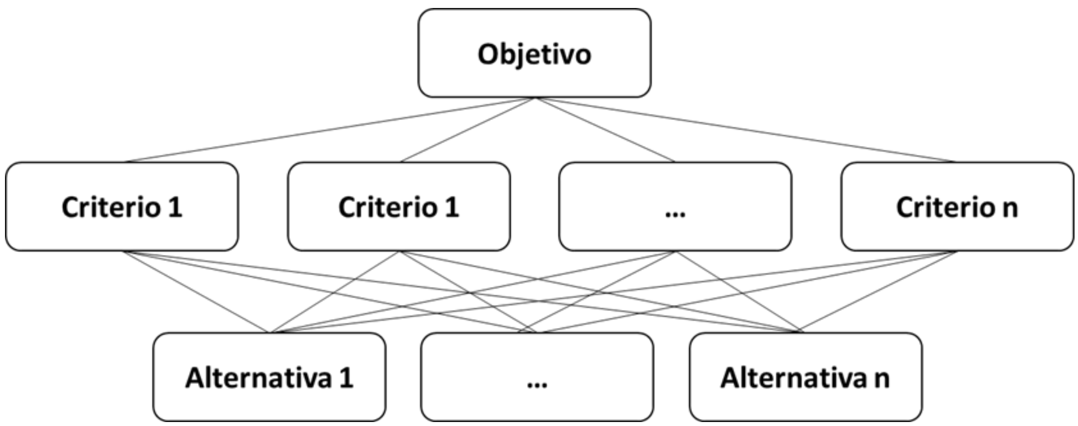
Anexo B. Proceso Analítico Jerárquico (AHP)

La estructura jerárquica es una representación esquemática del problema de modo escalonado, en el cual se tiene en la parte superior el objetivo, en la escala intermedia los criterios y en el nivel inferior las alternativas como se muestra en la **Figura 1**:

Figura 1
Estructura jerárquica



El AHP trata directamente con pares ordenados de prioridades de importancia, preferencia o probabilidad sobre un atributo o criterio representado (Berumen & Llamazares, 2007). Por lo que se hace necesario utilizar una herramienta que permita los juicios subjetivos, pero que al mismo tiempo reduzca la incertidumbre por la naturaleza de las preferencias personales. En este caso se eligió la escala de Saaty (ver **Tabla 1**) con el propósito de precisar los valores que pueden tomar los juicios emitidos por el experto o tomador de decisiones (Riaño-Luna & Palomino-Leiva, 2015):

Tabla 1

Escala ordinal para la comparación de criterios

Escala verbal	Los elementos de la fila y la columna tienen la misma importancia	El elemento de la fila es ligeramente más importante que el elemento de la columna	El elemento de la fila es más importante que el elemento de la columna	El elemento de la fila es fuertemente más importanteque el elemento de la columna	El elemento de la fila es muy fuertemente más importanteque el elemento de la columna
Explicación	Dos actividades contribuyen por igual al objetivo	La experiencia yel juicio están afavor de un elemento sobre otro.	Un elemento es fuertemente favorecido	Un elemento es muy dominante	Un elemento es favorecido por al menos un orden de magnitud de diferencia
Escala numérica	1	3	5	7	9
Reciproco	1	1/3	1/5	1/7	1/9

Nota: Fuente (Riaño-Luna & Palomino-Leiva, 2015)

El APH solo permite una matriz de valoraciones consensuadas (no permite múltiples valoraciones),por lo que se hace necesario desempatar el juicio, lo que no es posible hacer con la media aritméticadado que la propiedad de reciprocidad no se cumple. Saaty y Aczél en 1983 demostraron que en lamedia geométrica mantiene la propiedad de reciprocidad (Mendoza et al., 2019).

La importancia del AHP radica en la definición de los pesos relativos para la clasificación dealternativas. Así, se establece la matriz A de comparaciones por pares la cual es una matriz nxn, donde a_{ij} es la medida subjetiva de la importancia relativa del criterio i frente al j, según una escala normalizada de 1 (igual importancia) a 9 (absolutamente más importante). Por lo anterior sepuede decir que si a_{ij} es el elemento (i, j) de A para $i = 1, 2, 3, \dots, n$. Y, $j = 1, 2, 3, \dots, n$. Entonces se puede decir que A es una matriz de comparaciones por pares o pareada con n criterios, si a_{ij} esla medida de preferencia del criterio de la fila i sobre el criterio de la columna j siendo este un valorentero positivo como se describe en la escala numérica de Saaty. Cuando $i = j$, el valor de a_{ij} será igual a 1, dado que el criterio es comparado contra sí mismo y tienen igual importancia. Cuando se presenta mayor preferencia por al criterio de la columna j en comparación con el criterio de la fila i, el valor de a_{ij} es el equivalente a su valor reciproco que también es un número real positivo.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \qquad a_{ij}.a_{ji} = 1 : A = \begin{pmatrix} 1 & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 1/a_{21} & 1 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1/a_{n1} & 1/a_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$

Según lo anterior, la matriz A está compuesta por elementos positivos se cumple que, si A es una matriz de comparaciones por pares se cumple que: $a_{ij} = k$ entonces $a_{ji} = 1/k$, luego todos los elementos a_{ii} son Iguales a 1.

Una vez construida la matriz A con el juicio del experto, se dividen los elementos de cada columna entre la sumatoria de la columna con lo cual se calculan los pesos relativos de cada criterio y se construye una nueva matriz normalizada. Adicionalmente, se promedia cada fila de la matriz normalizada para calcular los vectores de prioridad de cada criterio W_i.

Validación del modelo: Medida de consistencia

Para establecerla si el juicio es o no racional por parte del experto o tomador de decisiones y hastaqué punto la inconsistencia es aceptable, a la matriz A se le debe evaluar la consistencia a través deuna medida que sea cuantificable para lo cual se realiza el siguiente procedimiento:

1. Calcular el $\lambda_{máx}$ la suma ponderada resultante de la suma de cada columna de la matriz A, considerada como el vector N_j por el valor correspondiente del vector de prioridad calculado para cada criterio W_i :

$$\lambda_{máx} = \sum_{i=J} W_i * N_j \qquad (1)$$

2. Calcular el Índice de Consistencia (CI) para los criterios donde n es igual al número total delos criterios:

$$CI = \frac{\lambda_{máx} - n}{n-1}$$

3. Establecer el Índice de Consistencia Aleatorio (IA) según el valor de n establecido en la **Tabla 2**:

Tabla 2

Índice de consistencia aleatoria (IA)

n	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***	***6***	***7***	***8***	***9***	***10***
IA	0	0	0.58	0.89	1.11	1.24	1.32	1.40	1.45	1.49

Nota: Fuente (Bouzon & Govindan, 2015)

4. Determinar el valor de la razón de consistencia:

$$CR = \frac{CI}{IA} \qquad (3)$$

Si el valor obtenido es menor o igual a 0.10, se dice que el nivel de consistencia es aceptable, en caso contrario, el experto debe revisar las estimaciones realizadas.