que se ha alcanzado la carga de falla del suelo y se interrumpen los pasos de desplazamiento del muro.
- iii. Número de pasos de desplazamiento y número de iteraciones: El análisis de presión de tierra, al ser no lineal, se realizan por medio de dos iteraciones. La principal iteración (maxst) involucra el desplazamiento gradual del muro hasta que el suelo falla al no soportar más incremento de carga. La segunda iteración (maxit) se ejecuta para cada incremento de desplazamiento, la cual implica la distribución del flujo plástico del suelo (cuando este excede su estado elástico límite) hasta que los desplazamientos nodales se estabilizan.

- iv. Número de simulaciones: Debe definirse el número de simulaciones de Monte Carlo a realizar. Para cada una de las simulaciones implica analizar una secuencia de posibles realizaciones del campo aleatorio del suelo.
- v. Localización de la muestra virtual: Se deben indicar las coordenadas donde se toma la muestra virtual para obtener los parámetros del suelo del campo aleatorio de cada realización del suelo. Esto significa que el proceso de investigación del sitio es emulado, obteniendo las propiedades "simuladas" en uno o más lugares dentro de la malla de elementos finitos (ver sección 1.15.1). En este trabajo, la muestra virtual se toma a una distancia horizontal igual a H , medida a partir de la base del muro, y una distancia vertical H (hacia abajo), tomada desde la superficie del suelo.
- vi. Longitud de correlación: La "longitud de correlación" es, aproximadamente hablando, la distancia de separación más allá de la cual las propiedades del suelo en dos puntos están insignificamente correlacionadas (Griffiths & Fenton, 2008). En general, las longitudes de correlación pueden ser diferentes en las dos direcciones ortogonales (horizontal y vertical). Dado que los suelos se encuentran a menudo en capas horizontales, la longitud de correlación en esta dirección es generalmente mayor que en la dirección vertical, es decir, las propiedades del suelo con mayor frecuencia serán más "persistentes" en la dirección horizontal que en la vertical (Griffiths & Fenton, 2008).
- vii. Función de la covarianza: Es necesario establecer la función de la covarianza para definir cómo cae este parámetro con la distancia de separación. De acuerdo con los autores, la función más comúnmente utilizada es la $dvlax2$ (función de la covarianza de Markovian), principalmente por su sencillez, misma que es utilizada en este trabajo de investigación.
- viii. Parámetros geotécnicos del suelo y variables aleatorias: Se deben ingresar las propiedades mecánicas del suelo tales como el ángulo de fricción, la cohesión, el ángulo de dilatación, el módulo elástico, el

coeficiente de Poisson, el peso unitario y el coeficiente de presión en reposo. Los tipos de función de distribución que permite utilizar el programa son: determinístico, función normal, función lognormal, función limitada y función del ángulo de fricción (disponible para determinar la función del coeficiente de presión en reposo – Ley de Jaky).

Los parámetros de entrada mostrados en la Tabla 5- 1 son constantes para todas las modelaciones realizadas, tanto para el caso de presión de tierra activa como para el caso de presión de tierra pasiva, salvo las propiedades de los suelos cuando se realizan análisis con PM y PE.

Tabla 5- 1. Datos de entrada constantes para las modelaciones RFEM

Parámetro	FL	Res
Tolerancia de la iteración plástica	0.001	0.001
Tolerancia del estado de esfuerzos	0.001	0.001
Longitud de correlación en la dirección x	8	29
Longitud de correlación en la dirección y	1	1
Máximo número de pasos de desplazamiento (maxst)	50	50
Máximo número de iteraciones (maxit)	300	300
Número de realizaciones de Monte Carlo	1000	1000
Función de varianza utilizada	dlavx2	dlavx2
¿Superficie del muro rugosa?	no	No
Distribución del ángulo de fricción - PE	Normal	Normal
Ángulo de fricción promedio - PE	32.9	32.1
Desviación estándar ángulo de fricción - PE	7.14	1.54
Cohesión (determinístico) - PE	0	0
Distribución del ángulo de fricción - PM	Normal	Normal
Ángulo de fricción promedio (PM)	25	24
Desviación estándar ángulo de fricción (PM)	2	3.8
Distribución de la cohesión - PE	Normal	Lognormal
Cohesión promedio- PM	17	6
Desviación estándar de la cohesión	3	9
Coeficiente de correlación ($\phi' - c'$)	0.023	-0.0195
Ángulo de dilatación (determinístico)	0	0
Módulo de elasticidad (determinístico)	5400	8640
Razón de Poisson (determinístico)	0.3	0.3
Peso unitario del suelo (determinístico)	16.5	17.9
Distribución del coeficiente de presión	f(phi)	f(phi)
Función del coeficiente de presión	1-seno(phi)	1-seno(phi)

- Ejecución de la modelación del análisis con elementos finitos aleatorios. El programa mrearth2D tiene la opción de generar los siguientes archivos de salida con los resultados obtenidos:
 - i. Gráfico con la primera malla de la masa del suelo que falla al desplazar el muro; se muestran los elementos finitos desplazados y el campo aleatorio de la propiedad del suelo definida. El campo aleatorio se muestra en

escala de grises, donde los valores bajos de la propiedad del suelo se representan con color oscuro.

- ii. Archivo de salida con el total de reacciones en el muro y momentos de volcamiento para cada una de las realizaciones del suelo. La reacción del muro es igual a la carga actuante por la falla plástica del suelo, y el momento de volcamiento se calcula como la suma de las fuerzas incrementales ejercidas por el suelo sobre el muro multiplicadas por la distancia a la base del muro.
 - iii. Archivo de salida con las propiedades muestreadas del suelo para cada una de las realizaciones simuladas.
- Cálculo de las probabilidades de falla de diseño. Se calculan las probabilidades para los dos siguientes casos:
- i. A partir de las propiedades del suelo obtenidas mediante el muestreo virtual, se predicen las fuerzas –o momentos– activos y pasivos actuantes en el muro mediante las teorías de Rankine y Coulomb, las cuales se comparan con las fuerzas y momentos obtenidos mediante los análisis con elementos finitos aleatorios. Si la fuerza predicha –o momento–, multiplicado por un factor de seguridad, es menor que la fuerza obtenida con RFEM, entonces se considera que ocurre una falla de diseño, que se calcula por medio de la ecuación (38) (Griffiths & Fenton, 2008).

$$p_f = P [P_r > R] = P[P_r > FP_h] \quad (47)$$

- ii. Cálculo de las probabilidades de falla de diseño en muros de contención en voladizo con distintos factores de seguridad para los modos de estabilidad por deslizamiento y volcamiento, donde la fuerza actuante sobre el muro es la fuerza activa obtenida del análisis con RFEM, y el ángulo de fricción y la cohesión es el resultado de la muestra virtual, para cada una de las realizaciones del suelo.

5.2. Resultados

- Caso Activo

A continuación, se presentan los resultados de la modelación del caso activo en una masa de suelo con el método de elementos finitos aleatorios. En la Tabla 5- 2 se muestran los datos de entrada correspondientes al dimensionamiento del suelo, el incremento de desplazamiento horizontal, y las coordenadas de los puntos donde se toman las muestras virtuales para el cálculo de las fuerzas actuantes en el muro a través de las teorías de Rankine y Coulomb.

Tabla 5- 2. Datos de entrada para la modelación del empuje activo con RFEM

Parámetro	Flujo de lodos			Suelo Residual		
	H=3	H=6	H=9	H=3	H=6	H=9
Número de elementos en dirección x	30	40	40	30	30	40
Número de elementos en dirección y	30	40	40	30	30	40
Número de elementos del muro	15	20	20	15	15	20
Tamaño de cada elemento en dirección x	0.2	0.3	0.45	0.2	0.4	0.45
Tamaño de cada elemento en dirección y	0.2	0.3	0.45	0.2	0.4	0.45
Dimensión de la masa del suelo	6 x 6	12 x 12	18 x 18	6 x 6	12 x 12	18 x 18
Altura del muro	3	6	9	3	6	9
Coordenada de la muestra virtual	(15, 15)	(20, 20)	(20, 20)	(15, 15)	(15, 15)	(20, 20)
*Incremento de desplazamiento horizontal	-0.0005	-0.002	-0.004	-0.00035	-0.0014	-0.003

*Incremento positivo indica desplazamiento dentro de la masa de suelo, y negativo desplazamiento hacia fuera de la masa de suelo.

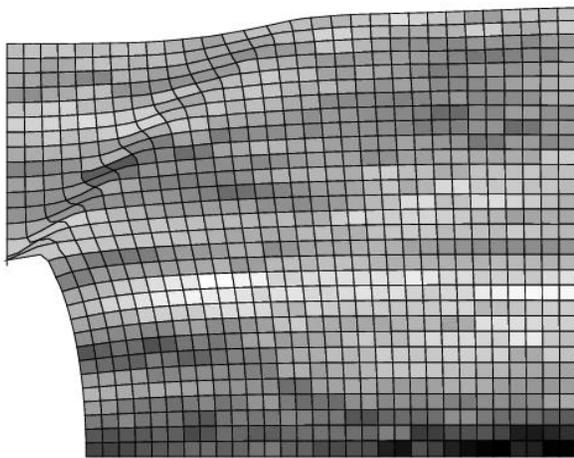
Los valores promedio y la desviación estándar de las reacciones y momentos de volcamiento calculados con RFEM por medio de la ecuación (42) y la ecuación (44), respectivamente, se muestran en la Tabla 5- 3. Además, se recopilan las fuerzas activas y momentos de giro promedio calculados con las teorías de Rankine y Coulomb a partir de las propiedades del suelo de la muestra virtual, para cada una de las mil realizaciones del suelo en las coordenadas mostradas en la Tabla 5- 2.

Tabla 5- 3. Estadísticas de P_a y M_o para el FL y el Res con RFEM

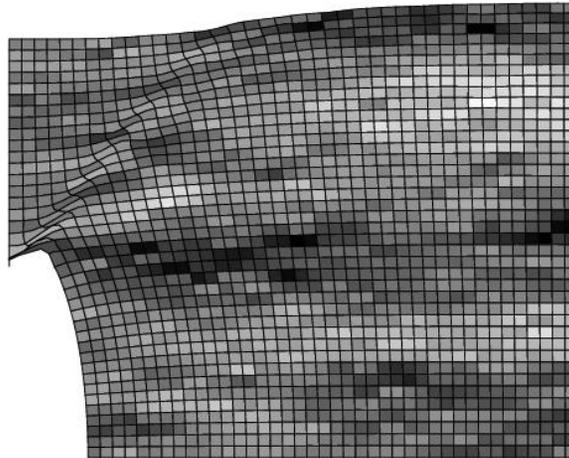
Teoría	H (m)	Flujo de Lodos				Residual			
		Pa (kN/m)		Mo (kNm)		Pa (kN/m)		Mo (kNm)	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
Parámetros equivalentes									
Rankine	3	22.7	6.1	22.7	6.1	24.7	1.4	24.7	1.4
	6	89.5	22.7	179.0	45.4	99.1	5.7	198.1	11.4
	9	198.8	47.3	596.3	141.8	221.8	11.6	665.4	34.7
Coulomb	3	20.4	5.3	20.4	5.3	22.1	1.2	22.1	1.2
	6	80.5	19.5	161.0	39.1	88.7	4.8	177.4	9.7
	9	178.8	40.5	536.4	121.5	198.6	9.8	595.8	29.5
RFEM	3	24.0	3.9	25.6	3.9	25.9	1.0	28.0	1.0
	6	95.8	11.1	206.2	23.3	104.0	2.9	224.6	6.2
	9	213.5	21.8	686.2	67.3	236.1	4.1	763.2	13.8
Parámetros mixtos									
Rankine	3	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	6	N/A	N/A	N/A	N/A	99.1	5.7	198.1	11.4
	9	174.8	20.5	405.9	61.8	279.6	48.5	794.8	159.2
Coulomb	3	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	6	N/A	N/A	N/A	N/A	88.7	4.8	177.4	9.7
	9	150.2	18.7	348.9	55.9	247.5	44.7	704.1	145.2
RFEM	3	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	6	N/A	N/A	N/A	N/A	104.0	2.9	224.6	6.2
	9	94.8	12.3	148.6	48.5	265.7	24.4	819.9	79.0

Nota: En la modelación con el programa *mrearth2d* en los casos: FL-PM-H=3, FL-PM-H=6 y Res-PM-H=3, se produce un error en las simulaciones, por lo que no se obtuvieron resultados de la presión ni el momento de giro. Probablemente, esto ocurre debió a que el parámetro de la cohesión genera reacciones en el muro negativas, debido al efecto de la zona a tensión, lo que el programa reconoce como un error y detiene las simulaciones. Por lo tanto, en los casos que no se obtienen resultados se muestra la abreviatura N/A, que significa que no existen resultados.

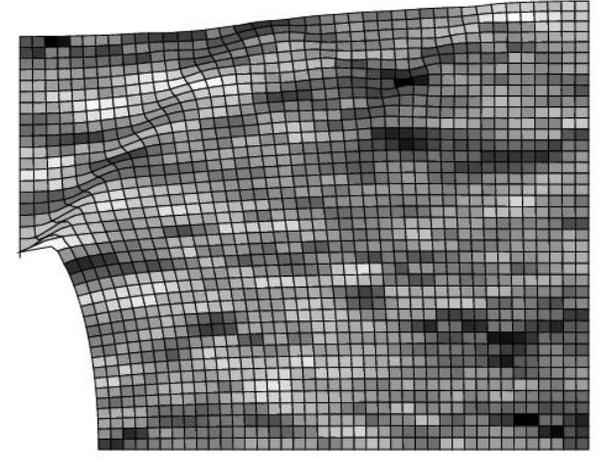
En la Figura 5- 2 y Figura 5- 3 se muestran las mallas correspondientes a la primera realización de las modelaciones con RFEM en la que se produce una falla una vez el muro de contención se ha desplazado lo suficiente como para movilizar el comportamiento activo del suelo, con parámetros equivalente y parámetros mixtos, respectivamente. El campo espacial aleatorio del ángulo de fricción equivalente, en el caso de la Figura 5- 2 (parámetros equivalentes), y la cohesión del suelo en la Figura 5- 3 (parámetros mixtos), se muestran a partir de una representación en escala de grises, donde las áreas oscuras corresponden a los valores de la propiedad representada de menor magnitud.



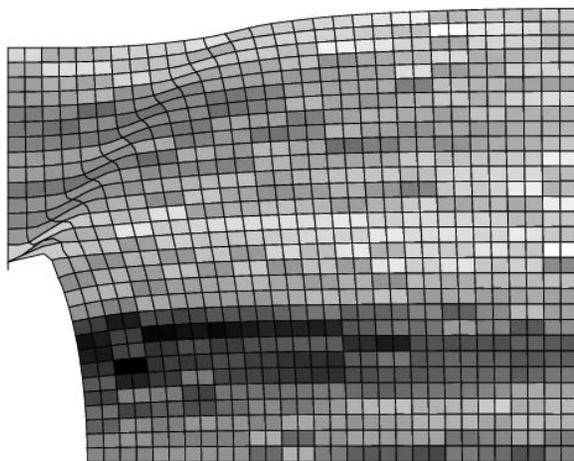
(A)



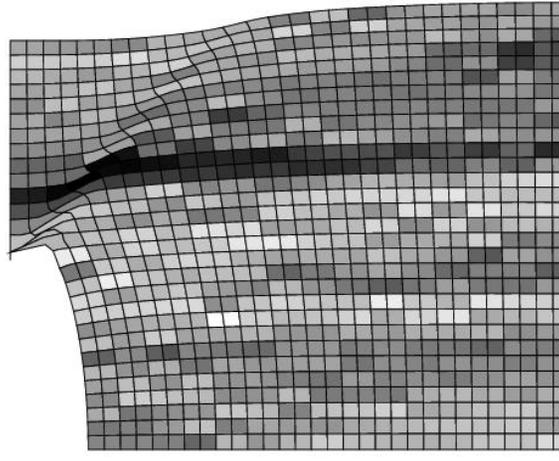
(B)



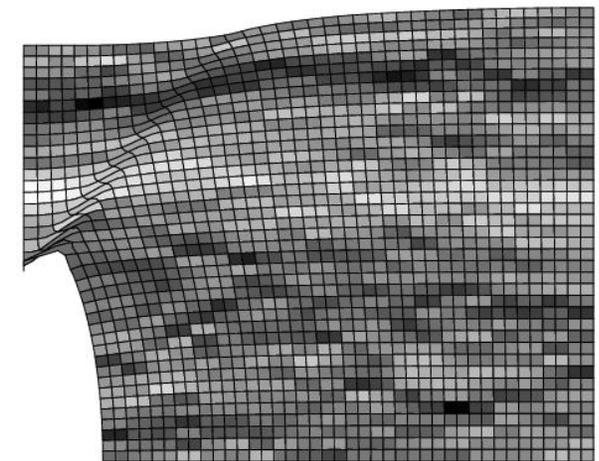
(C)



(D)



(E)



(F)

Figura 5- 2. Resultados de RFEM en un caso de empuje activo para el flujo de lodos y el suelo residual con parámetros equivalentes A) FL-H=3; B) FL-H=6; C) FL-H=9 D) Res-H=3; E) Res-H=6; F) Res-H=9

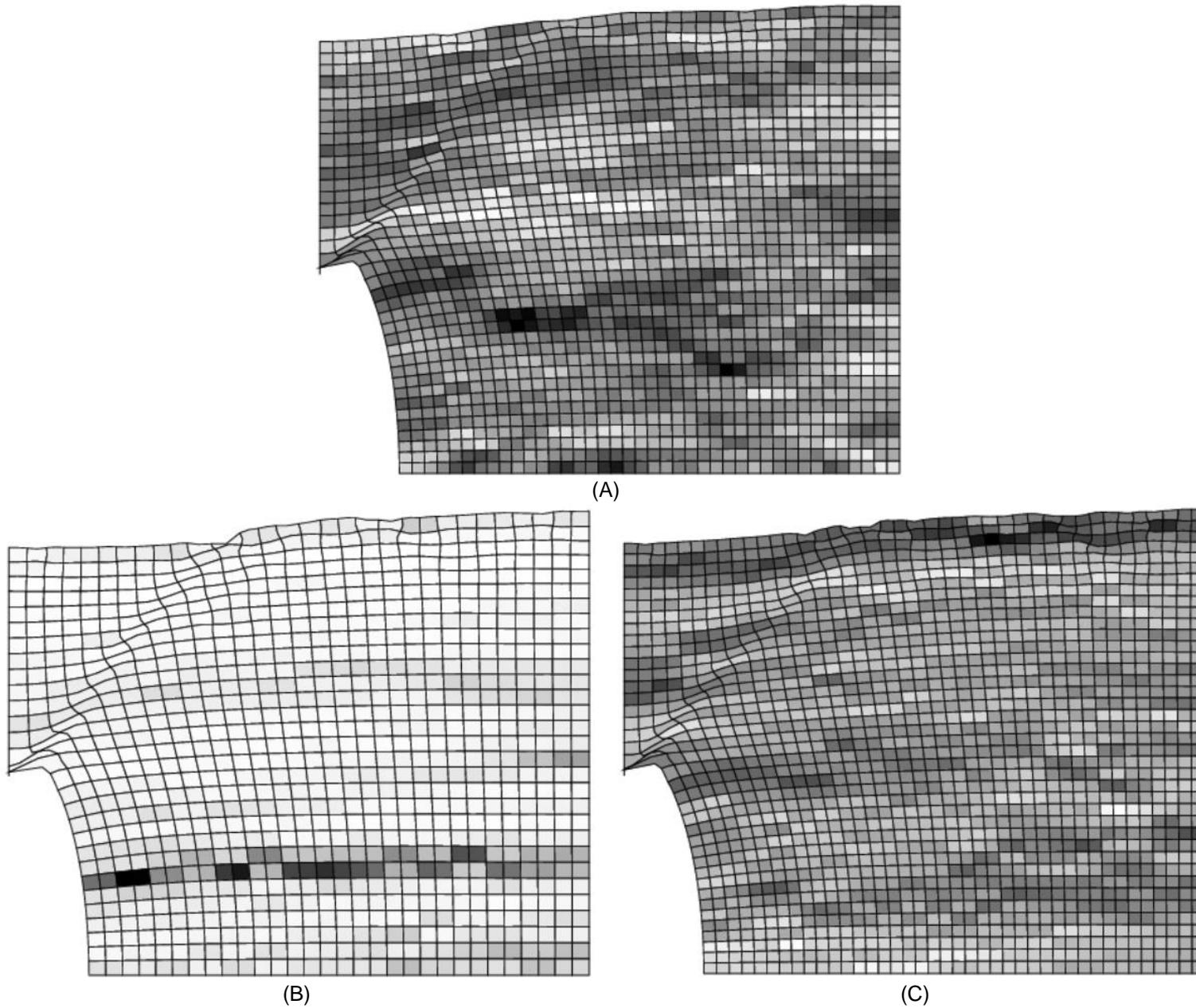


Figura 5- 3. Resultados de RFEM en un caso de empuje activo para el flujo de lodos y el suelo residual con parámetros mixtos A) FL-H=9; B) Res-H=6; C) Res-H=9

En la Figura 5- 2 y Figura 5- 3 se evidencia para cada una de las alturas y con los distintos parámetros analizados, un plano de falla en forma de cuña con un ángulo aproximado de 45° , el cual atraviesa toda la masa del suelo desde la esquina inferior del muro de contención hasta aflorar en la superficie del suelo.

Con parámetros equivalentes, tanto para el suelo residual como para el flujo de lodos, la cuña de falla atraviesa zonas del suelo en las que el ángulo de fricción presenta principalmente valores entre bajos e intermedios (colores oscuros y grisáceos), mientras que con parámetros mixtos, para una altura de 6 m y con el suelo residual como suelo retenido, se observa que de igual forma, la cuña se genera con una inclinación similar a los demás casos, pasando por una zona con valores altos del parámetro de la cohesión (cuadrículas de color blanco). Sin embargo, cabe recordar que las imágenes mostradas en las Figura 5- 2 y Figura 5- 3, corresponden a la primera realización de la malla del suelo en fallar, por lo que existen muchas otras configuraciones con diferentes distribuciones espaciales que de igual forma presentan fallas.

Sin embargo, tal y como lo describen Williams et al., (2005), las regiones de mayor ángulo de fricción tienden a alcanzar primero la falla activa, puesto que esta es atraída siempre por las zonas débiles incluso si estas zonas tienen un ángulo de fricción más alto. Lo anterior, debido a que la distancia entre los círculos de Mohr inicial y de falla disminuye con el aumento ϕ a partir de un valor igual de 24.47° , considerando la interacción entre la condición inicial definida por el campo aleatorio $K_0=1-\text{seno } \phi$ y el campo aleatorio del ángulo de fricción del suelo.

También, en el caso del análisis con parámetros mixtos, se observa como en la superficie del suelo en la zona posterior al afloramiento de la cuña de falla, se generan deformaciones que no se producen en el caso con los parámetros equivalentes, indicando zonas que están en un estado a tensión debido al efecto de la cohesión en la distribución del esfuerzo horizontal en la masa de suelo.

Por otro lado, para el cálculo de las probabilidades de falla (p_f) –ver ecuación (38)-, la presión lateral y el momento de volcamiento obtenidos por medio de los análisis con elementos finitos de cada realización del suelo, son comparados con la presión

lateral y el momento de volcamiento calculados usando los coeficientes de empuje de tierra de Coulomb y de Rankine.

En la Tabla 5- 4 se muestran las probabilidades obtenidas para distintos factores de seguridad y para cada altura de muro analizada.

Tabla 5- 4. Probabilidades de falla (pf) de las modelaciones con RFEM para la presión activa y volcamiento para el flujo de lodos y el residual para distintos FS. Caso Activo.

Suelo	H	Teoría	pf [$Mo \cdot FS < Mr$]				pf [$Pa \cdot FS < Pr$]			
			FS=1,0	FS=1,5	FS=2,0	FS=2,5	FS=1,0	FS=1,5	FS=2,0	FS=2,5
Parámetros equivalentes										
Flujo de Lodos	3	Rankine	69.7%	18.3%	3.3%	0.0%	61.8%	10.2%	0.8%	0.0%
		Coulomb	81.8%	27.7%	5.0%	0.5%	77.8%	16.4%	1.8%	0.2%
	6	Rankine	72.0%	20.4%	3.9%	0.0%	62.0%	12.6%	1.4%	0.0%
		Coulomb	85.2%	29.5%	5.6%	0.6%	76.6%	20.9%	2.3%	0.3%
	9	Rankine	73.6%	17.1%	2.7%	0.0%	64.3%	11.0%	1.0%	0.0%
		Coulomb	84.9%	28.1%	4.8%	0.6%	78.4%	19.3%	2.3%	0.1%
Residual	3	Rankine	98.9%	0.0%	0.0%	0.0%	83.8%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%	100.0%	0.0%	0.0%	0.0%
	6	Rankine	98.3%	0.0%	0.0%	0.0%	82.0%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	100.0%	0.1%	0.0%	0.0%	99.8%	0.0%	0.0%	0.0%
	9	Rankine	99.5%	0.0%	0.0%	0.0%	89.9%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	100.0%	0.1%	0.0%	0.0%	99.9%	0.0%	0.0%	0.0%
Parámetros mixtos										
Flujo de Lodos	3	Rankine	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
		Coulomb	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	6	Rankine	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
		Coulomb	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	9	Rankine	0.1%	0.0%	0.0%	0.0%	24.2%	0.8%	0.1%	0.0%
		Coulomb	0.2%	0.0%	0.0%	0.0%	0.4%	0.0%	0.0%	0.0%
Residual	3	Rankine	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
		Coulomb	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
	6	Rankine	40.8%	8.4%	4.4%	0.0%	45.9%	12.2%	6.6%	0.0%
		Coulomb	59.1%	13.1%	5.8%	4.2%	49.1%	5.4%	3.0%	2.2%
	9	Rankine	54.8%	6.2%	2.5%	0.0%	52.8%	7.3%	3.3%	0.0%
		Coulomb	78.2%	12.2%	3.7%	1.8%	67.3%	4.4%	1.4%	1.0%

De acuerdo con la Tabla 5- 4, se observa como la probabilidad de falla, definida como la probabilidad de que la carga lateral real – o momento- (asumida como el valor de la carga o momento obtenido del análisis con RFEM) exceda la carga -o

momento- calculada por medio de las teorías de Rankine o Coulomb, son mayores cuando se realiza un análisis con los parámetros equivalentes. Por ejemplo, en el muro de 9m de altura, comparando la probabilidad de falla para la carga activa con un $FS= 1.0$, se evidencia como las probabilidades aumentan en un 35% y 60%, contrastando los resultados con PE y PM para el suelo residual y el flujo de lodos, mientras que para el momento de volcamiento, las probabilidades aumentan en un 33% y 80%, respectivamente.

Ahora bien, contrastando los resultados de un suelo respecto al otro, con los parámetros equivalentes las probabilidades de falla por volcamiento y carga lateral son mayores en el suelo residual en todas las alturas consideradas cuando no se mayoran las cargas obtenidas por medio del muestreo virtual ($FS=1.0$). Sin embargo, a partir de un $FS \geq 1.5$, todas las probabilidades de falla en el suelo residual son iguales a 0, mientras que con el flujo de lodos se siguen obteniendo probabilidades de falla, hasta con un $FS=2.0$.

Así mismo, con parámetros mixtos, en el suelo residual se obtienen mayores probabilidades de falla que con el flujo de lodos, solo que en este caso con todos los factores de seguridad evaluados. En promedio, las probabilidades para la carga lateral son mayores en un 20% (considerando todos los factores de seguridad), de un suelo respecto al otro, mientras que para el momento de volcamiento son superiores en un 14% promedio, del suelo residual respecto al flujo de lodos.

- **Caso Pasivo**

A continuación, se presentan los resultados de simulación del caso pasivo para el flujo de lodos y el suelo residual con el método de elementos finitos aleatorios, tanto con parámetros mixtos como con parámetros equivalentes.

En la Tabla 5- 5 se presentan los datos de entrada para cada una de las alturas evaluadas, correspondientes al dimensionamiento de la masa del suelo, el incremento de desplazamiento horizontal y las coordenadas de los puntos donde se toman las muestras virtuales para el cálculo de las fuerzas actuantes en el muro con los coeficientes pasivos de Coulomb y de Rankine. Nótese como en el caso pasivo

(comparado con el caso activo) es necesario un mayor desplazamiento horizontal en el muro para lograr la falla plástica en el suelo (ver Figura 1- 1).

Tabla 5- 5. Datos de entrada para la modelación del empuje pasivo con RFEM

Descripción	Flujo de Lodos			Suelo Residual		
	H=3	H=6	H=9	H=3	H=6	H=9
Número de elementos en dirección x	30	30	40	30	30	40
Número de elementos en dirección y	30	30	40	30	30	40
Número de elementos del muro	15	15	20	15	15	20
Tamaño de cada elemento en dirección x	0,2	0.4	0.45	0,2	0.4	0.45
Tamaño de cada elemento en dirección y	0,2	0.4	0.45	0,2	0.4	0.45
dimensión de la masa del suelo	6 x 6	12 x 12	18 x 18	6 x 6	12 x 12	18 x 18
longitud del muro	3	6	9	3	6	9
coordenada de la muestra virtual	(15, 15)	(15, 15)	(20, 20)	(15, 15)	(15, 15)	(20, 20)
*incremento de desplazamiento horizontal	0.008	0.035	0.07	0.001	0.025	0.05

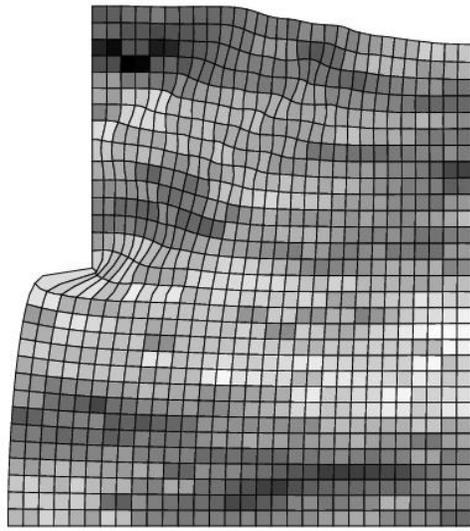
*Incremento positivo indica desplazamiento dentro de la masa de suelo, y negativo desplazamiento hacia fuera de la masa de suelo.

En la Tabla 5- 6 se muestran los valores promedio y la desviación estándar de las reacciones y momentos de volcamiento calculados por medio de la ecuación (43) y la ecuación (44), respectivamente, utilizando el ángulo de fricción de la muestra virtual para cada realización del suelo. Además, se registran las fuerzas pasivas y momentos de volcamiento obtenidos con RFEM.

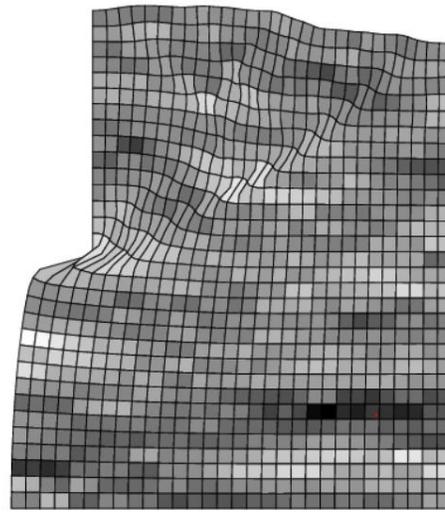
Tabla 5- 6. Estadísticas de P_p y M_o para el flujo de lodos y el suelo residual con RFEM

Teoría	H (m)	Flujo de Lodos				Residual			
		P_p (kN/m)		M_o (kNm)		P_p (kN/m)		M_o (kNm)	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	μ	σ
Parámetros equivalentes									
Rankine	3	264.6	79.4	264.6	79.4	264.4	16.4	264.4	16.4
	6	1045.8	274.3	2091.5	548.6	1055.0	58.8	2110.1	117.7
	9	2358.1	664.9	7074.2	1994.6	2373.5	121.0	7120.6	362.9
Coulomb	3	3585.9	80741.9	3585.9	80741.9	608.3	90.8	608.3	90.8
	6	3434.1	3894.3	6868.2	7788.5	2415.0	319.0	4830.0	638.0
	9	10360.3	66483.0	43256.8	631476.3	5425.0	653.5	16274.9	1960.5
RFEM	3	237.4	36.2	226.6	34.5	253.0	8.5	241.5	8.7
	6	931.0	103.7	1768.7	274.3	989.9	28.3	1916.7	59.9
	9	1486.6	557.4	3756.1	1968.3	2192.0	58.1	6320.2	187.7
Parámetros mixtos									
Rankine	3	343.4	34.3	606.8	55.5	230.8	90.6	434.9	140.0
	6	1053.3	76.1	3893.6	267.6	869.3	148.7	3382.5	520.2
	9	2131.9	159.9	12069.9	875.7	1865.9	251.3	10996.1	1409.6
Coulomb	3	513.3	69.3	923.2	123.0	361.8	140.9	689.5	239.9
	6	1638.2	195.1	6140.5	739.2	1406.1	370.8	5503.4	1428.8
	9	3381.4	442.9	19356.8	2554.5	3019.3	715.6	17861.4	4217.0
RFEM	3	333.4	18.0	388.0	25.0	232.3	28.0	238.8	38.8
	6	1023.7	35.8	2239.7	91.5	839.6	62.8	1675.8	148.7
	9	2045.4	59.8	6471.6	212.4	1787.2	98.5	5242.9	318.9

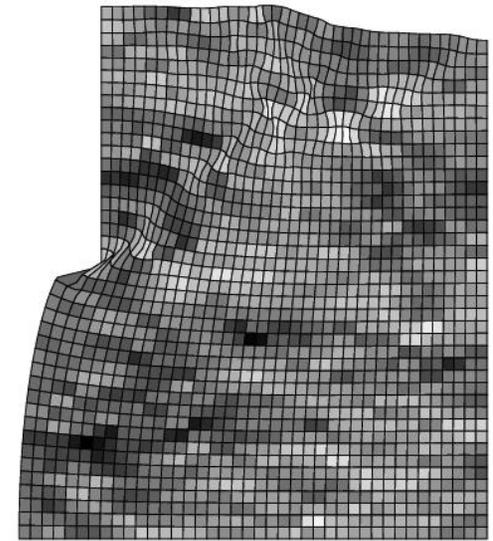
En la Figura 5- 4 y Figura 5- 5 se muestra los gráficos de la falla de los suelos retenidos una vez el muro de contención se ha desplazado lo suficiente como para movilizar el comportamiento pasivo en las tres alturas de muro consideradas. En la Figura 5- 4 se muestra la primera realización del campo aleatorio del ángulo de fricción equivalente de los suelos de estudio en fallar del análisis con los parámetros equivalentes, mientras que en la Figura 5- 5 se muestra la primera realización del campo aleatorio de la cohesión que falla tras el desplazamiento del muro dentro de la masa de suelo en un análisis con los parámetros mixtos. Igual al caso activo, las propiedades del suelo espacialmente aleatorias se muestran usando una representación en escala de grises, donde las áreas oscuras corresponden a los valores más bajos de la propiedad caracterizada.



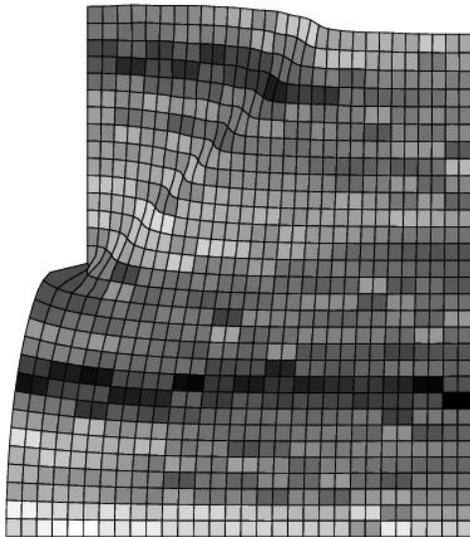
(A)



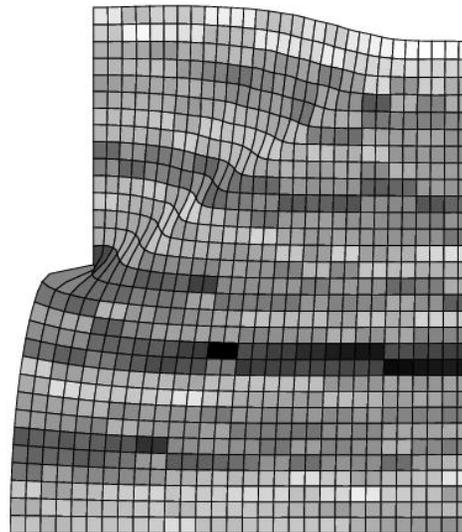
(B)



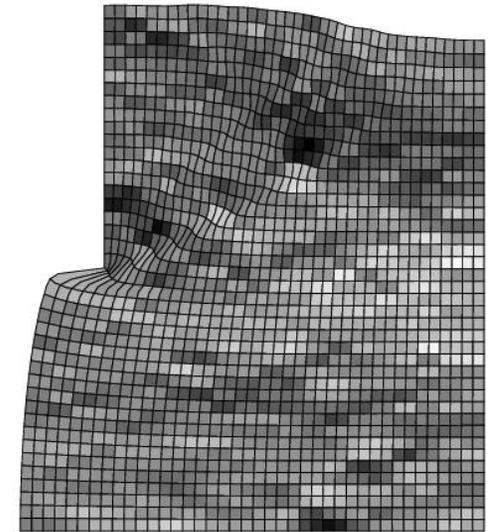
(C)



(D)

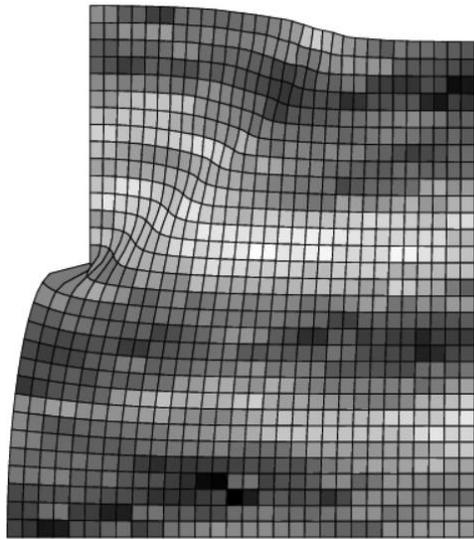


(E)

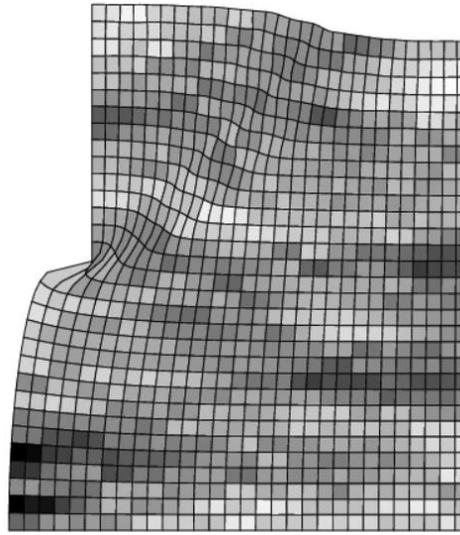


(F)

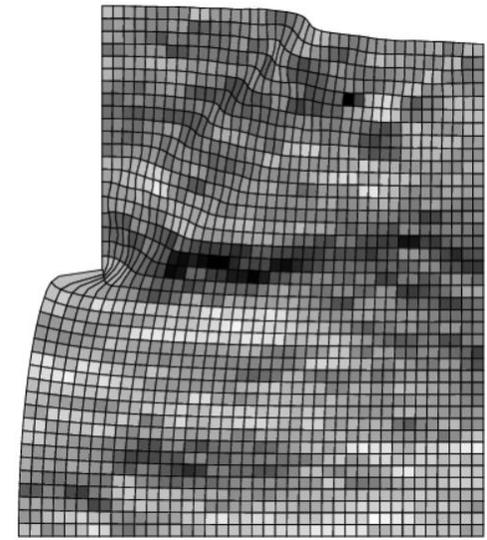
Figura 5- 4. Resultados de RFEM en un estado de empuje pasivo para el flujo de lodos y el suelo residual con los parámetros equivalentes A) FL-H=3; B) FL-H=6; C) FL-H=9 D) Res-H=3; E) Res-H=6; F) Res-H=9



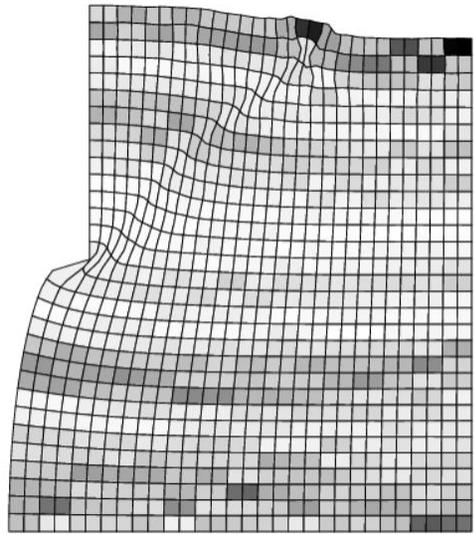
(A)



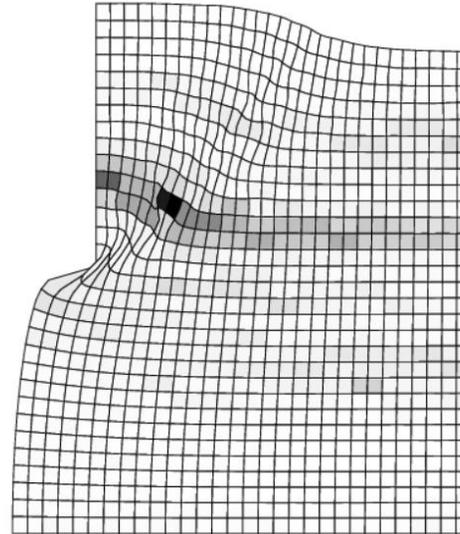
(B)



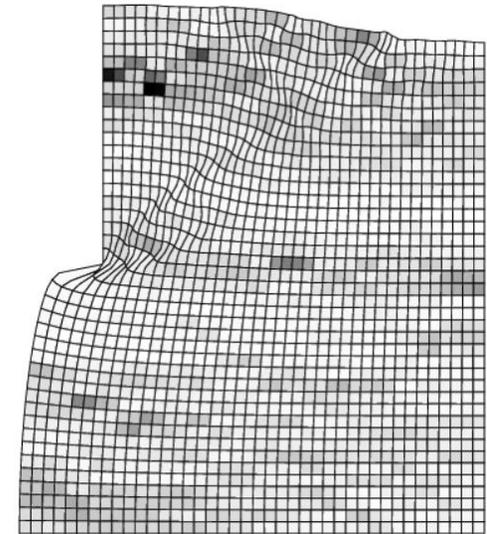
(C)



(D)



(E)



(F)

Figura 5- 5. Resultados de RFEM en un estado de empuje pasivo para el flujo de lodos y el suelo residual con los parámetros mixtos A) FL-H=3; B) FL-H=6; C) FL-H=9 D) Res-H=3; E) Res-H=6; F) Res-H=9

Se puede observar que la forma de falla que se genera de manera generalizada es en forma de cuña en cada una de las tres alturas analizadas en ambos suelos, donde el plano de falla se extiende por toda la masa de suelo desde la parte inferior del muro hasta salir a la superficie.

Sin embargo, para el caso del análisis con parámetros equivalentes, se observa cómo el plano de falla se extiende en mayor o menor medida dependiendo de la magnitud de los valores del ángulo de fricción interna en cada uno de los elementos de la malla de la masa del suelo aledaños a su localización. Esto se observa en las áreas oscuras de la malla de la masa del suelo, en donde el suelo está caracterizado por presentar una menor resistencia al corte, puesto que en estas zonas los ángulos de fricción son de menor magnitud, ocasionando un cambio en la inclinación del plano de falla. Por ejemplo, para el suelo residual, en la modelación con una altura de contención de 6 metros, la cuna de falla se extiende significativamente dentro del suelo, ya que principalmente los ángulos de fricción del campo aleatorio son de alta magnitud, a diferencia de las alturas de 3 y 9 metros, donde se presentan zonas sobre la cuña caracterizadas por tener un valor bajo de este parámetro.

De esta misma manera ocurre cuando se analiza el comportamiento de la cuña de falla cuando se realiza un análisis con parámetros mixtos. Esto se puede evidenciar en el caso del suelo residual para una altura retenida de 6m, en la que se observa como la inclinación del plano de falla cambia cuando atraviesa una capa del suelo en donde el parámetro de la cohesión presenta bajos valores, comparado por ejemplo con la altura de 9m de altura, donde toda la cuña atraviesa valores donde la cohesión presenta valores entre altos e intermedio (colores blancos y grises).

Por otra parte, para el cálculo de las probabilidades de falla (p_f), la presión lateral y el momento de volcamiento obtenido por medio de los análisis con elementos finitos aleatorios de cada realización del suelo, son comparados con la presión lateral y el momento de volcamiento calculados usando los coeficientes pasivos de Coulomb y de Rankine a través de los parámetros del suelo caracterizados a partir de la localización de la muestra virtual.

En la Tabla 5- 7 se muestran las probabilidades de falla de diseño para la carga lateral y el volcamiento con distintos factores de seguridad:

Tabla 5- 7. Probabilidades de falla (*pf*) de las modelaciones con RFEM para la carga lateral y el momento de giro para el flujo de lodos y el residual para distintos FS. Caso Pasivo

Suelo	H	Teoría	<i>pf</i> [$Mo \cdot FS < Mr$]				<i>pf</i> [$Pa \cdot FS < Pr$]			
			FS=1.0	FS=1.5	FS=2.0	FS=2.5	FS=1.0	FS=1.5	FS=2.0	FS=2.5
Parámetros equivalentes										
Flujo de Lodos	3	Rankine	33.0%	3.4%	0.1%	0.0%	37.6%	2.5%	0.0%	0.0%
		Coulomb	3.4%	0.1%	0.0%	0.0%	3.7%	0.3%	0.0%	0.0%
	6	Rankine	29.9%	2.0%	0.0%	0.0%	35.9%	2.4%	0.1%	0.0%
		Coulomb	2.4%	0.1%	0.0%	0.0%	2.9%	0.2%	0.0%	0.0%
	9	Rankine	12.8%	1.0%	0.0%	0.0%	34.1%	1.8%	0.1%	0.0%
		Coulomb	1.2%	0.1%	0.0%	0.0%	1.6%	0.2%	0.0%	0.0%
Residual	3	Rankine	7.8%	0.0%	0.0%	0.0%	22.7%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
	6	Rankine	6.6%	0.0%	0.0%	0.0%	13.7%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
	9	Rankine	1.9%	0.0%	0.0%	0.0%	5.3%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
Parámetros mixtos										
Flujo de Lodos	3	Rankine	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	38.3%	0.1%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
	6	Rankine	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	36.1%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
	9	Rankine	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	29.0%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%
Residual	3	Rankine	0.4%	0.0%	0.0%	0.0%	50.3%	0.9%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	5.2%	0.1%	0.0%	0.0%
	6	Rankine	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	45.6%	0.1%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	1.1%	0.0%	0.0%	0.0%
	9	Rankine	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	39.1%	0.0%	0.0%	0.0%
		Coulomb	0.0%	0.0%	0.0%	0.0%	0.5%	0.0%	0.0%	0.0%

Como se registra en la Tabla 5- 7, en el caso de empuje pasivo en la mayoría de los casos solo se obtienen probabilidades de falla (tanto con parámetros mixtos como con parámetros equivalentes), cuando se comparan las cargas y momentos obtenidos del análisis con RFEM contra las cargas y momentos sin mayorar, calculados a partir de las propiedades de las muestras virtuales y por medio de las teorías de Rankine y Coulomb (FS=1.0) (con la excepción de una altura de 3m donde con un FS=1.5 se presentan pequeños porcentajes de fallas).

Ahora bien, comparando los resultados entre los suelos de estudio, en el análisis con parámetros equivalentes las probabilidades de que la carga lateral sea menor

a la carga obtenida por medio del análisis con RFEM son superiores en 11% en promedio en el del flujo de lodos que con el suelo residual, mientras que para el momento de giro esta diferencia es del 12%. Con parámetros mixtos ocurre lo contrario, puesto que el suelo con el que mayores probabilidades se obtienen para el momento de volcamiento es con el suelo residual, en un 6% en promedio superiores a las probabilidades obtenidas con el flujo de lodos. En el caso de la carga lateral, en ninguno de las modelaciones se obtuvieron valores inferiores a la carga obtenida con RFEM, por lo que la probabilidad en cada uno de los casos evaluados es igual al 0%.

- **Comparación de los resultados**

En la Figura 5- 6 y Figura 5- 7 se muestran las mayores probabilidades de falla de diseño (p_f) para la carga lateral y el momento de volcamiento para los análisis de empuje activo y pasivo por medio con los parámetros mixtos y parámetros equivalentes de los suelos de estudio, respectivamente.

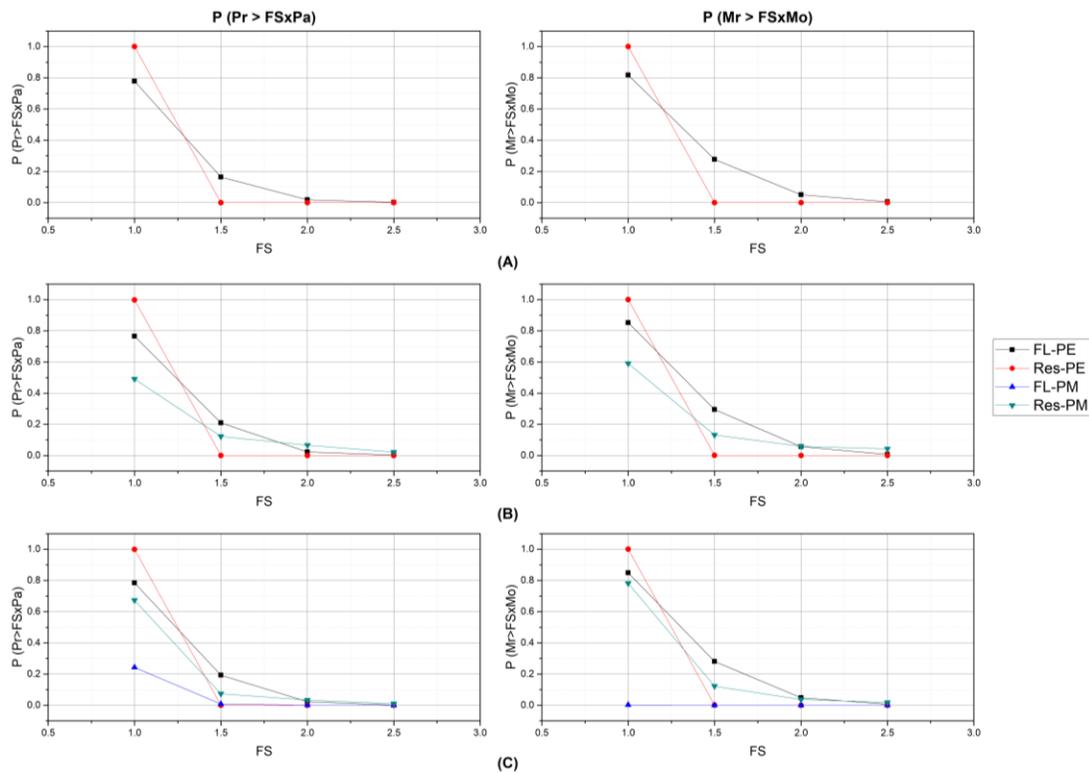


Figura 5- 6. Probabilidades de falla de diseño para la carga lateral activa y el volcamiento con PM y PE. Empuje activo. (A) $H=3m$; (B) $H=6m$; (C) $H=9m$.

En la Figura 5- 6 en el caso del empuje activo, se observa como las pf con un FS=1 para la presión activa y el momento de volcamiento son todas superiores en el suelo residual, tanto con parámetros PE como con PM. Ahora bien, a partir de un FS=1.5, todas las probabilidades se ven significativamente reducidas, siendo en este caso el flujo de lodos con el suelo que mayores probabilidades de excedencia ocurren, con un valor máximo de 20.9% para la carga lateral activa y 29.5% para el momento de volcamiento, ambos para una altura de 6m contención.

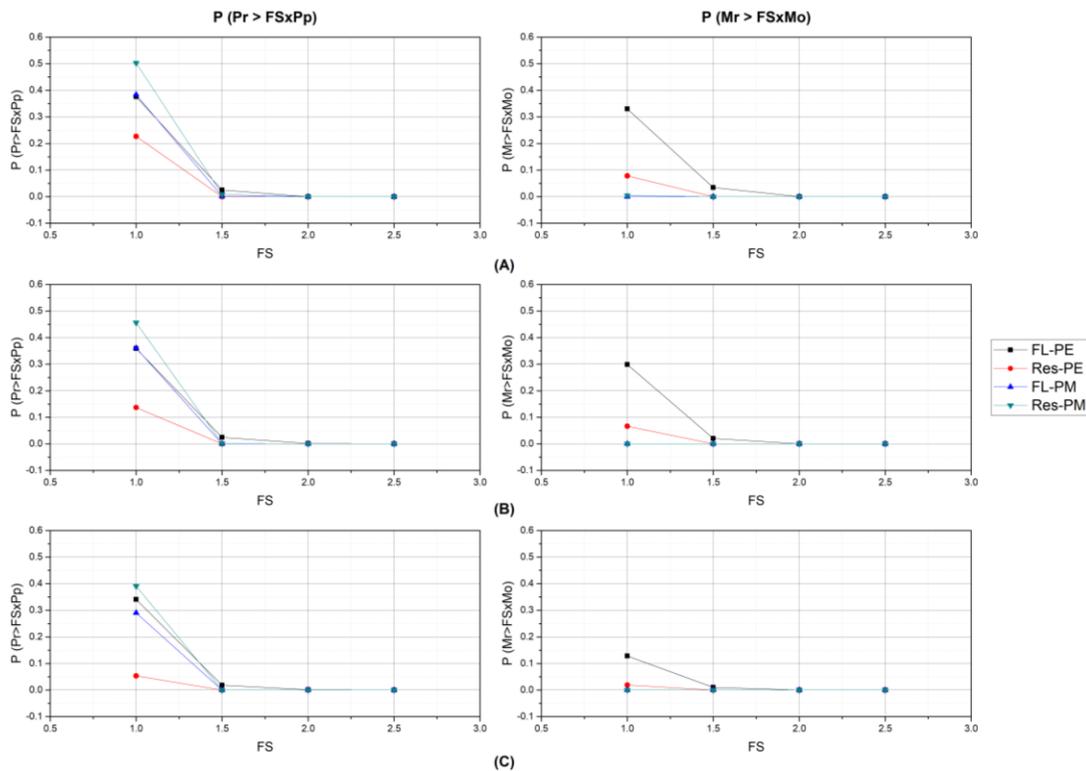


Figura 5- 7. Probabilidades de falla de diseño para la carga lateral pasiva y el volcamiento con PM y PE. Empuje pasivo. (A) H=3m; (B) H=6m; (C) H=9m.

Así mismo, los resultados de las mayores probabilidades de falla del análisis del empuje pasivo por medio de la modelación con RFEM se concentran en la Figura 5- 7. En este caso, para un FS=1.0 y con PM, la probabilidad de que la carga lateral de los resultados del análisis con elementos finitos aleatorios sea mayor a la carga obtenidas a partir del muestreo virtual, es un 10.5% en promedio superior en el suelo residual que en el flujo de lodos (considerando cada una de las alturas analizadas), mientras que con PE las probabilidades obtenidas con el flujo de lodos son un 22% superiores en promedio a las del suelo residual. Con el momento de volcamiento y

empleando los PM, las probabilidades obtenidas con cada uno de los factores de seguridad son todas iguales a 0%, mientras que con PE las probabilidades más altas ocurren con el flujo de lodos, un 20% promedio más altas a las del suelo residual.

5.3. Conclusiones modelación con RFEM

De acuerdo con los resultados obtenidos de las modelaciones con el método de elementos finitos aleatorios se puede realizar las siguientes conclusiones:

- ✓ Como se puede observar de los análisis realizados, el mecanismo de falla del empuje de una masa de suelo con sus propiedades espacialmente variables se asemeja al de teorías tradicionales como las de Rankine o Coulomb, en la que se genera una cuña de falla que se extiende desde la parte inferior de la estructura de contención hasta la superficie del lleno. Sin embargo, la inclinación de este plano de falla depende en gran medida de los valores de la resistencia al corte de cada uno de los puntos que atraviesa, ya que como se observa en los resultados obtenidos, la inclinación disminuye o aumenta dependiendo que tan resistente el suelo es a través de la falla.
- ✓ El análisis con elementos finitos aleatorios RFEM es uno de los pocos métodos disponibles para la modelación de suelos altamente variables de una forma sistemática. En un análisis de presión de tierra, una de las principales ventajas del RFEM es permitir que el mecanismo de falla busque la ruta más crítica a través del suelo, por lo que no está limitada a fallar de una forma predeterminada (Griffiths et al., 2008).
- ✓ Utilizando los parámetros equivalentes los resultados de las mayores probabilidades de falla de diseño en el caso del empuje activo se presentan con el suelo residual sin utilizar factores de seguridad para mayorar las fuerzas predichas, al contrario del caso del empuje pasivo donde es el flujo de lodos el que presenta mayores probabilidades de falla. Aunque el valor promedio del ángulo de fricción equivalente es muy similar en ambos suelos, de acuerdo con los coeficientes de variación para este parámetro, se tiene una diferencia del 17%

de un suelo respecto al otro ($CV\phi_{FL}=21.7\%$, $CV\phi_{Res}=4.8\%$), lo cual influye directamente en los resultados obtenidos.

- ✓ Con base en los resultados obtenidos de la comparación de fuerzas y momentos con el método de elementos finitos aleatorios y los coeficientes de empuje de Rankine y Coulomb, para obtener un índice de confiabilidad para la carga lateral y el momento de volcamiento igual a 2.5 (ver sección 1.8.2), en el suelo residual es suficiente con utilizar un factor de seguridad igual a 1.5, mientras que con el flujo de lodos se requiere de al menos un $FS=2.0$ para obtener el mismo nivel de confiabilidad.
- ✓ Existe una alta probabilidad que las cargas calculadas para el diseño de las estructuras de contención por medio de teorías tradicionales sean inferiores a las cargas reales que actúan en la estructura, puesto que en una gran cantidad de casos la carga real, tomada como la carga obtenida considerando la variabilidad espacial de las propiedades geotécnicas, es superior a las cargas estimadas por medio de las propiedades obtenidas en puntos específicos de la masa del suelo (simulado por el muestreo virtual en los análisis). Por lo tanto, diseños basados en teorías clásicas como Coulomb o Rankine subestiman las solicitudes a las que se puede ver expuesta una estructura de contención.
- ✓ Cuando la longitud de correlación es grande, se esperan que ocurran menos "fallas" (donde la carga límite lateral real excede la carga predicha factorizada), por lo que el factor de seguridad puede reducirse. Sin embargo, para longitudes de correlación intermedias, las propiedades del suelo medidas en un lugar pueden ser bastante diferentes de las realmente presentes en el resto de la masa del suelo, por lo que en este caso se espera que se produzcan más "fallas". Por el contrario, cuando la longitud de la correlación se vuelve extremadamente pequeña (mucho más pequeña que el tamaño de la muestra de la propiedad del suelo) los efectos promedio locales comienzan a tomar el control, y tanto la muestra como la masa general del suelo representan un suelo efectivamente uniforme (con propiedades que se acercan a la mediana), caso que es predicho

con precisión por las teorías tradicionales utilizando la estimación de las muestras recopiladas(Williams et al., 2005).

- ✓ Aunque en los problemas modelados solo se consideró como variable espacial aleatoria el ángulo de fricción y la cohesión del suelo, es lógico suponer que la estructura de correlación espacial de todas las propiedades de un suelo sea la misma. Esta suposición se hace con base en que esta propiedad depende principalmente de características como la variabilidad espacial en la fuente de los materiales que originaron el suelo, los patrones de meteorización, los esfuerzos y su historia de formación, entre otras. Es decir, estas características propias de la formación de un suelo en un punto dado serán muy similares a otro punto cercano, por lo que se puede esperar que todas las propiedades del suelo varíen de manera similar entre ambos puntos (Williams et al., 2005). De acuerdo con la longitud de correlación horizontal de los suelos estudiados, se puede evidenciar que el flujo de lodos presenta una mayor variabilidad espacial horizontal debido a la forma en que este tipo de suelos se originan y a la alta heterogeneidad de este tipo de mantos (formados por antiguos deslizamientos), mientras que el suelo residual, al presentar una mayor consistencia y homogeneidad (formados a partir de la meteorización de la roca in situ), la longitud de correlación es significativamente superior –como se observa en la Figura 5- 2–, por lo que esta variable influye significativamente en la distribución del campo espacial del ángulo de fricción y la manera en la que ambos suelos fallan.

CAPÍTULO 6: COMPARACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se recopilan los resultados obtenidos del cálculo de empuje de tierra activo y pasivo del suelo residual y el flujo de lodos por métodos determinísticos y por métodos estocásticos, realizando una comparación con cada una de las metodologías empleadas. Igualmente, se analizan las probabilidades de falla de diseño en muros de contención en voladizo por deslizamiento y volcamiento, en caso de que el FS sea inferior a los valores recomendados por la norma sismorresistente colombiana, comparando así los resultados obtenidos de los análisis con equilibrio límite contra los resultados conseguidos de la modelación con el método de elementos finitos aleatorios RFEM.

6.1. Recopilación de la Presión activa (Pa)

En la Tabla 6- 1 se resumen los resultados del cálculo de la presión activa con los parámetros equivalentes y parámetros mixtos de los suelos de estudio para las alturas de 3, 6 y 9 metros con la superficie del suelo retenido horizontal ($\beta=0$). Se recopilan los resultados obtenidos con los métodos determinísticos (equilibrio límite y elementos finitos FEM) y métodos probabilísticos (elementos finitos aleatorios RFEM). Para la modelación con RFEM los valores mostrados en la Tabla 6- 1 corresponden al promedio obtenido de las mil simulaciones de Monte Carlo ejecutadas para cada una de las alturas registradas.

Tabla 6- 1. Valores de la presión activa obtenida con los PE y PM para el flujo de lodos y el suelo residual.

Suelo	H	Pa-RFEM	Pa-FEM	*CPa-Det	**RPa-Det
		[kN]			
Parámetros equivalentes					
FL	3	22.7	23.4	19.9	22
	6	89.5	93.7	79.8	87.9
	9	198.8	200.8	179.5	197.8
Res	3	24.7	25.1	22.2	24.6
	6	99.1	101.7	89	98.6
	9	221.8	228.7	200.2	221.8
Parámetros mixtos					
FL	3	N/A	18.9	0	0
	6	N/A	80.8	20.6	25.6
	9	94.8	236.9	93.6	111.3
Res	3	N/A	22.0	12.3	14.6
	6	104	92.9	80.1	93.1
	9	265.7	238.2	207.3	239.6

*C: Coulomb; ** R: Rankine

Las presiones obtenidas para ambos suelos con PE y PM y con cada uno de los métodos utilizados se muestran en la Figura 6- 1 y Figura 6- 2 , respectivamente:

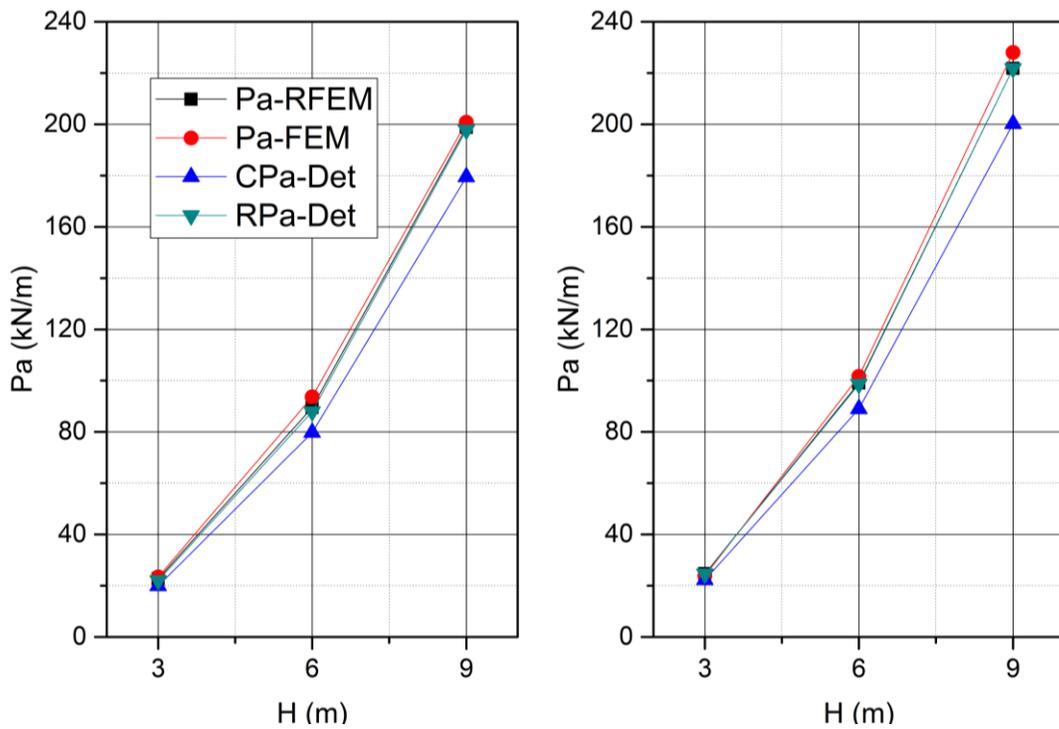


Figura 6- 1. Comparación presión activa – PE- $\beta=0^\circ$. Derecha: Flujo de lodos. Izquierda: Suelo residual

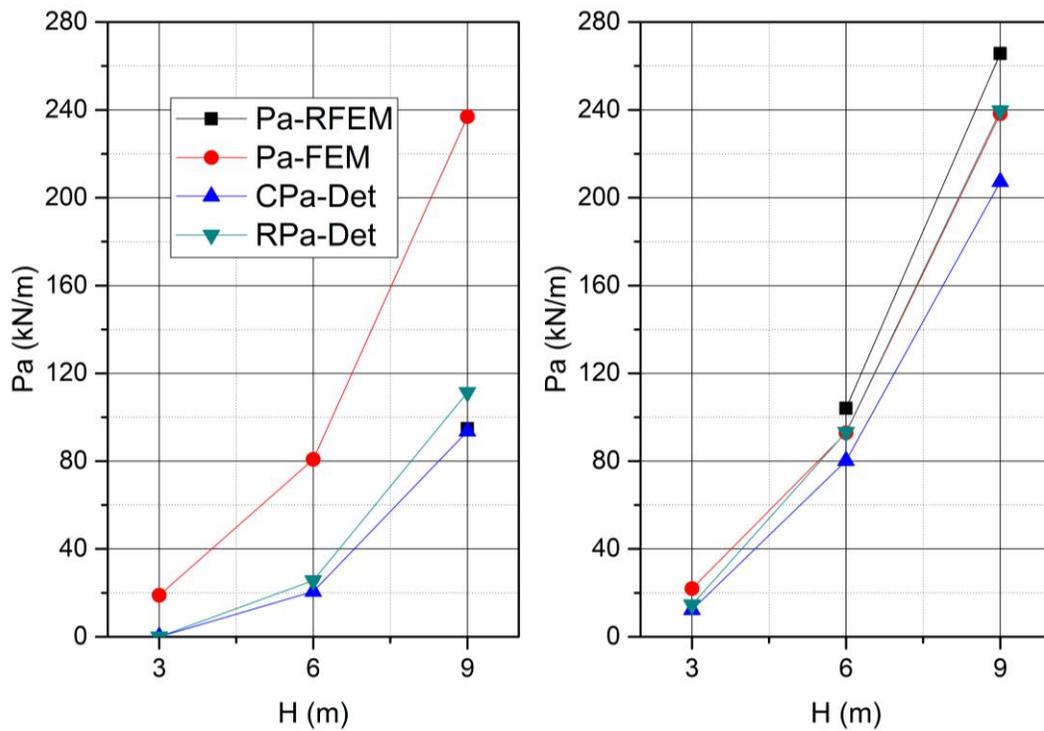


Figura 6- 2. Comparación presión activa – PM- $\beta=0^\circ$. Derecha: Flujo de lodos. Izquierda: Suelo residual

Al comparar las fuerzas horizontales para un caso de empuje activo utilizando los parámetros equivalentes (Ver Figura 6- 1), se puede observar que con el suelo residual las reacciones en el muro son en un 9% en promedio mayores a las fuerzas obtenidas con el flujo de lodos. Ahora bien, comparando los resultados de cada uno de los métodos analizados, las mayores fuerzas se obtuvieron del análisis con elementos finitos -FEM, puesto como se analizó en el Capítulo 4 al considerar la interacción suelo-estructura y con el predimensionamiento utilizado para el análisis de los muros en voladizo, no se alcanza a producir un estado activo en la masa del suelo, por lo que las presiones horizontales obtenidas con este método son superiores a los análisis en los que si se considera que se genera el estado activo del suelo, como ocurre con los coeficientes de Rankine y Coulomb y el método de elementos finitos aleatorios-RFEM.

Similarmente, en los análisis con los parámetros mixtos, con el suelo residual se obtienen mayores fuerzas horizontales que con el flujo de lodos, debido a que en el flujo de lodos la zona a tensión que se genera por la cohesión del suelo es tres veces superior a la del suelo residual ($h_{0-FL}= 3.23$; $h_{0-Res}=1.03$), lo que ocasiona que la presión activa del flujo de lodos sea inferior en un promedio de 76% a la del suelo residual. Sin embargo, esta diferencia se reduce significativamente en los análisis con elementos finitos, puesto que con estas metodologías la presión del suelo no se reduce tan significativamente por el efecto de la cohesión, principalmente para alturas de contención de baja magnitud, indicando que las ecuaciones (1) y (17) no son precisas y no representan adecuadamente el fenómeno de la presión del suelo para alturas menores a h_0 (Ver ecuación 11).

6.2. Recopilación Presión pasiva (Pp)

En la Tabla 6- 2 se recopilan los resultados del cálculo de la presión pasiva con los parámetros equivalentes y parámetros mixtos de los suelos de estudio para alturas de 3, 6 y 9 metros. En el caso de las modelaciones con RFEM, los valores mostrados en la Tabla 6- 2 corresponden al promedio de las mil simulaciones ejecutadas.

Tabla 6- 2. Valores de la presión pasiva obtenida con los PE para el flujo de lodos y el suelo residual.

Suelo	H	Pa-RFEM	*CPa-Det	**RPa-Det
		[kN]		
Parámetros equivalentes				
FL	3	237.4	594.3	250.82
	6	930.9	2377.3	1003.28
	9	1483.8	5348.9	2257.37
Res	3	253	549.7	242.7
	6	989.9	2198.9	970.6
	9	2192	4947.5	2183.9
Parámetros mixtos				
FL	3	333.4	480.2	333.1
	6	1023.7	1324.9	861.3
	9	2045.4	2732.7	1741.6
Res	3	232.3	401.31	255.0
	6	839.6	1387.12	850.4
	9	1787.2	3030.13	1842.7

*C: Coulomb; ** R: Rankine

Nota: En el caso de la presión pasiva no se recopilaron los resultados obtenidos con la metodología de elementos finitos FEM, teniendo en cuenta que en este caso la Pp se calculó en la profundidad de desplante del muro sobre el apoyo del suelo, la cual en cada uno de los análisis realizados se consideró igual al espesor de la base del muro e_B . Por lo tanto, estos resultados difieren de los análisis con equilibrio límite y elementos finitos aleatorios, donde la presión pasiva se calculó para una altura de retención H igual a los casos analizados en el empuje activo.

Las presiones pasivas obtenidas para ambos suelos con PE y PM y con cada uno de los métodos utilizados se muestran en la Figura 6- 3 y Figura 6- 4, respectivamente:

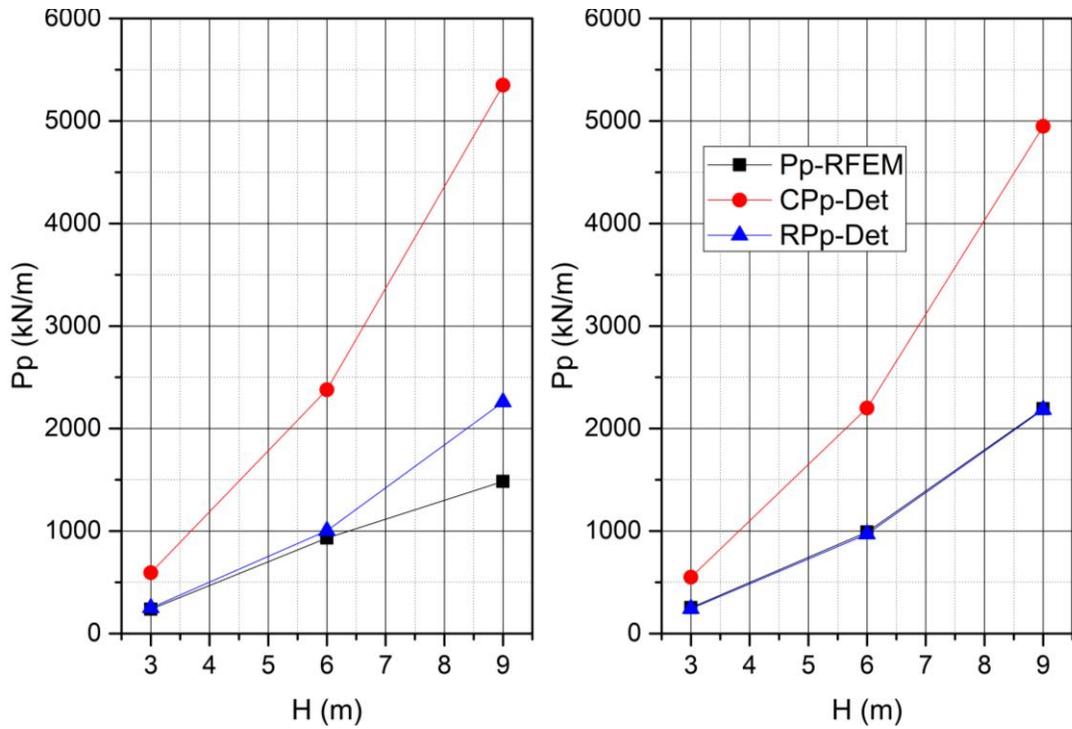


Figura 6- 3.Comparación presión pasiva – $PE-\beta=0^\circ$. Derecha: Flujo de lodos. Izquierda: Suelo residual

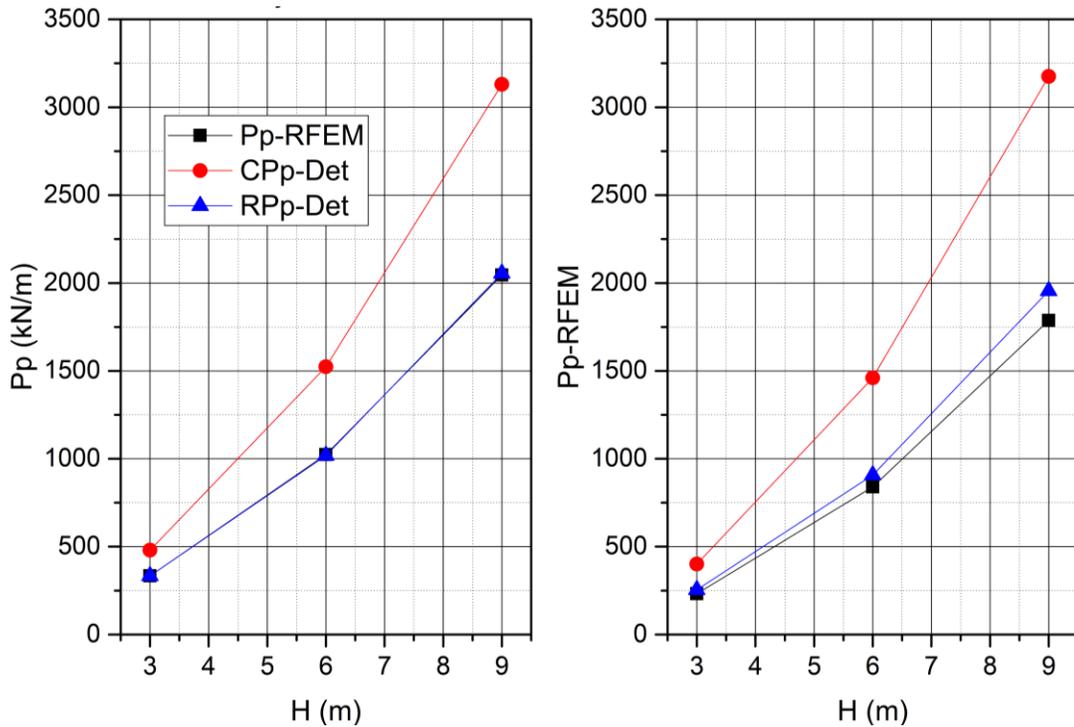


Figura 6- 4.Comparación presión pasiva – $PM-\beta=0^\circ$. Derecha: Flujo de lodos. Izquierda: Suelo residual

En la Figura 6- 3 y Figura 6- 4 se puede observar como para ambos suelos las fuerzas pasivas obtenidas con el coeficiente de empuje de Coulomb son muy

superiores a las fuerzas obtenidas con el coeficiente de Rankine y las presiones obtenidas con RFEM, por lo que esta teoría sobreestima la resistencia pasiva del suelo.

Ahora bien, comparando los resultados con los parámetros equivalentes entre ambos tipos de suelo, las mayores fuerzas son obtenidas en el suelo residual con una diferencia en promedio del 9% con relación al flujo de lodos. Por el contrario, con los parámetros mixtos, las mayores P_p se obtienen en el flujo de lodos, superiores en un promedio del 14% a las del suelo residual, diferencia ocasionada por el aporte en la resistencia pasiva del parámetro de la cohesión.

En cuanto a la diferencia entre los resultados con parámetros equivalentes y parámetros mixtos, en el caso del suelo residual para cada una de las alturas analizadas las presiones pasivas con PE son superiores a las obtenidas con PM en cada uno de los casos con una diferencia promedio del 14% con RFEM, 42% con el coeficiente pasivo de Coulomb y 15% con el coeficiente pasivo de Rankine. Para el flujo de lodos, en la mayoría de los casos las fuerzas pasivas calculadas con los PM son superiores a las calculadas por medio del ángulo de fricción equivalente, con la excepción de los análisis con el coeficiente pasivo de Coulomb y para una altura de 9m con el coeficiente pasivo de Rankine.

6.3. Comparación de la probabilidad de falla entre RFEM y equilibrio límite

En la Tabla 6- 3 se sintetiza la probabilidad de falla de diseño para distintos factores de seguridad de los mecanismos de estabilidad por deslizamiento y volcamiento en muros de contención en voladizo de 3, 6 y 9 metros de altura, utilizando los parámetros equivalentes (PE) y los parámetros mixtos (PM) de los suelos de estudio. Las probabilidades fueron calculadas a través del método de elementos finitos aleatorios (RFEM) y mediante los análisis de equilibrio límite con el método de Monte Carlo haciendo uso del programa @Risk.

Para el cálculo de las probabilidades con RFEM, se compararon los momentos y fuerzas obtenidas en cada realización aleatoria del suelo con los momentos y fuerzas resistentes calculados mediante las ecuaciones (27) y (31), respectivamente, para los muros de contención con el predimensionamiento

empleado en el cálculo de los factores de seguridad y probabilidades de falla del Capítulo 3 (ver Tabla 1- 5), solo que en lugar de utilizar el ángulo de fricción equivalente de la función de distribución de probabilidad de cada suelo, se utilizó el ángulo de fricción de las muestras virtuales de la modelación con elementos finitos aleatorios.

Tabla 6- 3. Probabilidades para distintos FS por Deslizamiento y Volcamiento para el flujo de lodos y el suelo residual con PM y PE

Suelo	H (m)	C-@Risk	R-@Risk	RFEM
Parámetros equivalentes				
FL - P(FS(Desl)<1,5)	3	13.0%	18.3%	11.9%
	6	15.2%	21.1%	8.5%
	9	16.1%	22.1%	7.6%
Res - P(FS(Desl)<2,0)	3	1.8%	12.8%	13.9%
	6	5.1%	24.6%	34.5%
	9	7.1%	29.7%	46.1%
FL - P(FS(Volcamiento)<3,0)	3	8.6%	19.4%	76.4%
	6	9.9%	21.4%	87.4%
	9	10.5%	22.2%	90.3%
Res - P(FS(Volcamiento)<3,0)	3	0.0%	0.1%	100.0%
	6	0.0%	0.2%	100.0%
	9	0.0%	0.3%	100.0%
Parámetros mixtos				
FL - P(FS(Desl)<1,0)	3	1.1%	1.3%	N/A
	6	7.3%	13.9%	N/A
	9	26.3%	39.8%	0.0%
Res - P(FS(Desl)<1,0)	3	2.6%	6.3%	N/A
	6	7.3%	13.9%	2.6%
	9	10.5%	19.1%	6.5%
FL - P(FS(Volcamiento)<3,0)	3	99.6%	99.7%	N/A
	6	44.2%	49.0%	N/A
	9	0.2%	0.4%	0.0%
Res - P(FS(Volcamiento)<3,0)	3	20.0%	27.2%	N/A
	6	15.5%	33.9%	96.3%
	9	18.7%	41.0%	99.9%

Los resultados con parámetros equivalentes de la Tabla 6- 3 se grafican en la Figura 6- 5, tanto para el flujo de lodos como para el suelo residual:

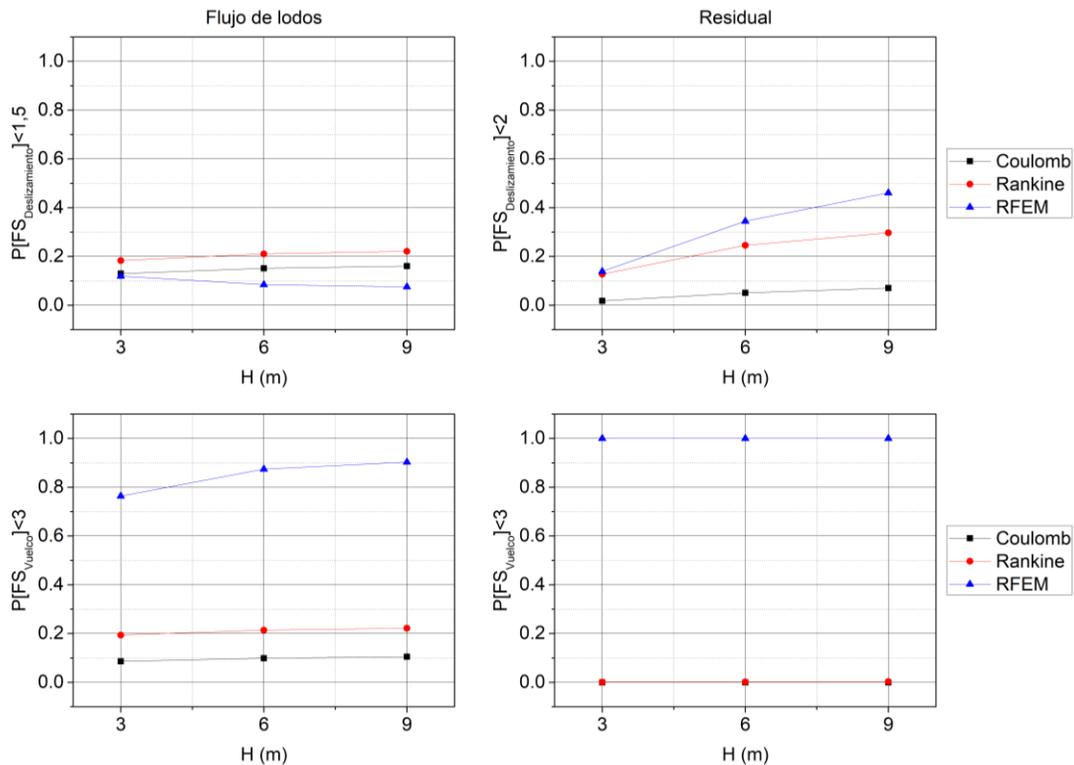


Figura 6- 5. Probabilidades por deslizamiento y volcamiento para distintos FS con RFEM y coeficientes de empuje lateral. Parámetros equivalentes.

Como se visualiza en la Figura 6- 5 con el flujo de lodos, se registra la probabilidad para un FS inferior a 1.5 ($P [FS_{\text{-Deslizamiento}} < 1.5]$) para el mecanismo de estabilidad por deslizamiento ($P [FS_{\text{-Deslizamiento}} < 1.5]$). Con este suelo las menores probabilidades de falla se obtienen cuando las fuerzas horizontales son calculadas con RFEM iguales al 9.3% en promedio, a diferencia de los coeficientes de empuje donde se obtuvo probabilidades de falla hasta del 20% y 14.8% (ver sección 3.2.4), con Rankine y Coulomb, respectivamente.

Por otra parte, con el suelo residual, se evaluó la probabilidad por deslizamiento de obtener un $FS < 2.0$ ($P [FS_{\text{-Deslizamiento}} < 2.0]$), teniendo en cuenta que al calcular las probabilidades para un $FS < 1.5$ en la mayoría de los casos no se registraron fallas. Con un $FS_{\text{-Deslizamiento}} < 2.0$, las mayores probabilidades de ocurrencia se registraron en los análisis con RFEM, con un promedio general de 31.5%, mientras que con los coeficientes de Rankine y Coulomb se obtuvieron valores de 4.7% y 22.4%, respectivamente.

Así mismo, respecto al volcamiento de los muros en voladizo con PE, se comparan las probabilidades para el caso que el FS fuera inferior a 3 ($P [FS_{\text{-Volcamiento}} < 3]$), tanto en el flujo de lodos como en el suelo residual. Al utilizar este factor de seguridad, las probabilidades obtenidas para el flujo de lodos son superiores a las del suelo residual cuando se calculan las fuerzas por medio de los coeficientes de empuje activo de tierra, mientras que las probabilidades obtenidas del análisis con RFEM son superiores en el suelo residual, las cuales todas son iguales al 100%, mientras que con el flujo de lodos son en promedio del 84%.

En la Figura 6- 6 se grafican las probabilidades para deslizamiento y volcamiento utilizando los parámetros mixtos de los suelos de estudio:

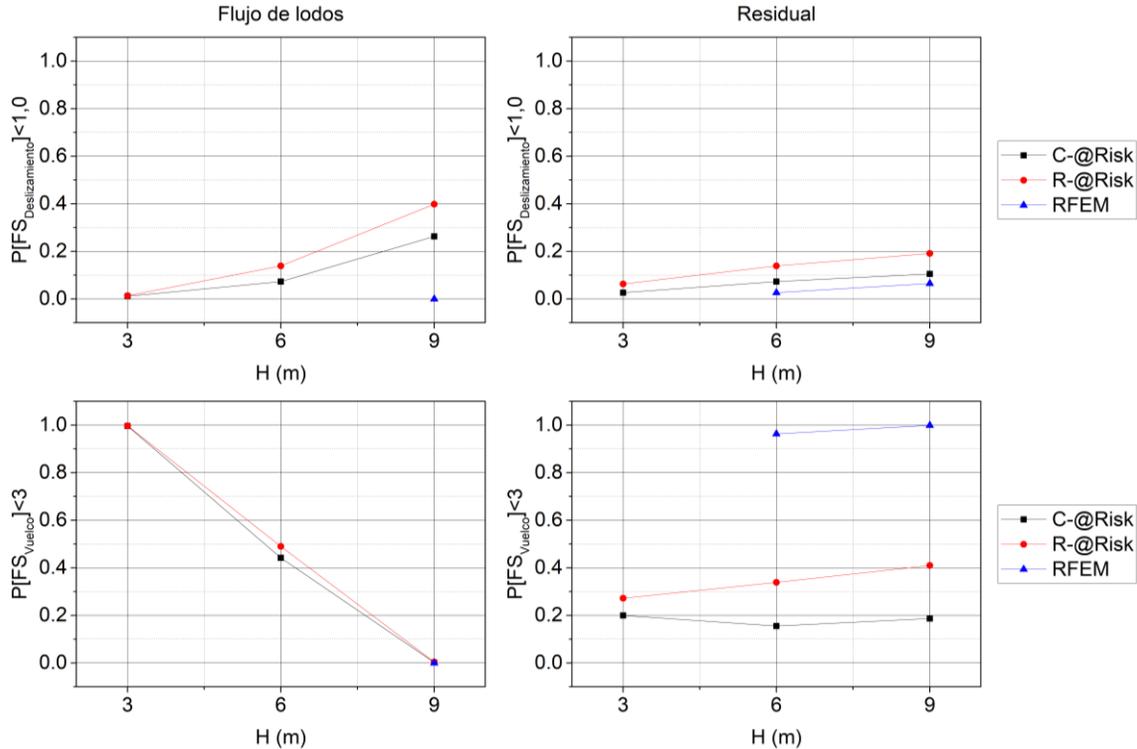


Figura 6- 6. Probabilidades por deslizamiento y volcamiento para distintos FS con RFEM y coeficientes de empuje lateral. Parámetros mixtos.

En el caso deslizamiento con parámetros mixtos (Figura 6- 6), se evaluó la probabilidad para un $FS < 1.0$ ($P [FS_{\text{-Deslizamiento}} < 1]$), ya que para ambos suelos se obtienen casos de fallas considerables. Con el flujo de lodos, las mayores probabilidades se obtienen cuando se calculan las fuerzas con el coeficiente activo

de Rankine, donde para el caso de una altura de contención de 9m, son superiores a las probabilidades con Coulomb en un 13.5%, mientras que con RFEM no se presentan casos de falla. Similarmente ocurre con el suelo residual, donde las probabilidades de falla en promedio son de menor a mayor del 4.5%, 6.8% y 13.1%, con RFEM, Coulomb y Rankine, respectivamente.

Para el mecanismo de falla por volcamiento, igual que en el análisis con PE, se calcularon las probabilidades para un $FS < 3$ ($P [FS_{\text{Volcamiento}} < 3]$). En el caso del flujo de lodos se observa como las probabilidades disminuyen con la altura de contención. Esto ocurre debido a que en el análisis con PM en las modelaciones con @Risk se consideró el empuje hidrostático del agua en la grieta a tracción del suelo (generada por el efecto de la cohesión en la distribución del esfuerzo horizontal), lo cual produce un momento de volcamiento considerable principalmente en muros con alturas cercanas a la altura de la zona a tensión. En el caso del suelo residual, las mayores probabilidades ocurren con RFEM, las cuales son cercanas al 100% en los muros analizados, seguidas de las probabilidades con Rankine con un promedio de 34% y Coulomb con probabilidades entre el oscilan 15% y 20% para las alturas de contención evaluadas.

CONCLUSIONES

Al analizar los resultados obtenidos con cada uno de los métodos empleados y con los tipos de parámetros mixtos y equivalentes de los suelos de estudios, se concluye:

- ✓ De acuerdo con los resultados de las distribuciones de frecuencias de los coeficientes activos y pasivos de empuje de los suelos de estudio, se puede observar que cuando se utilizan los parámetros mixtos el suelo residual es el que presenta mayor variabilidad con un coeficiente de variación (CV) promedio del 18%; por el contrario, cuando se utilizan los parámetros equivalentes es el flujo de lodos el de mayor variabilidad con un CV promedio del 33%. Estos resultados se ven reflejados en las funciones de distribución de probabilidad de mejor ajuste a las distribuciones de frecuencia obtenidas de los coeficientes de empuje activo y pasivo, ya que con los PM la función caracterizada para el suelo residual es la Log-Normal, mientras que para el flujo de lodos es la función Normal. Así mismo, con los PE, la función de mejor ajuste para el residual es la función Normal y para el flujo de lodos la función ajustada es la de valor extremo (Ext.Value).
- ✓ En los análisis de muros de contención en voladizo utilizando los PE con una superficie del lleno horizontal, se obtiene un mayor empuje lateral cuando retienen el suelo residual que el flujo de lodos. Sin embargo, de acuerdo con los resultados de la modelación por equilibrio límite, con el flujo de lodos los muros de contención tienden a ser más inestables, teniendo en cuenta que los casos de probabilidades de falla son mayores al suelo residual tanto por deslizamiento como por capacidad portante. En el caso de la estabilidad por volcamiento, se observa que con el flujo de lodos se obtienen mayores probabilidades de eventos (probabilidad de no cumplir con el FS de la NSR-10) a medida que se incrementa la altura retenida, más que con el aumento del ángulo de inclinación β , presentándose casos en los que para las mismas condiciones, las probabilidades obtenidas con el flujo de lodos son mayores a las del suelo residual. Por el contrario, con el residual, el aumento en las

probabilidades es mucho más sensible cuando la inclinación del suelo retenido incrementa, más que con el aumento de la altura de contención.

- ✓ En el cálculo de las presiones activas utilizando los PM de los suelos de estudio, se obtiene que las mayores fuerzas con cada una de las metodologías empleadas son ejercidas por el suelo residual, donde el parámetro de la cohesión es la variable diferenciadora entre los resultados de ambos suelos. Asimismo, las probabilidades de falla para los comportamientos del muro por deslizamiento y capacidad portante son considerables en el suelo residual, mientras que en el flujo de lodos en muy pocos casos se producen fallas, por lo que en este caso se evaluó la probabilidad de que se presentaran comportamientos indeseados con base en los factores de seguridad sugeridos por la norma sismorresistente colombiana NSR-10.
- ✓ De acuerdo con los resultados de la modelación realizada con elementos finitos, respecto a la manera como se desplazan los suelos de estudio, se puede evidenciar que se generan deformaciones considerables a causa de la poca rigidez que ambos suelos poseen, las cuales son más significativas en el sentido vertical –hundimientos– que en el sentido horizontal –desplazamientos laterales–. Por lo tanto, este tipo de suelos son susceptibles a presentar asentamientos considerables en la base del muro de contención, por lo que se pueden presentar comportamientos no deseados. Además, como se muestra en los análisis de comportamiento de los muros en voladizo por medio de las modelaciones con equilibrio límite a través del método de Monte Carlo, de los tres mecanismos de falla evaluados, las probabilidades de falla más altas se dan por capacidad portante en ambos tipos de suelos, por lo que los muros de contención con el predimensionamiento establecido apoyados sobre el flujo de lodos o el suelo residual, están más condicionados por el esfuerzo que se le transmite al suelo en la base de la cimentación que por el desplazamiento o el volcamiento que la presión lateral trasmite al muro.

- ✓ La modelación con elementos finitos proporciona una visión más clara del comportamiento de la presión lateral de tierras en un muro de contención, ya que en este tipo de análisis se considera la forma en la que se deforma el suelo retenido y las propiedades elásticas de los materiales, además de que no se define una forma de falla específica, sino que el suelo falla de acuerdo con la manera en la que se este se deforme. Por otra parte, este método permite refinar los análisis en los puntos donde existe la necesidad de un cálculo más preciso, aumentando la densidad de la discretización y la expansión de la malla en los sitios de interés.
- ✓ Al comparar las presiones activas con todas las metodologías utilizadas empleando los PE, los resultados muestran que las fuerzas de mayor magnitud se obtienen realizando un análisis con RFEM, además presentan coeficientes de variación (CV) menores a los obtenidos con las funciones de distribución de probabilidad de los parámetros geotécnicos de cada uno de los suelos de estudio. Similarmente, para cada altura de muro de contención evaluada, la mayor presión activa se presentó en el suelo residual. Ahora bien, al comparar la presión activa real P_r –considerada como la presión calculada con RFEM– contra la presión horizontal P_h , calculada con los coeficientes de Rankine y de Coulomb utilizando los parámetros obtenidos a través de la muestra virtual para cada realización del suelo, se obtuvo un 70% en promedio de veces que $P_r > P_h$ en el caso del flujo de lodos, mientras que en suelo residual el resultado es del 93%.
- ✓ Los análisis con las metodologías RFEM y teorías clásicas como Coulomb y Rankine, en cuanto a la presión lateral pasiva calculada con los $\phi_{equivalente}$, muestran que las fuerzas de mayor magnitud son obtenidas en el suelo residual con coeficientes de variación inferiores a los de las fuerzas pasivas conseguidas en el flujo de lodos, con una diferencia en promedio del 21% entre la variabilidad del empuje de un suelo respecto al otro (CV- P_p -Res= 7%, CV- P_p -FL= 28%). Por el contrario, con PM, el coeficiente de variación para la

presión pasiva en el flujo de lodos es de 8% en promedio, mientras que con el suelo residual es igual a 23%.

- ✓ Para aumentar la validez de la metodología con Elementos Finitos (FEM y RFEM), es necesario comparar los resultados obtenidos de la carga real (Pr) con las mediciones obtenidas en el campo mediante la instrumentación de la masa de suelo involucrada. Sin embargo, esta calibración requiere de tiempo y recursos considerables, lo que limita su implementación.

Como una posible investigación, se puede desarrollar y validar un enfoque eficiente y rentable para calibrar las metodologías de con elementos finitos en ingeniería geotécnica para estudios futuros, lo que reduciría el tiempo requerido para su calibración y la necesidad implementar equipos extensos y costosos. Esto se podría lograr combinando técnicas de seguimiento avanzadas, como instrumentos de medición apropiados y estratégicos en puntos clave del terreno, con técnicas de optimización para ajustar con precisión los parámetros de los modelos. Este estudio se podría ajustar con el uso de datos históricos disponibles y técnicas de aprendizaje automático para mejorar la calibración y la precisión de los modelos con FEM y RFEM sin sacrificar significativamente tiempo y recursos.

- ✓ En el caso del empuje pasivo, en el flujo de lodos se producen las mayores fuerzas, con una diferencia global en promedio del 14% respecto a las presiones pasivas del suelo residual. También, de acuerdo con los resultados del análisis por equilibrio límite que implementa el método de Monte Carlo, la diferencia entre la variabilidad de las fuerzas obtenidas entre un suelo y otro es del 19%, donde el CV de la presión pasiva para el flujo de lodos es del 11% y en el suelo residual el CV es del 30%.
- ✓ Los métodos probabilísticos ofrecen una forma más racional de abordar el análisis geotécnico, donde en lugar de plantear el diseño de una estructura desde el enfoque abstracto del Factor de Seguridad, se pueden evaluar las probabilidades de falla que se presentan a partir de un predimensionamiento establecido. Aunque estos métodos requieren conceptos estadísticos y un

análisis más riguroso, aportan una forma de cuantificar la incertidumbre en un diseño y el riesgo que se está dispuesto a asumir para un determinado nivel de confiabilidad. Además, los diseños por confiabilidad proporcionan un marco lógico para escoger un factor de seguridad adecuado según el grado de incertidumbre que tengan las propiedades de diseño y del problema que se esté considerando. De acuerdo con los resultados obtenidos en este trabajo de los análisis con RFEM, se determinó que para obtener un nivel de confiabilidad igual al 95% para que la relación entre la presión horizontal real del suelo P_r y la mayor presión horizontal obtenida mediante las teorías clásicas de empuje de tierra sea mayor a uno ($P_h/P_r > 1$), es necesario utilizar un $FS=2.0$ para el flujo de lodos y un $FS=1.5$ para el suelo residual, manifestándose de esta forma el efecto de la mayor variabilidad espacial del ángulo de fricción equivalente de un suelo respecto a otro.

- ✓ Pese a que los resultados de los ensayos de campo SPT del flujo de lodos y el suelo residual sugieren que el comportamiento de estos suelos es similar (e.g N_{60}), existe una influencia geológica en los resultados de los análisis de estabilidad que se ven reflejados en los parámetros estadísticos de las propiedades de resistencia (ϕ' , c' y E), enmarcados a su vez en las características propias de los procesos de formación de este tipo de suelos. Los flujos de lodos, originados a partir de formación de antiguos deslizamientos, presentan diferencias respecto al suelo residual en parámetros como menor peso unitario y mayor variabilidad espacial, sin embargo, los parámetros tienen una mayor tendencia a la normalidad debido a la homogeneidad granulométrica de este tipo de materiales. En el caso del suelo residual, al ser formados por procesos de meteorización directamente de la roca in situ, presentan menor variabilidad espacial y mayor rigidez frente al flujo de lodos, además de presentar un incremento en la resistencia al corte con la profundidad a medida que el suelo presenta características similares a la roca parental, explicando de esta manera que el parámetro de la cohesión efectiva de este suelo se caracterice por una función Log-Normal.

- ✓ En la medida de lo posible, para el análisis de estabilidad y el diseño geotécnico de estructuras de contención, se recomienda utilizar los parámetros mixtos de los suelos, teniendo en cuenta que las propiedades de resistencia son obtenidas de una manera directa por medio de ensayos de laboratorio y no a través de correlaciones que en muchas ocasiones no representan el suelo a caracterizar.

BIBLIOGRAFÍA

- AIS. (2010). *Reglamento Colombiano De Construcción Sismo Resistente (NSR-10)*. Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica.
- Alexander, C. (2000). *Bayesian methods for measuring operational risk*.
- Al-Zoubi, M. S. (2015). Reliability-Based Determination of the Coefficients of Lateral Earth Pressure on Retaining Walls Subjected to Seismic Loading. *Jordan Journal of Civil Engineering*, 9(4).
- A.M.V.A. (2006). *MICROZONIFICACIÓN SÍSMICA DETALLADA DE LOS MUNICIPIOS DE BARBOSA, GIRARDOTA, COPACABANA, SABANETA, LA ESTRELLA, CALDAS Y ENVIGADO INFORME FINAL TABLA DE CONTENIDO*.
- Augusto Hidalgo Montoya, C., & Pacheco de Assis, A. (2011). HERRAMIENTAS PARA ANÁLISIS POR CONFIABILIDAD EN GEOTECNIA: LA TEORÍA. (Spanish). *TOOLS FOR RELIABILITY ANALYSIS IN GEOTECHNICAL ENGINEERING: THEORY. (English)*, 10(18), 69–77.
<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=zbh&AN=63482844&lang=es&site=ehost-live>
- Babu, G. L. S., & Basha, B. M. (2008). *Optimum Design of Cantilever Retaining Walls Using Target Reliability Approach*. *August*, 240–252.
- Baecher, G. B., & Christian, J. T. (2005). *Reliability and statistics in geotechnical engineering*. John Wiley & Sons.
- Basheer, I., & Najjar, Y. (1996). Reliability-based design of reinforced earth retaining walls. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 1526, 64–78.
- Becker, D. E., & Moore, I. D. (2006). *Canadian foundation engineering manual*. Canadian Geotechnical Society, Alliston, Ont.

- Bell, A. L. (1915). THE LATERAL PRESSURE AND RESISTANCE OF CLAY AND THE SUPPORTING POWER OF CLAY FOUNDATIONS. *Minutes of the Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 199(1915), 233–272.
- Bowles, J. E. (1988). *Foundation analysis and design*.
- Budhu, M. (2011). *Soil mechanics and foundations* (3a ed.). John Wiley & Sons, Inc.
- Burland, J., Chapman, T., Skinner, H. D., & Brown, M. (2012). *ICE manual of geotechnical engineering volume 2: Geotechnical design, construction and verification*.
- Cai, M. (2008). Influence of stress path on tunnel excavation response—numerical tool selection and modeling strategy. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 23(6), 618–628.
- Cami, B., Javankhoshdel, S., Phoon, K.-K., & Ching, J. (2020). Scale of fluctuation for spatially varying soils: estimation methods and values. *ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering*, 6(4), 3120002.
- Carey, G. F., & Oden, J. T. (1983). *Finite Elements: A Second Course; Graham F. Carey and J. Tinsley Oden*. Prentice-hall.
- Chalermyanont, T., & Benson, C. H. (2004). Reliability-based design for internal stability of mechanically stabilized earth walls. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(2), 163–173.
- Chandrupatla, T. R., Belegundu, A. D., Ramesh, T., & Ray, C. (2002). *Introduction to finite elements in engineering* (Vol. 2). Prentice Hall Upper Saddle River, NJ.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2012). *Numerical methods for engineers* (Vol. 2). McGraw-Hill New York.

- Cherubini, C. (2000). Probabilistic approach to the design of anchored sheet pile walls. *Computers and Geotechnics*, 26(3–4), 309–330.
[https://doi.org/10.1016/S0266-352X\(99\)00044-0](https://doi.org/10.1016/S0266-352X(99)00044-0)
- Christian, & Baecher. (2003). *Reliability and statistics in geotechnical engineering*. John Wiley & Sons Ltd., Chichester, West Sussex, England.
- Christian, J. (2004). Geotechnical engineering reliability: How well do we know what we are doing? *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130(10), 985–1003.
- Clayton, C. R. I., Woods, R. I., Bond, A. J., & Milititsky, J. (2014). *Earth pressure and earth-retaining structures*. CRC Press.
- Craig, R. F. (2013). *Soil mechanics*. Springer.
- Crespo, C. (2002). *Confiabilidad del Diseño en Geotecnia*.
- Das, B. M. (2001). *Fundamentos de ingeniería geotécnica*. Cengage Learning Latin America.
- Davidovi, N., Prolovi, V., & Stoji, D. (2010). *MODELING OF SOIL PARAMETERS SPATIAL UNCERTAINTY BY GEOSTATISTICS*. 8, 111–118.
<https://doi.org/10.2298/FUACE1001111D>
- Deere, D. U., & Patton, F. D. (1971). Slope stability in residual soils. *Proceedings of the 4th Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Juan, Puerto Rico*, 1, 87–110.
- Duncan, J. M. (2000). Factors of safety and reliability in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 126(4), 307–316.
- Faulín, J., & Juan, Á. A. (2005). *Simulación de Monte Carlo con excel*.
- Fenton. (1997). Probabilistic methods in geotechnical engineering. *GeoLogan'97Conf., Utah. ASCE*.
- Fenton, G. A., Naghibi, F., & Griffiths, D. v. (2016). On a unified theory for reliability-based geotechnical design. *Computers and Geotechnics*, 78, 110–122.

- Fenton, G. A., & Vanmarcke, E. H. (1990). Simulation of random fields via local average subdivision. *Journal of Engineering Mechanics*, 116(8), 1733–1749.
- Fenton, & Griffiths. (2003). *Bearing-capacity prediction of spatially random $c - \phi$ soils*. 65(Bowles 1996), 54–65. <https://doi.org/10.1139/T02-086>
- Fenton, Griffiths, & Williams. (2004). *Reliability of traditional retaining wall design*.
- Firouzianbandpey, S., Griffiths, D. v, Ibsen, L. B., & Andersen, L. V. (2014). Spatial correlation length of normalized cone data in sand: case study in the north of Denmark. *Canadian Geotechnical Journal*, 51(8), 844–857.
- Folayan, J. I., Hoeg, K., & Benjamin, J. R. (1970). Decision theory applied to settlement predictions. *Journal of Soil Mechanics & Foundations Div.*
- Goh, A. T. C., & Kulhawy, F. H. (2005). Reliability assessment of serviceability performance of braced retaining walls using a neural network approach. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 29(6), 627–642.
- Griffiths, Fenton, & Ziemann. (2008). Reliability of passive earth pressure. *Georisk*, 2(2), 113–121.
- Griffiths, D. v, & Fenton, G. A. (2007). The random finite element method (RFEM) in slope stability analysis. En *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering* (pp. 317–346). Springer.
- Griffiths, D. v, & Fenton, G. A. (2008). *Risk assessment in geotechnical engineering*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Griffiths, D. v, Fenton, G. A., & Tveten, D. E. (2005). Probabilistic earth pressure analysis by the Random Finite Element Method. *Proc. of the 11th International Conference on Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG 05)*, G. Barla and M. Barla (Eds.), Turin, 4, 235–249.
- Hoeg, K., & Murarka, R. P. (1974). Probabilistic analysis and design of a retaining wall. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 100(Proc. Paper 10436).

- Huber, M. (2013). *Soil variability and its consequences in geotechnical engineering*. Inst. f. Geotechnik.
- Hurtado, J. E., & Barbat, A. H. (1998). Monte Carlo techniques in computational stochastic mechanics. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 5(1), 3–29.
- IBC, I. C. C. (2009). International building code. *International Code Council, Inc.(Formerly BOCA, ICBO and SBCCI)*, 4051, 60478–65795.
- Integral, S. A., Inteinsa, S. A., & Solingral, S. A. (2006). *Microzonificación sísmica detallada de los municipios de Barbosa, Girardota, Copacabana, Sabaneta, La Estrella, Caldas y Envigado*.
- Jaky, J. (1944). The coefficient of earth pressure at rest. *J. of the Society of Hungarian Architects and Engineers*, 355–358.
- Jaramillo J, D. F. (2012). Variabilidad Espacial Del Suelo : Bases para su estudio. *Revista de La Facultad de Ciencias Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín*, 1, 73–87.
- JSCE. (1984). *Earthquake Resistant Design for Civil Engineering Structures in Japan*. Japanese Society of Civil Engineers.
- Kamien, D. J. (1997). *Engineering and Design: Introduction to Probability and Reliability Methods for Use in Geotechnical Engineering*. DTIC Document.
- Kulhawy, F. H., & Mayne, P. W. (1990). *Manual on estimating soil properties for foundation design*. Electric Power Research Inst., Palo Alto, CA (USA); Cornell Univ., Ithaca, NY (USA). Geotechnical Engineering Group.
- Lacasse, S., & Nadim, F. (1997). Uncertainties in characterising soil properties. *Publikasjon-Norges Geotekniske Institutt*, 201, 49–75.
- Lacasse, S., & Nadim, F. (1998). Risk and reliability in geotechnical engineering. *Proceedings Fourth International Conference on Case Histories in Geotechnical Engineering, St Louis, Missouri, March*, 9–12.

- Langford, J. C., & Diederichs, M. S. (2011). Application of reliability methods in geological engineering design. *Proceedings of the Pan-Am Canadian Geotechnical Conference, Toronto, Canada.*
- Li, D.-Q., Shao, K.-B., Cao, Z.-J., Tang, X.-S., & Phoon. (2016). A generalized surrogate response aided-subset simulation approach for efficient geotechnical reliability-based design. *Computers and Geotechnics*, 74, 88–101.
- Li, D.-Q., & Tang, X.-S. (2014). Modeling and simulation of bivariate distribution of shear strength parameters using copulas. En *Risk and reliability in geotechnical engineering* (pp. 77–128). CRC Press: London.
- Liu, L.-L., & Cheng, Y.-M. (2016). Efficient system reliability analysis of soil slopes using multivariate adaptive regression splines-based Monte Carlo simulation. *Computers and Geotechnics*, 79, 41–54.
<https://doi.org/http://dx.doi.org/10.1016/j.compgeo.2016.05.001>
- Low, & Phoon. (2015). Reliability-based design and its complementary role to Eurocode 7 design approach. *Computers and Geotechnics*, 65, 30–44.
<https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2014.11.011>
- Mazindrani, Z. H., & Ganjali, M. H. (1997). Lateral earth pressure problem of cohesive backfill with inclined surface. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 123(2), 110–112.
- Montgomery, D., & Runger, G. C. (2002). *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*, editorial Limusa Wiley. México.
- Murthy, V. N. S. (2002). *Geotechnical Engineering: Principles and Practices of Soil Mechanics and Foundation Engineering*. Marcel Dekker, Inc.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Nadim, F. (2007). Tools and strategies for dealing with uncertainty in geotechnics. En *Probabilistic methods in geotechnical engineering* (pp. 71–95). Springer.
- NSR, N. S. R. (2010). Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente. *Ministerio de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial.*

- Orr, T. L. L. (2000). Selection of characteristic values and partial factors in geotechnical designs to Eurocode 7. *Computers and Geotechnics*, 26(3), 263–279.
- Owen, D. R. J. (1980). *Finite elements in plasticity, theory and practice*.
- Palisade, C. (2009). *Guide to using @ RISK.: Risk analysis and simulation add-in for Microsoft Excel*. USA Newfield^ eNY NY.
- Parra, M., & Hidalgo, C. (2015). *Evaluation of the Variability of Mechanical Parameters of Some Formations from East of Medellin*.
- Phoon. (2004). *Towards reliability-based design for geotechnical engineering*. 2004(July), 1–23.
- Phoon. (2008). *Reliability-based design in geotechnical engineering (T. & Francis, Ed.) (1st ed.) New York, EE.UU*.
- Phoon, K., Nadim, F., Uzielli, M., & Lacasse, S. (2006). Soil variability analysis for geotechnical practice. *Characterisation and Engineering Properties of Natural Soils, December*. <https://doi.org/10.1201/noe0415426916.ch3>
- Phoon, & Kulhawy. (1999a). Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36(4), 612–624.
- Phoon, & Kulhawy. (1999b). Characterization of geotechnical variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36(4), 612–624.
- Phoon, & Kulhawy. (1999c). Evaluation of geotechnical property variability. *Canadian Geotechnical Journal*, 36(4), 625–639.
- Pietruszczak, S. (2010). *Fundamentals of plasticity in geomechanics*. Crc Press Boca Raton, FL.
- Powrie, W. (2014). *Soil mechanics: concepts and applications (3a ed.)*. CRC Press.
- Prada, F., Ramos, A., & Solaque, D. (2011). *Reliability applied to the geotechnical design of a retaining wall Introducción Función de estado Límite o función de desempeño*. 49–58.

- Rocscience, I. (2004). <www.rocscience.com>.
- Smith, I. M., Griffiths, D. V., & Margetts, L. (2013). *Programming the finite element method*. John Wiley & Sons.
- USACE. (1997). *Engineering and design: Introduction to probability and reliability methods for use in geotechnical engineering*. US Dept. of the Army Washington, DC.
- Uzielli, M., Lacasse, S., Nadim, F., & Phoon, K. K. (2007). Soil variability analysis for geotechnical practice. *Characterisation and Engineering Properties of Natural Soils, 3–4*, 1653–1752.
- Vanmarcke, E. (2010). *Random fields: analysis and synthesis*. World scientific.
- Vanmarcke, E., & Fenton, G. A. (2003). *Probabilistic site characterization at the national geotechnical experimentation sites*.
- Viviescas, & Osorio. (2015). Caracterización de las Propiedades Índices de los Flujos de lodos en 3 Km² de la Ladera Oriental de la Ciudad de Medellín. *Memorias XV Congreso Colombiano de Geología*, 139–148.
- Viviescas, & Osorio. (2016). *Evaluación de la variabilidad de las propiedades de resistencia al esfuerzo cortante para Flujos de Lodos y Residuales (saprolito) del Valle de Aburrá partir de ensayos de penetración estándar (SPT)* [Tesis de Maestría]. Universidad de Antioquia.
- Viviescas, Osorio, & Cañón. (2017). Reliability-based designs procedure of earth retaining walls in geotechnical engineering. *Obras y Proyectos*, 22, 50–60.
- Viviescas, Osorio, & Griffiths. (2019). Cluster analysis for the determination of the undrained strength tendency from SPT in mudflows and residual soils. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 1–16.
- Wang, Y., Schweckendiek, T., Gong, W., Zhao, T., & Phoon. (2016). Direct probability-based design methods. En *Reliability of Geotechnical Structures in ISO2394* (pp. 211–244). CRC Press.

- Whitman, R. v. (1984). Evaluating calculated risk in geotechnical engineering. *Journal of Geotechnical Engineering*, 110(2), 143–188.
- Williams, Griffiths, & Fenton. (2005). Reliability of traditional retaining wall design. *Géotechnique*, 55(1), 55–62. <https://doi.org/10.1680/geot.2005.55.1.55>
- Zhang, J., Huang, H. W., Juang, C. H., & Su, W. W. (2014). Geotechnical reliability analysis with limited data: consideration of model selection uncertainty. *Engineering Geology*, 181, 27–37.
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L., Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (1977). *The finite element method* (Vol. 36). McGraw-hill London.
- Zuazua, E. (2009). Métodos numéricos de resolución de ecuaciones en derivadas parciales. *Basque Center for Applied Mathematics (BCAM), Bilbao, Spain*, Zuazua@Bcamath.Org. [Http://Www.Bcamath.Org/Zuazua](http://Www.Bcamath.Org/Zuazua).

ANEXOS

ANEXOS CAPÍTULO 2

FDP para los coeficientes activos - β entre 0 y 20°.

Flujo de Lodos

En la Tabla A- 1 a la Tabla A- 4 se resumen las tres FDP con mejor ajuste de acuerdo con el BIC de los Ka y Kp del FL para β entre 5 y 20°, calculados con las teorías de Coulomb y Rankine. Además, se presentan parámetros estadísticos de la distribución de frecuencias obtenidas a partir del método de Monte Carlo.

Tabla A- 1. FDP de los Ka de Coulomb con PM para el FL con β entre 5° y 20°

β	Parámetros		FDP ajustadas a la distribución de frecuencias
5°	μ	0,3841	
	Desv Est	0,0293	
	CV	8%	
	Curtosis	3,1819	
	Asimetría	0,2909	
	FDP Ajustadas	Gamma Normal Weibull	
10°	μ	0,4205	
	Desv Est	0,0348	
	CV	8%	
	Curtosis	3,2501	
	Asimetría	0,3367	
	FDP Ajustadas	Gamma Normal Loglogistic	
15°	μ	0,4722	
	Desv Est	0,0448	
	CV	9%	
	Curtosis	3,5302	
	Asimetría	0,4677	
	FDP Ajustadas	Lognormal Invgauss Gamma	
20°	μ	0,5615	
	Desv Est	0,0717	
	CV	13%	
	Curtosis	4,3062	
	Asimetría	0,8414	
	FDP Ajustadas	Pearson5 Lognormal Invgauss	
25°	μ	0,6793	
	Desv Est	0,0868	
	CV	13%	
	Curtosis	2,5547	
	Asimetría	0,2625	
	FDP Ajustadas	Weibull Normal BetaGeneral	

Tabla A- 2. FDP de los Ka de Rankine con PM para el FL con β entre 5° y 20°

β	Parámetros		FDP ajustadas a la distribución de frecuencias
5°	μ	0,4128	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0324	
	CV	8%	
	Curtosis	3,0767	
	Asimetría	0,2063	
	FDP Ajustadas	Normal Logistic Weibull	
10°	μ	0,4324	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0362	
	CV	8%	
	Curtosis	3,2035	
	Asimetría	0,2648	
	FDP Ajustadas	Gamma Normal Logistic	
15°	μ	0,4723	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0453	
	CV	10%	
	Curtosis	3,5403	
	Asimetría	0,4273	
	FDP Ajustadas	Lognormal Invgauss Gamma	
20°	μ	0,5552	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0728	
	CV	13%	
	Curtosis	4,2421	
	Asimetría	0,819	
	FDP Ajustadas	Person5 Lognormal Invgauss	

Tabla A- 3. FDP de los Ka de Coulomb con PE para el FL con β entre 5° y 20°

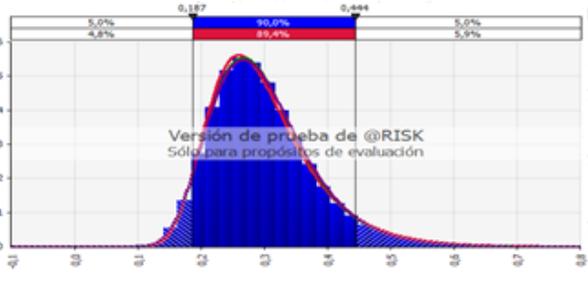
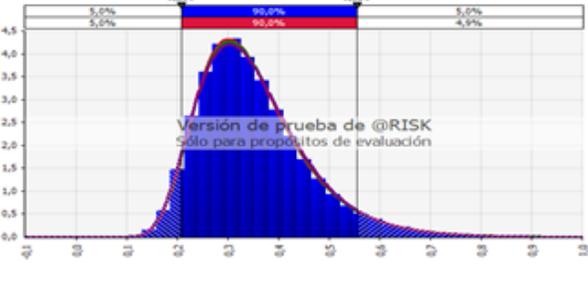
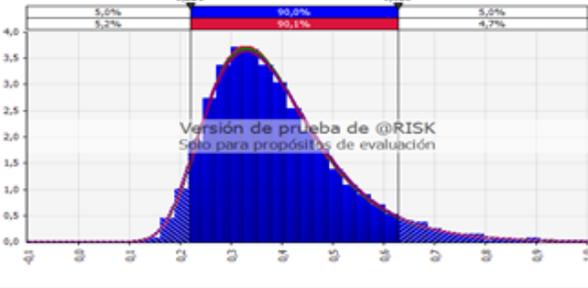
β	Parámetros		FDP ajustadas a la distribución de frecuencias
5°	μ	0,2969	
	Desv Est	0,0806	
	CV	27%	
	Curtosis	4,8435	
	Asimetría	0,97	
	FDP Ajustadas	Extvalue	
	Person5		
	Lognormal		
10°	μ	0,3202	
	Desv Est	0,0923	
	CV	29%	
	Curtosis	4,9032	
	Asimetría	1,0284	
	FDP Ajustadas	Extvalue	
	Person5		
	Lognormal		
15°	μ	0,3503	
	Desv Est	0,1091	
	CV	31%	
	Curtosis	4,9732	
	Asimetría	1,1027	
	FDP Ajustadas	Extvalue	
	Person5		
	Lognormal		
20°	μ	0,3857	
	Desv Est	0,1258	
	CV	33%	
	Curtosis	4,1063	
	Asimetría	0,9635	
	FDP Ajustadas	Extvalue	
	Person5		
	Lognormal		

Tabla A- 4. FDP de los Ka de Rankine con PE para el FL con β entre 5° y 20°

β	Parámetros		FDP ajustadas a la distribución de frecuencias
5°	μ	0,3094	
	Desv Est	0,0935	
	CV	30%	
	Curtosis	3,9197	
	Asimetría	0,7068	
	FDP Ajustadas	Person5 Lognormal Invgauss	
10°	μ	0,3094	
	Desv Est	0,0935	
	CV	30%	
	Curtosis	4,1565	
	Asimetría	0,8004	
	FDP Ajustadas	Person5 Lognormal Invgauss	
15°	μ	0,3425	
	Desv Est	0,1153	
	CV	34%	
	Curtosis	4,5126	
	Asimetría	0,9462	
	FDP Ajustadas	Extvalue Person5 Lognormal	
20°	μ	0,3724	
	Desv Est	0,1316	
	CV	35%	
	Curtosis	3,9431	
	Asimetría	0,8841	
	FDP Ajustadas	Extvalue Lognormal Person5	

Suelo Residual

En la Tabla A- 5 a la Tabla A- 8 resumen las tres FDP con mejor ajuste de acuerdo con el BIC de los Ka y Kp del Res para β entre 5 y 20°, calculados con las teorías de Coulomb y Rankine. También, se muestran parámetros estadísticos de la distribución de frecuencias obtenidas a partir del método de Monte Carlo.

Tabla A- 5. FDP de los Ka de Coulomb con PM para el Res con β entre 5° y 20°

β	Parámetros		FDP ajustadas a la distribución de frecuencias	
5°	μ	0,4030		<p>Entrada</p> <p>Mínimo 0,23266</p> <p>Máximo 0,68747</p> <p>Media 0,40300</p> <p>Dev Est 0,05982</p> <p>Valores 1000</p> <p>Pearson5</p> <p>Mínimo -0,03074</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,40300</p> <p>Dev Est 0,05979</p> <p>Lognormal</p> <p>Mínimo 0,07462</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,40300</p> <p>Dev Est 0,05976</p> <p>Invgauss</p> <p>Mínimo 0,07158</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,40300</p> <p>Dev Est 0,05974</p>
	Desv Est	0,0598		
	CV	15%		
	Curtosis	3,6529		
	Asimetría	0,5691		
	FDP Ajustadas	Pearson5		
10°	μ	0,4438		<p>Entrada</p> <p>Mínimo 0,26925</p> <p>Máximo 0,85226</p> <p>Media 0,44382</p> <p>Dev Est 0,07226</p> <p>Valores 1000</p> <p>Pearson5</p> <p>Mínimo 0,00849</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,44381</p> <p>Dev Est 0,07236</p> <p>Lognormal</p> <p>Mínimo 0,11209</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,44381</p> <p>Dev Est 0,07230</p> <p>Invgauss</p> <p>Mínimo 0,10652</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,44382</p> <p>Dev Est 0,07224</p>
	Desv Est	0,0726		
	CV	16%		
	Curtosis	4,3459		
	Asimetría	0,7447		
	FDP Ajustadas	Pearson5		
15°	μ	0,5030		<p>Entrada</p> <p>Mínimo 0,28984</p> <p>Máximo 0,90776</p> <p>Media 0,50303</p> <p>Dev Est 0,09432</p> <p>Valores 991</p> <p>Pearson5</p> <p>Mínimo 0,03726</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,50304</p> <p>Dev Est 0,09438</p> <p>Lognormal</p> <p>Mínimo 0,14621</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,50303</p> <p>Dev Est 0,09419</p> <p>Invgauss</p> <p>Mínimo 0,13888</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,50304</p> <p>Dev Est 0,09450</p>
	Desv Est	0,0943		
	CV	19%		
	Curtosis	3,9906		
	Asimetría	0,807		
	FDP Ajustadas	Pearson5		
20°	μ	0,5761		<p>Entrada</p> <p>Mínimo 0,31682</p> <p>Máximo 0,91992</p> <p>Media 0,57612</p> <p>Dev Est 0,11244</p> <p>Valores 854</p> <p>Gamma</p> <p>Mínimo 0,21022</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,57611</p> <p>Dev Est 0,11304</p> <p>Invgauss</p> <p>Mínimo 0,04072</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,57612</p> <p>Dev Est 0,11314</p> <p>Lognormal</p> <p>Mínimo 0,03934</p> <p>Máximo =</p> <p>Media 0,57612</p> <p>Dev Est 0,11320</p>
	Desv Est	0,1124		
	CV	20%		
	Curtosis	2,8626		
	Asimetría	0,4803		
	FDP Ajustadas	Gamma		
	Invgauss			
	Lognormal			

Tabla A- 6. FDP de los Ka de Rankine con PM para el Res con β entre 5° y 20°

β	Parámetros		FDP ajustadas a la distribución de frecuencias
5°	μ	0,4322	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0644	
	CV	15%	
	Curtosis	3,3171	
	Asimetría	0,3955	
	FDP Ajustadas	Lognormal	
	Invgauss		
	Gamma		
10°	μ	0,4554	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0740	
	CV	16%	
	Curtosis	4,0007	
	Asimetría	0,6022	
	FDP Ajustadas	Pearson5	
	Lognormal		
	Invgauss		
15°	μ	0,5026	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0949	
	CV	19%	
	Curtosis	3,9321	
	Asimetría	0,7556	
	FDP Ajustadas	Pearson5	
	Lognormal		
	Invgauss		
20°	μ	0,5701	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,1146	
	CV	20%	
	Curtosis	2,8693	
	Asimetría	0,4713	
	FDP Ajustadas	Gamma	
	Invgauss		
	Lognormal		

Tabla A- 7. FDP de los Ka de Coulomb con PE para el Res con β entre 5° y 20°

β	Parámetros		FDP ajustadas a la distribución de frecuencias
5°	μ	0,3056	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0173	
	CV	6%	
	Curtosis	3,1429	
	Asimetría	0,169	
	FDP Ajustadas	Normal Logistic Loglogistic	
10°	μ	0,3292	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0198	
	CV	6%	
	Curtosis	3,155	
	Asimetría	0,1898	
	FDP Ajustadas	Normal Logistic Loglogistic	
15°	μ	0,3598	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0235	
	CV	7%	
	Curtosis	3,1855	
	Asimetría	0,2285	
	FDP Ajustadas	Normal Logistic Loglogistic	
20°	μ	0,4033	<p>Versión de prueba de @RISK Sólo para propósitos de evaluación</p>
	Desv Est	0,0300	
	CV	7%	
	Curtosis	3,2856	
	Asimetría	0,3143	
	FDP Ajustadas	Gamma Normal Loglogistic	

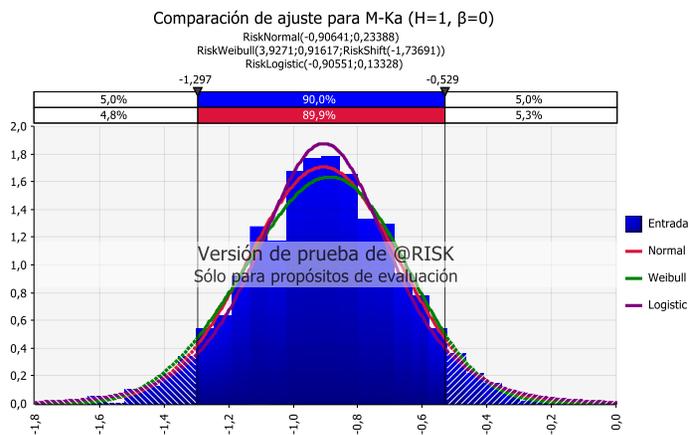
Tabla A- 8. FDP de los Ka de Rankine con PE para el Res con β entre 5° y 20°

β	Parámetros		FDP ajustadas a la distribución de frecuencias
5°	μ	0,3228	
	Desv Est	0,0206	
	CV	6%	
	Curtosis	3,121	
	Asimetría	0,1207	
	FDP Ajustadas	Normal Logistic Loglogistic	
10°	μ	0,3342	
	Desv Est	0,0220	
	CV	7%	
	Curtosis	3,1312	
	Asimetría	0,1419	
	FDP Ajustadas	Normal Logistic Loglogistic	
15°	μ	0,3556	
	Desv Est	0,0251	
	CV	7%	
	Curtosis	3,1606	
	Asimetría	0,1868	
	FDP Ajustadas	Normal Logistic Loglogistic	
20°	μ	0,3929	
	Desv Est	0,0313	
	CV	8%	
	Curtosis	3,2616	
	Asimetría	0,2846	
	FDP Ajustadas	Gamma Normal Loglogistic	

Ajuste de las funciones de distribución de probabilidad para los coeficientes de presión lateral de tierra de Mazindrani

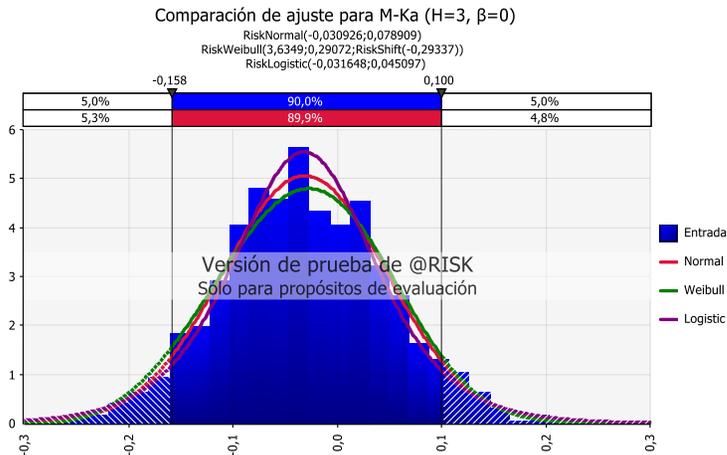
Los ajustes de las funciones de distribución de probabilidad a las distribuciones de frecuencia para los coeficientes de presión de tierras de Mazindrani se muestran a continuación. El análisis solo se realizó para los PM, ya que, los coeficientes de Mazindrani solo se utilizan para suelos cohesivos. Igualmente, solo se anexan los ajustes de las FDP para las alturas más representativas del suelo de relleno: 1, 3 y 5 metros, además, de considerar para estos casos una superficie horizontal del suelo retenido ($\beta = 0$).

Los ajustes de las FDP de los coeficientes activos de Mazindrani, para el flujo de lodos y el suelo residual, se muestran en la Figura A1 a la Figura A5, mientras que los ajustes de las FDP a los coeficientes pasivos de Mazindrani se muestran de la Figura A6 a la Figura A11. Asimismo, al lado de cada figura se presenta una tabla con algunos parámetros estadísticos, tanto de la distribución de frecuencias de entrada de los coeficientes, como de las funciones de probabilidad ajustadas.



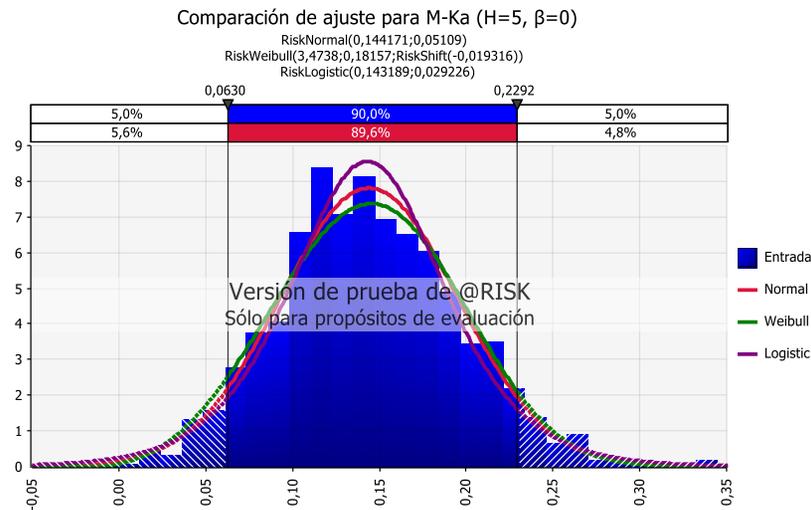
Parámetro	Entrada	Normal	Weibull	Logistic
Mínimo	-1,634	$-\infty$	-1,737	$-\infty$
Máximo	-0,022	∞	∞	∞
Media	-0,906	-0,906	-0,907	-0,906
Moda	\approx -0,8020	-0,906	-0,887	-0,906
Mediana	-0,908	-0,906	-0,902	-0,906
Desv Est	0,234	0,234	0,237	0,242
Asimetría	-0,018	0,000	-0,072	0,000
Curtosis	3,069	3,000	2,741	4,200

Figura A1. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con $-H=1-\beta=0$ - FL



Parámetro	Entrada	Normal	Weibull	Logistic
Mínimo	-0,276	$-\infty$	-0,293	$-\infty$
Máximo	0,280	∞	∞	∞
Media	-0,031	-0,031	-0,031	-0,032
Moda	$\approx 0,01119$	-0,031	-0,027	-0,032
Mediana	-0,033	-0,031	-0,031	-0,032
Desv Est	0,079	0,079	0,080	0,082
Asimetría	0,108	0,000	-0,008	0,000
Curtosis	3,086	3,000	2,719	4,200

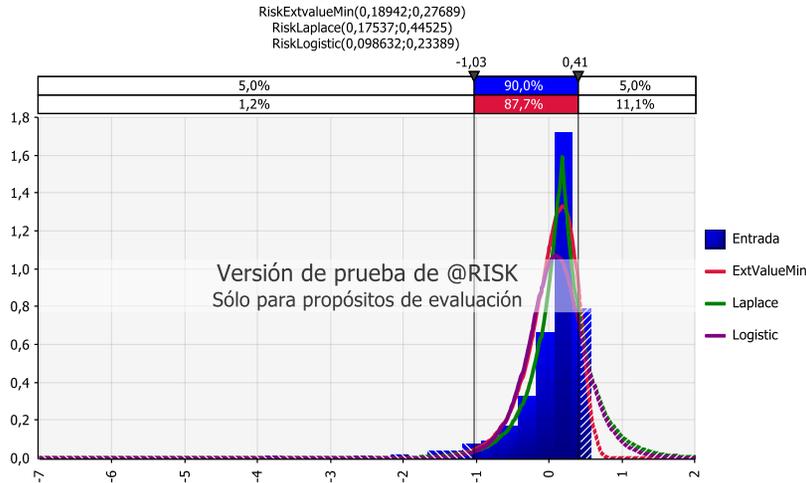
Figura A2. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con $H=3-\beta=0$ - FL



Parámetro	Entrada	Normal	Weibull	Logistic
Mínimo	-0,013	$-\infty$	-0,019	$-\infty$
Máximo	0,344	∞	∞	∞
Media	0,144	0,144	0,144	0,143
Moda	$\approx 0,11286$	0,144	0,145	0,143
Mediana	0,141	0,144	0,144	0,143
Desv Est	0,051	0,051	0,052	0,053
Asimetría	0,205	0,000	0,032	0,000
Curtosis	3,071	3,000	2,712	4,200

Figura A3. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con $H=5-\beta=0$ - FL

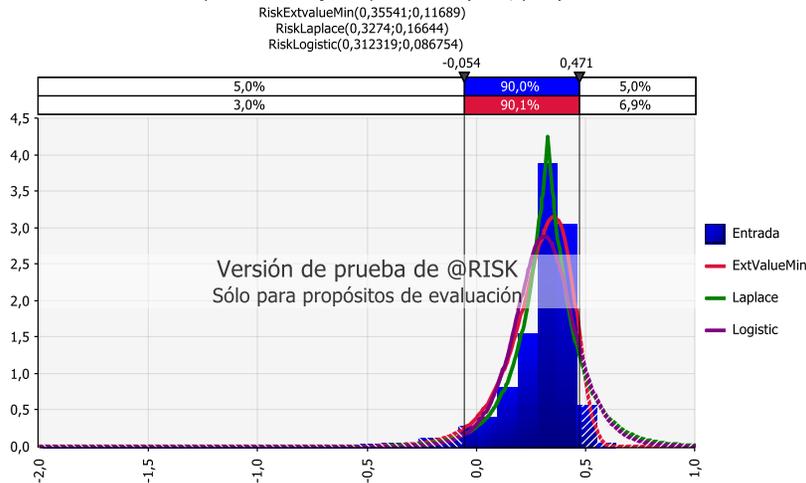
Comparación de ajuste para M-Ka ($H=1, \beta=0$)



Parámetro	Entrada	ExtValueMin	Laplace	Logistic
Mínimo	-6,676	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
Máximo	0,576	∞	∞	∞
Media	-0,007	0,030	0,175	0,099
Moda	$\approx 0,3053$	0,189	0,175	0,099
Mediana	0,175	0,088	0,175	0,099
Desv Est	0,610	0,355	0,445	0,424
Asimetría	-4,544	-1,140	0,000	0,000
Curtosis	34,676	5,400	6,000	4,200

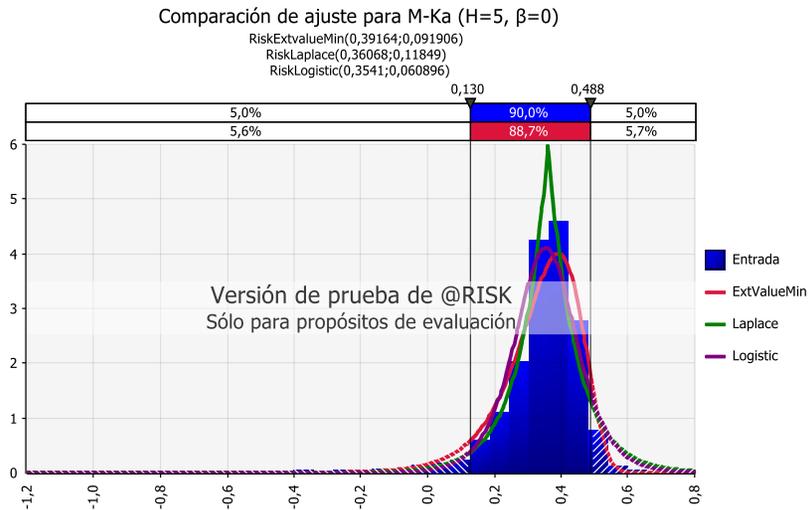
Figura A4. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con $H=1-\beta=0$ - Res

Comparación de ajuste para M-Ka ($H=3, \beta=0$)



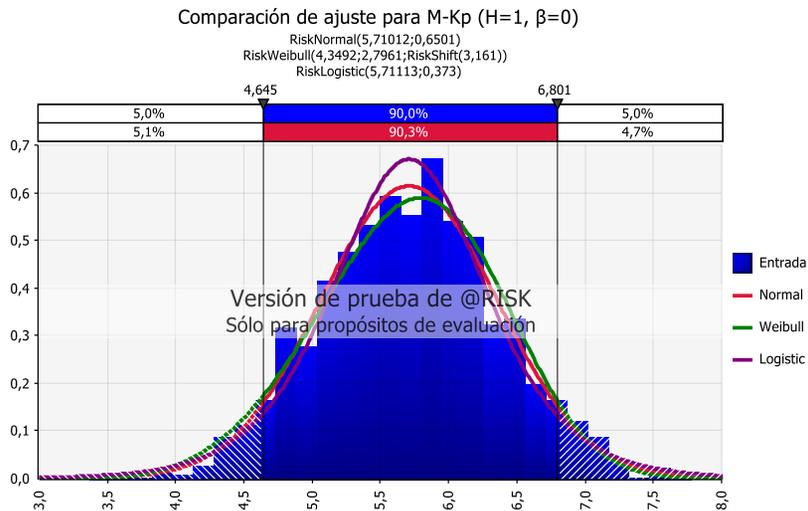
Parámetro	Entrada	ExtValueMin	Laplace	Logistic
Mínimo	-1,982	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
Máximo	0,643	∞	∞	∞
Media	0,281	0,288	0,327	0,312
Moda	$\approx 0,3809$	0,355	0,327	0,312
Mediana	0,327	0,313	0,327	0,312
Desv Est	0,211	0,150	0,166	0,157
Asimetría	-4,089	-1,140	0,000	0,000
Curtosis	31,053	5,400	6,000	4,200

Figura A5. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con $H=3-\beta=0$ - Res



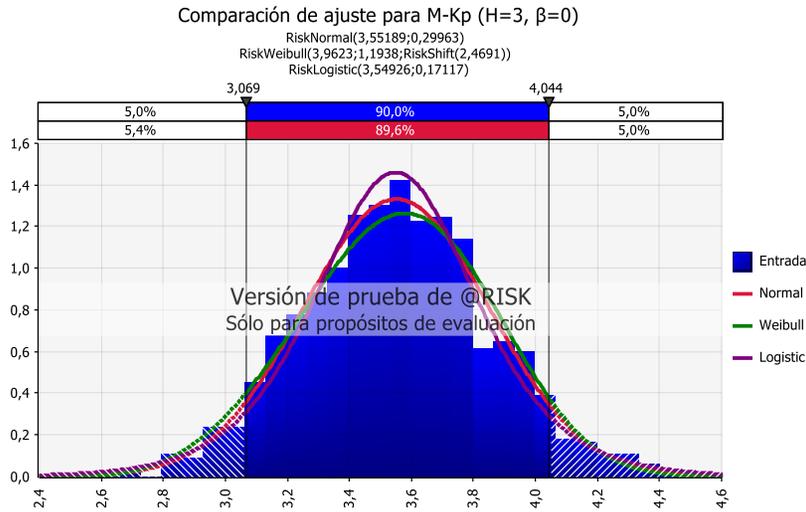
Parámetro	Entrada	ExtValueMin	Laplace	Logistic
Mínimo	-1,043	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
Máximo	0,657	∞	∞	∞
Media	0,339	0,339	0,361	0,354
Moda	$\approx 0,3705$	0,392	0,361	0,354
Mediana	0,361	0,358	0,361	0,354
Desv Est	0,136	0,118	0,118	0,110
Asimetría	-3,319	-1,140	0,000	0,000
Curtosis	24,837	5,400	6,000	4,200

Figura A6. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Ka de Mazindrani con $H=5-\beta=0$ - Res



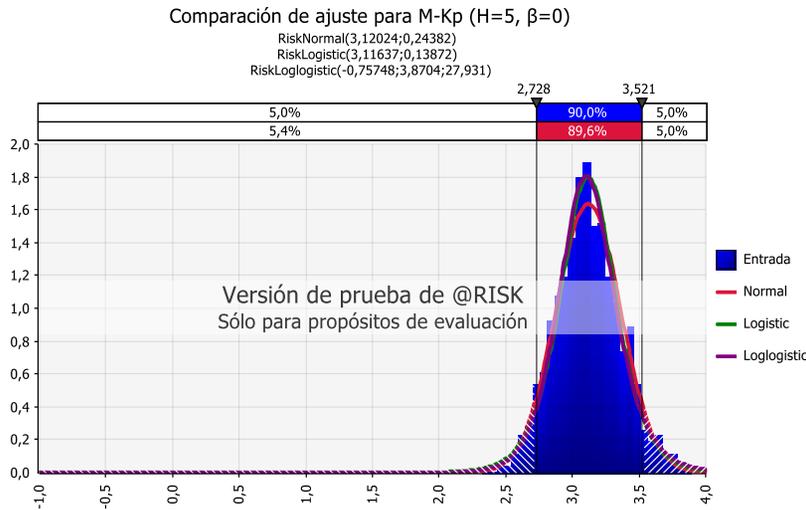
Parámetro	Entrada	Normal	Weibull	Logistic
Mínimo	3,369	$-\infty$	3,161	$-\infty$
Máximo	7,778	∞	∞	∞
Media	5,710	5,710	5,708	5,711
Moda	$\approx 5,3731$	5,710	5,794	5,711
Mediana	5,730	5,710	5,731	5,711
Desv Est	0,650	0,650	0,662	0,677
Asimetría	-0,019	0,000	-0,153	0,000
Curtosis	2,922	3,000	2,788	4,200

Figura A7. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con $H=1-\beta=0$ - FL



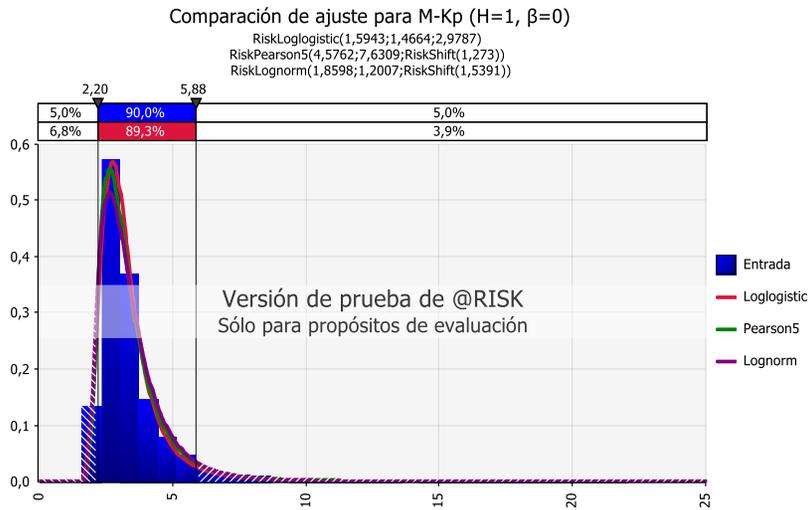
Parámetro	Entrada	Normal	Weibull	Logistic
Mínimo	2,529	$-\infty$	2,469	$-\infty$
Máximo	4,465	∞	∞	∞
Media	3,552	3,552	3,551	3,549
Moda	$\approx 3,5490$	3,552	3,578	3,549
Mediana	3,550	3,552	3,557	3,549
Desv Est	0,300	0,300	0,306	0,311
Asimetría	0,089	0,000	-0,080	0,000
Curtosis	2,971	3,000	2,744	4,200

Figura A8. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con $H=3-\beta=0$ - FL



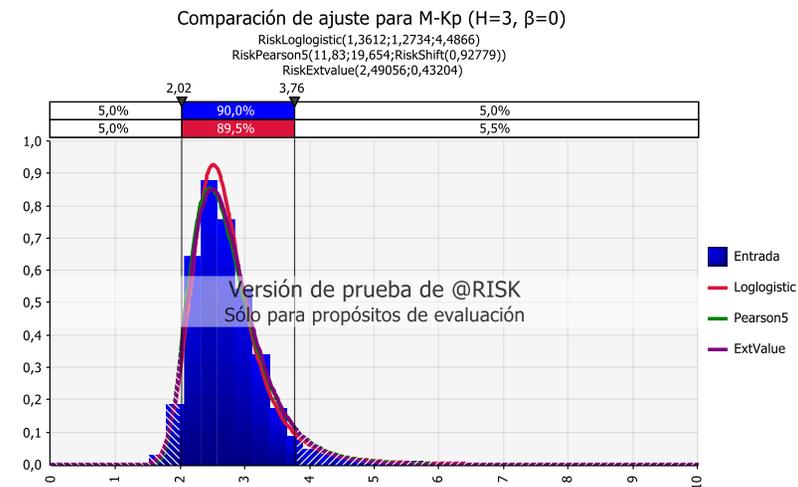
Parámetro	Entrada	Normal	Logistic	Loglogistic
Mínimo	2,327	$-\infty$	$-\infty$	-0,758
Máximo	3,894	∞	∞	∞
Media	3,120	3,120	3,116	3,121
Moda	$\approx 3,0528$	3,120	3,116	3,103
Mediana	3,107	3,120	3,116	3,113
Desv Est	0,244	0,244	0,252	0,253
Asimetría	0,166	0,000	0,000	0,315
Curtosis	3,055	3,000	4,200	4,446

Figura A9. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con $H=5-\beta=0$ - FL



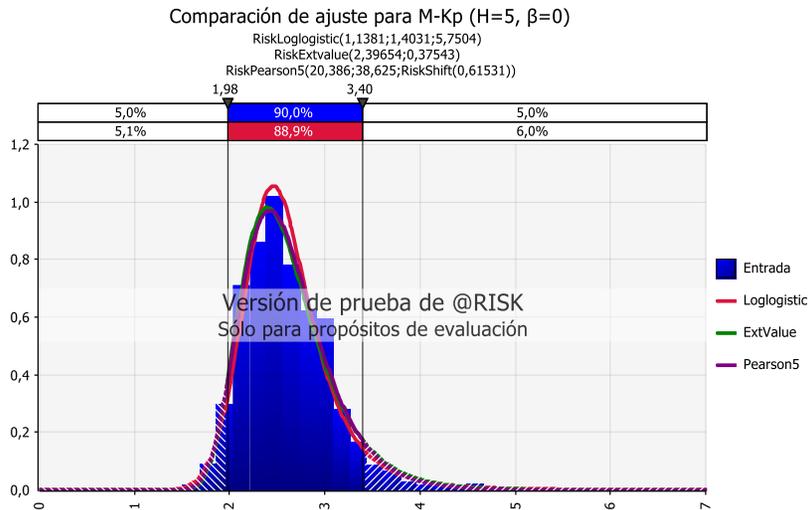
Parámetro	Entrada	Loglogistic	Pearson5	Lognorm
Mínimo	1,627	1,594	1,273	1,539
Máximo	22,046	∞	∞	∞
Media	3,437	3,373	3,407	3,399
Moda	$\approx 2,810$	2,754	2,642	2,642
Mediana	3,044	3,061	3,070	3,102
Desv Est	1,559	1,457	1,329	1,201
Asimetría	4,586	N/A	4,073	2,206
Curtosis	38,704	N/A	81,491	12,740

Figura A10. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con $H=1-\beta=0$ - Res



Parámetro	Entrada	Loglogistic	Pearson5	ExtValue
Mínimo	1,527	1,361	0,928	$-\infty$
Máximo	9,177	∞	∞	∞
Media	2,747	2,745	2,743	2,740
Moda	$\approx 2,6308$	2,512	2,460	2,491
Mediana	2,629	2,635	2,637	2,649
Desv Est	0,633	0,624	0,579	0,554
Asimetría	2,831	3,128	1,420	1,140
Curtosis	20,924	63,860	7,179	5,400

Figura A11. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con $H=3-\beta=0$ - Res



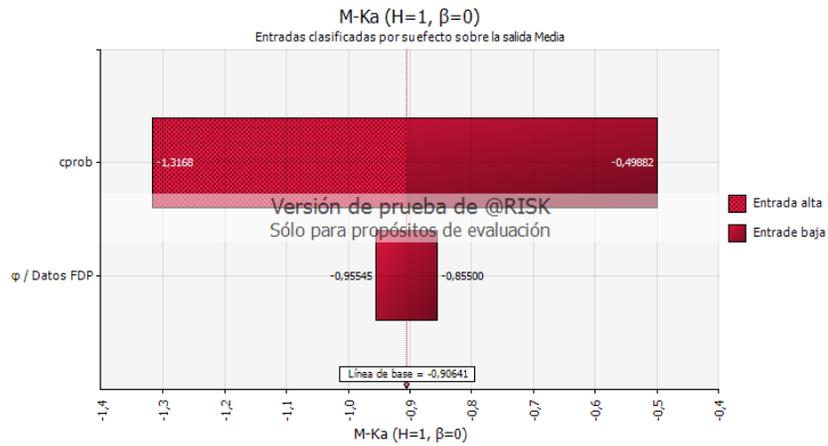
Parámetro	Entrada	Loglogistic	ExtValue	Pearson5
Mínimo	1,507	1,138	$-\infty$	0,615
Máximo	6,603	∞	∞	∞
Media	2,609	2,614	2,613	2,608
Moda	$\approx 2,4745$	2,458	2,397	2,421
Mediana	2,540	2,541	2,534	2,541
Desv Est	0,481	0,496	0,482	0,465
Asimetría	1,658	1,946	1,140	0,987
Curtosis	10,656	16,757	5,400	4,915

Figura A12. Resultado de las FDP ajustadas a la distribución de frecuencia para el Kp de Mazindrani con H=5- $\beta=0$ – Res

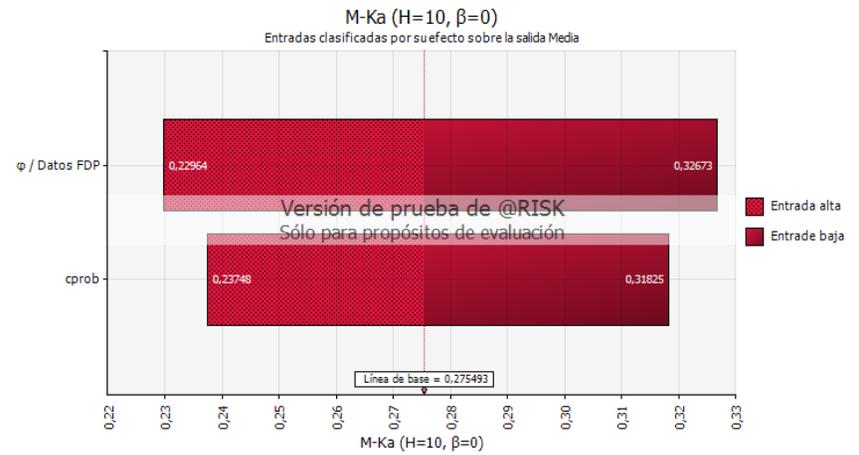
Análisis de sensibilidad para el cálculo de las FDP de los coeficientes de Mazindrani

Se realizó un análisis de sensibilidad de la Ecuación (8) para determinar la relevancia que tienen la cohesión y el ángulo de fricción (PM) en la determinación de los coeficientes de presión de tierra de Mazindrani. Los análisis de sensibilidad se realizaron para los coeficientes pasivos y activos para una altura del suelo de relleno de 1 y 10 metros y con la superficie del suelo horizontal ($\beta = 0$).

Para esto se utilizan los gráficos de tornado de un análisis de sensibilidad, que despliegan una jerarquización de las variables de entrada (c , φ) que impactan a una variable de salida (M-K_a, M-K_p). Las variables de entrada que poseen un mayor impacto sobre la distribución de la variable de salida poseen las barras más largas en el gráfico (Palisade, 2009)

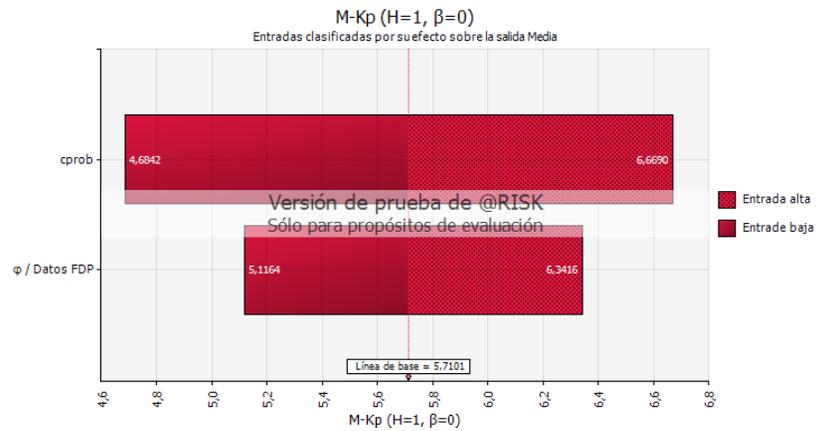


(A)

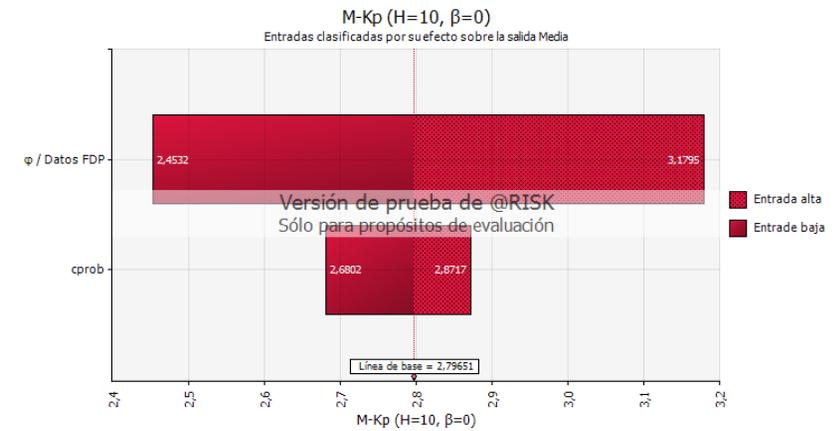


(B)

Figura A13. Gráfico de tornado para análisis de sensibilidad. (A) $M-Ka-H=1-\beta=0 - FL$; (B) $M-Ka-H=10-\beta=0 - FL$

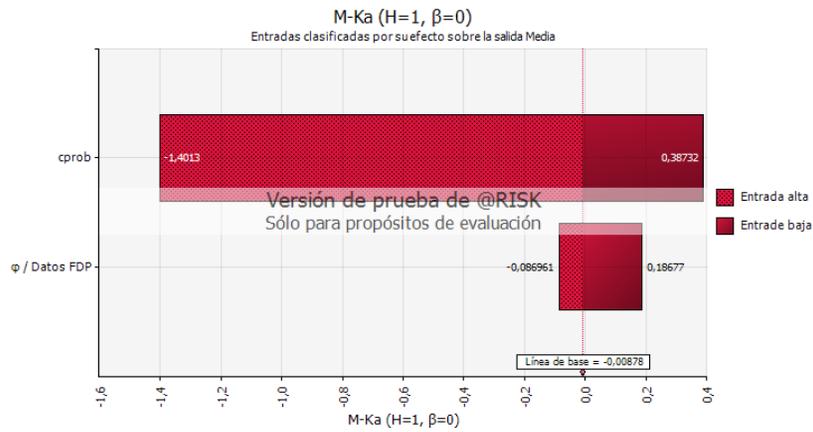


(A)

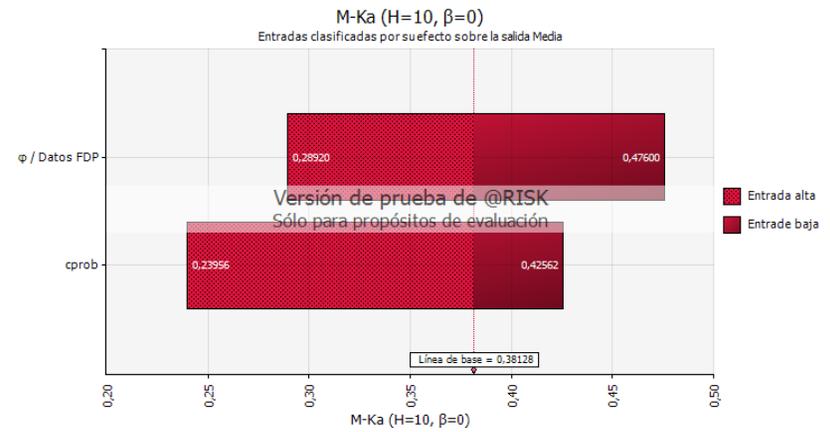


(B)

Figura A14. Gráfico de tornado para análisis de sensibilidad. (A) $M-Kp-H=1-\beta=0 - FL$; (B) $M-Kp-H=10-\beta=0 - FL$

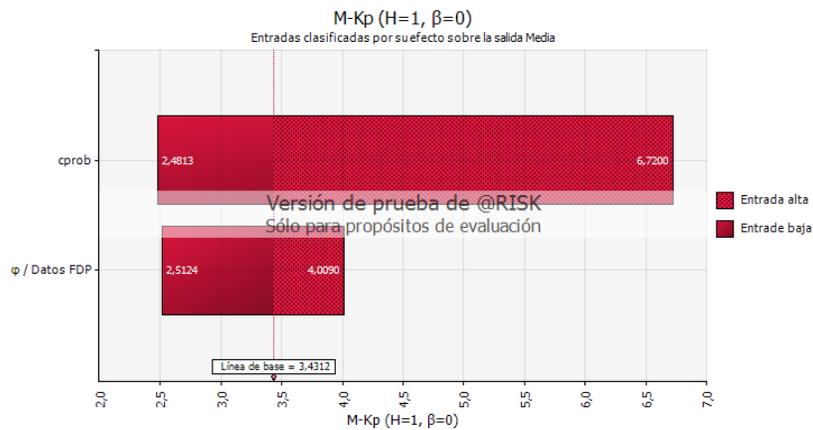


(A)

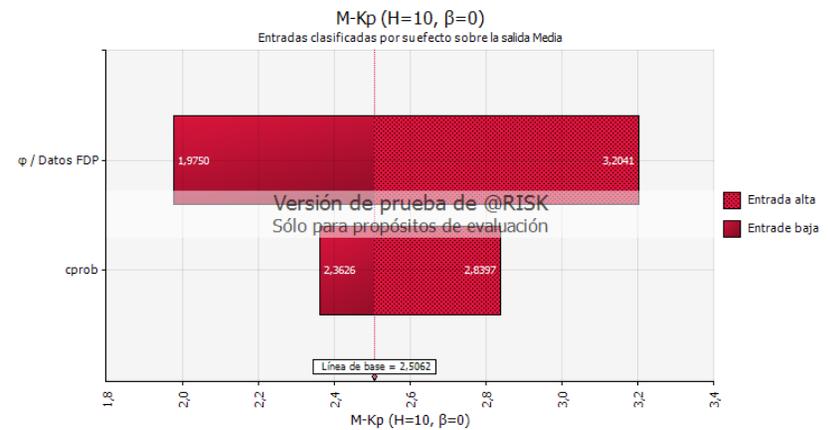


(B)

Figura A15. Gráfico de tornado para análisis de sensibilidad. (A) $M-Ka-H=1-\beta=0$ – Res; (B) $M-Ka-H=10-\beta=0$ – Res



(A)



(B)

Figura A16. Gráfico de tornado para análisis de sensibilidad. (A) $M-Kp-H=1-\beta=0$ – Res; (B) $M-Kp-H=10-\beta=0$ – Res

Como se observa en las figuras anteriores, la variable de entrada con mayor jerarquización en la determinación de los coeficientes de presión de tierra de Mazindrani para estructuras de contención de baja altura es la cohesión, principalmente para los coeficientes activos que para los coeficientes pasivos. Por otro lado, cuando el suelo retenido es de una altura superior, la variable aleatoria de mayor relevancia es el ángulo de fricción, a excepción del suelo residual con una altura de 10m, donde ambas variables aleatorias de entrada tienen un peso similar para la determinación del coeficiente activo de Mazindrani.

Los gráficos de tornado de las figuras anteriores muestran el cambio en la salida de la media, que muestran la estadística de salida como el cambio de la media de salida. Para esto, se agrupan las muestras de una entrada en una serie de compartimentos o “escenarios” de igual tamaño, que van desde el valor más bajo de la entrada hasta el más alto. Se calcula un valor de la estadística de salida en los valores de las salidas de las iteraciones asociadas a cada compartimento. La longitud de la barra que se muestra para cada distribución de entrada se basa en el rango del valor más alto de la estadística de cualquiera de los compartimentos hasta el valor más bajo de la estadística. El valor más alto se sitúa en un extremo de la barra y el valor más bajo de cualquiera de los compartimentos se sitúa en el otro extremo. Estos son gráficos de tornado de “dos lados” ya que cada barra termina por encima y por debajo de la línea de base centro del gráfico (Palisade, 2009).

ANEXOS CAPITULO 3

Resultados determinísticos de los análisis de modos de falla para muros en voladizo

- **Flujo de Lodos**

- $MV-PM-NF=0$

Tabla A- 9.Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PM -FL -NF=0

Teoría	H (m)	1				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	3.11	3.12	3.12	3.12	3.13
	FS (Vuelco)	2.16	2.17	2.18	2.19	2.2
	FS (Cap.Portante)	10.69	10.71	10.73	10.74	10.76
Rankine	FS (Deslizamiento)	3.11	3.12	3.12	3.12	3.13
	FS (Vuelco)	2.16	2.17	2.18	2.19	2.2
	FS (Cap.Portante)	10.69	10.71	10.73	10.74	10.76
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	3.11	3.12	3.12	3.12	3.13
	FS (Vuelco)	2.16	2.17	2.18	2.19	2.2
	FS (Cap.Portante)	10.69	10.71	10.73	10.74	10.76
Teoría	H (m)	2				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.98	1.99	2	2	2.01
	FS (Vuelco)	1.96	1.99	2.01	2.04	2.07
	FS (Cap.Portante)	6.13	6.15	6.18	6.2	6.23
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.98	1.99	2	2	2.01
	FS (Vuelco)	1.96	1.99	2.01	2.04	2.07
	FS (Cap.Portante)	6.13	6.15	6.18	6.2	6.23
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.98	1.99	2	2	2.01
	FS (Vuelco)	1.96	1.99	2.01	2.04	2.07
	FS (Cap.Portante)	6.13	6.15	6.18	6.2	6.23
Teoría	H (m)	3				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.6	1.61	1.62	1.63	1.65
	FS (Vuelco)	1.92	1.95	1.98	2.02	2.05
	FS (Cap.Portante)	4.6	4.62	4.65	4.67	4.7
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.6	1.61	1.62	1.63	1.65
	FS (Vuelco)	1.92	1.95	1.98	2.02	2.05
	FS (Cap.Portante)	4.6	4.62	4.65	4.67	4.7
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.6	1.61	1.62	1.63	1.65
	FS (Vuelco)	1.92	1.95	1.98	2.02	2.05
	FS (Cap.Portante)	4.6	4.62	4.65	4.67	4.7
Teoría	H (m)	4				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.09	2.08	2.07	2.04	2
	FS (Vuelco)	2.09	2.13	2.17	2.21	2.27
	FS (Cap.Portante)	4.16	4.15	4.13	4.1	4.05
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.06	2.06	2.06	2.04	2
	FS (Vuelco)	2.09	2.13	2.17	2.21	2.27
	FS (Cap.Portante)	4.11	4.12	4.12	4.1	4.06
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.06	2.07	2.07	2.07	2.07
	FS (Vuelco)	2.09	2.13	2.17	2.21	2.26
	FS (Cap.Portante)	4.11	4.12	4.14	4.15	4.16

Teoría	H (m)	5				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.65	2.58	2.5	2.4	2.26
	FS (Vuelco)	2.56	2.6	2.64	2.69	2.75
	FS (Cap.Portante)	4.16	4.1	4.02	3.93	3.79
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.55	2.52	2.48	2.4	2.27
	FS (Vuelco)	2.53	2.59	2.64	2.69	2.75
	FS (Cap.Portante)	4.03	4.02	3.99	3.93	3.8
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.55	2.53	2.51	2.48	2.45
	FS (Vuelco)	2.53	2.59	2.64	2.7	2.77
	FS (Cap.Portante)	4.03	4.03	4.04	4.03	4.03
Teoría	H (m)	6				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.95	2.82	2.67	2.51	2.29
	FS (Vuelco)	3.07	3.1	3.13	3.17	3.2
	FS (Cap.Portante)	4.13	4.02	3.9	3.75	3.52
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.76	2.71	2.63	2.51	2.3
	FS (Vuelco)	3	3.06	3.12	3.17	3.21
	FS (Cap.Portante)	3.91	3.9	3.85	3.75	3.54
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.76	2.73	2.68	2.62	2.54
	FS (Vuelco)	3	3.07	3.13	3.2	3.28
	FS (Cap.Portante)	3.91	3.91	3.91	3.89	3.86
Teoría	H (m)	7				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	3.05	2.86	2.68	2.47	2.21
	FS (Vuelco)	3.53	3.54	3.55	3.55	3.54
	FS (Cap.Portante)	4.02	3.88	3.72	3.52	3.23
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.79	2.73	2.62	2.47	2.23
	FS (Vuelco)	3.4	3.47	3.52	3.55	3.55
	FS (Cap.Portante)	3.73	3.71	3.65	3.52	3.26
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.79	2.74	2.68	2.6	2.49
	FS (Vuelco)	3.4	3.48	3.55	3.62	3.68
	FS (Cap.Portante)	3.73	3.73	3.72	3.69	3.62
Teoría	H (m)	8				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	3.02	2.81	2.6	2.38	2.1
	FS (Vuelco)	3.9	3.88	3.86	3.83	3.75
	FS (Cap.Portante)	3.86	3.68	3.49	3.27	2.95
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.72	2.65	2.54	2.38	2.12
	FS (Vuelco)	3.71	3.78	3.82	3.82	3.77
	FS (Cap.Portante)	3.5	3.48	3.41	3.27	2.98
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.72	2.67	2.6	2.5	2.37
	FS (Vuelco)	3.71	3.79	3.85	3.91	3.95
	FS (Cap.Portante)	3.5	3.5	3.49	3.44	3.35
Teoría	H (m)	9				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.93	2.71	2.5	2.27	2
	FS (Vuelco)	4.18	4.13	4.07	4	3.87
	FS (Cap.Portante)	3.66	3.46	3.26	3.02	2.68
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.61	2.55	2.44	2.27	2.02
	FS (Vuelco)	3.93	3.99	4.02	4	3.89
	FS (Cap.Portante)	3.26	3.24	3.17	3.01	2.71
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.61	2.56	2.49	2.39	2.25
	FS (Vuelco)	3.93	4	4.06	4.1	4.11

	FS (Cap.Portante)	3.26	3.26	3.24	3.19	3.08
Teoría	H (m)	10				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.83	2.61	2.39	2.17	1.9
	FS (Vuelco)	4.37	4.29	4.2	4.09	3.93
	FS (Cap.Portante)	3.45	3.24	3.03	2.78	2.43
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.5	2.44	2.33	2.17	1.92
	FS (Vuelco)	4.06	4.12	4.14	4.09	3.95
	FS (Cap.Portante)	3.02	3.01	2.94	2.78	2.47
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.5	2.45	2.38	2.27	2.13
	FS (Vuelco)	4.06	4.13	4.19	4.21	4.19
	FS (Cap.Portante)	3.02	3.03	3.01	2.94	2.82

- $MV-PM-NF=2/3H$

Tabla A- 10. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PM -FL -NF=2/3H

Teoría	H (m)	3				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.88	2.9	2.92	2.94	2.96
	FS (Vuelco)	3.45	3.51	3.57	3.63	3.69
	FS (Cap.Portante)	5.68	5.72	5.75	5.79	5.83
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.88	2.9	2.92	2.94	2.96
	FS (Vuelco)	3.45	3.51	3.57	3.63	3.69
	FS (Cap.Portante)	5.68	5.72	5.75	5.79	5.83
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.88	2.9	2.92	2.94	2.96
	FS (Vuelco)	3.45	3.51	3.57	3.63	3.69
	FS (Cap.Portante)	5.68	5.72	5.75	5.79	5.83
Teoría	H (m)	5				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.08	2.08	2.09	2.09	2.08
	FS (Vuelco)	3.27	3.33	3.4	3.47	3.54
	FS (Cap.Portante)	3.79	3.81	3.84	3.86	3.87
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.05	2.07	2.08	2.09	2.08
	FS (Vuelco)	3.25	3.32	3.4	3.47	3.54
	FS (Cap.Portante)	3.74	3.79	3.83	3.86	3.87
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.05	2.07	2.08	2.09	2.08
	FS (Vuelco)	3.25	3.32	3.4	3.47	3.54
	FS (Cap.Portante)	3.74	3.79	3.83	3.86	3.87
Teoría	H (m)	7				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.76	1.77	1.77	1.77	1.75
	FS (Vuelco)	3.08	3.15	3.21	3.27	3.33
	FS (Cap.Portante)	2.86	2.87	2.88	2.89	2.87
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.73	1.75	1.76	1.77	1.75
	FS (Vuelco)	3.05	3.13	3.2	3.27	3.33
	FS (Cap.Portante)	2.79	2.84	2.87	2.89	2.88
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.73	1.75	1.76	1.77	1.75
	FS (Vuelco)	3.05	3.13	3.2	3.27	3.33
	FS (Cap.Portante)	2.79	2.84	2.87	2.89	2.88
Teoría	H (m)	9				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.6	1.6	1.61	1.6	1.59
	FS (Vuelco)	2.97	3.02	3.08	3.14	3.19

	FS (Cap.Portante)	2.34	2.35	2.35	2.35	2.32
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.56	1.58	1.6	1.6	1.59
	FS (Vuelco)	2.92	3	3.07	3.14	3.19
	FS (Cap.Portante)	2.27	2.31	2.34	2.35	2.33
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.56	1.58	1.6	1.6	1.59
	FS (Vuelco)	2.92	3	3.07	3.14	3.19
	FS (Cap.Portante)	2.27	2.31	2.34	2.35	2.33
Teoría	H (m)	10				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.57	1.5	1.42	1.32	1.21
	FS (Vuelco)	3	2.92	2.79	2.67	2.53
	FS (Cap.Portante)	2.21	2.06	1.85	1.62	1.36
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.51	1.46	1.4	1.32	1.22
	FS (Vuelco)	2.9	2.84	2.76	2.67	2.54
	FS (Cap.Portante)	2.09	1.95	1.8	1.62	1.38
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.51	1.46	1.41	1.36	1.3
	FS (Vuelco)	2.9	2.85	2.8	2.75	2.69
	FS (Cap.Portante)	2.09	1.97	1.85	1.72	1.56

- $MV-PE-NF=0$

Tabla A- 11. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PE-FL -NF=0

Teoría	H (m)	1				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	3.18	2.96	2.77	2.58	2.4
	FS (Vuelco)	4.79	4.46	4.18	3.92	3.67
	FS (Cap.Portante)	3.71	3.41	3.13	2.85	2.55
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.88	2.83	2.75	2.63	2.47
	FS (Vuelco)	4.34	4.27	4.15	3.99	3.77
	FS (Cap.Portante)	3.21	3.18	3.1	2.94	2.7
Teoría	H (m)	2				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.88	2.64	2.43	2.24	2.06
	FS (Vuelco)	4.34	3.95	3.62	3.33	3.06
	FS (Cap.Portante)	3.54	3.11	2.71	2.35	1.98
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.62	2.53	2.41	2.28	2.12
	FS (Vuelco)	3.94	3.78	3.59	3.38	3.14
	FS (Cap.Portante)	3.02	2.87	2.68	2.43	2.1
Teoría	H (m)	3				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.79	2.54	2.33	2.14	1.96
	FS (Vuelco)	4.24	3.82	3.48	3.18	2.91
	FS (Cap.Portante)	3.58	3.09	2.65	2.24	1.85
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.53	2.43	2.31	2.18	2.02
	FS (Vuelco)	3.85	3.66	3.46	3.23	2.99
	FS (Cap.Portante)	3.04	2.85	2.61	2.32	1.97
Teoría	H (m)	4				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.71	2.47	2.27	2.09	1.91
	FS (Vuelco)	4.2	3.79	3.45	3.16	2.89
	FS (Cap.Portante)	3.72	3.19	2.72	2.29	1.88
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.46	2.36	2.25	2.12	1.97
	FS (Vuelco)	3.81	3.63	3.43	3.21	2.97

	FS (Cap.Portante)	3.14	2.94	2.68	2.38	2.01
Teoría	H (m)	5				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.66	2.43	2.23	2.06	1.89
	FS (Vuelco)	4.17	3.77	3.43	3.14	2.88
	FS (Cap.Portante)	3.81	3.25	2.76	2.32	1.9
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.41	2.32	2.22	2.09	1.94
	FS (Vuelco)	3.79	3.61	3.41	3.19	2.95
	FS (Cap.Portante)	3.2	2.99	2.72	2.41	2.03
Teoría	H (m)	6				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.63	2.4	2.21	2.03	1.87
	FS (Vuelco)	4.16	3.75	3.42	3.13	2.87
	FS (Cap.Portante)	3.87	3.29	2.79	2.34	1.9
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.38	2.3	2.19	2.07	1.92
	FS (Vuelco)	3.77	3.59	3.39	3.18	2.94
	FS (Cap.Portante)	3.24	3.02	2.75	2.43	2.04
Teoría	H (m)	7				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.61	2.38	2.19	2.02	1.85
	FS (Vuelco)	4.14	3.74	3.41	3.12	2.86
	FS (Cap.Portante)	3.91	3.32	2.81	2.35	1.91
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.36	2.28	2.17	2.05	1.91
	FS (Vuelco)	3.76	3.58	3.38	3.17	2.94
	FS (Cap.Portante)	3.26	3.04	2.77	2.44	2.05
Teoría	H (m)	8				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.59	2.37	2.18	2.01	1.84
	FS (Vuelco)	4.13	3.73	3.4	3.11	2.85
	FS (Cap.Portante)	3.93	3.34	2.82	2.36	1.91
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.35	2.26	2.16	2.04	1.9
	FS (Vuelco)	3.75	3.57	3.38	3.16	2.93
	FS (Cap.Portante)	3.28	3.06	2.78	2.45	2.06
Teoría	H (m)	9				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.58	2.35	2.17	2	1.84
	FS (Vuelco)	4.12	3.72	3.39	3.11	2.85
	FS (Cap.Portante)	3.96	3.36	2.83	2.36	1.92
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.34	2.25	2.15	2.03	1.89
	FS (Vuelco)	3.74	3.56	3.37	3.16	2.93
	FS (Cap.Portante)	3.29	3.07	2.79	2.46	2.06
Teoría	H (m)	10				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.56	2.35	2.16	1.99	1.83
	FS (Vuelco)	4.11	3.72	3.39	3.1	2.85
	FS (Cap.Portante)	3.97	3.37	2.84	2.37	1.92
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.33	2.24	2.14	2.03	1.88
	FS (Vuelco)	3.73	3.56	3.36	3.15	2.92
	FS (Cap.Portante)	3.31	3.08	2.8	2.46	2.06

- $MV-PE-NF=2/3H$

Tabla A- 12. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PE-FL -NF=2/3H

Teoría	H (m)	3				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.6	1.55	1.49	1.43	1.38
	FS (Vuelco)	2.85	2.69	2.55	2.41	2.28
	FS (Cap.Portante)	1.41	1.23	1.07	0.92	0.77
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.54	1.51	1.48	1.45	1.4
	FS (Vuelco)	2.69	2.62	2.54	2.44	2.33
	FS (Cap.Portante)	1.25	1.16	1.06	0.95	0.81
Teoría	H (m)	5				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.53	1.48	1.43	1.38	1.32
	FS (Vuelco)	2.8	2.65	2.51	2.38	2.26
	FS (Cap.Portante)	1.49	1.29	1.12	0.95	0.79
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.47	1.45	1.42	1.39	1.35
	FS (Vuelco)	2.65	2.58	2.5	2.41	2.3
	FS (Cap.Portante)	1.31	1.21	1.11	0.98	0.84
Teoría	H (m)	7				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.5	1.45	1.4	1.35	1.3
	FS (Vuelco)	2.78	2.63	2.49	2.37	2.24
	FS (Cap.Portante)	1.52	1.32	1.13	0.96	0.8
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.44	1.42	1.39	1.36	1.32
	FS (Vuelco)	2.63	2.56	2.48	2.39	2.28
	FS (Cap.Portante)	1.34	1.24	1.12	0.99	0.84
Teoría	H (m)	9				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.48	1.43	1.38	1.34	1.29
	FS (Vuelco)	2.77	2.62	2.48	2.36	2.23
	FS (Cap.Portante)	1.54	1.33	1.14	0.97	0.8
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.42	1.4	1.38	1.35	1.31
	FS (Vuelco)	2.62	2.55	2.47	2.38	2.27
	FS (Cap.Portante)	1.35	1.25	1.13	1	0.85
Teoría	H (m)	10				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.48	1.43	1.38	1.33	1.28
	FS (Vuelco)	2.76	2.61	2.48	2.35	2.23
	FS (Cap.Portante)	1.54	1.33	1.15	0.97	0.8
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.41	1.4	1.37	1.34	1.3
	FS (Vuelco)	2.61	2.54	2.47	2.38	2.27
	FS (Cap.Portante)	1.35	1.25	1.13	1	0.85

- **Suelo Residual**

- $MV-PM-NF=0$

Tabla A- 13. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PM-Res - NF=0

Teoría	H (m)	1				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.75	1.75	1.75	1.75	1.76
	FS (Vuelco)	2.24	2.25	2.26	2.27	2.28

	FS (Cap.Portante)	4.36	4.37	4.38	4.39	4.4
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.75	1.75	1.75	1.75	1.76
	FS (Vuelco)	2.24	2.25	2.26	2.27	2.28
	FS (Cap.Portante)	4.36	4.37	4.38	4.39	4.4
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.75	1.75	1.75	1.75	1.76
	FS (Vuelco)	2.24	2.25	2.26	2.27	2.28
	FS (Cap.Portante)	4.36	4.37	4.38	4.39	4.4
Teoría	H (m)	2				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	3.16	2.99	2.81	2.59	2.31
	FS (Vuelco)	3.49	3.5	3.52	3.52	3.51
	FS (Cap.Portante)	3.57	3.47	3.35	3.2	2.97
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.92	2.86	2.76	2.59	2.33
	FS (Vuelco)	3.4	3.45	3.5	3.52	3.52
	FS (Cap.Portante)	3.36	3.35	3.3	3.2	2.98
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.92	2.87	2.82	2.74	2.63
	FS (Vuelco)	3.4	3.46	3.52	3.58	3.64
	FS (Cap.Portante)	3.36	3.36	3.36	3.34	3.3
Teoría	H (m)	3				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.91	2.68	2.44	2.2	1.89
	FS (Vuelco)	4.47	4.38	4.28	4.16	3.97
	FS (Cap.Portante)	2.92	2.76	2.58	2.37	2.07
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.57	2.5	2.38	2.19	1.91
	FS (Vuelco)	4.15	4.21	4.22	4.16	3.99
	FS (Cap.Portante)	2.59	2.58	2.51	2.37	2.09
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.57	2.51	2.43	2.32	2.16
	FS (Vuelco)	4.15	4.22	4.27	4.3	4.27
	FS (Cap.Portante)	2.59	2.59	2.57	2.52	2.41
Teoría	H (m)	4				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.51	2.29	2.09	1.88	1.62
	FS (Vuelco)	4.67	4.5	4.33	4.14	3.86
	FS (Cap.Portante)	2.43	2.25	2.07	1.86	1.56
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.18	2.13	2.03	1.87	1.63
	FS (Vuelco)	4.21	4.26	4.24	4.14	3.88
	FS (Cap.Portante)	2.07	2.06	1.99	1.85	1.58
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	2.18	2.14	2.07	1.96	1.81
	FS (Vuelco)	4.21	4.28	4.3	4.28	4.18
	FS (Cap.Portante)	2.07	2.07	2.04	1.97	1.84
Teoría	H (m)	5				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.23	2.04	1.86	1.68	1.45
	FS (Vuelco)	4.57	4.37	4.18	3.97	3.67
	FS (Cap.Portante)	2.04	1.87	1.7	1.5	1.24
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.93	1.89	1.81	1.68	1.47
	FS (Vuelco)	4.06	4.11	4.08	3.97	3.69
	FS (Cap.Portante)	1.69	1.68	1.63	1.5	1.26
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.93	1.9	1.84	1.74	1.6
	FS (Vuelco)	4.06	4.12	4.14	4.09	3.95
	FS (Cap.Portante)	1.69	1.69	1.67	1.59	1.45
Teoría	H (m)	6				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.04	1.87	1.71	1.55	1.35

	FS (Vuelco)	4.4	4.2	4.01	3.8	3.5
	FS (Cap.Portante)	1.76	1.6	1.44	1.27	1.04
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.77	1.74	1.67	1.55	1.36
	FS (Vuelco)	3.88	3.94	3.91	3.8	3.53
	FS (Cap.Portante)	1.42	1.42	1.38	1.26	1.06
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.77	1.74	1.69	1.6	1.47
	FS (Vuelco)	3.88	3.95	3.96	3.9	3.75
	FS (Cap.Portante)	1.42	1.43	1.41	1.34	1.2
Teoría	H (m)	7				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.91	1.75	1.61	1.46	1.28
	FS (Vuelco)	4.24	4.05	3.86	3.65	3.37
	FS (Cap.Portante)	1.55	1.41	1.26	1.1	0.9
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.65	1.63	1.57	1.46	1.29
	FS (Vuelco)	3.72	3.78	3.76	3.65	3.39
	FS (Cap.Portante)	1.24	1.24	1.2	1.1	0.92
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.65	1.63	1.58	1.5	1.38
	FS (Vuelco)	3.72	3.79	3.8	3.74	3.58
	FS (Cap.Portante)	1.24	1.25	1.22	1.16	1.03
Teoría	H (m)	8				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.81	1.67	1.54	1.4	1.23
	FS (Vuelco)	4.1	3.91	3.73	3.54	3.26
	FS (Cap.Portante)	1.4	1.26	1.13	0.99	0.81
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.57	1.55	1.49	1.4	1.24
	FS (Vuelco)	3.59	3.65	3.64	3.53	3.28
	FS (Cap.Portante)	1.11	1.11	1.07	0.98	0.82
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.57	1.55	1.51	1.43	1.31
	FS (Vuelco)	3.59	3.66	3.67	3.61	3.45
	FS (Cap.Portante)	1.11	1.11	1.09	1.03	0.91
Teoría	H (m)	9				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.73	1.6	1.48	1.35	1.19
	FS (Vuelco)	3.98	3.8	3.63	3.44	3.17
	FS (Cap.Portante)	1.28	1.15	1.03	0.9	0.74
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.51	1.49	1.44	1.35	1.2
	FS (Vuelco)	3.48	3.54	3.54	3.44	3.2
	FS (Cap.Portante)	1.01	1.01	0.98	0.9	0.75
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.51	1.49	1.45	1.38	1.26
	FS (Vuelco)	3.48	3.55	3.57	3.51	3.34
	FS (Cap.Portante)	1.01	1.01	0.99	0.93	0.82
Teoría	H (m)	10				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.68	1.55	1.43	1.31	1.16
	FS (Vuelco)	3.88	3.71	3.54	3.36	3.1
	FS (Cap.Portante)	1.19	1.07	0.95	0.83	0.68
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.46	1.44	1.39	1.31	1.17
	FS (Vuelco)	3.39	3.46	3.45	3.36	3.13
	FS (Cap.Portante)	0.93	0.93	0.9	0.83	0.69
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.46	1.44	1.41	1.34	1.22
	FS (Vuelco)	3.39	3.46	3.48	3.42	3.26
	FS (Cap.Portante)	0.93	0.94	0.92	0.86	0.75

- $MV-PM-NF=2/3H$

Tabla A- 14. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PM-Res -NF=2/3H

Teoría	H (m)	3				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.63	1.63	1.62	1.61	1.58
	FS (Vuelco)	3.1	3.16	3.22	3.27	3.3
	FS (Cap.Portante)	2.02	2.02	2.02	2	1.96
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.58	1.6	1.61	1.61	1.58
	FS (Vuelco)	3.03	3.12	3.2	3.27	3.31
	FS (Cap.Portante)	1.94	1.97	2	2	1.96
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.58	1.6	1.61	1.61	1.58
	FS (Vuelco)	3.03	3.12	3.2	3.27	3.31
	FS (Cap.Portante)	1.94	1.97	2	2	1.96
Teoría	H (m)	5				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.35	1.27	1.19	1.11	1
	FS (Vuelco)	3.18	3	2.83	2.67	2.47
	FS (Cap.Portante)	1.43	1.26	1.09	0.93	0.74
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.26	1.22	1.17	1.11	1.01
	FS (Vuelco)	2.94	2.87	2.79	2.67	2.5
	FS (Cap.Portante)	1.25	1.16	1.06	0.93	0.75
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.26	1.23	1.19	1.14	1.07
	FS (Vuelco)	2.94	2.88	2.82	2.74	2.63
	FS (Cap.Portante)	1.25	1.17	1.08	0.98	0.85
Teoría	H (m)	7				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.2	1.13	1.07	1	0.91
	FS (Vuelco)	3	2.83	2.68	2.52	2.34
	FS (Cap.Portante)	1.07	0.93	0.8	0.67	0.53
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.11	1.09	1.05	1	0.92
	FS (Vuelco)	2.75	2.7	2.63	2.54	2.37
	FS (Cap.Portante)	0.91	0.85	0.77	0.67	0.54
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.11	1.09	1.06	1.01	0.95
	FS (Vuelco)	2.75	2.71	2.65	2.57	2.46
	FS (Cap.Portante)	0.91	0.85	0.78	0.69	0.59
Teoría	H (m)	9				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.11	1.05	1	0.94	0.86
	FS (Vuelco)	2.86	2.7	2.56	2.42	2.25
	FS (Cap.Portante)	0.87	0.75	0.64	0.53	0.42
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.03	1.01	0.98	0.94	0.87
	FS (Vuelco)	2.62	2.58	2.52	2.43	2.29
	FS (Cap.Portante)	0.73	0.68	0.62	0.54	0.43
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1.03	1.01	0.99	0.95	0.89
	FS (Vuelco)	2.62	2.58	2.53	2.45	2.34
	FS (Cap.Portante)	0.73	0.68	0.62	0.55	0.46
Teoría	H (m)	10				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.08	1.03	0.97	0.92	0.84
	FS (Vuelco)	2.8	2.65	2.52	2.38	2.22
	FS (Cap.Portante)	0.8	0.69	0.59	0.49	0.38
Rankine	FS (Deslizamiento)	1	0.99	0.96	0.92	0.85
	FS (Vuelco)	2.56	2.53	2.48	2.4	2.25

	FS (Cap.Portante)	0.67	0.62	0.56	0.49	0.39
Mazindrani	FS (Deslizamiento)	1	0.99	0.96	0.92	0.87
	FS (Vuelco)	2.56	2.53	2.48	2.4	2.29
	FS (Cap.Portante)	0.67	0.62	0.57	0.5	0.41

- $MV-PE-NF=0$

Tabla A- 15. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PE-Res -Sin NF

Teoría	H (m)	1				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.83	2.64	2.46	2.3	2.13
	FS (Vuelco)	4.45	4.15	3.89	3.66	3.43
	FS (Cap.Portante)	3.15	2.87	2.61	2.35	2.07
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.55	2.51	2.44	2.34	2.19
	FS (Vuelco)	4.01	3.96	3.85	3.71	3.51
	FS (Cap.Portante)	2.66	2.64	2.56	2.41	2.18
Teoría	H (m)	2				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.62	2.4	2.21	2.04	1.87
	FS (Vuelco)	4.12	3.75	3.44	3.17	2.91
	FS (Cap.Portante)	3.01	2.62	2.26	1.92	1.6
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.36	2.29	2.19	2.07	1.92
	FS (Vuelco)	3.72	3.57	3.4	3.21	2.98
	FS (Cap.Portante)	2.52	2.39	2.21	1.98	1.69
Teoría	H (m)	3				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.55	2.33	2.13	1.96	1.8
	FS (Vuelco)	4.05	3.65	3.33	3.04	2.79
	FS (Cap.Portante)	3.03	2.58	2.19	1.83	1.48
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.3	2.21	2.11	1.99	1.84
	FS (Vuelco)	3.65	3.48	3.29	3.09	2.85
	FS (Cap.Portante)	2.52	2.35	2.14	1.89	1.58
Teoría	H (m)	4				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.48	2.27	2.08	1.91	1.76
	FS (Vuelco)	4.01	3.62	3.3	3.02	2.77
	FS (Cap.Portante)	3.14	2.66	2.24	1.86	1.5
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.24	2.16	2.06	1.94	1.8
	FS (Vuelco)	3.62	3.45	3.27	3.06	2.83
	FS (Cap.Portante)	2.59	2.41	2.19	1.92	1.6
Teoría	H (m)	5				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.44	2.23	2.05	1.89	1.73
	FS (Vuelco)	3.99	3.6	3.28	3.01	2.76
	FS (Cap.Portante)	3.2	2.7	2.27	1.88	1.51
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.2	2.12	2.03	1.91	1.78
	FS (Vuelco)	3.6	3.43	3.25	3.05	2.82
	FS (Cap.Portante)	2.63	2.44	2.22	1.94	1.61
Teoría	H (m)	6				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.41	2.21	2.03	1.87	1.72
	FS (Vuelco)	3.97	3.59	3.27	3	2.75
	FS (Cap.Portante)	3.24	2.73	2.29	1.89	1.51

Rankine	FS (Deslizamiento)	2.18	2.1	2.01	1.89	1.76
	FS (Vuelco)	3.58	3.42	3.24	3.04	2.81
	FS (Cap.Portante)	2.65	2.47	2.23	1.95	1.62
Teoría	H (m)	7				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.39	2.19	2.01	1.86	1.7
	FS (Vuelco)	3.96	3.58	3.26	2.99	2.74
	FS (Cap.Portante)	3.27	2.75	2.3	1.89	1.52
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.16	2.08	1.99	1.88	1.75
	FS (Vuelco)	3.57	3.41	3.23	3.03	2.81
	FS (Cap.Portante)	2.67	2.48	2.24	1.96	1.62
Teoría	H (m)	8				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.38	2.18	2	1.85	1.7
	FS (Vuelco)	3.95	3.57	3.25	2.98	2.74
	FS (Cap.Portante)	3.29	2.76	2.3	1.9	1.52
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.15	2.07	1.98	1.87	1.74
	FS (Vuelco)	3.56	3.4	3.22	3.02	2.8
	FS (Cap.Portante)	2.68	2.49	2.25	1.96	1.62
Teoría	H (m)	9				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.37	2.17	1.99	1.84	1.69
	FS (Vuelco)	3.94	3.56	3.25	2.98	2.73
	FS (Cap.Portante)	3.3	2.77	2.31	1.9	1.52
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.14	2.06	1.97	1.86	1.73
	FS (Vuelco)	3.56	3.39	3.22	3.02	2.8
	FS (Cap.Portante)	2.69	2.5	2.26	1.97	1.63
Teoría	H (m)	10				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	2.36	2.16	1.99	1.83	1.68
	FS (Vuelco)	3.93	3.56	3.24	2.98	2.73
	FS (Cap.Portante)	3.32	2.78	2.32	1.9	1.52
Rankine	FS (Deslizamiento)	2.13	2.05	1.96	1.86	1.73
	FS (Vuelco)	3.55	3.39	3.21	3.01	2.79
	FS (Cap.Portante)	2.7	2.5	2.26	1.97	1.63

- $MV-PE-NF=2/3H$

Tabla A- 16. Factores de Seguridad con análisis determinístico para MV-PE-Res -NF=2/3H

Teoría	H (m)	7				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.43	1.38	1.33	1.28	1.23
	FS (Vuelco)	2.73	2.58	2.45	2.32	2.2
	FS (Cap.Portante)	1.52	1.3	1.11	0.93	0.76
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.36	1.34	1.32	1.29	1.25
	FS (Vuelco)	2.57	2.5	2.43	2.34	2.23
	FS (Cap.Portante)	1.31	1.2	1.09	0.95	0.8
Teoría	H (m)	9				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.42	1.36	1.32	1.27	1.22
	FS (Vuelco)	2.72	2.57	2.44	2.31	2.19
	FS (Cap.Portante)	1.53	1.31	1.11	0.93	0.76
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.35	1.33	1.31	1.28	1.24

	FS (Vuelco)	2.56	2.49	2.42	2.33	2.23
	FS (Cap.Portante)	1.32	1.21	1.09	0.96	0.8
Teoría	H (m)	10				
	β (°)	0	5	10	15	20
Coulomb	FS (Deslizamiento)	1.41	1.36	1.31	1.26	1.22
	FS (Vuelco)	2.72	2.57	2.43	2.31	2.19
	FS (Cap.Portante)	1.54	1.32	1.12	0.93	0.76
Rankine	FS (Deslizamiento)	1.34	1.33	1.3	1.27	1.23
	FS (Vuelco)	2.55	2.49	2.42	2.33	2.22
	FS (Cap.Portante)	1.32	1.22	1.1	0.96	0.8

ANEXOS CAPÍTULO 4

- FLUJO DE LODOS.

- $MV-PE-H=3-\beta=0$:

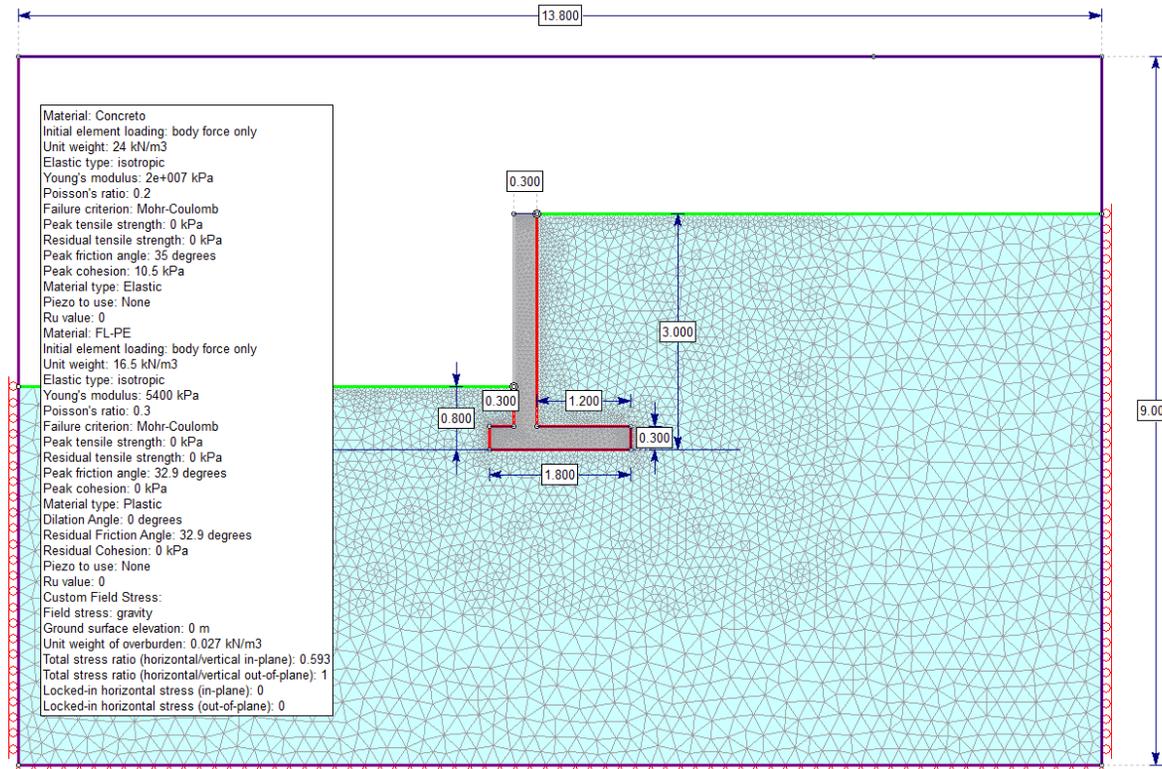


Figura A17. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV-H=3m-FL-PE-\beta=0^\circ$.

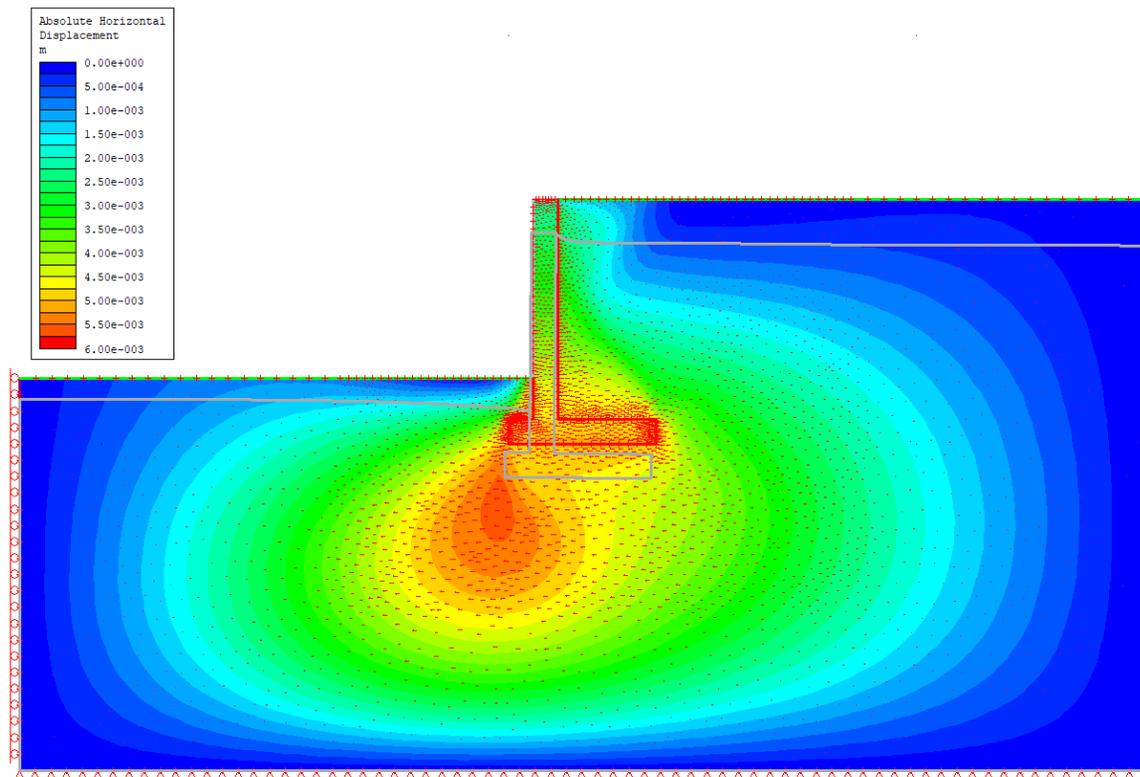


Figura A18. Deformación horizontal absoluta de MV-H=3m-FL-PE- $\beta=0^\circ$.

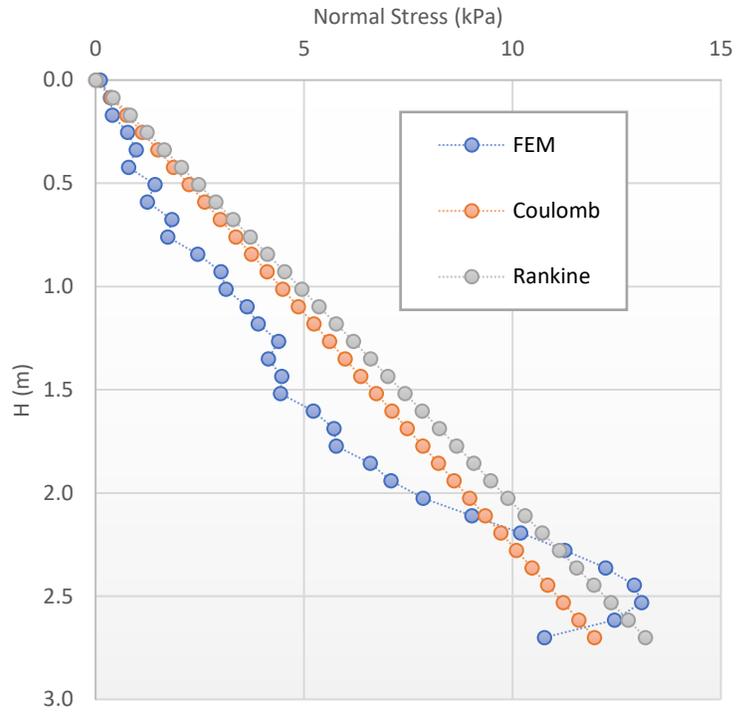


Figura A19. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-H=3m-FL-PE- $\beta=0^\circ$.

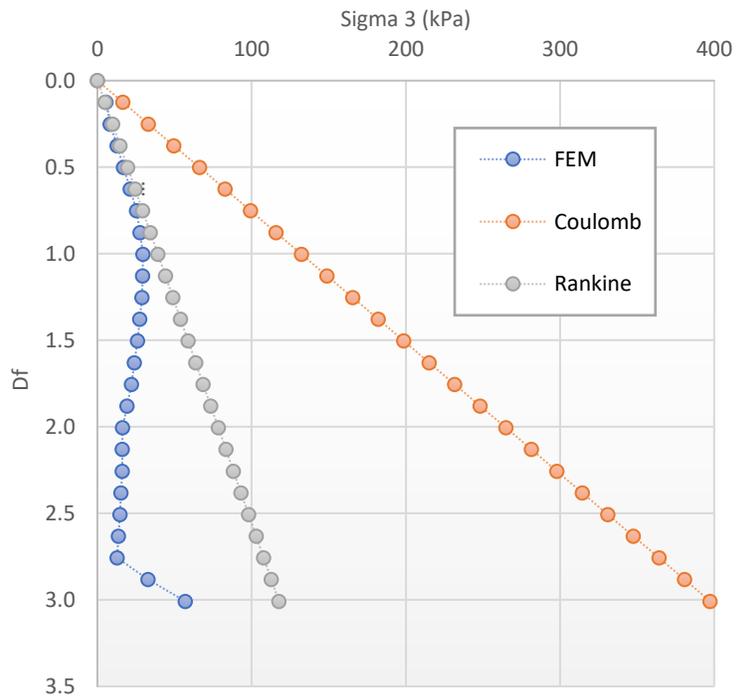


Figura A20. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-Df=3m-FL-PE- $\beta=0^\circ$.

- **MV-PM-H=3-β=0:**

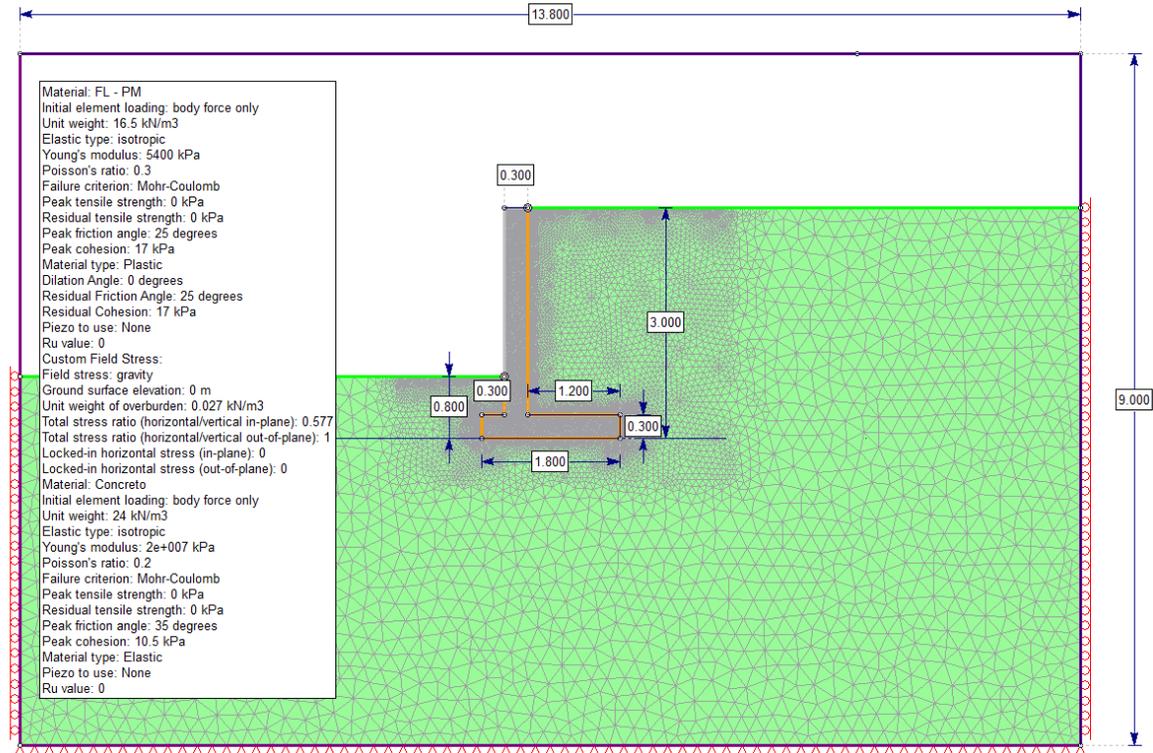


Figura A21. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de MV-H=3m-FL-PM-β=0°.

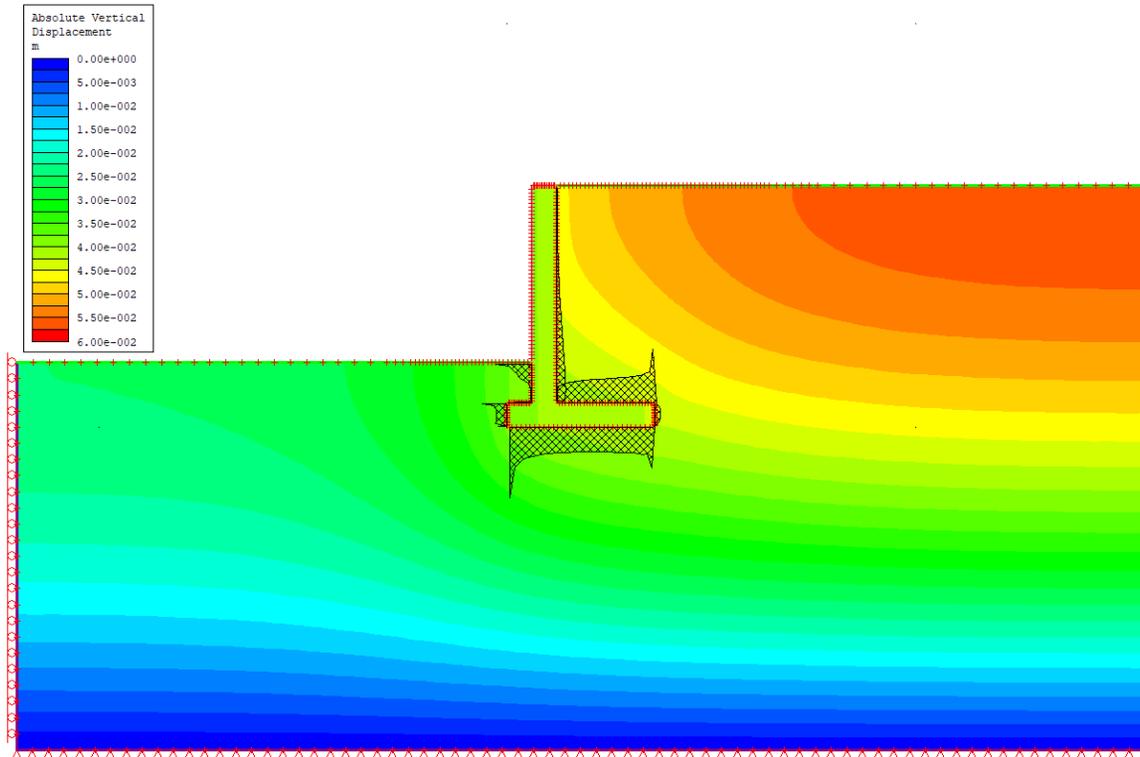


Figura A22. Desplazamiento vertical absoluta de MV-H=3m-FL-PM- $\beta=0^\circ$.

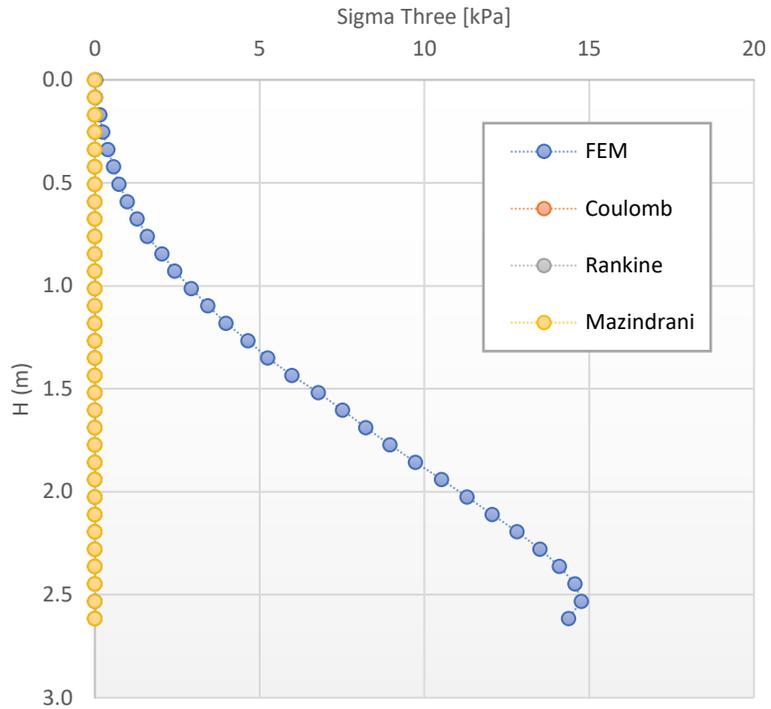


Figura A23. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-H=3m-FL-PM-β=0°.

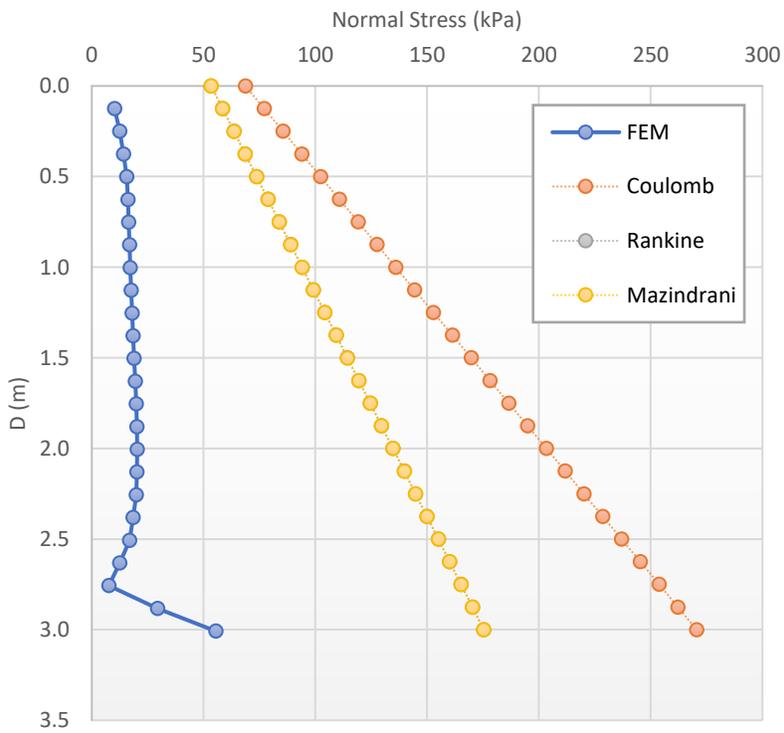


Figura A24. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-Df=3m-FL-PM-β=0°.

- **MV-PE-H=6-β=0:**

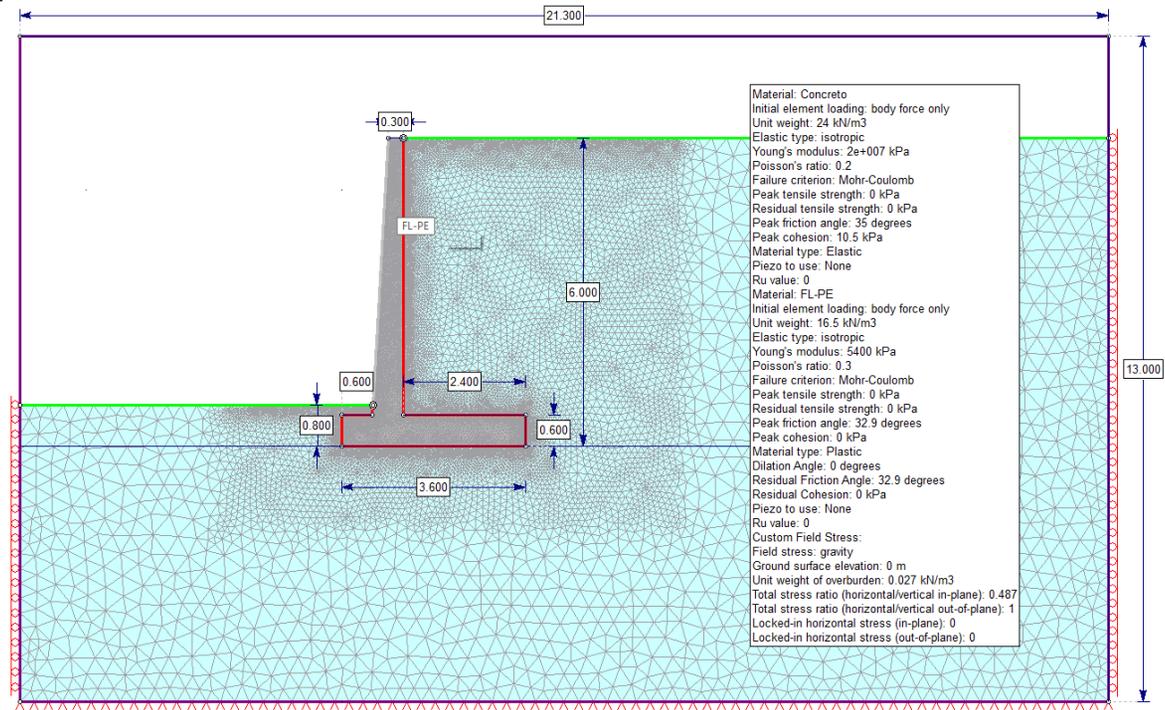


Figura A25. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de MV-H=6m-FL-PE-β=0°.

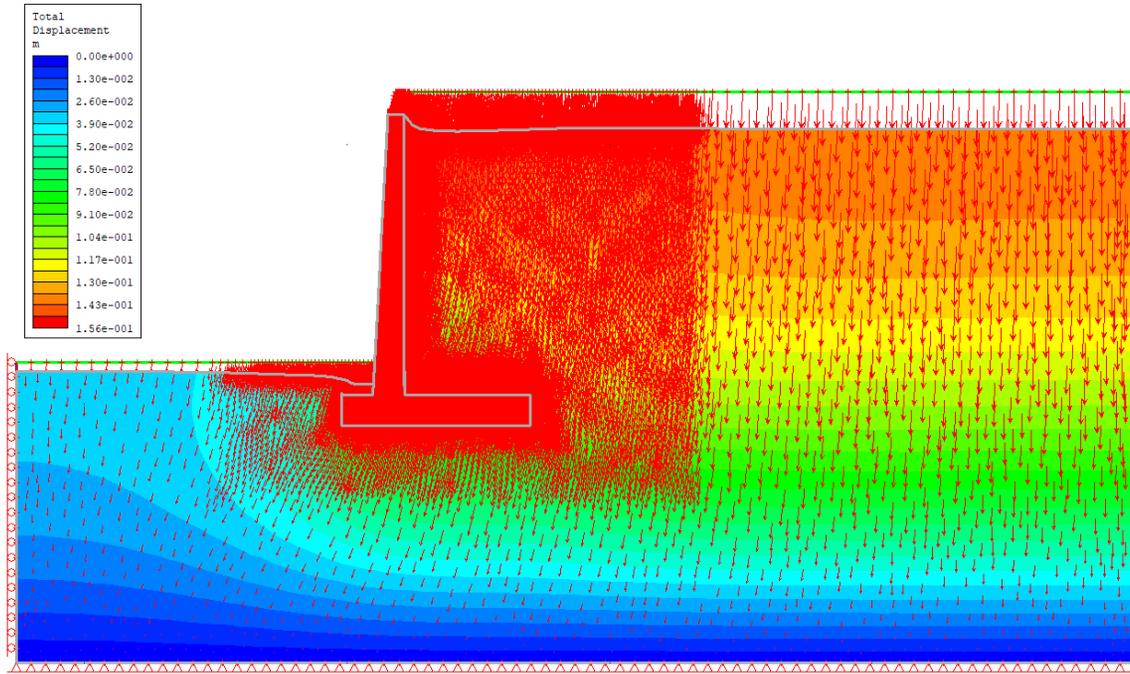


Figura A26.Desplazamiento total de MV-H=6m-FL-PE- $\beta=0^\circ$.

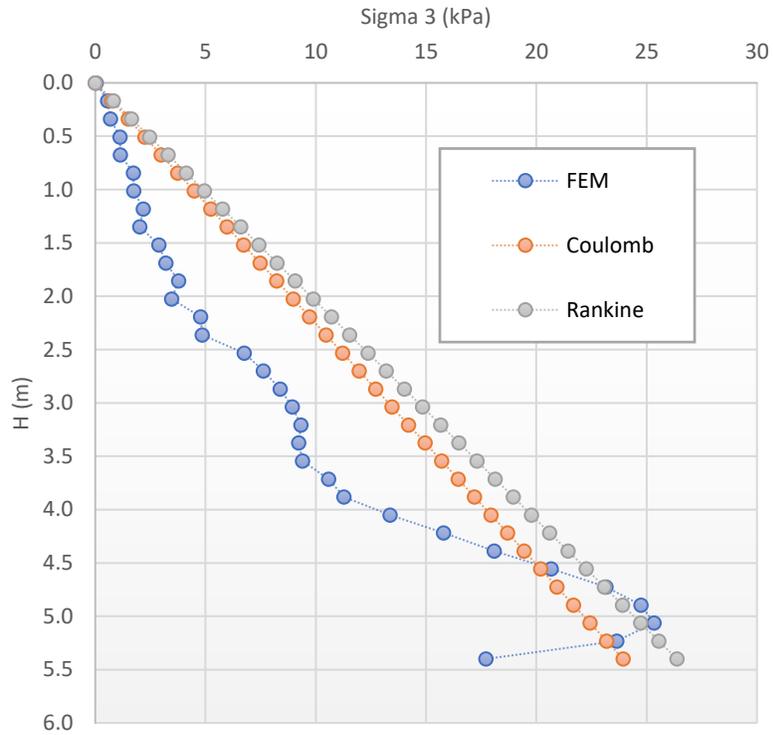


Figura A27. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-H=6m-FL-PE- $\beta=0^\circ$.

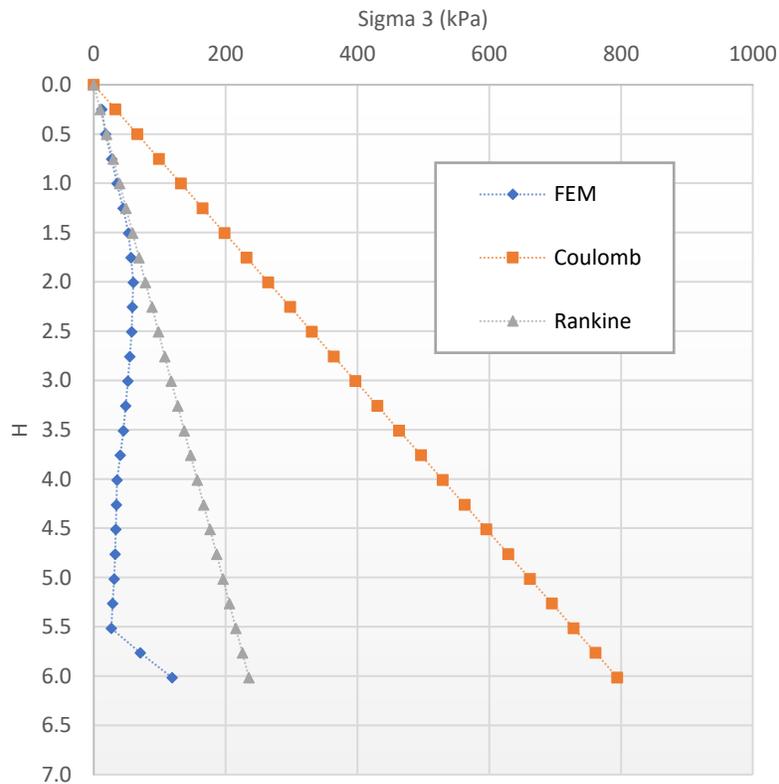


Figura A28. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-Df=6m-FL-PE- $\beta=0^\circ$.

- **MV-PM-H=6-β=0:**

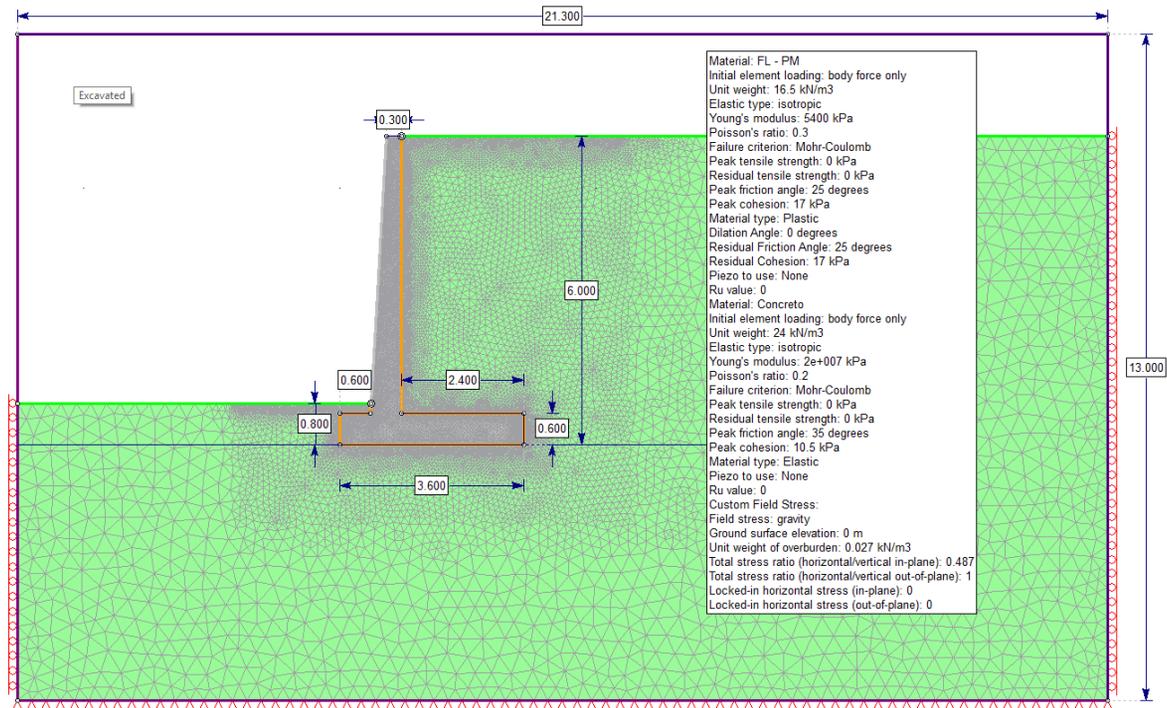


Figura A29. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de MV-H=6m-FL-PM-β=0°.

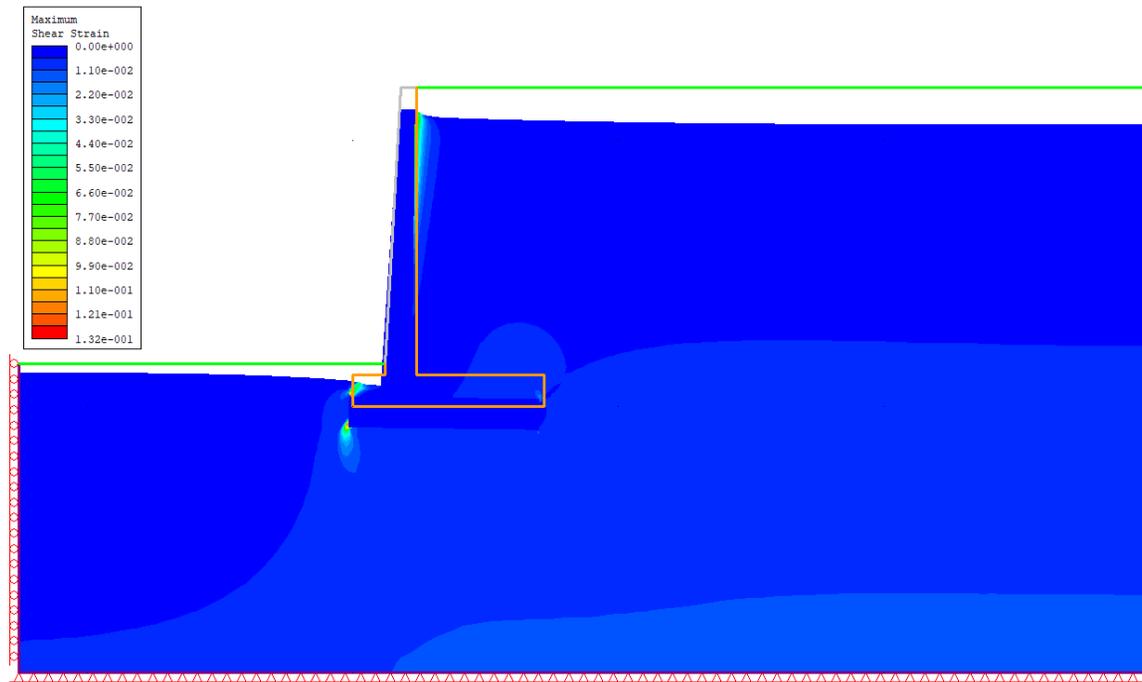


Figura A30. Máxima deformación por corte de MV-H=6m-FL-PM- $\beta=0^\circ$.

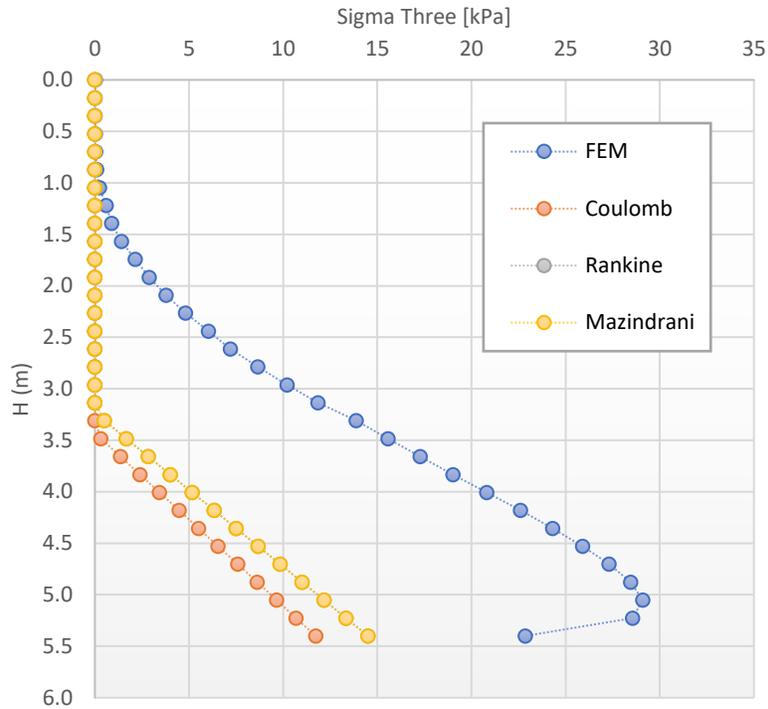


Figura A31. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-H=6m-FL-PM-β=0°.

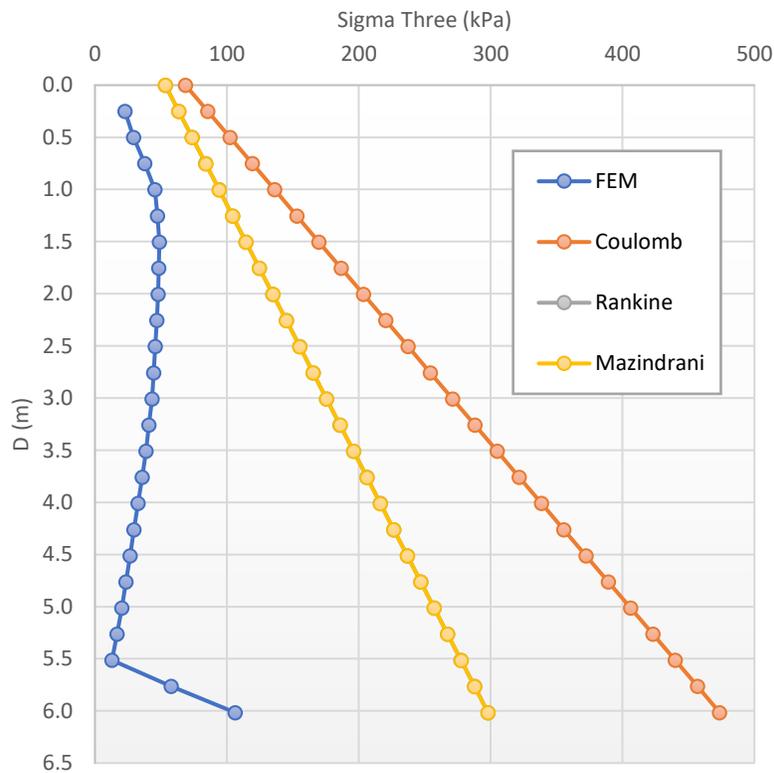


Figura A32. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-Df=6m-FL-PM-β=0°.

- RESIDUAL.

- **MV -PE-H=3-β=0:**

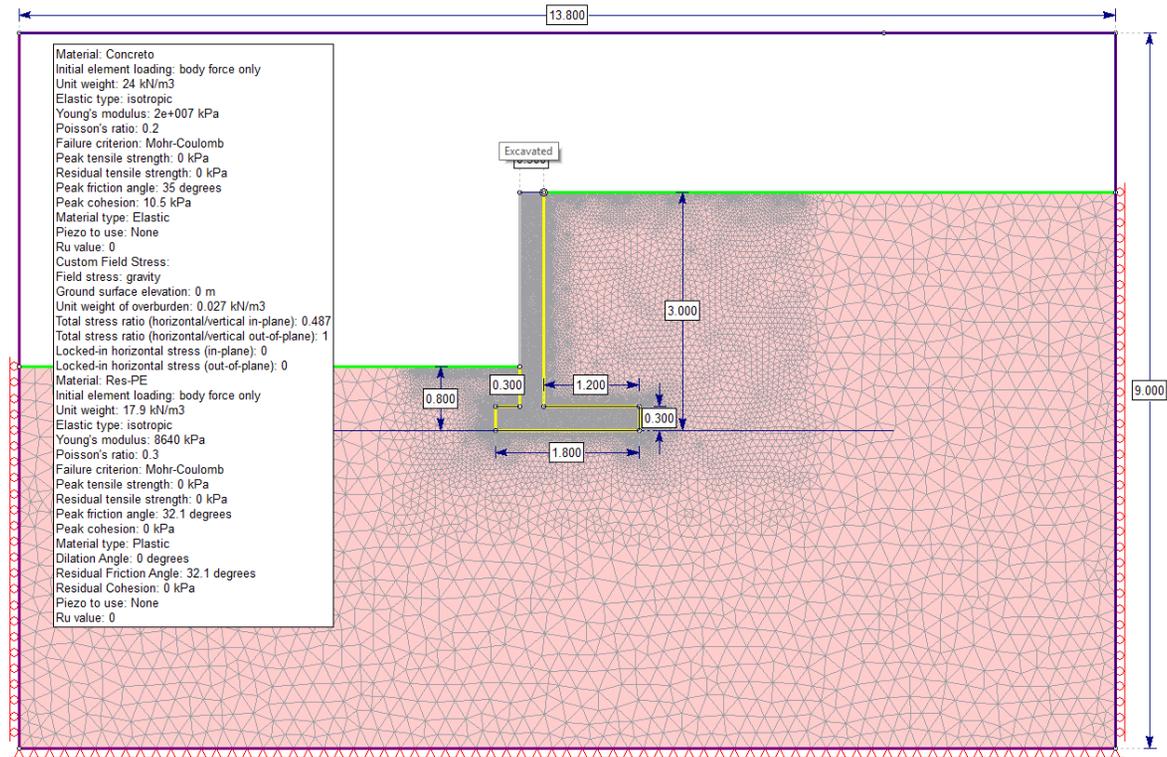


Figura A33. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de MV-H=3m-Res-PE-β=0°.

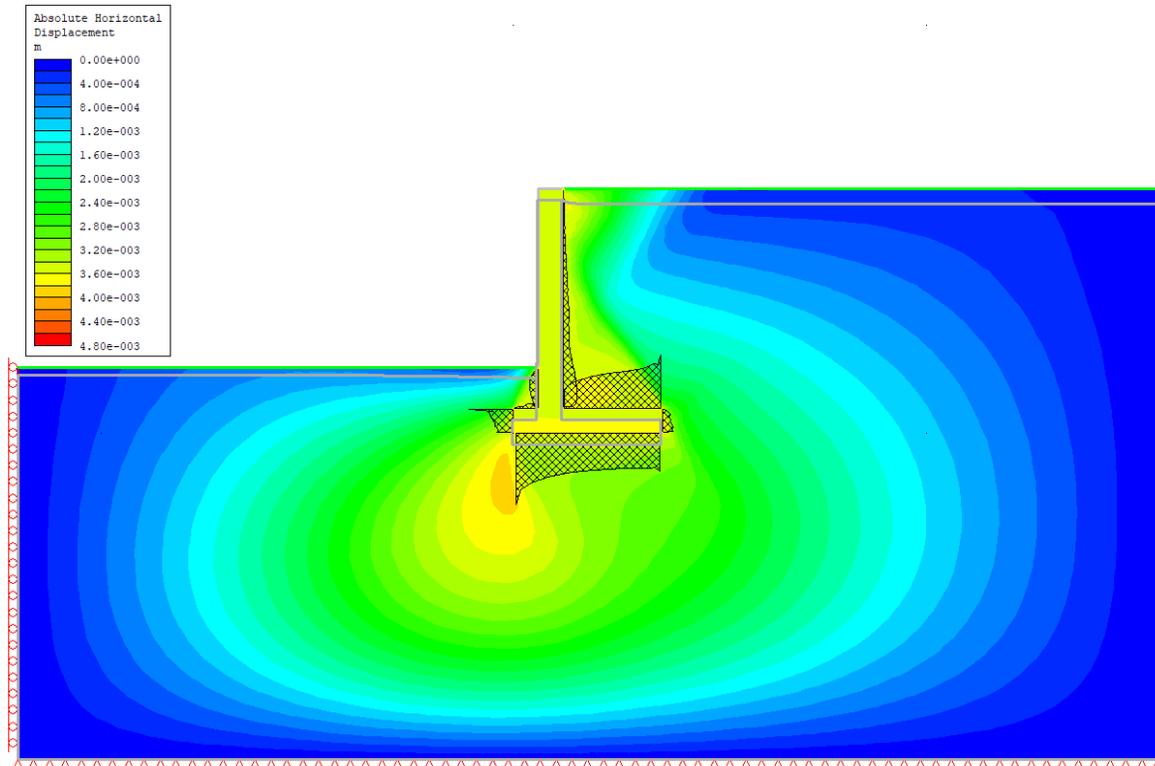


Figura A34. Desplazamiento horizontal absoluta de MV-H=3m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.

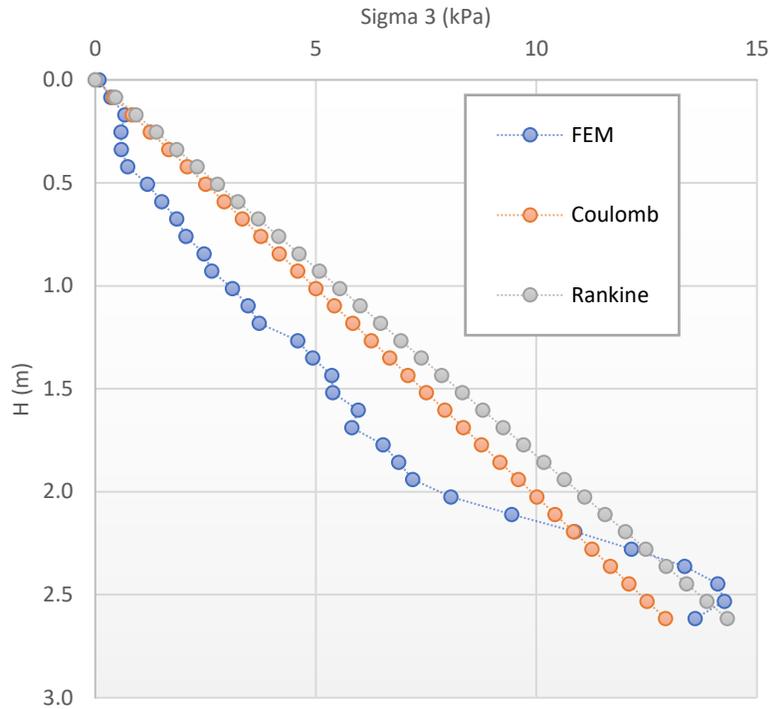


Figura A35. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-H=3m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.

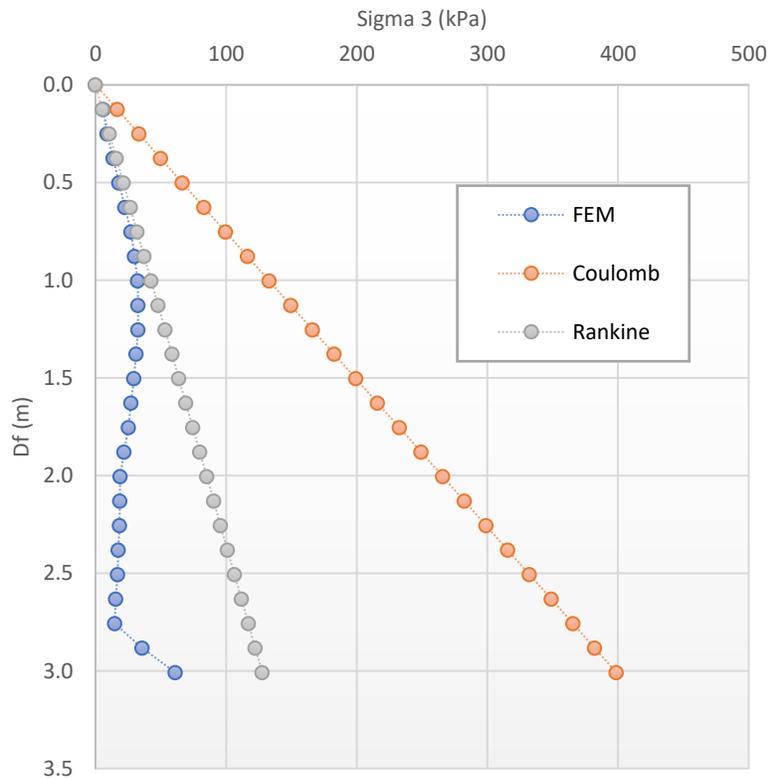


Figura A36. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-Df=3m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.

- $MV-PM-H=3-\beta=0$:

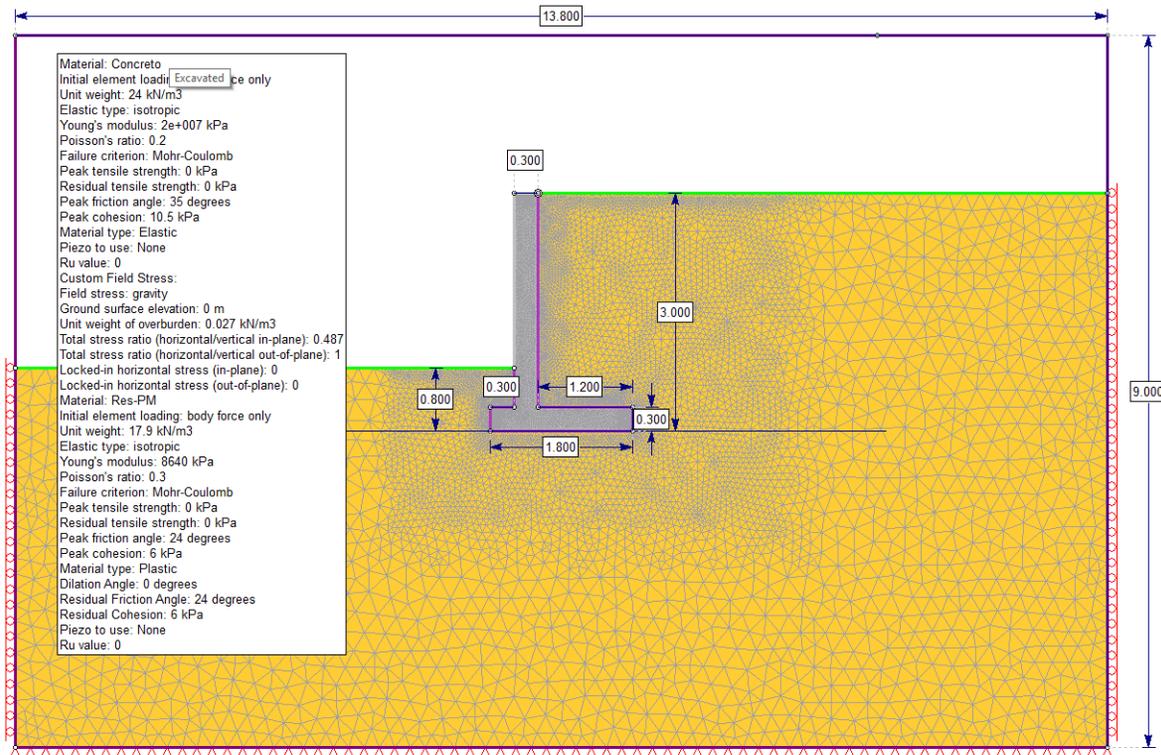


Figura A37. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV-H=3m-Res-PM-\beta=0^\circ$.

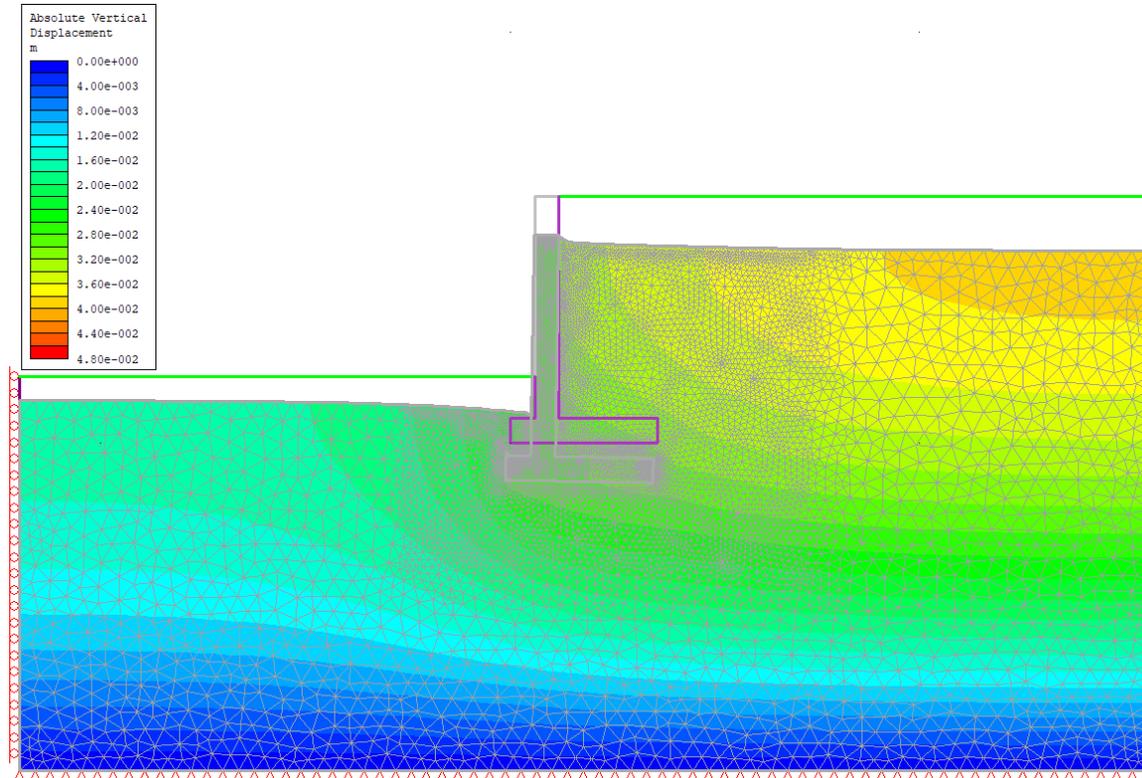


Figura A38. Desplazamiento vertical absoluta de MV-H=3m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.

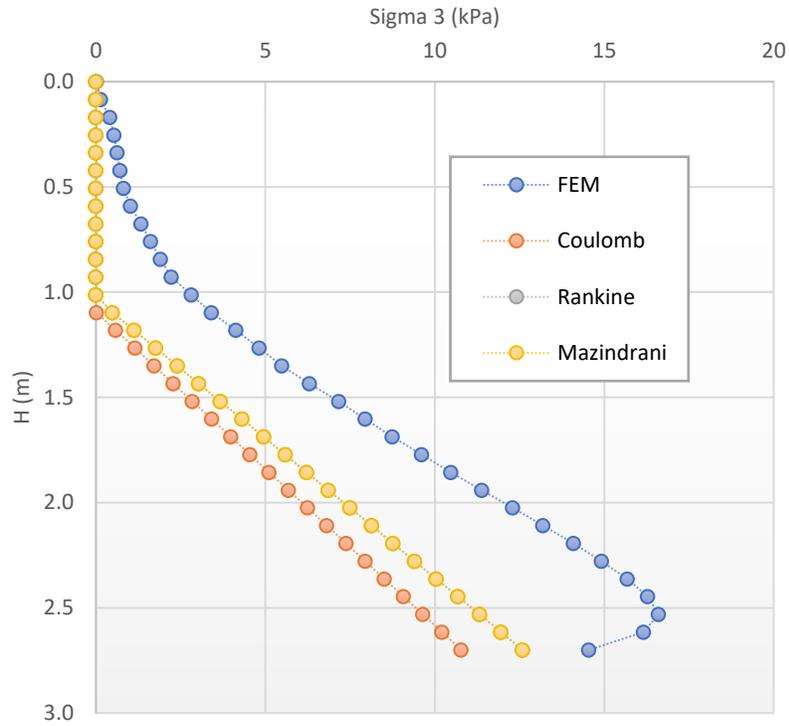


Figura A39. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-H=3m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.

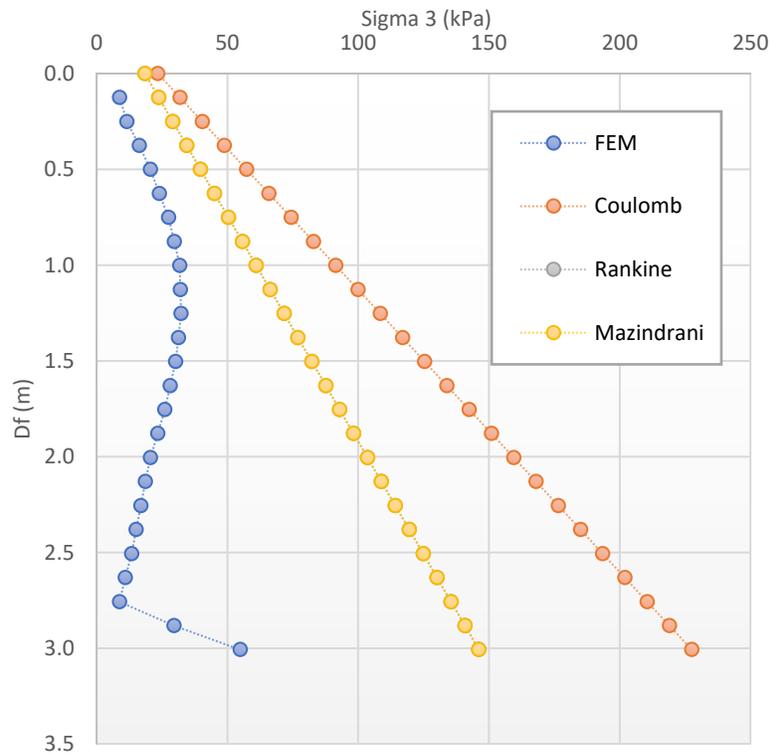


Figura A40. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-Df=3m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.

- **MV -PE-H=6-β=0:**

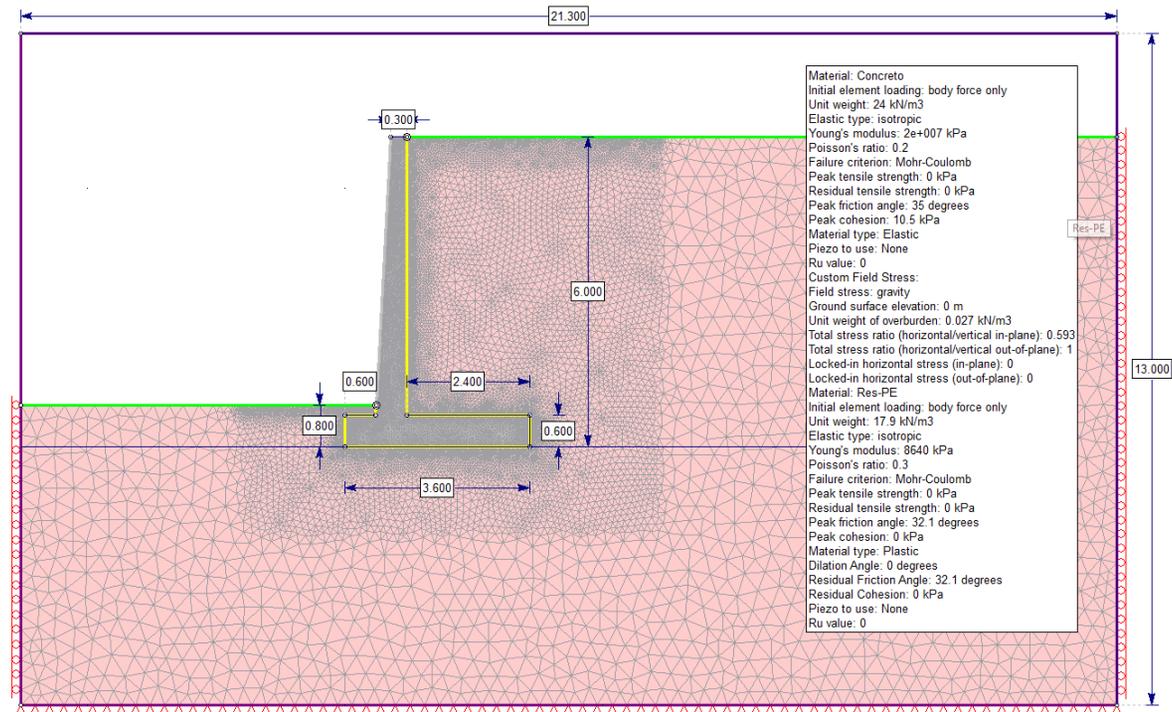


Figura A41. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de MV-H=6m-Res-PE-β=0°.

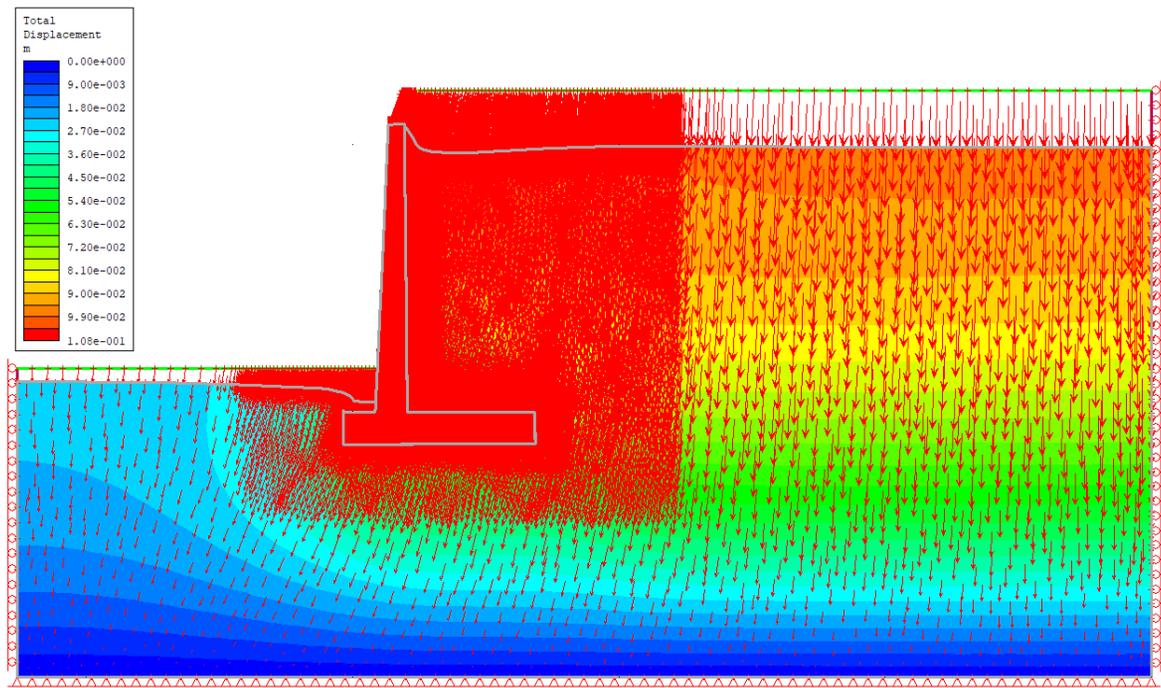


Figura A42. Desplazamiento total de MV-H=6m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.

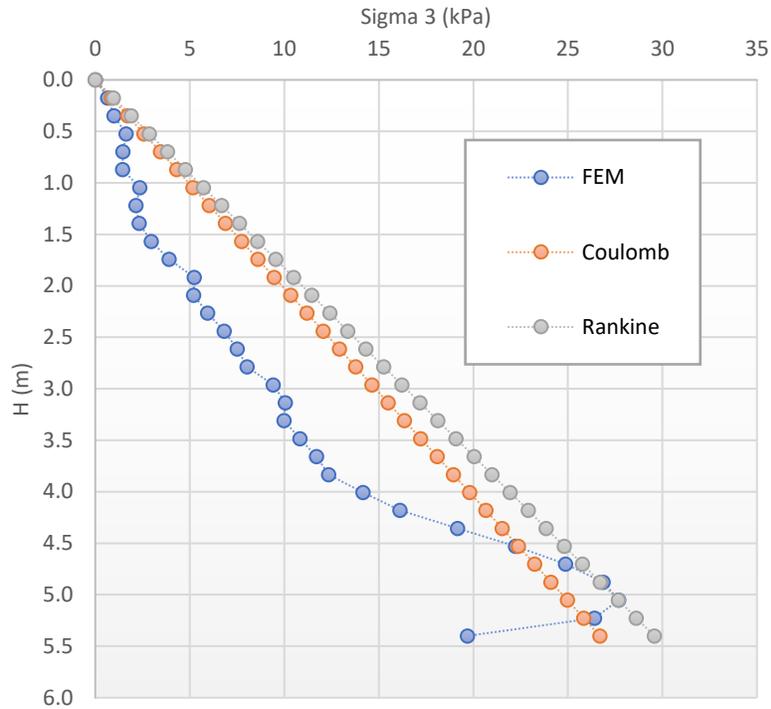


Figura A43. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-H=6m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.

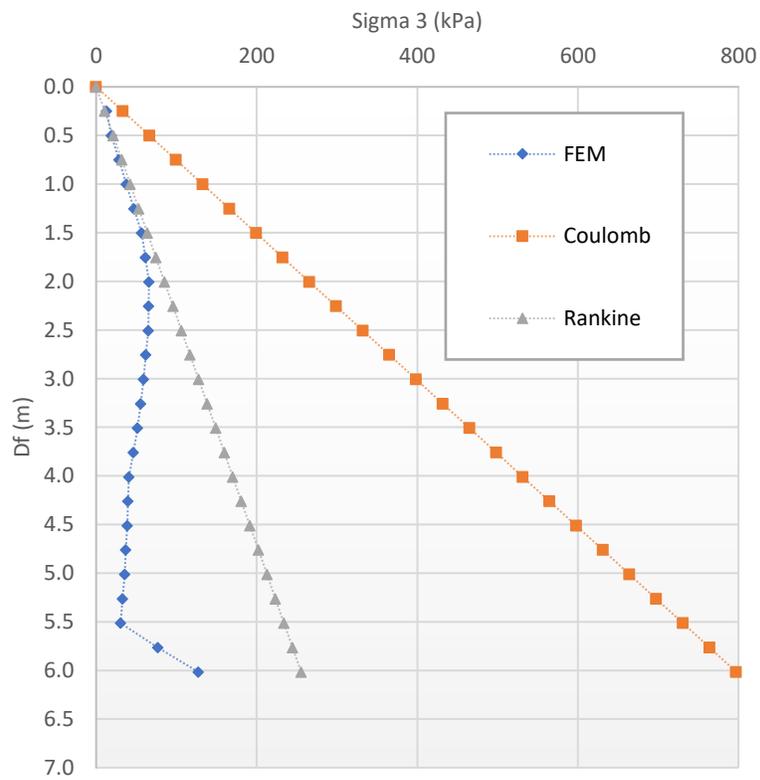


Figura A44. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine y Coulomb para un MV-Df=6m-Res-PE- $\beta=0^\circ$.

- $MV - PM - H = 6 - \beta = 0$:

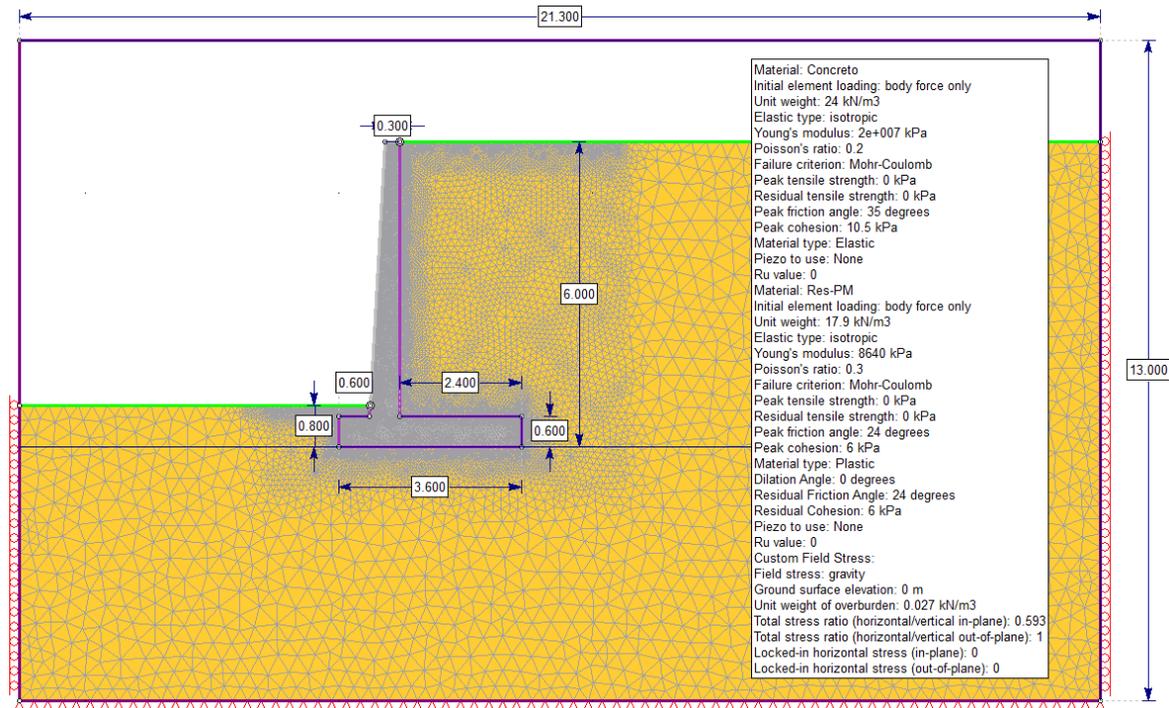


Figura A45. Geometría y datos de entrada para modelación con FEM de $MV - H = 6m - Res - PM - \beta = 0^\circ$.

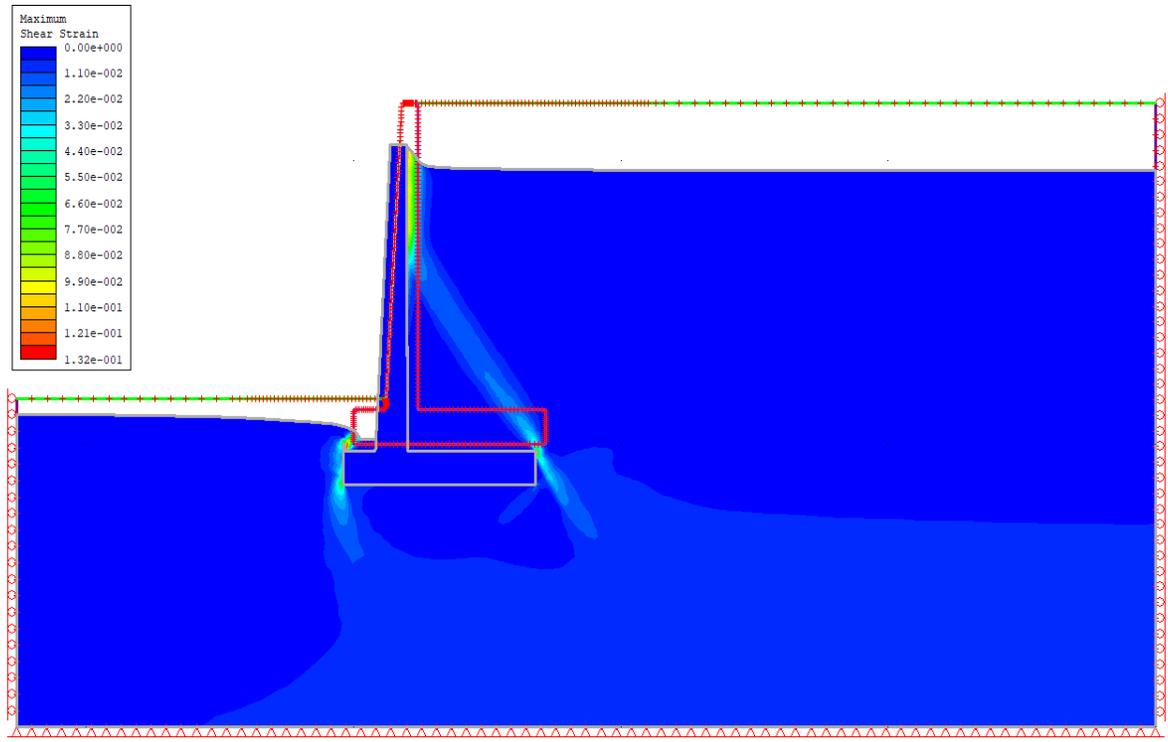


Figura A46. Máxima deformación por corte de MV-H=6m-Res-PM- $\beta=0^\circ$.

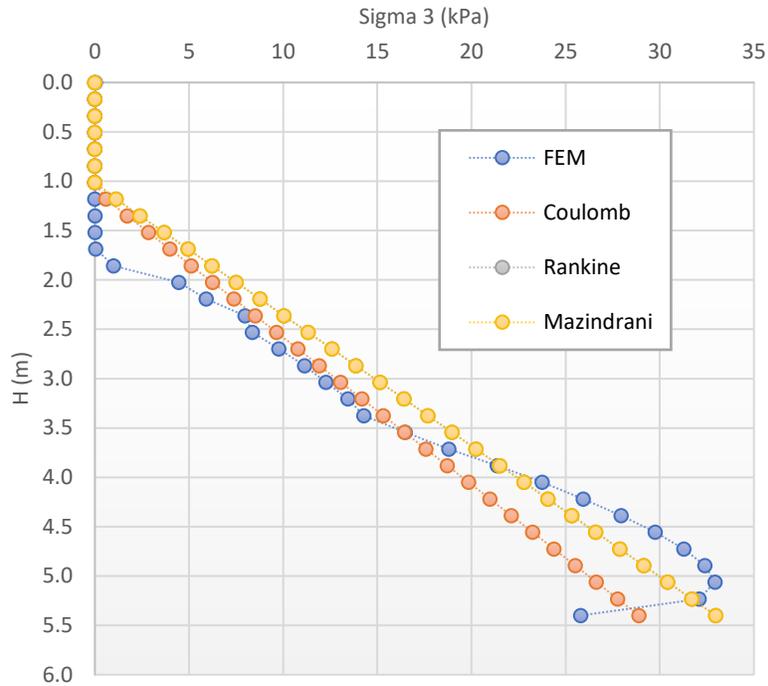


Figura A47. Comparación de la presión activa entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-H=6m-Res-PM-β=0°.

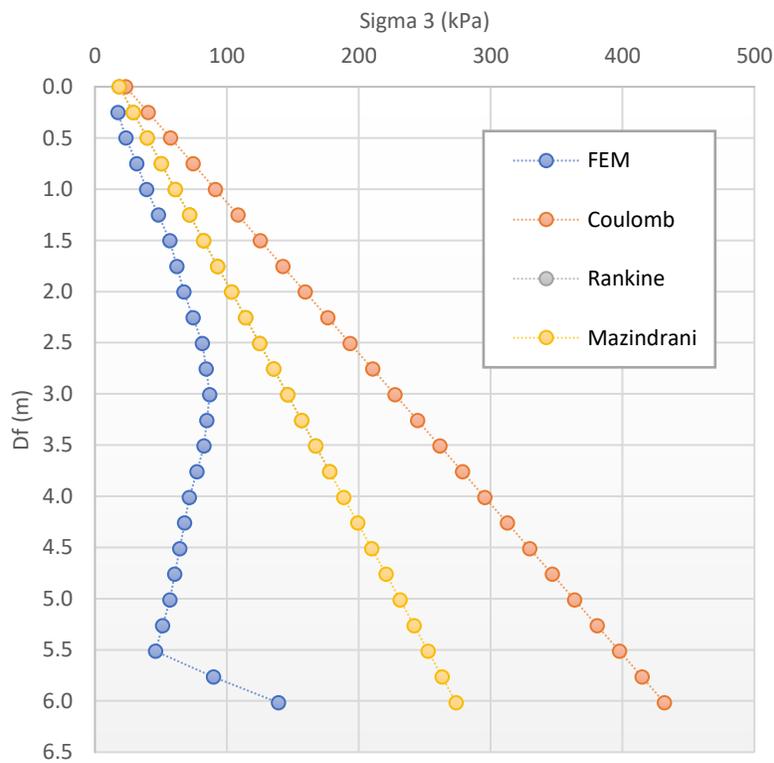


Figura A48. Comparación de la presión pasiva entre FEM, Rankine, Mazindrani y Coulomb para un MV-Df=6m-Res-PM-β=0°.

ANEXOS CAPÍTULO 5

Local Average Subdivision – LAS

A continuación, se realiza una breve descripción del método de la subdivisión promedio local desarrollada por (Fenton & Vanmarcke, 1990):

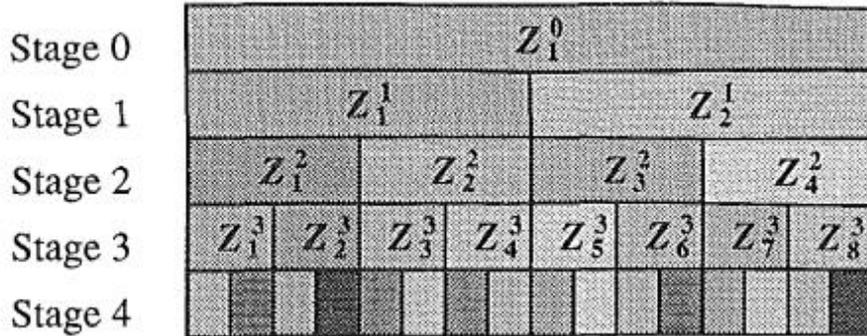


Figura A49. Ilustración de la construcción de un LAS para un proceso aleatorio de promedio local (Imagen tomada de (Fenton & Vanmarcke, 1990))

1. Se genera un promedio global normalmente distribuido, Z_1^0 en la Figura A49, con media cero y varianza obtenida de la teoría del promedio local
2. Se subdivide el campo en dos partes iguales
3. Generar un par de valores con distribución normal, Z_1^1 y Z_2^1 . Las medias y varianzas de estos valores se adecuan para que satisfagan los siguientes criterios:
 - Muestran una varianza correcta de acuerdo con la teoría de promedio local
 - Estén apropiadamente correlacionados uno con el otro
 - El promedio de estos valores debe ser igual al valor patrón, $\frac{1}{2}(Z_1^1 + Z_2^1) = Z_1^0$, lo cual condiciona las distribuciones de Z_1^1 y Z_2^1 al valor de Z_1^0
4. Subdividir las celdas de la etapa 1 en dos partes iguales
5. Generar dos valores normalmente distribuidos, Z_1^2 y Z_2^2 , cuyas medias y varianzas sean seleccionadas para satisfacer las mismas condiciones que en el punto 3, solo que el promedio de estos valores debe ser igual a su correspondiente valor patrón, que en este caso es Z_1^1 . Además, una cuarta

condición es que este par de valores deben estar apropiadamente correlacionados con Z_3^2 y Z_4^2 . Esta última condición se satisface aproximadamente cuando se condiciona sus distribuciones no solo a Z_1^1 , sino también a Z_2^1

6. Se continúa de manera similar hasta la subdivisión deseada.

Configuración del programa de RFEM

El paquete de RFEM incluye una serie de ejecutables, dentro de los cuales está el programa `mrearth2d` que se utiliza para los análisis estocásticos 2 – D de presión de tierras. Este programa calcula la deformación plana y los esfuerzos resultantes de un sólido elasto-plástico de Von-Mises (i.e el suelo) usando elementos cuadrilaterales por medio del método de deformación viscoplástica, donde las estadísticas de la reacción total del suelo son calculadas por medio de simulaciones de Monte Carlo.

Todas las publicaciones acerca de esta investigación y de la utilización del método de RFEM, así como el programa ejecutable el cual los autores lo distribuyen gratuitamente, se pueden encontrar en la página web: <http://random.engmath.dal.ca/rfem/>.

En la Figura A50 muestra la interfaz del programa para el análisis de presiones de tierra, y las diferentes alternativas y datos de entrada que requiere el programa `mrearth.exe`, los cuales se especifican a continuación:

1. Job title. Se especifica el nombre del trabajo o análisis que se va a ejecutar
2. Echo input data. Al habilitar esta opción el programa arroja un archivo de salida con el resumen de los datos y parámetros de entrada para el análisis
3. Report progress of the run to the screen? Al habilitar esta opción el progreso de los análisis se reporta en la pantalla de ejecución del programa.
4. Write debug data to the output.? Con esta opción se compila información de depuración en el archivo de salida. Esta opción se restringe a análisis con pocas realizaciones

5. Plot first random field? Esta opción permite generar el primer campo aleatorio (la primera realización) en un archivo de salida que se visualiza usando un programa externo de procesamiento de PostScript llamado ghostview. Además, se debe escoger el campo aleatorio de la propiedad que se desee graficar.
6. Produce a PostScript format file of first displaced finite element mesh? Esta opción permite mostrar la primera malla aleatoria que falla del muro desplazado.
7. Show mesh on displaced mesh plot? Habilitando esta opción se muestra la malla desplazada de elementos finitos sobre la gráfica de la falla del suelo
8. Show random field on plot? El resultado de activar esta opción es que se muestre uno de los campos aleatorios de la propiedad del suelo seleccionada. El campo aleatorio se muestra en una escala de grises donde los valores bajos son más oscuros, mientras que los valores altos son más claros. Similarmente, el programa permite la opción de graficar el logaritmo de la propiedad seleccionada de suelo y especificar la dimensión horizontal del grafico de salida.

Store wall reaction samples? Esta opción activa que las diferentes realizaciones de las reacciones horizontales en el muro y las realizaciones de los momentos de volcamiento se escriban en un archivo de salida. La reacción horizontal en el muro es igual a la carga impuesta sobre este por la falla plástica del suelo, mientras que el momento de volcamiento es la suma de las fuerzas incrementales ejercidas por el suelo sobre el muro multiplicadas por la distancia a la base del muro. Esta opción es útil cuando el número de simulaciones es mayor que uno (1), ya que el archivo de salida puede ser procesado para estimar las distribuciones y probabilidades asociadas con las cargas en el muro.

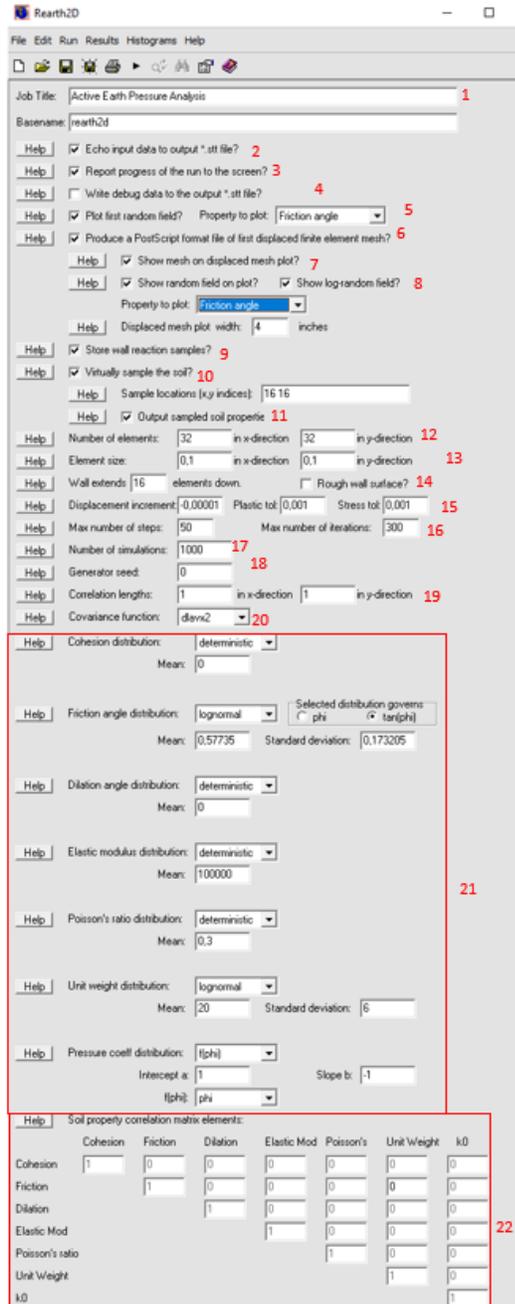


Figura A50. Programa para el análisis con RFEM – mearth2d

9. Virtually sample the soil? Esta entrada se usa para especificar cualquier muestra virtual del ángulo de fricción, el peso unitario y la cohesión que será tomada de cada campo aleatorio. En esta opción se debe definir los puntos donde se toman las muestras virtuales, al igual de especificar si se desea almacenar en un archivo de salida los valores de las propiedades muestreadas para cada realización.

Además, si esta opción se habilita, se calculan las fuerzas horizontales en el muro (la presión activa o la presión pasiva, dependiendo del caso que se esté analizando) utilizando las propiedades muestreadas y usando la teoría de Rankine. Si se especifican más de un punto para la toma de las muestras virtuales, se utiliza la media geométrica de los valores muestreados en la teoría de Rankine para la predicción de las fuerzas. La presión de tierra predicha y los momentos de volcamiento son registrados en un archivo de salida. Igualmente, en este archivo de salida, las presiones de tierra predichas y los momentos de volcamiento son comparados con aquellos que se obtienen por medio de los análisis con elementos finitos. Si la presión lateral predicha (o el momento), multiplicado por un factor de seguridad, es menor que la carga (o momento) del análisis con FEM, entonces se considera que ocurre una falla de diseño. La probabilidad de falla de diseño estimada se copia en el archivo de salida, calculada para varios factores de seguridad.

10. Output sample the soil. Cuando se activa, el resultado de las muestras virtuales (el promedio) se escribe en el archivo de salida. Estos son los valores que se utilizan en la predicción de las cargas y momentos por medio de la teoría de Rankine.

11. En esta línea, el número de elementos en la dirección x y en la dirección y son especificados. El suelo es dividido en una malla de elementos finitos rectangulares acorde al siguiente esquema:



Figura A51. Esquema del modelo del suelo en el programa de RFEM

Donde, n_x : número de elementos en la dirección x; n_y : número de elementos en la dirección y; n_w : número de elementos del muro de contención.

Las siguientes características aplican para los elementos finitos:

- La frontera derecha está restringida para moverse en la dirección x, por lo que solo se permite el movimiento en la dirección vertical (dirección y)
- La frontera inferior está completamente restringida y por lo tanto el movimiento no es permitido a lo largo de esta frontera
- La frontera superior es el nivel del suelo y es libre de deformarse a medida que se aplica el movimiento horizontal sobre el muro (frontera izquierda)

12. En esta línea se especifica las dimensiones de los elementos finitos en dirección x, y. Las unidades deben ser consistentes con las otras unidades de longitud como por ejemplo la longitud de correlación.

13. Se ingresa el número de elementos que se extiende el muro de contención (n_w) en la cara izquierda de la masa de suelo. El muro que se prolonga n_w elementos es rígido y se traslada horizontalmente dentro (caso pasivo) o fuera (caso activo) de la masa de suelo. Este puede ser “suave” o “rugoso”, permitiendo o no que el suelo se deslice a lo largo de su superficie, respectivamente. NOTA: Para permitir la formación de un mecanismo apropiado de falla, el muro no se debe extender hasta la frontera inferior del suelo, esto es, n_w no debe prolongarse más allá de $n_y - 5$.

14. Displacement increment. La carga horizontal ejercida sobre el muro por el suelo es determinada por el desplazamiento gradual del muro dentro o fuera de la masa de suelo (caso pasivo o caso activo, respectivamente). En cualquier caso, se considera que la carga ha logrado su valor final cuando el suelo está en un estado de falla plástica. Para determinar esto, se necesitan de tres parámetros, los cuales se especifican en esta línea:

- i. El incremento de desplazamiento horizontal: el análisis de la reacción del muro implica una carga controlada por desplazamiento, y este es incrementado en

una serie de pasos de desplazamiento cada uno de tamaño igual al valor establecido. Incrementos de desplazamiento positivos resultan en un movimiento dentro de la masa del suelo (carga pasiva). El tamaño del incremento normalmente se determina por prueba y error, llevando a cabo una simulación determinista (todos los parámetros del suelo espacialmente constantes) y apuntando por un incremento de desplazamiento horizontal que de alrededor de 10 pasos de incremento hasta que falle el suelo.

- ii. La tolerancia de convergencia para el algoritmo de plasticidad: cuando el estado de desplazamiento nodal de una iteración a otra tiene un cambio relativo de menos que la tolerancia de convergencia especificada, se supone que el suelo ha logrado el equilibrio plástico y las iteraciones son detenidas.
 - iii. La tolerancia de convergencia sobre la reacción del muro calculada: cuando el estado de esfuerzos de un incremento de desplazamiento al otro tiene un cambio relativo de menos de la tolerancia de convergencia especificada, la carga de falla del suelo se asume que se ha alcanzado y los pasos de desplazamiento son descontinuados.
15. Los análisis de presión de tierra, siendo no lineales, son desarrollados por medio de dos iteraciones. La iteración principal involucra el desplazamiento gradual del muro hasta que el suelo falle, cuando no sea capaz de soportar más cargas (o al lograr una carga mínima constante). Esto se llama incremento de desplazamiento.

La segunda iteración se desarrolla para cada incremento de desplazamiento e involucra la distribución del flujo plástico del suelo (cuando este excede su límite elástico) hasta que los desplazamientos nodales se estabilicen.

En esta línea, se definen dos números enteros para limitar el programa y prevenir análisis que nunca convergen:

- i. “maxst” es el número máximo de incrementos de desplazamiento que se pueden ejecutar. Si la presión límite del suelo no se logra después de “maxst” de pasos de desplazamiento, un mensaje de error se muestra en la ventana de ejecución del programa.

- ii. “maxit” es el número máximo de iteraciones permitidas para la redistribución del flujo plástico, el cual se ejecuta en cada incremento de desplazamiento.

16. Number of simulations. Una simulación de Monte Carlo involucra analizar una secuencia de posibles realizaciones de los campos aleatorios del suelo. Estimar las cantidades de respuesta, tales como la probabilidad de falla del muro, se convierte más precisa cuando el número de simulaciones se incrementa. Por ejemplo, la probabilidad de falla es estimada por la proporción de fallas, $p = N_f/n$, donde N_f es el número de fallas del muro y n es el total de realizaciones. Este estimativo tiene una desviación estándar, s , (estimada) de:

$$s = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (A-1)$$

17. Generator seed. Las realizaciones de los campos aleatorios de las propiedades del suelo son creadas usando un generador de números aleatorios. El generador de números aleatorios es inicializado por un entero positivo o “semilla”. Si la misma semilla se utiliza en ejecuciones subsecuentes, la misma secuencia de números aleatorios es generada (lo cual es útil para comparar cambios en los parámetros de diseño). En esta línea se especifica la semilla inicial.

La segunda realización utiliza una semilla igual a la semilla inicial más uno, la tercera realización utiliza la semilla inicial más dos, y así sucesivamente.

18. Correlation lengths. La longitud de correlación o escala de fluctuación es, más o menos, la distancia de separación más allá de la cual las propiedades del suelo en dos puntos están correlacionadas insignificadamente. Por ejemplo, si la longitud de correlación es 5 m, entonces las propiedades del suelo en dos puntos separados uno del otro a 10 m, serían estadísticamente completamente independientes (ie, uno no afecta a el otro). Por otro lado, las propiedades del suelo en dos puntos separados a un metro de distancia estarán razonablemente altamente correlacionadas, lo que significa que, si una propiedad es alta, por ejemplo, la otra propiedad también tenderá a ser alta.

La longitud de correlación, en general, puede ser diferente en dos direcciones ortogonales (horizontal y vertical). Ya que los suelos se forman horizontalmente, la longitud de correlación en esta dirección tiende a ser mayor que la longitud de correlación vertical. Una longitud de correlación corta resulta en un campo aleatorio que es muy errático, mientras que una larga resulta en campos aleatorios los cuales son más “suaves” y que varían más lentamente.

19. Covariance function. En esta línea se listan los distintos nombres de las funciones de covarianza. Esta define como la covarianza se reduce con la distancia de separación. El programa cuenta con cinco funciones de covarianza diferentes. La función más comúnmente usada es la función de correlación *dlavx2*, principalmente por su simplicidad.

dlavx2 es la función de covarianza de Markov. Esta indica que, la covarianza entre puntos en un campo decae exponencialmente con la distancia entre los puntos.

$$r(X, Y) = var * exp(-tau) \quad (A-2)$$

Donde tau es la distancia absoluta escalada entre los puntos:

$$tau = \sqrt{\left(\frac{2X}{dthx}\right)^2 + \left(\frac{2Y}{dthy}\right)^2} \quad (A-3)$$

El campo se asume que es un cuadrante simétrico (la correlación entre puntos con coordenadas (x, y), es la misma que la correlación entre los puntos con coordenadas (-x, y), (x, -y), etc.). Si $dthx = dthy$, entonces el campo es isotrópico. Los parámetros $dthx$ y $dthy$ son las longitudes de correlación en las direcciones x e y, respectivamente.

20. Distribución de las propiedades del suelo. En estas líneas se definen la media, la desviación estándar, el tipo de distribución, y otros parámetros de las propiedades del suelo (cohesión, ángulo de fricción, ángulo de dilatación, módulo de elasticidad, relación de Poisson, peso unitario y coeficiente de presión). El tipo de distribución puede ser, determinística la cual requiere solo la media de la propiedad; distribución normal y lognormal, que requieren dos parámetros: la media y la desviación estándar de la propiedad; la distribución

limitada, la cual requiere de cuatro parámetros: un límite inferior (a), un límite superior (b), un parámetro de localización (m) y un parámetro de escala (s); y una distribución en función del ángulo de fricción (f(phi)), esta especifica que la propiedad del suelo debe expresarse como una función del ángulo de fricción teniendo la siguiente forma:

$$propiedad = a + b * f(phi) \quad (A-4)$$

Donde f(phi) puede ser 1, seno(phi), o tan(phi), mientras que a y b son parámetros escalares.

21. Soils property correlation matrix elements. Los coeficientes de correlación, actuando entre cada propiedad aleatoria del suelo, pueden definirse en esta matriz. Los coeficientes de correlación entre una propiedad del suelo y si misma es 1, por lo que en la diagonal de la matriz solo puede ir este valor. Además, se debe tener en cuenta que se supone que los coeficientes de correlación actúan entre los campos aleatorios subyacentes distribuidos normalmente a partir de los cuales se obtienen finalmente las propiedades del suelo. Igualmente, se debe señalar que el coeficiente de correlación prescrito actúa entre una propiedad en un punto del suelo y una segunda propiedad en el mismo punto.