UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Transformación de las relaciones de los estudiantes con el saber matemático a través de un laboratorio de matemáticas

Adrían Antonio Marín Zapata

Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Asesoras
María Camila Ocampo Arenas, Magíster (MSc) en Educación
María Denis Vanegas Vasco, Magíster (MSc) en Educación

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas
Medellín, Antioquia, Colombia
2023

Dedicatoria

La siguiente obra está dedicada, primero que todo, al Dios de la probabilidad y la posibilidad que rige mi camino. Sus probabilidades le hacen encabezar este trabajo de grado. Está dedicada a él ya que cada letra y pensamiento quieren representar el valor de la vida, en un ser que respirar fue muy difícil, que habitar fue más complejo y doloroso. Pero ese ser, resiliente y amoroso, agradece poder proponer al mundo de las ideas algo que transformar.

Esta creación está dedicada a toda mi sangre que, al tartamudear, me enseñaron a respirar, para con tranquilidad mis sentires expresar.

Además, dedico esta obra a mi abuela, mujer sabia y matriarca del hogar, que me enseñó a leer y a pensar racionalmente.

Dedico a mi mamá todo el esfuerzo de esta humilde creación, por enseñarme el gusto por servir, amar y tener un propósito de alto valor en la vida.

Agradecimientos

Para alguien que la vida le enseñó con rudeza la autonomía y la autogestión, es un honor tener dos maestras que, más allá de ser las asesoras de este trabajo de grado, han escalado al punto de ser maestras de vida y de esencia fundante para ser un maestro de matemáticas marcado por la diferencia en el saber y el hacer. Esto es así gracias a que, en una de las cuestas más duras de la formación, me acompañan y me hacen sentir querido, ya que solo se corrige, como ustedes lo hacen, a quienes se aprecia.

Agradezco a la creación universal que, en este hermoso camino de la academia, cruzó mi vida con tantas hermosas personas que me enseñaron y acompañaron en este proceso de crecimiento intelectual y personal.

Agradezco a todos esos maestros de vida que vieron en mí la posibilidad de seguir regando la semilla de curiosidad y amor a las ciencias, por medio del quehacer docente.

Tabla de contenido

Lista de tablas

Lista de figuras

Resumen

En este trabajo de grado se presentan las ideas que sustentan la transformación de la clase de matemáticas en un laboratorio a través de situaciones de medida. Esto se hace con el fin de modificar las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes. Es por esto que se realiza un proceso de observación participante que da paso al desarrollo de la propuesta de aula correspondiente a las sesiones del laboratorio. Estas sesiones permiten identificar de qué manera se transforman esas relaciones, con una mirada en el cambio del sistema escolar y sus prácticas tradicionales hacia unas prácticas en las que el aprendizaje experimental, el error y las relaciones entre los individuos cobran gran valor. Además, son el resultado de la propuesta de laboratorio, ya que las ***relaciones*** se construyen en el laboratorio, ***el error*** posee gran valor a la hora de aprender, y finalmente la importancia del aprendizaje que viene de la ***experiencia.*** Con esto, la propuesta de laboratorio de matemáticas es una alternativa que erradica la desconexión con el saber de forma práctica e intencionada. Esta construcción está dividida en cuatro capítulos que integran el cuerpo conceptual, metodológico y analítico que dan vida a esta investigación.

Palabras clave: laboratorio de matemáticas, aprendizaje experimental, saber matemático, transformación

Abstract

In this degree work, the ideas that support the transformation of the mathematics class into a laboratory through measurement situations are presented. The purpose is to modify the relationships between mathematical knowledge and students. That is why a process of participant observation is carried out, which allows the development of the classroom proposal corresponding to the laboratory sessions. These sessions allow us to identify how these relationships are transformed, with a view to changing the school system and its traditional practices towards practices in which experiential learning, error and relationships between individuals are of great value. In addition, they are the result of the laboratory approach, since relationships are built in the laboratory, error has great value when learning, and finally the importance of learning that comes from experience. With this, the mathematics laboratory proposal is an alternative that eradicates the disconnection with knowledge in a practical and intentional way. This construction is divided into four chapters that integrate the conceptual, methodological and analytical body that give life to this research.

Key words: mathematics laboratory, experiential learning, mathematical knowledge, transformation

Introducción

La presente investigación cualitativa describe los posibles elementos para transformar la clase de matemáticas en un laboratorio. Se desarrolla con estudiantes del grado quinto de una institución educativa de carácter privado del municipio de Envigado. La investigación toma como punto de partida la observación de algunas clases donde se nota la desconexión entre los estudiantes y el saber matemático. Este aspecto que será estudiado en el proceso de investigación y requiere una mente inquisitiva y observadora que cuestiona los significados de eso que observa, tal y como lo proponen Hernández et al. (2014) y Galeano (2018), quienes plantean que el propósito de observar es aprender.

En este sentido, se reconoce ese aprender para proponer la transformación de la clase de matemáticas en un laboratorio donde se puedan estudiar algunos elementos de la realidad, mediante situaciones de medida con origen experiencial y teórico. Esto será presentado en el capítulo 1, junto con antecedentes y propuestas relacionadas con vivencias escolares en la práctica pedagógica, a través de la observación participante y por medio de la revisión panorámica[1] de literatura. Se pretende mostrar un camino en el cual la enseñanza de las matemáticas escolares debe ser rescatada de la vulnerabilidad que implica el tradicionalismo educativo, al transformarla en una actividad más revolucionaria (García Jiménez, 2016).

Seguidamente, la revisión panorámica de literatura fortalece los planteamientos que dan vida al marco teórico de la investigación. Estos constituyen el grueso del capítulo 2, en el que se presentan esas consideraciones teóricas que configuran un lente analítico a la propuesta de aula que hace parte del entramado metodológico.

El capítulo 3 expone las posturas metodológicas que guían los análisis y reflexiones, además de las fases, los escenarios y los participantes de la investigación, y las técnicas e instrumentos de recolección de información. En este sentido, Creswell (2009) presenta la posibilidad que tiene el investigador de estudiar a los individuos a partir de un enfoque fenomenológico de investigación que implica pensar y describir la realidad de los estudiantes frente al acto de aprender y su relación con el saber matemático.

[1] Una revisión panorámica pretende identificar los conceptos clave que sustentan un área de investigación. Guirao. A. (2015). *Utilidad y tipos de revisión de literatura*.

Por último, en el capítulo 4, se muestran algunos resultados, análisis y conclusiones referidas a la interpretación de los antecedentes teóricos y experienciales, enmarcado en una propuesta que apunta a solucionar el problema de la desconexión entre los estudiantes y el saber matemático, específicamente en conceptos relacionados a las magnitudes y sus medidas. Cisneros y Castro (2017) exponen que parte de “la transformación de ese saber requirió del proceso de objetivación relacionado con el proceso de medición” (p. 14); esto como argumento en el que los procesos de medición generan conexiones entre el saber y el entorno.

Capítulo 1: planteamiento del problema

> “La educación no cambia el mundo, cambia a las personas que cambiarán el mundo”

Este apartado constituye la base para desarrollar las ideas encaminadas a la consolidación del problema de investigación. En primer lugar, se caracteriza la institución educativa a partir de elementos físicos y curriculares que se articulan con algunas de las reflexiones que surgen del proceso de observación participante en el centro de práctica, realizado al inicio de la investigación. En segundo lugar, dichas observaciones se contrastan con algunas apuestas teóricas que se han venido desarrollando en la educación matemática y tienen que ver con dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Y, en tercer lugar, se define la pregunta y el objetivo que orientan esta investigación.

1.1 Caracterización de la institución educativa

Para comenzar, se presentan aspectos físicos y curriculares del centro de práctica, que demarcan el contexto en el cual están inmersos los estudiantes. De igual manera, se exponen algunas reflexiones que resultan del proceso de observación participante, la cual permite reconocer cómo se desarrollan las clases de matemáticas y qué relación existe tanto entre estudiantes y docentes como entre estudiantes y saber matemático.

1.1.1 Aspectos físicos de la institución educativa

La institución educativa de carácter privado está ubicada en una zona del municipio de Envigado, con nivel socioeconómico alto, y está rodeada de residencias, restaurantes y gimnasios. Además, se identifican cuatro plantas del bloque principal, que corresponde al espacio en el que transcurre la vida escolar.

Otra característica de la institución es el orden en los salones y la importancia que dan a los símbolos institucionales, destacando la cultura británica y el uso del bilingüismo como medio en el cual los valores institucionales se replican y se mantienen a lo largo del tiempo.

En las aulas, los estudiantes están organizados de manera tradicional en filas, cada uno con su escritorio y su silla, y es común el uso clásico del tablero, que obedece a influencias ideológicas de la institución. Sin embargo, los estudiantes cuentan con casilleros que hacen las veces de biblioteca para los libros y cuadernos de estudio, lo que permite que se sientan cómodos. Es de aclarar que la mayoría de los salones cuentan con el espacio adecuado con respecto al número de estudiantes y se evidencia un ambiente propicio para el aprendizaje.

1.1.2 Aspectos curriculares de la institución

En la institución se define la pedagogía activa y la escuela del desarrollo humano como ejes centrales que caracterizan el quehacer de los docentes y el perfil de los estudiantes. En este sentido, dentro de los documentos oficiales se determinan algunas acciones, procesos, contextos y contenidos a desarrollar en la institución. Estos asuntos se materializan en el currículo vivo y el currículo oculto.

El currículo vivo se entiende como “la convergencia entre la idea planificada y la experiencia educativa” (Rangel Torrijo, 2014, p. 4), o como el currículo oficial, contextualizado, pensado y reformulado a la luz de la realidad del aula. Con relación al currículo oficial, la institución se preocupa por la formación de estudiantes con carácter crítico y activo ante las transformaciones del mundo, con capacidad de aportar en sus contextos próximos y tomar decisiones con criterio propio. Sin embargo, no se logra identificar esa relación entre el currículo planificado y la realidad del aula.

Por su parte, el currículo oculto, entendido como todos aquellos elementos que no se encuentran de manera explícita en los documentos institucionales, se percibe en las vivencias escolares a través de las imágenes que se utilizan en los espacios físicos y la forma como se dinamizan las clases y la vida institucional en general (Bolivar, 1996). Por ejemplo, en la institución es común encontrar: i) carteleras en diferentes idiomas que fomentan su uso por parte de los estudiantes, ii) el trabajo cooperativo en las clases para formar en el respeto por la diferencia y la solidaridad, y iii) la formación en la inteligencia emocional al reconocer que se puede pedir ayuda y cometer errores.

Otro elemento curricular de la institución es el trabajo por proyectos en diferentes áreas del conocimiento. Esta situación se da gracias a la intensidad horaria propuesta desde el diseño curricular y a la necesidad de formar en los estudiantes la autonomía y el pensamiento crítico.

A pesar de lo anterior, se ha observado que en las clases de matemáticas del grado quinto: i) no se percibe ese currículo oculto en los aspectos mencionados, ii) las actitudes e interpretaciones que hacen en las clases son simples o poco profundas, iii) es escaso el papel del error y de la contextualización en el aprendizaje, y iv) no es común problematizar la interacción entre individuos en pro de la consolidación del saber matemático. En los siguientes apartados se amplían estas ideas a partir de la observación participante y los planteamientos de la literatura analizada.

1.1.3 Observar para aprender del aula de matemáticas

Para realizar un diagnóstico de los estudiantes y de la institución educativa, se desarrolló un proceso de observación participante en el que se tuvo como objetivo reconocer las particularidades, las maneras de pensar y las dinámicas de la clase de matemáticas. Para esto, la observación se considera un proceso “holístico o integral, donde el investigador entiende a sus participantes y no únicamente registra hechos” (Hernández et al. 2014, p. 401). A continuación, se presentan algunos elementos que surgieron y permitieron continuar definiendo el problema de investigación.

1.1.3.1 Desconectar con el saber matemático. A partir de la observación, se percibe poco interés hacia la clase de matemáticas en los estudiantes[2] del grado quinto, lo cual se refleja en expresiones como “en clase de matemáticas escribimos mucho”, “aunque la profesora me cae bien, las matemáticas no me gustan”, “si no comprendo desde el principio, ¿para qué voy a hacer los ejercicios”, “¿y esto para qué me sirve, Miss?” (Bitácora, septiembre y octubre de 2022)[3]. Expresiones que, para el proceso investigativo, van marcando una pauta en la consolidación del problema de investigación.

Además, una de las dificultades más grandes que presentan los estudiantes en la clase de matemáticas es la interpretación que hacen de los problemas y ejercicios, puesto que muchos solo operan sin sentido. Esta situación demuestra la no comprensión del tema y de la situación problema que se pretende resolver (Bitácoras, septiembre de 2022). Con respecto a esto, se identifica el sinsentido como parte del desdén que es visible en las aulas de clase.

La observación participante permite identificar que diversos espacios formativos en las clases de matemáticas, como talleres, ejercicios autónomos y pruebas de validación de conocimientos, generan en los estudiantes actitudes de apatía, desdén y miedo hacia las matemáticas y su importancia para la vida (Bitácoras, 13 y 14 de octubre de 2022). Estas actitudes son la muestra de que “la enseñanza de las matemáticas es una de las praxis más vulnerables hacia el tradicionalismo educativo” (García Jiménez, 2016, p. 4), un tradicionalismo que es notorio en la forma en que los niños se relacionan con el saber y con sus pares.

[2] Al escribir los estudiantes se refiere tanto a niñas como a niños.

[3] Instrumentos para el registro de las observaciones de las clases de matemáticas del grado quinto en el centro de práctica, por el maestro en formación, durante el semestre 2022-2.

1.1.3.2 Problematizar la contextualización e interacción en el aula. A partir de las observaciones relacionadas anteriormente, se nota la necesidad de ver la clase de matemáticas como un espacio de experimentación y construcción de conocimientos, donde el estudiante no se considera como un receptor pasivo, sino como un constructor activo. En este proceso, las nuevas ideas presentadas por el profesor se relacionan con las ideas que ya existen en la estructura cognitiva del estudiante. Bajo esta lógica García Jiménez (2016) y Arce (2004) reconocen la importancia de que los estudiantes se expongan a espacios en los que la construcción autónoma y cooperativa del conocimiento sea un posibilitador de crecimiento intelectual y aproximación al saber.

Sin embargo, en las escuelas es frecuente que la enseñanza se realice a través de lo que algunos educadores denominan la “inoculación verbal”, esto es, la ilusión que a veces tienen los docentes de que haber dictado una clase brillante sobre un tópico es equivalente a haber logrado que los estudiantes hayan aprendido el tema (Manen, 2010). Lo anterior permite pensar que parte de esa relación fracturada entre el saber matemático y los estudiantes tiene que ver con asumir al docente como único sujeto activo en el proceso de enseñanza y aprendizaje, lo que invisibiliza las cargas conceptuales con las que llegan los estudiantes a la escuela.

Simultáneamente, en lo observado en las clases de matemáticas del grado quinto, se identifica un elemento fundamental en la construcción del conocimiento; este es el proceso de contextualización a la hora de movilizar el interés de los estudiantes, ya que ellos se muestran más interesados en la resolución de problemas y desafíos que tienen que ver con la realidad y la utilización de materiales conocidos (Bitácora, noviembre de 2022). Sumado a esto, se reconoce que una de las formas en las que los estudiantes participan es cuando relacionan cosas de su mundo con la temática tratada. Lo anterior permite cuestionar el aprender matemáticas en la escuela como un acto individualizado y homogenizado, y el enseñar matemáticas como un proceso que en la mayoría de las ocasiones no concibe al otro como parte del contexto ni como una posible fuente de comprensiones y claridades frente a lo que se enseña y se aprende en el aula.

De igual manera, se puede notar que, mientras en los pasillos y en las carteleras hablan del afecto y la capacidad de creer en sí mismos y en los otros, en las clases de matemáticas es escaso el contacto con los compañeros para comprender, discutir y corroborar lo aprendido con respecto a la realidad y el saber matemático. Este contacto resulta determinante en el aprendizaje para entender las matemáticas como una de las creaciones más refinadas del hombre para investigar la naturaleza; es decir que se investiga para comprender y hacer que fenómenos de la naturaleza cobren sentido con ayuda del saber matemático (Kline, 2000).

Otro de los asuntos observados tiene que ver con el valor de las matemáticas como construcción humana que debería llegar a la escuela a contribuir con la formación de individuos con capacidad crítica y propositiva ante el mundo. Esto se puede reflejar escasamente en las dinámicas de la clase de matemáticas, en las cuales el saber matemático no se aproxima a las comprensiones de la realidad. Esta realidad es edificada por los estudiantes a lo largo de su formación, con una mirada de las matemáticas escolares como una red de conceptos que construyen a través de su experiencia en la escuela y la consideran como un lenguaje (Rojano, 1994). Un lenguaje que, para Cisneros y Castro (2017), cumple las veces de mediador entre el uso de cualquier herramienta y la construcción de conocimientos en los estudiantes. Con esto se quiere dejar claro que en la institución se tienen las herramientas necesarias para consolidar un espacio de experimentación en las clases de matemáticas, pero falta enriquecer ese lenguaje en busqueda de mejorar la relación entre los estudiantes y el saber matemático.

Para finalizar esta caracterización de la IE, se recogen elementos del PEI (2019), en los cuales se identifica una institución que promueve aprendizajes inclusivos y significativos, valores como la autonomia y la autoconfianza, en diálogo con las observaciones realizadas en el centro de práctica y con algunas posturas teóricas que permitan ver las matemáticas como herramienta para interpretar el mundo. Además se reafirma el valor de las relaciones con los otros y del error a la hora de aprender y estudiar matemáticas.

En el siguiente apartado se presentan las posturas empíricas y teóricas que soportan y demarcan este trabajo de investigación.

1.2 Consolidación del objeto de estudio

A partir de la observación participante desarrollada en las clases de matemáticas en el centro de práctica, se notó que los estudiantes no relacionan el saber matemático con la realidad, porque no aplican con sentido práctico lo que saben. Este hecho se suma a las ideas que en apartados anteriores se han planteado, como el desdén en/hacia la clase de matemáticas o la desconexión con el saber matemático. En las siguientes líneas se presenta una serie de argumentos en los que es posible soportar el problema de investigación a partir de la observación participante y posturas teóricas.

1.2.1 Argumentos frente a la desconexión

La finalidad de este apartado es reafirmar, con ayuda de los planteamientos de las teorías y las vivencias en el aula de matemáticas, la desconexión entre el saber matemático y los estudiantes. En el grado quinto “la simple observación de un fenómeno no lleva a los estudiantes a preguntar más sobre el porqué de ese suceso” (Bitácora, octubre de 2022). He ahí que, para apuntar a reducir ese desinterés, surge la necesidad de que la clase de matemáticas pase por lo experimental. Esta necesidad se nutre en el planteamiento de Sánchez, (1993) (como se citó en Jiménez, 2010), quien, desde una postura aristotélica, propone el reconocimiento de la asociación de las matemáticas con una realidad en la cual el conocimiento se obtiene por experimentación, observación y abstracción. Estos planteamientos teóricos permiten instaurar una base en esta investigación para hablar de un saber que se debe construir en las aulas de forma vivencial y que apuesta por reducir esa desconexión entre el saber y los estudiantes.

Así mismo, el desarrollo de la clase de matemáticas de forma experiencial entra en dinámicas que requieren una actualización del sistema educativo. Esta actualización le implica a la educación matemática “la necesidad de una reconsideración del conjunto de conocimientos matemáticos básicos que todo individuo debería poseer” (Rojano, 1994, p. 2). Se interpreta lo anterior a partir de preguntas como: ¿qué es lo importante del saber? y ¿cuáles de esos saberes debe poseer un individuo? Seguidamente, para recuperar la conexión con el saber y dejar atrás el desdén que es observable en las clases de matemáticas, se puede rescatar el papel de las interacciones entre los estudiantes día a día en el ambiente de clase y problematizar lo que es cercano o no para ellos.

La conexión entre el saber matemático y los estudiantes debe ser recuperada a partir de múltiples alternativas, ya que la desconexión es producto de factores variados. Es así que las mejoras a un sistema educativo implican valorar las interacciones entre los estudiantes día a día en el ambiente de clase (Rojano, 1994). Para problematizar lo que es cercano o no para los estudiantes, la profesora afirma que parte de lo que se entiende en las clases se siente y se asume como propio, ya que mucho de lo que se comprende nace de poseer y no poseer el saber. Y con esto, el investigador pretende dar sentido a esas cosas que hablan de un saber matemático que habita en la realidad de los estudiantes.

Con relación a lo antes mencionado, dentro de las múltiples formas en las que debe ser abordado el problema de la desconexión entre el saber matemático y los estudiantes, es posible dar una mirada a las emociones presentes en el proceso de aprender matemáticas. Frente a esto se identificó en algunas clases de matemáticas una participación evaluativa desde el agrado y gusto por salir voluntariamente al tablero (Bitácora, noviembre de 2022). Es así que se pregunta cómo lograr esta forma de participación activa en todos los estudiantes y en todas las clases y, con esto, motivar la participación de los estudiantes desde el reconocimiento de la importancia de equivocarse para aprender.

1.2.2 El papel del error en la clase de matemáticas

Reconocer el error es un acto que transforma al sujeto y la forma en que este comprende el mundo. No solo transforma al estudiante, sino también al maestro, ya que para muchos el error no es bien visto en la escuela, en especial el error del docente, pero se debe comprender que el maestro es un ser humano y, por lo tanto, puede cometer errores. Por ello, está en la constante transformación de su práctica, a partir del reconocimiento de sus errores. Jiménez (2010) plantea que “el principio del aprendizaje de la comprensión real de una noción supone su reinvención por el aprendiz” (p. 14), lo que se traduce en esa capacidad del maestro para pensar y repensar la idea de ser maestro de matemáticas, además de redefinir su quehacer al asumirse como sujeto en formación continua, que siempre tiene presente /en su enseñanza que el error, a la hora de aprender, es un movilizador del aprendizaje.

Además, se rescata el papel del error en los procesos de experimentación en el aula de clase. Este va acompañado de un contexto cercano que aproxima los contenidos a los estudiantes, en la medida en que moviliza sus intereses, puesto que ellos se involucran en la resolución de problemas y desafíos que tienen que ver con su propia realidad. Es en este sentido que la clase de matemáticas se propone con una mirada hacia “el interés situacional, que se estimula en un individuo como consecuencia de una situación didáctica particular, por ejemplo: cuando un alumno realiza una actividad de laboratorio” (Fernandez Marchesi, 2018, p. 4)

Se evidencia, entonces, la necesidad de proponer una clase de matemáticas que relacione los conceptos que representan el mundo con los conceptos matemáticos. Por esto, a la luz de lo antes expuesto, es necesario generar las condiciones de experimentación en las aulas de clases.

1.2.3 Contextos e interacciones

A continuación, se busca posicionar teóricamente el objeto de estudio con una mirada a la base histórica que todo proceso investigativo posee. Para esto, el problema de la desconexión entre el saber matemático y los estudiantes de la IE es demarcado desde las apuestas teórico-prácticas registradas en la literatura.

En estas apuestas teóricas se identifican propuestas de transformar la clase de matemáticas en un laboratorio para darle un espacio a la experimentación. De esta manera, se genera la alternativa de búsqueda de esas situaciones del mundo real y de las propias matemáticas, que puedan ser medibles en un laboratorio de matemáticas, pero, sobre todo, que puedan ser estudiadas por una comunidad que no se reconoce como científica, pero si muy pensante y crítica ante las cosas del mundo, para así aproximarse a otras comprensiones de ese mismo mundo. De esta manera, Kaput (como se citó en Rojano, 1994) sugiere “que el aprendizaje de la matemática puede mirarse como construcción de significados” (p. 6), unos significados que redefinen la relación entre el individuo y el saber matemático desde su uso y funcionalidad.

He ahí la necesidad de reconocer a nivel nacional e internacional las ideas relacionadas con la creación de laboratorios de matemáticas y las intenciones didácticas y pedagógicas que subyacen bajo la creación de estos espacios. Ejemplo de ello son textos que hablan de la creación de laboratorios de biología para enseñar matemáticas, por parte de Bridi et al. (2010) en el contexto brasileño. Otra de las experiencias corresponde a la creación de aulas de laboratorios de bajo costo en Argentina a cargo de los autores Calderon et al. (2015) como apuesta pedagógica y social.

Sumado a lo anterior, las ideas de Godoy et al. (2014) presentan el aula como laboratorio de matemáticas aplicadas, lo que transgrede los usos del saber matemático. Para no caer en un listado de experiencias, el autor García Jiménez (2016) propone un texto donde plantea la clase de matemáticas como laboratorio epistemológico. Bajo esta lógica, se identifican aspectos que innovan dentro del laboratorio de matemáticas como espacio que aproxima a los individuos al saber matemático y permite, por medio de la experimentación, comprender algunos aspectos de este mundo y preguntar cómo se transforma esa relación entre el individuo y el saber.

Al trazar varios caminos que lleven al objetivo principal de esta investigación, es fundamental buscar cuáles son las condiciones necesarias para que el aula de matemáticas se convierta en un laboratorio y permitan que el maestro de matemáticas diseñe acciones pedagógicas enmarcadas en la idea de que se forma a los individuos a partir de los afectos y las relaciones positivas entre estos (Bitácora, agosto a noviembre de 2022).Alguien preguntaría ¿qué tiene que ver el trato ameno con aprender matemáticas y en especial en un ambiente de laboratorio? Y La relación entre el trato ameno y el aprendizaje de matemáticas, en especial en un ambiente de laboratorio, se esclarece trayendo las ideas de Godoy et al. (2014) cuando dicen que: “la experimentación y la teoría matemática en el salón de clase ha demostrado entre sus bondades la motivación para el trabajo en equipo” (p. 116). Esto permite comprender que se aprende con los otros, rasgo que está relacionado con los afectos y que conduce a pensar en la confianza que se puede transmitir a los estudiantes para construir conocimiento a través de la participación, de la posibilidad de equivocarse sin ser juzgados, de acertar y de aprender con los otros. De modo que es posible rescatar el trabajo en equipo como instrumento que debe ser usado en la propuesta investigativa, ya que se presenta como elemento problemático y se identifica como aspecto generador de condiciones en las que es posible confiar en las capacidades propias cuando son puestas en diálogo con las ideas de los demás.

A modo de complemento de los apartados donde se habla de las observaciones y de algunas ideas teóricas que comienzan a hilar esta construcción, se presentan otros sustentos que puedan decantar en argumentos para una pregunta y objetivo de investigación; soportados en la observación y en la interpretación de la literatura.

Por otra parte, proponer algunas situaciones de medida permiten encontrar la proximidad entre el saber y el sujeto, además de generar experiencias cercanas al contexto. Se pregunta en esas situaciones de medida por cómo hacer que la evaluación del saber matemático no genere miedo, como lo logran otros saberes. En relación con lo anterior, preocupa la disposición en el aula durante la clase de matemática en comparación con otras áreas (Bitácora, agosto a noviembre de 2022). Se considera el aula no solo como un espacio físico, sino también como las condiciones que rodean a los estudiantes en su formación. Lo antes dicho engloba una variedad de elementos que serán tratados en el apartado del marco teórico.

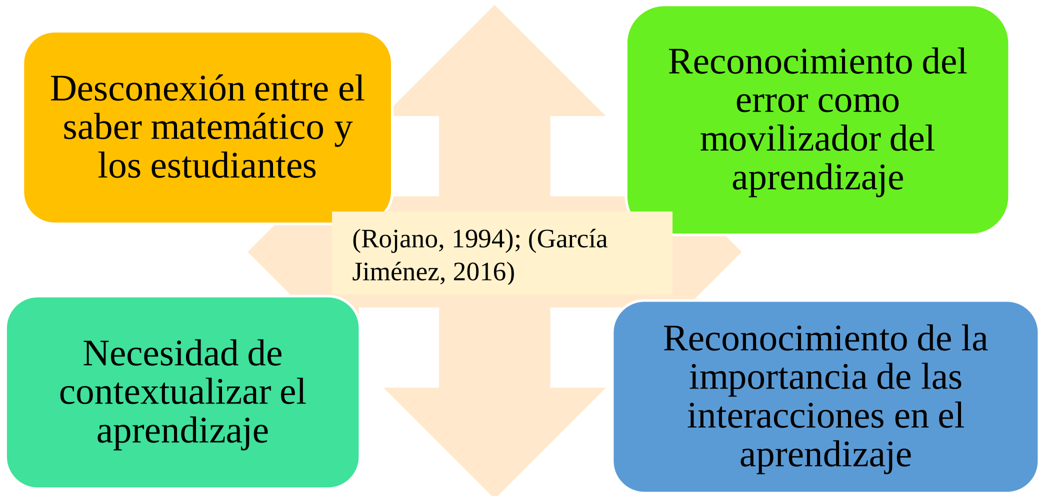
En cuanto a la relación entre los espacios y el individuo, es esencial identificar que las buenas prácticas en la escuela deben desmontar imaginarios frente a lo rígido de la enseñanza de las matemáticas. Esto se debe a que, al comprender que todos tenemos distintos tiempos de aprendizaje, resulta problemático todo acto de homogenización inmerso en una realidad institucional en la que importa que se aprenda sin importar cuándo.

Una clase de matemáticas que genera miedo y desdén, como se ha descrito a lo largo de este capítulo, debe movilizar el pensamiento hacia lo que dice el autor García Jiménez (2016) al plantear que la transformación de los sistemas educativos tiene que empezar desde adentro, lo que implica rehacer las prácticas de hoy día. En este caso, la apuesta es derrocar el miedo en la clase de matemáticas. Este miedo, junto a otros aspectos, es constructor directo e indirecto del problema de la desconexión entre el saber matemático y los estudiantes.

En definitiva, en las líneas anteriores se muestran las categorías que comienzan a sustentar el problema de investigación: la desconexión con el saber matemático, el error y su papel en el aprendizaje de las matemáticas, y la importancia de la contextualización del aprendizaje y de las interacciones que se gestan en la clase de matemáticas (Ver figura 1).

Figura 1

Problema de investigación



1.3 Pregunta problematizadora y objetivo de investigación

Hasta este punto se ha mencionado entre líneas el planteamiento del problema, que articula asuntos teóricos y algunos prácticos vistos en la institución educativa donde se desarrolla la investigación y que tienen que ver con la desconexión encontrada entre el saber matemático y los estudiantes, el error, la contextualización, y la interacción. Esto lleva a plantear la pregunta de investigación: ***¿cómo se transforman las relaciones de los estudiantes con el saber matemático en un laboratorio de matemáticas a través de situaciones de medida?*** Esta pregunta estuvo orientada por el objetivo de ***describir cómo se transforman las relaciones de los estudiantes con el saber matemático en un laboratorio de matemáticas a través de situaciones de medida.***

Sumado a lo anterior, interesa buscar esas herramientas que permitan fundamentar el problema de investigación desde una postura que reconozca lo que otros han hecho, para proponer y adaptar elementos conceptuales a la propuesta de transformar las relaciones entre los estudiantes y el saber matemático por medio de la clase de matemáticas como laboratorio.

En relación con el objetivo de este trabajo de investigación, se emplea una revisión panorámica de literatura, que pretende, según lo planteado por Guirao Goris (2015), identificar los conceptos principales que sostienen el andamio investigativo del área de conocimiento, y las principales fuentes y tipos de evidencias disponibles, en particular, dado que el área es compleja y no ha sido revisada exhaustivamente.

Finalmente, los objetivos específicos están enmarcados en el objetivo general, ya que se asume que, para poder *describir* como objetivo principal, pasamos por el *proponer* e *identificar* como se transforman las relaciones entre los estudiantes y el saber matemático en un ambiente, estrategia o propuesta de laboratorio de matemáticas.

Capítulo 2: Marco teórico, ideas que delimitan la investigación

En el proceso formativo como maestros de matemáticas, interesa comprender otras alternativas que aproximen a los estudiantes al saber, de manera que sus vivencias entren en diálogo con los saberes matemáticos. En este capítulo se plantean elementos teóricos que consolidan una base histórica y conceptual para delimitar el objeto de estudio de este trabajo. En primer lugar, se presentan los espacios de experimentación a partir de una mirada histórica y enfocada en los laboratorios de matemáticas. En segundo lugar, se plantean las comprensiones de laboratorio de matemáticas desarrolladas en la literatura y que se asumen en este proceso investigativo. En tercer lugar, se expone la comprensión teórica en torno al error y la experiencia. Finalmente, se enuncian aspectos que tienen que ver con la interacción entre los estudiantes y entre estos y el docente.

2.1 Espacios de experimentación

En un aula de clase dispuesta para la experimentación, la comprobación, la argumentación y la confrontación teórica, donde puedan surgir diferentes interacciones, se construyen otros tipos de conexiones entre el saber y los estudiantes, las cuales posibilitan la edificación de los aprendizajes significativos. En este ambiente de clase los estudiantes son convocados a participar en su aprendizaje, sin ser juzgados; algunos pueden demostrar lo que saben y construir el aprendizaje con autonomía (Casallas J. 1998; García Jiménez, 2016; Pabón, et al. 2008).

En los siguientes puntos a tratar, se presentan las bases histórico-conceptuales que dialogan con la experiencia en la I.E. mostrada en el planteamiento del problema. Allí fue posible identificar que, en las clases del grado quinto, es notoria la intención de la docente para transmitir confianza y promover una participación activa en los estudiantes. Es por esto que se busca problematizar la relación entre los aprendizajes significativos[4] y los aprendizajes experimentales,[5] los cuales surgen de la experiencia y la exposición de los estudiantes a espacios destinados a la enseñanza no tradicional de las matemáticas.

[4] Es aquel aprendizaje que perdura en el tiempo, en la memoria de los individuos y es usado con sentido práctico.
[5] El aprendizaje experimental (Godoy et al., 2014) es aquel que trasciende gracias a la comprobación tanto de su veracidad como de su uso y aplicación.

Con respecto a esos espacios, Casallas (1998) y Godoy et al. (2014) proponen que el conocimiento escolar posibilita el conocimiento del entorno, y el conocimiento del entorno posibilita el conocimiento escolar. También, García Jiménez (2016) plantea que: “si la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se transforman en espacios de aprendizaje, los educandos tendrán más oportunidad de comprender la funcionalidad de esta rama del conocimiento” (p. 28). Esto hace referencia a la necesidad de describir cómo la clase de matemáticas se convierte en un espacio para investigar, descubrir, compartir ideas y generar conocimiento. Algunos autores (Jiménez, 2010; Miranda Fernandez y Andres, 2009; Pabón, et al. 2008) han denominado este espacio como laboratorio, para responder a la funcionalidad de las matemáticas en el mundo, lo que repercute en la relación entre los individuos y el saber matemático.

De igual manera, García Jiménez (2016) menciona que “la construcción, invención y descubrimiento del conocimiento en el contexto escolar requiere de una heurística que permita la participación continua de los educandos de manera libre” (p. 3). En este sentido, se percibe la necesidad de dinamizar las clases de matemáticas con una metodología que lleve a los niños y las niñas a investigar y descubrir a partir de actividades intencionadas. Es así que la idea del laboratorio de matemáticas se convierte en una manera de apuntar a dicha necesidad, puesto que puede ser el espacio para que el refuerzo de aprendizajes sea continuo y no se limite solo al ambiente normal de la clase.

En consonancia con lo anterior, interesa que los estudiantes participen en experiencias a partir de sus capacidades, se atrevan a usar las matemáticas en situaciones concretas donde puedan asumir el rol de científicos matemáticos, y vean necesario estar en el laboratorio probando la conexión entre las teorías y la realidad. En los lineamientos curriculares de matemáticas del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1998), se propone descubrir el mundo a partir del pensamiento métrico y sistemas de medida y se argumenta la necesidad del uso de las medidas en la escuela. Se afirma que “la interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes hacen que estos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas” (p. 41).

Por otra parte, surge la pregunta sobre ¿qué de nuevo ofrecen estas ideas que respondan al problema de investigación? Para esto, es fundamental reconocer los argumentos y vivencias frente a la creación de espacios de laboratorios en las escuelas, en los cuales se destaca la variación de la intencionalidad pedagógica como espacio de contacto con el saber y la construcción del mismo. En este caso, se trata de laboratorios de matemáticas y laboratorios de otras ciencias para la enseñanza de las matemáticas (García Jiménez, 2016; Godoy et al. 2014; Calderon, 2015; Bridi et al. 2010).

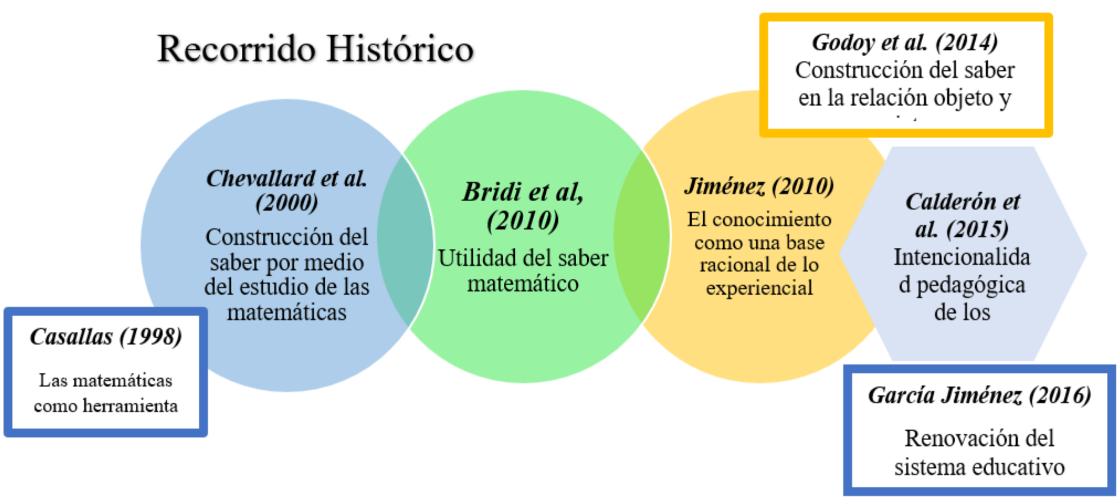
De esta manera, el laboratorio se convierte en un espacio predilecto, desde la perspectiva del pensamiento métrico y las magnitudes, para estimular a los estudiantes a resolver situaciones o problemas de la vida real con actividades prácticas que pueden servir como impulsoras del aprendizaje significativo (Bridi et al. 2010). Se busca, entonces, la articulación de algunos aspectos cercanos a los estudiantes, que se refieran a la variación, a lo aleatorio, a lo numérico y a lo espacial, por medio del pensamiento métrico y a través del estudio de algunas situaciones de medida que se lleven al aula. Para este propósito, se parte de lo intra- y extramatemático, elementos que se definirán en los capítulos siguientes.

2.1.1 Recorrido histórico de la relación de los estudiantes con el saber matemático en la escuela

Con el ánimo de poner en orden cronológico las propuestas teóricas relativas a las concepciones de las matemáticas en la escuela, se propone un esquema como punto de partida para ir entendiendo las relaciones entre los estudiantes y las matemáticas (Figura 2).

Figura 2

Recorrido histórico



Los planteamientos de Casallas (1998) instauran una visión de las matemáticas como herramienta que aproxima a las personas a la construcción del conocimiento y, en especial, como instrumento que aporta a la compresión de la realidad. Con esto, es posible dar apertura a un imaginario que orienta esta investigación, en el sentido en que las matemáticas son entendidas como instrumentos de medición y traducción de muchos fenómenos que el ser humano intenta descifrar.

Por otra parte, Chevallard et al. (2000) mencionan que es posible problematizar que todo espacio de formación en relación a las matemáticas debe transgredir el acto de simplemente enseñar y aprender esta ciencia, para pasar al proceso de estudiarla. Uno de los propósitos de esta propuesta es resaltar que no solo se enseña y se aprende ciencias en un laboratorio, sino que se puede construir el espacio adecuado para su estudio.

He ahí que, de esa comprensión de la realidad que pueden proporcionar las matemáticas, surge una bifurcación entre el papel que tiene la razón y la experiencia para hacer que los estudiantes se formen una idea frente a algo. Así, Jiménez (2010) plantea que es necesario reconocer los orígenes del conocimiento matemático en la racionalidad del ser, sin olvidar que esa racionalidad tiene bases en las experiencias de los individuos, lo que se entiende como esa utilidad que los estudiantes dan y le encuentran al conocimiento (Bridi et al. 2010).

El conocimiento, para Godoy et al. (2014), es posible siempre y cuando se cumpla con el proceso interactivo entre los objetos o fenómenos y quienes los estudian o se hacen una idea de eso que pasa. En este sentido, las matemáticas se convierten en herramienta para conocer algunos fenómenos, además del valor del acto experimental que se traduce en las múltiples utilidades del conocimiento. Lo anterior es posible gracias a la interacción con el objeto que se pretende estudiar.

Con respecto a lo antes mencionado, Calderon et al. (2015) presentan argumentos que se refieren a que solo se trabaja con laboratorios en la escuela con una intencionalidad pedagógica, y ésta debe estar inscrita en el propósito de enseñar y aprender ciencias. Pero, al ser puesto en diálogo con otras ideas de laboratorio, encajan en una tendencia hacia lo que García Jiménez (2016) denomina una renovación del sistema educativo, que solo comienza en la renovación de las prácticas que se desarrollan en el aula de clase.

Por otra parte, es posible encontrar las respuestas al porqué de crear un laboratorio de matemáticas y, además, uno con un énfasis en situaciones de medida al comprender la posibilidad de que un espacio de laboratorio puede generar un cambio de concepciones en la escuela. Estas permitirían a los estudiantes ver las matemáticas como herramienta, que tiene un sentido base en la razón, pero también en la experimentación, que tiene lógica en el contacto con el objeto de estudio, y que determina qué tanto conozco o aprendo de ese fenómeno. Todo esto está regido por una intencionalidad formativa que solo existe o se presenta en el cambio que debe gestar el sistema educativo.

Un cambio en la práctica escolar repercutiría en que la acción operativa solo sea transgredida si el estudiante comprende que cuando se cuenta, lo que se hace es medir un conjunto de elementos que pertenecen a una clase, es decir —una familia de conjuntos o colección de conjuntos (u otros objetos matemáticos) que no necesariamente serán conjuntos—. Sumado a esa transgresión que deben hacer los alumnos, la serie de lineamientos curriculares en matemática nos advierte que "la desaparición de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y por otro reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica" (MEN, 1998, s.p).

Por lo antes dicho, el tratamiento a los sistemas métricos en la escuela debe modificar concepciones que se tienen del acto de medir y reconocer las potencialidades del pensamiento métrico en articulación a los otros tipos de pensamiento matemático. Pasado por un breve recorrido histórico frente a las ideas que, desde las décadas pasadas, se han instaurado frente a la enseñanza no tradicional de las matemáticas, es necesario seguir construyendo el norte teórico de esta investigación. Ahora, el lector se encontrará con las bases teóricas que siguen soportando el acto investigativo por medio de algunas ideas que arroja la revisión panorámica de literatura. Se delimitan los conceptos que se han tratado y conceptualizado, a partir de los autores que hablan de la creación de laboratorios en la escuela, y de la posibilidad que estos planteamientos generan para que el conocimiento se produzca de otra forma menos rígida y no amarrada a tradicionalismos.

2.1.2 Laboratorios de matemáticas

En este apartado correspondiente al posicionamiento histórico y contextual de la investigación, se presentan las ideas más fuertes de la revisión panorámica de literatura, ideas y antecedentes que dan soporte conceptual e histórico a lo investigado. Cabe aclarar y rescatar que estas ideas fueron presentadas como una comunicación abierta en el XVI CIAEM realizado en la ciudad de Lima (Perú) los días 31 de julio al 4 de agosto del 2023, ante la comunidad académica internacional de educación matemática.

Para comenzar, esta forma de ver la clase de matemáticas permite, de un lado, ver al estudiante como un científico en la clase de matemáticas, al establecerse como un sujeto que construye conocimiento, y, de otro lado, permite construir un ambiente de aprendizaje rico en diversas maneras de llevar los conocimientos matemáticos a los diferentes contextos. Larrosa (2006) propone pensar lo anterior entorno a “la educación a partir de la experiencia” (p. 4) y a los términos que posibilitan concebir la clase de matemática como un laboratorio que da lugar a experienciar dicha clase como aquello que “nos pasa y no como eso que pasa” (p. 4); es decir, que permite la transformación de los sujetos desde el significado e influencia de lo que viven.

Algunas comprensiones frente a la creación de aprendizajes significativos en los estudiantes parten de las vivencias y experiencias, como alternativa a esas maneras tradicionales de aproximarse al saber matemático y que este cobre sentido en el mundo real. Es por esta razón que Casallas (1998) problematiza que “en nuestros estudiantes, no basta con existir físicamente en el entorno para comprender la realidad que vive, es mediante el lenguaje que construimos y comprendemos la realidad” (p. 1). El lenguaje, en las palabras de Rojano (1994), es entendido como las matemáticas y en especial las matemáticas escolares, que comienzan a redefinir esas relaciones entre el saber matemático y los estudiantes, ya que “los sujetos son vistos como usuarios potenciales del lenguaje matemático” (p. 2).

En estas posturas, se reconoce una alternativa que conduce a la factibilidad de un proceso de creación de un espacio, donde el uso de ese lenguaje matemático en lo cotidiano sea una constante y posibilite la cercanía al mundo real. Por otra parte, el proceso de transformación de las relaciones entre los estudiantes y el saber matemático necesita un cambio en el que las clases de matemáticas se conviertan en espacios donde la posesión del saber se construya en esa interacción entre el mundo y los conceptos. Esto se debe a que, como tarea para redefinir la labor de la escuela, “debemos transformar el conocimiento escolar hacia uno que enriquezca las interacciones de los estudiantes con el entorno” (Casallas, 1998, p. 4).

En este sentido, para generar esos cambios que son necesarios en las clases de matemáticas a partir del aprendizaje experimental, Casallas (1998), Jiménez (2010) y Calderon et al. (2015) hacen un llamado a reflexionar respecto al proceso de enriquecimiento de la interacción entre el estudiante y el entorno. Este aspecto repercute de una u otra forma en la relación entre el estudiante y el saber matemático, y entran en juego elementos históricos de las concepciones propias de las matemáticas.

Con lo anterior, se posibilita que en el mundo escolar los estudiantes aprendan a concebirse como parte de un espacio, el cual puede ser comprendido y estudiado por medio de modelos y aproximaciones desde las matemáticas. Con ánimos de precisar, si se dirige la mirada hacia algunas ideas actuales, se reflexiona con respecto a la clase de matemáticas como espacio para aprender de otras ciencias y, también, para construir aprendizajes útiles para la vida de los estudiantes, sumado a que se genere en ellos mayores comprensiones de su realidad. Es por esto que se debe transgredir la intencionalidad de los espacios de formación, al pasar de la simple enseñanza-aprendizaje de las matemáticas al estudio de las matemáticas como aspecto que cambia indiscutiblemente la forma en que nos relacionamos con el saber (Chevallard et al. 2000).

A su vez, pensar en estudiar matemáticas como una posibilidad que supera el solo enseñar y aprender matemáticas tiene implicaciones en las concepciones que se tienen de las clases de matemáticas y de esta misma ciencia. Las concepciones de las matemáticas han implicado que sean entendidas simplemente desde la exactitud y la infalibilidad de sus postulados, lo que ha generado un estancamiento en la producción de ideas y la comprensión de otras. A propósito, Godoy et al. (2014) dicen que “por tradición y facilidad en matemática el rigorismo ha sido tomado en alta estima, mientras que el ensayo y error de la experimentación se subestima” (p. 116). Esta concepción debe ser modificada desde la creatividad presente en el estudio, aprendizaje y enseñanza de las matemáticas por medio de la clase transformada en un laboratorio.

De lo improcedente que puede ser salir de la norma establecida para enseñar y aprender matemáticas surgen alternativas que redefinen las concepciones que se tienen con respecto a esta ciencia. Es así que Jiménez (2010) plantea que existen “dos formas básicas de concebir los conceptos matemáticos: una como entes abstractos” y otra, según él, “como entes que tienen relación con el mundo” (p. 3). Su planteamiento, en términos de esta investigación, repercute en el valor que va tomando el acto experimental, y las implicaciones que tiene en un ambiente en el cual se pretenda enseñar y aprender matemáticas, con alternativas en las que conocer el mundo sea un medio para que el estudiante se relacione con el saber de forma intencionada. Así, se presentan a continuación las diversas intenciones formativas que trae consigo la creación de laboratorios en la escuela.

2.1.3 Intenciones formativas en los laboratorios

Godoy et al. (2014) y Jiménez (2010) proponen que, en la creación y descripción de la clase de matemáticas convertida en un laboratorio, no se subestima el error producto de la experiencia, sino que se debe dar importancia a la capacidad para identificar el error y aprender de ello, y para pensar en las matemáticas y sus conceptos como esos entes que tienen mucho que ver con el mundo. También se conocen varias de esas vivencias desde Brasil con autores como Bridi et al. (2010) al compartir los sentires y pensares del acto educativo y en especial del acto de aprender matemáticas por medio de un laboratorio de biología. Además, desde Argentina Calderon et al. (2015) se acercan a una experiencia propositiva frente a la creación de aulas de laboratorio de bajo costo, rompiendo con límites y supuestos que ven un laboratorio en la escuela como espacio de alto costo. Otra de esas vivenvias tiene sus origenes en México, experiencia en la que García Jiménez (2016) presenta lo vivido y teorizado en una clase de matemáticas como laboratorio epistemológico.

En relación con lo anterior, la literatura muestra planteamientos que llegan a niveles propositivos, en los cuales las clases se transforman en laboratorios, siempre bajo una intención particular y pensada. Esto se suma a factores que muestran algunas características de las corrientes pedagógicas en las que se soportan esas ideas de investigación y se deja claro que, al estudiar y describir la conducta de los sujetos respecto a un lugar o fenómeno, se comienza a definir una corriente conductista. Sin embargo, no debe olvidarse que mucho de lo descrito en esas vivencias se enmarca en corrientes en las que el conocimiento es una construcción conjunta entre maestros y alumnos. De esta manera, se instaura un camino para seguir hablando de las experiencias intencionadas.

Un ejemplo de esas experiencias es aquel en el cual, los niños aprenden del crecimiento de las plantas o estudian las fracciones y los promedios. Así, el test Allium cepa es una propuesta del laboratorio de biología en la cual se abordan contenidos matemáticos relacionados con las fracciones y las proporciones mediante el estudio del crecimiento de la cebolla.

También se proponen modelos conceptuales de laboratorios epistemológicos en la clase de matemáticas como espacio de construcción conceptual y experimentación con lo concreto y con lo imaginario. Este espacio es un ejemplo de laboratorio en la escuela que permite realizar experimentos imaginarios, los cuales:

> consisten en imaginar una actividad humana, una situación intencional donde se pueda intervenir a través de los conocimientos previos de los educandos, con el objetivo de construir un tránsito cognitivo y social del conocimiento empírico, al conocimiento teórico, y al conocimiento abstracto, en un sentido funcional de las matemáticas. (García Jiménez, 2016, p. 8)

De ahí que el maestro sea visto como un artífice de posibilidades, donde él construye las condiciones en las que el saber se transforma, en la medida en que llega al estudiante y repercute en sus formas de comprender el mundo desde lo funcional de los conocimientos y, en este caso, del saber matemático. Esto ocurre ya que, como dice García Jiménez (2016), "el educando asiste a la escuela con la intención de aprender algo funcional, algo que le sirva para la vida, pero la génesis de la funcionalidad de los aprendizajes está en los conocimientos y sentimientos previos" (p. 3).

Bajo esta lógica de construir conocimientos a partir de la experiencia, no solo se aporta al estudio de las matemáticas en el ambiente escolar, sino que también se aporta a las dinámicas de relacionamiento entre los individuos. Lo anterior se debe a que, como afirma Godoy et al. (2014) "hacer prácticas en los salones de clases es parte del objetivo, la experimentación, la consulta y la simulación, además de la convivencia y la interacción grupal" (p. 120). Así, se demuestra la posibilidad no solo de transformar la relación que existe entre los individuos y el saber, sino aportar a ese entramado de relaciones entre los humanos.

Otra de las intenciones formativas del laboratorio es la que proponen Calderón et al. (2015), donde el laboratorio puede ser usado para estimular la curiosidad y el gusto por la investigación y el descubrimiento. Además, presentan una alternativa en la que las ciencias pueden ser estudiadas en un laboratorio de bajo costo, al hacer uso de tecnologías de la información y la comunicación. De esta manera, hacen un aporte conceptual y práctico ante la desigualdad.

Por otra parte, se identifican experiencias cuya intención pedagógica es la creación de laboratorios de matemáticas para reconocer una diversidad de motivos que hacen que investigadores y educadores matemáticos vean necesaria la transformación de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la clase de matemáticas. Frente a esto Chevallard et al. (2000) proponen que la clase de matemáticas debe ser un espacio en el que no solo se gestan condiciones para el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, sino que también se posibilitan las herramientas para que este sea un verdadero espacio de estudio de las matemáticas.

Con relación a esto, estudiar matemáticas es una apuesta que hace presencia en propuestas de laboratorio de matemáticas en Latinoamérica, donde se reconoce que en unos casos se hace de forma consciente e intencionada, pero en otros resultan estudiando matemáticas sin pensar que estan estudiando y haciendo matemáticas que transgreden los actos de aprender y de enseñar.
En los siguientes apartados, se profundiza en las coincidencias y divergencias entre las tendencias en esta estrategia de laboratorio que registra la literatura. Además, se aborda la dimensión conceptual que corresponde a los elementos teóricos relacionados con el error como movilizador del aprendizaje, el aprendizaje experimental en el aula de clase y las interacciones en el aprendizaje de las matemáticas. Todo esto se entiende como herramientas que permiten identificar y estudiar actitudes y procesos de los estudiantes, una vez se apliquen los instrumentos de investigación.

2.2 Laboratorio de matemáticas: ideas que se comparten y otras que se distancian

Antes de mencionar las convergencias de los planteamientos de diferentes autores frente a la creación de laboratorios de matemáticas en la escuela, es necesario definir, en el proceso analítico y reflexivo de las teorías, qué es un laboratorio de matemáticas para el contexto de esta investigación.

Algunos teóricos rastreados ofrecen una serie de perspectivas en las que es posible identificar las posibilidades del laboratorio ante la transformación de la realidad de las clases de matemáticas. Por esto, se define el *laboratorio de matemáticas* como un espacio para aprender, enseñar y estudiar matemáticas, por medio de la acción experimental y el aprendizaje heurístico[6], para encajar en el potencial que posee como propuesta experimental, como ambiente de aprendizaje o como estrategia pedagógica. Estas perspectivas están bien argumentadas por

[6] Aprendizaje también llamado por descubrimiento.

autores como Casallas (1998), Tobón (2018) y Arce (2004), lo que permiten robustecer la conceptualización frente al laboratorio de matemáticas.

Con relación a la definición antes presentada, se identifican en la literatura coincidencias y divergencias entre la intencionalidad de crear un laboratorio de matemáticas en la escuela. Hasta el momento, se ha mencionado que la base de toda transformación debe darse en el campo práctico de las acciones que rodean el acto educativo. Sumado a esto, es fundamental rescatar el papel que adquieren los alumnos en un laboratorio de matemáticas. Esto se debe a que es posible reconocer ideas que redefinen el papel de los alumnos, al asumirlos con un papel activo que les permite hacer parte de la construcción del saber propio y el de otros en espacios de laboratorio (Casallas, 1998; Cisneros y Castro, 2017; Tobón, 2018).

En dirección a las coincidencias teóricas que la literatura proporciona, se identifican, en una variedad de autores, planteamientos en los cuales el contexto próximo a los estudiantes es determinante en la comprensión de las ideas, y lo aprendido tiene sentido práctico en la medida en que es aplicable a la realidad de los estudiantes. En este sentido, Cisneros y Castro (2017) aseguran que el entorno social es la fuente en la que se basa el desarrollo conceptual del alumno. Además, el conocimiento escolar tiene la posibilidad de enriquecerse por medio de las interacciones con el entorno (Casallas, 1998).

Seguidamente, se identifica la importancia que tiene el binomio *maestro-estudiante* en ambientes de comprobación y experimentación como lo son los laboratorios, al ser los estudiantes los constructores del conocimiento por medio del acto experimental. En este proceso, el rol del docente no está determinado por una seguidilla de procedimientos en el laboratorio, sino que está marcado por una actitud activa e inquisidora en los saberes que se adquieren y se redefinen en el laboratorio (Casallas J, 1998; Godoy et al. 2014; Jimenez, 2010).

En este mismo sentido, las coincidencias teóricas más fuertes registradas en la literatura corresponden a la idea de que un laboratorio de matemáticas es una estrategia de aprendizaje en la cual es posible transformar el sistema de referencias que poseen los individuos frente al saber matemático (Pabón et al. 2008). Este aspecto corresponde a una de las intencionalidades investigativas, ya que interesa hacer una renovación de la clase de matemáticas transformada en un laboratorio, para renovar el pensamiento y las formas en las que los individuos se relacionan con el saber.

Además, el laboratorio de matemáticas, definido como estrategia de aprendizaje, posee una característica fuerte en la utilización de material manipulativo, ya que en el laboratorio se encuentran una serie de actividades matemáticas que son resueltas a través de la manipulación de materiales, la creación de modelos visuales y la interiorización conceptual (Arce, 2004; Pabón et al. 2008). En este orden de ideas, otra de las posturas teóricas que comparten los autores antes citados hace referencia al laboratorio de matemáticas como espacio dispuesto para la producción de conocimiento matemático. Esto sucede ya que, desde la perspectiva de Chevallard et al. (2000), si en las escuelas se propician espacios para el aprendizaje, la enseñanza y el estudio de las matemáticas, es consecuente registrar creaciones referidas al pensamiento matemático en las escuelas.

Con respecto a las divergencias que se encuentran en la literatura, una de las más fuertes hace referencia a la concepción del laboratorio en la escuela como espacio en el cual las actividades están regidas por una lista de chequeo desde el tradicionalismo del pensamiento científico. En autores como Miranda Fernández y Andrés (2009) y Fernández Marchesi (2018) se encuentra una crítica fuerte al tradicionalismo de la enseñanza de las ciencias y en especial de los espacios dispuestos para la experimentación. Así, en muchos casos, “los trabajos experimentales que se realizan en las aulas se reducen a experiencias tipo recetas que generan poca motivación y favorece un número limitado de competencias” (Miranda Fernández & Andrés, 2009, p. 4). Este aspecto se distancia de las intenciones formativas que rodean la creación de un laboratorio en las clases de matemáticas.

Sumado a lo antes dicho, esta investigación se distancia del tradicionalismo de las ciencias, pero se reafirma en la concepción que es nutrida por la profesora Fernández Marchesi (2018), en la cual las actividades de laboratorio son acciones propias de las disciplinas científicas, en las que predomina el enfoque investigador, y la fuente de información es el fenómeno explorado bajo el propósito del desarrollo de la indagación científica. Dicha indagación es nutrida por concebir al error y a la experiencia como agentes movilizadores del aprendizaje en las clases de matemáticas. En el siguiente apartado se presentan los argumentos que soportan el error y el acto experimental como parte de la dimensión conceptual de esta investigación.

2.3 El error y la experiencia como movilizadores del aprendizaje

Comúnmente, se habla del error como ese elemento conceptual que no es de alta estima para muchos, en especial cuando hablamos de la formación de los individuos. Es por esto que se reafirma que esta propuesta investigativa dirige su atención a cosas que para muchos investigadores en educación matemática no tendrían por qué ser investigadas. Pero en este caso son de alto valor y, gracias a la literatura, es posible rescatar del olvido epistemológico y didáctico al error, que ha estado presente en los espacios de formación de la humanidad. En segundo lugar/Adicionalmente, se presentan esas ideas que soportan la experimentación a la hora de aprender.

Lo más importante a la hora de hablar del error en las clases de matemáticas o en cualquier aspecto de la vida de los seres humanos es reconocer que "desde la óptica de una epistemología didáctica, los errores dejan de ser equivocaciones estériles o triviales; porque la falibilidad es parte de la naturaleza cognitiva y afectiva del ser humano" (p. 6). El profesor García Jiménez (2016) nos recuerda el sello más grande que tenemos como humanos, el cual corresponde a construir sabiduría de las cosas que no salen como se pensaban, porque el fallar no solo es equivocación, sino también recopilación de información para transformar el error en saber experiencial.Es por esto que el error y la experiencia están en estrecha relación, ya que, en un sentido lógico, si el error nos marca, es de esperar que lo vivido se convierta en una experiencia. De ahí parte la necesidad de que el error sea un movilizador del aprendizaje en el laboratorio, para comprender que en el error existen posibilidades de intentar, persistir y hacerse poseedor de eso que no se posee, y por ende hacerce conocedor de eso que no se sabe.

Por otra parte, en las aulas se proponen actividades experimentales en las cuales los individuos reconozcan el papel del científico moderno, para comprender que, en relación con la actividad experimental en las ciencias, se puede decir que en la ciencia contemporánea se da un doble movimiento: el empirismo necesita ser comprendido y el racionalismo necesita ser aplicado (Bachelard, como se citó en Malagón et al., 2011). En estas palabras es posible identificar que, en las pretenciones de que en la clase de matemáticas tenga lugar la experimentación, cobra importancia el trabajo empírico bajo el soporte de las teorías y el diálogo de todo argumento teórico con su aplicabilidad a la vida real.

De esta manera, surgen comprensiones frente a lo experimental en las clases de matemáticas al entender que "para los primeros matemáticos los objetos matemáticos se buscan en la realidad observable y experiemental" (Jiménez, 2010, p. 7). Es así como este profesor excibe algunas miradas filosóficas frente a concepciones referidas al conocimiento matemático. Estas hablan del realismo filosófico, el cual argumenta que “los objetos matemáticos existen independientes del sujeto, es decir los objetos no se inventan, sino que se descubren” (p. 7), aspecto que no se distancia mucho de la mirada del empirismo filosófico. Estas bases históricas en el pensamiento racional de las personas muestran que habido una separación desaconsejable de las matemáticas puras y las matemáticas aplicadas o experimentales (Jiménez, 2010).

En relación con lo antes dicho, Calderon et al. (2015) proponen que en el acto experimental se entiende lo funcional de las observaciones y los experimentos para establecer la provisionalidad de las teorias de las ciencias. Esto cobra el sentido de que todo acto experimental pone en juicio y rebela el carácter provisional de muchas leyes de las ciencias y su veracidad en el mundo real. En otras palabras, Malagón et al. (2011) retoman a Khun (1988) para plantear que el experimento tiene en cuenta dos posiciones, como un medio para validar los conocimientos (hipotético-deductiva) y como base para la elaboración del conocimiento sobre sí mismo (inductiva).

Con esto, es posible afirmar que “aceptar, como constante didáctica, el error experimental, la intuición equivocada, la conjetura insuficientemente fundada, convirtiéndose en momentos didácticos de importancia para generar procesos de aprendizaje” (Pabón et al., 2008, p. 198) es una alternativa en la cual comienza a gestarse la renovación del sistema educativo. Para esto, se parte de las prácticas mismas que conciben al trabajo experimental como una ocasión privilegiada para construir y desarrollar conceptos. Así pues, al mismo tiempo que moviliza conceptos, será necesario reformular algunos, enriquecer y eventualmente aprender otros. Estas ideas de López (2002), que Miranda Fernández y Andrés (2009) retoman elocuentemente, soportan el acto experimental como alternativa que moviliza el saber matemático en las clases.

Finalmente, reconocer en el error una oportunidad que en las clases de matemáticas movilice a los estudiantes y los convierta en poseedores del saber matemático es una alternativa poco explorada y que, en relación con el proceso experimental de las ciencias y de las prácticas pedagógicas, sirve de lente para confirmar el cumplimiento del objeto de investigación. Ahora, en la sesión final de este capítulo, se presenta otra de las categorías teóricas en las cuales se instaura la dimensión conceptual del proceso investigativo. Esta corresponde a las acciones de los individuos que afectan y repercuten en las formas de aprender, estudiar y enseñar matemáticas.

2.4 La interacción en el aprendizaje de las matemáticas

En cuanto a las acciones de los individuos que están presentes en las clases de matemáticas, desde el capítulo anterior, con los aspectos propios de la observación participante, se han presentado al lector algunas ideas que representan el sentir de los estudiantes en la escuela y, en especial, en las clases de matemáticas. Este sentir habla de la desconexión con el saber matemático y, en este momento de conceptualización, interesa abordarlo desde una mirada integradora del humano, en la cual el saber se conecta con el individuo en la medida que conecta con su entorno y con los demás sujetos que integran el proceso de formación.

Uno de esos personajes que integra la formación del individuo es el maestro, quien determina, con su forma de ver su labor, lo propositivo e innovador del acto de educar. Además, para hablar de las relaciones que se transforman en el laboratorio de matemáticas, es necesario hablar de que "la actuación del profesor frente a sus estudiantes, la mayoría de las veces implícita e inconsciente determina en gran medida el progreso de ellos, los resultados en sus aprendizajes y el gusto o la aversión por las matemáticas" (Jiménez, 2010, p. 2). Esta propuesta, en análisis con la realidad vivida en la IE, debe ir acompañada de muchos más factores que sustenten esa desconexión. Entre ellos, el lenguaje, que al inicio del capítulo fue mencionado, debe ser traído a esta conceptualización, ya que se forma una conciencia frente a que "mientras el maestro maneja un código(lenguaje) particular en el desarrollo de su clase, cada uno de los estudiantes posee códigos que les permiten interpretar lo que allí sucede" (Casallas, 1998, p. 4). Esto habla de un maestro en la capacidad de dar sentido y direccionalidad a esos múltiples códigos de los estudiantes que confluyen en el lenguaje de las matemáticas.

Quienes poseen el lenguaje de las matemáticas lo usan en múltiples direcciones e interpretaciones. De esto surge la exigencia que se le hace al maestro de matemáticas para concebirse como un constructor de posibilidades y destructor de dogmas que limitan el pensamiento y el potencial de la educación matemática en los individuos. Tal exigencia se debe a que, si el maestro es un ser abierto a las múltiples formas de concebir un mismo fenómeno, todo código creado por sus estudiantes puede ser descifrado y puesto en diálogo con las teorias que dan soporte al andamiaje conceptual de una ciencia como las matemáticas.

Para finalizar este capítulo, es de agregar que las acciones del maestro de matemáticas cuentan mucho para problematizar las relaciones. Entre esas acciones, la posesión del lenguaje por parte de sus alumnos y de sí mismo es esencial, sumado a las acciones de los estudiantes que en muchos casos no son despectivas hacia las matemáticas, sino hacia las formas tradicionales en las que se ha condicionado la clase de matemáticas. Chevallard et al. (2000) lo afirman cuando argumentan que es común pensar que el alumno no tiene una buena actitud respecto a las matemáticas ni respeto a su propio aprendizaje, que no está suficientemente motivado por el tipo de problemas que se le proponen y que, en definitiva, no tiene ningún interés por saber si sus soluciones son correctas o erróneas. De esto surge la necesidad de que la clase de matemáticas se transformen en pro de la construcción del interés y motivación por las ciencias y sus repercusiones en la vida de los estudiantes.

A continuación, el lector encontrará los elementos que orientaron el proceso investigativo en torno a asuntos metodológicos. Estos responden al cómo se investigó y qué herramientas conceptuales fueron usadas para desarrollar y analizar la propuesta de aula que se aplicó en la IE.

Capítulo 3: marco metodológico

En este capítulo de la investigación se desarrollan las ideas que tienen que ver con las condiciones metodológicas que rodean la búsqueda, clasificación y análisis de la información, para el alcance del objetivo investigativo. En este sentido, el lector se encontrará con los argumentos que soportan por qué hacer investigación en educación matemática y, en especial, hacer investigación bajo el enfoque cualitativo, partiendo de un paradigma fenomenológico que da apertura a un método en esta misma línea de pensamiento, para decantar en la propuesta de aula de laboratorio de matemáticas.

Además, en este recorrido se describe la población que hace parte de la investigación, para pasar a los argumentos que soportan el uso de las técnicas e instrumentos que acercaron al maestro investigador a la información. Sumado a esto, se presentan las propuestas de aula que apuntan, en el acto investigativo, a las respuestas de la pregunta de investigación que rodea este trabajo. Para el final de este capítulo, se encontrarán con los aspectos del método de análisis de la información y los elementos éticos que rodean la investigación.

3.1 Paradigma y enfoque de investigación

En este apartado el lector encuentra el paradigma y el enfoque utilizados en el desarrollo de la investigación. Estos fueron elegidos a partir de una reflexión en torno a la importancia de la investigación educativa que "significa aplicar el proceso organizado, sistemático y empírico que sigue el método científico, para comprender, conocer y explicar la realidad educativa como base para construir la ciencia y desarrollar el conocimiento científico de la educación" (Alzina, 2004, p. 37). Es de aclarar que este autor, cuando se refiere al método científico, lo hace para referirse al rigor científico que debe poseer la investigación en educación.

De lo anterior, se identifica una de esas direcciones, referida a investigar para explicar y describir una parte de la realidad educativa que, en este caso, corresponde a la realidad de la clase de matemáticas transformada en un laboratorio. Esto se da ya que, como plantea el maestro Alzina (2004), "la investigación educativa está dirigida a la búsqueda sistemática de nuevos conocimientos con el fin de que estos sirvan de base tanto para la comprensión de los procesos educativos, como para la mejora de la educación" (p. 36). Dicha mejora es visible al poder describir y argumentar, desde las teorías, esos aspectos que permitan hablar de una transformación constante del acto de educar, al ser conscientes del cómo se hace y para qué se hace.

Seguidamente, se comprende que, de ese mundo de posibilidades que se dan en la investigación educativa, es necesario sentar unas bases que plasmen esas concepciones y formas de entender y pensarse esta investigación. Es así que se aproxima a los planteamientos de Espinosa et al. (2011), donde se refiere al paradigma fenomenológico hermenéutico como esa alternativa en la que el conocimiento es un producto social y, por ende, desde este paradigma se busca comprender el comportamiento de la naturaleza humana por medio de la comprensión que surja de los significados sociales.

Dicho lo anterior, un laboratorio de matemáticas que propone transformar las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes por medio de situaciones de medida implica que, desde el método fenomenológico, se estudien las experiencias a partir de las percepciones del sujeto y se descubran así sus vivencias. De esta manera, lo fenomenológico se convierte en una alternativa en la que los estudiantes, el conocimiento producto de la experiencia y el investigador son elementos esenciales para explorar, describir y comprender las experiencias vividas por los participantes (Hernández et al., 2016).

Esta construcción se aproxima a planteamientos que garantizan la riqueza conceptual de ideas que pretenden interpretar y hacerse consciente de los significados de la acción humana. Esto se logra desde el aporte que hace el paradigma fenomenológico hermenéutico, al permitir la problematización de las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes. Es así que para esta investigación retomaremos el enfoque cualitativo dado que, en palabras de Galeano (2020), este “aborda las relaciones subjetivas e intersubjetivas como objetos legítimos de conocimientos científicos” (p. 18). Esto implica que, dentro de esos aspectos que son de interés para investigar, se insista en la pregunta por los significados construidos por los estudiantes desde el proceso individual y colectivo de crear y aprender.

Según Creswell (2009) y Hernández et al. (2016), desde la investigación con un enfoque cualitativo, el investigador se convierte en un sujeto activo, dado que suele participar en una experiencia sostenida. De manera que la investigación cualitativa es una investigación de carácter interpretativo, en la que, según Hernández et al. (2016), la mente del investigador al ingresar al campo tiene que ser inquisitiva. Esto implica que los detalles de lo observado y vivido cobran relevancia dentro de la interpretación del fenómeno que se pretende estudiar.

En este sentido, el estudiante también es un sujeto activo, dado que, a partir de la solución del problema o cuestión que moviliza el pensamiento, realiza conjeturas, propone ideas y utiliza su conocimiento para dar respuesta a los retos que se presentan en el laboratorio de matemáticas (Creswell, 2009). Es decir, de las relaciones entre los estudiantes surgen unos significados y un protagonismo ante el mundo. Esto da apertura a una concepción o una garantía en la cual “el conocimiento es un producto social y su proceso de producción colectiva está atravesado e influenciado por los valores, percepciones y significados de los sujetos que lo construyen” (Galeano, 2020, p. 18).

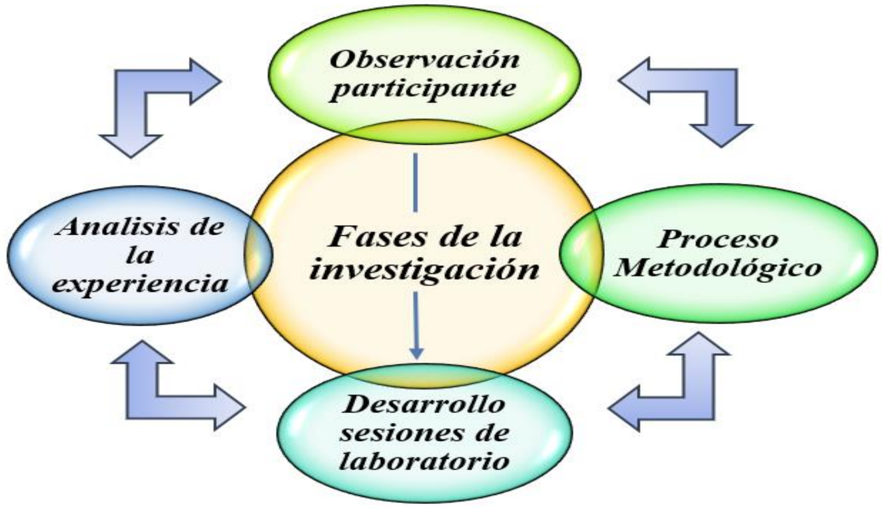
En el siguiente apartado, el lector se encontrará con las fases de investigación y las técnicas e instrumentos usados en la recolección y análisis de la información.

3.2 Fases de la investigación

Sobre esta sesión recaen intenciones que van dirigidas a hacer un recorrido por las fases de la investigación que corresponden a un diseño emergente (Figura 3) (Creswell, 2009), ya que muchos de los asuntos investigativos fueron definidos en el camino. En la primera fase, cobraron sentido los argumentos de la observación participante del capítulo 1 y los primeros acercamientos teóricos, para contrarrestar la problemática identificada. En la segunda fase, se plantearon los asuntos metodológicos que orientaron el proceso de recolección y análisis de la información. Luego, en la tercera fase, se implementaron los laboratorios de matemáticas. Finalmente, en la cuarta fase, se realizó el análisis de la información y, de esta manera, se definieron los resultados del proceso. La figura 3 representa el proceso cíclico de las fases de la investigación.

Figura 3

Fases de la investigación



En el desarrollo de las fases de la investigación, la observación participante permite reconocer que evaluar cualquier proceso en la institución caracterizada en el capítulo 1 determina los criterios o componentes para realizar el proceso evaluativo. Este aspecto se conecta con la investigación al suponer que componentes como el cognitivo, en un ambiente experimental y de laboratorio, puedan llegar a marcar una pauta fundamental para consolidar ideas que desde los conceptos y las teorías se relacionen con lo real. En esa línea de supuestos, otro de los criterios es el comunicativo, que implica en los individuos comunicar abiertamente sus comprensiones e ideas dentro de la exposición de conjeturas o resultados del proceso experimental.

Sumado a estos dos criterios antes mencionados, el componente aplicativo posee un papel fundamental para lo que se propone frente a la desconexión entre los estudiantes y el saber matemático, ya que movilizaría los conceptos al mundo práctico y, con ello, resignificaría[7] la utilidad que todo individuo le da al saber que posee. Por último, el componente crítico posibilita la reflexión referida a las nuevas formas de ver, comprender y sentar postura frente lo aprendido. Estas ideas, que por ahora se han denominado supuestos, surgen de las comprensiones e ideas que se construyen gracias al diálogo con la maestra cooperadora en la IE.

[7] Resignificar es la forma en que retomamos, pensamos y definimos nuevos y modificados significados que poseemos de las cosas.

Con base en la información obtenida de la observación participante y trabajo activo en las sesiones de clase, se puede afirmar que, para responder qué y cómo investigar, es fundamental pensar y definir los componentes para la evaluación que fueron antes mencionados como herramientas que le impliquen a los estudiantes y al maestro en formación pensar en términos de lo cognitivo, comunicativo, aplicativo y crítico. Se deben pensar, además, como esa propuesta de convertir la clase de matemáticas en un laboratorio en el que, al experimentar por medio de situaciones de medida, se aproximen esos saberes a la conciencia del individuo y resulten en aprendizajes que perduren en el tiempo. En este sentido, se presenta en el siguiente apartado el escenario y los participantes con los que se realizó la investigación.

3.3 Escenario y participantes de la investigación

En la lógica de definir el proceso investigativo, es fundamental darles un gran valor a las personas que, con sus ideas y participación, nutrieron cada una de las fases de la investigación. La población que integró este proceso corresponde a los niños del grado quinto de la IE centro de práctica, en diferentes grupos y con una variada participación entre niñas y niños. En la gran mayoría de las fases investigativas, una de las características de la población objeto de estudio y de análisis es el compromiso y dedicación que mostraron a lo largo de las sesiones en las que se acompañó el desarrollo normal de las clases y en los espacios de sesión de laboratorio.

Entrar a describir cómo son los niños del grado quinto no es la intención, ya que en el capítulo 1 se da la importancia necesaria a lo observado en el centro de práctica, a las características y constantes identificadas que tuvieran relación con las matemáticas o que pasaran en las clases de matemáticas. Sin embargo, se resaltan asuntos que hablan de lo fundamental de reconocer en los estudiantes las ganas de superarse y superar los obstáculos que la comprensión de un fenómeno estuviera presentando. Sumado a no rendirse, el aprendizaje de las matemáticas implica aprender de los errores y transformarlos en experiencias que conducen a la superación.

De igual manera, en el proceso fue necesario que el investigador, como ente externo, realizara un proceso de inmersión que tenía como objetivo construir la confianza entre los estudiantes. Este es un proceso que Galeano (2018) plantea como fundamental desde lo fenomenológico para encontrar asuntos relevantes en las experiencias de vida, en este caso, de los estudiantes del grado quinto.

Para terminar, los espacios para el desarrollo de la propuesta se encontraban en condiciones propicias para su buen uso y los recursos a usar siempre cumplían con la intención de ser un soporte y una ayuda al proceso investigativo. La apertura de los espacios, para este caso en específico, determinó la variabilidad en las temáticas y las actividades propuestas en las sesiones de laboratorio.

Ahora se describen las técnicas e instrumentos con los cuales se realizó la recolección de la información a lo largo del proceso investigativo. Es de recordar que estos están definidos desde el método fenomenológico hermenéutico.

3.4 Técnicas e instrumentos de recolección de información

Conforme a lo expuesto con respecto al método fenomenológico y el enfoque cualitativo, se desprenden herramientas que le permiten al maestro presentarse en el salón de clase con una intención pensada y calculada. Esto sucede ya que su práctica está definida por las técnicas que lo posicionan en el aula a partir del hacer pedagógico y, en especial, el hacer pedagógico de un maestro investigador. Para lograrlo, se utilizaron técnicas como la observación participante, la entrevista, el registro de anécdotas, las grabaciones de audio y video, y las producciones de los estudiantes.

Para la observación participante se utilizó el instrumento de bitácora (formato de observación) que, a medida que fueron pasando los días, fue reestructurado y adaptado a las necesidades que las vivencias en el aula de clase implicaban. En las figuras 4 y 5 se presenta el formato de observación usado durante la práctica pedagógica y sus tranformaciones. Las bitácoras permitieron generar reflexiones en cuanto a lo que se encontraba en el aula de clase, aquellos asuntos de las dinámicas en las clases de matemáticas y las realidades abordadas en las mismas.

Figura 4

Formato de observación 1

FORMATO DE OBSERVACION: Modificado 12 Nov		
Area	En integración con:	
Nombre y Apellido del observador:	*Adrian Antonio Marin Zapata*	
Grupo observado: *5ºA y 5ºB*	No. Observación: **16 y 17**	
Items de observación		
Aspecto(s) a observar: durante la sesión del día 8 de noviembre se observó las dinámicas en las que se realizaron las pruebas de ciencias sociales y en unos de los grados, el tiempo alcanzo para trabajar un sudoku geométrico. además se observaran Elementos de la vida escolar que tengan relación con el tema de investigación y que llamen al proceso reflexivo.		
Objetivo(s) de la sesión: a lo largo del día 8 el objetivo corresponde al desarrollo de las pruebas de sociales finalizando las rondas de los exámenes finales, además para el día 10 el objetivo correspondió a la celebración de la navidad con los n años de otra institución. implicando que el trabajo lúdico y práctico planeado no se ejecutara de mejor manera durante ese día.		
Esquema general de la clase o de la actividad: de los esquemas de la clase durante la prueba esta marcado por la distribución de los estudiantes por orden de fila. Y para las clases del día 10 los espacios fueron adaptados a la necesidad de la celebración y el acompañamiento a los niños que no estaban en la celebración por motivo de que no eran padrinos de los niños de la otra institución.		

FECHA: 08/11/2022, 10/11/2022 **HORA: 7:00 am 12:00 m**

Conclusiones, ideas significativas, preguntas, retos y sentires desde la tarea de observar.
Describir las sensaciones durante el día 10 de noviembre, el día de la celebración de la navidad en el CCB, es describir la grandeza que tienen los seres humanos al compartir con otros, desde el amor y la cercanía entre quienes no comparten las mismas condiciones de vida, pero si la inteligencia de saber que, los valores de los otros son medidos, en la capacidad de entregar sin esperar nada a cambio y en los otros de recibir con todo el amor, no solo los regalos, sino el buen trato amoroso de quienes, portan con orgullo el nombre de ser padrinos. Se reconoce desde la actitud de los más grandes y mas pequeños del CCB que eran padrinos, unos corazones no marcados por la capacidad económica de sus familias, sino marcados por un corazón tan grande que comprende que su riqueza solo es medida en la entrega al otro, el respeto y amor a la diferencia que representa ese otro.
"Esta bien pedir ayuda" uno de los lemas que en todas las aulas en las que he tenido la posibilidad de acompañar hace presencia, y que dentro de un dialogo corto con uno de los estudiantes del grado 5, se reafirma lo importan de pedir ayuda y en especial cuando no entendemos algo. Obs. Anteriores
Cree en ti. Dice un lema que dentro del aula genera en mi observación un gusto de comprender la riqueza humana, que tienen quienes dirigen muchos de los procesos de formación dentro de las aulas del CCB, ya que desde la escuela que habla del amor propio, sumado a la convicción y a cosas que no se mencionan como la gratitud, generan buenos hombres y mujeres para el mundo.

Figura 5

Formato de observación 2

Asuntos, anécdotas frente a los contenidos, los estudiantes y la Docente	
Hablemos de.	**Observaciones**
¿Qué estrategias usa el/la docente para preparar la clase o la actividad? ¿Cómo evidencia el/la docente el proceso de aprendizaje de los y las estudiantes?	En cuanto a las estrategias, considero que dentro de la capacidad para utilizar el tiempo de clase, la docente cooperadora, procura llevar al aula ejercicios que le impliquen a los estudiantes retarse para conseguir la solución. Reconociendo dentro del proceso evaluativo un aspecto muy importante de la formación, es posible evidenciar aprendizajes en los estudiantes a medida en que estos resuelven la prueba no es menos tiempo, sino con mayor seguridad de las respuestas dadas.
¿Qué estrategias utiliza para buscar la motivación y generar confianza con el tema que se aborda? ¿Cuáles son las formas en que participan los y las estudiantes?	De la motivación y la confianza se puede afirmar que son movilizadas en la medida en que la profesora les recuerda en numerosas ocasiones que es posible comprender algo, si nos disponemos para ello, y creemos en la posibilidad de saberlo. Se participa desde la comprensión de las actividades a desarrollar y en ocasiones desde la misma incomprensión que nos lleva ser inquietos por el saber.
¿Cómo manifiestan los y las estudiantes el interés hacia el tema que se va a tratar en la clase? ¿Cuáles son las actitudes de los y las estudiantes en clase? ¿Como manifiestan los y las estudiantes la comprensión de los temas?	a lo largo del proceso de observación, es posible identificar que no todas las pruebas generan las mismas sensaciones, y que es fundamental que las pruebas de matemáticas se sientan como la prueba de sociales desde la tranquilidad y concentración que se percibe en el aula. de esta forma preguntando por ¿Como hacer que la evolución del saber matemático, no generen miedo como lo hacen otros saberes?. en relación con lo anterior preocupa la disposición dentro del aula en comparación a la matemática y otras ciencias.

La entrevista, el registro de anécdotas y las grabaciones de audio y video fueron analizadas por medio de la transcripción como instrumento. Estas técnicas permitieron generar reflexiones en cuanto a lo que no era visible en los diarios de campo construidos en cada una de las intervenciones de los laboratorios y las sesiones de clase como tal. En este sentido, permitieron dar una mirada más objetiva con respecto a las reflexiones, análisis y propuestas de los estudiantes. Lo anterior contribuyó a la visualización de aquellos asuntos matemáticos que iban surgiendo y que se convirtieron en la base para proponer soluciones a las experiencias de aprendizaje.

Finalmente, las producciones de los estudiantes fueron recopiladas por medio de fotografías. Estas fueron analizadas y ayudaron a completar los elementos descritos en las transcripciones. Además, develaron las comprensiones que tenían los estudiantes de las ideas propuestas en los laboratorios de matemáticas.

Todas las técnicas anteriores fueron complementadas con el diario de campo (Figura 6) como instrumento y técnica, el cual se compone de elementos reflexivos y analíticos de la práctica docente y del proceso investigativo. En palabras de Espinoza Cid y Ríos Higuera (2017), el diario de campo es un instrumento que aporta a la formación, facilita la implicación y desarrolla la introspección, elementos tan necesarios en la práctica docente.

Figura 6

Diarios de campo

Fecha: martes 21 de marzo

A medida en que pasan los dias en el centro práctica, la participación y acción dentro del aula por parte del maestro en formación es más constante y genera, que las dinámicas en las que los niños juzgan la presencia de uno en la institución, se redefinan en la medida que entienden que las actividades que propone el maestro en formación, tienen valor para el proceso formativo, más allá del valor cuantitativo que todo producto de clase tiene.

En este sentido, aprender de los presupuestos en la clase de matemáticas es un saber, que tiene como propósito dotar a los niños de la capacidad de anticipar, corroborar y argumentar el por qué esa cantidad de presupuesto para construir la huerta, que apunte al desarrollo de los objetivos de desarrollo de las naciones unidad como tema central que relaciona la huerta escolar con aspectos de la vida real y en especial con las soluciones a múltiples problemáticas que aquejan el mundo de hoy. Esto instaurado desde mismo proyecto STEAM que para estas fechas se estaba realizando en los grupos de primaria.

Finalmente, estas técnicas e instrumentos permiten recopilar las experiencias antes y después de la aplicación de la propuesta de aula. Estos instrumentos permiten hablar con sentido de las vivencias y los sentires, relacionados con los nuevos significados que se construyen y se transforman en la clase de matemática al convertirla en un laboratorio. Ahora, en el apartado siguiente, se presenta la síntesis de la propuesta de aula desarrollada con los niños en la I.E.

3.5 Propuesta de laboratorio de matemáticas

Para esta investigación es fundamental interiorizar y problematizar el concepto de heurística como método que será utilizado en el laboratorio de matemáticas para generar conocimiento de forma experimental y poder encontrar un sustento teórico del acto de producir conocimiento por medio de las vivencias que los individuos experimentan. Esto se debe a que la capacidad para relacionar información y, en algunos casos, generar inferencia frente algunos aspectos conceptuales que se están tratando son aspectos que la propuesta de laboratorio posibilita.

Es así que pensar en la desconexión del saber matemático con los estudiantes, al ser abordada desde un espacio de laboratorio, apuesta por el respeto a la diferencia y el reconocimiento de que no todos los seres ven el mundo de la misma forma, lo que permite rescatar la visión de pluralidad. Por esto, es esencial reconocer la acción experimental y de tanteo de los resultados de un procedimiento como una alternativa para reafirmar los procedimientos realizados desde la experiencia propia. Para pensar en la creación de un laboratorio de matemáticas como un espacio movilizador de competencias, es necesario llegar a la comprensión de las temáticas y cuestionar al docente frente a los alcances de lo que están aprendiendo los estudiantes y, en este sentido, preguntar sobre la utilidad de las matemáticas.

Para describir cómo se transforma esa relación como centro de la investigación, se requiere demarcar la estructura real y conceptual de un laboratorio de matemáticas. Esto implica hacerlo desde la marcha y con la puesta en escena de las ideas que están en la clase, donde los conceptos matemáticos procuran jugar a interpretar lógicamente situaciones del mundo que pueden ser medibles. Así, se busca siempre, desde las diversas teorías en la didáctica de la matemática, el conocimiento implicado por la experiencia y la relación entre el saber y quien lo posee; en este sentido, los conceptos e ideas matemáticas organizan fenómenos, en especial, del mundo real y de las matemáticas mismas (Sepúlveda, 2018).

Para explicar diversos fenómenos del mundo llevados a la clase de matemáticas como un laboratorio, se debe lograr una articulación con otras ciencias, donde la comprensión, el uso consciente y la cuantificación de las magnitudes tienen la capacidad para movilizar otros pensamientos en el saber matemático. Esto ocurre ya que, en el trabajo de laboratorio, lo que los estudiantes hacen es influenciado por su visión acerca de la práctica de la ciencia y de la actividad de los científicos (Miranda Fernández y Andrés, 2009).

Dicho lo anterior, se propone, por medio de la clase de matemáticas transformada en un laboratorio, otra manera en que el saber matemático se puede relacionar con los estudiantes. Una muestra de ello es que los estudiantes demuestran confianza cuando, por sí solos, toman las riendas de su creatividad y la dejan fluir. Otra forma es la capacidad para preguntar, ya que las preguntas demuestran confianza en sus pensamientos e inquietudes. Esto demuestra que fluir con habilidades que hablan de hombres y mujeres con capacidad creativa e interpretativa ante el mundo es una oportunidad positiva que justifica la creación de un laboratorio en el cual la relación entre estudiantes y saber matemático se pueda modificar.

Mientras tanto, interesa en esta investigación rescatar la creatividad como una de las habilidades que ciertas actividades potencian desde la mezcla de la construcción de material concreto y la presencia de cálculos matemáticos. Lo anterior permite identificar desde lo aplicativo la fuerza de aprender cosas que se usan en la vida real. Es así que se piensa en una creatividad que sobrepasa el simple acto de tocar y construir en lo concreto, para llegar y edificar saber en los conceptos. Además, la habilidad interpretativa es un aspecto que se logra potenciar con actividades evaluativas que llevan la comprensión a un alto nivel, donde se reconoce el camino que se recorre para llegar a interpretar un procedimiento y esto repercute en cómo se enfrentan a cualquier clase de problema.

Hasta el momento se ha mencionado la construcción de conocimiento en las clases por medio de la heurística; además, se ha hecho mención de que, para apuntar a la desconexión entre el saber matemático y los estudiantes, se sirva de un laboratorio donde se rescate la diversidad en las comprensiones que poseen los individuos, sumados al estudio de fenómenos del mundo y de las matemáticas para crear esa interdisciplinariedad de las ciencias. También se ha mencionado que es necesario rescatar en estos espacios sensaciones de confianza que se traduzcan en impulsos de creatividad en los estudiantes. De estos tópicos es posible develar una construcción que se enmarca en los procesos de investigación en educación matemática, los cuales, preocupados por la reinvención de la labor del docente y las formas en que los estudiantes aprenden matemáticas, proponen una idea de laboratorio que, gracias a la revisión de literatura que la soporta, posee una base fundante en proponer e investigar cosas que poco se han mencionado.

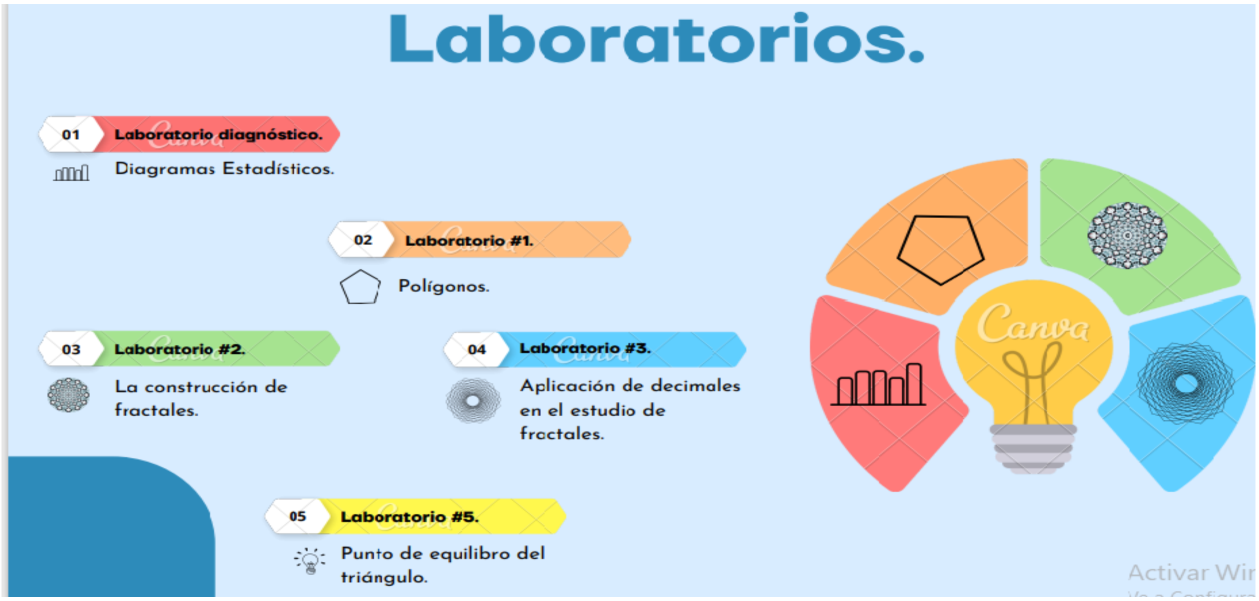
Transformar la clase de matemáticas en un laboratorio, por medio de situaciones de medida, es una alternativa con la cual se quiere rescatar del olvido al pensamiento métrico, al reconocer que mucho de las matemáticas tienen que ver con las magnitudes. De hecho, no solo se busca rescatar al pensamiento métrico, sino también a las matemáticas mismas del tradicionalismo que aburre y no considera la clase de matemáticas como espacio de construcción del saber. En esta propuesta se reconoce que las sesiones de laboratorio se mueven entre el abordaje de saberes intra- y extramatemáticos. Estos saberes, a los ojos de los planteamientos de Chevallard et al. (2000) corresponden, los primeros, a esos saberes que hacen referencia a conceptos y postulados de las mismas matemáticas, y los segundos, a esos saberes que circulan en el mundo y son interpretados con ayuda de la matemáticas.

Los contenidos que serán trabajados están determinados por el interés del maestro investigador y los temas que deben ser abordados en los tiempos y planes institucionales. En este sentido, los temas retoman elementos de la estadística y el análisis de información, los polígonos con sus características, los decimales y la relación con las fracciones. De igual manera, se llevarán a cabo algunas sesiones en las que se relaciona la medición con el uso de los decimales en la construcción de estructuras fractales y cómo están presentes en la escuela. Se muestra en la figura 7 las sesiones del laboratorio de matemáticas desarrollado en la IE, con su respectivo tema.

En los días cercanos al inicio de la aplicación de las sesiones de laboratorio, los estudiantes de la IE estaban trabajando en un proyecto STEM, en el cual las matemáticas hacían presencia con la toma de datos y representaciones estadísticas de los tiempos de crecimiento de las plantas en la huerta escolar. Por este motivo, en las sesiones se articulan situaciones de medida que corresponden a la recolección, registro y representación de algunos datos, al igual que el uso de los decimales en la toma de diferentes medidas y el estudio de figuras de la geometría fractal.

Figura 7

Esquema de laboratorio



Los materiales didácticos que serán usados corresponden a todas aquellas herramientas tecnológicas, gráficas y didácticas que permitan, no llevar el conocimiento al aula, sino que los contenidos puedan llegar a la escuela con el rigor y pertinencia de las ciencias y saber, pero con la particularidad de la creatividad que debe despertar el uso de cualquier material.

La evaluación, como propuesta que pretende transformar las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes, se piensa en el laboratorio de matemáticas como un espacioformativo y crítico con respecto a las acciones que cobran fuerza en el laboratorio. Desde las primeras sesiones, se asume, como se describe en esta investigación, que la clase de matemáticas y, en especial, la evaluación del saber matemático sean actos prácticos y bien pensados., En muchos casos, los estudiantes son evaluados en los aspectos cognitivos, comunicativos y críticos por medio de un diálogo corto o un debate de ideas. Esto genera un reto para los estudiantes que piensan que sus notas solo tienen sentido en las evaluaciones trimestrales.

En la siguiente tabla se presenta una recopilación de las ideas propuestas en cada uno de los laboratorios de matemáticas.

Tabla 1

Recopilación de sesiones de laboratorio

Sesiones de laboratorio	***Nombre o tema***	***Objetivo***	***Descripción***	***Conceptos***
Sesión diagnóstica	Diagramas estadísticos	Resignificar de forma práctica el uso de diagramas estadísticos, como el de barras, lineales y circulares, en la representación de datos.	Los estudiantes conformarán tres grupos que estarán constituidos por 10 estudiantes cada uno. El maestro asignará los objetos de estudio de cada equipo dentro del laboratorio, los cuales serán las alturas de los compañeros y el salón de clase con sus dimensiones.	Análisis de datos. Diagramas estadísticos.
Sesión número 1	Polígonos	Aproximar a los estudiantes a las ideas y conceptos sobre las figuras geométricas y, en especial, los polígonos, desde una forma en la que las propiedades les permitan definir un polígono, más allá de memorizar los nombres, y puedan relacionar estas	Los estudiantes recopilarán la información, relacionada con los polígonos por medio de un mapa conceptual. Con este insumo, los estudiantes pasarán a construir un *lapbook* que recopile los aspectos característicos de los polígonos	Polígonos y sus propiedades. Relaciones figurales e interfigurales.

		construcciones a partir de los lados y ángulos que posee.		
Sesión número 2	La construcción de fractales	Reconocer las características de los fractales en situaciones y fenómenos de la realidad, a través del uso de los números decimales como herramienta para problematizar aspectos del área y perímetro de los fractales.	Los estudiantes construirán un fractal conocido como el triángulo de Sierpinski. Esto tendrá la intención de que los estudiantes puedan experimentar con la posibilidad de construir algo iterando (repitiendo) y, con esto, logren reconocer las características de un fractal y la relación con los objetos del mundo	Geometrías no euclidianas. Números decimales. Series. Medidas.
Sesión número 3	Aplicación de decimales en el estudio de fractales	Evidenciar, por medio del estudio de fractales, el dominio de los números decimales, y poder describir las variaciones en el proceso de recubrir una figura o superficie como proceso que es uno de los orígenes de la teoría fractal.	Para esta sesión de laboratorio se propone que los estudiantes hagan uso de los elementos conceptuales de los números decimales, para estudiar la longitud de línea de costa, con la intención de replicar el proceso experimental que da origen a la teoría fractal que se trabajó en la sesión anterior.	Estructuras fractales. Números decimales. Procesos iterados. Área y longitud.
Sesión número 4	Punto de equilibro del triángulo.	Conocer algunas partes del triángulo, para problematizar frente al punto de equilibrio	Para esta sesión se propone a los estudiantes un espacio para conocer otras partes de los triángulos, en búsqueda del	Medidas de los triángulos.

		de este polígono. Este es un pretexto para introducir al equilibrio de las figuras en las dimensiones 2D y 3D.	punto de equilibrio de este polígono. Se propone un espacio en el que ellos problematicen el punto de equilibrio de una figura como el triángulo, por medio del proceso de encontrar el circuncentro, el baricentro y el ortocentro, y de esta forma, por medio de un lápiz y el efecto rotatorio de las figuras, el estudiante comprobará cuál de esos puntos obedece al punto de equilibrio	Punto de equilibrio de un triángulo.

3.6 Métodos de análisis

En esta sesión, se presenta el método de análisis para esta propuesta. Esta herramienta permite definir el análisis como un proceso continuo y que ha comenzado desde el momento mismo de la observación participante y el desarrollo de las sesiones de laboratorio (Hernández et al., 2014). Para esta investigación, interesa tener de base un método analítico fenomenológico, que sea enriquecido por las ideas del análisis que se desarrolla en la investigación cualitativa. Desde lo fenomenológico, se reconocen cuatro fases de análisis en las cuales se recopila lo ejecutado en la práctica. Con esto, se aproxima al proceso de captar los significados construidos, para que sean contrastados con las teorías que han soportado esta construcción y se termine en la etapa de discusión de resultados. Lo anterior reconoce y se interconecta con las ideas de Laura Fernanda et al. (2020) y Hernandez et al. (2006).

Además, en cada una de esas fases se desarrollan otros ítems que corresponden a elementos propios definidos por el análisis cualitativo. En este sentido, en la primera etapa interesa comprender los objetivos de los cuales se parte en el proceso investigativo. Luego, se exciben los presupuestos y preconceptos del investigador que podrían intervenir sobre la investigación, para mostrar las concepciones teóricas que dan vida al marco teórico, bajo un proceso en el cual se exploran los datos y se crean categorías para imponerles una estructura. Por otra parte, la segunda etapa se encarga de describir la realidad vivida por los estudiantes en relación a lo investigado, obtenido de datos de diversas fuentes, para entrar a describir las categorías, patrones, temas y conceptos, así como sus vínculos con la realidad observada, con el fin de otorgarle sentido, interpretarlos y explicarlos en función del planteamiento del problema (Hernandez Sampieri et al. 2006).

Sumado a lo antes dicho, en la segunda etapa es necesario comprender en profundidad el contexto que rodea a los datos y, en este sentido, crear una reconstrucción de hechos e historias que permitan, desde lo investigado, redactar una anécdota personal en búsqueda de los significados ocultos de lo investigado. Lo anterior se hace con el fin de pasar a la tercera etapa de análisis y estudio de lo observado en la investigación. Para llegar a comprender el significado esencial de algo, y en este caso rescatar los significados respecto al laboratorio en la clase de matemáticas, es necesario vincular los resultados con el conocimiento disponible, para captar la esencia pedagógica de una determinada experiencia (Laura Fernanda et al., 2020).

Por último, se plantea una cuarta etapa en la cual se llega a la discusión de resultados. Se presentan algunos análisis efectuados, en contraste con los planteamientos de otras investigaciones, a través de un espacio para la creación de una teoría fundamentada en los datos. Estos, al ser de corte cualitativo, poseen una marca en lo subjetivo de lo investigado, ya que entran en juego las percepciones, sentimientos y experiencias del investigador.

Estas ideas serán desarrolladas paso a paso en el capítulo siguiente, acompañados de un analisis de los instrumentos que proporcionan los datos extraídos de la realidad para configurar algo más de las teorías que tienen que ver con la educación matemática y las nuevas formas de hacer de esta práctica algo más revolucionario en el buen sentido de la palabra.

3.7 Ética de la investigación

En esta sesión, correspondiente a los aspectos éticos que rodean esta investigación, se realiza un recorrido por algunas ideas que representan los valores de la investigación científica que, en espacios de investigación en las ciencias humanas, cobran un valor que debe ser protegido por respeto a las ciencias, a los sujetos investigados y al investigador. Por esto, es necesario comprender que en la investigación cualitativa se indaga en la condición humana, lo que implica indagar en las condiciones propias de la subjetividad, bajo una mirada que reconoce y trabaja con la individualidad de los sujetos como parte fundante del proceso investigador (Gonzalez Avila, 2002).

En relación con lo anterior, González Ávila (2002) propone unos elementos que debe contemplar la investigación cualitativa. Uno de ellos es el *valor social*, que se refiere a la importancia social y científica que aporta la intervención que conduzca al mejoramiento de la vida o el bienestar de la población influenciada por la investigación. Otro de esos elementos es la *validez científica*, es decir, que se genere la correspondencia entre la realidad multidimensional de los sujetos investigados y el marco teórico y el método utilizado a la hora de investigar.

Otro de esos elementos éticos corresponde a la gestación de un espacio de *condiciones de diálogo auténtico*, en el cual la comunicación entre investigador e investigado es clave de los conocimientos que se construyen en el acto investigativo acerca de la evaluación independiente, que hace referencia al distanciamiento que debe hacer el investigador de sus percepciones y valores a la hora de analizar y considerar las producciones de los individuos investigados. Para finalizar, los *consentimientos informados* garantizan a quienes integran el proceso investigativo estar por voluntad propia y, como lo afirma González Ávila (2002), que su participación sea compatible con sus valores, intereses y preferencias.

A lo largo de las líneas anteriores se ha mencionado el cómo y el cuándo de la investigación. Ahora, el lector se encontrará con una consolidación teórica-analítica que pretende aportar a la transformación de la realidad de la clase de matemáticas como un laboratorio. Además, bajo este pretexto, se busca soportar, desde los resultados y vivencias en el aula, el cómo se transforman las relaciones de los estudiantes con el saber matemático.

Capítulo 4: análisis de la investigación

En el comienzo de este proceso investigativo, se ha realizado un recorrido por las vivencias en la IE para relacionarlas con aspectos de las teorías que son el marco teórico de esta investigación y que, además, dan soporte al marco metodológico que estructura la ejecución de la propuesta de aula. En este capítulo, se desarrollarán las ideas expuestas en la sesión 3.7 del capítulo anterior y se presentarán de manera lógica los resultados de esta investigación, mediante la mezcla de un método analítico fenomenológico con el método analítico propio de las investigaciones cualitativas.

Con ayuda de los instrumentos de recolección de los datos de la investigación, se desarrollan las cuatro etapas del proceso analítico. En cada una de estas etapas, hacen presencia los datos que arrojan las bitácoras, diarios de campo, registros fotográficos, construcciones gráficas y encuesta a los estudiantes. Todo esto (se presenta) con relación a la propuesta de aula de transformar la clase de matemáticas en un laboratorio por medio de situaciones de medida.

La primera etapa comienza al retomar el objetivo principal de esta investigación para presentar los intereses y percepciones que puedan influir en el análisis de los datos y, seguidamente, mostrar las concepciones teóricas que permitan explorar los datos y clasificarlos en categorías. Se retoma, además, para que en la segunda etapa sea presentado el relato de las vivencias en el aula respecto a lo investigado, y se comiencen a rescatar conceptos, temas y patrones que hablen del vínculo con la realidad observada en las sesiones de laboratorio. Adicionalmente, se continúa trabajando sobre el objetivo principal para seguir caracterizando los datos y mostrar la relación con el problema de investigación.

Esta segunda etapa finaliza con la creación de un relato histórico y vivencial, respecto a los significados ocultos en la investigación. En este sentido de los significados, la tercera etapa corresponde al análisis y registro de lo observado a los ojos de las teorías, para rescatar los significados construidos alrededor de la clase de matemáticas transformada en un laboratorio. Así, es posible captar la esencia pedagógica de cada una da las experiencias de laboratorio.

Para terminar con la cuarta etapa de resultados, se contrastan los hallazgos propios con las ideas leídas en la literatura, para consolidar y dar vida a una teoría fundamentada en los datos producto de la realidad que es analizada a la luz de los conceptos, que deben dialogar con las percepciones y valores del investigador y su subjetividad que no se desprende de él a la hora de investigar. Los párrafos anteriores y sus ideas están soportadas en planteamientos de Laura Fernanda et al. (2020) y Hernandez Sampieri et al. (2006).

Ahora, inicia un tramo del camino investigativo que reconoce la trayectoria de los procesos y las ideas que se proponen para transformar la clase de matemáticas en un espacio que convoque y llame a los individuos a ser poseedores del saber.

4.1 Retomar el foco intencional de lo investigado

Para comenzar, es necesario retomar y comprender los objetivos de la investigación y, con esto, construir un relato en el cual se presentan los preconceptos y presupuestos que influyen en el proceso. Con lo anterior, se muestran las concepciones teóricas que estructuran el marco teórico y, con esto, se construyen categorías en las cuales los datos y la información disponible será analizada más adelante.

En un inicio del proceso investigativo, habitar la IE permite inspirar el pensamiento y movilizar las ideas que estén en la capacidad de transformar la realidad de los estudiantes. Es por esto que el objetivo principal de esta investigación apunta a describir cómo se transforman las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes en la clase de matemáticas convertida en un laboratorio. Este objetivo conduce a querer responder el cómo se transforman esas relaciones y qué tan apropiado es el laboratorio para lograr esa transformación. Esto se cuestiona para reconocer que, en el valor de la subjetividad en el análisis cualitativo, es posible rescatar no un recetario para la clase de matemáticas como laboratorio, sino una experiencia que ejemplifica las múltiples formas en las que el saber matemático llega a los estudiantes, no de forma rígida, sino más próxima a su realidad.

El porqué de querer responder por medio de la investigación a la desconexión entre el saber matemático y los estudiantes corresponde a unos imaginarios que posee el investigador a lo largo de su formación docente. Estos hacen referencia a concebir la clase de matemáticas como un espacio de creación y desarrollo del pensamiento en las personas. Es por esto que proponer un laboratorio es una forma en la que los múltiples pensamientos de los estudiantes se pueden integrar para construir aprendizajes significativos, ya que tienen la capacidad de ser útiles y perdurar en el tiempo y en la conciencia de los individuos.

Además, otra de esas preconcepciones que influencia lo investigado corresponde a la idea de que en los individuos los aprendizajes significativos se construyen en lo experiencial de la vida. En este sentido, el saber matemático, como lo concebían muchas escuelas filosóficas de la antigüedad, proviene del acto experimental. Todo aquello que trasciende de lo experiencial, gracias al pensamiento racional, tiene la característica de estar consolidado bajo el mundo de los conceptos, que, gracias al pensamiento, se construyen, se redefinen y permiten hablar con sentido lógico de las cosas.

En esta lógica, el sentido del proceso investigativo plantea un camino en el cual se describen las concepciones teóricas que parten del pensamiento racional y permiten un análisis de los datos que originan los instrumentos usados en la investigación. En los tres apartados siguientes, se presentan las categorías conceptuales para comenzar a describir cómo se transforman las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes.

4.1.1 Aprendizaje experimental

Con relación a este apartado, uno de los preceptos conceptuales que, a lo largo del proceso investigativo, ha cobrado valor y relevancia corresponde al *aprendizaje experimental*. Esta idea pretende articular lo que se vive en la propuesta de aula, al crear un espacio de laboratorio con los aprendizajes producto del contacto y cercanía con los objetos estudiados. De este modo, se rescatan las ideas del capítulo 2, donde es posible concebir al proceso experimental, desde una variedad de autores, como un momento que le facilita a los individuos adquirir el saber frente a algo. Esto ocurre ya que realizar procesos de experimentación se concibe como una manera de producción del pensamiento matemático (Arce, 2004).

Además, el proceso experimental en un laboratorio de matemáticas, y en especial en uno de situaciones de medida, tiene como objetivo servirse de las conexiones dinámicas[8] que pueden surgir de las diferentes representaciones posibles del conocimiento matemático, sean estas numéricas, gráficas, algebraicas, verbales e incluso icónicas (Pabón et al. 2008). Esto tieneel fin

[8] Son aquellas relaciones entre las diferentes formas de representar las matemáticas y los diferentes pensamientos.

de aproximar a los estudiantes a la comprensión de fenómenos de las matemáticas mismas o del mundo que nos rodea.

Por otra parte, la literatura analizada permite argumentar que todo espacio de laboratorio que se crea en la escuela, en pro de la producción de aprendizajes por medio de la experiencia, debe estar marcado por el uso y la manipulación consciente de diversos materiales de trabajo, ya que el contacto con los instrumentos genera aprendizajes. Sin embargo, los instrumentos no son mediadores en sí; son necesarios la acción del docente y los usos lingüísticos para que esos instrumentos cobren sentido en el desarrollo de la práctica (Cisneros y Castro, 2017).

Ahora, se tiene una claridad frente a los aspectos del aprendizaje experimental. Algunos serán rastreados en la información recolectada. Esto corresponde a identificar en las sesiones de laboratorio qué tanto apuntan a la construcción de conocimientos matemáticos, sumado a qué tipos de conexiones dinámicas se lograron y cómo esa manipulación de materiales es una herramienta en pro de la constucción de aprendizajes experimentales.

4.1.2 El error como movilizador del aprendizaje

Pasado el apartado del aprendizaje experimental, se llega a otro concepto que da soporte teórico a la investigación, el ***error como movilizador del aprendizaje***. Es un elemento que integra la formación de los individuos, ya que se reconoce en el error un potencial creador de aprendizajes que pasan por la experiencia y generan que la equivocación, en el aprendizaje de las matemáticas, sea visto como una alternativa para redefinir las comprensiones que tienen los estudiantes frente a una situación del mundo real o del contexto propio de las matemáticas.

Plantear el error como un elemento conceptual a la hora de aprender y enseñar matemáticas se hace con el fin de retomar este aspecto como uno de los elementos claves para movilizar las prácticas de la escuela hacia una renovación del sistema educativo. Esto se debe a que fue posible identificar, en el desarrollo de la propuesta de aula con cada uno de los laboratorios, un gusto y una tranquilidad por parte de los niños, al concebir que el error era una base fundante para la realización de las actividades teórico-prácticas, propuestas en las sesiones de laboratorio.

Es así que, en este proceso analítico, interesa reconocer el error como un precepto teórico, para describir cómo ayuda en la modificación de los significados frente al saber matemático, a lo largo de la aplicación de la propuesta de aula. Además, se busca identificar, desde las concepciones de los estudiantes, qué tanto las propuestas de aula en las que es reconocido el error para generar aprendizajes aportan a la renovación del sistema educativo que se aparta de tradicionalismos. Lo anterior resulta de interés dado que "la clase de matemáticas no es una religión, no puede ser un vivero de dogmas y de ideologías acríticas, la clase de matemáticas es una oportunidad para estimular pensamientos y sentimientos más creativos y epistemológicos" (García Jiménez, 2016, p. 10).

Para finalizar este apartado, se reitera en el valor del error a la hora de aprender y enseñar matemáticas. De esto surge de una de las ideas más fuertes que está en dirección a dar respuesta a la pregunta de investigación, la cual habla del desdén de los estudiantes hacia la clase de matemáticas, al sentir el miedo y la frustración que produce el equivocarse en la clase. En relación con esto, se viene proponiendo desde el marco teórico dar relevancia al error, visto no como un obstáculo, sino como una oportunidad en los procesos de aprendizaje de los individuos.

4.1.3 Las relaciones que se transforman en el laboratorio

En cuanto a las relaciones que se transforman en el laboratorio, interesa visualizar cuáles, dentro de la multiplicidad que cobra vida en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se logran modificar gracias a las sesiones del laboratorio de matemáticas. Esto sucede ya que el objetivo central de esta investigación apunta a describir cómo se transforman las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes. Es por esto que se instaura que en esa relación antes mencionada entran en juego otras relaciones y otros individuos que conforman e influencian este proceso de conexión entre el saber y quienes lo poseen.

Por lo anterior, es necesario resaltar el binomio maestro-alumno que cobra vida en el acto educativo, ya que no podemos describir las relaciones que se transforman entre los estudiantes y el saber matemático sin preguntar qué está pasando con el relacionamiento entre el maestro y sus alumnos, sumado a la conexión del maestro con el saber que enseña. Lo anterior se debe a que, para hablar de las relaciones que se transforman en un laboratorio matemáticas, se debe comprender que el aprendizaje es un fenómeno social, que sucede y se desarrolla mediante las relaciones mediadas por intercambios simbólicos entre los niños y todo aquello que los rodea. Lo anterior corresponde a una relectura y reinterpretación de los planteamientos de Cisneros y Castro (2017).

En consonancia con lo antes dicho, para efectos del análisis de los datos y para consolidar una idea frente a las relaciones que se transforman entre el saber matemático y los estudiantes, primero se debe evidenciar las transformaciones en la relación entre maestros y alumnos en las sesiones de laboratorio, sumado a lo que se modifica entre el saber matemático y el docente. Esto se presenta como uno de los caminos para llegar a responder a la transformación de esa relación entre el saber matemático y los estudiantes.

4.2 Descripción: lo vivido en el laboratorio

Pasada la primera etapa de análisis, al retomar el objetivo central y, con esto, el rumbo y las condiciones contextuales y conceptuales que rodean la investigación, se inicia la segunda etapa, que es un proceso descriptivo, en el cual se relata la realidad vivida en cada una de las sesiones de laboratorio. Esto se realiza para ir recopilando los datos de cada uno de los instrumentos que registran el acontecer en cada uno de estos espacios de formación y construcción de aprendizajes en los estudiantes de la IE centro de práctica.

En esta segunda etapa, se comienzan a describir esos conceptos, temas y patrones que resultan de los datos, para configurar un análisis a los ojos de las teorías en las etapas tres y cuatro de este análisis investigativo. Además, para acompañar esa caracterización de los datos, es fundamental comprender en profundidad el contexto que rodea a los datos (Hernández Sampieri et al., 2006). Esta etapa finaliza con un relato, estilo anécdota personal, en el cual se reconstruyen hechos e historias en los que sea posible comenzar a revelar esos significados ocultos en las experiencias recopiladas a lo largo de la investigación.

4.2.1 Todo tiene un origen en la investigación

En el inicio del proceso investigativo, fue clave comprender las razones movilizadoras que llevan a querer investigar en educación matemáticas. Estas residen en cómo se transforman las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes por medio de la transformación de la clase de matemáticas en un laboratorio. Esta idea surge de la observación participante desarrollada en el IE centro de práctica y es expuesta ampliamente en el capítulo 1. Pero en este momento de los análisis, es fundamental reconocer que el origen de lo investigado radica en la intención de proponer un espacio de formación en matemáticas para lograr la transformación del desdén y la apatía de los estudiantes hacia el saber matemático.

Seguidamente, esta propuesta de laboratorio tiene una intención marcada en las situaciones de medida como tema articulador de los tipos de pensamientos de las matemáticas. Así, se pretende problematizar y direccionar el proceso de medir hacia algo que hacemos al contar, comparar, estimar, calcular áreas, perímetros y volumen de algo, más allá de encontrar longitudes. Con lo anterior, para efectos del proceso investigativo y analítico, se presentan las situaciones de medida en las sesiones de laboratorio, con una mirada a los diferentes temas de las matemáticas y los procesos del pensamiento que se desarrollan en cada una de las sesiones propuestas.

Un momento crucial, en el cual se presentan las experiencias vividas luego de desarrollar cada una de las sesiones de laboratorio, se distingue en los apartados de la metodología donde se presenta el laboratorio y lo planeado, ya que, en este caso, se pretende presentar el acontecer y las reacciones de los estudiantes a la hora de ir a la clase de matemáticas y encontrarse en un laboratorio.

4.2.2 Sesiones de laboratorio: experiencias acumuladas

Para comenzar, en lo que se refiere a las experiencias acumuladas en el laboratorio, se intenta identificar cuáles de las situaciones de medida desarrolladas a partir de los planteamientos de Chevallard et al. (2000) corresponden a propuestas en la línea de lo intramatemático o extramatemático. Además, como se menciona en el apartado anterior, se busca identificar los diferentes procesos generales en matemáticas que se pudieron desarrollar en los laboratorios, al reconocer las ideas que pueden ser puestas en diálogo con las concepciones teóricas que demarcan esta investigación.

Dicho lo anterior, en los siguientes párrafos se presenta una descripción de la realidad vivida por los participantes de la investigación en cada una de las sesiones de laboratorio. En un inicio, para no generar alteración en los temas trabajados en las clases de matemáticas en el grado quinto, las situaciones y temáticas tratadas en las sesiones de laboratorio siempre fueron pensadas para el respeto de las temáticas regulares de la clase.

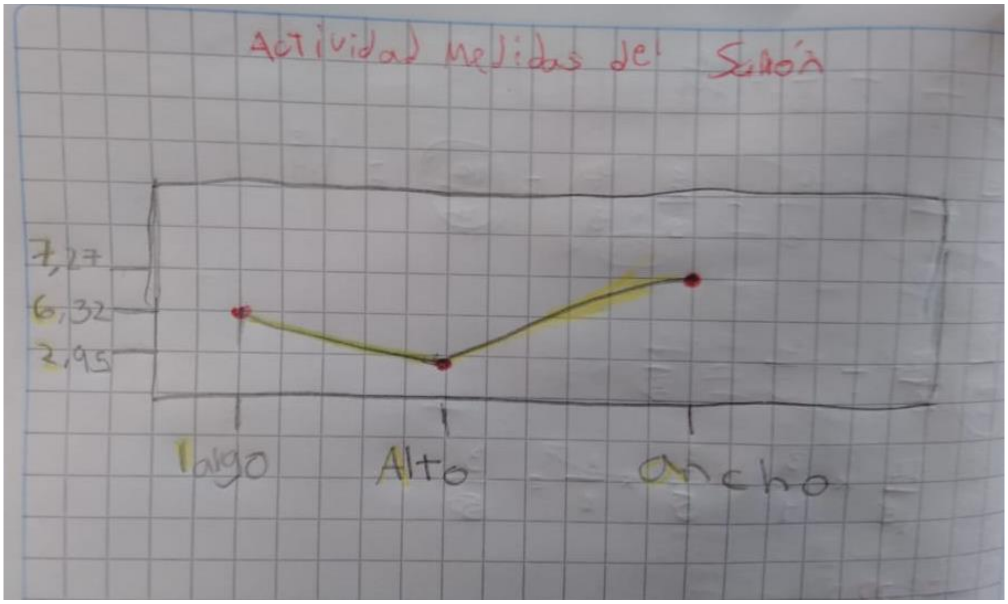
Para la ***sesión diagnóstica***, se planteó una situación de toma y recolección de datos que representaran las estaturas de los niños del grado quinto y mostraran las dimensiones del salon de clase por medio de diagramas estadísticos. Para esto, los niños, repartidos en tres grupos y terminadas las instrucciones del maestro, comenzaron a tomar las medidas con las cintas métricas.

Los estudiantes, en un comienzo, se mostraron algo extrañados, pero motivados por la propuesta de asumir la clase de matemáticas como un laboratorio. Se motivaban, primero que todo, por romper con las estructuras comunes y tradicionales de los pupitres de los estudiantes, ya que, al solicitar que se organizaran en los grupos de 10 estudiantes, estos, sin recibir la orden del maestro en formación, ya estaban juntando sus pupitres formando tres grandes mesas de laboratorio. Este aspecto dio apertura a los siguientes momentos de asignación del objeto de estudio para cada equipo, los roles de cada estudiante en el laboratorio y el conocimiento del propósito final de representar esos datos por medio de los diagramas estadísticos.

El instrumento que aporta información respecto a esta sesión de laboratorio corresponde a la transcripción de audio relacionada con las reflexiones de la misma. De este instrumento, se puede rescatar la disposición de los estudiantes y el nivel propositivo y de liderazgo que muchos demuestran en actividades del tipo experimental y práctico. Ejemplo de ello es la figura 8, que representa el trabajo de uno de los niños, quien se mostraba retraído, pero el motivo resultó ser la concentración y el gusto que sentía al estar representando unas medidas que había recolectado con ayuda de sus compañeros. Esto es la muestra de que el aplicar lo aprendido ofrece otra mirada, posicionada en el saber para comprender algo más de la realidad estudiada.

Figura 8

Producto sesión diagnóstica



Por ahora, es posible afirmar que en la sesión diagnóstica se propone una situación correspondiente a un contexto extramatemático, ya que las formas de recolectar y presentar los datos son propias de las matemáticas, pero estudian asuntos por fuera de ellas, para servirse del saber matemático. Muestra de ello corresponde al estudio de las estaturas de los niños y las medidas del salón, que son temas en los que las matemáticas son una herramienta de interpretación y, en este caso, de representación de esos datos.

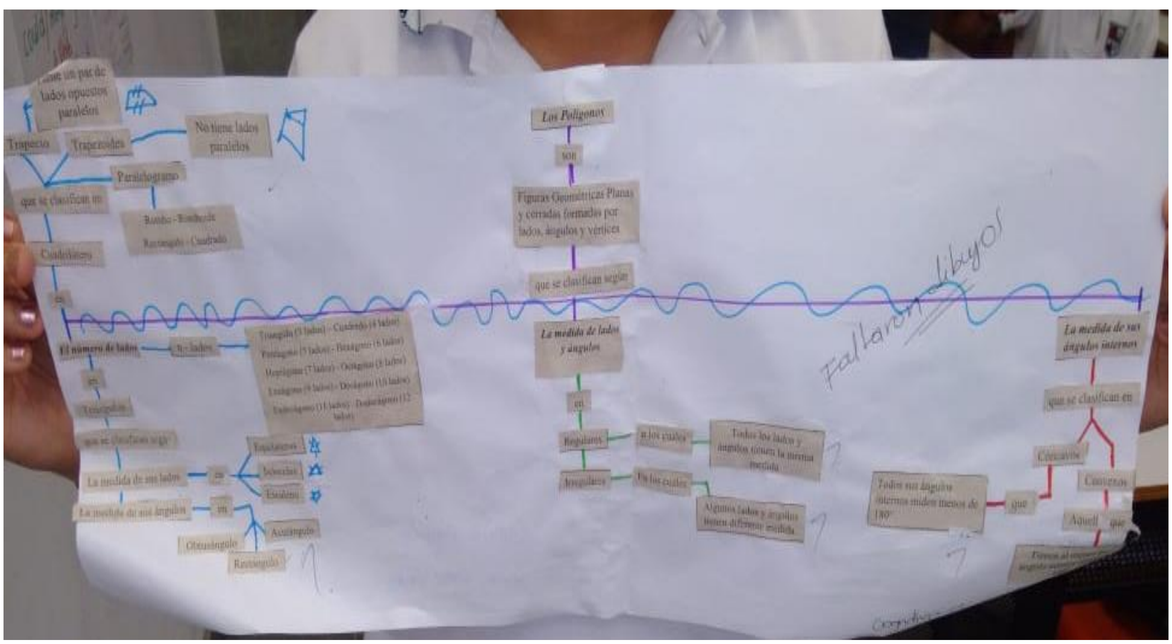
En particular, cada una de las sesiones de laboratorio de matemáticas que se desarrollaron en la IE centro de práctica responden a dinámicas en las que se propone un cambio en las formas en las que los estudiantes se acercan al conocimiento. En este sentido, la ***sesión número uno*** del laboratorio está marcada por un proceso de relacionamiento, en el cual toda experiencia práctica posee un contenido en la base de los conceptos. A partir de la necesidad de abordar los polígonos en la clase de matemáticas, esta sesión permite identificar algunas ideas concretas relacionadas con las propiedades de los polígonos, en especial esas características que los definen y permiten poseer certeza a la hora de construirlos.

En esta sesión, los niños, por parejas, recortaron y organizaron los rótulos con los cuales construyeron el mapa conceptual. Sumado a esto, en la parte de la clasificación según sus lados, se dio un espacio para construir en hojas aparte, con regla y compás, algunos de los polígonos. Esta sesión se finalizó con la construcción de un *lapbook*.

Primero que todo, en la sesión número uno fue posible reflexionar e identificar cómo en los espacios de construcción del saber matemático es necesario hacer práctica de esos saberes que hablan de la relación con el espacio y los objetos. Esta necesidad se da ya que, para muchos niños, la tarea de recortar los rótulos correspondientes a los conceptos, conectores y definiciones de los polígonos fue algo difícil en un porcentaje muy alto. Este espacio en la sesión de laboratorio permitió recordar a muchos de los niños el correcto uso de las tijeras. Por otra parte, la construcción del mapa conceptual de los polígonos constituyó una herramienta para identificar el buen uso de los materiales y del espacio en las hojas, para construir cada parte del mapa conceptual.

Figura 9

Producto sesión número uno



Finalmente, gracias a las transcripciones de audio, se rescata que los niños comprendieron que la dinámica propuesta correspondía a un trabajo creativo donde ellos, más que replicar la creación del docente, debían dar sentido lógico y estético a los mapas conceptuales. Para sorpresa del maestro en formación, algunos niños, gracias al uso correcto del espacio, dibujaron cada uno de los polígonos que se iban describiendo.

El proceso de dibujar los polígonos con regla y compás fue un elemento tratado en espacios siguientes a esta sesión. Por tal razón, es importante resaltar la actitud de los niños con ese nivel propositivo de anticiparse a los procesos de construcción de los polígonos con regla y compás. Terminado el mapa y las actividades de construcción de polígonos, cada niño creó un *lapbook* como síntesis del polígono que más le interesó, con sus respectivas características y propiedades.

En contraste con la sesión anterior, referida a un proceso de conceptualización y construcción de los polígonos, la ***sesión número dos*** del laboratorio está dirigida a reconocer aspectos de las otras geometrías no euclidianas que pueden llegar al aula y aproximar la realidad y los fenómenos del mundo a los saberes propios de las matemáticas. En este sentido, trabajar elementos de la geometría fractal es una alternativa en la cual no se subestiman las comprensiones de los niños frente a temas retadores y nuevos de las ciencias, en especial de las matemáticas.

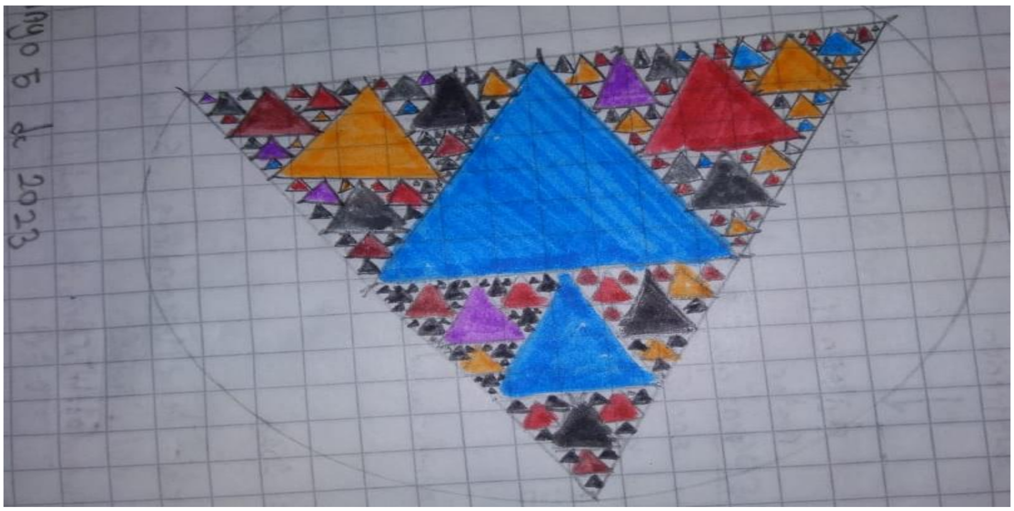
Las sesiones uno y dos constituyen, a los ojos de las teorías, unas conexiones en lo intramatemático, ya que los aspectos de las matemáticas aportan al estudio de ideas propias de las matemáticas. Es de aclarar que el tema tratado en la sesión dos se presta para generar conexiones del saber desde la mirada de lo intra- y lo extramatemático, al ser los fractales tema innovador de las matemáticas y su representación en el mundo y en los fenómenos reales.

Primero que todo, al mostrar a los niños las imágenes relacionadas a fenómenos del mundo real que hacían alusión a los fractales, los niños participaron activamente del diálogo que fue la actividad introductora a esas ideas que permiten definir las estructuras fractales como esas formas producto de la iteración o repetición de un patrón. Esto se hizo con el fin de que los niños comprendieran que la actividad siguiente, la construcción del triángulo de Sierpinski, tiene una base en las repeticiones de un proceso de construcción. Esta sesión se constituye en un espacio para experimentar con las iteraciones que la geometría conocida permite, para llegar a las ideas de la geometría fractal.

En este sentido, muchos de los estudiantes comprendieron que repetir la norma de construcción cuantas veces sea posible era generar un proceso de construcción infinita. Con base en esto, los niños que terminaban el triángulo debían pensar en cómo calcularían el área y perímetro de los últimos triángulos construidos por la iteración (Ver figura 10).

Figura 10

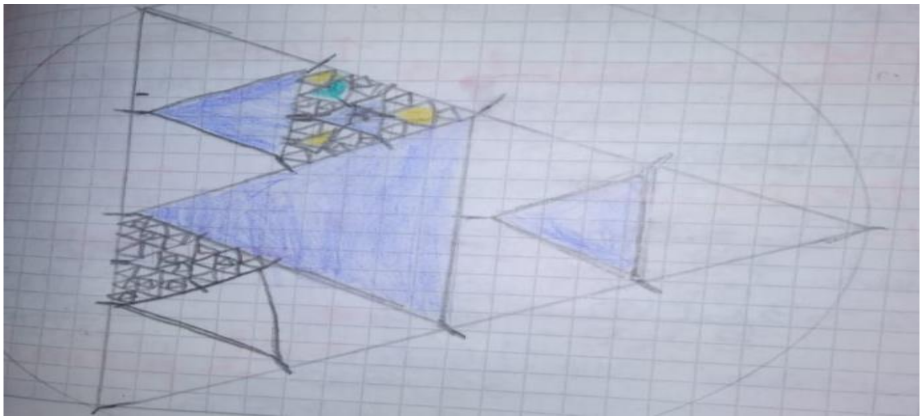
Producto sesión número dos 1



En la figura 10 se presenta uno de los productos, realizados por uno de los niños, quien a los ojos de muchos de los maestros es un chico inquieto, pero, en el caso de esta sesión de laboratorio, se mostró comprometido y motivado a repetir la norma de construcción cuantas veces le fuera posible. Lo anterior contrasta con la figura 11, que es la muestra de que no todos los niños lograron completar el número mayor de iteraciones. Se reconocen en los niños muchas capacidades, pero en muchos es muy necesario hacerse consciente de la atención y el cuidado con el que realizó algo.

Figura 11

Producto sesión número dos 2



La figura 11 permite afirmar que, en el mundo del saber matemático, los estudiantes deben comprender que puede realizarse un acto repetitivo, pero tiene que ser consciente, ya que podemos hablar de esas otras matemáticas siempre guardando el respeto y el rigor que es propio del saber matemático. Dicho esto, se comparan las figuras 10 y 11 para mencionar que esas relaciones entre el saber matemático y los estudiantes se pueden transformar siempre y cuando la comunicación sea una base en el acto de aprender.

Los ejemplos de las figuras 10 y 11 demuestran que en el laboratorio el orden de los factores suele afectar el resultado. Tal y como pasó en la figura 11, se reconoce que el niño no respetó el proceso de iteración y terminó iterando unas partes, pero sin marcar correctamente cada triángulo central que iba surgiendo. En esta sesión de laboratorio, los niños que supusieron que el orden no tenía importancia y dieron con productos parecidos a la figura 11. Estas son evidencias que permiten reflexionar frente a que no siempre se cumple que el orden de los factores no afecta el producto, ya que el laboratorio mostró que alterar el orden influye en los productos y la calidad de sus resultados.

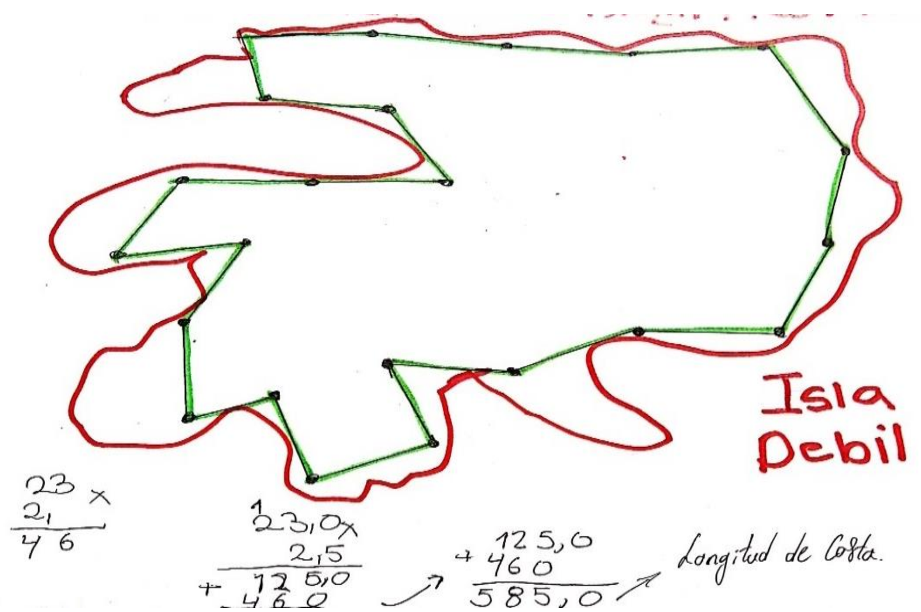
Quien escuchó atentamente cada una de las orientaciones de la sesión conectó su creatividad con esa guía, para que el proceso iterativo fuera razonable. Pero en los casos en que los estudiantes, aunque escucharon las orientaciones, realizaron los pasos incompletos, irrespetaron la cadena de sucesos y, por ende, se alteró el resultado.

Por otra parte, en la ***sesión número tres*** del laboratorio, se propone un espacio en el cual se combinarían los temas tratados en las clases de matemáticas y la temática de la sesión de laboratorio anterior. Es por esto que se presenta una sesión en la cual los estudiantes harán uso de lo trabajado con los números decimales y las comprensiones que se instauraron frente a las estructuras fractales. En este momento, se propone a los estudiantes tener un acercamiento a la labor realizada por el padre de los fractales, Benoit Mandelbrot, al recubrir la línea de costa de una isla para dar un estimado de su longitud.

Esta tarea tiene un origen experiencial, ya que los niños usaron alguna de las medidas proporcionadas para probar cuál es la longitud de la costa de la isla que ellos construyeron a escala durante la sesión. Es de rescatar en algunos niños la necesidad de generar una nueva medida que cumpliera con la tarea de recubrir la longitud de costa. Esta tarea constituyó un reto, ya que muchos, cuando se les propone un trabajo autónomo y de inspiración propia, pareciera que se perdieran al no tener a otro que les diga cómo deben hacerlo. En relación con esto, la transcripción de esta sesión permite identificar en el desarrollo de este espacio una actitud en los niños que habla de escuchar y aprender de lo que hacen y comprenden los otros.

Figura 12

Producto sesión número tres 1

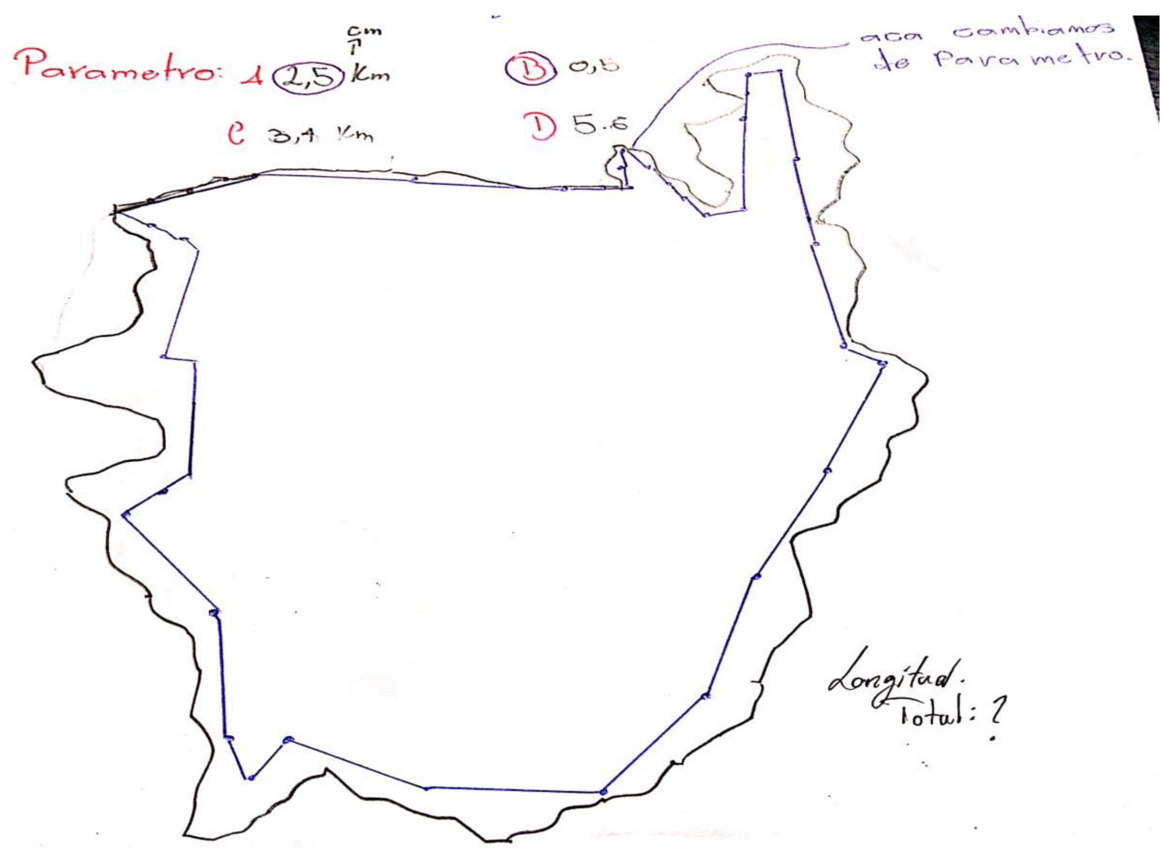


Para algunos, aprender de lo que hacen los otros es copiar, pero es de aclarar que no todos tienen la capacidad de comprender qué hace el otro y con base a esto generar aprendizajes propios. La figura 12 es la muestra del trabajo de recubrir una superficie con la intención de conocer la longitud. Este proceso da vida a estructuras fractales que se repiten a diferentes escalas.

La figura 13 corresponde a otro proceso de recubrir la isla, pero, en este caso, es de destacar el uso consciente e intencionado de los diferentes parámetros, para generar una aproximación a la longitud de costa a esta escala del papel. Es pertinente reconocer que en esta actividad se construyen unas relaciones y unos saberes de tipo extramatemático, ya que se hace uso de conceptos e ideas de las matemáticas para comprender o estudiar un fenómeno que no hace parte de las matemáticas, sino de los interrogantes del mundo real.

Figura 13

Producto sesión número tres 2



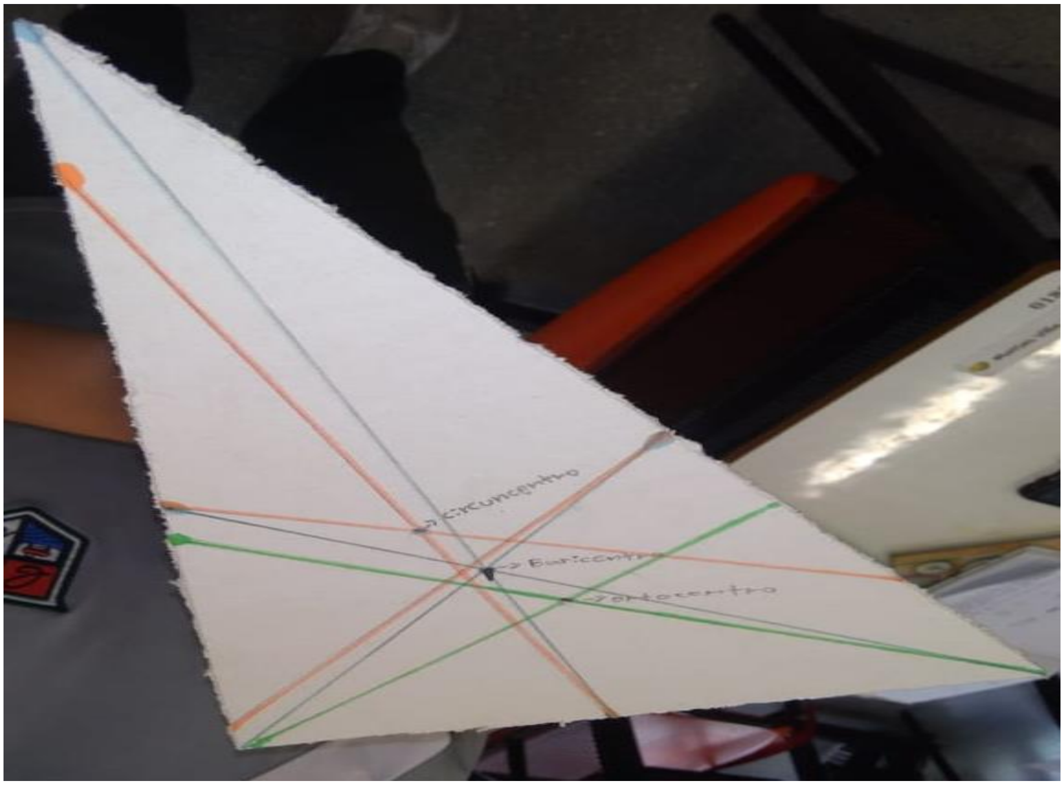
En cambio, para la ***sesión número cuatro*** del laboratorio, se propone a los estudiantes abordar el punto de equilibrio de un triángulo, como temática muy propia de las matemáticas. Por esta razón, se buscó construir aprendizajes de tipo intramatemático. Esto se debe a que esta sesión moviliza y comprueba, por medio de la experiencia, las propiedades y características de los triángulos, para conocer y teorizar su punto de equilibrio, como la base para problematizar este tema del punto de equilibrio en otras figuras.

En relación a lo vivido en esta sesión, se reconoce un trabajo manual relacionado con la construcción de un triángulo cualquiera en una hoja de bloc, para recortarlo y realizar dobleces que daban paso a partes del triángulo que los niños marcaron con distintos colores y en sus cuadernos anotaron los significados de estas marcas, correspondientes a las medianas, bisectrices y alturas del triángulo. Esto tenía el fin de encontrar el baricentro, circuncentro y ortocentro del triángulo. Una vez conocidas esas partes de los triángulos, los niños construyeron ese mismo triángulo, pero en cartón paja. Esta vez, pasaron con ayuda de la regla a replicar los dobleces antes realizados y marcar los tres puntos antes mencionados.

Los niños, al encontrar y marcar el baricentro, el circuncentro y el ortocentro, deben realizar un proceso de comprobación. Este consiste en poner a girar el triángulo en cada uno de estos puntos con ayuda de un lápiz y poder responder a cuál de estos corresponde el punto de equilibrio del triángulo. En este momento, muchos estudiantes comprendieron que, según el triángulo realizado, este poseía su punto de equilibrio en alguno de los puntos marcados y, en los casos más diversos, no estaría en la superficie del triángulo, sino por fuera de él.

Figura 14

Producto final sesión número cuatro



La figura 14 es la muestra final de uno de los primeros triángulos que comenzaron a rotar durante el proceso de comprobación práctica, para encontrar y poder responder al interrogante de cuál de esos tres puntos antes mencionados corresponde al punto de equilibrio de cada uno de los triángulos construidos. En esta parte, se comprende que muchos de los niños a lo largo de la sesión, al estar atentos a las orientaciones del maestro y al cuestionar de forma dialógica cada uno de los pasos a realizar, tenían la capacidad de experimentar con la posibilidad de equivocarse y rehacer en lo construido. Esto lo hacían para presentar buenos productos y dar cuenta, en sus ideas, de un aprendizaje que transita a partir de la experiencia que nos otorga el comprobar y tener que rehacer un procedimiento de forma lógica y bien pensada.

Finalmente, estas cinco sesiones de laboratorio corresponden al desarrollo consciente de una propuesta de aula que llega a la IE para generar espacios distintos. Estos son entendidos, en palabras de Chevallard, como espacios que puedan contribuir no solo al aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, sino a su estudio. Este entendimiento surge ya que en cada una de las sesiones se planteaba una alternativa para preguntar por el sentido de las matemáticas en nuestro mundo real, sin importar que las conexiones fueran intra- o extramatemáticas. Uno de los intereses más grandes hace alusión a llevar a la clase de matemáticas un saber que fuese útil y práctico para la vida y el pensamiento lógico racional de los niños del grado quinto.

4.2.3 Relatos que resignifican la práctica

Para terminar, en esta etapa de descripción se presenta una síntesis relacionada a las vivencias, sentires y datos que el investigador considera que deben ser rescatados para este análisis, en el cual las teorías redefinen lo vivido en las experiencias de laboratorio. Además, se presentan ideas que son fuente clave para resignificar la práctica misma del investigador, en el sentido de los supuestos que se tenían antes de ingresar a los espacios de formación.

Primero que todo, se debe mencionar que no todas las actividades fueron desarrolladas tal y como se propuso. Esto ocurrió por dinámicas propias de los ambientes escolares, en los cuales las horas para el desarrollo de las sesiones era muy cortas, lo que generó una fragmentación de las sesiones de laboratorios en varios días y horas. Este aspecto determinó, en muchos casos, la posibilidad de corregir y adaptar la propuesta de aula a los tiempos y las necesidades de cada uno de los grupos, además de comprender que lo propuesto en el papel en comparación con la realidad del aula siempre marca una diferencia. Esto sucede ya que, en la práctica, existen factores que son propios de los seres humanos y su singularidad.

Plantear que no todo se cumplió tal y como se propuso no es un aspecto errado para consolidar este análisis. Efectivamente, no todo salió como lo planeado, pero los resultados aportan en gran medida al proceso dialógico entre las experiencias del aula y los preceptos teóricos de esta investigación. Por otra parte, como uno de los sentires más importantes como investigadores, surge una de las primeras ideas concluyentes, respecto a que muchas de las ideas tan diversas que se proponen en las sesiones de laboratorio son importantes al conectar de una forma no forzosa con los contenidos y saberes que deben circular en la escuela.

Para finalizar este apartado y darle paso a esos significados que se rescatan de lo investigado, se menciona que los datos a ser analizados están inscritos en una lógica en la cual los análisis y resultados están marcados por pequeñas cosas que pasaron en el aula. De esta manera, se busca simbolizar y significar grandes cosas a los ojos del proceso analítico que completa esta investigación.

4.3 Sintetizar la experiencia a los ojos de la teoría y los conceptos

En este apartado se desarrollan las ideas que dan vida a la etapa tres de este análisis. Esta etapa constituye un punto crucial, ya que se rescatan los significados que construyeron a lo largo de las sesiones de laboratorio, a los ojos de las teorías y los conceptos. Así, se comenzarán a develar categorías y subcategorías que son repartidas y relacionadas a unos conceptos entendidos como unidades de análisis. Para muchos investigadores, este proceso es conocido como la *categorización*, que va acompañado de la *codificación* de los datos, para asignarle de forma concreta a cada parte de la unidad un indicativo (color o marca). Esto, a los ojos de las teorías referidas al análisis cualitativo de datos, corresponde a la síntesis de los datos y experiencias recolectadas en el acto investigativo.

Es de aclarar que esta síntesis se construye como recopilación de las transcripciones de los audios de observación y reflexión de cada sesión de laboratorio, como también de las ideas más relevantes de la entrevista realizada a los alumnos. Además, este análisis se realiza bajo un método mixto, ya que se parte de algunas categorías que surgen en el marco teórico y otras categorías que se crean para contener algunas unidades de análisis.

Adicionalmente, el proceso de codificación se realiza con colores que permiten agrupar las ideas y reflexiones frente a las sesiones de laboratorio. En este camino, se construyen unas categorías que recopilan los nuevos significados que se construyen en los estudiantes y el investigador, luego de desarrollar la propuesta de aula. Para esto, se codifican los datos de los instrumentos que se usaron. Es así que, primero, gracias a las transcripciones, se develan las ideas más fuertes que se refieren a los comportamientos y aprendizajes construidos en las sesiones de laboratorio. En segundo lugar, por medio de la entrevista a los estudiantes, se muestran las percepciones que se han transformado en los estudiantes frente a la posesión del saber matemático y la pertinencia de nuevos espacios para la enseñanza, aprendizaje y estudio de las matemáticas en la escuela.

Ahora, en los párrafos siguientes, se presentan las categorías de análisis. A través de estas, se expone la comprobación teórico-práctica, que se refiere a las delimitaciones conceptuales que se realizaron en apartados anteriores y que tienen que ver con los lentes del marco teórico y con otras categorías que surgen del proceso de codificación de los datos, producto de las ideas recopiladas en los instrumentos y las entregas que realizaron los niños. Las categorías que se presentan permiten dar respuesta al objetivo de investigación.

4.3.1 Conexiones con los saberes en la escuela

Desde un comienzo, se problematiza, gracias a la evidencia aportada por la revisión de literatura y la práctica en la IE, la desconexión entre el saber matemático y los estudiantes. Por esta razón, se ha presentado la creación del laboratorio de matemáticas como una estrategia que permite llegar a la escuela con otra mirada del aprendizaje, la enseñanza y el estudio de las matemáticas. Esto se debe a que el laboratorio y las sesiones que se pudieron desarrollar apuntaron a construir en el ambiente de clase unas dinámicas que dieron vida a nuevos significados respecto al saber matemático que circula en los estudiantes. Muestra de esto corresponde a los resultados de la encuesta a estudiantes, en la cual se evidencia que, al menos para muchos niños, las matemáticas son realmente útiles en la vida diaria y en su mundo cercano. Este aspecto contrasta con las ideas que aportaron las bitácoras al mencionar el poco alcance que para muchos tenía el saber matemático en sus vidas.

Primero que todo, lo vivido, leído e interpretado permite afirmar que la desconexión no fue erradicada totalmente de la clase de matemáticas, pero en muchos aspectos se rescatan esas ***conexiones*** que los niños realizaron en los espacios de laboratorio. Frente a esto, los niños reconocen la importancia del *diálogo* con los otros y sus ideas, ya que el diálogo es fundamental a la hora de aprender. Lo antes dicho tiene un sustento en respuestas de la encuesta, en la cual muchos niños afirman que las mejores clases de matemáticas son aquellas en las que pueden discutir, crear y aprender con sus compañeros. Es claro para los niños la necesidad del contacto con el otro, sus ideas y formas de ver el mundo.

En este sentido, García Jiménez (2016) afirma que “sin el diálogo es imposible transformar la clase de matemáticas en un laboratorio epistemológico” (p. 8). Al traspolarlo a este caso, no solo se habla de un laboratorio de tipo epistemológico, sino también de laboratorios de medidas, laboratorios teóricos y muchos otros que pretendan movilizar el pensamiento matemático en las escuelas.

En relación con esto, para los niños todo comienzo es traumático, pero ellos, a lo largo del desarrollo de las sesiones de laboratorio, demostraron actitudes distintas a aquellas que dieron origen a esta investigación. Los niños, sin mucho esfuerzo, asumieron los roles que tienen los científicos en los laboratorios, al tener actitudes de búsqueda frente a la información requerida en las sesiones de laboratorio. Además, mostraron la necesidad de comprobar e indagar en sus resultados por medio de la teoría y el diálogo con sus pares. De estas ideas surge la subcategoría de ***actitudes de los estudiantes,*** para encajar y relacionar esas conexiones con el mundo de las acciones que hacen presencia en lo investigado.

Los registros que dejan las transcripciones proporcionan información en la cual es posible identificar que los niños del grado quinto hacen mención de palabras que renombran la importancia de que la clase de matemáticas sea vista, sea ejecutada y sea pensada de otra forma. Ejemplo claro son respuestas de la encuesta que apuntan a una clase de matemáticas "más divertida", con el desarrollo de actividades "más lúdicas", en las cuales se ejecute "menos escritura" y "más practicidad" de los saberes que están en la escuela.

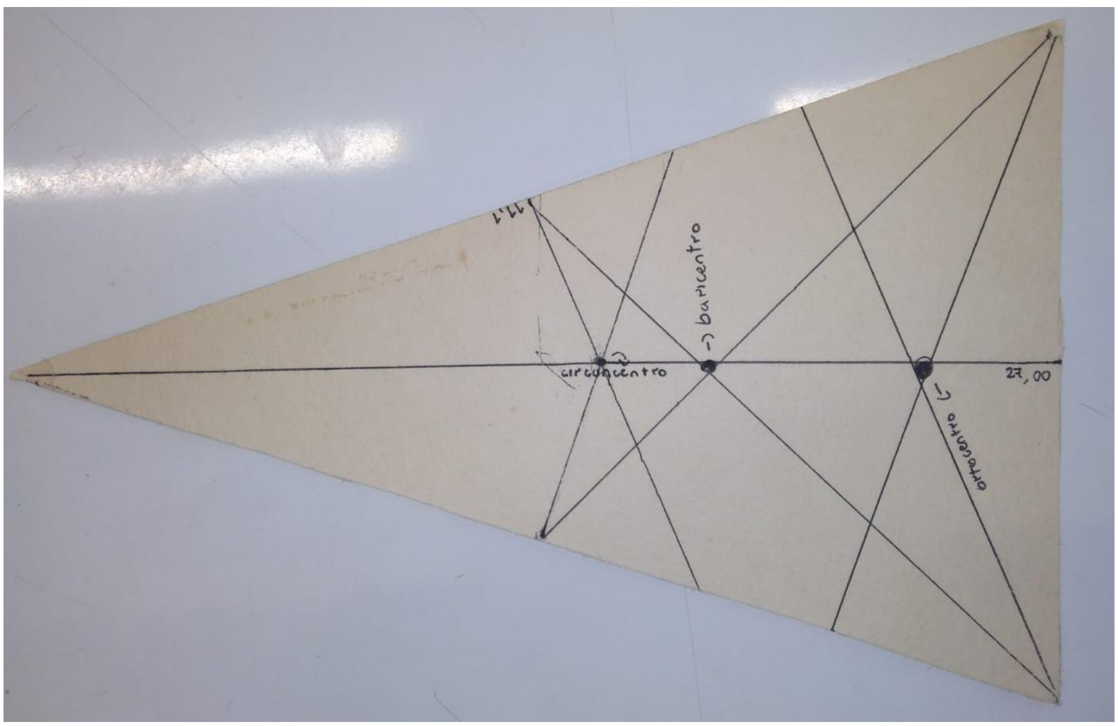
Las ideas anteriores resaltan la importancia de llegar a la clase de matemáticas a derrocar tradicionalismos que apartan y desconectan el saber matemático de los estudiantes. Sumado a esto, otro de los aspectos que se reafirma es tener presente que los seres humanos aprendemos bajo los afectos. Esto hace referencia a esas buenas palabras de apoyo y cercanía que, para los niños, implica no temer y, en muchos casos, poder afrontar las dificultades a la hora de aprender. Estas palabras fueron determinantes en las sesiones, ya que los niños comprendieron que el primer paso para aprender algo que no saben es reconocer el no saberlo y con esto trabajar en la posesión de ese algo.

Hasta el momento, en las conexiones que surgen en el laboratorio, se destaca el *diálogo* y las nuevas miradas a la clase de matemáticas, ya que esto trasciende a las actitudes que permiten englobar esa nueva mirada y, con esto, el reconocimiento de *las relaciones de afecto entre los estudiantes* para poder aprender. Para esta investigación, poder interpretar estas ideas es entender que fue grandioso encontrar que muchos de los niños dieron rienda suelta a la creatividad, la invención, al trabajo propio y colectivo. Estos elementos direccionan este análisis hacia una concepción en la cual el diálogo y los afectos en las clases de matemáticas tienen la capacidad de incentivar la participación de los estudiantes.

En esta lógica, en la sesión final del laboratorio, una de las niñas pasó de estar muy atrasada en la construcción del triángulo y en el cálculo de las partes que se requerían para el estudio del punto de equilibrio a ser una de las niñas que pudo responder a la actividad. Esto fue posible gracias al proceso dialógico entre el maestro, sus compañeros y ella, proceso en el cual se le recuerda que lo importante es intentarlo, una y otra vez, cuantas veces sea necesario, hasta lograrlo.

Figura 15

Evidencia de superación



Finalmente, se debe resaltar que el diálogo y la afectividad entre los estudiantes y sus compañeros es esencial para la formación de los niños, ya que estos dos elementos son parte del binomio maestro alumno. Esto cumple con el fin de mostrar cómo las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes se transforman, pero es de aclarar que toda transformación fue posible porque quienes integran el sistema educativo creyeron en esa alternativa de cambio.

4.3.2 Equivocarse es aprender

Para hablar de alternativas de cambio, es realmente necesario mencionar una realidad en la cual el error y la equivocación existen como una posibilidad para construir el conocimiento en la escuela. Es por esta razón que las sesiones de laboratorio procuraron generar en los niños el alivio de poder equivocarse, pero no solo errar, sino ser conscientes del error y edificar saber con sentido experimental.

En relación con lo anterior, una de las transcripciones de audio ofrece una idea que hace alusión a un caso preciso en una de las sesiones de laboratorio. Al realizar el proceso de recubrir[9], los estudiantes, en muchos casos, reconocieron el error y los desfaces que tenían, y tomaron decisiones conscientes de cuál medida debían comenzar a usar para no caer en el mismo error y ser más precisos en la tarea de recubrir la longitud de isla. Como ejemplo de ello, la figura 13 del apartado 4.2.2 muestra esa adaptación que tiene sus orígenes en el error, para afirmar que ***equivocarse es aprender***.

Aprender del error implica en los alumnos instaurar una mentalidad resiliente y positiva ante las dificultades de la vida académica. Un alumno que entiende que equivocarse es uno de los caminos hacia los aciertos es un alumno que demuestra la capacidad de hacerse poseedor de algo que visiona distante. Por lo anterior, parafraseando a Pabón et al. (2008), es posible reafirmar que aceptar el error, con la intención de no quedarse en él definitivamente, es una idea didácticamente valiosa, ya que si se le propone a alguien construir algunos materiales, los problemas que se le presentan durante esta construcción servirán para dar significado a los conceptos que intervienen en la representación que se hace en el material.

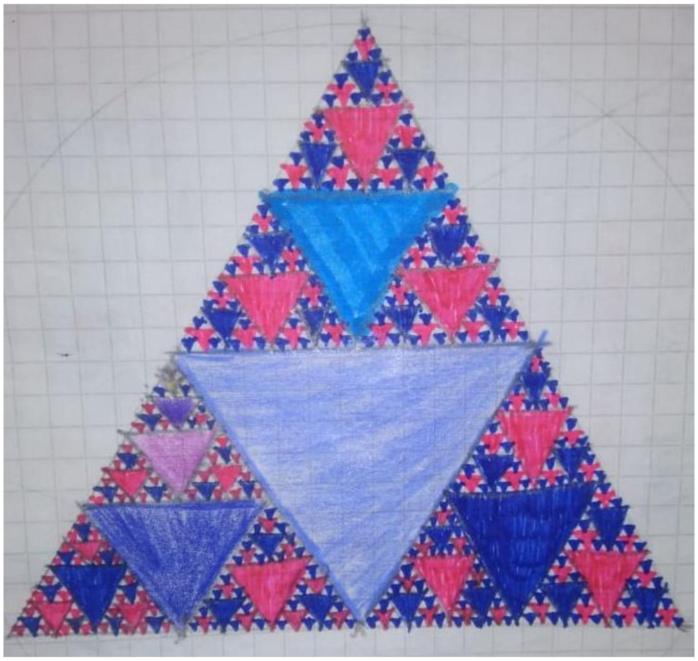
Ejemplo de lo antes dicho son las actitudes de los niños cuando repiten una y otra vez los procedimientos, en búsqueda de buenos resultados o la mejora de sus *modelos de prueba* que en cada una de las sesiones realizaban. Esto da vida a una de las subcategorías que sustentan al ***error como promotor del entendimiento,*** al ser una herramienta didáctica que le recuerda a los estudiantes una característica del ser humano, cómo ser poseedor del error. Con esto, ellos encuentran otro camino en el cual no acertar en algo no implica directamente no avanzar en la comprensión de ese algo.

[9] Se entiende como tomar una medida longitudinal o(¿a) una figura geométrica para completar y sobreponer en otra superficie o figura para su estudio.

En la figura 16 se encuentra un producto de uno de los niños que se equivocó y asumió, como una alternativa para mejorar, la posibilidad de reintentar la construcción y hacerlo con mucha más conciencia en cada intento. Es una lástima no contar con los modelos anteriores a este, ya que fueron dañados y arrugados por el niño, quien argumentó que él mismo se hizo consciente de la capacidad que tenía para hacer las cosas mejor, y que la forma de proceder conscientemente en el reconocimiento del error no le permitiría errar de nuevo.

Figura 16

Intentar y reintentar



En definitiva, se debe considerar el error en el aprendizaje de las matemáticas como un camino, que surge para redefinir esas concepciones frente a la exactitud y rigor del saber matemático. Esta concepción del error resulta importante ya que las matemáticas, como producción humana, deben estar en constante revisión para desmontar imaginarios que no aportan al rigor de las matemáticas. Esto ocurre puesto que no se busca la exactitud de esta ciencia, sino la comprensión y utilidad real que sus postulados aportan a la vida de los individuos. Una matemática que reconoce el error se reafirma en la búsqueda de la exactitud que quizás no exista, pero aprecia las intenciones de debatir y construir otros significados.

4.3.3 Medir para transformar las relaciones en la escuela

Para hablar de las matemáticas que se desarrollan en cada una de las sesiones de laboratorio, se debe mencionar principalmente que la intención formativa de este espacio era plantear en las sesiones ***situaciones de medida*** en las cuales los abordajes temáticos de las matemáticas escolares llegaran de forma *multidireccional*[10] a las clases. Esta intención surge ya que uno de los preceptos en el proceso investigativo se refiere a la medida no como el simple acto de encontrar una longitud, sino como un articulador de los diferentes pensamientos en las matemáticas.

Muestra de lo antes dicho son las intenciones que cada una de las sesiones tenía, ya que los niños fueron motivados a realizar procesos de medida no solo de longitudes, sino de otros datos cuantificables. En otras palabras, en las sesiones de laboratorio se estudiaron magnitudes continuas y discretas. Como ejemplo de ello, en la sesión diagnóstica se dio tratamiento a unas colecciones de datos de la edad de los niños, para representarlos en diagramas estadísticos y estudiar una magnitud discreta.

A diferencia de las sesiones del estudio de los polígonos, la del estudio de la longitud de costa y de la construcción del fractal corresponden al trabajo con magnitudes continuas. Estas se refieren a las longitudes de la costa, con una unidad a escala en centímetros, también a las áreas y perímetros del triángulo de Sierpinski, y a las medidas de los lados, ángulos y características de los polígonos estudiados. En resumen, en todas las sesiones de laboratorio fue posible apuntar al trabajo con magnitudes escalares. A propósito, se comparten las ideas de Gallo et al. (2006) cuando afirma que estas magnitudes "son aquellas cuyas cantidades de magnitud quedan completamente con un número y una unidad" (p. 35). Este es el caso de las sesiones propuestas.

En relación con lo antes dicho, más que resaltar en este análisis el estudio de las magnitudes, interesa revelar los significados que se construyeron respecto al saber matemático en las sesiones de laboratorio. La transcripción de la sesión del fractal permite analizar que, para muchos de los niños, preguntarles por el área y el perímetro de las construcciones fractales los ayudó a comprender que esas medidas solicitadas, más que ser un dato preciso, correspondía a un dato producto del análisis y la deducción acertada de medir cantidades que se repiten a menor

[10] Que viene de muchos caminos y direcciones.

escala. Para ello, es necesario identificar la tendencia hacia el infinito, un infinito que se acopla al estudio de las magnitudes continuas.

Además, otras sesiones, en las cuales los datos fueron cuantificados, permitieron en los niños construir unos significados frente al pensamiento métrico. Estos significados apuntan a concebir la medida como un pretexto para conocer y estudiar estructuras que se refieren a la variación, a lo numérico y geométrico de las matemáticas. Esto se evidencia en las respuestas a la entrevista, al comprender que muchos de los temas más importantes para ellos eran aquellos que tienen que ver con las cosas del mundo, como las representaciones estadísticas y su historia.

Ahora, para darle sentido a las situaciones de medida, como las protagonistas de las sesiones de laboratorio, es pertinente analizar estas situaciones propuestas con una mirada a las situaciones didácticas. Estas, en su definición, se posicionan como ese conjunto de relaciones explícita e implícitamente establecidas con el entorno y con quienes lo habitan, para poder aprender, acto que se entiende como esa posibilidad de reconstruir algún conocimiento (D'Amore, 2006).

Por otra parte, como subcategoría a las situaciones de medida, surge el ***saber matemático*** como esos conceptos que en este momento de análisis permiten afirmar, de manera consciente, que las actividades propuestas están encaminadas a la creación de saber matemático en los niños del grado quinto. Esto se debe a que el *saber* hace referencia a esos conocimientos que son útiles y tienen una aplicabilidad en la vida de los estudiantes. Pero en el rigor investigativo y el de la didáctica de las matemáticas, el saber matemático no puede ser analizado como un polo aparte de otros dos que, en palabras de D'Amore (2006), corresponden al papel del maestro y de los estudiantes. Ellos constituyen una parte fundamental en “la transmisión de conocimiento al ser un fenómeno complejo, que necesita de numerosas mediaciones, y siempre tener juntos los tres polos” (D'Amore, 2006, p. 232).

Las accciones del maestro en las sesiones de laboratorio fueron determinantes al considerarlo un polo clave para las transformaciones del sistema educativo. Un maestro debe ser consciente de las relaciones que se deben gestar entre sus estudiantes, el saber matemático y sus formas de habitar el aula. Un maestro debe empoderarse de los múltiples significados que cada experiencia que llega al aula tiene para ofrecer a los estudiantes.

Es por esta razón que se visiona la medida como articuladora del conocimiento que se transforma en saber matemático. Ejemplo de esto fue un niño que, al solicitarle la construcción de un triángulo cualquiera en una de las sesiones finales del laboratorio, no se complicó y usó lo aprendido en la sesión de construcción de los polígonos con regla y compás. El niño, sin que nadie se lo pidiera, creó un triángulo inscrito en una circunferencia. Este aspecto permite mencionar, en lo experiencial, esa capacidad que tiene el laboratorio para demostrar, con el tiempo, la creación de aprendizajes significativos en los niños.

4.3.4 Experiencias que transforman

En este apartado, se menciona que los aprendizajes significativos tienen mucho ver con esas ***experiencias que transforman*** una visión de las matemáticas rígida y amañada a tradicionalismos por una mirada más propositiva y crítica del mundo que habitan los niños. En pequeñas cosas, fue posible identificar esas transformaciones en los niños que, de ser individuos problemáticos, pasaron a ser estudiantes que aportaron a la construcción de saber en los otros y, principalmente, derrocaron sus propias barreras. Para ellos es posible aprender cosas en la escuela si estas tienen relevancia y relación con sus ***intenciones formativas***. Es así como reconocer las intenciones formativas de los estudiantes en las sesiones de laboratorio cobra real importancia. Esto se debe a que, principalmente con lo vivido en la IE, es posible reafirmar que no comprender un tema o un procedimiento genera estancamiento en los niños; por ende, lo contrario conduce al agrado y al gusto de aprender.

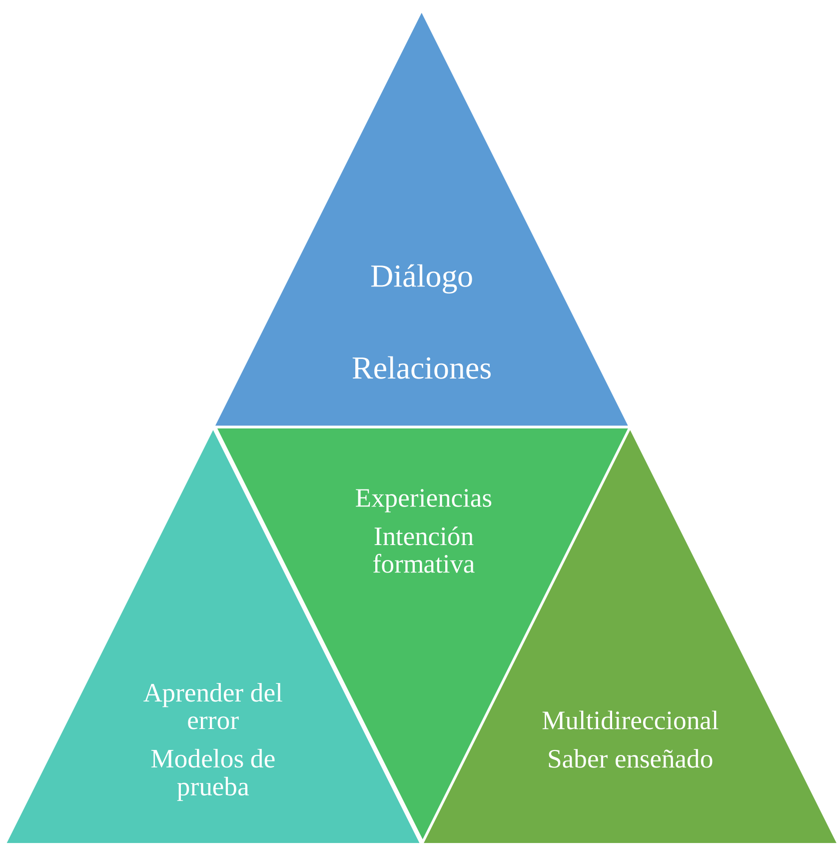
Brousseau (como se citó por D'Amore, 2006) plantea que “el estudiante aprende adaptándose a un ambiente que es un factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del estudiante, se manifiesta con las nuevas respuestas que son la prueba del aprendizaje” (p. 243). Muestra de esto fue uno de los niños, quien mencionó que clases como la que tuvo no la había tenido. Todo se debía a que, en la sesión uno de los polígonos, por primera vez en su vida escolar comprendió, o se le dio el tiempo necesario para asimilar de forma práctica y conceptual, qué es el paralelismo en matemáticas.

Finalmente, las intenciones formativas que rodearon cada una de las sesiones de laboratorio corresponden no solo a la construcción de aprendizajes significativos, sino también de conocimientos prácticos y conceptuales. Estos últimos, para efectos de esta investigación, se conciben como un binomio en el cual las teorías dictan que, en la gran mayoría de los ambientes de aprendizaje, se trabaja en pro de edificar conocimientos prácticos que resignifiquen en el acto los conocimientos conceptuales que se tienen de un fenómeno. En este sentido, al preguntar a los niños por la importancia de proponer actividades variadas en las clases de matemática, un gran porcentaje de los niños en la entrevista responden afirmativamente a este interrogante. Ellos alegan la necesidad de que las clases de matemáticas no fuesen tan aburridas y que las actividades propuestas fueran más lúdicas y divertidas.

Ahora, en el siguiente apartado se da inicio a la cuarta y última etapa de análisis para que lo registrado en las categorías, en diálogo con las teorías, pueda dar sentido a postulados de una teoría fundamentada en los datos que aporta esta propuesta de aula.

Figura 17

Ideas que surgen de lo investigado



4.4 Discusión de los resultados

En este apartado, con ayuda de las categorías mencionadas en el apartado anterior, se corroboran los alcances que cada categoría y subcategoría proporcionan al cumplimiento del objetivo de investigación. Esto se hace ya que hablar de resultados implica mencionar si los datos recolectados permiten dar respuesta al problema de la desconexión entre saber matemático y los estudiantes.

Primero que todo, como objetivo central, se propone describir cómo se transforman las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes, a través de convertir la clase de matemáticas en un laboratorio. Esta propuesta de laboratorio en la escuela está enmarcada en el desarrollo de un método fenomenológico que permite estudiar el acontecer en cada una de las sesiones de laboratorio. Se asume que estudiar lo que pasa en el laboratorio es el fenómeno central. En este sentido, en líneas siguientes se exponen esas primeras ideas que responden al problema de investigación.

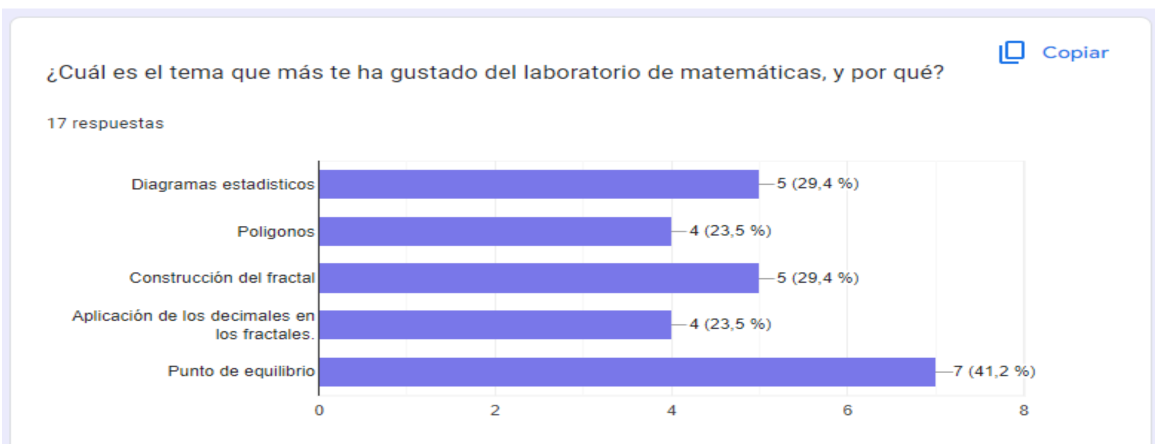
Las ideas mencionadas, en palabras de los niños, corresponden a lo agradable y apropiado de las clases de matemáticas en las cuales es posible el diálogo entre los estudiantes y su maestro. Este diálogo se suma a los buenos tratos que deben primar en las relaciones en la escuela, como también a las alternativas para motivar la participación de todos. Esto se ha definido como las *conexiones* que se lograron en las sesiones de laboratorio, ya que en la entrevista a los estudiantes es posible identificar la participación, el diálogo y las buenas relaciones en la clase como aspectos determinantes para conectar de forma agradable con el saber que circula en la clase de matemáticas. Estas actitudes de los estudiantes hacen referencia a las formas de conectar y ofrecen unos primeros resultados, que hacen énfasis en esas relaciones desde el diálogo y el buen trato, y dan paso a la participación activa de los estudiantes.

Por otra parte, la frustración y el miedo producto de no entender algo en las clases determina que lo propuesto en el laboratorio esté direccionado a que los niños se conecten con el saber matemático, al reconocer *el error como promotor de aprendizaje*. Esto se identifica en la respuesta a la pregunta sobre cuál ha sido su mejor y peor clase de matemáticas, donde los niños mencionan que muchos de los malos ratos vividos por ellos en las clases de matemáticas corresponden a no estar en capacidad de responder correctamente a algo. Por esto, el simple hecho de poder repetir y enmendar un error era motivo de alegría y superación de las expectativas propias en dirección a la posesión del saber en los espacios de laboratorio.

Seguidamente, en el camino correspondiente a la posesión del *saber matemático*, surgen las *situaciones de medida* como una categoría que, en este momento, puede describir cómo se transforman las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes. Esto lo logra al presentar, en cada una de las situaciones propuestas, una forma de medir la realidad o algo de las matemáticas mismas. En esta variedad de asuntos trabajados en las sesiones reside el gusto diferenciado por cada uno de estos temas (Figura 18). Esto significa que, a los ojos de lo planteado en el marco teórico, hay una necesidad de que en la escuela y, en especial, en la clase de matemáticas se promuevan aprendizajes de temas que movilicen el pensamiento y la curiosidad de los niños.

Figura 18

Análisis de preferencia temática



Respecto a lo mencionado sobre movilizar el pensamiento, la figura 18 muestra las preferencias temáticas que interesaron a los estudiantes en las sesiones de laboratorio. Esto demuestra una tendencia fuerte hacia los temas en los que tiene más sentido los contenidos teóricos con una mirada en lo práctico, específicamente en el trabajo con el punto de equilibrio de un triángulo.

Finalmente, una de las categorías que cumple un papel de respuesta al objetivo de investigación es la de *experiencia que transforma*, ya que los relatos que se pueden rescatar de lo vivido en las sesiones de laboratorio posibilitan identificar la grandeza didáctica en la utilización de materiales como aspecto fuerte que recuerdan los estudiantes. Esto se suma a las actividades interactivas en las que construir algo es necesario y los conceptos, en muchas ocasiones, se construyen jugando. Así, se habla de las intenciones formativas que se llevan a la escuela.

Por lo anterior, transformar la clase de matemáticas en un laboratorio es un espacio para que las relaciones entre el saber matemático y los estudiantes se modifiquen. Esto es posible afirmarlo con sentido lógico, ya que se fundamenta en los preceptos teóricos y las vivencias prácticas del investigador.

Capítulo 5: conclusiones

A fin de responder a la pregunta de investigación, es posible afirmar, luego del camino investigativo recorrido, que la clase de matemáticas y la alternativa de transformarla en un laboratorio constituye una apuesta teórico-práctica que puede ser adaptada a las necesidades de otros grupos o instituciones que pretendan apuntar a problemas parecidos o relacionados al desdén o la desconexión con el saber matemático. Esta investigación, desde su comienzo, procuró gestar una propuesta de aula que desmontara muchos imaginarios que los niños van construyendo a lo largo de la vida escolar referente a las matemáticas. Estos imaginarios, en ocaciones, pueden generar apatia o miedo, que les impide relacionarse correctamente con las personas, los objetos y hasta con los conceptos.

Es por esta razón que apuestas del tipo experimental apuntan a tranformar las formas en las que el saber llega a los niños. En este caso particular, no solo se transforman las formas de llevar el saber matemático a la escuela, sino que también se modifica la visión de las matemáticas en los niños. Es un gusto para el autor de esta investigación saber que, hoy día, muchos de los niños del grado quinto, que en un pasado demostraron no querer poseer el saber matemático, están en la plena conciencia de que las matemáticas son realmente útiles para la vida y están en todo lo que los rodea.

Se puede concluir que muchos de los significados que se construyen en la escuela pasan por la forma en que estos llegan a los individuos. Si a los niños se les ofrece la posibilidad de interactuar con el otro y con las formas, por más complejas que sean, algo del pensamiento racional se producirá en ellos. Esta propuesta de aula deja, como una de las grandes lesiones de vida, que la capacidad de los niños no se puede medir en años de vida ni etapa escolar. Esto se argumenta ya que se enfrentaron a temas que en la literatura se ha reseñado para niveles mayores de escolaridad, como el caso de los fractales, pero que en el laboratorio llegaron a contribuir al nivel de los niños del grado quinto con nuevas ideas y percepciones sobre lo útil y variado del saber matemático.

Para terminar, se retoma el planteamiento de Tobón (2018) cuando afirma que “la comprensión matemática se ha quedado en sistemas de algoritmos y formulas, permeadas por clases magistrales, donde no se ha tenido en cuenta los cambios y las evoluciones del contexto” (p. 10) . Es por esto que deben surgir propuestas como la de laboratorio, para gestar un verdadero cambio que comprenda una realidad que dicta que lo enseñado en la escuela solo tendrá consonancia en los niños si esto les habla de su mundo real y lo pueden usar en su contexto próximo.

El contexto debe ser comprendido, transformado y bien pensado gracias al pensamiento racional que es propio de individuos que proponen nuevas cosas al mundo. Esto solo es posible si, en las prácticas reales de la escuela, se da inicio a la renovación educativa que plantea García Jiménez (2016) y muchos otros, como mecanismo promotor del cambio de una educación tradicional a una educación en la libertad y para la libertad, que conciba las múltiples formas y alternativas en las que el saber matemático puede llegar a los estudiantes, para contrarrestrar el problema de la desconexión y el desdén que los estudiantes presentan en las clases de matemáticas.

Si alguien preguntara si es verdad que el laboratorio de matemáticas aporta a la construcción de nuevas conexiones entre el saber matemático y los estudiantes, se podría destacar el laboratorio como un espacio de experimentación, diseñado para equivocarse con sentido y pensados para que el saber se construya en el diálogo y contacto con los otros. De esta manera, el saber matemático, que para D'Amore (2006) corresponde al saber enseñado, que solo existe en la medida en que converge con quien lo enseña y con aquellos que lo poseen, puede aproximarse a eso que se llama el saber sabio.

La triada mencionada, desde el comienzo de la investigación, aportó a la consolidación de un problema de investigación y propuso una alternativa que le recuerda al maestro en formación e investigador la necesidad de conectar con los saberes que circulan en la escuela y, en especial, con los individuos que la habitan. Así, una mirada actual de la enseñanza de las matemáticas le muestra a la academia lo positivo de trabajar, discutir y reflexionar con los otros y su diversidad.

Trabajar con los otros, dialogar, equivocarse, construir modelos de prueba y cultivar relaciones de afecto que conecten el saber con los estudiantes son de los mayores resultados que el proceso investigativo aporta al entramado de la educación matemática. Este entramado se nutre al reafirmar, de forma experiencial, la necesidad de transformar la clase matemáticas con acciones que reformen el pensamiento y rescaten a las matemáticas del tradicionalismo que tanto la golpea. Dicho tradicionalismo, al parecer, es y será derrotado con el contacto consciente entre las personas y las ideas que integran los nuevos espacios de construcción del saber en la libertad, por ello, una nueva pregunta que da apertura a nuevas investigaciones en esta línea de indagación. Corresponde al *¿Cómo inciden los espacios de laboratorio de matemáticas en la conexión entre los estudiantes con dificultades de aprendizaje y el saber matemático?*

No se cambió el mundo, pero sí se cambió algo en aquellos que lo van a cambiar.

Referencias

Aguerrondo, I. (1996). *La escuela como organización inteligente*. Argentina: Troquel.

Alzina, R. B. (2004). *Fundamentos Metodológicos*. Barcelona: La Muralla.

Arce, J. (2004). Estructura base de laboratorio de matematicas. *Universidad del Valle*.

Barrero Espinosa, C. , Bohórquez Agudelo, L., & Mejía Pachón, M. P. (2011). La hermenéutica en el desarrollo de la investigación educativa en el siglo XXI. *Itinerario Educativo, 25*(57), 101-120.

Bolívar, A. (1996). Cultura escolar y cambio curricular. *Bordón Revista de Pedagogía*, *48*(2), 169-177.

Bridi, J. H., Santa Ana, M., Geller, M., & Da Silva, J. (2010). El uso de actividades de laboratorio de biología para la enseñanza de matemáticas en los años iniciales: una estrategia interdisciplinar de enseñanza y aprendizaje. *Ensaio Pesquisa Em Educação Em Ciências (belo Horizonte)*, *12*(3), 131–150. https://doi.org/kzkd

Calderon, S., Nuñez, P., Di Laccio, J.L., Iannelli, L., & Gil, S. (2015). Aulas laboratorios de bajo costo usando TIC. *Revista Eureka Sobre Enseñanza Y Divulgación De Las Ciencias, 12*(1), 212-226.

Chevallard, Y., Bosh, M., & Gascón, J. (2000). *Estudiar matemáticas: El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje.* Barcelona: Horsori.

Cisneros, J. W., & Castro, W. F. (2017). Objetivación de la razón y la relación parte-todo mediante la medición: un estudio con niños de séptimo grado. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, *10*(1), 21-36.

Colegio Colombo Británico. (2019). *Proyecto educativo institucional*. Autoedición.

Creswell, J. W. (2009). *Research Designs.* Sage.

D'Amore, B. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. En *Didáctica de la matemáticas* (pp. 231-250). Bologna: Coperativa editorial magisterio.

Díaz Bravo, L., Torruco García, U., Martínez Hernández, M., & Varela Ruiz, M. (2013). La entrevista, recurso flexible y dinámico. *Investigación en Educación Médica 2*(7), 162-167.

Espinoza Cid, R., & Ríos Higuera, S. (2017). *El diario de campo como instrumento para lograr una práctica reflexiva*. XIV Congreso nacional de investigación educativa, San Luis Potosí, México.

Fernández Marchesi, N. E. (2018). Actividades prácticas de laboratorio e indagación en el aula. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (44), 203-218. https://doi.org/kzkn

Galeano Marín, M. E. (2018). *Estrategias de investigación social cualitativa: el giro en la mirada.* Universidad de Antioquia.

Gallego Ramos, J. R. (2018). Cómo se construye un marco teórico. *Cadernos de Pesquisa*, *48*(169), 830-854. https://doi.org/gpd7rr

Gallo, O., Gutierrez, J., Jaramillo, C., Monsalve, O., Munera, J., Obando, G., Posada, F., Silva, G. & Vanegas, M. (2006). Un contexto teórico. En *Pensamiento Métrico y sistemas de medida.* Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia.

García Jiménez, J. V. (2016). La clase de matemáticas como laboratorio epistemológico. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, *11*(2), 28-39.

Godoy, J. F., Saucedo, R., & Flores, S. (2014). *El aula como laboratorio de matemáticas aplicada*. Congreso interdisciplinario de cuerpos académicos.

González Avila, M. (2002). Aspectos éticos de la investigación cualitativa. *Revista Iberoamericana De Educación, 29*, 85-103. https://doi.org/kzkr

Guirao Goris, S. J. (2015). Utilidad y tipos de revisión de literatura. *Ene, 9*(2). https://doi.org/cmrb

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., y Batista Lucio, M. P. (2006). *Metodología de la Investigación*. McGraw-Hill.

Jiménez, A. (2010). La naturaleza de la matemática sus concepciones y su influencia en el salón de clase. *Educación y ciencias*, (13), 135-150. https://doi.org/kzks

Kline, M. (1998). *Matemáticas. La perdidad de la certidumbre* (Trad. A. Ruiz Merino). Siglo Veintiuno Editores.

Larrosa, J. (2006). Sobre la Experiencia. *Separata Revista de Educación y Pedagogía*. Obtenido de https://tinyurl.com/4546ueur

Laura Fernanda, A. J., Davila Gonzalez, J. G., & Murcia Torres, L. (2020). *Método Fenomenológico Hermenéutico*. Repositorio Universidad Santo Tomás. https://doi.org/kzkt

Malagón, J., Ayala, M., & Sandoval, S. (2011). El experimento en el aula: comprensión de fenomenologías y construcción de magnitudes. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Manen, M. V. (2010). *El tacto en la enseñanza.* Madrid: Paidós.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas.* URL

Miranda Fernández, C. A., & Maite Andrés, M. (2009). El aprendizaje en el laboratorio basado en resolución de problemas reales. *Sapiens. Revista Universitaria de Investigación, 10*(2), 181-194.

Pabón, O. A., Gómez, D. M., & Sarmiento, E. (2008). El laboratorio de matemáticas. En Luque, Carlos Julio (Ed.), *Memorias XVIII Encuentro de Geometria y VI encuentro de Aritmética* (pp. 189-201). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Ramírez Casallas, J. F. (1999). La matemática como herramienta en la construcción y conocimiento del entorno. *Paideia Surcolombiana*, (7),77-84. https://doi.org/kzkf

Rangel Torrijo, H. (2014). Una mirada internacional de la construcción curricular. Por un currículo vivo, democrático y deliberativo. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, *17*(1), 01-16. Obtenido de https://tinyurl.com/34nd6nbj

Rojano, T. (1994). La matemática escolar como lenguaje. Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, *12*(1), 45-56. https://tinyurl.com/4zz8fkvy

Sepúlveda, O. (Octubre de 2013). *La fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas de Hans Freundenthal*. Memorias Congreso Investigación y Pedagogía, Tunja. http://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/5800

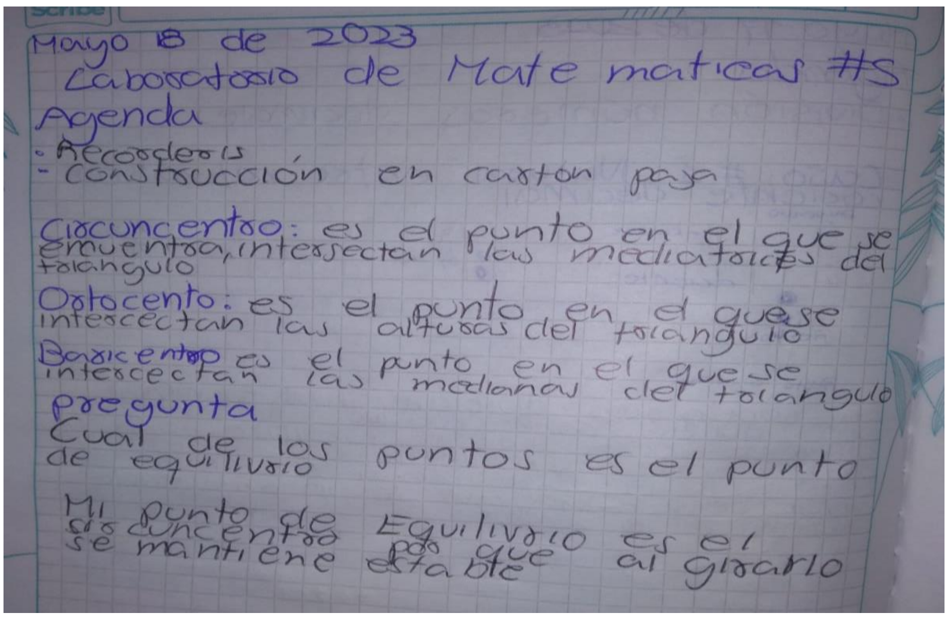
Tobón, R. (2018). *Diseño de un laboratorio de matemáticas para el fortalecimiento de la enseñanza y el aprendizaje en el grado quinto: pensamiento numérico y variacional* [Trabajo de grado, Universidad Pontificia Bolivariana]. http://hdl.handle.net/20.500.11912/3657

Anexos

La siguiente figura representa la hoja de registro de uno de los laboratorios que se realizaron. Esta construcción es valorada como un proceso autónomo que una de las niñas realizó. No fue solicitado, pero en la conciencia de la niña era fundamental saber que, al estar en un laboratorio, el registro teórico es una forma de nombrar las cosas para hacer uso correcto de ellas.

Figura 19

Anexos trabajo estudiante


Mayo 18 de 2023
Laboratorio de Matematicas #5
Agenda
- Recorderis
- Construcción en carton paja
Circuncentro: es el punto en el que se encuentra, intersectan las mediatrices del triangulo
Ortocento: es el punto en el que se intersectan las alturas del triangulo
Baricentro es el punto en el que se intersectan las medianas del triangulo
pregunta
Cual de los puntos es el punto de equilibrio
Mi punto de Equilibrio es el circuncentro por que al girarlo se mantiene estable

Ahora se encontrarán con los consentimientos informados. Estos archivos corresponden al cumplimiento de los asuntos éticos de la investigación. Además, sustentan el pleno consentimiento del desarrollo de la investigación.

Figura 20

Consentimiento informado estudiante 1

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA – FACULTAD DE EDUCACIÓN

Permiso de estudiantes para la *participación* en la investigación de pregrado titulada "Transformación de las relaciones de los estudiantes con el saber matemático a través de un laboratorio de matemáticas."

Por este medio deseo solicitar tu permiso para que hagas parte de la investigación la cual se adelanta en el pregrado de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia, titulada "Transformación de las relaciones de los estudiantes con el saber matemático a través de un laboratorio de matemáticas."

En el marco de esta investigación se ha retomado la clase de matemáticas en el colegio para generar ambientes en los que puedas participar en un espacio en el que se aborden las matemáticas de manera diferente, retomando los desempeños propuestos por la institución en el plan de área y complementándolo con las sesiones del laboratorio de Matemática, la cual te permitirá la construcción y consolidación de ideas que surgen de tu contexto próximo, para que a partir de tus ideas puedas por un lado, reflexionar en torno al uso de las matemáticas en tus vivencias diarias, y por el otro aprender sobre temas que aportarán a tu crecimiento no solo intelectual, sino también, personal.

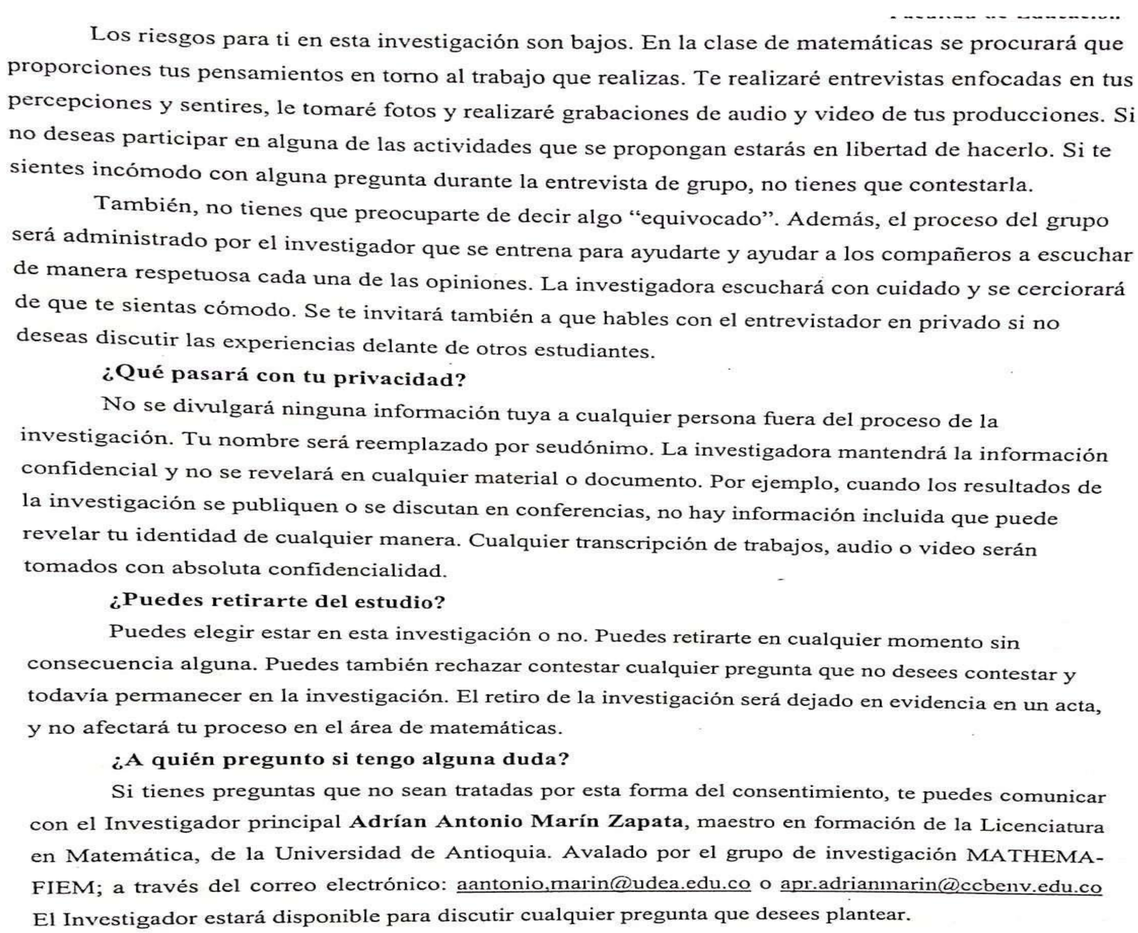
¿Por qué se realiza esta investigación?

Esta investigación se realiza en el marco del pregrado en Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Antioquia y entre uno de sus objetivos pretende propiciar espacios de interacción a partir de las sesiones de laboratorio de Matemáticas, en los que tú, por medio de la Actividad Matemática, puedas relacionar las matemáticas con tus vivencias y tu entorno a partir de la creatividad, el desarrollo del espíritu investigativo, la cooperación, la *participación* y el fomento por el respeto.

La clase de matemáticas pensada en esta lógica responde a la necesidad de retomar tu papel como protagonista del aprendizaje, buscando la motivación y el interés constante en torno a procesos en los que es necesario cuestionar las ideas y buscar soluciones a problemáticas. Se trata de constituir un espacio en el que puedas indagar, experimentar, reflexionar y discernir en torno a temas de tu interés, relacionados con las matemáticas.

Figura 21

Consentimiento informado estudiante 2



Los riesgos para ti en esta investigación son bajos. En la clase de matemáticas se procurará que proporciones tus pensamientos en torno al trabajo que realizas. Te realizaré entrevistas enfocadas en tus percepciones y sentires, le tomaré fotos y realizaré grabaciones de audio y video de tus producciones. Si no deseas participar en alguna de las actividades que se propongan estarás en libertad de hacerlo. Si te sientes incómodo con alguna pregunta durante la entrevista de grupo, no tienes que contestarla.

También, no tienes que preocuparte de decir algo "equivocado". Además, el proceso del grupo será administrado por el investigador que se entrena para ayudarte y ayudar a los compañeros a escuchar de manera respetuosa cada una de las opiniones. La investigadora escuchará con cuidado y se cerciorará de que te sientas cómodo. Se te invitará también a que hables con el entrevistador en privado si no deseas discutir las experiencias delante de otros estudiantes.

¿Qué pasará con tu privacidad?

No se divulgará ninguna información tuya a cualquier persona fuera del proceso de la investigación. Tu nombre será reemplazado por seudónimo. La investigadora mantendrá la información confidencial y no se revelará en cualquier material o documento. Por ejemplo, cuando los resultados de la investigación se publiquen o se discutan en conferencias, no hay información incluida que puede revelar tu identidad de cualquier manera. Cualquier transcripción de trabajos, audio o video serán tomados con absoluta confidencialidad.

¿Puedes retirarte del estudio?

Puedes elegir estar en esta investigación o no. Puedes retirarte en cualquier momento sin consecuencia alguna. Puedes también rechazar contestar cualquier pregunta que no desees contestar y todavía permanecer en la investigación. El retiro de la investigación será dejado en evidencia en un acta, y no afectará tu proceso en el área de matemáticas.

¿A quién pregunto si tengo alguna duda?

Si tienes preguntas que no sean tratadas por esta forma del consentimiento, te puedes comunicar con el Investigador principal **Adrían Antonio Marín Zapata**, maestro en formación de la Licenciatura en Matemática, de la Universidad de Antioquia. Avalado por el grupo de investigación MATHEMA-FIEM; a través del correo electrónico: aantonio,marin@udea.edu.co o apr.adrianmarin@ccbenv.edu.co El Investigador estará disponible para discutir cualquier pregunta que desees plantear.

Figura 22

Consentimiento informado estudiante 3

Si deseas participar en la investigación de manera voluntaria y aceptas lo mencionado antes, firma y escribe en letra legible tu nombre en la línea que aparece abajo.

Firma del estudiante. Acuerdo querer participar en esta investigación. Manifiesto entender que puedo elegir el no participar en ella incluso después de que haya concedido este permiso.

[redacted]

Nombre del estudiante

Firma del estudiante

Fecha: Mayo 26 de 2023

Figura 23

Consentimiento informado padres de familia

decisión la tomó en pleno uso de mis facultades mentales, sin encontrarse bajo efectos de medicamentos, drogas o bebidas alcohólicas, consciente y libremente.

He leído y escuchado satisfactoriamente las explicaciones sobre la participación de mi hijo(a) en esta investigación. Manifiesto entender que mi hijo(a) puede elegir el no participar en la investigación incluso después de que haya concedido este permiso. Así mismo, he tenido la oportunidad de hacer preguntas con respecto a la investigación, las cuales se me han respondido satisfactoriamente, por lo que estoy de acuerdo en que mi hijo(a) participe en ella y autorizo el uso de la información obtenida para los propósitos planteados en el apartado introductorio del presente consentimiento.

[redacted]

Nombre del padre o del tutor

Firma del padre o del tutor

[redacted]

Teléfono de c[redacted]

Correo electr[redacted]

Fecha: 14 JUNIO 2023

Figura 24

Consentimiento informado rector

pregrado titulada "Transformación de las relaciones de los estudiantes con el saber matemático a través de un laboratorio de matemáticas."

Por este medio, el maestro en formación de la Universidad de Antioquia, Adrían Antonio Marín Zapata, solicita autorización para realizar un trabajo de investigación con estudiantes de los grados 5° del colegio, sobre **"La Transformación de las relaciones de los estudiantes con el saber matemático a través de un laboratorio de matemáticas"** se solicita el aval de la institución, para el desarrollo de la citada investigación. El investigador y maestro en formación se compromete a:

1. Explicar al colegio, con anterioridad al inicio de la investigación, los objetivos y las finalidades que se pretenden alcanzar, así como las características y condiciones de la misma.
2. Informar al colegio el estado o evolución de la investigación, a lo largo de las diferentes etapas del proceso investigativo.
3. Entregar las conclusiones a todos los implicados en la investigación para que puedan servir de mejora y favorezcan la calidad de los procesos educativos del colegio.
4. Solicitar autorización por escrito para el desarrollo de la investigación a los estudiantes y a sus familias.
5. La investigación se llevará a cabo con los estudiantes que con anterioridad hayan manifestado interés en participar.
6. Al final de la investigación se enviará a la rectoría del colegio una memoria de las conclusiones obtenidas.

[redacted]

Rector