



La experimentación como una posible vía para articular la enseñanza de las matemáticas con la cotidianidad. Análisis de una secuencia didáctica sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático

Anderson Surmay Mesa

Marina Cecilia Cerro Hurtado

Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas y Física

Tutor

Yaneth Liliana Giraldo Suárez, Magíster (MSc) en Educación Matemática

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas y Física
Medellín, Antioquia, Colombia
2023

Cita	(Restrepo Botero & Cardona Ospina, 2023)
Referencia	Restrepo Botero, M.A & Cardona Ospina, D.A 2023)). <i>La experimentación como una posible vía para articular la enseñanza de las matemáticas con la cotidianidad. Análisis de una secuencia didáctica sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático.</i> [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Seleccione posgrado UdeA (A-Z), Cohorte Seleccione cohorte posgrado.

Grupo de Investigación Seleccione grupo de investigación UdeA (A-Z).

Seleccione centro de investigación UdeA (A-Z).



Seleccione biblioteca, CRAI o centro de documentación UdeA (A-Z)

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes.

Decano/Director: Wilson Antonio Bolívar Buriticá.

Jefe departamento: Iván Leonardo Cely Rueda.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

La gratitud es el único secreto que no puede revelarse por sí mismo. Emily Dickinson.

La puerta de la gratitud, ha estado abierta desde muy temprana edad en nuestras relaciones filiales y las enseñanzas recibidas en nuestros hogares, son ellos, los amores más grandes de nuestras vidas, quienes han sostenido emocional, moral, psicológica y económicamente, acompañándonos en la construcción de lo que hoy somos, en este mi camino que hemos elegido transitar como maestros, muchas gracias por su amor y apoyo incondicional, damos gracias al universo por tenerlos en nuestras vidas.

Agradecimientos

A nuestra Alma Mater, asesora, cooperador, Instituciones Educativas, compañeros y estudiantes, que con sus formas de ser y acompañamiento, han tocado nuestras vidas personales y académicas.

Contenido

Resumen	8
Abstract	9
Introducción	10
Planteamiento del problema	12
Formulación del problema	16
Pregunta de investigación:	16
Antecedentes	17
La experimentación en la enseñanza de las matemáticas.....	18
Perspectivas de estudio en la educación Matemática.....	23
Justificación.....	26
Objetivos	27
General	27
Específicos	27
Marco teórico	28
Una mirada a la ciencia matemática.....	28
La concepción de ciencia de acuerdo con Peirce	30
La didáctica madre de las ciencias de la educación	32
El enfoque Ontológico y Semiótico, una apuesta por mejorar los procesos de aprendizaje de las matemáticas.....	33
Relaciones metodológicas y teóricas de la didáctica	42
¿La secuencia didáctica o trayectoria didáctica?.....	45
Trayectoria docente y discente en la configuración didáctica.....	46
Trayectoria epistémica	47
Metodología	52

Enfoque Cualitativo.....	52
Estudio de casos	54
Estudio de Caso Instrumental.....	55
Participantes	55
Recolección y análisis de datos.....	56
Observación participante.....	57
La entrevista semiestructurada	58
La encuesta.....	58
Análisis documental	59
Secuencia didáctica	60
Fases de la investigación.....	60
Saberes Previos	61
Fase I:	62
Fase II.....	63
Fase III.....	65
Fase IV	66
Discusión y Resultados de la Investigación	68
El rol experimentación en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias matemáticas	69
Un acercamiento a los saberes previos de los estudiantes	69
Nociones de interacción y configuración didáctica en el tiempo didáctico	72
Un acercamiento inicial a la construcción de significados personales de los estudiantes.	74
Explorando ando y la herramienta aplicando.....	76
La ciencia matemática y algunas herramientas que la implementan en la cotidianidad	78
Jugando ando y los saberes en conocimiento formalizando.....	80
Conclusiones y Reflexiones	91

Referencias Bibliográficas	94
Anexos.....	98
Anexo 1: Consentimiento Informado	98
Anexo 2: Configuración Didáctica.....	101
Anexo 3: Encuesta Previa a Estudiantes	105
Anexo 4: Encuesta Docente Cooperador.....	105
Anexo 5: Encuesta percepción de la secuencia didáctica sobre la ubicación espacial.....	106

Lista de figuras

<i>1 Contesto del Territorio Escolar de la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria. Fuente de realización propia</i>	<i>13</i>
<i>2 Árbol de Problema Investigativo. Fuente de elaboración propia.....</i>	<i>16</i>
<i>3 De las tareas a la idoneidad didáctica. Tomada de Diaz Godino (2013, p. 13).</i>	<i>39</i>
<i>4 Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática). Tomado de Godino (2013, p. 119).....</i>	<i>41</i>
<i>5 Significados pragmáticos y configuración ontosemiótica. Tomada de (Godino et al., 2017, p. 4)</i>	<i>43</i>
<i>6 Objetos e interacciones didácticas. Tomado de (Godino et al., 2006).</i>	<i>43</i>
<i>7 Componentes de la idoneidad didáctica. Figura tomada de (Godino et al., 2006, p. 18).....</i>	<i>44</i>
<i>8 Contexto de los sitios aledaños a la I.E. tomada de Google Maps</i>	<i>64</i>
<i>9 Mapa de Königsberg en la época de Leonhard Euler.</i>	<i>67</i>
<i>10 Mapa de Medellín elaborado por los docentes para el ejercicio.</i>	<i>67</i>
<i>11 Tabulación encuesta saberes previos estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>70</i>

<i>12 Tabulación encuesta saberes previos estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>71</i>
<i>13 Plano Cartesiano a gran escala, fuente de elaboración propia.</i>	<i>81</i>
<i>14 Construcción colectiva mapa contextual. fuente de elaboración propia.....</i>	<i>82</i>
<i>15 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>84</i>
<i>16 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>84</i>
<i>17 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>85</i>
<i>18 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>85</i>
<i>19 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>85</i>
<i>20 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>86</i>
<i>21 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>86</i>
<i>22 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>87</i>
<i>23 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.</i>	<i>87</i>

Resumen

El presente trabajo, toma como punto de partida el rol de la experimentación en la configuración didáctica para la articulación de las ciencias matemáticas con la cotidianidad de los estudiantes, igualmente, desarrolla el análisis de una configuración didáctica que permita la correlación del pensamiento espacial y métrico con la realidad y el contexto. Este, propone el trabajo conjunto con los pares académicos para la implementación de estrategias metodológicas del paradigma cualitativo y su estudio de caso instrumentado. Así mismo, recoge los datos necesarios o insumos para su discusión desde los planteamientos conceptuales del Enfoque Ontosemiótico propuesto por Díaz Godino, a saber, los componentes de análisis de la trayectoria didáctica en dichas configuraciones sobre los sistemas conceptuales y pensamientos matemáticos, propuestos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas, volviendo la mirada a la concepción de ciencia como una cosa viva que buscan los hombres vivos, dejando como resultado, la elaboración y análisis de una configuración didáctica sobre el pensamiento espacial y métrico en el diagrama de coordenadas ortogonales, además de la reflexión de cara a los tiempos didácticos *versus* tiempo curricular, considerándolo un giro necesario para cambiar las prácticas convencionales, que limitan la apropiación de aprendizajes significativos propios del rol de la experimentación en la enseñanza de la ciencias matemáticas.

Palabras clave: Configuración Didáctica, Enfoque Ontosemiótico, Roll de la Experimentación, Ciencias Matemáticas.

Abstract

The present work, takes as a starting point the roll of experimentation in the didactic configuration for the articulation of the mathematical sciences with the daily life of the students, likewise, develops the analysis of a didactic configuration, which allows the correlation of spatial and metric thinking with reality and context. This proposes the joint work with academic peers for the implementation of methodological strategies of the qualitative paradigm and its instrumented case study. Likewise, it collects the necessary data or inputs for its discussion from the conceptual approaches of the Ontosemiotic Approach proposed by Díaz Godino, namely, the components of analysis of the didactic trajectory in these configurations on the conceptual systems and mathematical thoughts, proposed by the Ministry of National Education (MEN) in the Curricular Guidelines and the Basic Standards of Mathematical Competences, Turning our gaze to the conception of science as a living thing that living men seek, leaving as a result, the elaboration and analysis of a didactic configuration on spatial and metric thinking in the orthogonal coordinate diagram, in addition to the reflection in the face of didactic times Vs curricular time, considering it a necessary turn to change conventional practices, which limit the acquisition of significant learning typical of the roll of experimentation in the teaching of mathematical sciences.

Keywords: *Didactic Configuration, Ontosemiotic Approach, Roll of Experimentation, Mathematical Sciences.*

Introducción

Correlacionar el pensamiento y sistema conceptual matemático como ciencia, así como la importancia de la interacción de este conocimiento de carácter creador en la cotidianidad del estudiante, es una de las preocupaciones de los docentes del área matemáticas en las Instituciones Educativas y el interés de investigación en el presente trabajo, el cual, se realiza en el marco de la Práctica Pedagógica de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia, llevada a cabo en la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria en el grado séptimo.

En esta medida, se plantea un reto importante, pues implica que los docentes cambien la meta del paradigma educativo convencional referente a los tiempos curriculares de los ciclos o periodos académicos, de cara a los contenidos y obtención de resultados pretendidos por los estudiantes en dichos periodos, para enfocar las configuraciones didácticas¹, no solo en el acercamiento a los contenidos de la ciencia matemática, sino también en el aprendizaje en torno a las competencias de la ciencia, aplicando estrategias metodológicas del rol de la experimentación en su enseñanza.

De tal modo, esta correlación plantea una revisión a los documentos rectores como Plan Educativo Institucional, la malla curricular, las planeaciones de área y sus respectivas secuencias didácticas, generando el interés de investigación por parte de los docentes en formación, quienes tomaron como objeto de reflexión el rol de la experimentación como una posible vía para articular la enseñanza de las matemáticas con la cotidianidad, analizando una secuencia didáctica a la luz del Enfoque Ontosemiótico del profesor Diaz Godino y su valoración de la idoneidad didáctica de un proceso de instrucción matemática sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático en la cotidianidad de los estudiantes.

Al lado de ello, se exploró en las bases de datos científicas y académicas, estudios que compartieran relaciones de intereses con la presente investigación, las cuales tendrán su lugar en el planteamiento problemático y la pregunta orientadora, el marco teórico y la metodología, con esto, se propuso desde el trabajo conjunto con los pares académicos (el docente cooperador y la asesora de tesis), la elaboración de una configuración didáctica en la que se implementa estrategias

¹ Es “la secuencia interactiva de estados de las trayectorias que tienen lugar a propósito de una situación-problema o tarea” (Diaz Godino et al., 2006, p. 20).

metodológicas del rol de la experimentación en la enseñanza de la ciencia matemática, así como, los instrumentos en la recolección de la información y los datos de interés, tales como entrevistas con el docente cooperador y encuestas a los estudiantes del 7° de la Institución, quienes son las voces que comparten la experiencia educativa, para la realización de un estudio de caso instrumental, dando paso a su posterior discusión y resultados, lo anterior, en coherencia con el paradigma cualitativo de la investigación.

En este mismo sentido, el marco conceptual aborda las categorías que se han de tener en cuenta como ciencia matemática, configuración didáctica, sistema de pensamiento matemático, “remitiendo a las voces de quienes han dedicado sus esfuerzos para consolidar desde su práctica profesional y académica, los antecedentes y bases teóricas para los cimientos de las ciencias de la educación” (Jaramillo Salazar & Gallego Londoño, 2019, p. 16), entre estas las matemáticas.

En este orden y de acuerdo al interés de la investigación, se toman las categorías, partiendo de los planteamientos de Díaz Godino, en el análisis de la configuración didáctica; respecto a *los sistemas conceptuales y pensamientos matemáticos* y las orientaciones propuestas del MEN en los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas.

Lo anterior, deja como resultado, la elaboración de una configuración didáctica, que articula la ciencia matemática con la cotidianidad de los estudiantes, desde la implementación del rol de la experimentación en la enseñanza de la ubicación espacial dentro plano cartesiano, además de la reflexión y práctica del trabajo conjunto entre pares, en la planeación escolar del área de matemáticas, dando lugar a los elementos de la ciencias matemáticas que constantemente están presentes en la cotidianidad de los sujetos.

Planteamiento del problema

El presente trabajo de investigación, se realiza en el marco de la Práctica Pedagógica de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, llevada a cabo en la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria en el 7°, a continuación, se hace una contextualización en coherencia con la información contenida en el Proyecto Educativo Institucional (PEI).

La Institución Educativa, Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria, está ubicada en la comuna 12 de la ciudad de Medellín, barrio Santa Lucía, es de carácter privada mixta, su filosofía educativa es en esencia pedagógica constructivista, basada en las metodologías activas donde el conocimiento no es considerado el resultado de una mera copia de la realidad preexistente, sino de un proceso dinámico e interactivo a través del cual la información externa es interpretada y reinterpretada por la mente, en otros términos, ven los procesos de enseñanza-aprendizaje como un continuo e inacabado, un instrumento clave para impulsar las competencias de su comunidad académica. En este sentido, transmiten una educación humanizadora, liberadora y transformadora teniendo en cuenta la realidad y el contexto social, promoviendo la integralidad de los estudiantes, haciendo énfasis en cuatro dimensiones²:

- Relacional: Cada estudiante lo vive en relación a su singularidad y la incorporación de cada ámbito coherentemente a sus objetivos, dando a conocer como personas y comunidad sus actitudes y aptitudes socioculturales dentro y fuera de la Institución Educativa.
- Volitiva: Fomentando en el estudiante la voluntad, como la facultad que le permite decidir y ordenar la propia conducta, en su libre albedrío y libre determinación, reflejando la

² Tomado del Proyecto Educativo Institucional de la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria.

concreción de sus pensamientos propios de una persona que asume responsablemente sus actos.

- **Cognitiva:** Conciben que la formación de la persona, implica factores como el pensamiento, el lenguaje, la percepción, la memoria, el razonamiento, la atención, la resolución de problemas, la toma de decisiones, etc., que forman parte del desarrollo intelectual y de la experiencia de cada estudiante.
- **Trascendental:** al reconocer que somos seres mortales y que existe un camino para permanecer en el tiempo y el espacio que está fuera de lo corporal. Lo anterior implica que, todos estamos en condición de dejar un legado cultural artístico o científico que sirva de inspiración para otros con sabiduría y visión de futuro.



*1 Contexto del Territorio Escolar de la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria.
Fuente de realización propia*

Así mismo, la Institución ofrece niveles de educación: transición, básica primaria, básica secundaria, media académica y media técnica.

Ahora bien, luego de haber realizado la correspondiente contextualización de la Institución Educativa, pasamos a identificar el contexto pedagógico-didáctico de vital importancia para el ejercicio docente, es decir “tener una mirada integral, de tal forma que posibilite al docente una perspectiva crítica no solo del estudiante, sino de la institución, del currículo, y otros, derivados en la necesidad de conocer todo el ambiente que rodea al estudiante” (Gonzalvez, 2016, p. 36), es por ello que, durante nuestras prácticas docentes, realizamos una observación intencionada de las clases de matemáticas, identificando que poco o nada se acude a la experimentación o a la cotidianidad del contexto de los estudiantes para el abordaje de los conceptos matemáticos en su enseñanza y explicación de los mismos, dando la sensación de las matemáticas como una ciencia puramente abstracta, desligándola en buena medida de la realidad contextual de los estudiantes, llevando a un cuestionamiento poco favorable sobre la utilidad de las matemáticas en su vida cotidiana.

Con respecto a lo anterior, surgen preguntas en los estudiantes como “¿eso para que me sirve?” o aseverando que eso “nunca lo van a utilizar”, lo que sigue perpetuando estos imaginarios colectivos sobre el saber matemático, trayendo como consecuencia un gran desdén por el área, así como un aprendizaje superfluo solo por cumplir un requisito, lo cual, se ve reflejado como una de las causantes en los años siguientes, donde es evidente que recuerda poco o nada de los conceptos trabajados en años anteriores.

Lo anterior, pone en evidencia la falencia de material concreto que le permita a los estudiantes articular su cotidianidad con su formación matemática, para maravillarse con la experimentación y exploración que poseen las mismas en su integralidad disciplinar, al escudriñar y descubrir cómo todo está relacionado, convirtiendo este factor, en un obstáculo para una buena aprehensión de los conceptos trabajados durante las clases del área, advirtiendo con esto, como el

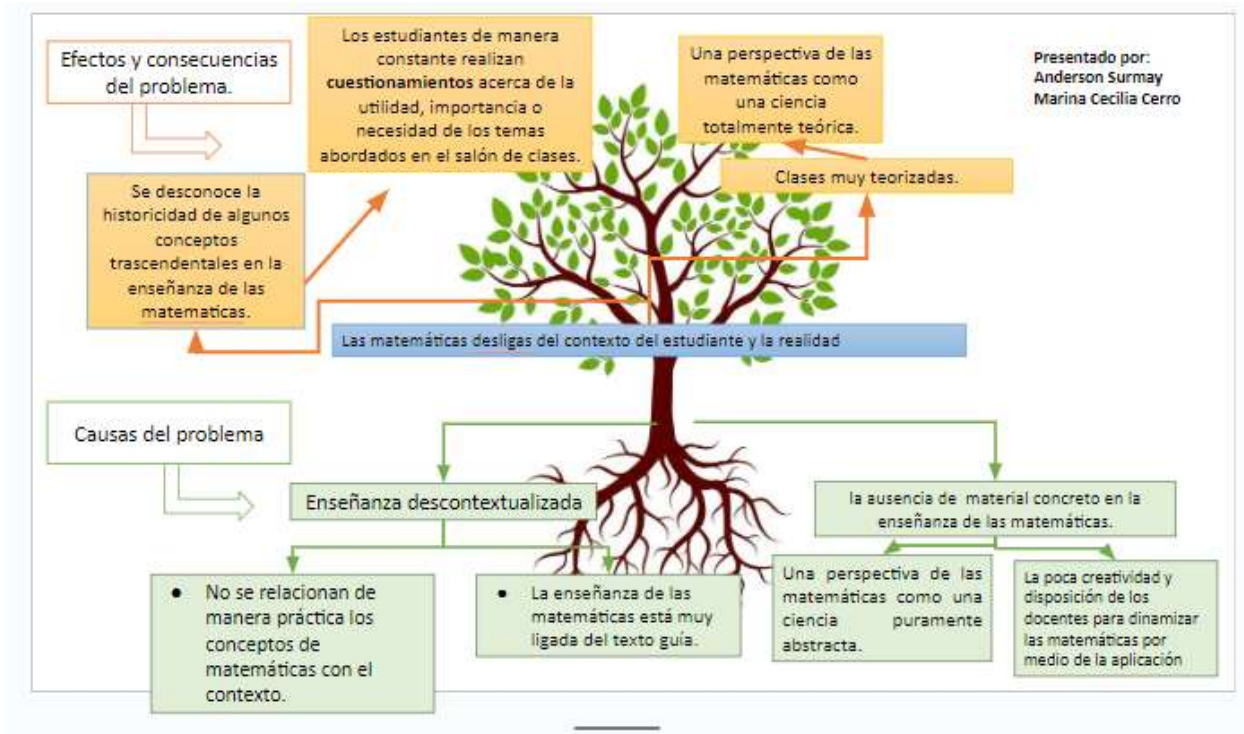
aula adopta una estructura rígida, abstracta y absoluta, dando la impresión de que las matemáticas son una ciencia acabada sin mayores misterios a explorar, reducida a un problema ya establecido o una receta algorítmica que solo puede ser resuelta por los “genios o más inteligentes” de la clase, que mucho o nada tiene que ver con la realidad de los demás estudiantes.

Siguiendo la lógica contextual planteada en la presentación de esta problemática, damos una mirada al de la política educativa de las matemáticas y uno de sus documentos rectores, los Estándares Básicos de Competencia propuestos por el MEN, en este, precisamente hay un acápite denominado *Los tres contextos en el aprendizaje de las matemáticas*, en el cual, reza de la siguiente forma:

El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar –no sólo físico, sino ante todo sociocultural– desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas. (MEN, 2006, p. 70).

Así mismo, encontramos otras reflexiones respecto a la calidad de la educación, que se pretende Como orientaciones frente a

Las nuevas expectativas sociales exigían que el sistema educativo fuera más allá de garantizar la escolaridad universal, y ofreciera a todos los estudiantes, independientemente de su procedencia, oportunidades para desarrollar las habilidades y valores necesarios para vivir, convivir, ser productivo y seguir aprendiendo a lo largo de la vida. No se trata solamente de lograr la universalización de la educación obligatoria, es necesario garantizar resultados en los estudiantes (MEN, 2006, p. 8).



2 *Árbol de Problema Investigativo. Fuente de elaboración propia*

Formulación del problema

Pregunta de investigación:

¿Cuáles son las contribuciones al proceso de construcción de conocimiento, en torno a un concepto matemático, que pueden generarse a partir de actividades que enlazan la Experimentación Cualitativa Exploratoria y el contexto social de los estudiantes?

Antecedentes

Este apartado, en todo ejercicio de investigación, corresponde a la indagación de trabajos que comparten afinidad con el interés o problemática identificada como fenómeno que requiere ser profundizado, recreado o reflexionado de nuevo en coherencia con la experiencia de los investigadores. Por lo tanto, comporta su propia metodología la cual parte de la exploración de las bases datos científicas, repositorios digitales universitarios, libros especializados en la disciplina como SciELO, Redalyc, Academic Search y JSTOR, entre otras, conduciendo a la recolección de los datos para afianzar la problematización, los referentes teóricos, su posterior comprobación y cruce de información de acuerdo con los objetivos propuestos, derivando en los resultados arrojados por la misma.

Dicho de otra forma, se presentan las reflexiones hechas a partir de la revisión de esos trabajos de investigación, que guardan relación con los propósitos y metas que se han expuesto. Se resaltan algunas ideas que, tienen que ver con los aspectos planteados en la problemática descrita, y que sirven de orientación para la profundización de las diferentes temáticas en el marco teórico y el diseño de actividades de intervención con los estudiantes, que hacen parte de los sujetos seleccionados para la identificación de la cercanía de las ciencias matemáticas con la cotidianidad.

Las cuales, irán determinando el posicionamiento de los investigadores frente a su propio deseo o interés de investigación sobre los antecedentes relacionados a su tema, de los cuales pueden surgir interrogantes como: ¿qué comparten? ¿De qué se alejan? Y, hacer una síntesis a manera de conclusión al final de los aportes identificados.

La experimentación en la enseñanza de las matemáticas

A partir de la introducción general, se considera permitiente explorar algunos trabajos en correlación con la experimentación y su implementación en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias matemáticas que aquí nos convoca.

Así, describir el rol de la experimentación en el diseño de una clase de matemáticas, es el objeto de la investigación de Rodríguez y Quiroz (2016), este trabajo permite realizar la identificación de elementos fundamentales a tener en cuenta en la didáctica específica de esta ciencia en otros niveles de la educación, no solo en la educación superior o ingenieros quienes fueron la población participante de dicha investigación. Por lo tanto, estos autores detallan la manera en que la experimentación aporta elementos significativos para la mejor comprensión de los fenómenos matemáticos.

De este modo, llegan a la conclusión sobre la implementación de la experimentación en clase de matemáticas y su provecho en la construcción, interpretación y validación de los conocimientos matemáticos por los propios estudiantes, quienes, desde el trabajo grupal y la introducción de actividades experimentales por parte del docente, permiten la innovación didáctica en el aula, irrumpiendo con la enseñanza denominada tradicional, sin limitarse a la presentación de métodos sin contextualización y sin ninguna conexión con la realidad.

En este orden de ideas, es importante considerar el rol de la experimentación en el diseño de la secuenciación didáctica, teniendo en cuenta que “la razón principal para la enseñanza de las matemáticas, es la de formar estudiantes capaces de aplicar las matemáticas y transferir estos conocimientos en una variedad de contextos y situaciones fuera de la escuela” (Rodríguez & Quiroz, 2016, p. 95).

Por otro lado, el rol de la experimentación en sus adjetivos, trata de delimitar el campo de su acción dando lugar a otros términos como juego y el tipo de estos que se pueden llevar al aula desde el ejercicio docente, es así como los acertijos, los juegos de mesa entre otros, que llevaron a “realizar indagaciones de las razones culturales, matemáticas, educacionales, sociológicas y psicológicas, que implican algunos juegos en la enseñanza de las matemáticas y el lugar de la experimentación en el diseño de secuencias didácticas a desarrollar en el aula” (Chamoso Sánchez et al.,2004).

Con esto en mente, se proponen llegar a la resolución de problemas matemáticos, donde el estudiante aprenda a comunicarse y razonar matemáticamente en su cotidianidad, para que esta no se siga viendo como algo ajeno a la realidad contextual de ellos, irrumpiendo con los estereotipos o imaginarios que se tiene sobre las matemáticas, llevándolas a despertar la antipatía de muchos.

Por lo tanto, uno de sus objetivos es superar la reglamentación en la enseñanza de las ciencias matemáticas desde la experimentación y exploración de los fenómenos de las mismas, generando preguntas y conjeturas en el estudiante, para que finalmente razone matemáticamente, proporcionando una idea más clara y certera de los contenidos de la aritmética, el álgebra, la geometría, trigonometría y el análisis de datos estadísticos, entre otras, como las relaciones interdisciplinarias que tejen las matemáticas.

Lo anterior, implica metodológicamente, proponer un juego matemático que le resulta intrigante al estudiante, haciendo de este un participante activo de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, capaz de trabajar en equipo, indagar, discutir, crear, conjeturar y validar sus saberes, dejando de ser un receptor pasivo o mero espectador de la magistralidad del docente, de este modo, la experimentación del juego, es un pretexto para que el estudiante adquiera confianza en sí mismo, desarrolle su capacidad matemática y valore esta ciencia.

Continuando con esta exploración, se expone la idea del desarrollo del pensamiento matemático a través de juegos, propuestos por Núñez y Zapata (2018), en palabras de estas autoras, es de natural importancia tener en cuenta que el conocimiento matemático es una herramienta básica para la comprensión y manejo de la realidad en que vivimos, dicho de otra forma, que estas se aplican a la vida cotidiana, siendo así, como los estudiantes la deben aprender y comprender, de una manera más dinámica, interesante, comprensible, y lo más importante, útil.

Para ello, traen a consideración el juego, el cual es un elemento importante en el desarrollo de la inteligencia, ya que jugar, es emplear básicamente los esquemas que han elaborado previamente, en una especie de lectura de la realidad a partir de su propio y personal sistema de significados.

Por lo tanto, desde esta perspectiva, conciben que el conocimiento se construye de manera global y la disciplina matemática no es una excepción. Además, el juego puede ser aprovechado para el desarrollo de los conceptos y pensamientos matemáticos que trasciende todas las etapas académicas del estudiante, favoreciendo procesos tales como la observación, la descripción, la clasificación, la seriación, la comparación y la analogía, entre otros, propios de la enseñanza y aprendizaje de cualquier área disciplinar, en las que la matemática tiene su lugar.

Alrededor de esta perspectiva del juego como metodología, Ortegon-Yañez (2016), realizan un trabajo de investigación con la pretensión de aportar una experiencia de aprendizaje efectiva y divertida para el desarrollo de habilidades matemáticas y reconocimiento del valor posicional de cantidades en el sistema de numeración decimal en un entorno de aprendizaje basado en tecnologías y otros recursos, a través de una propuesta metodológica basada en juegos, utilizando la Gamificación en el aula, con un grupo piloto experimental y un grupo de control, obteniendo resultados positivos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con aportes significativos en los estudiantes.

De acuerdo con esta autora, los docentes desde hace mucho tiempo vienen utilizando el juego en contextos de no juego, brindando otras experiencias a los estudiantes con diferentes posibilidades que pueden hacer el aprendizaje de las matemáticas más agradable y placentero. Además, implementan el uso de las tecnologías de la información y la comunicación con una gran variedad de recursos para facilitar los procesos formativos de los estudiantes. No obstante, dejan claridad frente a la premisa desde donde abordaron su trabajo y el posicionamiento dada a su metodología, como la siguiente:

El juego por el juego, sería una actividad lúdica solamente, más orientado y utilizado como recurso, a disposición del aprendizaje, aporta todas sus ventajas. Tanto los juegos de mesa como los interactivos, despiertan la motivación y el interés por competir y ganar; con una buena orientación esta actividad genera sana convivencia y potencializa las destrezas matemáticas (Ortegón-Yáñez, 2016, p. 18)

Por su parte, Bravo et al., (2013) desde esta misma perspectiva de los juegos como estrategia metodológica, exponen como pueden ser implementadas en la enseñanza de la geometría en estudiantes de séptimo grado de educación básica, con el propósito de mejorar el rendimiento escolar en la disciplina matemática, por lo tanto, enmarcan este estudio en la modalidad de investigación de campo de tipo descriptivo, tomando como población doscientos estudiantes y ocho docentes del área de matemáticas, esta muestra estuvo representada por dos grupos de cien estudiantes.

Igualmente, en la consecución de la información, implementan instrumentos como el cuestionario, concluyendo en su análisis que los docentes utilizan estrategias tradicionales para la enseñanza de la geometría y muy pocas veces ponen en práctica la estrategia de los juegos, además que los juegos contribuyen a experiencias significativas, favoreciendo el rendimiento académico y la calidad educativa como estrategias didácticas.

Respecto a la relación matemática y cotidianidad, D'Amore & Fandiño (2001), parten de su experiencia como relatores del III Simposio de Educación Matemática en Chivilcoy, Argentina, realizando un conjunto de reflexiones para ofrecer aclaraciones de la expresión *Matemática de la Cotidianidad* y los sentidos o consideraciones aparentemente obvias que se le puede atribuir en su condicionalidad de elementales.

A este propósito, parten de los siguientes factores que se deben seguir contemplando en el escenario escolar, a saber, la relación entre Matemática, Sociedad y Cultura; las relaciones entre las nociones de cotidianidad, realidad y motivación del trabajo escolar; las relaciones entre las necesidades matemáticas cotidianas y la matemática que se estudia en las escuelas; las precauciones que se deben tener en cuenta en relación con las etnomatemáticas; y la trascendencia del lenguaje en el aprendizaje con base en las consideraciones anteriores.

Con esto en mente, desarrollan dos puntos argumentativos clave:

- La problemática generada por los conflictos que se suscitan en el maestro cuando el estudiante le reclama una respuesta a la pregunta ¿Para qué sirve la matemática que se estudia en la escuela?
- El fenómeno de *la escolarización de los saberes*.

En este sentido, su trabajo les conduce a la afirmación: el problema de la “matemática de la cotidianidad” debe investigarse no como un *problema de enseñanza* sino como un asunto asociado con una *epistemología del aprendizaje*, tomando en cuenta los logros alcanzados por la investigación que se hace en didáctica de la matemática y sus aportes tales como:

- La teoría de las situaciones didácticas.
- La noción de contrato didáctico
- La teoría de los obstáculos.

Afirmación que toma su origen y reflexión en “dos tipos de competencias matemáticas: aquellas que desea la escuela y que le dan una valoración positiva y aquellas “verdaderas”, aquellas “reales”,

que utiliza fuera de la escuela” (D’Amore & Fandiño, 2001, p. 7), es decir, los saberes que tienen y los aprendizajes que existen propiamente en el contexto escolar.

Perspectivas de estudio en la educación Matemática

Partiendo de la afirmación D’Amore & Fandiño (2001) respecto a los dos tipos de competencias matemáticas: las deseadas por la escuela y las *verdaderas o reales*, se debe entonces intentar comprender las perspectivas de la educación matemática, sus tensiones, utopías y futuros posibles, socioculturalmente hablando. A este punto (Jaramillo, 2011), considera que el conocimiento matemático es un desencadenante de interrelaciones en el aula, requiriendo establecer diálogos entre las diferentes comunidades académicas y no académicas, procurando la comprensión de nuevas formas de la objetivación del conocimiento matemático.

Por lo tanto, añade que se debe tener respeto por los saberes constituidos por los diferentes grupos presentes al interior del aula, desde una perspectiva sociocultural a la luz de los planteamientos de (Radford,2008), concibiendo que el conocimiento emerge de la interacción dialéctica entre el hombre y la naturaleza, entre las formas individuales y colectivas que reconstituyen al sujeto. En este sentido, plantea algunas utopías o futuros posibles desde el modelo pedagógico etnomatemático como posibilidad de abordar las tensiones de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, estableciendo diálogos entre las prácticas sociales y las escolares, los Lineamientos Curriculares, el Proyecto Educativo Institucional (PEI), la planeación didáctica desde la etnomatemáticas y la Acción Participante, concluyendo que es posible recuperar al sujeto y la subjetividad en el acto educativo.

Desde esta misma perspectiva, Triana (2014), en la construcción de una secuencia didáctica para la enseñanza de la estadística descriptiva univariada, presenta un trabajo exploratorio entre el

componente sociocultural respecto a los datos en la matemática escolar. Para ello, explora el diseño y aplicación de tres escenarios de investigación como alternativa a las prácticas educativas tradicionales, sustentado en unas situaciones reales de interés para los estudiantes, donde estén implícitas acciones propias de la estadística descriptiva univariada, asociadas a la recolección, análisis e interpretación de la información cuyo núcleo temático sea el pensamiento estadístico. Igualmente se acoge a los fundamentos, articulaciones y proyecciones desde la perspectiva de la Educación Matemática Crítica, para adaptarlas e implementarlas en la construcción y continuo análisis de estrategias de mejoramiento didáctico en la educación estadística, configurando pautas para retroalimentar las secuencias de trabajo colaborativo en la estadística escolar y base para desarrollar y validar otros escenarios interdisciplinarios.

Teniendo en cuenta lo anterior, concluye que enseñar no consiste únicamente en trasladar conocimientos a la mente de los estudiantes, sino que también se deben crear condiciones favorables para que ellos puedan formar sus propios conocimientos, en tanto sujetos que se relacionan familiar, social y culturalmente como personas con gustos, disgustos, creencias, sentimientos, entre otras. De este modo, se consigue promover una comunicación abierta entre los estudiantes y el profesor con la facilidad de consultar recursos de diferente naturaleza para que todos cooperen, lo que indudablemente tiene un efecto positivo sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje dialógico.

Por su parte, Breda & do Rosario (2016), realizan el análisis didáctico del trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio desde la perspectiva de estudio de caso instrumental, representando con ello, una mejora en la enseñanza de las matemáticas que se realiza habitualmente, teniendo en cuenta que, en el campo de la educación matemática no hay un consenso sobre la noción de calidad y sobre los métodos para la valoración y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las misma.

De este modo, ante la falta de consenso realizan un estudio de caso instrumental, implementando la noción de criterios de idoneidad didáctica propuesta por el Enfoque Ontosemiótico de la Cognición e Instrucción Matemática desarrollado por Godino, Batanero y Font (2006), como guía de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y la valoración de las implementaciones didácticas de los docentes en ejercicio y formación, además de ser una perspectiva de investigación pedagógica pertinente.

A partir de la revisión de investigaciones que se desarrollaron teniendo como objeto la relación entre la enseñanza de las matemáticas, la cotidianidad del estudiante y el uso de la experimentación como movilizador de procesos del lenguaje en el aula, se puede concluir que es oportuno adelantar una investigación que trate de relacionar estos ejes descritos anteriormente, teniendo en cuenta que, la experimentación en el diseño de la didáctica matemática, se constituye en objeto de investigación, que en su rol, permite realizar la identificación de elementos fundamentales en la didáctica específica de esta ciencia en todos los niveles de la educación, la cual está sujeta a la interpretación y validación de los conocimientos matemáticos por los propios estudiantes, docentes en formación y en ejercicio.

Igualmente, permite la realización de indagaciones culturales, matemáticas, educacionales, sociológicas y psicológicas, implicadas en el diseño de secuencias didácticas a desarrollar en el aula y sus estrategias, como lo puede ser los juegos en la comprensión, comunicación y manejo de la realidad del estudiante, que razona matemáticamente en su cotidianidad, irrumpiendo con la reglamentación tradicional en la enseñanza y aprendizaje de la ciencia matemática, como una posible respuesta a la pregunta ¿para qué sirve la matemática que se estudia en la escuela?, propia de los estudiantes y la comunidad educativa, de cara a la *escolarización de los saberes*.

Ahora bien, desde el rol de la experimentación, el problema de la matemática de la cotidianidad, se concibe como un asunto asociado con una *epistemología del aprendizaje* y no,

como un problema de la enseñanza, este sentido, es pertinente el conocimiento de las variadas perspectivas de estudio en la educación Matemática, para los fines de esta investigación.

Justificación

Los docentes en formación, se encuentra en constante renovación de la experiencia pedagogía y del conocimiento matemático, ellos, con los conceptos aprendidos durante el desarrollo de sus carreras, introducen nuevas formas en las configuraciones didácticas, al recrear las metodologías o estrategias que favorezcan la enseñanza y aprendizaje de las ciencias matemáticas, esto derivado de las observaciones en sus prácticas profesionales al interior de una Institución Educativa, que van desde la práctica del docente en ejercicio o cooperador, hasta el trabajo conjunto en la revisión de los documentos rectores, de los cuales, surgen sus interrogantes e inquietudes frente a estos.

En este sentido, identifican que las mallas curriculares y las practicas pedagógicas del docente cooperador, poco o nada, implementan la experimentación y sus estrategias lúdicas en la configuración didáctica, con esto, la enseñanza de contenidos matemáticos tan abstractos para los estudiantes, los cuales, generan solo el cumplimiento del requisito ante una tarea dada, dejando los conceptos desarticulados o poco relacionados con la cotidianidad.

Lo anteriormente expresado, justifican el interés de investigación y posterior problematización, ante la implementación del roll de la experimentación como una vía posible para articular las ciencias matemáticas con la cotidianidad, así como, la elaboración y análisis de una secuencia didáctica sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático, la cual, se desarrolla en el marco de la Práctica Pedagógica de la Licenciatura en Educación Básica

con Énfasis en Matemáticas de la Universidad de Antioquia, llevada a cabo en la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria en el grado séptimo.

Objetivos

General

Analizar las posibles contribuciones al proceso de construcción de conocimiento en torno a un concepto matemático que pueden generarse a partir de actividades que enlazan la Experimentación Cualitativa Exploratoria y el contexto social de los estudiantes.

Específicos

- Describir las características de la articulación entre la enseñanza de las matemáticas y el contexto social de los estudiantes en el desarrollo de actividades en torno a los conceptos matemáticos.
- Identificar los aportes del enfoque de la Experimentación Cualitativa Exploratoria para la comprensión de algunos conceptos matemáticos a partir de la apertura de espacios dialógicos.

Marco teórico

El marco teórico de la presente investigación, ha sido orientado con los planteamientos conceptuales identificados en los antecedentes rastreados, en coherencia con las categorías de análisis propias del mismo, a saber, la articulación de la ubicación espacial e implementación de números enteros en la localización de coordenadas en el plano cartesiano y su relación con las dinámicas cotidianas de los estudiantes, en las cuales emplean la ciencia matemática consciente o inconscientemente.

Así mismo, la implementación del rol de la experimentación en la enseñanza-aprendizaje de la matemática y su importancia para la interacción de esta ciencia creadora en la cotidianidad del estudiante, además desde la elaboración, desarrollo y análisis de una secuencia didáctica, a la luz del estudio de caso instrumental y los elementos que aporta en dicha articulación en coherencia con el interés de investigación.

Una mirada a la ciencia matemática

Comprender las matemáticas como ciencia, precisa una revisión de los postulados filosóficos que de este concepto se han derivado en cada etapa histórica, además de las características o factores que se le otorguen en su construcción epistémica, la cual, se va ubicando en cada uno de los paradigmas que se van erigiendo desde una determinada escuela de pensamiento, que, hasta cierto punto, determinan una realidad concreta sobre las diversas formas que se pueden implementar en una investigación.

En este sentido, se ha tomado como referencia el trabajo realizado por Ian Hacking (2001), *Representar e Intervenir*, especialmente la parte A del libro, en esta parte hace la revisión de la racionalidad científica, la evidencia y el método, reflexionadas ampliamente la obra de Kuhn (1962), *La Estructura de las Revoluciones Científicas*, para responder a ¿Qué es el realismo

científico?, en su contraparte el Antirrealismo, determinándolas como ficciones intelectuales útiles, dando paso a Construir y Causar el materialismo científico de J.J.C Smart, N Cartwright entre otros, que no tienen interés en ser realista en la teoría.

Seguidamente, pasa al Positivismo de A. Comte, E. Mach y B. Van Fraassen, considerándolos antirrealistas teóricos, proponiendo la inferencia como modelo de explicación científica. El Pragmatismo, abordándolo desde la siguiente hipótesis, algo es real por el consenso de una comunidad de investigadores frente al método de investigación y su continuidad, de C.S Pierce, no obstante, hace el hincapié de W. James y J. Dewey, sobre el valor de comodidad y creencia del argumento científico, llegando a la perpetuidad de estos antirrealistas por H. Putnam en relación con Pierce y Rorty en relación con James y Dewey.

Igualmente, se sigue con el análisis histórico del concepto de ciencia, con la Inconmensurabilidad de T.S. Kuhn y P. Feyerabend, de quienes Hacking desarrolla tres ideas, *la temática*, en esta las teorías pueden traslaparse parcialmente, sin resultados globales; *la disociación*, en esta la teoría después del tiempo y cambio de visión del mundo puede ser ininteligible para una época; *por Significado*, comprenderán que algunas teorías que se contraponen, serán mutuamente incomprensibles por comparación racional y el lenguaje que implican, de cara a esta última, H. Putnam, establece una teoría del significado que evita esta Inconmensurabilidad. Sin embargo, esta teoría del significado, que en principio hizo parte del realismo, se vuelca en Pragmatismo y antirrealismo, que se acercan más al nominalismo trascendental en Putnam y Kuhn, lo cual es descrito en la filosofía comparada de E. Kant.

Llegado a este punto, Ian Hacking, revisa las metodologías de los programas científicos de investigación de I. Lakatos, en contraposición a Kuhn, denominándolos *Sustitutos de la Verdad*, viendo en ellos, más que una teoría de la racionalidad, una explicación objetiva científica, que no necesariamente depende de una teoría que corresponda a la *verdad*, abriendo un camino

Intermedio entre lo real y las representaciones, como una fantasía antropológica de *las ideas y sus representaciones* desde el hombre de las cavernas hasta H. Gertz, sus debates realistas y antirrealistas, demostrando con ello, que en la ciencia se ha pasado de la verdad y la representación a la experimentación y manipulación de los objetos de investigación, para la comprensión del mismo, debido a que, “la realidad tiene que ver con la causalidad y, nuestras nociones de la realidad se forman a través de nuestras habilidades para cambiar el mundo” (Hacking, 2001, p. 173).

En este sentido, si nuestras nociones de la realidad se transforman por medio de nuestras habilidades, está sujeta a nuestra actividad como seres humanos, por ende, la ciencia matemática no escapa a ello, ésta al igual que muchas otras ciencias, en sus teorías puede traslaparse con otras en su interdisciplinariedad, permitiendo explicar las representaciones sociales que los sujetos hacen de los objetos matemáticos en su estudio, para hacerlos más inteligibles en su actividad cotidiana, extrayendo analogías, formando hipótesis y teorías, permitiendo una renovación conceptual de los hechos, que adquieren sentido y organización como actividad humana, más allá, de ser contenidos predeterminados, teniendo en cuenta que, la actividad matemática es actividad humana, puede ser estudiada por la psicología, la historia, la misma filosofía en su humana producción, esta “se vuelve un organismo viviente en crecimiento que adquieren cierta autonomía de la actividad que la produjo” (Hacking, 2001, p. 148), por ende, están ahí para ser llevadas a la conciencia, a la cotidianidad del estudiante.

La concepción de ciencia de acuerdo con Peirce

Como se ve en el apartado anterior, se abordó la revisión de I. Hacking sobre la amplia conceptualización que se ha dado a la ciencia, así como los postulados filosóficos que de este concepto se han derivado en cada etapa histórica, además de las características o factores que se le

otorguen en su construcción epistémica desde cada uno de los autores o escuelas de pensamiento referidos.

Ahora bien, hallar otra concepción de ciencia como la propuesta por C.S. Peirce, servirá para ampliar la mirada de este concepto y derrumbar las murallas en las que ha sido encumbrada, como conocimiento sistematizado puesto en los estantes y verla como aquello que la caracteriza de acuerdo con Peirce una *cosa viva*. Por lo tanto, se irá integrando diversos apartados de sus propuestas sobre la ciencia.

En este orden de ideas, Peirce, empieza a tomarlas desde su plural ciencias, definiéndolas como “las diferentes divisiones del esfuerzo de alcanzar la verdad y las relaciones de estos diferentes esfuerzos entre sí, particularmente con referencia al apoyo que se brindan los unos a los otros” (Peirce, 2012, p. 170), denotando la interdisciplinariedad de estas en la investigación de acuerdo a sus necesidades, reconociéndolas a cada una en su campo científico en constante desarrollo y no como una forma acabada en sí misma.

A lo anterior, le suma que las ciencias, son fundamentales en la medida en que definen su propósito, el cual terminará por ser su deseo operativo. Entonces el deseo:

siempre es alguna clase de cosa o acontecimiento que se desea, al menos hasta que el elemento de la voluntad, que siempre se ejerce sobre un objeto individual en una ocasión individual, se vuelva tan predominante como para superar el carácter generalizador del deseo. De esta manera, el deseo crea clases, y clases sumamente amplias (Peirce, 2012, p. 172)

Deseo del cual parte la exploración investigativa y la configuración de las ciencias y las disciplinas, Así como la generación de ideas que “surgen a partir de la consideración de hechos en los que no hay tales ideas” (Peirce, 2012, p. 174). De hecho, advierte que,

Cada una de las ciencias es, en parte, producida por otras. Así, la astronomía espectroscópica tiene como padres a la astronomía, la química y la óptica. Pero ésta no es

la génesis entera, ni la parte principal de la génesis de cualquier ciencia amplia y definida (Peirce, 2012, p. 182).

Con lo cual, señala las relaciones existenciales entre las ciencias, derivando en otras que han partido de un deseo de investigación sin desarrollo de ideas inherentes a una problemática peculiar, generalmente de las artes útiles. Desde este entramado de relaciones, se puede construir una definición de ciencia a la luz de este pensador, como “una búsqueda de hombres vivos, como tal esta vive en una proposición bastante inteligible que define su problema y lo formula claramente con base en una ciencia más abstracta” (Peirce, 2012), con sus diversas metodologías, estrategias, instrumentos o mecanismos de implementación y sistematización.

La didáctica madre de las ciencias de la educación

Ahora bien, es indiscutible el sustantivo ciencia de la matemática o su plural, ciencias de las matemáticas y las concepciones de sus precursores Arquímedes, Hesíodo, Pitágoras, Heráclito, Galileo, Newton, Einstein, entre muchos otros, sabios que han perecido en las sombras sin reconocimiento, no obstante, esta ciencia al igual que las demás por si solas no se perpetúan en el tiempo, requieren del motor dinamizador de los saberes o artes que fueron la génesis de las mismas, este motor es la didáctica.

Teniendo en cuenta lo anterior, desde el marco de su generalidad la didáctica es concebida como “una disciplina orientada por las finalidades educativas y comprometida con el logro de la mejora de todos los seres humanos, mediante la comprensión y transformación permanente de los procesos socio-comunicativos, la adaptación y desarrollo apropiado del proceso de enseñanza-aprendizaje” (Medina Rivilla & Salvador Mata, 2009, p. 7).

Concepción que ha variado mucho desde la acepción etimológica de este término, la cual es definida como perteneciente a la enseñanza desde el griego tardío *didaktikó*, derivando en *didáskū* “yo enseño”, posteriormente en *didáctico*, hasta surgir la palabra

didáctica proveniente de didáskalo “maestro”. Ya como verbo, didáskein significa enseñar, instruir o explicar claramente. Es decir, que implica una acción continuada y sistemática en la enseñanza de los saberes o artes que fueron la génesis de las ciencias.

Por su parte, Vilma Pruzzo, hace una reconstrucción de la didáctica en su entramado histórico, con ello, una revisión crítica de los planteamientos epistémicos de quienes posicionaran la didáctica como una ciencia, estos son Comenius, Nassif y Piaget, para demostrar que “la Didáctica nace como teoría y arte de la enseñanza con metodología propia y objeto de estudio delimitado, en un marco de vocabulario técnico específico para su desarrollo” (Pruzzo, 2006, p. 46).

En este orden de ideas, si partimos de la concepción de ciencia propuesta por Pierce como esa búsqueda de hombres vivos de proposiciones bastante inteligibles, para definir un problema, formulándolo claramente con base en una ciencia más abstracta, la didáctica tiene un lugar claramente definido, teniendo en cuenta que, su finalidad es educativa y la mejora de todos los seres humanos, que comprende y transforman sus contextos, a partir de su propio cuerpo teórico y sus metodologías definidas, no solo en el desarrollo de su objeto de estudio, es decir, la enseñanza y aprendizaje, sino también en el vocabulario técnico como ciencia, la cual, se puede concebir como gestora o madre de las ciencias de la educación, superando por mucho la instrumentación a la que han pretendido reducirla.

El enfoque Ontológico y Semiótico, una apuesta por mejorar los procesos de aprendizaje de las matemáticas

Se presenta a continuación las reflexiones e interpretaciones realizadas con base en la lectura y análisis del trabajo investigativo y de divulgación pedagógica, hecha por el grupo de investigación Teoría y Metodología de Investigación en Educación Matemática, coordinado por el profesor Diaz

Godino, con el propósito de comprender el concepto sobre Idoneidad Didáctica, y cómo evaluar la trayectoria de una propuesta pedagógica que apunte a la superación de las dificultades expuestas en el planteamiento del problema de esta investigación.

El grupo de investigación bajo la dirección del profesor Díaz Godino, ha presentado ya por más de tres décadas, resultados de sus investigaciones, haciendo grandes aportes en el campo de la enseñanza de las matemáticas. Godino et al. (2006), han analizado los procesos de instrucción basados en este enfoque con la pretensión de realizar una modelización de la enseñanza y aprendizaje de un determinado contenido matemático desde un proceso teórico-estadístico de la evolución temporal aleatoria de lo fortuito o el azar, similar a la heterología filosófica de Georges Bataille en su estudio del ser, el cual no tiene un único y exclusivo origen, sino varios, abarcando lo económico, político, social y hasta lo religioso, donde tienen su lugar las matemáticas.

Por lo tanto, en su mirada multidimensional Díaz Godino et al., (2006) abordan los subprocesos epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y emocional con sus respectivas trayectorias y estados potenciales, progresando paulatinamente en la articulación de los diversos modelos teóricos correspondientes a la Didáctica de las Matemáticas, como lo son: la Teoría de Situaciones Didácticas de (Brousseau 1986, 1997), la Teoría de los Campos Conceptuales (Vergnaud, 1990), la Teoría Antropológica (Chevallard, 1992, 1999). Con esto en mente, enfocan la investigación en didáctica de las matemáticas basados en la *Teoría de las Funciones Semióticas* (TFS) como se nombra en otros trabajos de investigación a este enfoque.

En este orden de ideas, cogen la unidad primaria de análisis didáctico, proponiendo la configuración de un dado didáctico como cuadro metodológico y constituir interacciones docente-estudiante a partir de una tarea matemática y usando unos recursos materiales específicos. Estas nuevas herramientas teóricas, se aplican al análisis en una sesión de clases en la que se estudian las reglas de derivación, permitiendo describir los significados implementados, los patrones de

interacción didáctica e identificar conflictos semióticos manifestados en dichas interacciones, privilegiando en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, un espacio de disertación e interpretación de situaciones derivadas desde la cotidianidad y relacionadas con conceptos propios de esta ciencia, por lo tanto, estrategias que posibilitan el acercamiento amable de los estudiantes a la construcción de conceptos propios de la misma.

Ahora bien, presentar un sistema de nociones teóricas para describir los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, requiere la valoración de la idoneidad didáctica de tales procesos desde una perspectiva global. Por tal sentido, Godino et al., (2006), ponen en consideración la idoneidad como la articulación coherente y eficaz de las distintas dimensiones implicadas en los procesos de estudio matemático: epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, emocional y ecológica, proporcionan explicaciones de las dificultades y factores condicionantes de estos procesos en la enseñanza y aprendizaje matemático, meditando la necesidad de abordar sistemáticamente la cuestión tecnológica del diseño, desarrollo, evaluación e intervención de las propuestas llevadas al aula.

De acuerdo a los propósitos anteriores, vuelven al *enfoque ontosemiótico* de la cognición e instrucción matemática, la cual metodológicamente, aporta a la categorización de los elementos intervinientes en cada una de las dimensiones, en la configuración de los procesos, los objetos y sus relaciones configurativas. A fin de estructurarlas para explicar los fenómenos didácticos y la complejidad que implican, esto en función del análisis y valoración de la idoneidad didáctica de las matemáticas y sus procesos de estudio en la formación profesional de los docentes de esta ciencia.

Probablemente resulta lógico que, la noción de idoneidad didáctica y sus componentes, Godino et al., (2006) la desarrollen a la luz de los conocimientos teóricos construidos en los procesos estocásticos compuestos de seis subprocesos y sus correspondientes trayectorias

muestrales (epistémica, docente, discente, mediacional, cognitiva, emocional) para la instrucción matemática, modelizándola de manera metafórica. Así pues, concluyen que la idoneidad didáctica es una herramienta para el análisis y la síntesis didáctica que puede ser útil para la formación de los futuros docentes de las matemáticas. Otra de las variables en la ecuación ontosemiótica de Diaz Godino et al., (2009), es la aproximación a la dimensión normativa en la didáctica.

Lo cual es propio de las matemáticas en las normas implícitas que se establecen socialmente en su dimensión sociomatemática, diversificando las teorías y conceptualizaciones y ámbito práctico de la didáctica aplicada de la misma.

Para ello Diaz Godino et al., (2009) realizan un trabajo teórico, haciendo una síntesis de las diversas formas de entender el contrato didáctico y las normas implicadas en el campo de las matemáticas, presentando con ello, una perspectiva integradora de dichas nociones en su *dimensión normativa de los procesos de estudio*.

Como consecuencia de lo anterior, ponen en consideración una categorización de las normas y los procesos de estudio a la que se refieren estas, según la perspectiva de análisis adoptada (epistémica, cognitiva, interaccional, mediacional, afectiva, ecológica), concluyendo que la aplicación de los criterios de idoneidad didáctica en un proceso de estudio, se integran junto a las normas matemáticas, sociales y sociomatemáticas, en esta dimensión normativa. Para lo que hacen acopio de una mirada racional de los valores predominantes en el análisis didáctico, desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico de cara a la enseñanza de las matemáticas, así como, a la generación de un cambio sustancial en su práctica de enseñanza.

En cuanto a las relaciones que se tejen al introducir nuevas nociones teóricas, se deben considerar las bases semióticas, antropológicas y cognitivas, propuestas por el enfoque ontosemiótico y más en la educación matemática. Para ello Diaz Godino (2018), describen

las principales características de las diversas teorías implementadas en la disertación de la educación matemática, fundamentando los componentes semiótico y antropológico del Enfoque Ontosemiótico en esta, en particular las teorías semiótica y filosófica del lenguaje, poniendo el énfasis particular en la perspectiva antropológica de las matemáticas y la filosofía de Wittgenstein.

Por lo tanto, incluir una síntesis de los trabajos apoyados en la noción de representación como fundamentación de los estudios cognitivos en educación matemática. De acuerdo con Diaz Godino, esta perspectiva favorece la identificación de los antecedentes y las filiaciones de las nociones de práctica, objeto, proceso matemático y función semiótica, las cuales son centrales en el Enfoque Ontosemiótico.

En este sentido, toma como punto de partida significado de los objetos matemáticos desde una perspectiva de la didáctica matemática, para identificar el significado que los estudiantes atribuyen a los términos y símbolos matemáticos, así como la comprensión y representación de dichos significados con el lenguaje matemático a la luz de las teorías referenciales más significativas, como las operacionales o pragmáticas, relacionando el quehacer en la investigaciones en torno a la experimentación en las clases de matemáticas y privilegiando la interacción de los estudiantes en la construcción de significados.

No obstante, dichos significados son revisados a la luz de los planteamientos propuestos por Presmeg (2014), Hjelmslev (1943), al igual que el pragmatismo semiótico desde James y Peirce (1839-1914), por lo tanto de las categorías ontológicas sugeridas por estos últimos, igualmente los diversos debates filosóficos tratadas por Wittgenstein (1976) sobre las matemáticas, no sólo en las observaciones sobre sus fundamentos, sino también los diversos apartados de sus investigaciones filosóficas y otros ensayos, dotando de sentido a los juegos de lenguaje y las formas de vida como prácticas sociales, para crear una discursividad personal de

los objetos matemáticos afincadas en la teoría antropológica de lo didáctico, las cuales constituyen las representaciones internas y externas de los sistemas de representación en educación matemática y sus caracteres en su concepción de objetos matemáticos compuestos del enfoque ontosemiótico, que se exploraran en los referentes teóricos.

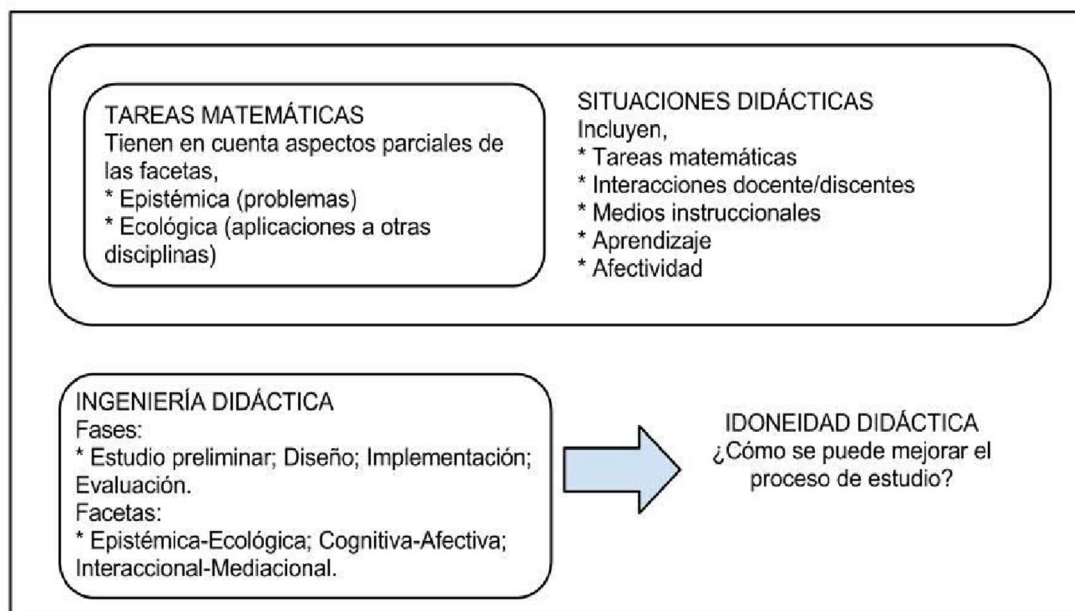
Otro de los elementos abordados por Diaz Godino (2013), son el diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático por parte de los docentes, las cuales constituyen el núcleo central del quehacer en didáctica y las metodologías de investigación basada en el diseño de las mismas. Por tal razón, expones la aplicación de algunas herramientas teóricas del enfoque ontosemiótico del conocimiento y de la instrucción matemática para diseñar y analizar tareas correspondientes al saber didáctico del docente de matemáticas en formación y en ejercicio.

Como es natural, Diaz Godino afincado en el enfoque ontosemiótico, parte de la noción de idoneidad didáctica para proporcionar criterios en el diseño de dichas tareas y la configuración de las herramientas con los objetos, que han de estar presentes en los procesos del análisis detallado de los conocimientos puestos en juego en la resolución de los problemas matemáticos y la metodología implementada.

En este sentido, la propuesta de este autor, considera la denominación de tarea a la luz de los planteamientos Watson y Mason, (2007), en el sentido amplio de actividad experimental, centrada en la necesidad del estudiante como ser humano y necesidad en la interpretación de su entorno, es decir, una visión antropológica, en la comprensión del sistema de estructuras conceptuales, social o culturalmente compartidas de la matemática, tejiendo relaciones con otras disciplinas, en su complementariedad, hallando significados en sus representaciones y los procedimientos seguidos dentro del proceso matemático.

Cabe señalar la importancia de la interacción entre los estudiantes, como se puede inferir de lo mencionado por Godino, esta favorece la búsqueda y solución de conflictos entre los significados institucionales y personales mediante la interacción estudiante-estudiante, fortaleciendo la expresión de sus puntos de vista frente a las situaciones problemáticas planteadas, compartiendo formas de interpretar y otras visiones en la complementación del proceso didáctico y construcción de conocimiento en torno a un concepto dado, de manera sustancial.

Como se mencionó anteriormente, la denominación de tarea anclada en el enfoque ontosemiótico y desarrollada desde la noción de idoneidad didáctica, dan lugar al desarrollo de la propuesta metodológica como entidad didáctica completa de una problemática matemática, lo cual puede verse representada en la siguiente figura:



3 De las tareas a la idoneidad didáctica. Tomada de Diaz Godino (2013, p. 13).

Claro que esto no se concluye aquí, pues Diaz Godino, (2011), en una conferencia paralela dictada en la XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática CIAEM, celebrada en Recife, Brasil, respecto de la idoneidad didáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, aborda otro elemento importante, estos son los

indicadores de la Didáctica de las Matemáticas, según este autor, dichos indicadores deben aportar conocimientos descriptivos y explicativos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos que ayuden a comprender dichos procesos.

Igualmente estos indicadores, también debe orientar de manera fundamentada, la acción efectiva sobre la práctica y promover su mejora progresiva, en este sentido trae para su desarrollo las teorías de índole instruccional, articulando con estos la noción de idoneidad didáctica en el marco del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática, desde una perspectiva empírica como una forma de adquirir conocimiento por medio de la observación o experiencia directa e indirecta de la evidencia del trabajo didáctico realizado, los cuales, considera el punto de partida de una teoría de la instrucción matemática orientada hacia la mejora progresiva de la enseñanza.

En este orden lógico, sugiere que la enseñanza de las matemáticas, no se puede reducir solo al desarrollar en los estudiantes competencias de orden procedimental y seguimiento de algoritmos, desprovistos de significados, sino que esta debe conducir a una concepción de interrelación de significados propios contenidos en las matemáticas, que trascienden a otros campos del saber en su interdisciplinariedad.

Por lo tanto, las situaciones que se abordan dentro de las actividades experimentales en las matemáticas, pueden considerarse una tarea problemática a la cual se deben enfrentar los estudiantes, teniendo en cuenta que se está realizando la integración de dos o más áreas específicas, como suele suceder entre esta y la física, las cuales, deben ser desprovistas de la relación utilitarista de una respecto de la otra y llevarse a la construcción de conocimiento por parte del estudiante de manera conjunta, logrando construir significados más profundos acerca de los procedimientos desarrollados dentro de la actividad experimental, a partir de

los componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática) propuestos por Díaz Godino, como se puede observar en la siguiente figura:

COMPONENTES:	INDICADORES:
Situaciones-problemas	<ul style="list-style-type: none"> ■ Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación ■ Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	<ul style="list-style-type: none"> ■ Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos. ■ Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige ■ Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas(Definiciones, proposiciones, procedimientos)	<ul style="list-style-type: none"> ■ Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen ■ Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado ■ Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos
Argumentos	<ul style="list-style-type: none"> ■ Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen ■ Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	<ul style="list-style-type: none"> ■ Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. ■ Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas

4 Componentes e indicadores de idoneidad epistémica (matemática). Tomado de Godino (2013, p. 119).

A modo cierre, se puede apuntar que, la revisión de los referentes teóricos fue orientado a los trabajos desarrollados al interés de la presente investigación, en coherencia con el análisis de la secuencia o unidad didáctica, desde la implementación del rol de la experimentación en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas como ciencia, la cual tiene lugar en la cotidianidad de los sujetos, dada su naturaleza cultural, educacional, sociológica y psicológica, implicando el conocimiento de algunos de los enfoques, paradigmas, perspectivas y estrategias metodológicas,

que se deben tener presentes en el diseño y análisis de secuencias didácticas a desarrollar en el aula, como son las nuevas propuestas del enfoque ontosemiótico.

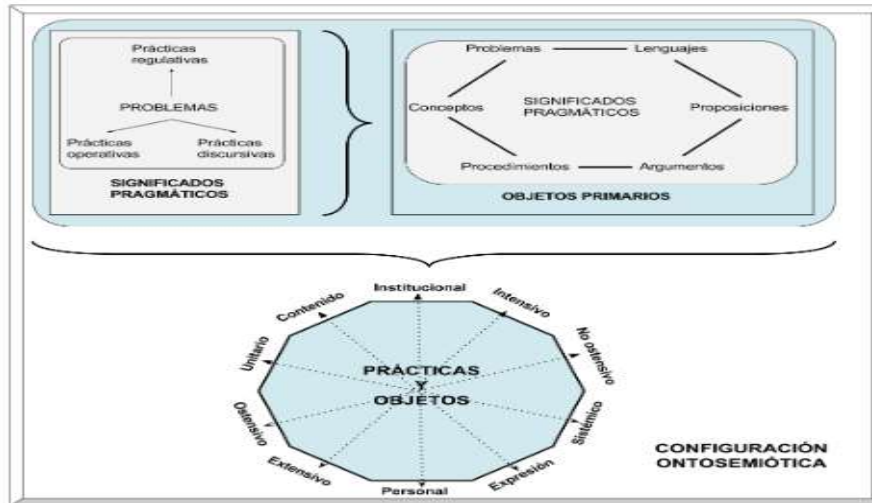
Relaciones metodológicas y teóricas de la didáctica

La didáctica en su polivalencia, tiene la capacidad de realizar interacciones con diferentes perspectivas o enfoques teóricos, así como, metodológicos dentro de un mismo entorno. Esto queda claramente ejemplificado en las propuestas del Profesor Diaz Godino (2013), revisadas en los antecedentes del presente trabajo. Godino, desarrolla la implementación del rol de la experimentación propia de “investigaciones cualitativas que tienen el propósito de comprender la situación problemática abordada desde el punto de vista de quienes la experimentan, con la intención de analizar la complejidad de algunos casos particulares dentro del contexto que se presenta” (Rodríguez & Quiroz, 2016, p. 96).

Ahora bien, Diaz Godino (2009) al establecer relaciones entre la didáctica y el rol de la experimentación, deja una puerta abierta, entre esta y el estudio de caso instrumental, el cual tiene como propósito:

analizar para obtener una mayor claridad sobre un tema o aspecto teórico, el caso es un instrumento para conseguir otros fines indagatorios. Se puede dar cuando el investigador selecciona intencionalmente un caso porque busca un objetivo más allá del mismo. Por ejemplo, para ilustrar un problema, una temática o un argumento (Bisquerra Alzina et al., 2009, p. 314)

Además, Diaz Godino et al., (2017) desarrolla toda una propuestas teórica y metodológica, articulando una configuración desde el enfoque ontosemiótico con relación a la significación pragmática y la ciencia didáctica, sus prácticas, problemáticas y objetivos, acordes a la estructura que podemos observar en la siguiente imagen.



5 Significados pragmáticos y configuración ontosemiótica. Tomada de (Godino et al., 2017, p. 4)

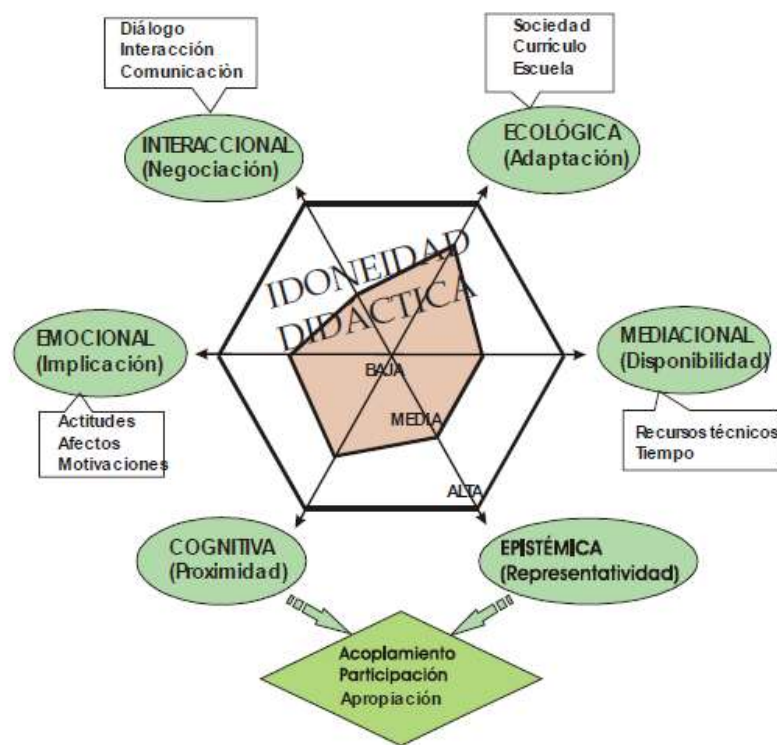
En este mismo orden de ideas, aborda todos aquellos componentes a tener presentes al momento de elaborar y analizar las configuraciones didácticas delimitadas en el espacio en que se vayan a situar, desde su modelo de idoneidad didáctica representados en la siguiente figura.



6 Objetos e interacciones didácticas. Tomado de (Godino et al., 2006).

Ahora veamos que se comprende por idoneidad didáctica, de acuerdo (Godino et al., 2006) es criterio sistémico de pertinencia (adecuación al proyecto de enseñanza) de un proceso de instrucción, cuyo principal indicador empírico puede ser la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes y los significados institucionales pretendidos/ implementados (p. 5).

Alrededor de lo anterior, este investigador estima las dimensiones y componentes aplicar en un análisis de carácter didáctico idóneo, los cuales se deben tener en cuenta para valorar los procesos de enseñanza y aprendizaje matemático, a saber;



7 Componentes de la idoneidad didáctica. Figura tomada de (Godino et al., 2006, p. 18).

De los cuales han derivado los indicadores y componentes epistémicos de dicha idoneidad, que tienen lugar dentro del proceso educativo, su contexto, sus problemáticas y prácticas discursivas detallándolos claramente.

Por lo tanto, desde su construcción epistémica de la didáctica de las matemáticas, Godino en cada una de las dimensiones y componentes de esta ciencia, exhorta al docente en ejercicio y en práctica, a no perder de vista “que cada situación didáctica es única e irrepetible, y que cada relación docente-estudiante se construye en una temporalidad específica” (Barriga, 1998, p. 2), la cual parte de la configuración de las secuencia didáctica construida por estos, para evidenciar en el aula la interacción cotidiana de la ciencia matemática con su realidades concretas.

¿La secuencia didáctica o trayectoria didáctica?

La forma en que los estudiantes comprenden la ciencia matemática y sus conceptos, como una herramienta, les permite obtener resultados numéricos, lo que no está mal si es el objetivo que se pretende, empero, estos si no son asociados al devenir cotidiano, se desconectan del concepto mismo del que hablan, lo que dependerá de la manera como sean planeadas y desarrolladas las clases de matemáticas, en decir, la elaboración e implementación de la o las secuencias didácticas por parte del docente.

En este orden de ideas, la enseñanza y aprendizaje de las ciencias matemáticas llevadas al aula, requieren cambios en las prácticas y diseños de actividades, para que los estudiantes dejen de otórgales solo un valor instrumental, comprendiendo que esta ciencia, es también de una construcción que se realiza entre pares, cuyos significados son observables, sus procedimientos y resultados no distan de las actividades cotidianas que realizan día a día. Y que, tanto el profesor como el estudiante ocupan un lugar fundamental en relación con la dinámica y duración de la secuencia o configuración didáctica.

Ahora bien, la secuencia didáctica o también llamada *trayectoria didáctica* por Godino, se define como los “modos de gestión de los significados implementados a propósito de un objeto matemático específico, incluye, por tanto, configuraciones de tipo cooperativo, dialógico y

magistral” (Godino et al., 2006, p. 8), No obstante, este autor realiza una clara discriminación conceptual para dar mayor claridad de los estadios que componen la trayectoria.

Trayectoria docente y discente en la configuración didáctica

En este sentido, después de definir la trayectoria didáctica, pasa a la *configuración didáctica*, esta es “la secuencia interactiva de estados de las trayectorias que tienen lugar a propósito de una situación-problema o tarea” (Diaz Godino et al., 2006, p. 20). Así mismo dirá que,

Una configuración didáctica se compone de una configuración epistémica, esto es, una tarea, las acciones requeridas para su solución, lenguajes, reglas (conceptos y proposiciones) y argumentaciones, las cuales pueden estar a cargo del profesor, de los estudiantes o distribuidas entre ambos. Asociada a una configuración epistémica habrá también una configuración docente y otra discente en interacción (además de las correspondientes cognitivas, emocionales y mediacionales) (p.20).

Así las cosas, la configuración docente se desarrolla en dentro de la *trayectoria docente*, refiriendo a la “secuencia de actividades que realiza el profesor durante el proceso de estudio de un contenido o tema matemático” (p.13), el cual deberá realizar las siguientes funciones:

- ✓ P1: Planificación: diseño del proceso, selección de los contenidos y significados a estudiar (construcción del significado pretendido y de la trayectoria epistémica prevista).
- ✓ P2: Motivación: creación de un clima de afectividad, respeto y estímulo para el trabajo individual y cooperativo, a fin de que se implique en el proceso de instrucción.
- ✓ P3: Asignación de tareas: dirección y control del proceso de estudio, asignación de tiempos, adaptación de tareas, orientación y estímulo de las funciones del estudiante.
- ✓ P4: Regulación: fijación de reglas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptación de la planificación prevista.
- ✓ P5: Evaluación: observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas.

- ✓ P6: Investigación: reflexión y análisis del desarrollo del proceso para introducir cambios en futuras implementaciones del mismo, así como la articulación entre los distintos momentos y partes del proceso de estudio.

Por su parte la configuración discente, se desarrolla dentro de la *trayectoria discente*, la cual se define “como el sistema de funciones/acciones que desempeña el estudiante a propósito de una configuración epistémica” (p.16), quien deberá cumplir las siguientes funciones:

- ✓ A1: Aceptación del compromiso educativo, adopción de una actitud positiva al estudio y de cooperación con los compañeros.
- ✓ A2: Exploración, indagación, búsqueda de conjeturas y modos de responder a las cuestiones planteadas.
- ✓ A3: Recuerdo, interpretación y seguimiento de reglas (conceptos y proposiciones) y del significado de los elementos lingüísticos en cada situación.
- ✓ A4: Formulación de soluciones a las situaciones o tareas propuestas, ya sea al profesor, a toda la clase o en el seno de un grupo.
- ✓ A5: Argumentación y justificación de conjeturas (al profesor o los compañeros).
- ✓ A6: Recepción de información sobre modos de hacer, describir, nombrar, validar.
- ✓ A7: Demanda de información: estados en los que los alumnos piden información al profesor o a otros compañeros (por ejemplo, cuando no entienden el significado del lenguaje utilizado o no recuerdan conocimientos previos necesarios).
- ✓ A8: Ejercitación: Realización de tareas rutinarias para dominar las técnicas específicas.
- ✓ A9: Evaluación: Estados en los cuales el alumno realiza pruebas de evaluación propuestas por el profesor, o de autoevaluación.

Trayectoria epistémica

De acuerdo al interés de investigación, otro elemento fundamental a tener presente, es la *trayectoria epistémica*, de acuerdo con Godino, “es la distribución a lo largo del tiempo de la enseñanza de los componentes del significado institucional implementado. Estos componentes (problemas, acciones, lenguaje, definiciones, propiedades, argumentos) se van sucediendo en un cierto orden en el proceso de instrucción” (Díaz Godino et al., 2006).

Por lo tanto, de los objetos de sentido de las ciencias matemáticas que se llevaran al espacio escolar, así como todos aquellos elementos que se ponen en consideración frente a la misma, dando lugar a la trayectoria didáctica, con esta, a la trayectoria docente y dicente, además de la *trayectoria mediacional*, “representando la distribución de los recursos tecnológicos utilizados en la experiencia escolar de cara al saber matemático como lo son libros, apuntes, manipulativos, software, etc.”(Diaz Godino et al., 2006, p. 6). simultáneamente, de acuerdo con este autor, se da la regulación de los tiempos didácticos para los distintos componentes del sistema matemático a trabajar, denominándolas *trayectorias cognitivas* y otorgándoles el valor de la cronogénesis, donde se construyen los significados personales de los estudiantes.

En este sentido dicha cronogénesis, esta comprendida en el *tiempo didáctico*, concebido “como un vector cuyas componentes son los valores de las duraciones temporales de las diversas actividades docentes y discentes que tienen lugar en un proceso de estudio” (Diaz Godino et al., 2006, p. 7). Así como el *tiempo de aprendizaje*, donde “se definen la duración que un estudiante requiere para lograr los objetivos de aprendizaje relativos a un contenido dado” (Diaz Godino et al., 2006, p. 7). Como consecuencia de lo anterior, se da la interpretación de la *topogénesis del saber*, en coherencia “con la distribución de la responsabilidad principal del estudio de los distintos elementos del significado sistémico de los objetos matemáticos entre el profesor y el estudiante (Diaz Godino et al., 2006, p. 8).

Las trayectorias cognitivas anteriormente citadas dentro de la trayectoria epistémica, conduce a seis categorías constituyentes del sistema de prácticas, como lo son el lenguaje, situaciones, acciones, conceptos, proposiciones y argumentos. discriminados de la siguiente manera:

- ✓ E1: Situacional: se enuncia un ejemplar de un cierto tipo de problemas.
- ✓ E2: Actuativo: se aborda el desarrollo o estudio de una manera de resolver los problemas.

- ✓ E3: Lingüístico: se introducen notaciones, representaciones gráficas, etc.
- ✓ E4: Conceptual: se formulan o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego.
- ✓ E5: Proposicional: se enuncian e interpretan propiedades.
- ✓ E6: Argumentativo: se justifican las acciones adoptadas o las propiedades enunciadas.

Categorías o estados que se van sucediendo a lo largo del proceso instruccional relativo a un tema o contenido matemático (Díaz Godino et al., 2006, p. 9).

Ahora bien, estas trayectorias cognitivas se afincan en la *idoneidad cognitiva* de un proceso de estudio, de acuerdo con Godino esta se basan en:

- a. La existencia de una evaluación inicial de los significados personales de los estudiantes, a fin de comprobar que los significados pretendidos suponen un reto manejable;

Es decir, la exploración de saberes previos en una fase diagnóstica. El cual, es el primer paso a seguir en la construcción e implementación de una configuración didáctica.

- b. La existencia de adaptaciones curriculares que tengan en cuenta las diferencias individuales; es decir, planes de área, mallas curriculares, planes de áreas, además de las políticas públicas que orientan sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden.

Para el caso en Colombia, las matemáticas escolares, tienen una propuesta desde los *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*, que orientan el dominio de las competencias a incorporarse en estos escenarios, sugiriendo la necesidad;

De relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista, convirtiéndole en un microambiente de aprendizaje que puede provenir de la vida cotidiana, de las matemáticas y de las otras ciencias.”(MEN, 1998, p. 18,19).

Son precisamente estas situaciones problemáticas, las que permiten la orientación de la actividad experimental en la enseñanza aprendizaje para “dominar con fluidez distintos recursos y registros del lenguaje cotidiano y de los distintos lenguajes matemáticos” (MEN, 2006, p. 55).

Igualmente, de la mano de los *Lineamientos Curriculares de la Matemática*, se encuentran los Estándares Básicos de Competencias, los cuales describen los cambios en las argumentaciones sobre la importancia de la formación matemática y su relación con las nuevas visiones de la naturaleza de esta ciencia viva, que ocupa un importante lugar en la cultura y la sociedad, compartiendo importantes;

aspectos con las artes plásticas, la arquitectura, las grandes obras de ingeniería, la economía y el comercio; se relacionan siempre con el desarrollo del pensamiento lógico y desde el comienzo de la Edad Moderna su conocimiento se ha considerado esencial para el desarrollo de la ciencia y la tecnología (MEN, 2006, p. 46).

La cual, como competencia, es definida desde los *Lineamientos Curricular* como “la significatividad del aprendizaje que extiende su inserción en prácticas sociales con sentido, utilidad y eficacia” (MEN, 2006, p. 49). Por lo tanto, ampliados por *Estándares Básicos de Competencias*, desde el requerimiento de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos.

En este sentido, los cinco procesos generales: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos, contemplados en los *Lineamientos Curriculares* para ser matemáticamente competente, son subdivididos en los *Estándares Básicos de Competencias* como los cinco tipos de pensamiento: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional, mostrando una clara relación con los anteriores: en la aritmética, *el pensamiento numérico*; en la geometría, *el pensamiento espacial y el métrico*; en el álgebra y el cálculo, *el*

pensamiento métrico y el variacional, y en la probabilidad y estadística, *el pensamiento aleatorio*(MEN, 2006, p. 58).

- c. Finalmente, que los aprendizajes logrados estén lo más próximos posible a los significados institucionales pretendidos/ implementados. Es decir que, la construcción de los conocimientos matemáticos dé lugar a la cotidianidad del estudiante, con ello, la incorporación de la consideración pragmática e instrumental del conocimiento matemático.

Como es propio, desde la configuración didáctica, *Ubicándonos matemáticamente en nuestro entorno*, propuesta para el análisis de esta investigación, que se inscribe el *pensamiento espacial y el métrico*, se derivaran el conjunto de procesos cognitivos, de la construcción y manipulación en las representaciones mentales que los estudiantes hacen de los objetos espaciales, sus relaciones, sus transformaciones y diversas materializaciones en representaciones concretas, no obstante, puede involucrar elementos de otros pensamientos matemáticos como el pensamiento numérico y pensamiento lógico.

Otro elemento de natural importancia en todo proceso formativo, es la evaluación, esta como función, no solo del docente, es comprendida como la “observación y valoración del estado del aprendizaje logrado en momentos críticos (inicial, final y durante el proceso) y resolución de las dificultades individuales observadas” (Diaz Godino et al., 2006, p. 13), dejando lugar, a “un momento de evaluación colectiva mediante la preguntas abiertas o genéricas, generando nuevas explicaciones. Esas explicaciones ponen en juego las funciones docentes de recuerdo e interpretación de los objetos matemáticos en estudio” (Diaz Godino et al., 2006, p. 23). Dicho en otras palabras, la evaluación se da durante todo el proceso formativo que cumple el desarrollo de la secuencia didáctica y las correspondientes estrategias implementadas desde el rol de la experimentación.

Metodología

Uno de los fundamentos principales de toda investigación, es la metodología por la que se opta para el desarrollo y demostración de la problematización identificada por los investigadores de acuerdo con su interés, que le lleva al reconocimiento de un fenómeno en particular, como la exploración del enfoque Ontosemiótico como una posible vía en la articulación de las matemáticas con la cotidianidad en su enseñanza, además de realizar el análisis de una secuencia didáctica sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes en su entorno cotidiano (articulación del plano cartesiano y la ubicación espacial). Por tal motivo, requiere de la implementación de estrategias e instrumentos en coherencia con los objetivos de la problemática propuesta.

En este sentido, la presente investigación se orienta en el enfoque cualitativo y las estrategias metodológicas que favorezcan la recolección de los datos necesarios para la demostración del fenómeno y la vinculación de los elementos principales y las voces de los actores que comparten la experiencia. El estudio de caso instrumental propuesto por Stake (2010), se considera la opción más pertinente en recolección de los datos o insumos porque permite al docente decidir sobre su deseo de investigación, además del análisis que posteriormente darán paso a la discusión y los resultados.

Enfoque Cualitativo

Como se mencionó antes, el enfoque cualitativo, nos orienta e inscribe como investigadores en la lectura de prácticas e identificación de los significados que se van ciñendo a las mismas, además de la responsabilidad en la recolección de los datos que darán respuestas a la interrogante de la investigación, alrededor del análisis de una secuencia didáctica sobre la ubicación espacial en la

construcción del conocimiento matemático de los estudiantes en su entorno cotidiano (articulación del plano cartesiano y la ubicación espacial).

En este sentido, el enfoque cualitativo como estrategia de la perspectiva hermenéutica descriptiva, posibilita la interpretación, exploración y descripción juegan un papel fundamental, siendo definido como:

Un enfoque basado en métodos de recolección de datos no estandarizados ni predeterminados completamente. Tal recolección consiste en obtener las perspectivas y puntos de vista de los participantes (sus emociones, prioridades, experiencias, significados y otros aspectos más bien subjetivos). También resultan de interés las interacciones entre individuos, grupos y colectividades (Sampieri et al., 2006, p. 8)

De acuerdo con estos autores, la subjetividad de los participantes, permean todo el proceso, dando lugar a experiencias tanto colectivas como particulares, que permiten estudiar y comprender las prácticas en torno al fenómeno de estudio cuando afirman que “la investigación cualitativa resulta interpretativa pues pretende encontrar sentido a los fenómenos y hechos en función de los significados que las personas les otorguen. No solamente se registran sucesos objetivos” (Hernández Sampieri, 2018, p. 9).

Ahora bien, ya ubicados en el paradigma cualitativo, pasamos entonces a describir las estrategias que se implementaron para recolección de los datos, como son la observación participante, entrevistas y revisión de documentos. Las cuales, habilitaron la descripción, interpretación y análisis de la información, teniendo en cuenta el contexto de desarrollo de las acciones didácticas y los documentos rectores para el área de matemáticas, es decir, la secuencia didáctica implementada para el análisis de la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes en su entorno cotidiano. La articulación del plano cartesiano y la ubicación espacial, de cara al enfoque Ontosemiótico. Igualmente, y no menos importante, se parte de una fase diagnóstica en la identificación y la selección de los propósitos

investigativos, sus estrategias y herramientas metodológicas, así como la evaluación que está presente a lo largo de todo el proceso.

En este orden de ideas, para la recolección de datos, se establece una estrecha relación entre los participantes descritos más adelante, evidenciando sus experiencias y concepciones sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes en su entorno cotidiano. Por lo tanto, no es de extrañar que, en coherencia con este enfoque, algunas de las variables de acuerdo con el flujo de la investigación fueron tratadas experimentalmente, esto solo indica que, se distingue la subjetividad, sin limitarse a presentación de datos estadísticos, acotando las conclusiones a simples expresiones numéricas.

Estudio de casos

Cabe señalar como se mencionó con anterioridad, la elección del *estudio de caso instrumental* como estrategia, no obstante, se debe expresar primero que se entiende por *estudio de caso*, el cual es definido como:

El estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes (...) se trata de cuestiones que merecen estudios propios, de forma breve, de un modo disciplinado y cualitativo de investigación en el caso singular. El investigador destaca las diferencias sutiles, la secuencia de los acontecimientos en su contexto y la globalidad de las situaciones personales (Stake, 2010, p. 11).

Igualmente, la comprensión de las descripciones y el análisis en el acercamiento al objeto de estudio, ya que es solo una muestra significativa posible de integrarse o manifestarse en otro conjunto de casos, proporcionando una mayor comprensión sobre las experiencias y concepciones sobre el análisis de una secuencia didáctica sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes en su entorno cotidiano, sus prácticas didácticas, el

roll de los docentes, además de los tratamientos y juegos discursivos constituyentes, en la construcción de sus secuencias didácticas.

Estudio de Caso Instrumental

Como consecuencia de lo descrito en el párrafo anterior, se pone en consideración la necesidad de trascender el estudio de caso, aceptando en este trabajo sus atributos en la cualidad de *instrumental* propuesta por Stake en el 2010, quien refiere que, este se da cuando un docente decide estudiar las particularidades de un estudiante, siente curiosidad por unos determinados procedimientos o cuando asume la responsabilidad de revisar, analiza y evaluar un programa, encontrándose con una cuestión que se debe investigar, una situación paradójica, una necesidad de comprensión general, y considerando que puede llegar al conocimiento de la cuestión, mediante el estudio de un caso particular, por lo que podemos llamar a esta investigación *estudio de casos instrumental* (pp. 16-17).

Por lo tanto, la revisión documental de la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria, específicamente el análisis de la secuencia didáctica sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes en su entorno cotidiano, son el instrumento objeto de esta investigación, es decir, la renovación de la experiencia escolar a partir de la implementación del rol de la experimentación y de las secuencias didácticas del plan de área del año lectivo en curso, analizando sus particularidades a la luz de algunos elementos del enfoque ontosemiótico y el carácter exploratorio del paradigma cualitativo de la investigación.

Participantes

Alrededor del enfoque cualitativo de investigación, la subjetividad de los participantes, permean todo el proceso, quienes son parte fundamental en el desarrollo de la experiencia, ya sea en forma particular o colectiva. Por lo tanto, los participantes propiamente dichos de este trabajo, son en el

docente cooperador, quien acompañó la práctica pedagógica durante la estancia en la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria, desde el área de matemáticas y a quien se llamó Pit.

Igualmente, son participante los investigadores, estos como docentes en formación, asumen una postura activa, investigativa y reflexiva, el campo específico de la educación matemática, quienes son nombrados como Eli y Humar, igualmente los estudiantes del grado séptimo como muestra representativa. Además, se debe señalar la corresponsabilidad ética del proceso legal de la investigación, teniendo en cuenta el consentimiento informado, especificando el uso y manejo de la información obtenida de dichos participantes (Ver anexo 1)

Recolección y análisis de datos

La recolección y análisis de datos parten de los instrumentos implementados para el tratamiento de la información y posterior comprensión, en esta medida, los resultados responden al cumplimiento de los objetivos de investigación. Igualmente, estos instrumentos son elementos fundamentales en el registro consignado por los participantes (Pit, Eli, Humar, estudiantes), Además de la observaciones y reflexiones recogidas del análisis de la secuencia didáctica, evidenciando la pertinencia de estos en la realización del ejercicio investigativo, ya que “los instrumentos de investigación son los recursos que el investigador puede utilizar para abordar problemas y fenómenos y extraer información de ellos, porque logra ciertas ventajas frente a la observación” (Zubirán et al., 2022, p. 202).

Ahora bien, el enfoque cualitativo y la estrategia de caso instrumental, no precisa una sola vía en la indagación y recaudación de la información, abriendo la puerta a la exploración de estrategias que aporten al logro de los objetivos de la investigación. No obstante, se deben precisar las estrategias a cada fase; *la primera*, corresponde a la indagación y recaudación de la información, así como, el posterior análisis de los documentos, a saber, el plan de área, los

Estándares Básicos de Competencias (EBC) y los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, etc....; *la segunda*, una entrevistas semiestructurada realizadas al docente cooperador Pit, identificando la conceptos y percepciones que tiene desde su experiencia en el ejercicio docente, en la elaboración de las secuencias didácticas y planeación del área; *la tercera* fase corresponde a la encuesta realizada a los estudiantes, para el análisis de una secuencia didáctica sobre la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático de los estudiantes en su entorno cotidiano. (articulación del plano cartesiano y la cartografía).

A continuación, se describen cada una de las estrategias:

Observación participante

Las indagaciones de las referencias más pertinente para el presente trabajo, nos conduce a los planteamientos de Kawulich, quien configura un estado el arte y análisis profundo de la teorización del método de investigación Observación Participante, entre los autores que más destaca en su estudio, se encuentra de DeWalt (2002), para coincidir esta es:

Una forma de incrementar la validez del estudio, como observaciones que puedan ayudar al investigador a tener una mejor comprensión del contexto y el fenómeno en estudio. La validez es mayor con el uso de estrategias adicionales usadas con la observación, tales como entrevistas, análisis de documentos o encuestas, cuestionarios, u otros métodos más cuantitativos (Kawulich, 2005, p. 6).

Dicho en otras palabras, en la observación participante, quienes investigan, tienen un roll y participación en las actividades para la consecución de los insumos para dar respuesta a la problemática identificada por estos. Así, los investigadores y participantes Eli, Humar, como agentes externos de la institución y maestros en formación, toman partido en análisis de las experiencia y formas de planeación didáctica propuestas por Pit.

La entrevista semiestructurada

Si el interés del investigador es obtener de información personalizada sobre acontecimientos, experiencias, opiniones de las personas, la entrevista semiestructurada es una estrategia idónea para ello, ya que permite esta función. Por lo tanto, concibe la entrevista “como procedimiento mediante el cual un entrevistador realiza un conjunto de preguntas a un sujeto. Las preguntas pueden estar totalmente definidas de forma previa (entrevista estructurada) o bien estar indefinidas en menor o mayor grado (entrevista semiestructurada)” (Bisquerra Alzina et al., 2009, p. 240).

En palabras de Munarriz (1992) en la investigación cualitativa, se refiere a la entrevista como la conversación sostenida entre el investigador y el participante para comprender, a través de palabras propias de los sujetos entrevistados, las perspectivas, experiencias y situaciones que en este caso tienen respecto al proceso de planeación (p, 112).

Pero la entrevista semiestructurada como procedimiento, “parte de un guion que determina de antemano cuál es la información relevante que se necesita obtener, existe una acotación en la información y el entrevistado debe remitirse a ella” (Bisquerra Alzina et al., 2009, p. 337). Esta se implementó con el fin conocer la percepción del docente Pit, respecto al proceso de elaboración de las secuencias didácticas en la planeación del área, conociendo las reflexiones que suscitan en él, la realización de las mismas, se integró información preestablecida de acuerdo al propósito de investigación, con escucha activa sin perder atención a los detalles de relevancia para esta y el reconocimiento de las voces participantes.

La encuesta

De igual modo, se trabaja con muestras representativas de la población escolar con el objetivo de realizar inferencias de los datos recogidos por medio de la encuesta, la cual, es estrategia que trae como método el cuestionario, este es “un instrumento de recopilación de información compuesto

de un conjunto limitado de preguntas mediante el cual el sujeto proporciona información sobre sí mismo y/o sobre su entorno” (Bisquerra Alzina et al., 2009, p. 240).

De acuerdo con Hernández (2018) el empleo de la encuesta sobre una porción representativa de una comunidad, favorece el abordaje de un fenómeno social a estudiar, esta como procedimientos estandarizado, permite obtener indicadores cuantitativos y cualitativos de diversas características del fenómeno a estudiar dentro de la población (Hernández Sampieri, 2018, p. 372), siendo propicia en la identificación de las opiniones de los estudiantes (anexo 5), sobre la secuencia didáctica para la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático en su entorno cotidiano. A partir de la articulación del plano cartesiano y la cartografía.

Análisis documental

Otra de las estrategias tenidas en cuenta para el trabajo, fue el Análisis Documental, según Bisquerra Alzina et al., esta es;

actividad sistemática y planificada que consiste en examinar documentos ya escritos que abarcan una amplia gama de modalidades para captar información valiosa. Los documentos proporcionar información valiosa a la que quizás no se tenga acceso a través de otros medios, por ello, son una fuente bastante fidedigna y práctica para revelar los intereses y las perspectivas de quienes los han escrito (2009, p. 349).

Estos documentos abarcan una amplia gama, de acuerdo con estos mismos autores pueden ser oficiales y personales. Tales como: artículos de periódicos, registros de organismos, documentos de organizaciones, informes gubernamentales, transcripciones judiciales, horarios, actas de reuniones, programaciones, planificaciones y notas de lecciones, registros de estudiantes, manuales escolares, periódicos y revistas, grabaciones escolares, archivos y estadísticas, tableros de anuncios, exposiciones, cartas oficiales, exámenes, fichas de trabajo, murales y fotografías (p. 350). Por lo tanto, en pertinencia con lo anterior, cualquier registro escrito que pueda ser usado

como fuente de información y de exploración de la información necesaria para abordar el fenómeno de investigación.

Por lo tanto, los documentos propiamente dichos de interés para esta investigación, fueron las secuencias didácticas del plan de área del año lectivo, los EBC, los DBA, los Lineamientos Curriculares del área de matemáticas, etc....; la entrevista semiestructurada realizada al docente cooperador Pit y la encuesta realizada a los estudiantes del 7°, todo ello, en relación con la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático en su entorno cotidiano. A partir de la articulación del plano cartesiano y la cartografía.

Secuencia didáctica

La secuencia como guía del proceso didáctico del quehacer pedagógico del docente, favorece la organización de las secuencias lo más idóneamente posible, proporcionando formas de estructuración en las actividades con sus respectivos objetivos (general y específicos), además conlleva un proceso evaluativo, que garantiza un proceso de académico coherente los intereses de los estudiantes y el área de saber, en este caso las matemáticas.

En otros términos, la estrategia didáctica da lugar a las secuencias que se desarrollaran en la planeación, en ella se pone de manifiesto los saberes del docente y su reflexión pedagógica de la actividad didáctica en clase. En palabras de Diaz Godino, es la configuración didáctica desarrollada en la trayectoria didáctica.

Fases de la investigación

Las fases de la investigación, se dan en correspondencia a las actividades de aprendizaje que configuran la acción didáctica al interior de la experiencia escolar, en esta, se da el encuentro entre la configuración docente y estudiante, tejiendo relaciones de saber frente a las ciencias matemáticas en sus entornos cotidianos, es decir, en sus contextos más cercanos.

En este orden de ideas y siguiendo la propuesta del enfoque Ontológico y Semiótico, como una apuesta por mejorar los procesos de aprendizaje de las matemáticas, se desarrollan cuatro fases antecedidas por una de saberes previos, dando lugar al rol de la experimentación, posibilitando una vía para articular la enseñanza de las matemáticas con la cotidianidad, en una configuración didáctica sobre la ubicación espacial, para la identificación y construcción del conocimiento matemático, posteriormente analizada en la discusión y resultados de la investigación.

Saberes Previos

Identificados los aprendizajes y los temas a desarrollar en la creación de la configuración didáctica, después de revisar la malla curricular y las planeaciones de Matemáticas del grado séptimo de la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria, además de los *Lineamientos Curriculares* y los *Estándares Básicos de Competencias*, en un trabajo conjunto con el docente cooperador Pit, se seleccionan las siguientes temáticas a problematizar con los estudiantes en el aula: la ubicación espacial, los números enteros y sus usos en la recta numérica, así como la implementación del plano cartesiano en relación con su cotidianidad, articulando algunos de los sistemas conceptuales de los pensamientos matemáticos.

Como primer paso en el proceso de configuración didáctica, se establece la indagación de saberes previos en los estudiantes de 7º, respecto a su concepción sobre la ubicación espacial y el uso de los números enteros de la recta numérica en el plano cartesiano, todo ello, en relación con su uso cotidiano consciente o inconscientemente.

De este modo, se realiza por parte de Eli y Humar, la primera encuesta a través de la plataforma de Google Workspace, desarrollando las siguientes preguntas:

¿En qué momentos has considerado importantes los saberes matemáticos en tu día a día?

¿De qué forma?

¿Consideras que el plano cartesiano tiene algún uso que no se relacione con las matemáticas?

¿Cuáles serían esos usos?

¿Qué relaciones conoces del plano cartesiano y la cartografía en tu vida cotidiana?

Justifica tu respuesta:

Por medio del instrumento, Formulario o Cuestionario de dicha plataforma elaborado por Eli y Humar, de forma sencilla y fácil para los estudiantes y la recolección de la información brindada por estos. Seguidamente a esta encuesta inicial, se establecen por parte de Eli, Humar y Pit, los objetivos de aprendizaje de la configuración didáctica, a saber;

1. Ubicar lugares emblemáticos de las zonas aledañas al barrio Santa Lucía de la ciudad de Medellín, de forma verbal y utilizando la herramienta de Google Maps.
2. Establecer relaciones entre el plano cartesiano y la ubicación espacial de los lugares emblemáticos identificados.
3. Experimentación en la articulación de la ciencia matemática y la cotidianidad a partir del juego de acertijos.

Con cuyas respuestas, se da paso a la configuración de las siguientes fases, así como, la visualización de los espacios y materiales requeridos para su desarrollo.

Fase I:

Esta fase es la denominada de *acercamiento inicial*, con ella, se da paso al reconocimiento espacial dentro y fuera de la institución escolar, así como las eventualidades cotidianas ante la pregunta por una dirección o un lugar y las formas más pertinentes para orientar a quien pregunta, orientándole con las instrucciones más precisas. Por lo tanto, se desarrollan los siguientes ítems con preguntas concretas para ser desarrolladas de forma individual o grupal:

1. ¿Qué instrucciones le darías a una persona que llega al colegio por primera vez, se encuentra desorientada en la cancha y desea ir a la oficina de administración?

2. Luego de construir la respuesta a la pregunta anterior, se deben formar en grupos de 4 estudiantes para conversar con tus compañeros sobre cuál sería la mejor indicación que le permita a dicha persona llegar al lugar deseado (escoger una). Argumentar las razones por las cuales se eligió esa opción entre los compañeros.
3. En los grupos de trabajo discutir la siguiente pregunta: ¿Cómo podrían ser más claras las indicaciones para dar cualquier dirección que permita la ubicación de un sitio específico en cualquier lugar de la institución?
4. Luego de dar respuesta a las preguntas anteriores, elegir un representante, para que comparta con todos, las conclusiones que han sacado de las discusiones al interior de cada subgrupo.

Fase II

Denominada *Explorando ando y la herramienta aplicando*, en esta fase se explora con la herramienta de Google Maps las Zonas aledañas a la institución, identificando las representaciones simbólicas, signos y colores correspondientes a dichos lugares como lo son:

Naranja: Todo tipo de restaurantes para comer y beber.

Azul: Tiendas.

Salmón: Salud.

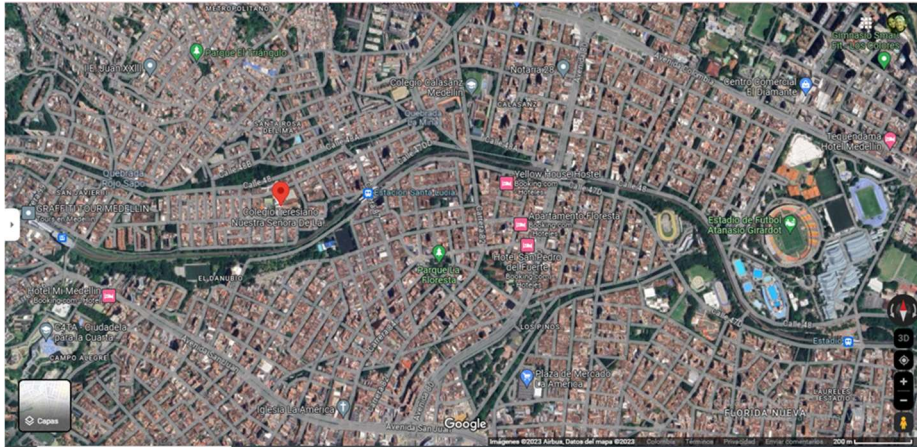
Azul: Entretenimiento.

Morado: Servicios.

Gris: Servicios Civiles y Religiosos.

Verde: Parques.

Celeste: Transporte.



8 Contexto de los sitios aledaños a la I.E. tomada de Google Maps

Posteriormente se les invita a responder las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué herramientas te brinda el mapa para ubicarte?
- b. ¿Qué símbolos encuentras, y qué significados tienen dentro de la herramienta?
- c. ¿Cómo se imaginan que se llega a la construcción de esos símbolos y por qué las personas pueden llegar a entenderlos?
- d. ¿Qué lugares más importantes se ubican, que estén aledaños a la institución y con qué símbolos están representados?
- e. ¿Qué importancia tienen los símbolos y los consensos sobre éstos en la vida cotidiana?

Para posteriormente y de acuerdo con Google Maps y la información que contiene, dar la ubicación de los siguientes lugares:

- a. Estadio de fútbol Atanasio Girardot: _____
- b. Iglesia la América: _____
- c. Parque la Floresta: _____
- d. Parque el Triángulo: _____
- e. Estación Santa Lucia (metro): _____
- f. Centro comercial el Diamante: _____

g. Colegio Calasanz: _____

Identificados los lugares propuestos, se les da a elegir uno de su preferencia, para con ello, indicar la ruta para llegar hasta allí sin utilizar mapas, solo las indicaciones escritas y detalladas que le permitan a alguien llegar a dicho lugar. Igualmente, se propone responder la siguiente pregunta: ¿Sabes cómo están organizadas las ciudades y cómo se establecieron los consensos para dar las direcciones? Invitándolos a realizar la consulta como ejercicio de investigación.

Fase III

Esta fase corresponde a la socialización y discusión, sobre la aplicación de la ciencia matemática con herramientas de la cotidianidad, entorno a los ejercicios y actividades de ubicación espacial realizados en la fase anterior. Por lo tanto, se les invita en grupos de trabajo, hacer un croquis representando la zona aledaña de su interés a la institución educativa y ubicar los puntos cardinales en coherencia con las orientaciones dadas por el docente Humar, a saber:

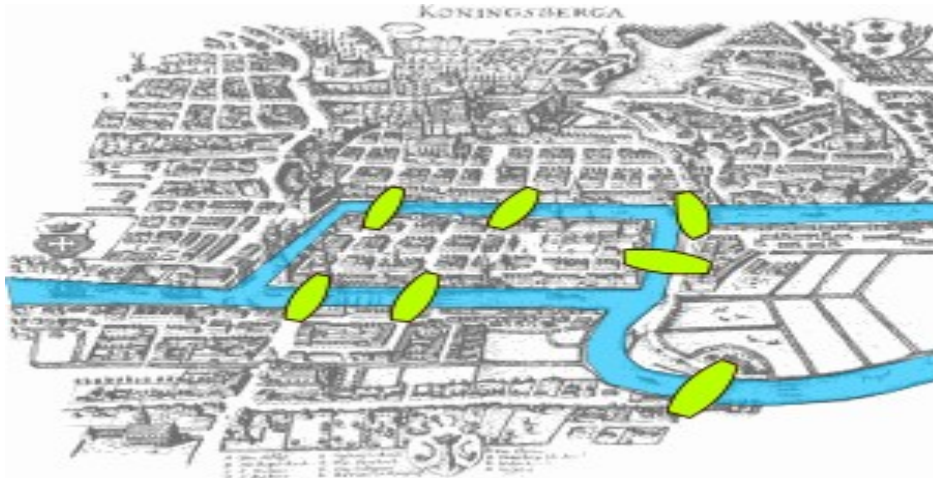
- a. De acuerdo con este croquis y la información en Google Maps, cuál es la orientación de las calles, las carreras y algunos lugares (construcción colectiva).
- b. Además, debe indicar hacia donde aumenta la numeración que se le da a las calles y la numeración que se les da a las carreras acorde a las orientaciones por los docentes Eli y Humar.
- c. Ubicar los lugares y clasificarlos de acuerdo con los puntos cardinales y la información compartida por el docente respecto a la ubicación espacial en relación con la salida del sol y la corporalidad.
- d. En grupos deberán elegir dos lugares distintos de los ubicados en el mapa y deben redactar instrucciones para ir de un lugar a otro indicando en punto de partida y el punto de llegada.

- e. Posteriormente, en diferentes grupos se comparten las instrucciones previamente construidas, se designa un vocero de grupo, quien siguiendo las instrucciones dadas verificara si es posible llegar desde el punto de partida hasta el lugar propuesto.

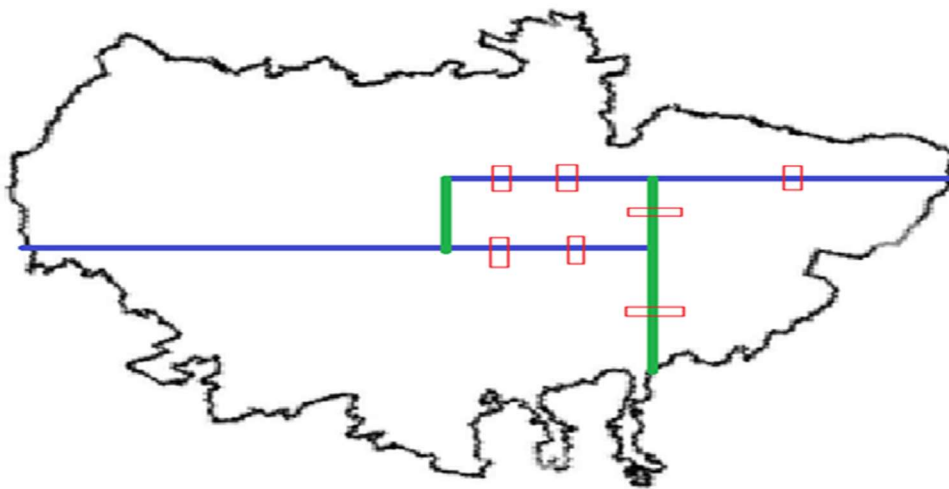
Fase IV

Nominada *Jugando ando y los saberes formalizando*, corresponde a la representación de los saberes obtenidos por los estudiantes de cara a los temas tratados, con ello en mente, se desarrolla una serie de actividades experimentales y prácticas en el patio cubierto de la institución, de este modo, se toma los materiales necesarios para la construcción de un plano cartesiano, ubicando en este un punto de partida sugerido por el docente y posibles puntos de llegada acordes a la posición aleatoria de los estudiantes, hasta separar las distancias en iguales medidas y ser nombradas con números enteros, siendo el cero (0) el número que marcara las intercesiones de las cintas. Así, de forma alternada, indicara las coordenadas o ubicación espacial a su otro compañero.

Igualmente, en esta fase se desarrolla la actividad *Jugando ando y un problema en la ciudad solucionando*, propuesta por los docentes Eli, Humar y Pit, como una construcción analógica al problema de los puentes de Königsberg, en el contexto urbano de los estudiantes, como se puede observar en las siguientes figuras.



9 Mapa de Königsberg en la época de Leonhard Euler.



10 Mapa de Medellín elaborado por los docentes para el ejercicio.

Para con ello, trabajar en equipos la búsqueda de rutas de transporte desde los distintos sectores de la ciudad que les permita transitar por todos los sectores y los cruces, con la condición de que solo pueden pasar una vez por cada uno de ellos, regresando al punto de partida. Seguidamente, se socializa la experiencia con los estudiantes sobre como un problema de eventos cotidianos de las ciudades, da paso a la creación de nuevas teorías matemáticas, como lo es la teoría de grafos de Leonhard Euler en el siglo XVIII y aún vigente. Además de lo anterior, se propone como actividad a los estudiantes, la realización de juegos de acertijos, dibujando sobres, los siete puentes y plano de pares, que implementan la teoría tratada.

Por último, cabe mencionar que la evaluación de las actividades propuestas para la presente configuración didáctica, se da durante la observación y valoración del estado del aprendizaje en la fase inicial, final y durante todo el proceso, además de la resolución y superación de las dificultades individuales y colectivas observadas.

Discusión y Resultados de la Investigación

En el marco general del presente trabajo, la configuración didáctica *Ubicándonos matemáticamente en nuestro entorno*, permite el análisis de las posibles contribuciones al proceso de construcción de conocimiento en torno a un concepto matemático, como son los números enteros y sus usos en la recta numérica o del plano cartesiano y sus sistemas coordenados, esto en el marco conceptual de los sistemas de pensamiento matemático propuestos en los *Lineamientos Curriculares* y posteriormente ampliados en los *Estándares Básicos de Competencias* (pensamiento espacial y el métrico, pensamiento numérico y pensamiento lógico), los cuales se ponen en relación con la cotidianidad del estudiante, generando actividades que ponen el juego desde el rol de la experimentación propia de una investigación cualitativa, favoreciendo la exploración y el estudio de los objetos matemáticos en el contexto social de los estudiantes.

Lo anteriormente mencionado, analizado a la luz de los planteamiento de Diaz Godino, establece espacios de diálogo entre las ciencias matemáticas, las trayectorias docente-estudiante, el rol de la experimentación en el escenario escolar, desde la elaboración e implementación de actividades que permitan su articulación con la cotidianidad del estudiante, en el avance progresivo de la trayectoria didáctica desarrollada en el enfoque ontosemiótico, describiendo sus características e identificando sus aportes.

El rol experimentación en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias matemáticas

Un acercamiento a los saberes previos de los estudiantes

Los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos, debe privilegiar un espacio de disertación e interpretación de situaciones derivadas desde la cotidianidad y relacionadas con conceptos propios de la ciencia, convirtiéndolos posteriormente en actividades configuradas en la secuencia didáctica, como posibilidad de acercamiento amable de los estudiantes en la construcción de sus propios conceptos frente a estas disciplinas. Esto puede ser evidenciado tanto en las propuestas sobre enseñanza de los pensamientos matemáticos en *los Estándares Básicos de Competencias y los Lineamientos Curriculares*, así como en los trabajos de Diaz Godino, sobre la didáctica de las matemáticas.

De acuerdo con Diaz Godino et al., (2006), configurar la secuencia de unidades didácticas en cada una de las actividades propuestas para las fases, desde el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática, se debe “asignar un papel central al lenguaje, a los procesos de comunicación e interpretación y a la variedad de objetos que se ponen en juego en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (Diaz Godino et al., 2006, p. 2).

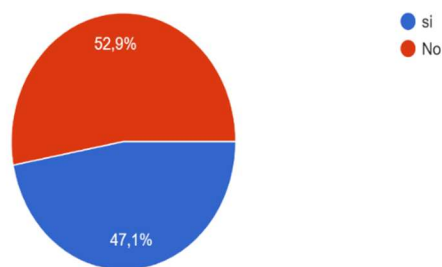
Es por ello que, se parte de los saberes previos del estudiante, estableciendo desde allí una relación dialógica con las ciencias metamatemáticas inicialmente, dada la naturaleza conceptual de los interrogantes propuestos, que permita identificar su relación con la ciencia, preguntas como; ¿Consideras importantes los saberes matemáticos en tu día a día?; ¿De qué forma?, (Ver anexo 2) arrojan respuestas que abren el camino de la experimentación en el abordaje de conceptos matemáticos de mayor envergadura, por ejemplo:

Respuesta estudiante 1: “*la forma en que presentamos situaciones en que las necesitamos*”

Respuesta estudiante 2: “*si ya que en todo se nos presenta algo que tenga que ver con matemáticas*”

Las anteriores respuestas, permiten inferir que los estudiantes están permeados por la convención cultural, *las matemáticas están en todo*, pero ¿cómo están presentes?, esta es la tarea que se proponen Eli, Humar y Pit a desentrañar y develar, para evidenciar a sus pupilos estudiantes, que si se hallan en todo. Esto queda claro ante el siguiente interrogante, sobre la presencia del plano cartesiano en las actividades cotidianas, el 52,9% de los estudiantes dan una respuesta negativa, lo que expresa el desconocimiento de sus implementaciones en los mecanismo o dispositivos de uso diario, como el celular con sus correspondientes aplicaciones de ubicación, así como, muchos otros juegos de los que ellos mismo disponen y comparten con sus compañeros en la escuela.

¿Consideras que el plano cartesiano tiene usos que no se relacione con las matemáticas?
17 respuestas

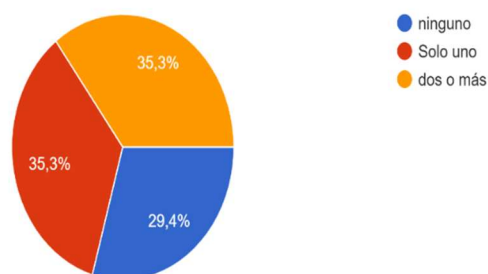


11 Tabulación encuesta saberes previos estudiantes. fuente de elaboración propia.

Ahora bien, el 47,1%, responde positivamente, no obstante, presentan ambigüedad frente al conocimiento de la presencia del plano cartesiano y sus usos en el día a día, como se puede ver en la variación del porcentaje al tercer interrogante.

¿Cuántos usos no relacionados con las matemáticas del plano cartesiano?

17 respuestas



12 Tabulación encuesta saberes previos estudiantes. fuente de elaboración propia.

Por lo tanto, no ha de extrañar las percepciones de los estudiantes ante el ultimo interrogante de esta encuesta de saberes previos ¿Sabes cómo funcionan los mapas locales o cómo están organizadas las vías en las ciudades? De ser así, justifica tu respuesta, donde se encontró lo siguiente:

Respuestas estudiantes 1-2-3-4-5: No.

Respuesta estudiante 6: Interpretar e identificar los elementos naturales, artificiales o culturales más importantes del área que cubre.

Respuesta estudiante 7: Funcionan gracias a las coordenadas y así se logran organizar los mapas.

Respuesta estudiante 8: si algunos.

Respuesta estudiante 9: funciona mostrando las ciudades, urbanizaciones etc.

Respuesta estudiante 10: Están organizadas por calles y carreras.

Respuesta estudiante 11: Si, yo me ubico en el mapa de la ciudad, pero no conozco todas las vías solo algunas.

Respuesta estudiante 12: Si se utiliza para ir a trabajar o hacer algo o también para no perderse en carro, moto etc.

Respuesta estudiante 13: Si se cómo funcionan. Tienen unas números o nombres las calles para poderlo clasificar y están divididas en avenidas, transversales, calles, carreras, etc.

Respuesta estudiante 14- : Nos permiten hacer cálculos y mediciones.

Respuesta estudiante 15: Si de occidente este y de norte a sur.

Respuestas omitidas 16-17: Evidencian desconocimiento.

De lo que se puede inferir que, los estudiantes 7 al 15, correlacionan el plano cartesiano con elementos de la ubicación espacial, de cálculos y medidas, aunque no conozcan las relaciones concretas de dicha ubicación, el estudiante 6, apela a la información dada en la web sin apropiación del conocimiento dada su generalización, los estudiantes 1 al 5, así como 16 y 17, expresan claramente su desconocimiento.

Establecida esta fase previa, se ponen en relación directa las trayectorias docente y dicente, correspondiente a sus funciones. El primero de cara a la “regulación: fijación de reglas (definiciones, enunciados, justificaciones, resolución de problemas, ejemplificaciones), recuerdo e interpretación de conocimientos previos necesarios para la progresión del estudio, readaptación de la planificación prevista” (Diaz Godino et al., 2006, p. 13). El segundo frente a la “demanda de información: estados en los que los estudiantes piden información al docente o a otros compañeros por ejemplo, cuando no entienden el significado del lenguaje utilizado o no recuerdan conocimientos previos necesarios” (Diaz Godino et al., 2006, p. 16). Por lo tanto, generando espacios al rol de la experimentación ante la problemática planteada en la fase de saberes previos, es decir, la elaboración e implementación de actividades que permitan la articulación de las ciencias matemáticas con la cotidianidad del estudiante fijando las metas u objetivos de aprendizaje.

Nociones de interacción y configuración didáctica en el tiempo didáctico

Las nociones de la interacción didáctica en pertinencia con lo propuesto por Godino, pone en consideración la identificación de los fenómenos didácticos ligados a los significados institucionales, en relación con los documentos de carácter público como Proyecto Educativo Institucional, Mallas Curriculares, Configuraciones Didácticas, entre otros, que favorezcan la “identificación de conflictos semióticos, patrones de interacción didáctica y sus consecuencias en la génesis de los significados personales de los estudiantes” (Diaz Godino et al., 2006, p. 5). Lo

anterior pone de manifiesto, la inherencia compartida entre la trayectoria docente, la trayectoria didáctica y las ciencias matemáticas, en consecuencia, los significados personales que puedan llevar a construir de esta última con los estudiantes.

En este sentido, conocer la percepción del docente cooperador Pit, quien se encuentra inmerso en las dinámicas institucionales desde su trayectoria docente y, por ende, en la configuración de las acciones didácticas articuladas a las políticas públicas en educación, es de vital importancia para el presente trabajo y quienes lo desarrollan, Eli y Humar, teniendo en cuenta, que son docentes en formación, en un proceso de prácticas profesionales, del cual surge su interés de investigación, conocer su opinión frente a las categorías de análisis propuestas para el mismo, no solo como insumo o recurso, sino también como experiencia personal y profesional, es decir, la valoración de pares académicos frente a una misma ciencia, la matemática.

Por lo tanto, Pit ante el interrogante ¿Cuáles son los elementos que consideras fundamentales en la planeación didáctica para la clase de matemáticas?, (Ver anexo 4) se obtiene la siguiente respuesta: “*Actividad de introducción, ejemplos demostrativos, actividades de profundización de los estudiantes, cierre. El manejo del tiempo*”. Si nos detenemos en la respuesta, encontraremos una pausa marcada por un punto seguido. *El manejo del tiempo*. El cual es abordado por Diaz Godino et al., (2006), como una problemática del tiempo didáctico, de la cronogénesis y topogénesis, definiéndolas de acuerdo a la posiciones de quien la expresa, así *la cronogénesis didáctica del saber* “es la generación en el tiempo del saber matemático escolar como consecuencia de la interacción didáctica” (Diaz Godino et al., 2006, p. 7). Por su parte *la topogénesis del saber*, la interpreta como “la distribución de la responsabilidad principal del estudio de los distintos elementos del significado sistémico de los objetos matemáticos entre el docente y el estudiante” (Diaz Godino et al., 2006, p. 8).

Se considera importante señalar el tiempo, dado que, es un factor preponderante y el cual, se pone como obstáculo en la implementación del rol de la experimentación en construcción de conocimientos en las clases de matemáticas, evidenciado en la respuesta de Pit a la pregunta ¿Qué concepción tienes de la experimentación en las clases de matemáticas? Cuya respuesta fue: “*Me gusta la experimentación, sin embargo, a veces se lleva más del **tiempo** planeado*”. Esto permite la reflexión sobre los tipos de temporalidad concebidos, es decir, aquellos que obedecen a la convención escolar institucional, como ciclos o periodos escolares donde los docentes deben abordar determinada cantidad de contenidos para dar cumplimiento a un calendario académico o el referido por Godino, como diacronía del sistema didáctico, donde es el docente quien decide el orden de los distintos objetos matemáticos a tratar, introduciendo progresivamente nuevos objetos a medida que progresa el tiempo didáctico, es decir, el tiempo en que se considera aprendido el concepto matemático, en coherencia con la identificación que el estudiante hace de ellos en su cotidianidad. Así mismo, con la naturaleza propia del acto educativo mediante la relación de los saberes matemáticos, puesto en las trayectorias docente y estudiante.

Ahora bien, este tiempo como limitante del rol de la experimentación, ha llevado a que sea reducido, a simples actividades subsidiarias en la diacronía didáctica, como queda claro en la respuesta de Pit: “*Si, principalmente para introducir o repasar temáticas*”, a la pregunta ¿Has implementado juegos como estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas?, teniendo en cuenta, que los juegos son estrategias fundamentales en el rol experimentación en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos.

Un acercamiento inicial a la construcción de significados personales de los estudiantes.

Cabe señalar en este punto que, en la Teoría de las Funciones Semióticas desarrolladas por Diaz Godino y Batanero, para el análisis de la didáctica de las matemáticas, el saber es interpretado

como “el significado institucional de referencia, y por tanto en términos de sistema de prácticas operativas y discursivas” (Diaz Godino et al., 2006, p. 7). Se podría interpretar como un acercamiento inicial a la construcción de significados personales por parte de los estudiantes.

Acercamiento inicial, que toma un lugar fundamental en la configuración didáctica, la cual es desarrollada respecto a esos saberes puestos en prácticas cotidianas, sin relacionarlos con los conocimientos propios del plano cartesiano, sino más bien, con los significados construidos en prácticas discursivas y operativas, dadas por convención o institucionalización de las mismas. Esto queda gráficamente ejemplificado en la información compartida por los estudiantes ante la pregunta de esta primera fase: ¿Qué instrucciones le darías a una persona que llega al colegio por primera vez, se encuentra desorientada en la cancha y desea ir a la oficina de administración?

Respuesta estudiante 1: *“Le digo que siga derecho hasta la tienda y después que siga por el pasillo derecho hasta llegar al pasto verde y de ahí que voltee a la izquierda y encontrara el sitio”*

Respuesta estudiante 2: *“Le indico que siga derecho hacia la tienda y de ahí camine derecho por el jardín y gire a la izquierda y ahí estará”*

Respuesta estudiante 3: *“Le digo que suba la rampa y que se vaya derecho hasta llegar a la tienda, luego seguir derecho y que pregunte donde queda administración y ya llega hasta donde esta la señora”*

Respuesta estudiante 3: *“Le diría que siga por la rampa a lado de la sala innovator y que suba las escaleras con rampa, que siga derecho por el teléfono gris, sigue derecho y llegas”*

Respuesta estudiante 4: *“Le digo que pase por la sala de innovación y que voltee a la derecha, que suba por las escaleras y que siga derecho por el pasillo y llega”*

Se han tomado estos cuatro textos como muestra, se podrían seguir citando las respuestas de todos los estudiantes, empero, a excepción de una mínima variante introducida como objeto de referencia, todos siguen los mismos patrones con los significados construidos en prácticas

discursivas y operativas compartidas al interior de la institución escolar (ver anexo 2). Es por ello, que se abre un espacio de socialización en grupo, con las siguientes interrogantes ¿Cómo podrían ser más claras las indicaciones para dar cualquier dirección que permita la ubicación de un sitio específico en cualquier lugar de la institución?, para luego compartir en el grupo, las conclusiones construidas al interior de cada subgrupo, abriendo el camino a la segunda fase de la configuración didáctica.

Explorando ando y la herramienta aplicando

La segunda fase nominada *Explorando ando y la herramienta aplicando*, es una propuesta a los estudiantes para realizar una exploración con la herramienta de Google Maps, de las Zonas aledañas a la institución educativa, según Godino,

Fijada una situación-problema o tarea y haciendo uso de una tecnología determinada, el docente y los estudiantes emprenderán una secuencia de actividades en interacción mutua con el fin de lograr que estos sean capaces de resolver esa tarea y otras relacionadas (Diaz Godino et al., 2006, p. 20).

Por lo tanto, fijamos las siguientes tareas a desarrollar, ubicar los siguientes lugares:

- a. estadio de fútbol Atanasio Girardot: _____
- b. Iglesia la América: _____
- c. Parque la Floresta: _____
- d. Parque el Triángulo: _____
- e. Estación Santa Lucia (metro): _____
- f. Centro comercial el Diamante: _____
- g. Colegio Calasanz: _____

De los cuales, debe elegir uno de su preferencia e indicar la ruta para llegar hasta allí. Detallando por escrito las orientaciones para que alguien pueda llegar al lugar elegido. Veamos un par de ejemplos escritos por los estudiantes:

Respuesta estudiante 1: “Seguir derecho hasta el CAI de Santa Lucia, luego bajar por toda la carrera 87, que son puros remates y al frente encuentras el metro” (de la Institución Educativa a la estación del metro Santa Lucia)

Respuesta estudiante 2: “de la Estación del metro San Javier al Colegio teresiano: sales del metro hacia la derecha, luego hasta el fondo, y vas a la izquierda hasta el final de la cuadra, después a la iglesia y de allí a la izquierda. Ahí está el colegio”

Ahora bien, esta actividad está orientada desde la intencionalidad de los docentes Eli y Humar a la pregunta por el punto de partida, que fue la máxima en general del grupo ¿De dónde vamos a salir?, elemento que se correlaciona en los ejemplos de los estudiantes, el cual, será el pretexto pensado por los docentes ante el punto de partida u origen propio del plano cartesiano que se desarrollara en la siguiente fase, se debe considerar que, hasta este punto de la configuración didáctica, solo se han expuesto saberes dando visos a la introducción propiamente dicha del conocimiento matemático, igualmente, se da claramente una articulación entre estos saberes y la implementación de elementos concretos de la cotidianidad de los estudiantes, como es la aplicación de la herramienta Google Maps para la orientación en sus contexto más cercanos.

Por último, antes de pasar a la fase tres, durante el este proceso inicial, surge el cuestionamiento de los estudiantes a los docente ¿Qué tiene que ver esto que estamos haciendo con las matemáticas?, “desempeñando sus roles de exploración, comunicación, validación, recepción, autoevaluación” (Diaz Godino et al., 2006, p. 20), de estos saberes previos. Por otro lado, se introducen a las representaciones simbólicas y signos correspondientes de la herramienta Google Maps, establecidos como convención para el señalamiento de determinado lugar de acuerdo a su actividad, apelando a las categorías de la *Teoría de Funciones Semióticas*, introduciendo notaciones, representaciones gráficas, entre otras en coherencia con el componente lingüístico, desde el cual “se formulan o interpretan las definiciones de los objetos puestos en juego, desde su componente conceptual” (Diaz Godino et al., 2006, p. 8).

La ciencia matemática y algunas herramientas que la implementan en la cotidianidad

Establecida las fases iniciales, desde los componentes de la Teoría de Funciones Semióticas y la interpretación del saber, es el momento de señalar “los conocimientos como significados personales, en los sistemas de prácticas personales de la modelización epistémico-cognitiva” (Diaz Godino et al., 2006, p. 6). Es decir, cómo los estudiantes realizan el tránsito del saber al conocimiento y lo comprenden en su cotidianidad, como prácticas personales de acuerdo a sus actitudes y aptitudes, prestas al aprendizaje conceptual de los pensamientos de la ciencia matemática o cualquier otra ciencia.

Lo anteriormente enunciado, es lo que se pone en juego en la tercera fase o fase transitoria, donde ya se ha planteado las expectativas de la trayectoria docente, de cara a los saberes previos del estudiante, así como, se exponen las inquietudes en la trayectoria discente ¿Qué tiene que ver esto que estamos haciendo con las matemáticas?, concibiendo la apertura al amplio mundo del conocimiento conceptual, cual mayéutica socrática, que interpela el saber, llegando al conocimiento siempre a través de las interrogantes, ¿Qué? ¿Por qué? ¿Para qué? ¿Cómo? Etc.....

Por lo tanto, en esta tercera fase, se consideró abrir espacios de socialización y discusión en el contexto de la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria y sus zonas aledañas, respecto a la ubicación de los puntos cardinales, tomándola como punto de partida. De este modo, se desarrolla la construcción colectiva de un croquis amplio del sector, para orientar y identificar las calles, las carreras y algunos lugares, implementado la información dada en la herramienta Google Maps. Con ello, indicar hacia donde aumenta y disminuye la numeración de las calles y de las carreras.

Por su parte, los lugares serian clasificados de acuerdo con los puntos cardinales y la ubicación espacial en relación con la salida del sol y la corporalidad, según las orientaciones de Eli

y Humar, de tal manera que, luego de ubicarlos en el croquis, redactaran las instrucciones para ir de un lugar a otro indicando el punto de partida y el punto de llegada, en coherencia con la distribución de puntos en el plano cartesiano. Por lo tanto y a modo de evaluación y coevolución durante el proceso, verificaran si es posible llegar desde el punto de partida hasta el lugar propuesto, siguiendo instrucciones previamente construidas y dadas por el vocero asignado por cada subgrupo.

Es importante notar que, en esta fase se van correlacionando varios factores de formalización de un concepto matemático, *Ubicación Espacial*, poniendo en consideración el conocimiento que los estudiantes puedan adquirir de este, por medio de una construcción significativa en su territorio o contexto más cercano. De lo cual, se puede hacer un ejercicio comparativo de las indicaciones ofrecidas por los estudiantes en la primera fase a la interrogante ¿Qué instrucciones le darías a una persona que llega al colegio por primera vez, se encuentra desorientada en la cancha y desea ir a la oficina de administración?, así como, del lenguaje matemático que van empleando en la tercera fase, después de elaborar el croquis del territorio y elegir un lugar a especificar la orientaciones, teniendo en cuenta el punto de partida y de llegada.

Veamos los ejemplos de los estudiantes 1 y 3:

Fase I

Respuesta estudiante 1: *“Le digo que siga derecho hasta la tienda y después que siga por el pasillo derecho hasta llegar al pasto verde y de ahí que voltee a la izquierda y encontrara el sitio”*

Fase III

Respuesta estudiante 1 con su subgrupo: *“Del parque al hospital. Parque carrera 47-calle 13. Hospital carrera 50-calle 21. Vamos por la carrera 47 hacia el oriente y volteamos en la calle 21 hacia el sur, hasta la carrera 50 con la calle 21.”*

Fase I

Respuesta estudiante 3: “Le digo que suba la rampa y que se vaya derecho hasta llegar a la tienda, luego seguir derecho y que pregunte donde queda administración y ya llega hasta donde está la señora”

Respuesta estudiante 3 con su subgrupo: “De la escuela al Centro comercial. Para llegar de la escuela al centro comercial, subes una cuadra al norte, luego cuatro cuadras al occidente y nuevamente subes tres cuadras al norte y llegas al centro comercial”.

Se puede notar considerablemente, la apropiación de la ubicación espacial de acuerdo con los puntos cardinales en relación con la salida del sol y su corporalidad, dadas las orientaciones de Eli y Humar, así como, el paso de un saber intuitivo en la *fase I*, a un saber conceptual en su sistema de prácticas personales en la *fase III*.

Jugando ando y los saberes en conocimiento formalizando

Parte fundamental en el rol de la experimentación para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por ende, en la configuración didáctica, son los juegos como metodología, estos favorecen la desarticulación del sentimiento de rechazo o repugnancia que muchos de los estudiantes tienen hacia el estudio de los objetos matemáticos. Además, constituyen un material valioso en el acercamiento de estos al conocimiento. De hecho, “las comunidades humanas siempre han expresado con juegos su interpretación de la vida y del mundo”(Chamoso Sánchez et al., 2004, p. 48).

Por lo tanto, se concibe en la trayectoria de esta configuración didáctica, la implementación de juegos de acertijo en su IV fase nombrada *Jugando ando y los saberes formalizando*, de forma experimental, estos no pretenden que las ciencias matemáticas en sus conceptos se simplifiquen o carezcan de rigor académico, sino, que las formas en que se puedan llevar al contexto escolar como estrategia metodológica, simplifiquen el acceso al conocimiento matemático de los estudiantes, dado que;

El objeto de la experimentación es el mismo en el estudio de los seres vivos que en el estudio de los cuerpos brutos. En ambos casos para hallar dicho determinismo, es preciso reducir los fenómenos a condiciones experimentales definidas y tan simples, como sea posible. Por eso los experimentos son tanto más valiosos y seguros. Cuanto menos agudos, más simples y más directos (Houssay, 1941, p. 1290).

En este sentido, la experimentación se realiza para encontrar la solución a un problema, ubicar a lo largo y ancho del sistema cartesiano, previamente construido en el patio cubierto de la institución con cintas de enmascarar y rollos de lana de distintos colores, estableciendo un punto de partida o de origen, para indicar las coordenadas o ubicación espacial desde lugar del docente Humar, hasta el de uno de sus compañeros. Posteriormente, los estudiantes repetirán el ejercicio en parejas de forma alternada y desde diferentes lugares del sistema cartesiano, indicando las coordenadas o ubicación espacial a su otro compañero.



13 Plano Cartesiano a gran escala, fuente de elaboración propia.

Igualmente, este plano cartesiano a gran escala y propuesto como un acertijo por parte de Eli y Humar, permitió el acercamiento a los conceptos propios del pensamiento *Espacial* y *Métrico*, claramente definidos en los *Estándares Básicos de Competencias* y los *Lineamientos Curriculares*, por lo tanto, al *diagrama de coordenadas ortogonales usadas para operaciones geométricas*, cumpliendo con los requisitos formulados en la antigüedad por Euclides Matemático griego (330

a.C. - 275 a.C.), llamado *Plano Cartesiano* en honor a su creador *René Descartes*, filósofo, matemático y físico francés considerado el padre de la geometría analítica y la filosofía moderna.

Así mismo, como se ha venido desarrollando paulatinamente la configuración didáctica, esta representación a gran escala de dicho plano, permite introducir algunas de las funciones matemáticas y ecuaciones de geometría analítica, como sistema bidimensional integrado por dos ejes, los cuales se extienden desde un origen hasta el infinito formando una cruz, interceptándose en un único punto, este es, el punto de origen de coordenadas o punto $(0,0)$. Además, que, alrededor de cada eje se trazan un conjunto de marcas de longitud, elementos de referencia para ubicar puntos, trazando figuras y con ellas, posibilitar la representación gráfica del movimiento con operaciones matemáticas, otorgando valores al eje horizontal X y al eje vertical Y.

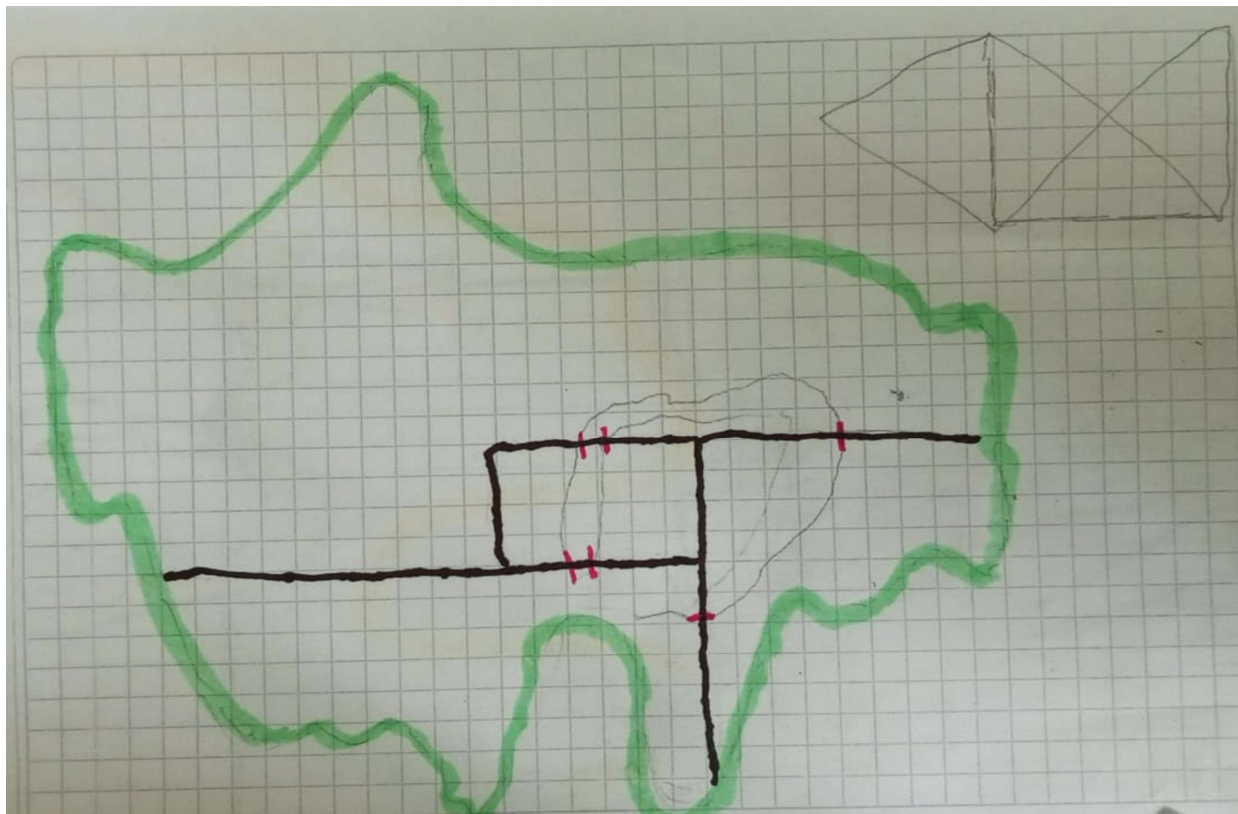


14 Construcción colectiva mapa contextual. fuente de elaboración propia

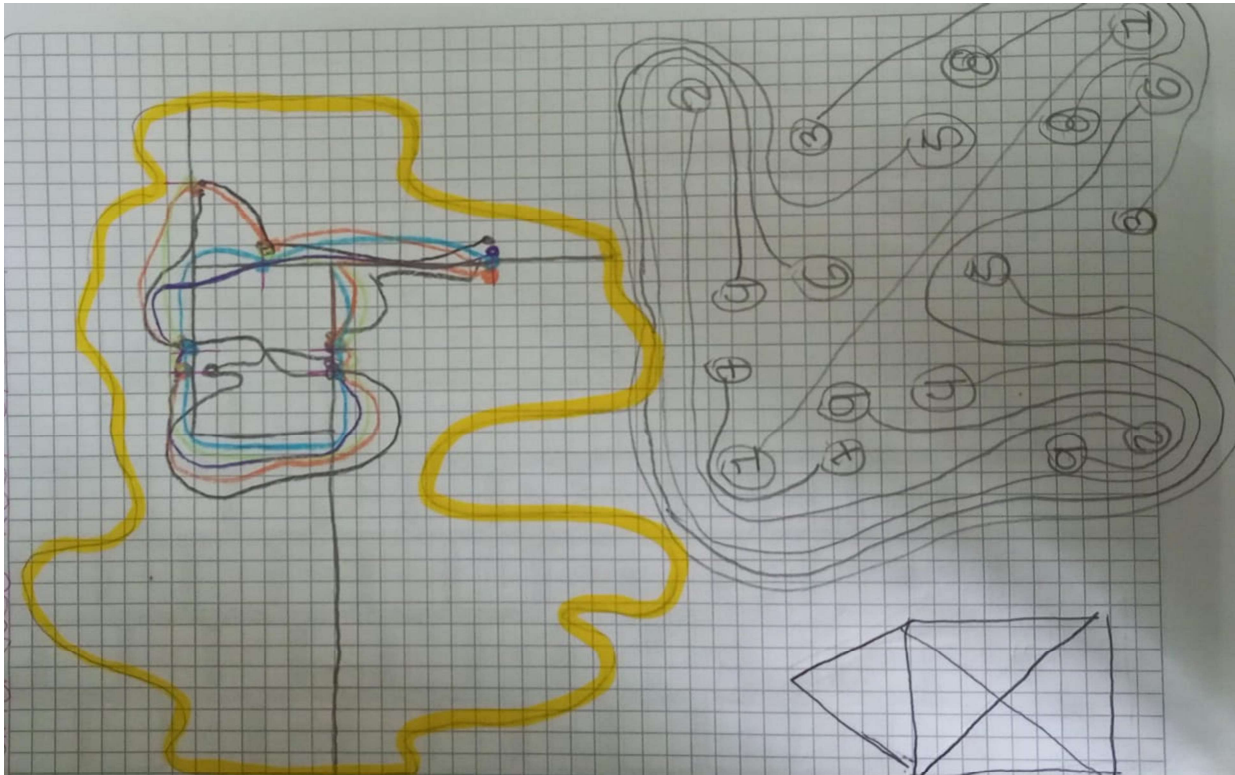
Posteriormente a la acción didáctica anterior y a modo de comprobación y evaluación de los conocimientos aprendidos por los estudiantes durante el proceso de las fases desarrolladas, Eli y Humar, llevan a los estudiantes la actividad *Jugando ando y un problema en la ciudad solucionando*, un juego análogo al de los siete puentes y un camino de Königsberg, proponiéndoles un circuito por la ciudad donde algunas calles y carreras están en proceso de mantenimiento, por

tal motivo, la ciudad ha quedado dividida en cuatro sectores y estos a su vez están conectados por siete cruces estratégicamente distribuidos a lo largo de los sectores en mantenimiento.

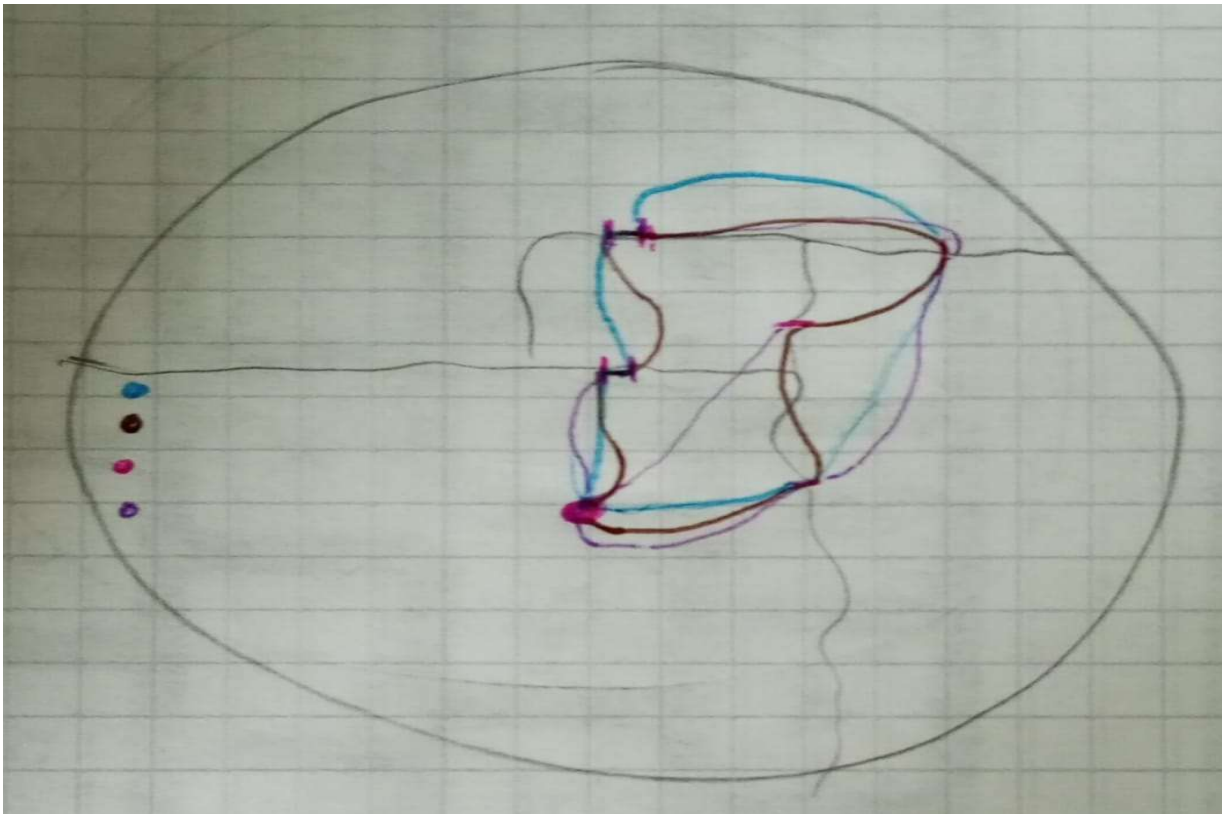
Acción seguida, los estudiantes en los subgrupos de trabajo deben buscar rutas de transporte desde los distintos sectores de la ciudad que les permita transitar por todos los cruces, con la condición de que solo pueden pasar una vez por cada uno de ellos y al final del recorrido regresar al punto de partida. Seguidamente a la actividad, se socializa el carácter problemático y posible solución a dicho juego. Así mismo, realizan juegos de acertijos como: dibujando sobres, los siete puentes y plano de pares, que implementan la teoría tratada, familiarizándolos con el sistema bidimensional y la representación gráfica del movimiento, de este modo, dejar un camino abonado para en la siguiente configuración didáctica, realizar las operaciones matemáticas con los valores al eje horizontal X y al eje vertical Y. Veamos algunos ejemplos elaborados por los estudiantes (Anexo 2):



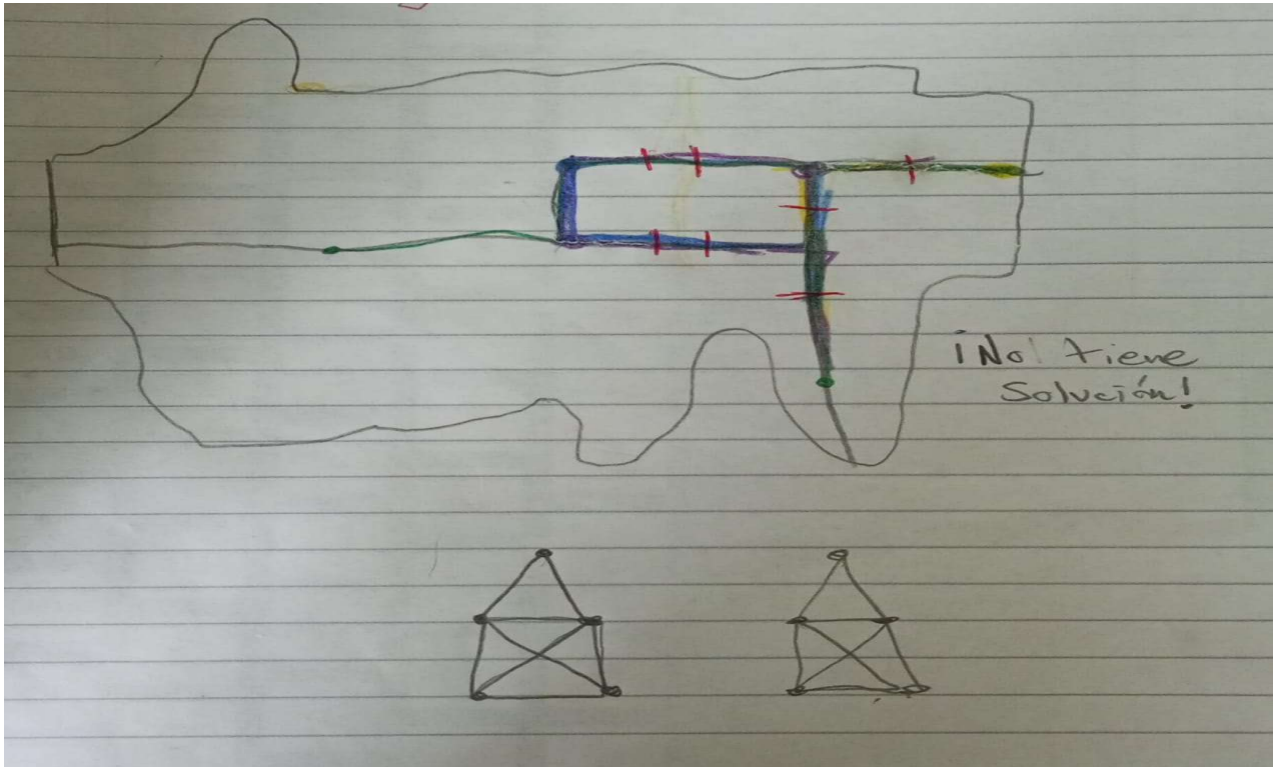
15 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.



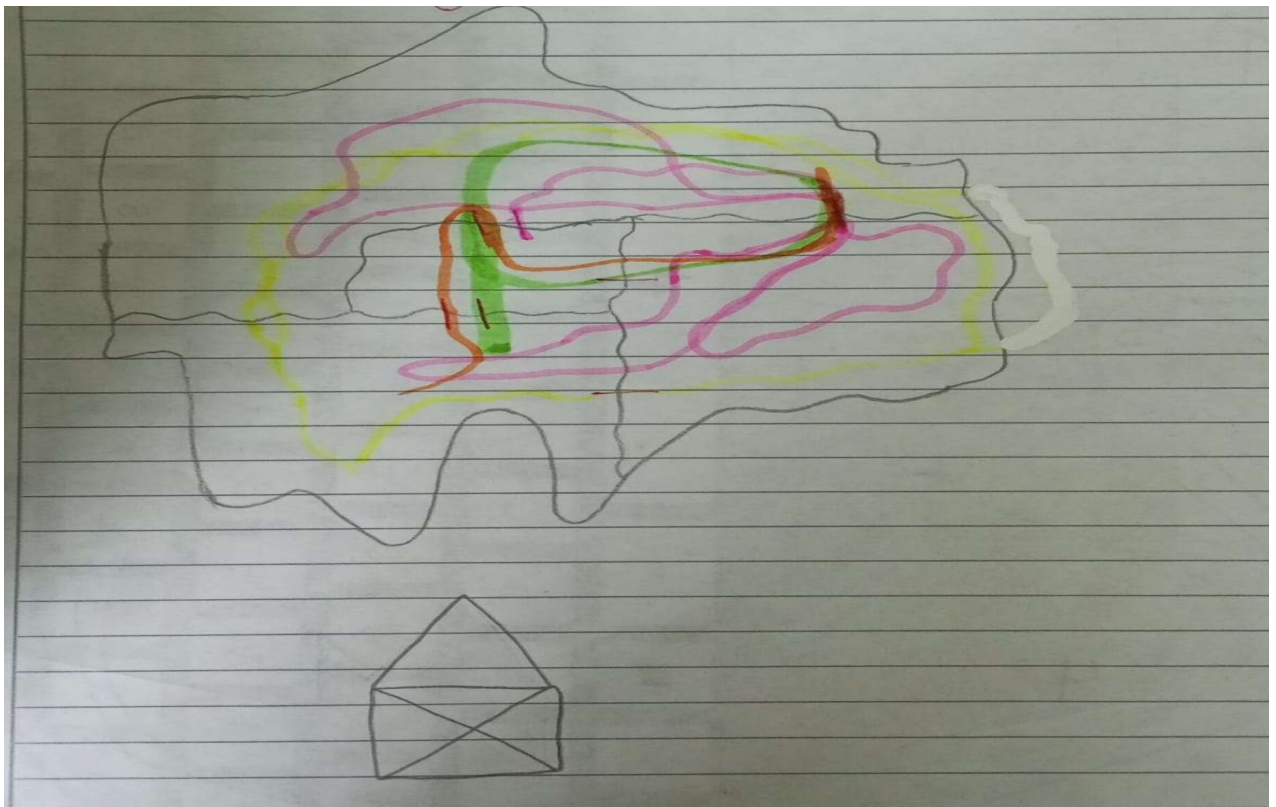
16 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.



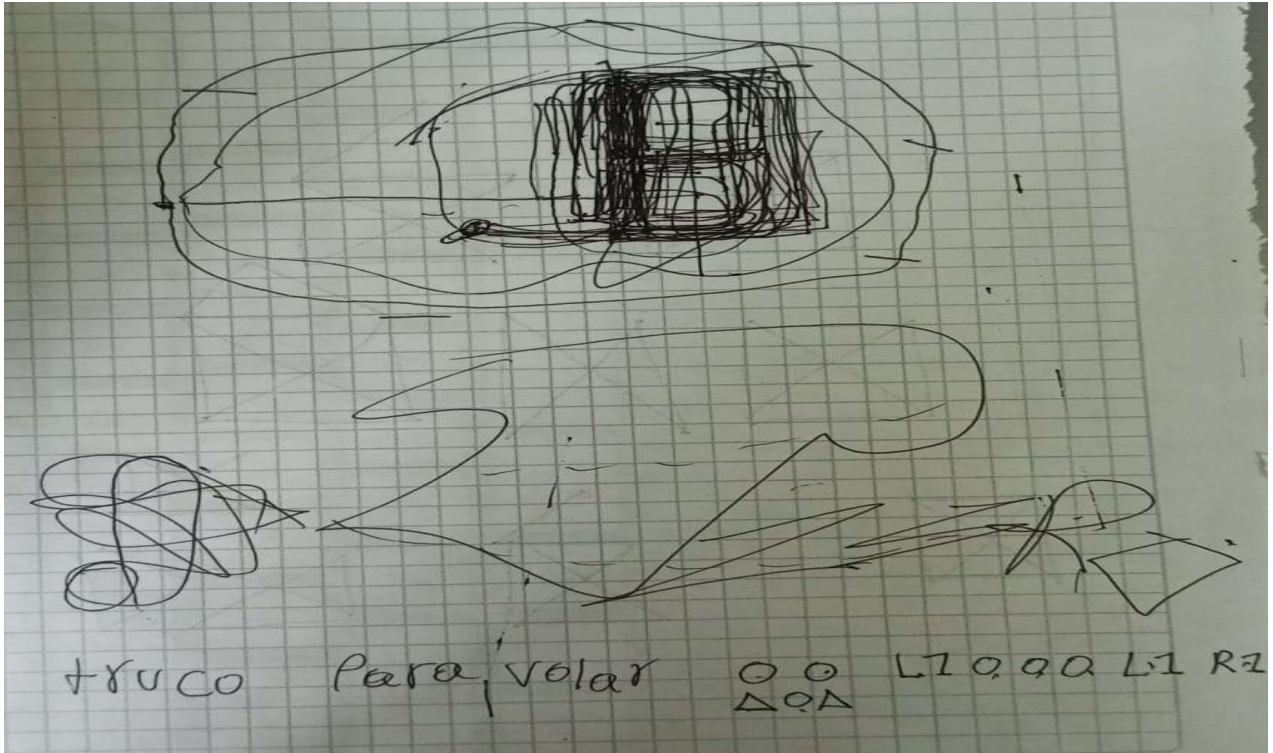
17 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.



18 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.



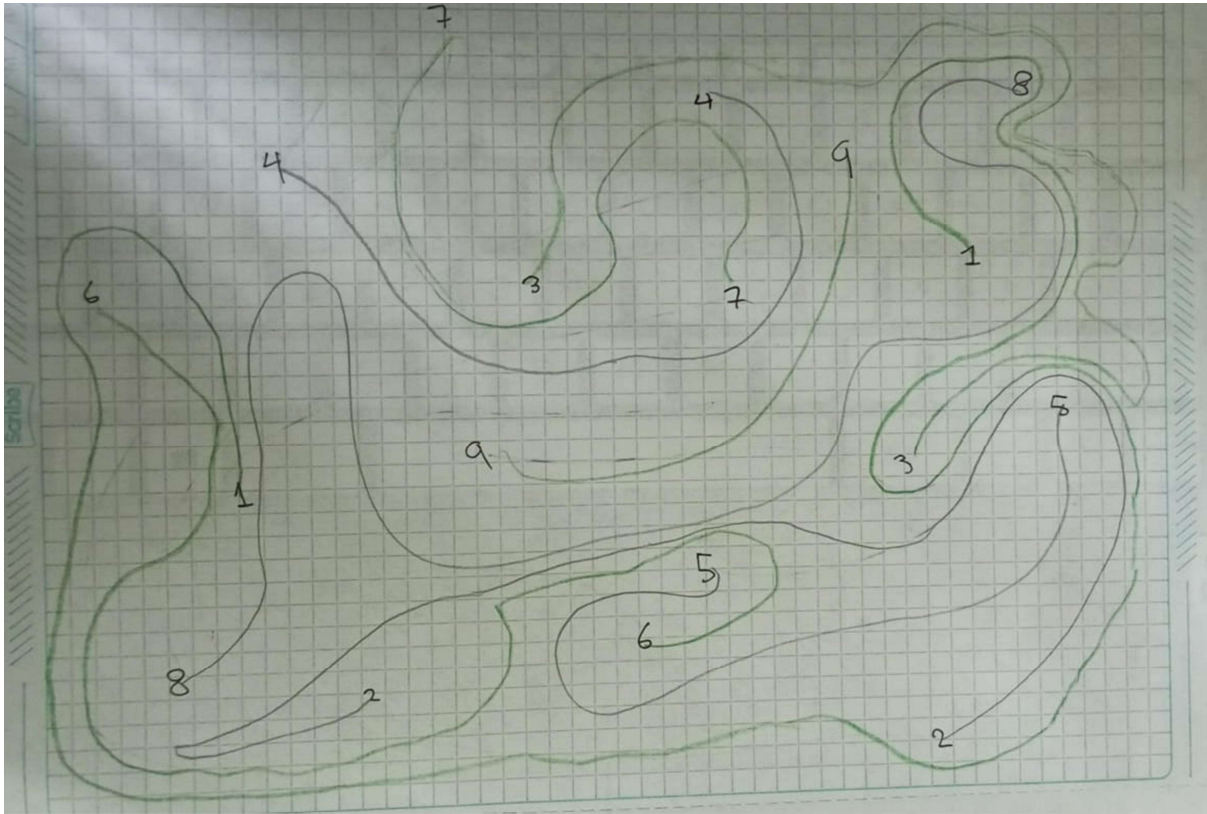
19 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.



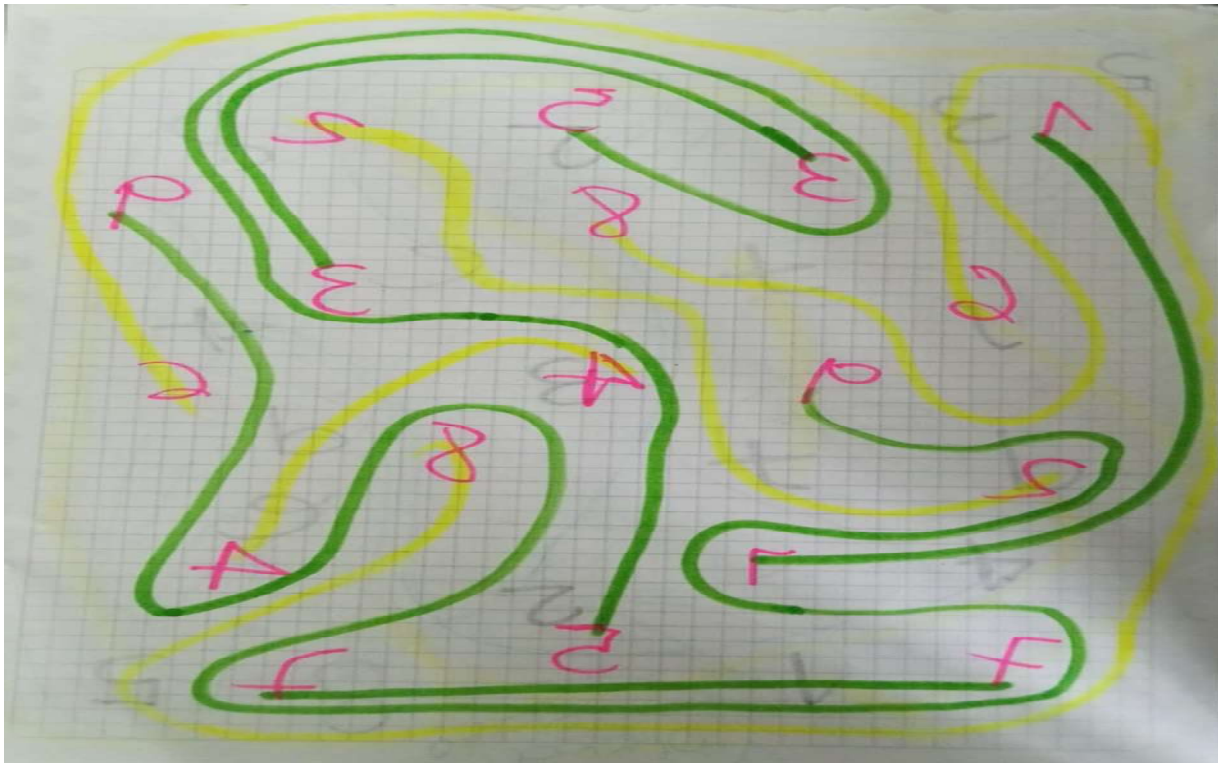
20 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.



21 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.



22 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.



23 Construcción de los estudiantes. fuente de elaboración propia.

Luego de concluir con los acertijos propuestos a los estudiantes y escuchar apreciaciones como “No tienen solución, en algún punto se encuentran la línea”, Humar concluyen que dicha solución nos remite a la ciencia matemática y con ello, al nacimiento de la teoría de grafos, una nueva rama de las matemáticas, surgida a partir de una problemática cotidiana propia del siglo XVII y vigente en nuestra época. Ante la expresión de humar, “muchas de las problemáticas de la vida cotidiana han dado surgimiento a teorías matemáticas para su solución”, varios de los estudiantes indagaron en la Web, constatando la teoría de grafos de Leonhard Euler, Teoría de los lenguajes binarios, entre otras, como la teoría de nudos desarrollada Peter Guthrie Tait, la cual generó la impresión de varios estudiantes, quienes expresaron “¿Cómo puede haber una teoría matemática de los nudos?, llamando igualmente su atención, los intrincados nudos celtas en el Libro de Kells con 1200 años de antigüedad.

Por último y a modo de coevaluación, se realiza la encuesta a los estudiantes sobre la percepción de la secuencia didáctica para la ubicación espacial en la construcción del conocimiento matemático a partir de la articulación del plano cartesiano con la cotidianidad, con esta, se constata la intencionalidad propia del docente de relacionar esta teoría a la cotidianidad de los estudiantes. En la cual se encuentran las siguientes preguntas y respuestas:

¿Qué opinión tienes ahora del uso del plano cartesiano en la cotidianidad? Justifica tu respuesta.

Respuesta estudiante 1: *“En el momento en el que aprendes a utilizarlo es bastante fácil de comprender”.*

Respuesta estudiante 2: *“Mi opinión es que el uso cotidiano la uso demasiado para poder ubicarme en los mapas de videojuegos”.*

Respuesta estudiante 3: “El plano cartesiano tiene una función de las coordenadas se suele poner en sitios en los mapas. Él mapa puede ser de unas pocas calles, una ciudad. Por eso es tan importante en la cotidianidad”.

Respuesta estudiante 4: “Opino que es bastante utilizado, aunque no lo sepamos. Las calles y las carreras son un claro ejemplo del plano cartesiano”.

¿Le darías otros usos al plano cartesiano? Cuáles

Respuesta estudiante 1: “Si ya que lo uso a menudo en los videojuegos”.

Respuesta estudiante 2: “Para ubicarse en cualquier lugar y en los mapas”

Respuesta estudiante 3: “Dibujar polígonos conociendo los puntos de sus vértices”

Respuesta estudiante 4: Sí, le daría otros usos. Como ubicar figuras geométricas en este o asignarle una ubicación a un lugar en el plano.

¿Qué otros saberes o temas de la matemática relacionas con un uso cotidiano? De algunos ejemplos

Respuesta estudiante 1: “Más que todo la suma y la resta en momentos de compras”.

Respuesta estudiante 2: “el área de las figuras, para saber más o menos su tamaño por ejemplo una casa”.

Respuesta estudiante 3: “Las figuras de geometría”

Respuesta estudiante 4: “Las operaciones más comunes como suma, resta y multiplicación”.

¿Qué opinión tienes ahora de los saberes matemáticos en la vida cotidiana? Justificar tu respuesta

Respuesta estudiante 1: “Ahora pienso que los saberes matemáticos, pueden ser usados en varias cosas de nuestra vida cotidiana como por ejemplo las medidas de las cosas, los alimentos etc., creo que son necesarios para muchas de las cosas de la vida cotidiana”.

Respuesta estudiante 2: “Mi opinión es que las matemáticas son esenciales para la vida cotidiana porque en todas partes hay matemáticas, también se incluye la lógica y muchas otras raíces de las

matemáticas. Con decir "En todas partes hay matemáticas" me refiero a que se necesitan para ir a la tienda, para el trabajo, para alguna carrera. No solo se utilizan en la escuela."

Respuesta estudiante 3: *"Opino que los saberes matemáticos más utilizados son los más básicos, por ejemplo, suma, resta y multiplicación, ya que en la mayoría de problemas matemáticos que se nos presentan en la vida diaria estos saberes se tienen que utilizar"*

Respuesta estudiante 4: *"me ayuda a resolver problemas, tomar decisiones y crear nuevas posibilidades"*

De lo anteriormente detallado, se puede concluir que, la configuración didáctica elaborada para los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, privilegia un espacio de disertación e interpretación de situaciones derivadas desde la cotidianidad y relacionadas con conceptos propios de la ciencia matemática, posibilitando un acercamiento amable de los estudiantes a la construcción de conceptos propios de la misma. Esto puede ser evidenciado en análisis de las fases desarrolladas desde el rol de la experimentación, en tanto propuestas metodológica para la enseñanza y aprendizaje de la ciencia como una búsqueda de hombres vivos.

Igualmente, a la luz de los trabajos de Diaz Godino, sobre la didáctica de las matemáticas. Se pueden recoger propuesta de acciones experimentales didácticamente idóneas, para el abordaje, desarrollo o estudio de los objetos matemáticos analizables, de una manera que puedan los estudiantes actuar en la resolución de los problemas que presentan, introduciendo notaciones, representaciones gráficas, etc., así como formular o interpretan definiciones de los objetos puestos en juego. Esto es lo que se pretende que los estudiantes logren en la instrucción matemática. Por lo tanto, siguiendo este tipo de procedimientos en la enseñanza y aprendizaje, los estudiantes adquieren o aprenden realmente el concepto u objeto que se está tratando.

Conclusiones y Reflexiones

Con sano criterio, llegados a este punto de conclusiones y reflexiones del ejercicio investigativo, se parte del reconocimiento ante el conflicto que muchos de los docentes en formación de las ciencias matemáticas, tienen con la redacción de extensos textos como el presente, no obstante se debe valorar algunos de los aspecto y claridad que poseen, frente a la investigación, dejando un reto considerable, no solo para la vida cotidiana, sino también profesional, este es, superar la resistencia a la escritura, por ende, a la lectura de extensos textos literarios para el fomento del desarrollo en esta habilidad cognitiva superior.

Es oportuno ahora, volver la mirada al punto de partida o (0,0) del presente trabajo, es decir, el roll de la experimentación en la configuración didáctica que articula las ciencias matemáticas con la cotidianidad de los estudiantes, desarrolladas en el diagrama de coordenadas ortogonales yuxtapuesta en la Institución Educativa Colegio Teresiano Nuestra Señora de la Candelaria, con ello, ubicar pares ordenados como *filosofía pedagógica constructivista* de la misma, la cual se basa en metodologías activas donde el conocimiento no es considerado el resultado de una mera copia de la realidad preexistente, sino de un proceso dinámico e interactivo, a través de metodologías o estrategias que median en el desarrollo de las configuraciones didácticas, para el caso, el *Roll de la Experimentación*.

De este modo, la información externa, nos brinda otro par ordenado, *la cotidianidad del sujeto*, interpretada y reinterpretada por la mente, cuando las orientaciones en los procesos de enseñanza-aprendizaje como un continuo e inacabado, atravesado por el saber y el saber hacer, permite a los sujetos concebir *las ciencias matemáticas* como una cosa viva.

En este sentido, estos dos pares ordenados perciben elementos claves para afianzar los conocimientos de su comunidad académica en un par ordenado más, como lo son, *el pensamiento*

espacial y métrico en correlación con la realidad y el contexto social de los estudiantes, los cuales, pueden actualizarse constantemente en la configuración de actividades con *idoneidad didáctica*, poniendo en escena la trayectoria del docente que potencia la trayectoria discente y *los tiempos didácticos* en coherencia con el requerido en la enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos, en contraposición con los tiempos de los ciclos o periodos curriculares, para el desarrollo de contenidos matemáticos.

El curso de esta investigación, cobro sentido cuando los docentes en formación y el par cooperador, deciden estudiar las particularidades de llevar las ciencias matemáticas a la cotidianidad de los estudiantes, implementando los procedimientos metodológicos del rol de la experimentación en la configuración de una secuencia didáctica y no solo como actividades subsidiarias en un momento de la misma. Por lo tanto, asumen la responsabilidad de renovar la experiencia escolar, encontrándose con una cuestión que se debe investigar ampliamente referenciada, *la que podemos llamar estudio de caso instrumental*, el cual se articula a los componentes de análisis didáctico basado en *el enfoque ontosemiótico* de la cognición matemática planteados por el profesor Díaz Godino, constituyendo el último par ordenado del trabajo.

Por último, se cierra estas conclusiones y reflexiones con la pregunta final realizada al cooperador Pit: ¿Cuál ha sido la experiencia más significativa que has tenido con los estudiantes en una clase de matemáticas?, cuya respuesta expresa la importancia de llevar el juego a ámbitos donde no es común, como los espacios escolares para la formación, cuyos recursos humanos o materiales favorecen el desarrollo de las configuraciones didácticas.

Respuesta del cooperador Pit: “*Enseñanza de los números racionales a través de la gamificación. Ya que se trabaja en grupo y se enseña a través de retos y competencias, lo que permite a los estudiantes divertirse y a la vez aprender*”.

Esto puede entenderse como una inquietud o inconformidad, que puede derivar en la problemática de otra investigación de carácter académico, como es el tiempo didáctico propuesto en el Enfoque Ontosemiótico para la trayectoria didáctica y el convencionalmente establecido como tiempo curricular.

Referencias Bibliográficas

- Barriga, Á. D. (1998). LA INVESTIGACIÓN EN EL CAMPO DE LA DIDÁCTICA MODELOS HISTÓRICOS. *PERFILES EDUCATIVOS*, 80.
- Chamoso Sánchez, J. M., Durán Palmero, J., García Sánchez, J. F., Martín Lalanda, J., & Rodríguez Sánchez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma*. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/14142>
- Diaz Godino, J., Contreras de la Fuente, Á., & Font Moll, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des mathématiques*, 26(1), 39-88.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas¹. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Houssay, B. A. (1941). Claude Bernard y el Método Experimental. *Revista de la Universidad Nacional de Córdoba*, 28(9/10), Article 9/10.
- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. <https://www.mineducacion.gov.co/portal/micrositios-preescolar-basica-y-media/Direccion-de-Calidad/Referentes-de-Calidad/339975:Lineamientos-curriculares>
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional. <https://www.mineducacion.gov.co/portal/men/Publicaciones/Guias/116042:Estandares-Basicos-de-Competencias-en-Lenguaje-Matematicas-Ciencias-y-Ciudadanas>

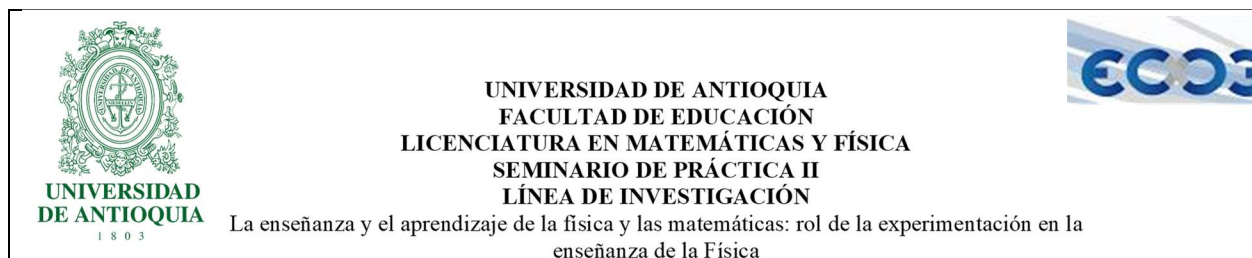
- Bisquerra Alzina, R., Dorio Alcaraz, I., Gómez Alonso, J., Latorre Beltrán, A., Martínez Olmo, F., Massot Lafon, I., Mateo Andrés, J., Sabariego Puig, M., Sans Martin, A., Torrado Fonseca, M., & Vilá Baños, R. (2009). *METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA* (2.^a ed.). La Muralla, S.A.
- Bravo, C., Márquez, H., & Villarroel, F. (2013). Los juegos como estrategia metodológica en la enseñanza de la geometría, en estudiantes de séptimo grado de educación básica. *Revista Digital Matemática, Educación e Internet*.
<https://revistas.tec.ac.cr/index.php/matematica/article/view/1624>
- Breda, A., & do Rosário, V. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *REDIMAT*, 5(1), Article 1.
- Chamoso Sánchez, J. M., Durán Palmero, J., García Sánchez, J. F., Martín Lalanda, J., & Rodríguez Sánchez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *Suma*. <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/14142>
- D'Amore, B., & Fandiño, M. (2001). Matemática de la cotidianidad. *Revista Paradigma*, 22(1), Article 1.
- Diaz Godino, J. (2013). Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores. *Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística*, 2, 1-15.
- Diaz Godino, J., Contreras de la Fuente, Á., & Font Moll, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en didactique des mathématiques*, 26(1), 39-88.

- Diaz Godino, J., Font Moll, V., Wilhelmi, M. R., & Castro Hernández, C. de. (2009). Aproximación a la dimensión normativa en didáctica de las matemáticas desde un enfoque ontosemiótico. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 27(1), 59-76.
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8(11), 111-132.
- Godino, J. D. (2018). Bases Semióticas, Antropológicas y Cognitivas del Enfoque Ontosemiótico en Educación Matemática. *Universidad de Granada*, 1-33.
- Godino, J. D., Beltrán-Pellicer, P., & Burgos, M. (2017). *Significados pragmáticos y configuraciones ontosemióticas en el estudio de la proporcionalidad*.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V., & Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas¹. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Gonzalvez, M. A. A. (2016). El contexto, elemento de análisis para enseñar. *Zona Próxima*, 25, 34-48.
- Hacking, I. (2001). *Representar e intervenir* (1a. ed., reimp). Universidad Nacional Autónoma de México Paidós Mexicana.
- Hernández Sampieri, R. (2018). *Metodología de la Investigación: Las Rutas Cuantitativa, Cualitativa y Mixta*. McGraw-Hill Interamericana Editores, S.A. de C. V.
- Jaramillo, D. (2011). La educación matemática en una perspectiva sociocultural: Tensiones, utopías, futuros posibles. *Revista Educación y Pedagogía*, 23, 13-36.
- Kawulich, B. B. (2005). *La observación participante como método de recolección de datos*.
<http://148.202.167.116:8080/xmlui/handle/123456789/2715>

- Medina Rivilla, A., & Salvador Mata, F. (2009). *Didáctica general (2a. Ed.)*. Pearson Educación.
- MEN. (2006). *Estandares Basicos de Competencias*. Ministerio de Educación Nacional.
- Nuñez Caballero, A. M. B., & Zapata Rodriguez, M. K. (2018). Desarrollo del pensamiento matemático a través de juegos en alumnos del nivel inicial en la institución educativa particular Santa María Reina de Lima Norte – Comas—2015. *Universidad Nacional José Faustino Sánchez Carrión*. <https://repositorio.unjfsc.edu.pe/handle/20.500.14067/3314>
- Ortegón-Yáñez, M. E. (2016). *Gamificación de las matemáticas en la enseñanza del valor posicional de cantidades* [masterThesis]. <https://reunir.unir.net/handle/123456789/4704>
- Peirce, C. S. (2012). *Obra filosófica reunida. Tomo II (1893-1913)* (N. Houser & C. J. W. Kloesel, Eds.; D. McNabb, Trad.). Fondo de Cultura Económica.
- Pruzzo, V. (2006). La didáctica: Su reconstrucción desde la historia. *Praxis Educativa*, 10(10), Article 10.
- Rodríguez, R., & Quiroz, S. (2016). El rol de la experimentación en la modelación matemática. *Educacion Matematica*, 28(3), 91-110. <https://doi.org/10.24844/EM2803.04>
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (2006). *Metodología de la Investigación*. MacGraw-Hill/Interamericana.
- Stake, R. E. (2010). *Investigación con estudio de casos (2a. ed)*. Morata.
- Triana, A. (2014, septiembre). *Lo sociocultural vs. Matemática escolar. Construcción de una secuencia didáctica para la enseñanza de la estadística descriptiva univariada* [Contribución a Actas de Congreso]. Asociación Colombiana de Educación Estocástica. <http://funes.uniandes.edu.co/6569/>
- Zubirán, P. de la L., Zubirán, M. A. de la L., & García, A. de la L. (2022). Los instrumentos de la investigación científica. Hacia una plataforma teórica que clarifique y gratifique. *Horizonte de la Ciencia*, 12(22), 189-202.

Anexos

Anexo 1: Consentimiento Informado



Protocolo de compromiso ético y Consentimiento informado para participantes de investigación³

Estimado padre de familia y estudiante:

Usted ha sido invitado a participar en el Proyecto de Investigación titulado **XXX** cuyos investigadores son los estudiantes **XXXX** de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia, bajo el acompañamiento de la profesora Yaneth Liliana Giraldo Suárez Profesora de Cátedra, en calidad de asesora. El objetivo del estudio es **XXXX**. Dicho trabajo de investigación se realizará con la participación de los estudiantes de la Institución Educativa **XXXX**, me interesa conocer **XXXXX** **se coloca el objetivo de la participación de los estudiantes en dicha investigación**

Procedimiento: En caso de aceptar la participación en esta investigación, le será entregado **se continúa explicando qué se hará con los estudiantes.**

Si Usted está de acuerdo, se realizarán registros fotográficos y se grabará en audio y video **hablar de la grabación de las clases**, con la única finalidad de tener registrada toda la información y poder analizarla.

Beneficios: En caso de participar de manera completa de las actividades propuestas, consideramos que como beneficios de dicho proceso está el desarrollo de una idea más completa del trabajo científico, aporta... **pensar en dichos aportes**

Finalmente, la institución educativa de la cual usted hace parte, se beneficia en cuanto a un aporte metodológico que supone el desarrollo de éste tipo de actividades, dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la física, que pueden seguir siendo aplicados y en dónde usted puede convertirse en un replicador de ésta experiencia.

Confidencialidad / Devolución de la información: La información obtenida en el estudio será de carácter confidencial, y se guardará el anonimato. Esta información será utilizada únicamente por los estudiantes integrantes de la investigación, para el posterior desarrollo de informes y publicaciones en textos de divulgación y en revistas científicas. Para asegurar la confidencialidad de sus datos, Usted quedará

³ Adaptación realizada con base en el informe del proceso de investigación de la Magister en Educación en Ciencias Naturales Natalia Muñoz Candamil. Facultad de Educación, Universidad de Antioquia

identificado(a) con un número, o con un seudónimo, y no con su nombre, lo que garantizará el compromiso de los investigadores de no identificar las respuestas y opiniones de los participantes de modo personal. Todos los análisis y resultados del estudio le serán dados a conocer en primera instancia a Usted, para su conocimiento y validación. Igualmente, una vez terminado el estudio, se hará un encuentro con todos los participantes para presentar los hallazgos y conclusiones; esto con la intención de recibir sus observaciones y sugerencias, las cuales serán tenidas en cuenta en el informe final.

Riesgos Potenciales/Compensación: Su participación en este estudio no involucra ningún riesgo o peligro para su salud física o mental. Los encuentros se realizarán **de manera virtual/No se realizarán encuentros presenciales** lo cual evitará que Usted tenga que desplazarse a otros lugares, **evitando así riesgos de contagio por COVID-19**. Es importante precisar que Usted no recibirá pago alguno por participar en el estudio, y tampoco tendrá costo alguno para Usted, sin embargo, al hacer parte de su proceso de aprendizaje dentro del área de física, se tendrá en cuenta en la evaluación y valoración final que su profesor titular pueda otorgarle al finalizar el periodo escolar.

Participación Voluntaria/Retiro: Su participación en este estudio es voluntaria. Su decisión de participar o no, no afectará sus derechos como estudiantes de la **colocar aquí el nombre de la institución**. Si usted decide participar en este estudio, es libre de cambiar de opinión y retirarse en el momento que usted así lo quiera, sin recibir ningún tipo de sanción; en tal caso, la información que se haya recogido hasta la fecha será descartada y eliminada del estudio.

Datos de contacto:

Cualquier pregunta que Usted desee hacer durante el proceso de investigación podrá contactar a los estudiantes **nombre de los integrantes**, Teléfonos: **xxxxx** e-mail: **colocar aquí sus e-mail**, y a la profesora Yaneth Liliana Giraldo Suárez, profesora asesora de la investigación, teléfono 3235254346, e-mail yaneth.giraldo@udea.edu.co

Agradecemos desde ya su colaboración, cordialmente:

Colocar aquí sus nombres

Yaneth Liliana Giraldo Suárez

ACTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo _____, identificado(a) con C.C. _____, como acudiente y adulto responsable, y

Yo _____, identificado(a) con T.I. _____ acepto participar voluntariamente en la investigación *título de la investigación* desarrollada por *nombres de los integrantes* estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

Declaro haber sido informado/a de los objetivos y procedimientos del estudio y del tipo de participación. En relación a ello, acepto participar en las actividades, y consiento que se realicen registros fotográficos y grabaciones en audio y vídeo.

Declaro haber sido informado que las fuentes de información como escritos, intervenciones en el grupo de discusión, registros fotográficos, grabaciones de audio y video, se constituyen en bases de datos para los propósitos señalados, y que estos datos que se recojan serán de carácter confidencial y no se usarán para ningún otro propósito fuera de los de este estudio.

Declaro haber sido informado/a que mi participación no involucra ningún daño o peligro para mi salud física o mental, que es voluntaria, que puedo hacer preguntas en cualquier momento del estudio y que puedo retirarme del mismo cuando así lo decida, sin que esto acarree perjuicio alguno para mí.

De igual forma declaro haber sido informado/a que por mi participación no tendré ninguna compensación económica.

Declaro saber que la información entregada será confidencial y anónima. Entiendo que la información será analizada por los investigadores en forma grupal y que no se podrán identificar las respuestas y opiniones de cada participante de modo personal. Declaro saber que la información que se obtenga será guardada por el investigador responsable en dependencias de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia y será utilizada sólo para este estudio.

Firma del Estudiante participante

T.I

Firma del Acudiente y adulto responsable

C.C.

Este documento se firma en dos ejemplares, quedando uno en poder de cada una de las partes.

Anexo 2: Configuración Didáctica

Actividad de aprendizaje: Ubicándonos matemáticamente en nuestro entorno

Tema	Ubicación de nuestro entorno en un Plano Cartesiano
Grado académico	Básica y Media 7°

Saberes previos

Indagación de saberes previos en los estudiantes de 7° respecto a la ubicación de los números enteros en la recta numérica

Objetivos de aprendizaje

1. Ubicar lugares emblemáticos de las zonas aledañas al barrio Santa Lucía de la ciudad de Medellín, de forma verbal y utilizando la herramienta de Google Maps.
2. Establecer relaciones entre el plano cartesiano y la ubicación espacial de los lugares emblemáticos identificados.
3. Experimentación en la articulación de la ciencia matemática y la cotidianidad a partir del juego de acertijos.

Secuencia didáctica

Fase I

Acercamiento inicial

1. ¿Qué instrucciones le darías a una persona que llega al colegio por primera vez, se encuentra desorientada en la cancha y desea ir a la oficina de administración?
2. Luego de construir la respuesta a la pregunta anterior, se deben formar en grupos de 4 estudiantes para conversar con tus compañeros sobre cuál sería la mejor indicación que le permita a dicha persona llegar al lugar deseado (escoger una). Argumentar las razones por las cuales se eligió esa opción entre los compañeros.
3. En los grupos de trabajo discutir la siguiente pregunta:
¿Cómo podrían ser más claras las indicaciones para dar cualquier dirección que permita la ubicación de un sitio específico en cualquier lugar de la institución?
4. Luego de dar respuesta a las preguntas anteriores, elegir un representante, para que comparta con todos, las conclusiones que han sacado de las discusiones al interior de cada subgrupo.

Fase II

Explorando ando y la herramienta aplicando

1. Explorar en la herramienta de Google Maps, las Zonas aledañas a la institución



Teniendo las representaciones simbólicas y signos correspondientes a dichos lugares contestar a las siguientes preguntas

- ¿Qué herramientas te brinda el mapa para ubicarte?
 - ¿Qué símbolos encuentras, y qué significados tienen dentro de la herramienta?
 - ¿Cómo se imaginan que se llega a la construcción de esos símbolos y por qué las personas pueden llegar a entenderlos?
 - ¿Qué lugares más importantes se ubican, que estén aledaños a la institución y con qué símbolos están representados?
 - ¿Qué importancia tienen los símbolos y los consensos sobre éstos en la vida cotidiana?
2. De acuerdo con el mapa y la información que éste contiene, dar la ubicación de los siguientes lugares:
- estadio de fútbol Atanasio Girardot: _____
 - Iglesia la América: _____
 - Parque la Floresta: _____
 - Parque el Triángulo: _____
 - Estación Santa Lucia (metro): _____

- f. Centro comercial el Diamante: _____
- g. Colegio Calasanz: _____

3. Luego de identificar los lugares propuestos, elegir uno de su preferencia e indicar la ruta para llegar hasta allí. (Para esta parte no utilizar mapas, sino indicaciones escritas y detalladas que le permitan a alguien llegar al lugar elegido)
4. ¿Sabes cómo están organizadas las ciudades y cómo se establecieron los consensos para dar las direcciones? te invitamos a consultarlas

Fase III

1. Luego de dar las ubicaciones, realizar un espacio de socialización y discusión en torno a la aplicación de la ciencia matemática con herramientas de la cotidianidad.
2. Posteriormente en los grupos de trabajo, hacer un croquis representando la zona aledaña de su interés a la institución educativa y ubicar los puntos cardinales en coherencia con las orientaciones dadas por el docente, a saber:
 - a. De acuerdo con este croquis y la información en Google Maps, cuál es la orientación de las calles, las carreras y algunos lugares (construcción colectiva).
 - b. Además, debe indicar hacia donde aumenta la numeración que se le da a las calles y la numeración que se les da a las carreras acorde a las orientaciones del docente.
 - c. Ubicar los lugares y clasificarlos de acuerdo con los puntos cardinales y la información compartida por el docente respecto a la ubicación espacial en relación con la salida del sol y la corporalidad.
 - d. en grupos deberán elegir dos lugares distintos de los ubicados en el mapa y deben redactar instrucciones para ir de un lugar a otro indicando en punto de partida y el punto de llegada.
 - e. Posteriormente, en diferentes grupos se comparten las instrucciones previamente construidas, se designa un vocero de grupo, quien siguiendo las instrucciones dadas verificara si es posible llegar desde el punto de partida hasta el lugar propuesto.

Fase IV

Jugando ando y los saberes formalizando

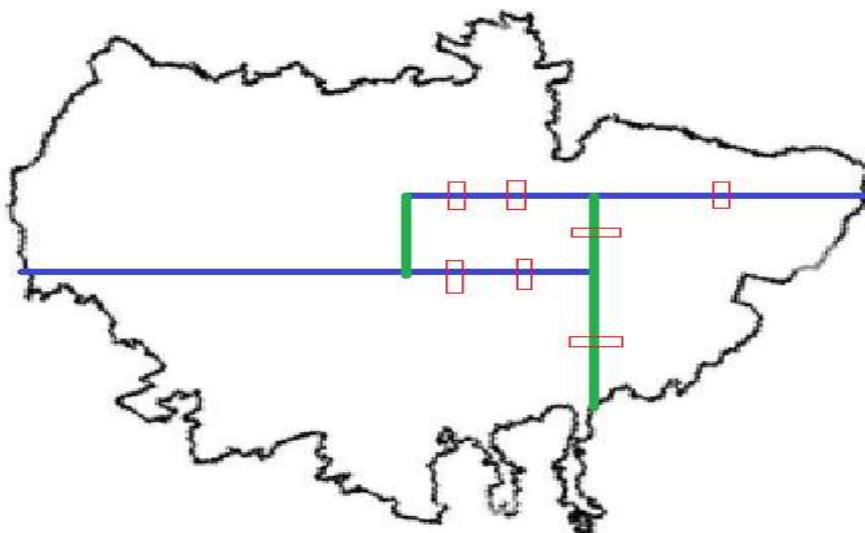
A continuación, diríjense en los grupos designados al patio cubierto

- En el techo cubierto de la institución van a encontrar una cruz conformada por dos cintas de enmascarar y varios rollos de lana de distintos colores

- A partir de este sistema van a construir un plano cartesiano con los hilos de lana, estableciendo un punto de partida o de origen desde lugar del docente y los estudiantes se ubican en diferentes puntos.
- los hilos de lana que se ubicaran a lo largo y ancho del sistema cartesiano deben estar separados en distancias iguales, serán nombradas con los números enteros donde el cero estará ubicado en la intersección entre las cintas.
- A continuación, se ubicarán los estudiantes en parejas de forma aleatoria en diferentes lugares del sistema cartesiano, donde cada uno de ellos alternándose, indicara las coordenadas o ubicación espacial a su otro compañero.

Jugando ando y un problema en la ciudad solucionando

En esta oportunidad nos encontramos con un circuito de la ciudad donde algunas calles y Carreras están en proceso de mantenimiento, por tal motivo, la ciudad ha quedado dividida en 4 sectores y estos cuatro sectores a su vez están conectados por 7 cruces estratégicamente distribuidos a lo largo de las calles y carreras en proceso de reparación.



En los equipos de trabajo deben buscar rutas de transporte desde los distintos sectores de la ciudad que les permita transitar por todos los sectores y los cruces, con la condición de que solo pueden pasar una vez por cada cruce y al final del recorrido deben regresar al punto de partida.

Posteriormente a la actividad, se socializa el carácter problemático y posible solución del mismo, concluyendo que dicha solución nos remite a la ciencia matemática y con ello, al nacimiento de la teoría de grafos, una nueva rama de las matemáticas, surgida a partir de una problemática cotidiana propia del siglo XVII y vigente en nuestra época.

Por último, con la intencionalidad propia del docente de relacionar esta teoría a la cotidianidad de los estudiantes, propone como actividad, la realización de juegos de acertijos (dibujando sobres, los siete puentes y plano de pares) que implementan la teoría tratada.

Anexo 3: Encuesta Previa a Estudiantes

Encuesta diagnóstica o de saberes previos

¿Consideras importantes los saberes matemáticos en tu día a día?

De que forma

¿Consideras que el plano cartesiano tiene usos que no se relacione con las matemáticas?

Si

No

¿Cuántos usos relacionados con las matemáticas del plano cartesiano conoces?

Ninguno

Solo Uno

Dos o Más

¿Sabes cómo funcionan los mapas locales o como están organizadas las vías en las ciudades?

De ser así, justifica tu respuesta

Anexo 4: Encuesta Docente Cooperador

¿Cuáles son los elementos que consideras fundamentales en la planeación didáctica para la clase de matemáticas?

¿Qué concepción tienes de la experimentación en las clases de matemáticas?

¿Has implementado juegos como estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas?

Desde tu experiencia y formación como docente ¿Cuál sería tu definición de ciencia matemática?

¿Cuál ha sido la experiencia más significativa que has tenido con los estudiantes en una clase de matemáticas?

Anexo 5: Encuesta percepción de la secuencia didáctica sobre la ubicación espacial.

¿Qué opinión tienes ahora de los saberes matemáticos en la vida cotidiana?

Justificar tu respuesta

¿Qué opinión tienes ahora del uso del plano cartesiano en la cotidianidad?

Justifica tu respuesta

¿Le darías otros usos al plano cartesiano?

Cuáles

¿Qué otros saberes o temas de la matemática relacionas con un uso cotidiano?

De algunos ejemplos