



**HOJA DE CALCULO PARA LA CONSTRUCCION DE DIAGRAMAS MOMENTO-
CURVATURA DE VIGAS EN CONCRETO REFORZADO NO CONFINADO**

Diego Mauricio Isaza Echeverry

Monografía presentada para optar al título de:
Especialista en Análisis y Diseño de Estructuras

Asesor

Juan Carlos Vélez Cadavid, Doctor (PhD) en Ingeniería de Materiales

Universidad de Antioquia
Facultad de Ingeniería
Especialización en Análisis y Diseño de Estructuras
Medellín, Antioquia, Colombia
2024

Cita	(Isaza Echeverry, 2024)
Referencia	Isaza Echeverry, D. (2024). <i>Hoja de cálculo para la construcción de diagramas momento-curvatura de vigas en concreto reforzado no confinado</i> . [Trabajo de grado especialización]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Especialización en Análisis y Diseño de Estructuras, Cohorte XI.



Biblioteca Carlos Gaviria Díaz

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes.

Decano/Director: Julio César Saldarriaga Molina.

Jefe departamento: Natalia Gaviria Gómez.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

A mi madre por su apoyo incondicional, a mis hermanos y amigos que de alguna forma me apoyaron con algún consejo y/o palabras sabias las cuales me sirvieron de apoyo para conseguir mi objetivo académico.

Agradecimientos

Con la vida por darme la oportunidad de concederme un nuevo logro, con Dios por darme el conocimiento y la salud mental, con mi familia por su paciencia y apoyo en todo momento, con mis amigos por su compincheria, con mis compañeros de estudio por su amistad y hermandad y un agradecimiento especial a mi asesor Juan Carlos Vélez Cadavid por su paciencia y por contribuir a mi proceso académico.

LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Diferentes tipos de calidad de acero de refuerzo (Ottazzi Pasino, 2004).	14
Tabla 2. Propiedades del concreto y acero para las vigas (Fuente: elaboración propia).	21
Tabla 3. Geometría de los elementos a analizar (Fuente: elaboración propia).	21
Tabla 4. Datos de las cuatro vigas (análisis paramétrico 1) (Fuente: elaboración propia).	22
Tabla 5. Datos viga Excel (caso 1), análisis paramétrico 1.	22
Tabla 6. Datos viga Excel (caso 2), análisis paramétrico 1.	22
Tabla 7. Datos viga Excel (caso 3), análisis paramétrico 1.	23
Tabla 8. Datos viga Excel (caso 4), análisis paramétrico1.	23
Tabla 9. Datos extraídos de Excel (M,Φ) (análisis paramétrico 1).	23
Tabla 10. Datos de las cuatro vigas (análisis paramétrico 2) (Fuente: elaboración propia).	25
Tabla 11. Datos viga Excel (caso 1), análisis paramétrico 2.	25
Tabla 12. Datos viga Excel (caso 2), análisis paramétrico 2.	25
Tabla 13. Datos viga Excel (caso 3), análisis paramétrico 2.	26
Tabla 14. Datos viga Excel (caso 4), análisis paramétrico 2.	26
Tabla 15. Datos extraídos de Excel (M,Φ) (análisis paramétrico 2).....	26
Tabla 16. Datos de las cuatro vigas (Análisis paramétrico 3) (Fuente: elaboración propia).	28
Tabla 17. Datos viga Excel (caso 1), análisis paramétrico 3.	28
Tabla 18. Datos viga Excel (caso 2), análisis paramétrico 3.	28
Tabla 19. Datos viga Excel (caso 3), análisis paramétrico 3.	29
Tabla 20. Datos viga Excel (caso 4), análisis paramétrico 3.	29
Tabla 21. Datos extraídos de Excel (M,Φ) (análisis paramétrico 3).....	29

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Gráfico esfuerzo-deformación del concreto con distintos valores de ($f'c$) (Fuente: elaboración propia)..... 11

Figura 2. Diagrama esfuerzo vs deformación y distintas pendientes y módulos de elasticidad (Cutimbo Choque, 2016). 12

Figura 3. Modelo de Hognestad (1951) concreto no confinado (Park y Pauly, 1988).... 13

Figura 4. Gráfica Esfuerzo - Deformación de aceros dúctiles (Emel, 2015) 14

Figura 5. Modelo elastoplástico para el acero (Park y Pauly, 1988)..... 16

Figura 6. Deformación (curvatura) de un elemento estructural (Park y Pauly, 1988) 17

Figura 7. Diagrama idealizado trilineal (Park y Pauly, 1988). 19

Figura 8. Diagrama de momento-curvatura (Ottazzi Pasino, 2004)..... 20

Figura 9. Diagramas de momento-curvatura extraída de Excel (análisis paramétrico 1) 24

Figura 10. Diagramas de momento-curvatura extraída de Excel (análisis paramétrico 2) 27

Figura 11. Diagramas de momento-curvatura extraído de Excel (análisis paramétrico 3) 30

1. RESUMEN

La presente monografía se presentará de una manera analítica y organizada de cómo se construyen las curvas de momento-curvatura en la hoja de cálculo (Microsoft Excel). Esta elaboración de curvas se hará simultáneamente para cuatro tipos de vigas reforzadas no confinadas. También se mostrará la teoría constitutiva de esfuerzo-deformación a utilizar tanto del concreto como del acero. Estos modelos constitutivos nos darán los parámetros matemáticos de cómo se comportarán ambos materiales cuando están sometidos a esfuerzos en la viga de concreto reforzado.

Mediante la construcción de las curvas de momento-curvatura se efectuarán análisis de vigas explicando la secuencia del cálculo matemático. Estos análisis de las vigas de concreto reforzado no confinado se harán teniendo en cuenta variaciones del esfuerzo f'_c , el cambio de diámetro del acero y la variación de la carga externa.

Estos diagramas de momento-curvatura se desarrollarán desde el momento en que el usuario indique o digite los datos iniciales que se requieren para que la hoja de cálculo (Microsoft Excel) inicie las iteraciones y análisis matemáticos para poder generar las curvas según el punto a analizar, la obtención de estos parámetros se llevará a cabo mediante un código programado en la hoja de cálculo (Microsoft Excel).

2. ABSTRACT

This monograph will be presented in an analytical and organized way of how moment-curvature curves are constructed in the spreadsheet (Microsoft Excel). This development of curves will be done simultaneously for four types of unconfined reinforced beams. The constitutive theory of stress-strain to be used for both concrete and steel will also be shown. These constitutive models will give us the mathematical parameters of how both materials will behave when they are subjected to stress in the reinforced concrete beam.

By constructing the moment-curvature curves, beam analyzes will be carried out explaining the sequence of the mathematical calculation. These analyzes of the unconfined reinforced concrete beams will be done taking into account variations in the stress f'_c , the change in diameter of the steel and the variation in the external load.

These moment-curvature diagrams will be developed from the moment the user indicates or enters the initial data that is required for the spreadsheet (Microsoft Excel) to start the iterations and mathematical analyzes to be able to generate the curves according to the point to be analyzed, obtaining these parameters will be carried out using a code programmed in the spreadsheet (Microsoft Excel).

3. INTRODUCCION

Todas las estructuras en la realidad se comportan de una forma no lineal de uno u otro modo en algún momento en que se ven sometidas por las cargas o eventos sísmicos. Es por eso que es importante tener un método o modelo de análisis de este tipo de elementos estructurales para conocer su capacidad dúctil o frágil. Los diagramas de momento-curvatura muestran de una forma rápida y ágil la capacidad que se tiene en una sección del elemento estructural de absorber energía. La ductilidad se puede explicar que tiene un material de deformarse sin tener rotura instantánea esto nos permite evaluar y obtener la capacidad de deformación inelástica de la sección o elemento estructural a analizar.

La gráfica momento-curvatura se construye para una carga axial, en esta se mostrará el momento que resiste internamente la sección y a su vez su curvatura correspondiente para un diagrama de deformaciones que cumpla con la compatibilidad y equilibrio de fuerzas internas. Los puntos más importantes del diagrama son aquellos donde los materiales del elemento fallan o fluyen, como es el caso del momento correspondiente al agrietamiento del concreto a tensión (f_r), el momento correspondiente cuando el acero empieza a fluir (f_y) y el momento cuando falla el elemento por compresión del concreto o tracción del acero.

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Para comprender las estructuras de concreto reforzado se debe entender el comportamiento de los dos materiales que la componen, el acero y concreto, los cuales ante un análisis de la sección del concreto reforzada, su modelación y de acuerdo al modelo constitutivo del concreto y el acero adoptado representara lo que ocurre en la realidad en la sección del elemento.

Los elementos estructurales como por ejemplo las vigas y columnas pueden ser evaluados mediante muchos métodos, pero si los analizamos por medio de las curvas de momento-curvatura se podrá visualizar la capacidad que posee la sección de cada elemento en el instante en que se aplican cargas externas, tanto en su ductilidad como su capacidad resistente.

4.1 Antecedentes

A lo largo de la historia, ingenieros de todo el mundo especialmente de E.U. como Charles Culver (1960) han realizado modelos matemáticos para el cálculo del diagrama momento–curvatura. La cual tiene como importancia conocer la capacidad de un elemento y la ductilidad de la estructura, para ello es necesario aplicar modelos de cálculo para el acero Park y Paulay (1975) y hormigón Mander (1988) (Freire, 2017).

Los principios del diseño por capacidad fueron introducidos en Nueva Zelanda por (Park. y Paulay, 1975), quienes consideraron que un incremento en la resistencia global de una estructura podría garantizar la seguridad y, por consiguiente, reduce el daño necesariamente (Garcia, 2017).

El diagrama momento–curvatura empezó a ser estudiado en 1960 en la Universidad de Bethlehem, Pensilvania el cual inicio con las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y la relación de adherencia del concreto–acero (Freire, 2017).

5. JUSTIFICACIÓN

Uno de los métodos que se tienen en la actualidad para conocer la capacidad que tiene una sección de concreto reforzado es el diagrama de momento-curvatura, este nos indica la capacidad dúctil o frágil que tiene un elemento estructural.

6. OBJETIVOS

En esta monografía se pretende dar a conocer por medio de la hoja de cálculo modelar una viga reforzada rectangular no confinada todos los puntos críticos de una curva momento-curvatura, en donde se podrán digitar inicialmente una serie de datos iniciales y así la hoja de calcula entregara resultados muy cercanos a los que se obtienen en los softwares especializados de estructuras.

6.1 Objetivo general

Desarrollar en la hoja de cálculo una tabla automática para construir diagramas momento-curvatura para secciones de vigas rectangulares de concreto reforzado no confinado.

6.2 Objetivos específicos

- Analizar los resultados arrojados de los cuatro ejemplos de momento-curvatura que se tienen montados en la hoja de cálculo al cambiar la carga (P) en cada una de las vigas a analizar.
- Analizar los resultados arrojados de los cuatro ejemplos de momento-curvatura que se tienen montados en la hoja de cálculo al cambiar el esfuerzo del concreto (f'_c) en cada una de las vigas a analizar.
- Analizar los resultados arrojados de los cuatro ejemplos de momento curvatura que se tienen montados en la hoja de cálculo al cambiar la cantidad de refuerzo (ID) en cada una de las vigas a analizar.

7. CARACTERISTICAS, PROPIEDADES Y LEYES CONSTITUTIVAS DEL CONCRETO Y DEL ACERO

El concreto y el acero son materiales que componen el concreto reforzado. Posee propiedades físicas y mecánicas como el límite de proporcionalidad, punto de fluencia, punto de rotura y módulo de elasticidad.

Para comprender las estructuras se debe entender el comportamiento de los dos materiales que la componen. El análisis de una sección del concreto reforzado y su modelación será aproximada si el modelo constitutivo del concreto y el acero adoptado representan lo que ocurre en la realidad.

7.1 CONCRETO

El Concreto es un material compuesto y constituido por un material cementante, agua, agregado grueso, agregado fino y aditivos. El concreto tiene una alta resistencia en compresión, pero su resistencia en tracción es baja, de hecho, en los cálculos se suele despreciar la resistencia en tracción. (Ottazzi, 2004).

7.1.1 Resistencia a la Compresión

El concreto se utiliza fundamentalmente a compresión ($f'c$). Tiene una deformación unitaria promedio de $(\epsilon_o)=0.002$ y un $(\epsilon_{cu}) = 0.003$ a 0.008 (figura 1).

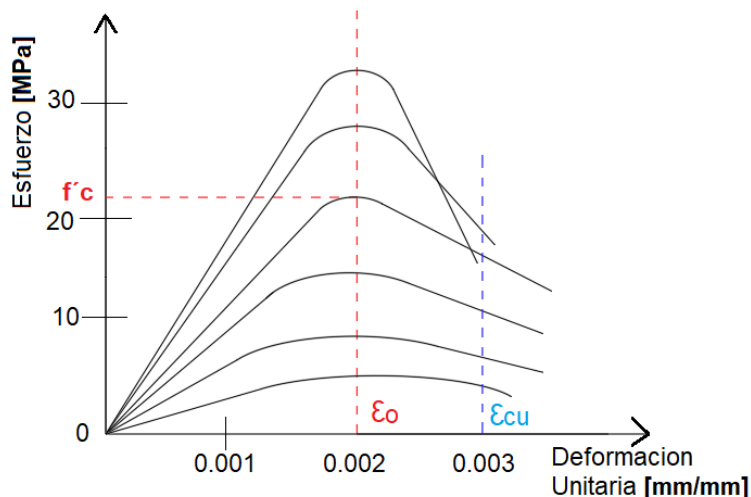


Figura 1. Gráfico esfuerzo-deformación del concreto con distintos valores de ($f'c$) (Fuente: elaboración propia).

7.1.2 Resistencia a la Tracción del Concreto

La resistencia en tracción del concreto (f_r) es una magnitud variable, esta entre el 8% y el 15% de la resistencia en compresión (f'_c). Debido a la baja resistencia a tracción esta generalmente se desprecia en los cálculos de resistencia a flexión y flexo compresión (Ottazzi, 2004).

La ecuación a utilizar para tomar el (f_r) en esta monografía será $f_r = 0.70 \sqrt{f'_c}$ aunque normalmente se desprecia ya que el concreto se encuentra fisurado.

7.1.3 Módulo de Elasticidad del Concreto

El módulo de elasticidad de un material es un parámetro que mide la variación de esfuerzo en relación a la deformación en el rango elástico. Es función del ángulo de la línea esfuerzo-deformación y es una medida de la rigidez o resistencia a la deformación de dicho material (Cutimbo, 2016).

Para el concreto de densidad normal, (E_c) puede tomarse como $4700 \sqrt{f'_c}$ (según NSR-10 C.8.5) (AIS, 2009).

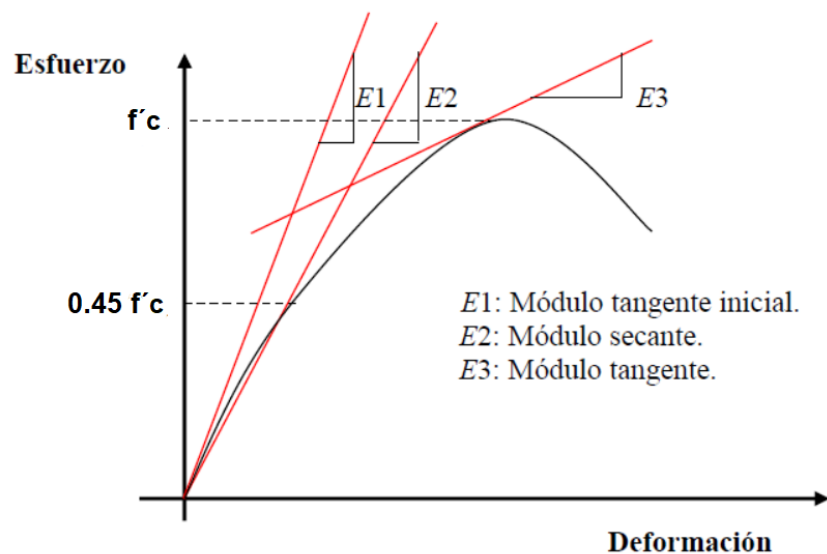


Figura 2. Diagrama esfuerzo vs deformación y distintas pendientes y módulos de elasticidad (Cutimbo, 2016).

7.1.4 Modelo para el Concreto

Se han propuesto numerosas ecuaciones o modelos para describir analíticamente la curva esfuerzo-deformación del concreto en compresión. El problema es complejo ya que intervienen numerosas variables, entre ellas la presencia de confinamiento (para el caso de esta monografía no se tendrá en cuenta esta variable).

7.1.4.1 Modelo de Hognestad

El modelo de Hognestad (1951) está basado en pruebas experimentales en columnas cuadradas y reforzadas con estribos en cuantías del 1.46 a 4.8%. La resistencia a la compresión varió entre 10.5 [MPa] a 38.5 [MPa] (Moreno, 2017).

En la figura 3 se muestra la curva esfuerzo-deformación para este modelo. La curva esfuerzo-deformación de Hognestad será la que se utilizará en esta monografía, esta se divide en dos partes:

La primera parte se determina a partir de la Ecuación parabólica, la cual se utiliza para calcular la parte ascendente de la curva esfuerzo-deformación. En este modelo se suele adoptar un valor de $\epsilon_o = 0.002$ y un valor de (ϵ_{cu}) comprendido entre 0.003 y 0.008.

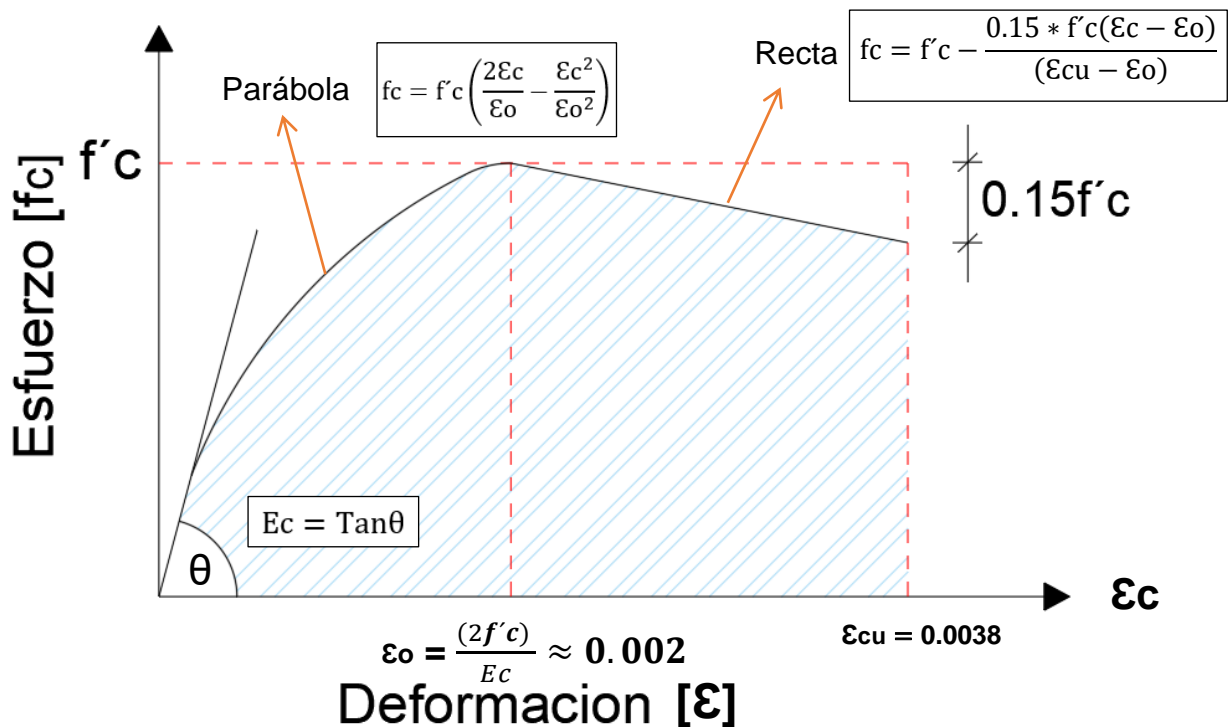


Figura 3. Modelo de Hognestad (1951) concreto no confinado (Park & Pauly, 1988).

7.2 ACERO

El acero es uno de los materiales importantes en el desarrollo de estructuras de concreto reforzado, debido a su gran ductilidad. El acero es una aleación de diversos elementos entre ellos: Carbono, manganeso, silicio, cromo, níquel y vanadio (Cutimbo, 2016).

Algunas propiedades importantes del acero fluencia, rotura y coeficiente de dilatación.

Las calidades del acero que cubre la Norma ASTM y que es posible emplear, como refuerzo para el concreto, se resumen en la (tabla 1).

Tabla 1. Diferentes tipos de calidad de acero de refuerzo (Ottazzi, 2004).

Grado	ASTM	f_y [min] [Kg/cm ²]	f_y [max] [Kg/cm ²]	f_u [min] [Kg/cm ²]	f_u/f_y [Kg/cm ²]
40	A 615	2800	-	4200	-
60	A 615	4200	-	6300	-
75	A 615	5300	-	7000	-
60	A 706	4200	5500	5600	1.25

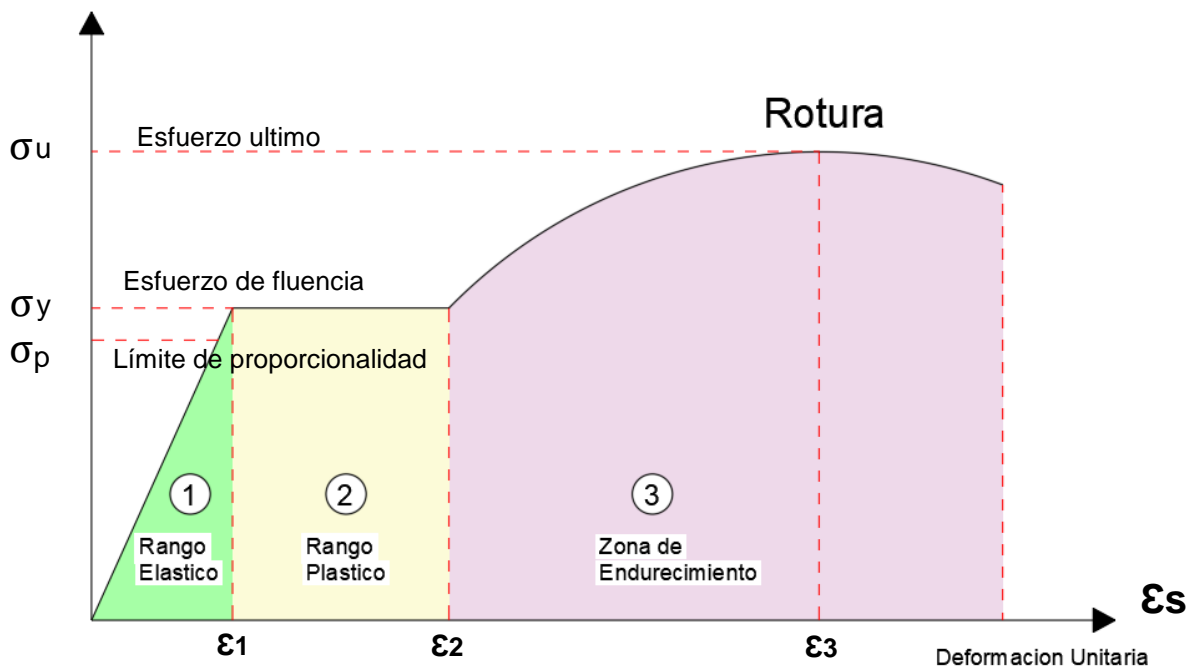


Figura 4. Gráfica Esfuerzo - Deformación de aceros dúctiles (Mulet, 2015)

Según la figura 4, podemos concluir:

Zona 1. Rango elástico: Donde los esfuerzos son proporcionales a las deformaciones se cumple la Ley de Hooke (Mulet, 2015).

Zona 2. Rango plástico: En esta zona se presentan grandes deformaciones para un mismo esfuerzo, característica muy importante de los aceros dúctiles. En esta zona, el acero se deforma, pero la resistencia a la fluencia se mantiene constante (Mulet, 2015).

La deformación unitaria correspondiente al punto de fluencia para un acero A-60 es de:

$$\varepsilon_y = \frac{f_y}{E_y} = \frac{420[\text{MPa}]}{200000[\text{MPa}]} = 0.0021$$

Zona 3. Zona de Endurecimiento: Por reacondicionamiento de los cristales el acero experimenta un aumento de resistencia. Finalmente, el material falla (Mulet, 2015).

7.2.1 Modelo para el Acero

7.2.1.1 Modelo elastoplástico

El modelo elastoplástico es el más sencillo, pero a su vez el más práctico de todos. Está formado por dos líneas rectas, la primera línea recta corresponde a un comportamiento elástico y la segunda recta paralela al eje de deformación pertenece a un comportamiento plástico, por lo cual se ignora la resistencia superior de fluencia y el aumento en el esfuerzo debido al endurecimiento por deformación (figura 5) (Park & Pauly, 1988).

Este modelo será el que se utilizará para construir las curvas de momento-curvatura en esta monografía con $(\varepsilon_{su}) = 0.06$.

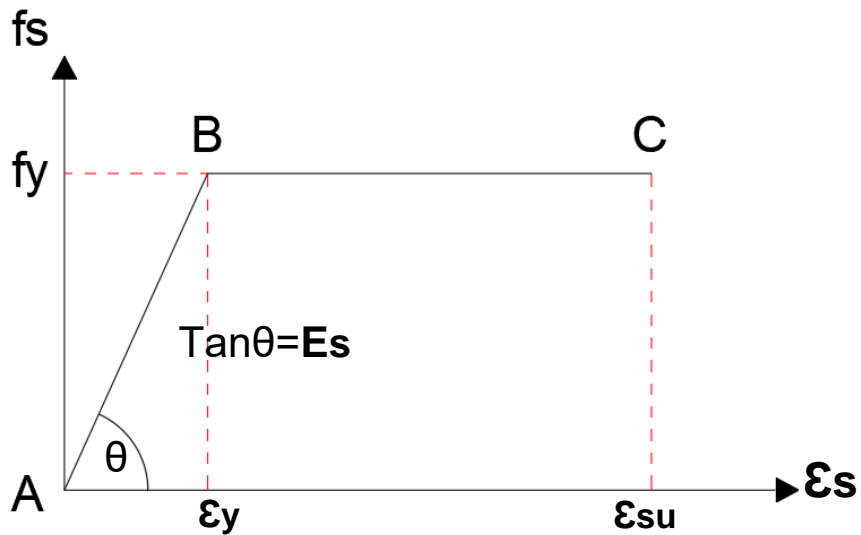


Figura 5. Modelo elastoplástico para el acero (Park & Pauly, 1988).

Se conoce la curva esfuerzo-deformación del acero y supondremos para esta monografía una curva bilineal o el modelo elastoplástico (Figura 5) en este caso se desprecia el endurecimiento del acero.

7.2.2 Módulo de Elasticidad del acero

El módulo de elasticidad es definido como la tangente del ángulo α . Por lo tanto, este parámetro es independiente del grado del acero y, generalmente se toma para el acero utilizado en concreto reforzado.

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ [Kg/cm}^2\text{]} \text{ ó } 200000 \text{ [MPa]}$$

8. MOMENTO CURVATURA

El diagrama momento-curvatura es la representación gráfica para una carga axial específica aplicada a una viga reforzada en donde muestra la relación entre los momentos flectores y las curvaturas asociadas a los mismos para una sección determinada (Ottazzi, 2004).

8.1 Definición de curvatura

Cuando se aplican cargas a una viga, el eje longitudinal adopta la forma de una curva, las deformaciones unitarias y los esfuerzos resultantes de la viga se relacionan directamente con la curvatura de la curva de deflexión. La curvatura es una medida de cuan agudamente esta doblada una viga, si la carga sobre una viga es pequeña, esta permanecerá casi recta, el radio de curvatura será muy grande y la curvatura muy pequeña, si la carga se incrementa, la flexión aumentará, el radio de curvatura será más pequeño y la curvatura será mayor (Figura 6) (Gere & Timoshenko, 1998).

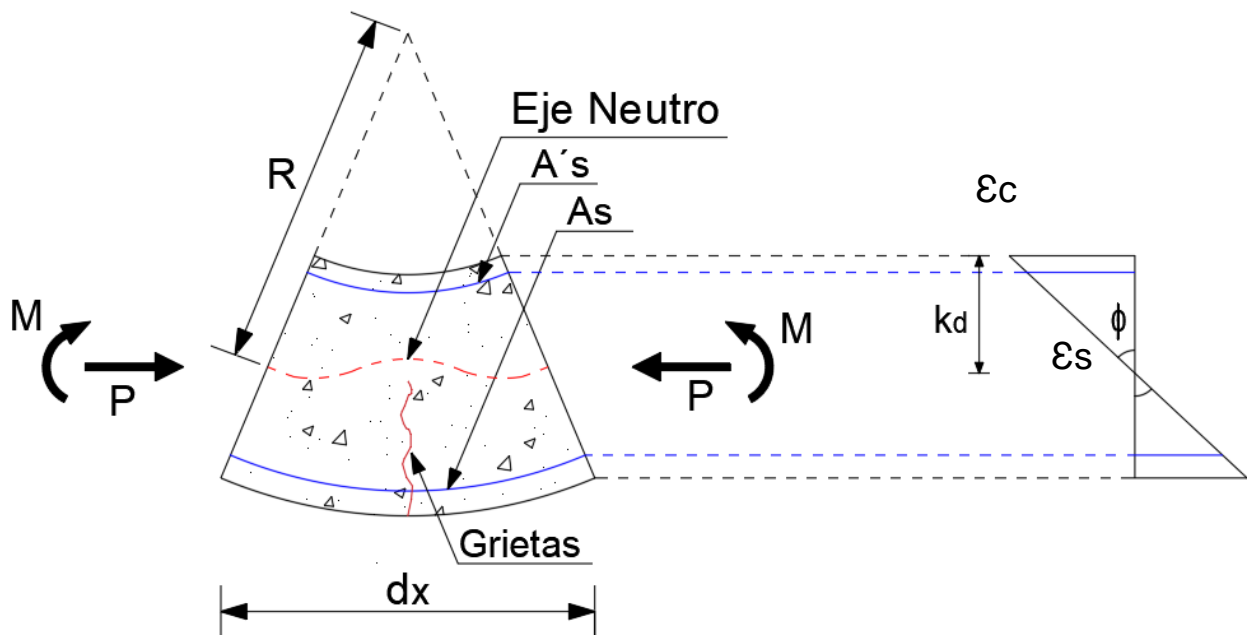


Figura 6. Deformación (curvatura) de un elemento estructural (Park & Pauly, 1988)

$$\frac{dx}{R} = \frac{\epsilon_c dx}{kd} = \frac{\epsilon_s dx}{d(1-k)}$$

$$\phi = \frac{1}{R} = \frac{\epsilon_c}{kd} = \frac{\epsilon_s}{d(1-k)}$$

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{kd} = \frac{\epsilon_s}{d(1-k)} \quad \text{donde} \quad \phi = \frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_s}{d-c} = \frac{\epsilon_c + \epsilon_s}{d}$$

La curvatura de la sección (Φ) cambia a lo largo del eje del elemento debido a la variación en la profundidad del eje neutro, a la variación de las deformaciones entre grietas y a la variación en la cantidad de acero de refuerzo (Ottazzi, 2004).

8.2 Utilidad de los diagramas de momento-curvatura

La relación Momento-curvatura es un método muy utilizado en el análisis de elementos de concreto reforzado, especialmente para estudiar la ductilidad del elemento que se analiza y comprender mejor la formación y desarrollo de rótulas plásticas (Mieles & Hernandez, 2017).

8.3 Hipótesis de los diagramas momento-curvatura

Existen suposiciones básicas ya establecidas por la teoría de la flexión en elementos de concreto reforzado, utilizadas para obtener de forma teórica el diagrama momento-curvatura, a continuación, se presentan:

- Las secciones planas antes de la flexión permanecen planas después de la flexión (principio de Navier-Bernoulli).
- La deformación de la barra es la misma que la del concreto que la rodea, es decir, hay adherencia perfecta entre los dos materiales.

8.4 Modelo idealizado para el diagrama momento-curvatura

Para la construcción del diagrama momento-curvatura de cualquier elemento estructural existen tres modelos posibles, como lo son: bilineal simplificado, bilineal y trilineal. El modelo a utilizar en esta monografía será el trilineal.

8.4.1 Modelo trilineal

Para la construcción del diagrama momento-curvatura trilineal para el elemento estructural (figura 7), la primera etapa es el agotamiento, la segunda a la cedencia del acero a tensión y la tercera al límite de la deformación útil en el concreto. Este modelo será el que se utilizará en esta monografía para la construcción de diagramas momento-curvatura (M, Φ).

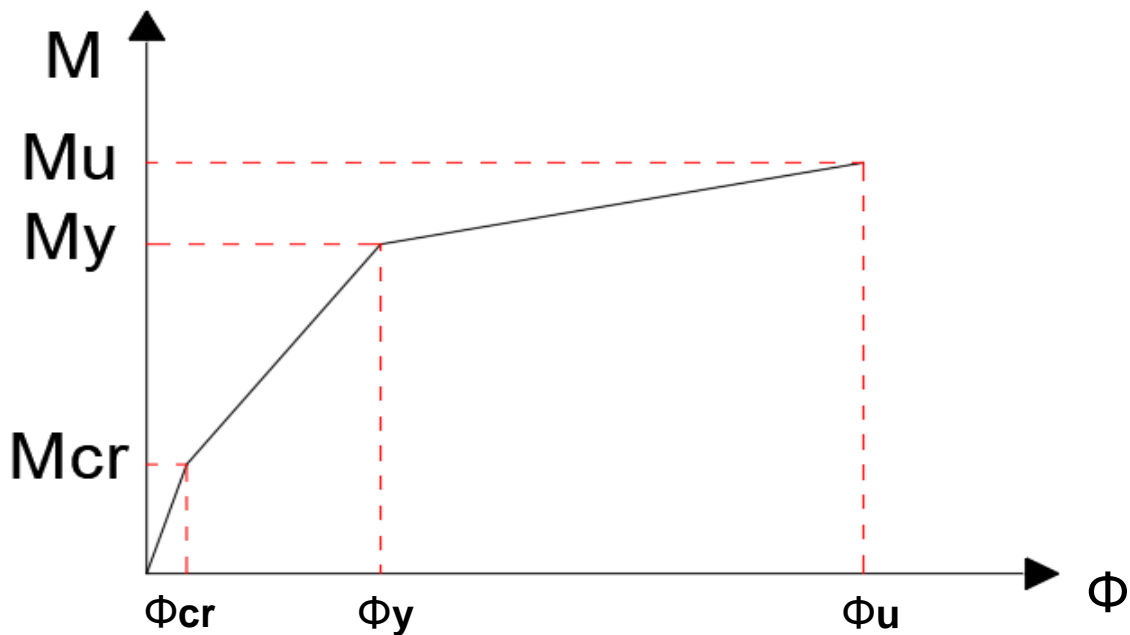


Figura 7. Diagrama idealizado trilineal (Park y Pauly, 1988).

8.4.2 Pasos para la construcción del diagrama momento-curvatura

Para la construcción de el grafico momento-curvatura se deberá tener en cuenta que se utilizará como modelo del diagrama el modelo trilineal, los tres puntos que definen dicho diagrama, son:

- **M_{cr}, Φ_{cr}**: El momento y la curvatura de agrietamiento de la sección. Para su cálculo se puede ignorar la presencia del acero de refuerzo.
- **M_y, Φ_y**: El momento y la curvatura asociados al inicio de la fluencia en el acero de tracción. Para su determinación se puede suponer comportamiento elástico en el concreto hasta el inicio de la fluencia del acero en tracción. Normalmente el esfuerzo en el concreto (f_{cl}) en el inicio de la fluencia, no suele exceder de 0.5*f'c, para esta monografía tomaremos el valor de f_{cl} = .45*f'c.
- **M_u, Φ_u**: El momento y la curvatura asociados a la falla de la sección, ya sea por agotamiento del concreto o por rotura del acero (situación poco común). (M_u) se puede aproximar mediante el uso de las hipótesis del ACI. Un valor de (ε_{cu})=0.003 es más apropiado para el cálculo de (Φ_u).

Con la ayuda de la hoja de cálculo (Microsoft Excel) se mostrarán los cuatro casos de los diagramas momento–curvatura para las secciones a analizar de la viga rectangular de concreto reforzado no confinado.

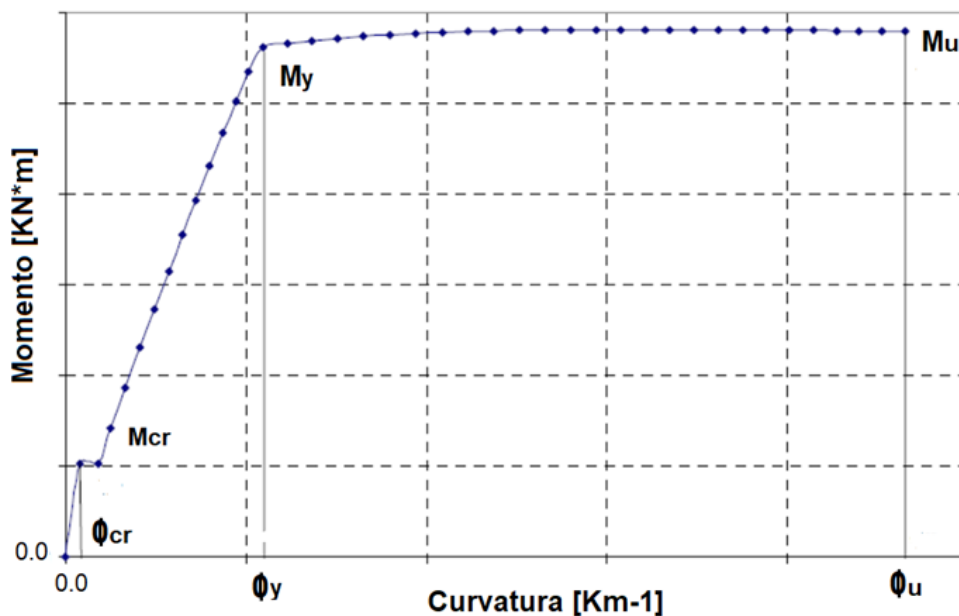


Figura 8. Diagrama de momento-curvatura (Ottazzi, 2004)

9. ANÁLISIS PARAMÉTRICOS Y SU INTERPRETACIÓN

La hoja de cálculo permite la construcción de diagramas momento-curvatura para secciones de concreto reforzado no confinado y acero en la zona a tracción. El diagrama se ha determinado mediante un análisis matemático y presenta la historia completa del comportamiento de la sección analizada desde el reposo hasta el agotamiento o rotura de la viga.

9.1 Análisis paramétrico 1

En primera instancia se estudiará el efecto de la variación de la carga axial en vigas rectangulares de concreto reforzado no confinadas, las cuales tendrán por parámetros iniciales para el análisis de las vigas (tablas 2 y 3).

Tabla 2. Propiedades del concreto y acero para las vigas (Fuente: elaboración propia).

$f'c =$	Variable	[MPa]
$f_{cl} =$	$0.45 * f'c$	[MPa]
$f_y =$	420.000	[MPa]
$E_s =$	200000.0	[MPa]
$E_c =$	$4700 * \sqrt{f'c}$	[MPa]
$\epsilon_o =$	0.002	
$\epsilon_{cu} =$	0.003	
$\epsilon_s =$	0.0021	
$\epsilon_{su} =$	0.060	

Tabla 3. Geometría de los elementos a analizar (Fuente: elaboración propia).

$h =$	450.00	[mm]
$b =$	300.00	[mm]
$d =$	380.00	[mm]
$d_s =$	70.00	[mm]

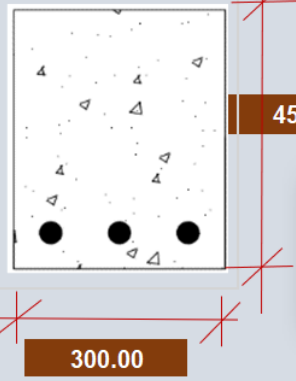
Se analizará individualmente cada una de las vigas según las siguientes condiciones (tabla 4).

Tabla 4. Datos de las cuatro vigas (análisis paramétrico 1) (Fuente: elaboración propia).

	P [KN]	ID	As [mm ²]	f'c [MPa]	b [mm]	h [mm]
Caso 1	-100	3	1161	28	300	450
Caso 2	0	3	1161	28	300	450
Caso 3	150	3	1161	28	300	450
Caso 4	300	3	1161	28	300	450

Tabla 5. Datos viga Excel (caso 1), análisis paramétrico 1.

Caso 1

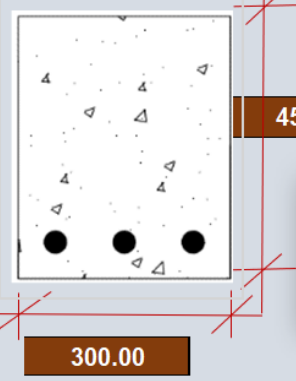
ID:	#7	
Cantidad Ref.	Tres	
As=	1161.00 [mm ²]	
ρ=	0.00860 ρmax >= 0.025	
f'c=	28 [MPa]	
fy=	420 [MPa]	
P=	-100 [KN]	

Borrar

Iniciar

Tabla 6. Datos viga Excel (caso 2), análisis paramétrico 1.

Caso 2

ID:	#7	
Cantidad Ref.	Tres	
As=	1161.00 [mm ²]	
ρ=	0.00860 ρmax >= 0.025	
f'c=	28 [MPa]	
fy=	420 [MPa]	
P=	0 [KN]	

Borrar

Iniciar

Tabla 7. Datos viga Excel (caso 3), análisis paramétrico 1.

Caso 3	
ID:	#7
Cantidad Ref.	Tres
A_s =	1161.00 [mm ²]
ρ =	0.00860 $\rho_{max} \geq 0.025$
$f'c$ =	28 [MPa]
f_y =	420 [MPa]
P=	150 [KN]

BORRAR

INICIAR

Tabla 8. Datos viga Excel (caso 4), análisis paramétrico1.

Caso 4	
ID:	#7
Cantidad Ref.	Tres
A_s =	1161.00 [mm ²]
ρ =	0.00860 $\rho_{min} \leq 0.0027$
$f'c$ =	28 [MPa]
f_y =	420 [MPa]
P=	300 [KN]

BORRAR

INICIAR

Tabla 9. Datos extraídos de Excel (M,Φ) (análisis paramétrico 1).

Caso 1		Caso 2	
M [MPa]	Ø [Km ⁻¹]	M [MPa]	Ø [Km ⁻¹]
0.00	0.00	0.00	0.00
35.85	0.56	42.87	0.69
146.40	8.02	162.14	8.46
151.73	43.68	167.79	34.72

Caso 3		Caso 4	
M [MPa]	Ø [Km ⁻¹]	M [MPa]	Ø [Km ⁻¹]
0.00	0.00	0.00	0.00
53.39	0.89	63.84	1.08
184.18	9.11	204.16	9.80
189.11	26.55	207.00	21.52

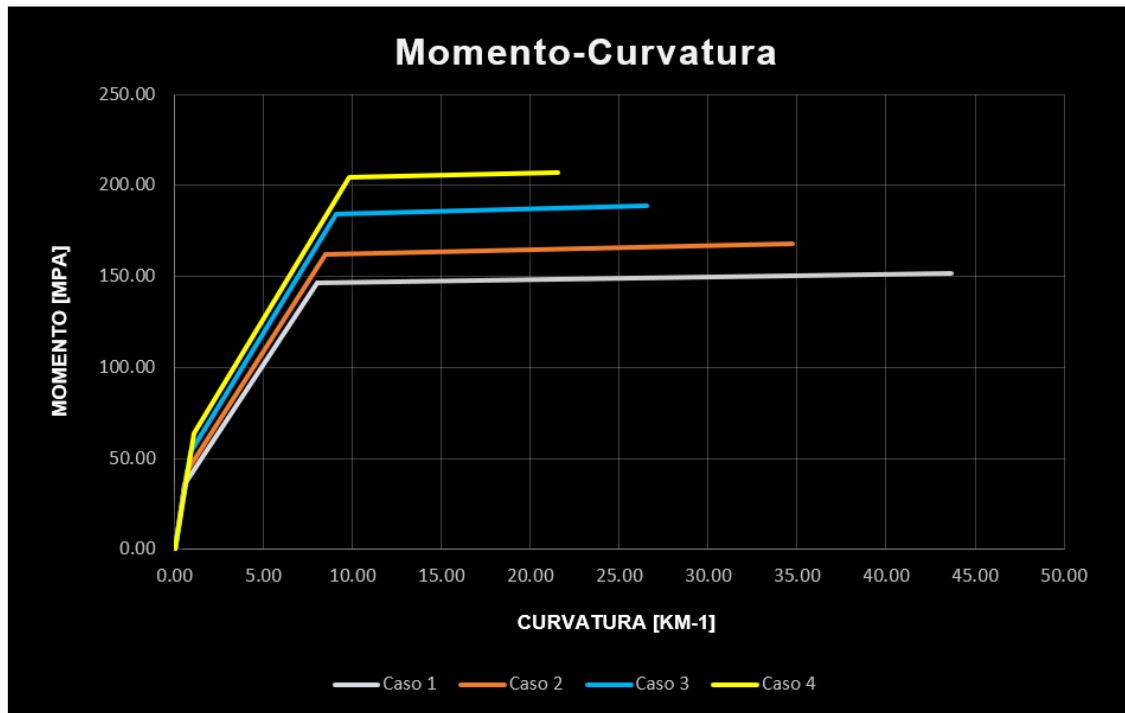


Figura 9. Diagramas de momento-curvatura extraída de Excel (análisis paramétrico 1)

9.1.1 Interpretación del análisis paramétrico 1

- Al aumentar las cargas (P) en cada caso de análisis de viga, se puede observar en los diagramas (M, Φ) que las vigas van perdiendo ductilidad y se vuelven más frágiles.
- El momento de fluencia (M_y) de las vigas aumenta a medida que se aplica más carga (P).
- La curvatura de fluencia (Φ_y) es muy similar en las cuatro vigas, considerando que dicha curvatura es esencialmente un parámetro que depende de la geometría de la sección.
- Se puede observar en la figura 9 que en la parte inicial (zona lineal) antes de fisurar el concreto (f_{cr}), las cuatro vigas coinciden en la recta o módulo de elasticidad (E) o modulo secante, dado que se analizó con un f'_c igual para todas las vigas.

9.2 Análisis paramétrico 2

En segunda instancia, se estudiará el efecto de la variación de la resistencia a compresión del concreto en las vigas rectangulares de concreto reforzado no confinado, las cuales tendrán por parámetros iniciales para el análisis de la viga (tablas 2 y 3).

Se analizará individualmente cada una de las vigas según las siguientes condiciones (tabla 10).

Tabla 10. Datos de las cuatro vigas (análisis paramétrico 2) (Fuente: elaboración propia).

	P [KN]	ID	As [mm ²]	f'c [MPa]	b [mm]	h [mm]
Caso 1	300	3	1161	21	300	450
Caso 2	300	3	1161	24.5	300	450
Caso 3	300	3	1161	28	300	450
Caso 4	300	3	1161	35	300	450

Tabla 11. Datos viga Excel (caso 1), análisis paramétrico 2.

Caso 1

ID:

Cantidad Ref.

As= 1161.00 [mm²]

ρ= 0.00860 ρmax >= 0.025

f'c= [MPa]

fy= 420 [MPa]

P= 300 [KN]

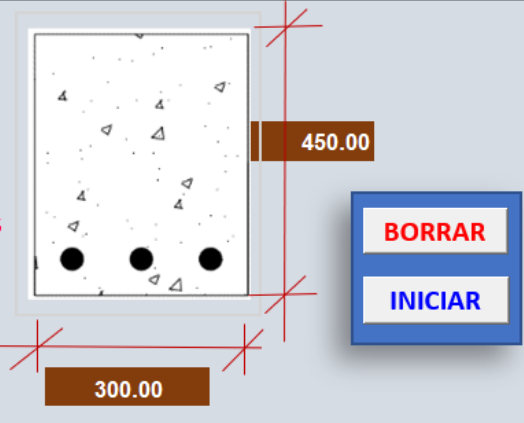


Tabla 12. Datos viga Excel (caso 2), análisis paramétrico 2.

Caso 2

ID:

Cantidad Ref.

As= 1161.00 [mm²]

ρ= 0.00860 ρmax >= 0.025

f'c= [MPa]

fy= 420 [MPa]

P= 300 [KN]

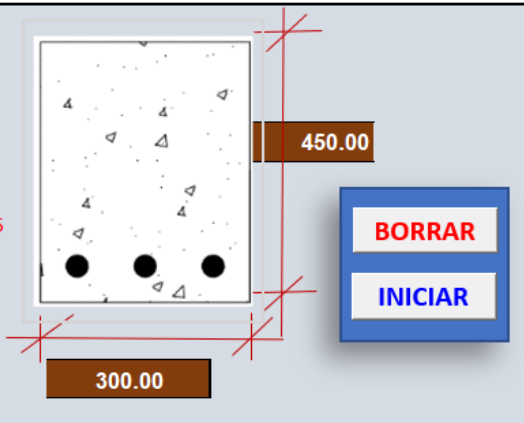


Tabla 13. Datos viga Excel (caso 3), análisis paramétrico 2.

Caso 3	
ID:	#7
Cantidad Ref.	Tres
A_s =	1161.00 [mm ²]
ρ =	0.00860 $p_{max} \geq 0.025$
$f'c$ =	28 [MPa]
f_y =	420 [MPa]
P=	300 [KN]

BORRAR

INICIAR

Tabla 14. Datos viga Excel (caso 4), análisis paramétrico 2.

Caso 4	
ID:	#7
Cantidad Ref.	Tres
A_s =	1161.00 [mm ²]
ρ =	0.00860 $p_{min} \leq 0.0027$
$f'c$ =	35 [MPa]
f_y =	420 [MPa]
P=	300 [KN]

BORRAR

INICIAR

Tabla 15. Datos extraídos de Excel (M,Φ) (análisis paramétrico 2).

Caso 1		Caso 2	
M [MPa]	Φ [Km ⁻¹]	M [MPa]	Φ [Km ⁻¹]
0.00	0.00	0.00	0.00
58.65	1.14	61.39	1.11
193.33	11.33	200.09	10.38
191.89	16.12	200.59	18.81

Caso 3		Caso 4	
M [MPa]	Φ [Km ⁻¹]	M [MPa]	Φ [Km ⁻¹]
0.00	0.00	0.00	0.00
63.91	1.08	68.43	1.04
204.29	9.81	209.87	9.08
207.11	21.50	216.12	26.91

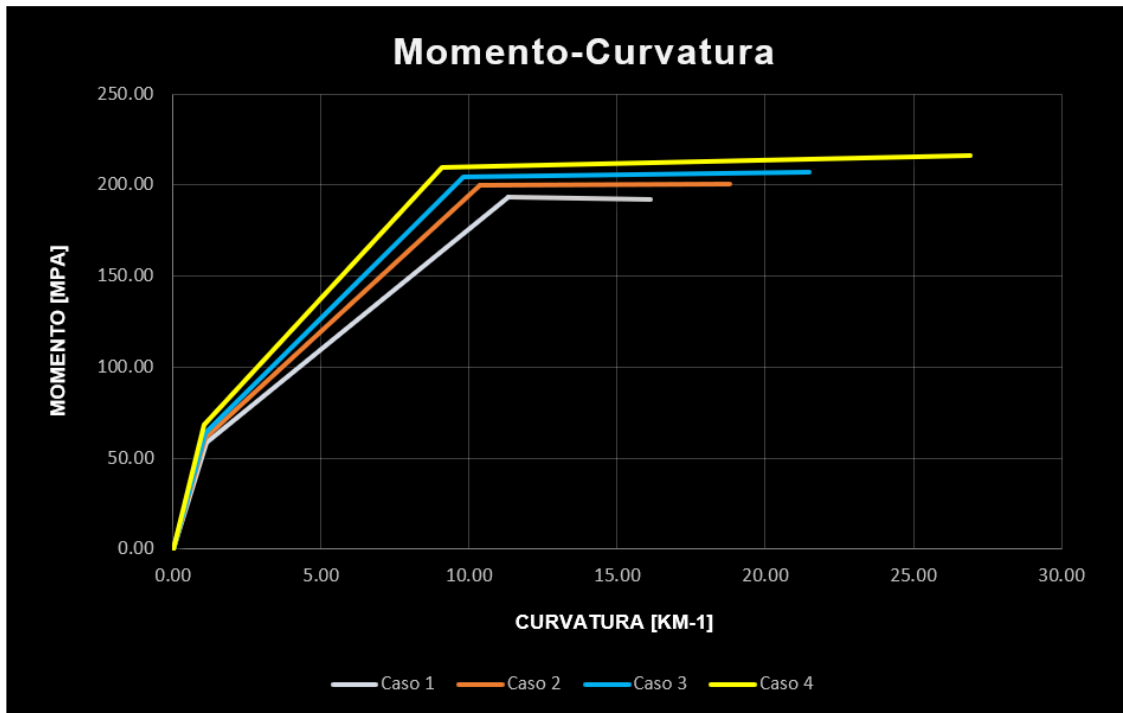


Figura 10. Diagramas de momento-curvatura extraída de Excel (análisis paramétrico 2)

9.2.1 Interpretación del análisis paramétrico 2

- Al aumentar el f'_c en cada una de las vigas va aumentando la ductilidad, como se observa en el caso 4 se tiene una mayor extensión en la curva (deformación) entre la fluencia y la rotura haciendo que esta tenga mejor desempeño sísmico y con una capacidad más alta de disipar energía.
- Al aumentar f'_c la rigidez aumenta en la viga, ya que esta depende del módulo de elasticidad que obviamente aumenta por $E=4700\sqrt{f'_c}$ y adicionalmente la inercia aumenta ya que la distancia al eje neutro es mayor tanto en el punto de rotura del concreto a tracción como en el punto de fluencia del acero.

9.3 Análisis paramétrico 3

En tercera instancia, se estudiará el efecto de la variación de la cuantía del refuerzo longitudinal en las vigas rectangulares de concreto reforzado no confinado, las cuales tendrán por parámetros iniciales para el análisis de la viga (tablas 2 y 3):

Se analizará individualmente cada una de las vigas según las siguientes condiciones (tabla 16).

Tabla 16. Datos de las cuatro vigas (Análisis paramétrico 3) (Fuente: elaboración propia).

	P [KN]	ID	As [mm ²]	f'c [MPa]	b [mm]	h [mm]
Caso 1	300	3	213,77 (Φ3)	28	300	450
Caso 2	300	3	387,0 (Φ4)	28	300	450
Caso 3	300	3	597,0 (Φ5)	28	300	450
Caso 4	300	3	852,0 (Φ6)	28	300	450

Tabla 17. Datos viga Excel (caso 1), análisis paramétrico 3.

Caso 1

ID:

Cantidad Ref.

As= [mm²]

ρ= pmax >= 0.025

f'c= [MPa]

fy= [MPa]

P= [KN]

300.00

450.00

BORRAR

INICIAR

Tabla 18. Datos viga Excel (caso 2), análisis paramétrico 3.

Caso 2

ID:

Cantidad Ref.

As= [mm²]

ρ= pmax >= 0.025

f'c= [MPa]

fy= [MPa]

P= [KN]

300.00

450.00

BORRAR

INICIAR

Tabla 19. Datos viga Excel (caso 3), análisis paramétrico 3.

Caso 3	
ID:	#5
Cantidad Ref.	Tres
A_s =	597.00 [mm ²]
ρ =	0.00442 pmax >= 0.025
$f'c$ =	28 [MPa]
f_y =	420 [MPa]
P=	300 [KN]

BORRAR

INICIAR

Tabla 20. Datos viga Excel (caso 4), análisis paramétrico 3.

Caso 4	
ID:	#6
Cantidad Ref.	Tres
A_s =	852.00 [mm ²]
ρ =	0.00631 pmin <= 0.0027
$f'c$ =	28 [MPa]
f_y =	420 [MPa]
P=	300 [KN]

BORRAR

INICIAR

Tabla 21. Datos extraídos de Excel (M,Φ) (análisis paramétrico 3).

Caso 1		Caso 2	
M [MPa]	Ø [Km ⁻¹]	M [MPa]	Ø [Km ⁻¹]
0.00	0.00	0.00	0.00
60.74	1.06	61.33	1.07
85.08	8.03	107.88	8.35
90.43	43.44	113.51	36.60

Caso 3		Caso 4	
M [MPa]	Ø [Km ⁻¹]	M [MPa]	Ø [Km ⁻¹]
0.00	0.00	0.00	0.00
62.04	1.07	62.82	1.07
134.93	8.73	166.76	9.20
140.45	30.74	171.48	25.78

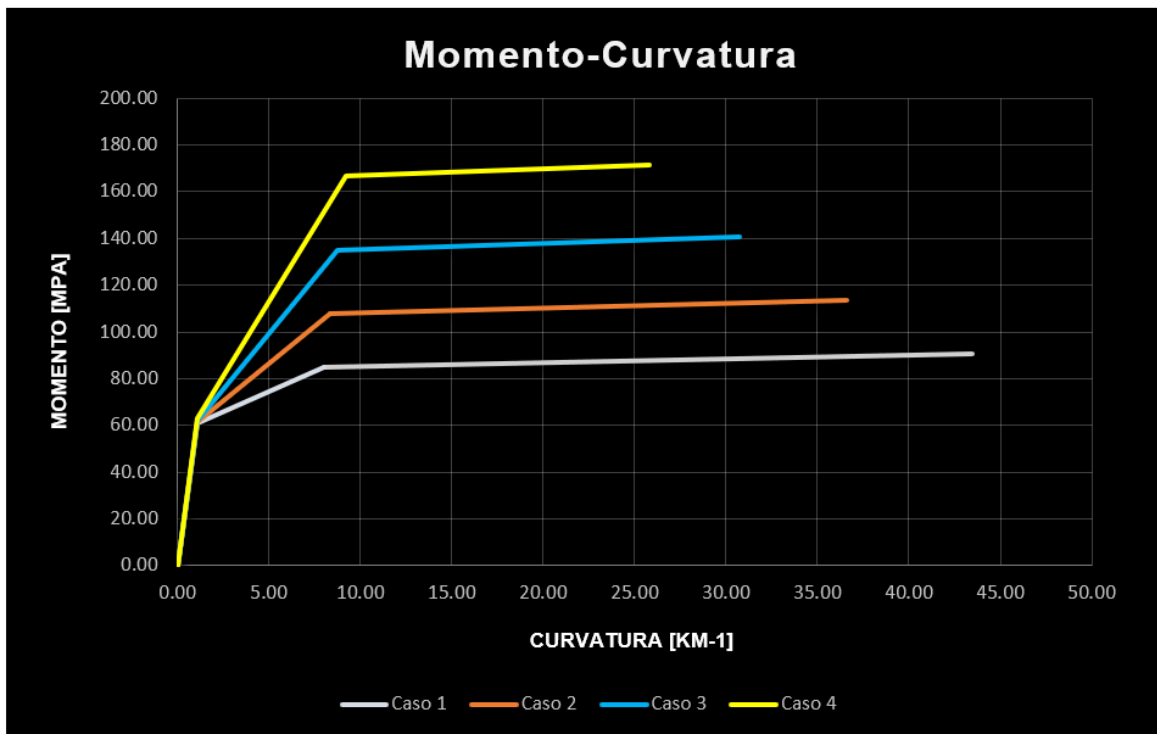


Figura 11. Diagramas de momento-curvatura extraído de Excel (análisis paramétrico 3)

9.3.1 Interpretación del análisis paramétrico 3

- El aumento de la cuantía longitudinal (A_s) en las vigas influye en gran medida en la resistencia a flexión del elemento, a mayor cuantía mayor momento (M_y) y (M_u).
- Para el aumento de la cuantía (A_s) longitudinal, en la figura 11 se observa que disminuye la curvatura (Φ_u) por ende la ductilidad también y la viga del caso 4 será la más frágil.

10. CONCLUSIONES

- Los diagramas de momento-curvatura son un método muy útil para analizar la capacidad estructural de las secciones de concreto reforzado. Conocer la ductilidad o fragilidad de la sección con el método de momento-curvatura no puede ser del todo real, sin embargo, se debe recordar que los diagramas (M, Φ) tienen limitaciones, pues no consideran efectos tales como: deslizamiento del acero de refuerzo, pérdida de adherencia, interacción flexión con cortante, pandeo de acero longitudinal, entre otros.
- Los análisis paramétricos (tales como el efecto de la variación de la carga axial, de la resistencia a la compresión del concreto y de la cuantía de refuerzo longitudinal) son una forma muy práctica de obtener información útil de los diagramas momento-curvatura. Esto porque permiten analizar su incidencia en la resistencia y en la capacidad de ductilidad de las secciones.
- Los diagramas de momento-curvatura son de gran importancia en el diseño de estructuras ya que, ante cargas estáticas y dinámicas, en estas se pueden visualizar de forma rápida y ágil que tan dúctil y resistente es un elemento, si un elemento tiene poca capacidad de ductilidad o una curvatura pequeña la estructura presentará una falla frágil cuando ingrese al intervalo no lineal, lo cual no es deseable. Se requiere que la sección tenga un valor alto de deformación con el fin de que disipe la mayor cantidad de energía

11. REFERENCIAS

- AIS, -A. C. (2009). Reglamento de Construccion Sismo Resisntente NSR-10. Bogota-Colombia.
- Cutimbo, W. (2016). Concreto Armado. Moquegua, Peru: Universidad Jose Carlos Mariategui.
- Freire, J. (2017). Calculo del Diagrama momento–curvatura por el metodo de fibras para secciones de hormigocn armado y perfiles de acero empleando un software de programacion especializado. Ambato-Ecuador: Universidad Tecnica de Ambato, Ingenieria Civil.
- Garcia, D. (2017). Manual para la elaboracion de Diagramas momento-curvatura de secciones de concreto reforzado. Pamplona-España: Universidad de Pamplona, Facultad de Ingenierias y Arquitectura.
- Gere, J., & Timoshenko, S. (1998). Mecanica de MAteriales. Mexico: International Thomson Editores.
- Mieles, Y., & Hernadez, J. (2017). Análisis del momento-curvatura en Vigas Principales de Hormigón Atravesadas por Vigas Metálicas. Revista RIEMAT, Enero–Junio 2017. Volumen 2, Numero 1. Artículo 2, 1-6.
- Moreno, N. (2017). Efectos de las fibras de Acero sobre el Confinamiento de Columnas de Concreto Informe Tecnico. Universidad Militar Nueva Granada, programa de Ingenieria Civil.
- Mulet, E. (2015). Concreto Reforzado, Fundamentos y Diseño NSR-10. Sucre-Colombia: Universidad de Sucre.
- Ottazzi, G. (2004). Material de Apoyo para la Enseñanza de los Cursos de Diseño y Comportamiento del Concreto Armado, Tesis de grado de Magister en Ingenieria Civil. Lima-Peru: Pontificia Universidad Catolica del Peru.
- Park, R., & Pauly, T. (1988). Estructuras de Concreto Reforzado. Mexico: Editorial Limusa S.A.
- Rodriguez M., S. (2015). Diagramas momento-curvatura para secciones de hormigon armado. Anales de la Edificacion, 27-41.

12. ANEXOS

Manual de usuario de manejo de hoja de cálculo (Microsoft Excel) para construcción de diagramas de momento-curvatura para viga reforzada no confinada de monografía para optar el título de especialista en “Evaluación y Diseño de estructuras”, Isaza E., Diego, Ingeniero Civil, 2024.