



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Instituto de Física

Simetrías Gauge Abelianas libres de anomalías con modelos de masas de neutrinos

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar al título de
Magíster en Física

por

Kimy Johanna Agudelo Jaramillo

Magíster en Física

Grupo de Fenomenología de Interacciones Fundamentales
Instituto de Física, Universidad de Antioquia, 2023

Director

Ph.D. Diego Alejandro Restrepo Quintero

Medellín, 2023



UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Instituto de Física

**Simetrías Gauge Abelianas libres de anomalías con
modelos de masas de neutrinos**

por

Kimy Johanna Agudelo Jaramillo

Magister en Física

Grupo de Fenomenología de Interacciones Fundamentales

Instituto de Física, Universidad de Antioquia, 2023

Comité de Evaluadores

Nombre y afiliación

Firma

Ph.D Oscar Alberto Zapata Noreña

Instituto de Física

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universi-
dad de Antioquia.

.....

Prof. Jairo Alexis Rodríguez López

Departamento de Física

Facultad de Ciencias, Universidad Nacional.

.....

Date: DD Month, YYYY

Declaración

Esta tesis se presenta como un cumplimiento parcial de Maestría en Física, Instituto de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Antioquia.

El autor realizó el trabajo incluido en esta tesis, y ninguna parte del mismo ha sido presentado para obtener un grado o una titulación en ninguna otra entidad científica.

Kimy Johanna Agudelo Jaramillo

Signature

.....

Date: DD Month, YYYY

Abstract

One of the most intriguing problems with the Standard Model is the lack of mass of neutrinos, which is contradicted by experimental evidence. It has been established that neutrinos have a small, but non-zero mass, thereby providing the first experimental proof of new physics beyond the Standard Model. In this paper, a tree-level Dirac neutrino mass model is presented by implementing the seesaw type II mechanism, ; which naturally explains its small values, performing an extension of the standard model with an additional local gauge symmetry $U(1)$ free of anomalies, either active gauge symmetry $U(1)_X$ or dark symmetry $U(1)_D$. These anomalies arise from the inclusion of an abelian gauge symmetry to the standard model, therefore it is necessary to implement new chiral fermions that are charged under the new symmetry.

The solutions to the Diophantine equations for active and dark symmetries implemented under the tree level diagram are presented, however in this part of the work I only consider the solutions for dark symmetries. Finally, it is possible to have a dark matter candidate by choosing the charges of the newly added chiral fermions, in this case charges under the dark sector D , and the scalar spectrum. The particle content and the relevant Lagrangian terms in the model are presented.

Resumen

Uno de los problemas más intrigantes del modelo estándar es la ausencia de masa de los neutrinos, lo cual se contradice con la evidencia experimental. Se ha establecido que los neutrinos tienen una masa pequeña, pero distinta de cero, por lo que se ha conseguido la primera prueba experimental de nueva física más allá del modelo estándar. En este trabajo se presenta un modelo de masas de neutrinos de Dirac a nivel árbol mediante la implementación del mecanismo seesaw tipo II, ; lo cual explica naturalmente sus valores pequeños, realizando una extensión del modelo estándar con una simetría adicional gauge local $U(1)$ libre de anomalías, ya sea simetrías gauge activas $U(1)_X$ o simetrías oscuras $U(1)_D$. Dichas anomalías surgen por la inclusión de una simetría gauge abeliana al modelo estándar, por lo tanto se hace necesario implementar nuevos fermiones quirales que se encuentren cargados bajo la nueva simetría.

Se presentan las soluciones a las ecuaciones diofánticas para simetrías activas y oscuras implementadas bajo el diagrama a nivel árbol, sin embargo en esta parte del trabajo solo se considera las soluciones para simetrías oscuras. Finalmente, es posible tener un candidato de materia oscura mediante la elección de las cargas de los nuevos fermiones quirales añadidos, en este caso cargas bajo el sector oscuro D , y el espectro escalar. Se presenta el contenido de partículas y los términos del lagrangiano relevantes en el modelo.

Palabras claves: Neutrinos de Dirac, Oscilación de neutrinos, Anomalías, Materia oscura.

Agradecimientos

A mis padres, Jorge Agudelo y Maria Eulalia Jaramillo

No solamente les doy gracias por apoyarme en mi proceso de crecimiento personal y profesional, sino también quiero agradecerles por su compañía, el apoyo más incondicional que he conocido, el amor más limpio y puro, la extensión natural de mi cuerpo, mi verdadera herencia, mi gran tesoro, el consuelo perfecto proviene de ustedes; los amo.

A mi hermano, Mario Agudelo Jaramillo

“ Amar no es, en un principio, nada que pueda significar absorberse en otro ser, ni entregarse y unirse a él... Amar es más bien una oportunidad, un motivo sublime, que se ofrece a cada individuo para madurar y llegar a ser algo en sí mismo; para volverse mundo, todo un mundo, por amor a otro. Es una gran exigencia, un reto, una demanda ambiciosa, que se le presenta y le requiere; algo que le elige y le llama para cumplir con un amplio y trascendental cometido.” Cartas a un joven poeta (Rainer Maria Rilke).
Infinitas gracias.

Al profesor Diego Alejandro Restrepo Quintero y a David Suárez

Gracias por su paciencia, por la excelente atención, por su humanidad, calidad y sencillez; por acompañarme durante la finalización de mi primer proyecto profesional, por su apoyo y verdadero respaldo durante todo el proceso por medio del cual se consiguió el desarrollo de estas cortas líneas. Es usted un ejemplo a seguir para mi por su sencillez y por su admirable trabajo como científico.

Kimy Agudelo Jaramillo
Instituto de Física
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Antioquia
Medellín, Colombia
Enero, 2023

Tabla de Contenidos

Abstract	vii
Resumen	ix
Agradecimientos	xi
Table of Contents	xiii
List of Figures	xvii
List of Tables	xix
1 Introducción	1
1.1 Modelo Estándar de Partículas Elementales	2
1.2 Evidencias experimentales de la Oscilación de Neutrinos	4
1.2.1 Neutrinos atmosféricos	4
1.2.2 Neutrinos solares	6
1.3 Oscilación de Neutrinos	7
1.4 Desintegración doble- β	14
1.4.1 Proceso en el que conserva el número leptónico ($2\nu\beta\beta$)	14
1.4.2 Proceso en el que no se conserva el número leptónico ($0\nu\beta\beta$)	15
1.5 Teoría Lagrangiana	17
1.5.1 Principio variacional y teoría de campos	17
1.6 Helicidad y Quiralidad	18
1.6.1 Espinores de Weyl; helicidad	19
1.6.2 Quiralidad	23
1.6.2.1 Violación de Paridad	24
1.7 Esquemas de masa	25
1.7.1 Términos De Masa De Dirac	26
1.7.2 Términos de masa de Majorana	29
1.8 Simetrías y Teorema de Noether	31
1.8.1 Simetrías Internas	31
1.8.1.1 Simetrías Espacio-Temporales (Simetrías Externas)	33
1.8.2 Simetrías globales	35
1.8.2.1 Simetrías globales del SM	36
1.8.3 El sector escalar	36
1.8.4 Ruptura espontánea de la simetría	37
1.8.4.1 Mecanismo de Higgs	37

1.8.5	Extensión del SM con una simetría gauge abelianas local extra . . .	40
1.9	Mecanismo seesaw - tres generaciones	42
1.10	Materia Oscura	43
1.10.1	Lentes gravitatorias	45
1.10.2	Evidencias cosmológicas	46
1.10.3	Candidatos de materia oscura	46
1.11	Neutrinos y Materia Oscura	48
2	Simetrías Gauge Abelianas libres de anomalías	49
2.1	Condiciones de anomalías	50
2.2	Modelo a nivel árbol con neutrinos de Dirac	51
3	Materia Oscura	61
3.1	Introducción	61
3.2	Modelo	62
3.2.1	Materia Oscura	63
3.3	Espacio de parámetros	68
4	Modelos de masas de neutrinos	71
4.1	Mecanismo seesaw	71
4.1.1	Mecanismo seesaw tipo II - Masas de Dirac	71
4.1.2	Lagrangiano de Yukawa	72
4.1.3	Lagrangiano de Higgs	72
5	Conclusiones	81
	Referencias	83
A	Probabilidad de oscilación entre neutrinos	93
B	Solución general a las ecuaciones diofánticas	97
C	Valores Esperados de Vacío	99
C.1	Valores Esperados de Vacío para v_S	99
C.2	Valores Esperados de Vacío para v_ϕ	100
D	Diagonalización	103
E	Archivos de SARAH para el modelo $U(1)_D$	109
E.1	model.m	109
E.2	parameters.m	111
E.3	particles.m	113
E.4	SPheno.m	115
E.5	LesHouches.in.MDEODARK2	116
F	Archivos de X-BIT	119

F.1	Input : MDEOdark2.json	119
F.2	Settings : MDEOdark2'BSM.json	121
G	Correcciones	123
G.1	Correcciones - Oscar Zapata	123

Lista de Figuras

1.1	Asimetría entre ν_e y ν_μ	6
1.2	Parámetros de oscilación de tres sabores del ajuste presentado en [34]. . .	13
1.3	Diagrama de Feynman de primer orden para desintegración- β	14
1.4	Mecanismo de Higgs. Antes del rompimiento espontáneo de la simetría . .	38
1.5	Mecanismo de Higgs. Después del rompimiento espontáneo de la simetría	38
1.6	Velocidades de rotación medidas de las regiones HI en NGC 3198 en comparación con un comportamiento kepleriano idealizado	44
1.7	Anillo doble de Einstein. El radio de Einstein depende de la masa de la lente Y de la geometría.	45
1.8	La evolución de $Y(x)/Y(x = 1)$ vs $x = m/T$, donde $Y = n/s$ [95].	47
2.1	Diagrama a nivel árbol para la generación de masas de neutrinos de Dirac	50
2.2	Mecanismo Seesaw tipo II	52
2.3	Flujo en el vértice (a)	53
2.4	Flujo en el vértice (b)	53
3.1	Diagrama de Feynman de la aniquilación de partículas de materia oscura en fotones oscuros en el canal t y canal u respectivamente, que contribuyen a la abundancia de reliquia de materia oscura.	66
3.2	Abundancia de reliquia.	68
3.3	Sección eficaz fijando la masa de los fotones oscuros Z_D cada diez valores, donde 200GeV corresponde al límite inferior y $m_{Z_D} = 550\text{GeV}$ como el límite superior.	69

3.4 Masa de los fermiones oscuros de Dirac vs masa de los fotones oscuros Z_D 69

4.1 Generación de masa de neutrinos en el mecanismo Seesaw Dirac tipo II. . 73

Lista de Tablas

1.1	Contenido de partículas e interacciones del SM.	3
1.2	Multiplettes de campos fermiónicos del SM.	3
1.3	Comparación entre los datos y los eventos de neutrinos esperados. La exposición del detector es de 2.87 kton año mientras que la generación del evento de Monte Carlo (M.C) es de 21,8 kton año de exposición equivalente [14, 15].	5
1.4	Principales experimentos que buscan la desintegración doble- β sin neutrinos de $0\nu\beta\beta$. Se muestran los límites actuales y futuros de la vida media del proceso, representado entre paréntesis. Todos los valores se dan al 90% de nivel de confianza. Una lista más completa y detallada se puede encontrar en [41, 60]	16
2.1	Contenido del campo relacionado con la generación de masas de neutrinos de Dirac	52
2.2	Masas de neutrino de tipo Dirac para una simetría oscura $U(1)_D$	58
2.3	Masas de neutrino de tipo Dirac para una simetría activa $U(1)_X$	59
3.1	Contenido del campo relacionado con la generación de masas de neutrinos de Dirac	62
3.2	Asignación de cargas de los fermiones de Dirac	63

Capítulo 1

Introducción

La historia de los neutrinos se remonta al año 1896, cuando Henri Becquerel [1], Pierre y Marie Curie descubrieron las radiaciones provenientes del uranio y radio. En 1899, Ernest Rutherford [2] descubrió las radiaciones alfa y beta y un año más tarde Paul U. Villard descubrió la radiación gamma. Pocos años después, las radiaciones alfa, beta y gamma fueron identificados como núcleos de helio, electrones y fotones respectivamente.

Por otro lado, en el año 1914, James Chadwick [3] demostró que el espectro beta es continuo (en $Ra + B + C = {}^{214}Pb + {}^{214}Bi$; donde, Ra es Radio, Pb es Plomo, Bi corresponde a Bismuto) y B, C corresponde a partículas de radio. El fenómeno anterior se podía explicar mediante dos razones:

1. Procesos secundarios y pérdidas de energías dentro del núcleo debido a ensanchamientos del espectro.
2. Origen primario, es decir procesos en los cuales no se generaban procesos secundarios.

Tiempo después, exactamente en 1927, Ellis y Woostee midieron la energía media de la desintegración beta mediante calorimetría absoluta de generación de calor. Sin embargo, dicha medida no estaba de acuerdo con la energía máxima de los rayos beta. En consecuencia, los electrones que poseen diferentes energías son emitidos desde el núcleo y por lo tanto no hubo pérdidas energéticas en el mismo [4]. En ese entonces, la radiación beta se asumía como la emisión de un solo tipo de partícula (el electrón), por lo tanto, esta debía tener una energía bien definida. Lise Meitner [5, 6] experimentalmente, descubrió que la falta de energía no podía atribuirse a rayos gamma. Por esta razón se consideraron dos posibilidades para explicar dicho fenómeno: la violación del principio

de conservación de la energía o la existencia de una partícula neutra que transportase la energía faltante [7].

A principios de la década de 1960 el físico Raymond Davis predijo que los neutrinos solares podían ser detectados, sin embargo experimentalmente se encontraron discrepancias en las mediciones, entre la cantidad de neutrinos detectados y las predicciones teóricas de cuántos neutrinos deberían llegar a la Tierra desde el Sol. Dichas discrepancias fueron solucionadas más tarde por el descubrimiento de la oscilación de neutrinos, lo que implicaba que los neutrinos podían cambiar de sabor mientras viajan desde el Sol a la Tierra. Cuando los neutrinos son generados en el núcleo del Sol como neutrinos electrónicos, algunos de ellos pueden transformarse en neutrinos muónicos (ν_μ) o tauónicos (ν_τ) durante la trayectoria recorrida. Esto demostró que los neutrinos solares no se perdían sino que se transformaban en un sabor diferente que era más difícil de detectar. Esto último implicaba directamente una masa no nula para los neutrinos, esta masa es muy pequeña comparada con otras partículas. Las predicciones incluyen esfuerzos para medir con mayor precisión la masa de los neutrinos.

Desde un punto de vista teórico, era necesario explicar el decaimiento beta y otros fenómenos físicos a nivel fundamental, de modo que se requería un marco que explicase las diferentes partículas elementales y sus interacciones. De ahí surge el Modelo Estándar, (SM, por sus siglas en inglés), el cual se construyó a partir de varios hitos fundamentales.

1.1 Modelo Estándar de Partículas Elementales

El SM de física de partículas es una teoría cuántica de campos relativista que describe la estructura fundamental de la materia y el vacío cuántico. En éste modelo, las partículas son consideradas como elementos irreducibles en el espacio-tiempo. En el SM se describen tres de las cuatro fuerzas fundamentales: la fuerza fuerte, fuerza débil y electromagnética (se excluye la gravedad, ya que la relatividad general no se acopla con los modelos cuánticos) [8]. El SM está basado en el grupo de simetría: $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ local que da cuenta de las interacciones fundamentales por vía del intercambio de los correspondientes campos de espín 1 (bosones de gauge): 8 gluones y 1 fotón (γ) sin masa para las interacciones fuertes y electromagnéticas, respectivamente; y 3 bosones masivos (W^\pm, Z) para la interacción débil. El contenido de fermiones del SM consiste en tres familias de quarks y leptones (ver tabla 1.1), donde, cada familia está formada por dos partículas de espín 1/2 y sus correspondientes antipartículas. Los quarks aparecen en tres posibles estados de *color* (rojo, verde, azul). En el SM, la relación entre la carga eléctrica Q , la tercera componente de isospín T_3 y la hipercarga Y está dada por:

Spin 1/2				
Leptones			Quarks	
Familia	Partícula	Carga	Partícula	Carga
1 ^a	Electrón (e)	-1	Up (u)	2/3
	Neutrino electrónico (ν_e)	0	Down (d)	-1/3
2 ^a	Muón (μ)	-1	Charm (c)	2/3
	Neutrino muónico (ν_μ)	0	Strange (s)	-1/3
3 ^a	Tau (τ)	-1	Top (t)	2/3
	Neutrino tauónico (ν_τ)	0	Bottom (b)	-1/3

Spin 1	
Bosones	
Partícula	interacción
8 gluones (g)	Interacción fuerte
Fotón (γ)	Interacción electromagnética
Bosones W^\pm, Z	Interacción débil

Spin 0	
Higgs ϕ	Origen de las masas

TABLA 1.1: Contenido de partículas e interacciones del SM.

$$Q = T_3 + \frac{1}{2}Y, \tag{1.1}$$

Multipletes	$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$	1 ^a familia	2 ^a familia	3 ^a familia
Quarks	(3, 2, -1/6)	$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}$
	(3, 1, 2/3)	u_R	c_R	t_R
	(3, 1, -1/3)	d_R	s_R	b_R
Leptones	(1, 2, -1/2)	$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}$
	(1, 1, -1)	e_R	μ_R	τ_R

TABLA 1.2: Multipletes de campos fermiónicos del SM.

La teoría electrodébil, elaborada por Glashow [9], Weinberg [10, 11] y Salam [12] corresponde al sector $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ el cual describe el espectro de partículas una vez se ha implementado la Ruptura Espontánea de la Simetría (EWSB, por sus siglas en

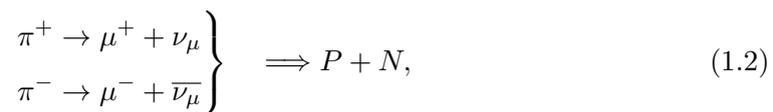
inglés) $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$, donde a $U(1)_{EM}$ se le asocia la interacción electromagnética, mediada por los fotones carentes de masa. En esta descripción se hace necesaria la presencia de un doblete bajo el grupo $SU(2)_L$ con cuatro campos escalares reales, los cuales permitirán la adquisición de masas de los fermiones y bosones de gauge dentro de una teoría renormalizable (ver tabla 1.1). Después de EWSB, tres de los campos del doblete aparecen como partículas no físicas (bosones de Goldstone), mientras que el otro adquiere masa (con valor no determinado por el modelo), apareciendo en el espectro como una partícula física conocida como bosón de Higgs. En el SM los neutrinos no tienen un término de masa, por consiguiente, el SM no puede dar cuenta del fenómeno físico conocido como las oscilaciones de neutrinos.

1.2 Evidencias experimentales de la Oscilación de Neutrinos

A partir del estudio del flujo de neutrinos solares y atmosféricos se descubrió que los neutrinos podían cambiar de sabor durante su desplazamiento, lo cual implicaba una masa no nula en los neutrinos. A continuación se analiza la producción de neutrinos atmosféricos y solares.

1.2.1 Neutrinos atmosféricos

Los neutrinos atmosféricos son partículas que derivan de la interacción entre los rayos cósmicos y la atmósfera. El proceso comienza cuando los rayos cósmicos colisionan con los núcleos de oxígeno y nitrógeno que conforman la atmósfera. La radiación cósmica es radiación ionizante que consta en partículas cargadas de alta energía provenientes del espacio. Aproximadamente el 85% de los rayos cósmicos primarios corresponden a protones, 12% a partículas alfa (α), los cuales son núcleos completamente ionizados (núcleos de helio-4), el porcentaje restante corresponde a electrones y núcleos pesados. Luego de la colisión se producen partículas secundarias, tales como los piones (π^+). Dichos piones, como se muestra en la ecuación (1.2), se desintegran rápidamente en neutrinos muónicos y muones (μ) los cuales a su vez se desintegran antes de llegar a la Tierra. Los siguientes procesos dan lugar a los neutrinos y antineutrinos [13]:



$$\left. \begin{aligned} K^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \nu_\mu + \bar{\nu}_\mu \\ K^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_\mu + \nu_\mu \end{aligned} \right\} \implies P + N,$$

donde, N corresponde al núcleo atómico de la atmósfera. Del mismo modo la desintegración de los muones viene dada por los siguientes procesos:

$$\begin{aligned} \mu^+ &\rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu. \end{aligned} \tag{1.3}$$

Sea n_{ν_μ} el número de neutrinos muónicos, $n_{\bar{\nu}_\mu}$ el número de antineutrinos muónicos, n_{ν_e} el número de neutrinos electrónicos y $n_{\bar{\nu}_e}$ el número de antineutrinos electrónicos. Por consiguiente, de (1.2) y (1.3) se obtiene que:

$$\frac{n_{\nu_\mu} + n_{\bar{\nu}_\mu}}{n_{\nu_e} + n_{\bar{\nu}_e}} \geq 2; \tag{1.4}$$

es decir, la cantidad de neutrinos muónicos y antineutrinos muónicos debería corresponder al doble de los neutrinos electrónicos y antineutrinos electrónicos. No obstante, en 1988 el experimento Kamiokande encontró una tasa menor de neutrinos y antineutrinos electrónicos, lo cual sugiere que los neutrinos muónicos están transformándose a un sabor diferente. Los resultados de dicho experimento son presentados en la tabla [14].

	Datos	Predicción (M.C)
Eventos ν_μ	85	144.0
Eventos ν_e	105(93)	106.2(88.5)

TABLA 1.3: Comparación entre los datos y los eventos de neutrinos esperados. La exposición del detector es de 2.87 kton año mientras que la generación del evento de Monte Carlo (M.C) es de 21,8 kton año de exposición equivalente [14, 15].

Por otro lado, se encontró una asimetría entre los neutrinos que llegaban desde arriba y desde abajo en el experimento Kamiokande [14]. Luego, en 1998 el experimento Super-Kamiokande [16] confirmó y mejoró el resultado de dicha asimetría. La explicación física de dicha asimetría es que los neutrinos muónicos se convierten en tauónicos donde se midieron aproximadamente los valores para los parámetros de oscilación:

$$\theta_{\text{atm}} \approx \pi/4, \quad \delta m^2 \approx 3 \times 10^{-3} (eV/c^2)^2, \tag{1.5}$$

donde, θ_{atm} es el ángulo de mezcla θ_{23} .

En la figura 1.1 se muestra la distribución de eventos en función del ángulo en el experimento Super-Kamiokande. En dicha gráfica, la línea azul corresponde a la predicción teórica del número de eventos y los puntos negros a los valores observados. La asimetría

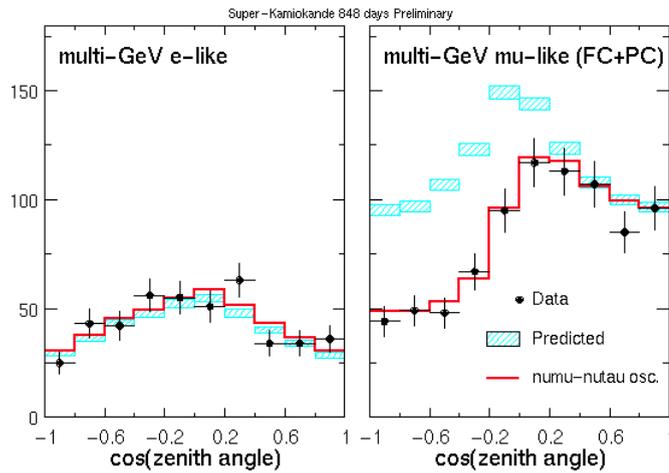


FIGURA 1.1: Asimetría entre ν_e y ν_μ en el Super-Kamiokande en función del ángulo de llegada al detector en 848 días de detección. $\cos(\text{zenith angle}) = 1$ significa descendente. Imagen tomada de [16].

entre los neutrinos muónicos en función del ángulo muestran un claro desequilibrio de eventos detectados, lo cual no fue asociado directamente a un error estadístico. Por ende debe existir un mecanismo que disminuye la cantidad de eventos detectados. Dicho mecanismo se conoce como oscilación de neutrinos.

La oscilación de neutrinos se puede entender en términos de oscilación de neutrinos muónicos y de neutrinos solares. Los resultados sobre la oscilación de neutrinos muónicos (provenientes de neutrinos atmosféricos) no implican nada sobre el problema de neutrinos solares, ya que estos se diferencian en los detectores debido a sus rangos energéticos [17, 18]. Por otro lado, el problema de los neutrinos solares se basa en una carencia de neutrinos detectados provenientes del Sol en contraposición a los predichos en el SM.

1.2.2 Neutrinos solares

Los resultados del experimento Super-Kamiokande en 1998 también mostraron que el flujo de neutrinos encontrado procedente del sol (siendo estos menos energéticos que los atmosféricos), era menor al esperado [19]. El equipo del laboratorio Canadiense de Sudbury Neutrino Observatory (SNO) [20, 21] mostraron en junio de 2001 la primera evidencia experimental de que los neutrinos producidos en el interior del Sol cambian de sabor. En este experimento, un neutrino electrónico se acerca a un núcleo de deuterio (2H). Entonces un bosón W es intercambiado entre el ν_e y el quark d del neutrón (lo cual se conoce como corriente cargada) que da lugar a un electrón detectable por medio

de la producción de radiación de Cherenkov y de dos protones [22]:

$$\nu_e + {}^2H \rightarrow e^- + 2p. \quad (1.6)$$

Un año después, la evidencia de SNO fue confirmada por el experimento de KamLAND (Kamioka Liquid scintillator AntiNeutrino Detector) [23] donde se obtiene los valores aproximados para los parámetros de oscilación [24]:

$$\theta_{\text{sol}} \approx \pi/6, \delta m^2 \approx 8 \times 10^{-5} (\text{eV}/c^2)^2, \quad (1.7)$$

donde, θ_{sol} es el ángulo de mezcla θ_{12} . Por otro lado, desde un punto de vista teórico, se contaba desde muchas décadas anteriores a estos experimentos, con la posibilidad de existencia del fenómeno de oscilación de neutrinos.

1.3 Oscilación de Neutrinos

Las oscilaciones de neutrinos se propusieron como fenómeno mecánico-cuántico desde finales de 1950 por Bruno Pontecorvo [25, 26], físico nuclear italiano. Dicho fenómeno implica que los neutrinos tienen una masa diferente de cero, además requiere que los estados de sabor se encuentren mezclados para formar estados de masa. Hasta ese momento solo se tenía información de la existencia de un solo neutrino (neutrino electrónico). En dicho trabajo Pontecorvo propuso el nuevo concepto de neutrino estéril, el cual corresponde a una partícula hipotética que no interactúa a través de ninguna de las interacciones fundamentales del SM.

En 1962, se descubre un segundo neutrino (neutrino muónico). Por lo tanto, en ese mismo año, Z. Maki, M. Nakagawa y S. Sakata [27] desarrollaron el primer modelo con la mezcla de dos neutrinos diferentes, lo cual implicaba directamente que los neutrinos debían poseer una masa. En 1968 B. Pontecorvo planteó una solución para el problema de los neutrinos solares, donde predecía que los neutrinos solares podían oscilar [28, 29], es decir que los neutrinos electrónicos producidos por el Sol cambiaban de sabor en su trayecto a la Tierra. En este mismo año, V.N Gribov y B. Pontecorvo proponen un artículo titulado “*Neutrino astronomy and lepton charge*” [28], en el cual se muestra que la falta de conservación del sabor leptónico podría conllevar a una reducción de neutrinos solares que se observan en la Tierra, debido a las oscilaciones $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$.

En 1978, Lincoln Wolfenstein logró demostrar que las oscilaciones de neutrinos son un resultado de la presencia de la mezcla de distintos leptones en el vacío [30, 31]. Más tarde, en 1985 Stanislas Mikheyev [32] y Alexei Smirnov encontraron que las interacciones

débiles de los neutrinos electrónicos en la materia son distintas de los neutrinos muónicos (también de los neutrinos tauónicos).

En la matriz de mezcla o matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata [27], los neutrinos autoestados de sabor $|\nu_e\rangle$, $|\nu_\mu\rangle$ y $|\nu_\tau\rangle$ se relacionan con los autoestados de masa $|\nu_1\rangle$, $|\nu_2\rangle$ y $|\nu_3\rangle$ de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}, \quad (1.8)$$

donde:

$$UU^\dagger = U^\dagger U = 1. \quad (1.9)$$

Una manera de expresar la matriz de mezcla leptónica es

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_n U_{\alpha n} |\nu_n\rangle, \quad |\nu_n\rangle = \sum_\alpha U_{n\alpha} |\nu_\alpha\rangle, \quad (1.10)$$

donde, el subíndice n corre sobre los estados de masa etiquetados como 1, 2 y 3 y α sobre los estados de sabor e , μ y τ . La matriz U_{PMNS} [33] puede ser parametrizada como:

$$U = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\varphi_2} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - s_{13}s_{23}c_{12}e^{i\delta} & c_{23}s_{12} - s_{13}s_{23}s_{12}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{23}s_{12} - s_{13}c_{23}c_{12}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{13}c_{23}s_{12}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\varphi_2} \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

donde, $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ y $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$. Las fases φ_1 y φ_2 corresponden a fases de Majorana adicionales. La probabilidad de oscilación es independiente de las fases de Majorana. Por último, la fase δ es diferente de cero solo si la oscilación de neutrinos viola la simetría

CP^1 . Por lo tanto sólo los ángulos de mezcla y la fase de Dirac se pueden determinar en experimentos de oscilación de neutrinos.

Por otro lado, para neutrinos que se desplazan a velocidades ultrarelativistas se tiene que:

$$\hat{H}|\nu_n\rangle = E_n|\nu_n\rangle, \quad (1.14)$$

reemplazando esto en la ecuación de Schrödinger:

$$i\frac{d}{dt}|\nu_n(t)\rangle = \hat{H}|\nu_n(t)\rangle, \quad (1.15)$$

$$= E_n|\nu_n(t)\rangle. \quad (1.16)$$

La solución de la ecuación de Schrödinger describe la evolución temporal del estado físico $|\nu_n(t)\rangle$. Si el en un tiempo $t = 0$ el estado del neutrino es $|\nu_n\rangle$, para el estado en el punto de detección en cierto punto t evoluciona con un factor de fase e^{-iE_nt} .

$$|\nu_n(t)\rangle = e^{-iE_nt}|\nu_n\rangle, \quad (1.17)$$

donde, la energía E_n está dada por

$$E_n = \sqrt{p_n^2 + m_n^2} \approx p_n + \frac{m_n^2}{2p_n}. \quad (1.18)$$

En el límite relativista se tiene que $p_n = |\mathbf{p}| = E$, ya que $p_n = |\mathbf{p}| = E$. En ese caso ($E \sim 1\text{MeV}$),

$$E_n \approx E + \frac{m_n^2}{2E}. \quad (1.19)$$

tal que:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta} \delta_{\alpha\beta}|\nu_\beta(t)\rangle, \quad (1.20)$$

$$= \sum_{\beta} \sum_n U_{\alpha n} U_{\beta n}^* |\nu_\beta(t)\rangle, \quad (1.21)$$

$$= \sum_{\beta} \sum_n U_{\alpha n} U_{\beta n}^* e^{-iE_\beta t} |\nu_\beta\rangle, \quad (1.22)$$

$$= \sum_{\beta} \left(\sum_n U_{\alpha n} U_{\beta n}^* e^{-iE_\beta t} \right) |\nu_\beta\rangle, \quad (1.23)$$

$$= \sum_{\beta} \mathcal{A}_{\alpha \rightarrow \beta}(t) |\nu_\beta\rangle, \quad (1.24)$$

¹C-Conjugación de carga, P-Transformación de paridad

donde, se define la amplitud de transición de un estado α a un estado β en cierto tiempo dado

$$\mathcal{A}_{\alpha \rightarrow \beta}(t) = \mathcal{A}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = \sum_n U_{\alpha n} U_{\beta n}^* e^{-iE_n t} . \quad (1.25)$$

De acuerdo con la relación de ortonormalidad (1.9), la delta de Kronecker $\delta_{\alpha\beta}$ puede ser expresada como

$$\delta_{\alpha\beta} = \sum_n U_{\alpha n} U_{\beta n}^* . \quad (1.26)$$

Definiendo la probabilidad de transición como:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = |\mathcal{A}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t)|^2 , \quad (1.27)$$

$$= \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i(E_m - E_n)t} , \quad (1.28)$$

según (1.19), la diferencia de las energías $E_m - E_n$ resulta en:

$$E_m - E_n \approx \cancel{E} + \frac{m_n^2}{2E} - \cancel{E} - \frac{m_n^2}{2E} , \quad (1.29)$$

$$= \frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} . \quad (1.30)$$

por lo que:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i(E_m - E_n)t} , \quad (1.31)$$

$$= \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i \frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} t} . \quad (1.32)$$

Debido a que los neutrinos se propagan con velocidades cercanas a la velocidad de la luz entonces podemos escribir el tiempo que le toma al neutrino como $t \approx L/c$, tomando unidades naturales $t \approx L$, donde L es la distancia que viaja el neutrino. Por lo tanto, podemos expresar la probabilidad de transición como (se ha utilizado el resultado obtenido en el apéndice A):

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i \frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} L} , \quad (1.33)$$

$$= \delta_{nm} + 2i \sum_{n>m} \sin \left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} L \right) \mathbf{Im}(U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^*) , \quad (1.34)$$

$$- 4 \sum_{n>m} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{4E} L \right) \mathbf{Re}(U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*) , \quad (1.35)$$

donde, δ_{nm} es la delta de Kronecker, la cual tiene un valor de 1 si las dos variables m y n son iguales y 0 en caso contrario. **Re** y **Im** corresponden a las partes reales e imaginarias de un número complejo.

Las probabilidades de oscilación con $n \neq m$ son conocidas como probabilidades de transición y cuando se considera que $n = m$ se tienen probabilidades de supervivencia, las cuales pueden ser descritas de la siguiente manera:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha; L) = 1 - 4 \sum_{n>m} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{4E} L \right) |U_{\alpha l}|^2 |U_{\alpha n}|^2. \quad (1.36)$$

Por otro lado, la simetría CPT se mantiene invariante, por lo cual la probabilidad de transición para los antineutrinos está dada por:

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = P(\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_\alpha; L) = & \delta_{mn} + 2i \sum_{n>m} \sin \left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} L \right) \mathbf{Im}(U_{\beta m}^* U_{\alpha m} U_{\beta n} U_{\alpha n}^*) \\ & - 4 \sum_{n>m} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{4E} L \right) \mathbf{Re}(U_{\beta m}^* U_{\alpha m} U_{\beta n} U_{\alpha n}^*) \dots \end{aligned} \quad (1.37)$$

En el caso de masas degeneradas, se llega a que:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = P(\bar{\nu}_\beta \rightarrow \bar{\nu}_\alpha; L) = \delta_{mn}, \quad (1.38)$$

cuando se considera $n \neq m$ se tiene que la probabilidad de transición de $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ es cero.

Es importante resaltar la matriz de masa M en su forma diagonal, dada por:

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}, \quad (1.39)$$

donde, m_n es el autovalor de masa correspondiente al autoestado $|\nu_n\rangle$ con ($n = 1, 2, 3$) de la matriz de masa M . En general:

$$\langle \nu_n | M | \nu_m \rangle = m_n \delta_{nm}. \quad (1.40)$$

En la representación $|\nu_\alpha\rangle$ la matriz de masa tiene los elementos:

$$\langle\nu_\beta|M|\nu_\alpha\rangle = \sum_{\alpha,\beta} \langle\nu_\beta|\nu_m\rangle \langle\nu_n|M|\nu_m\rangle \langle\nu_n|\nu_\alpha\rangle, \quad (1.41)$$

$$= \sum_n U_{\alpha n}^* U_{\beta n}, \quad (1.42)$$

en donde:

$$\langle\nu_\beta|\nu_m\rangle = U_{\alpha n}^*, \quad \langle\nu_n|\nu_\alpha\rangle = U_{\beta n}, \quad (1.43)$$

luego, si todas las masas m_n son iguales, es decir que cumple que $m_n = m$ (degeneración) y de acuerdo a la ecuación (1.40) entonces; $\langle\nu_n|M|\nu_m\rangle = m\delta_{nm}$, no es posible la oscilación de neutrinos debido a que no se permite la transición de $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ y viceversa. Es decir, se tiene que:

$$m_\alpha \equiv \langle\nu_\alpha|M|\nu_\alpha\rangle = \sum_n |U_{\alpha n}|^2 m_n, \quad (1.44)$$

donde $\sum_\alpha m_\alpha = \sum_n m_n$, $|U_{\alpha n}|^2$ corresponde a la probabilidad de encontrar el estado $|\nu_n\rangle$ en $|\nu_\alpha\rangle$. Además para $(n, m = 1, 2, 3)$ se cumple que:

$$m_n - m_m \neq 0. \quad (1.45)$$

Por lo tanto, para que la oscilación de neutrinos suceda entonces se demuestra que al menos dos neutrinos deben poseer una masa diferente de cero y los estados no deben ser degenerados en masas. Con tres neutrinos en el modelo estándar se tienen tres diferencias de masas:

$$\Delta m_{21}^2 = m_2^2 - m_1^2, \quad \Delta m_{32}^2 = m_3^2 - m_2^2, \quad \Delta m_{31}^2 = m_3^2 - m_1^2. \quad (1.46)$$

donde, solo dos de ellas son independientes ($\Delta m_{31}^2 = \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2$).

Desafortunadamente hasta los años 90 no fue posible corroborar experimentalmente la oscilación de los neutrinos. En experimentos de oscilación de neutrinos se logró obtener información sobre ciertos parámetros en la oscilación, tales como θ_{21} y Δm_{21}^2 mediante datos recopilados de neutrinos solares, en cambio, los parámetros θ_{32} y Δm_{32}^2 fueron determinados por datos recopilados de neutrinos atmosféricos.

La oscilación de neutrinos es relevante para la física de partículas ya que esta solo puede ocurrir si los neutrinos poseen una masa, lo cual implica una modificación al SM, ya que en este los neutrinos son partículas no masivas (masa cero). Takaaki Kajita y

		Normal Ordering (best fit)		Inverted Ordering ($\Delta\chi^2 = 2.6$)	
		bfp $\pm 1\sigma$	3σ range	bfp $\pm 1\sigma$	3σ range
without SK atmospheric data	$\sin^2 \theta_{12}$	$0.304^{+0.013}_{-0.012}$	0.269 \rightarrow 0.343	$0.304^{+0.012}_{-0.012}$	0.269 \rightarrow 0.343
	$\theta_{12}/^\circ$	$33.44^{+0.77}_{-0.74}$	31.27 \rightarrow 35.86	$33.45^{+0.77}_{-0.74}$	31.27 \rightarrow 35.87
	$\sin^2 \theta_{23}$	$0.573^{+0.018}_{-0.023}$	0.405 \rightarrow 0.620	$0.578^{+0.017}_{-0.021}$	0.410 \rightarrow 0.623
	$\theta_{23}/^\circ$	$49.2^{+1.0}_{-1.3}$	39.5 \rightarrow 52.0	$49.5^{+1.0}_{-1.2}$	39.8 \rightarrow 52.1
	$\sin^2 \theta_{13}$	$0.02220^{+0.00068}_{-0.00062}$	0.02034 \rightarrow 0.02430	$0.02238^{+0.00064}_{-0.00062}$	0.02053 \rightarrow 0.02434
	$\theta_{13}/^\circ$	$8.57^{+0.13}_{-0.12}$	8.20 \rightarrow 8.97	$8.60^{+0.12}_{-0.12}$	8.24 \rightarrow 8.98
	$\delta_{\text{CP}}/^\circ$	194^{+52}_{-25}	105 \rightarrow 405	287^{+27}_{-32}	192 \rightarrow 361
	$\frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} \text{ eV}^2}$	$7.42^{+0.21}_{-0.20}$	6.82 \rightarrow 8.04	$7.42^{+0.21}_{-0.20}$	6.82 \rightarrow 8.04
	$\frac{\Delta m_{3\ell}^2}{10^{-3} \text{ eV}^2}$	$+2.515^{+0.028}_{-0.028}$	+2.431 \rightarrow +2.599	$-2.498^{+0.028}_{-0.029}$	-2.584 \rightarrow -2.413
			Normal Ordering (best fit)		Inverted Ordering ($\Delta\chi^2 = 7.0$)
bfp $\pm 1\sigma$			3σ range	bfp $\pm 1\sigma$	3σ range
with SK atmospheric data	$\sin^2 \theta_{12}$	$0.304^{+0.012}_{-0.012}$	0.269 \rightarrow 0.343	$0.304^{+0.013}_{-0.012}$	0.269 \rightarrow 0.343
	$\theta_{12}/^\circ$	$33.45^{+0.77}_{-0.75}$	31.27 \rightarrow 35.87	$33.45^{+0.78}_{-0.75}$	31.27 \rightarrow 35.87
	$\sin^2 \theta_{23}$	$0.450^{+0.019}_{-0.016}$	0.408 \rightarrow 0.603	$0.570^{+0.016}_{-0.022}$	0.410 \rightarrow 0.613
	$\theta_{23}/^\circ$	$42.1^{+1.1}_{-0.9}$	39.7 \rightarrow 50.9	$49.0^{+0.9}_{-1.3}$	39.8 \rightarrow 51.6
	$\sin^2 \theta_{13}$	$0.02246^{+0.00062}_{-0.00062}$	0.02060 \rightarrow 0.02435	$0.02241^{+0.00074}_{-0.00062}$	0.02055 \rightarrow 0.02457
	$\theta_{13}/^\circ$	$8.62^{+0.12}_{-0.12}$	8.25 \rightarrow 8.98	$8.61^{+0.14}_{-0.12}$	8.24 \rightarrow 9.02
	$\delta_{\text{CP}}/^\circ$	230^{+36}_{-25}	144 \rightarrow 350	278^{+22}_{-30}	194 \rightarrow 345
	$\frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} \text{ eV}^2}$	$7.42^{+0.21}_{-0.20}$	6.82 \rightarrow 8.04	$7.42^{+0.21}_{-0.20}$	6.82 \rightarrow 8.04
	$\frac{\Delta m_{3\ell}^2}{10^{-3} \text{ eV}^2}$	$+2.510^{+0.027}_{-0.027}$	+2.430 \rightarrow +2.593	$-2.490^{+0.026}_{-0.028}$	-2.574 \rightarrow -2.410

FIGURA 1.2: Parámetros de oscilación de tres sabores del ajuste presentado en [34]. Los números de la primera y segunda columna se obtienen suponiendo NH (Normal Hierarchy, por sus siglas en inglés) y IH (Inverted Hierarchy, por sus siglas en inglés), es decir, relativos al mínimo local respectivo. Se debe tener en cuenta que $\Delta m_{3l}^2 \equiv \Delta m_{31}^2 > 0$ para NO y $\Delta m_{3l}^2 \equiv \Delta m_{32}^2 < 0$ para IO. Los resultados que se muestran en la tabla superior (inferior) son sin (con) agregar el SK-atm $\Delta\chi^2$ tabulado.

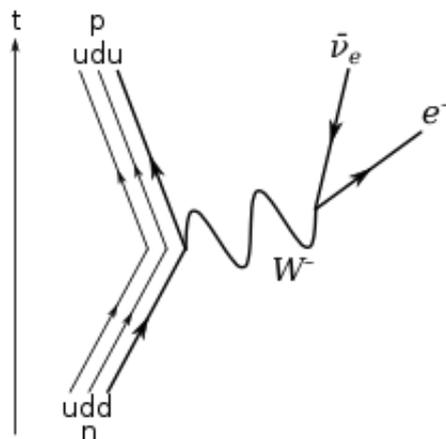


FIGURA 1.3: Diagrama de Feynman de primer orden para desintegración- β de un neutrón en un protón , un electrón y un antineutrino electrónico a través de un bosón W^- [39].

Arthur McDonald, directores de los experimentos SuperKamiokande [35] y SNO [36, 37], respectivamente, fueron premiados con el premio Nobel de física en el 2015. En la actualidad los parámetros de oscilación de neutrinos están descritos en la figura 1.2.

Los experimentos de oscilaciones de neutrinos no pueden determinar si los neutrinos son partículas de Dirac o de Majorana (en otras palabras, si los neutrinos son o no su propia antipartícula). Sin embargo, procesos que involucran desintegración doble-beta sin neutrinos podrían ser relevantes para determinar si los neutrinos son fermiones de Majorana.

1.4 Desintegración doble- β

La desintegración doble- β es un proceso el cual tiene dos posibilidades de decaimiento, y éstas se diferencian por la emisión o no de neutrinos. A continuación se mencionará cada uno de los procesos los cuales son primordiales para intentar determinar si los neutrinos son partículas de Majorana o partículas de Dirac [38].

1.4.1 Proceso en el que conserva el número leptónico ($2\nu\beta\beta$)

Este proceso se encuentra permitido por el SM [39], ya que se conserva el número leptónico. La desintegración puede ser considerada como un proceso en dos etapas, en la figura 1.3 se presenta el diagrama de Feynman de primer orden para desintegración- β , entonces

$$\left. \begin{array}{l} n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e \\ n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e \end{array} \right\} = 2n \rightarrow 2p + 2e^{-} + 2\bar{\nu}_e .$$

Veamos que se conserva el número leptónico

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e , \\ L &: 0 \rightarrow 0 - 1 + 1 . \end{aligned}$$

donde, los leptones tienen asignado un valor de -1 , los antileptones $+1$ y las partículas no leptónicas 0 . Ahora, considerando un núcleo con A nucleones, el cual está formado por Z protones entonces, la reacción para la desintegración $2\nu\beta\beta$ está dada por:

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^{-} + 2\bar{\nu}_e = 2\beta_{2\nu}^{-} . \quad (1.47)$$

Estas desintegraciones o decaimientos doble- β se han observado en varios núcleos aunque el mismo sea muy poco probable.

1.4.2 Proceso en el que no se conserva el número leptónico ($0\nu\beta\beta$)

Este proceso no se encuentra permitido por el SM, ya que no se conserva el número leptónico, por lo que es un proceso de especial interés, en este caso solo se emiten dos electrones sin neutrinos. Por lo tanto, si los neutrinos son partículas de Majorana, entonces el neutrino emitido por uno de los nucleones A es absorbido por otro neutrino de Majorana.

La colaboración Heidelberg-Moscú [40] del Max-Planck-Institut für Kernphysik alemán y el centro científico ruso Kurchatov Institute en Moscú afirmaron haber observado el proceso doble- β sin neutrinos. Hasta el momento, no existen otros experimentos que confirmen lo observado por la colaboración Heidelberg-Moscú.

La desintegración puede describirse como:

$$\left. \begin{array}{l} n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e \\ n + \nu_e \rightarrow p + e^{-} \end{array} \right\} = 2n \rightarrow 2p + 2e^{-} .$$

en la cual no se conserva el número leptónico:

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + e^{-} + e^{-} \\ L &: 0 \rightarrow 0 - 1 - 1 \neq 0 . \end{aligned}$$

En otras palabras, el proceso de desintegración $0\nu\beta\beta$ viola claramente el número leptónico electrónico en dos unidades. En este proceso, un núcleo con A nucleones y Z protones se desintegra mediante la reacción:

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e = 2\beta_{0\nu}^-, \quad (1.48)$$

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z - 2) + 2e^+ + 2\nu_e = 2\beta_{0\nu}^+. \quad (1.49)$$

En la tabla (1.4) se muestra diferentes experimentos de $0\nu\beta\beta$ que utilizan ^{76}Ge , ^{130}Te o ^{136}Xe , donde Ge corresponde a Germanio, Te a Telurio y Xe a Xenón. Una de las magnitudes más importantes que caracteriza a cada isótopo es la energía disponible en el proceso, es decir:

$$Q_{\beta\beta} = E_i - E_f - 2m_e, \quad (1.50)$$

donde, E_i corresponde a la energía inicial del núcleo, E_f a la energía final y m_e es la masa de los electrones finales. La tasa de desintegración $\Gamma_{0\nu\beta\beta}$ es proporcional a la quinta potencia de $Q_{\beta\beta}$, por lo tanto los isótopos con una energía $Q_{\beta\beta}$ grande sera seleccionada para las búsquedas de desintegración de $0\nu\beta\beta$ [41].

Experimento	Isótopos	$\tau_{1/2}(\text{year})$
CUORE [42]	^{130}Te	3.2×10^{25}
EXO-200 [43, 44]	^{136}Xe	3.5×10^{25}
nEXO [44–46]	^{136}Xe	$\sim [10^{27} - 10^{28}]$
GERDA [47–49]	^{76}Ge	1.8×10^{26}
KamLAND-Zen [50–52]	^{136}Xe	1.1×10^{26}
NEXT-100 [53, 54]	^{136}Xe	$[6.0 \times 10^{25}]$
SNO+ [20, 55, 56]	^{130}Te	$[7.0 \times 10^{25}]$
SuperNEMO [38, 57]	$^{150}\text{Nd} / ^{82}\text{Se} / ^{48}\text{Ca}$	$\sim [10^{26}]$
LEGEND [58, 59]	^{76}Ge	$\sim [10^{27} - 10^{28}]$

TABLA 1.4: Principales experimentos que buscan la desintegración doble- β sin neutrinos de $0\nu\beta\beta$. Se muestran los límites actuales y futuros de la vida media del proceso, representado entre paréntesis. Todos los valores se dan al 90% de nivel de confianza.

Una lista más completa y detallada se puede encontrar en [41, 60]

1.5 Teoría Lagrangiana

La Teoría Cuántica de Campos (QFT, por sus siglas en inglés), es el marco teórico utilizado en la descripción cuántica de campos relativistas que surgió para acoplar la mecánica cuántica con la relatividad especial en un marco consistente dentro de un formalismo lagrangiano. De hecho, los lagrangianos que describen las partículas elementales y sus interacciones puede ser construidos a partir de principios de simetría. A continuación, se hacen presentes los métodos variacionales para obtener la variación de la acción debida a transformaciones de los campos ψ_i . Con el resultado de está variación se obtiene la ecuación de Euler-Lagrange para luego pasar al Teorema de Noether.

1.5.1 Principio variacional y teoría de campos

Consideremos un conjunto de n campos reales $\psi_i(x)$, con $i = 1, 2, \dots, n$. Un campo es un conjunto de números en cada punto en el espacio-tiempo. La descripción del lagrangiano viene dada por:

$$\mathcal{L}(x) = \mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_\mu \phi_i(x)). \quad (1.51)$$

El lagrangiano no debería depender explícitamente de las coordenadas espacio-temporales. Para el estudio de las teorías del campo relativista resulta conveniente utilizar el formalismo del lagrangiano, debido a que es un escalar de Lorentz (además del hecho que estamos interesados en campos fundamentales), mientras que el hamiltoniano representa la energía de los campos y se transforma como la componente temporal de la energía-momento de cuadvectores [9, 13]. Se quiere describir éste sistema por una acción, la cual va estar escrita como una integral temporal del lagrangiano. Entonces finalmente podemos escribir la acción en la forma:

$$\mathcal{S}(\Omega) \equiv \int_{\Omega} dx^4 \mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_\mu \phi_i(x)), \quad (1.52)$$

donde, dx^4 representa el elemento de volumen espacio-temporal, Ω es una región arbitraria del espacio-tiempo (región en la cual estamos interesados). Según el principio variacional, los campos deben ser tales que la acción sea estacionaria, por lo tanto:

$$\delta_v \mathcal{S}(\Omega) = 0. \quad (1.53)$$

Para variaciones infinitesimales de los campos que se desvanecen en la hipersuperficie S que rodea la región espacio-temporal Ω . Estas variaciones son del tipo:

$$\phi_i(x) \rightarrow \phi'_i(x) = \phi_i(x) + \delta_v \phi_i(x), \quad (1.54)$$

$$\partial_\mu \phi_i(x) \rightarrow \partial_\mu \phi'_i(x) = \partial_\mu \phi_i(x) + \partial_\mu \delta_v \phi_i(x), \quad (1.55)$$

donde:

$$\delta \phi_i(x) = 0, \quad \delta \partial_\mu \phi_i(x) = 0. \quad (1.56)$$

La variación de la acción bajo la transformación en (1.55) viene dada por:

$$\delta_v \mathcal{S}(\Omega) = \int_\Omega d^4x \sum_i \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} \delta_v \phi_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \delta_v (\partial_\mu \phi_i) \right], \quad (1.57)$$

después de desarrollar y utilizar el Teorema de Gauss se obtiene:

$$\delta_v \mathcal{S}(\Omega) = \int_\Omega d^4x \sum_i \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right] \delta_v \phi_i = 0. \quad (1.58)$$

Dado que las variaciones $\delta_v \phi_i(x)$ son arbitrarias e independientes para diferentes n , los campos $\phi_i(x)$ deben satisfacer la *Ecuación de Euler-Lagrange*

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (1.59)$$

Está claro que el carácter escalar del lagrangiano es crucial para garantizar la covarianza de Lorentz de las ecuaciones de campo en la ecuación (1.59).

1.6 Helicidad y Quiralidad

Los campos de Weyl se definen con dos fermiones, ψ_L y ψ_R , donde ψ_L transforma bajo $SU(2)_L$ y ψ_R bajo $SU(2)_R$ [61]. El lagrangiano viene dado por:

$$\mathcal{L}_L = i\psi_L^\dagger \bar{\sigma}^\mu \psi_L. \quad (1.60)$$

De la ecuación de Euler-Lagrange (1.59) se obtiene la ecuación de Weyl para el fermión de Weyl izquierdo

$$(\partial_0 - \sigma^i \partial_i) \psi_L = 0. \quad (1.61)$$

Entonces la ecuación (1.61) implica la ecuación de Klein-Gordon (KG) sin masa:

$$\square\psi_L = 0, \quad (1.62)$$

donde $\square = \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$ es conocido como el operador D'Alembertiano. Para partículas masivas se tiene que la ecuación de KG esta dada por

$$(\square + m^2)\psi_L = 0. \quad (1.63)$$

Esta ecuación es invariante relativista y es usada para describir partículas relativistas cargadas o neutras sin espín, pero su densidad de probabilidad no es definida positiva y admite soluciones de energía negativa; además, no describe correctamente a los electrones, ya que estos tiene espín 1/2. Para describir partículas y antipartículas con espín 1/2, en 1929 Hermann Weyl propuso un par de ecuaciones acopladas, donde, para el caso en que se consideran partículas sin masa, las ecuaciones se desacoplan y toman la siguiente forma:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\phi = i\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla}\phi \quad i\frac{\partial}{\partial t}\chi = -i\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla}\chi, \quad (1.64)$$

donde, ϕ y χ son espinores de Weyl (2 componentes) izquierdo y derecho, respectivamente.

1.6.1 Espinores de Weyl; helicidad

En esta sección obtenemos las ecuaciones de Weyl a partir de la ecuación KG [61, 62], además se muestran algunas de las propiedades de los espinores de 2 componentes. La ecuación KG para el espinor izquierdo está dada por:

$$(-\square + m^2)\phi = 0, \quad (1.65)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right)\phi = m^2\phi. \quad (1.66)$$

Se reescribe el operador D'Alembertiano con el objetivo de obtener una ecuación diferencial de primer orden

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right)\phi = \left(i\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\alpha} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right)\left(i\frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\beta} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right)\phi, \quad (1.67)$$

donde, $\boldsymbol{\alpha}$ y $\boldsymbol{\beta}$ son vectores constantes, los cuales son independientes de las coordenadas del espacio-tiempo y el campo, que aún no están determinados. Expandiendo:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2\right) = -\frac{\partial^2}{\partial t^2} + i(\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\alpha}) \cdot \nabla \frac{\partial}{\partial t} + (\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla)(\boldsymbol{\beta} \cdot \nabla), \quad (1.68)$$

para que ambos lados sean iguales, se debe cumplir:

$$\boldsymbol{\beta} = -\boldsymbol{\sigma}, \quad (1.69)$$

y:

$$(\boldsymbol{\alpha} \cdot \nabla)(\boldsymbol{\beta} \cdot \nabla) = \nabla^2, \quad (1.70)$$

lo cual, usando la ecuación (1.69), se tiene que $\alpha_i^2 = -1$. Por conveniencia, se define $\boldsymbol{\sigma}$ a través de la expresión $\boldsymbol{\alpha} = i\boldsymbol{\sigma}$; por lo tanto $\sigma_i^2 = 1$. Ahora, reescribiendo la ecuación (1.70) y utilizando la convención de suma sobre índices repetidos y la definición de $\boldsymbol{\sigma}$, se obtiene lo siguiente:

$$\nabla^2 = \partial^i \partial_i = \alpha^i \beta^j \partial_i \partial_j = \frac{1}{2}(\alpha^i \beta^j + \alpha^j \beta^i) \partial_i \partial_j, \quad (1.71)$$

$$= -\frac{1}{2}(\alpha^i \alpha^j + \alpha^j \alpha^i) \partial_i \partial_j, \quad (1.72)$$

$$= \frac{1}{2}(\sigma^i \sigma^j + \sigma^j \sigma^i) \partial_i \partial_j, \quad (1.73)$$

donde, las componentes de $\boldsymbol{\sigma}$ deben satisfacer:

$$\sigma^i \sigma^j + \sigma^j \sigma^i = \sigma_i \sigma_j + \sigma_j \sigma_i \equiv \{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}. \quad (1.74)$$

El conjunto que cumple con a relación anterior (ecuación 1.74) son las matrices de Pauli:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.75)$$

Ahora, sabemos que $\boldsymbol{\sigma}$ es un vector de matrices, además para que la ecuación de KG sea congruente se hace necesario escribirla de la siguiente manera:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla\right) \left(i \frac{\partial}{\partial t} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla\right) \phi = m^2 \phi, \quad (1.76)$$

Sin pérdida de generalidad, la ecuación de Dirac puede ser escrita como:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - i\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla\right) \phi = m\chi, \quad (1.77)$$

que convierte (1.76) en:

$$\left(i\frac{\partial}{\partial t} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla}\right)\chi = m\phi, \quad (1.78)$$

reordenando se obtiene:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\phi = i\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla}\phi + m\chi, \quad (1.79)$$

y:

$$i\frac{\partial}{\partial t}\chi = i\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nabla}\chi + m\phi. \quad (1.80)$$

Las ecuaciones (1.79) y (1.80) son conocidas como las ecuaciones de Weyl acopladas, donde, cada una de las matrices σ_i es una matriz 2×2 que actúa sobre ϕ y χ , por lo que deben ser objetos de dos componentes, los cuales son conocidos como espinores de Weyl izquierdo y derecho, respectivamente. Los espinores de Weyl representan partículas y antipartículas de espín $1/2$. Cuando se tienen partículas de masa cero (como los neutrinos en el SM) las ecuaciones de Weyl se desacoplan, lo cual es particularmente interesante; usando la sustitución canónica $E \leftrightarrow i\frac{\partial}{\partial t}$ y $\mathbf{p} \leftrightarrow -i\boldsymbol{\nabla}$ las ecuaciones de Weyl se convierten en:

$$E\phi = -\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}\phi, \quad E\chi = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}\chi. \quad (1.81)$$

A partir de la relación de energía relativista para partículas sin masa, $E^2 = m^2 + \mathbf{p}^2 \rightarrow E = |\mathbf{p}|$, por lo que las ecuaciones de Weyl están dadas por:

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}\phi = -\phi, \quad \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}\chi = \chi, \quad (1.82)$$

donde, $\hat{\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$ es el vector unitario en dirección del momento \mathbf{p} .

De la mecánica cuántica se tiene que las matrices de Pauli σ_i representan los operadores de espín $1/2$, entonces $\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}$ es el operador que nos da la componente del espín en la dirección del momento lineal, esta cantidad es conocida como helicidad, formalmente, la helicidad es una proyección del espín sobre la dirección del movimiento de la partícula, $\hat{\mathbf{h}} \equiv \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{p}}$. Por lo tanto, las ecuaciones (1.82) implican que los espinores de Weyl ϕ y χ son autoestados de helicidad, con valores propios -1 y $+1$. Una convención es definir una partícula derecha como aquella cuya helicidad es positiva y toma un valor de $+1/2$, mientras que para una partícula izquierda como una cuya helicidad es negativa y toma un valor de $-1/2$. Las ecuaciones de Weyl puede ser escrita en términos de la helicidad como:

$$\hat{\mathbf{h}}\phi = -\phi, \quad \hat{\mathbf{h}}\chi = \chi. \quad (1.83)$$

Una notación muy utilizada (ver [62]) es denotar con superíndices punteados ($\dot{1}, \dot{2}$) para etiquetar las componentes del espinor derecho χ^\dagger y subíndices sin puntos para las componentes del espinor izquierdo ϕ , es decir que la representación de los espinores de Weyl mediante vectores columna viene dada por:

$$\phi_a = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.84)$$

$$\chi^{\dagger\dot{a}} = \begin{pmatrix} \chi^{\dagger\dot{1}} \\ \chi^{\dagger\dot{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.85)$$

donde, $\phi_1, \phi_2, \chi^{\dot{1}}$ y $\chi^{\dot{2}}$ son números complejos. El símbolo Levi-Civita de dos índices se utiliza para subir o bajar los índices de espinor, es decir que los espinores pueden ser escritos como:

$$\phi^a \equiv \epsilon^{ab} \phi_b, \chi_{\dot{a}}^\dagger \equiv \epsilon_{\dot{a}\dot{b}} \chi^{\dagger\dot{b}}, \quad (1.86)$$

donde, $\epsilon^{i\dot{2}} = \epsilon^{12} = \epsilon_{21} = \epsilon_{\dot{2}\dot{1}} \equiv +1$. Note que, usando la antisimetría del tensor Levi-Civita:

$$\phi^a \psi_a = \phi^a \epsilon_{ab} \psi^b = -\epsilon_{ba} \phi^a \psi^b = -\phi_a \psi^a, \quad (1.87)$$

por lo que,

$$\phi_a \psi^a = \psi^a \phi_a. \quad (1.88)$$

Además, los espinores ϕ^a y $\chi_{\dot{a}}$ pueden representarse con vectores fila:

$$\phi^a = (\phi^1, \phi^2), \quad \chi_{\dot{a}} = (\chi_{\dot{1}}, \chi_{\dot{2}}). \quad (1.89)$$

Las componentes de los espinores de Weyl, ϕ^a y $\chi_{\dot{a}}$ no son independientes entre sí, como se demostrará. Note que la definición de los espinores en términos del tensor Levi-Civita (1.86) implica que:

$$\phi^1 = \phi_2, \quad \phi^2 = -\phi_1. \quad (1.90)$$

Expandiendo las ecuaciones de Weyl para los espinores izquierdos se obtiene que:

$$\begin{pmatrix} E\phi_1 \\ E\phi_2 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} p_3 & p_1 - ip_2 \\ p_1 + ip_2 & -p_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.91)$$

tomando el complejo conjugado y utilizando la ecuación (1.90) se obtiene:

$$E\phi^{2*} = -p_3\phi^{2*} + (p_1 + ip_2)\phi^{1*}, \quad E\phi^{1*} = (p_1 - ip_2)\phi^{2*} + p_3\phi^{1*}. \quad (1.92)$$

Para el lado derecho de la ecuación se cumple que:

$$E\chi^{\dot{1}} = p_3\chi^{\dot{1}} + (p_1 - ip_2)\chi^{\dot{2}}, \quad E\chi^{\dot{2}} = (p_1 + ip_2)\chi^{\dot{1}} - p_3\chi^{\dot{2}}. \quad (1.93)$$

Comparando las ecuaciones (1.92) y (1.93) se concluye que:

$$\chi^{\dot{a}} = \phi^{a*}, \quad \chi_{\dot{a}} = \phi_a^*. \quad (1.94)$$

1.6.2 Quiralidad

Ahora, es conveniente definir las matrices γ^μ [63] que son matrices de 4×4 definidas como:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.95)$$

donde, σ_i son las tres matrices de Pauli. La matriz γ_5 es dada por:

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3. \quad (1.96)$$

Las matrices γ^μ cumplen las relaciones de anticonmutación:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2\eta^{\mu\nu}, \quad (1.97)$$

donde, $\eta^{\mu\nu}$ es la métrica. Además, se puede demostrar que γ_5 anticonmuta con las matrices γ , por lo que:

$$\{\gamma^5, \gamma_\mu\} = 0. \quad (1.98)$$

Ahora, partiendo de la ecuación de Dirac, la cual es la ecuación de onda relativista para partículas con espín 1/2:

$$\left(i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - m \right) \psi = 0, \quad (1.99)$$

donde ψ representan espinores de Dirac de 4 componentes. Expandiendo la ecuación de Dirac y multiplicando a la izquierda por γ_0 , entonces:

$$\left(i\gamma_0^2 \frac{\partial}{\partial t} - i\gamma_0 \gamma_i \frac{\partial}{\partial x_i} - m\gamma_0 \right) \psi = 0, \quad (1.100)$$

$$\left(i\gamma_0^2 \frac{\partial}{\partial t} - i\gamma_0 \gamma_0 \gamma_5 \sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i} - m\gamma_0 \right) \psi = 0, \quad (1.101)$$

con, $\gamma_i = \gamma_0 \gamma_5 \sigma_i$. Por otro lado, se multiplica por γ_5 a la derecha

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} \gamma_5 - i \sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i} - m\gamma_0 \gamma_5 \right) = 0, \quad (1.102)$$

donde, se ha tenido en cuenta que $\gamma_5 \sigma_i = \sigma_i \gamma_5$. Operando las ecuaciones (1.102) y (1.101) se obtiene el siguiente sistema acoplado de ecuaciones:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} (1 + \gamma_5) - i \sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i} (1 + \gamma_5) - m\gamma_0 (1 - \gamma_5) \right) \psi = 0, \quad (1.103)$$

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} (1 - \gamma_5) - i \sigma_i \frac{\partial}{\partial x_i} (1 - \gamma_5) - m\gamma_0 (1 + \gamma_5) \right) \psi = 0. \quad (1.104)$$

Ahora, se define el operador de proyección de la siguiente manera

$$P_{R,L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5), \quad (1.105)$$

donde, se reescriben los espinores en términos del operador de proyección

$$\psi = (P_R + P_L)\psi = P_R\psi + P_L\psi = \psi_R + \psi_L, \quad (1.106)$$

siendo, ψ_R , ψ_L los espinores de Weyl derechos e izquierdos, respectivamente.

1.6.2.1 Violación de Paridad

En el SM, las interacciones violan paridad [61, 63]. Por esta razón es necesario que los estados de helicidad izquierdos sean diferentes a los derechos. Teniendo en cuenta que los espinores pueden expresarse en términos del operador proyección:

$$P_R\psi = \psi_R, P_L\psi = \psi_L, \quad (1.107)$$

donde, los operadores de proyección deben cumplir las siguientes propiedades:

$$(P_L)^2 = P_L, \quad (P_R)^2 = P_R, \quad P_R P_L = P_L P_R = 0, \quad (1.108)$$

$$P_R + P_L = 1, \quad P_R - P_L \gamma^\mu = \gamma^\mu P_{R,L}. \quad (1.109)$$

Una transformación de paridad está definida por

$$\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}, \quad t \rightarrow t, \quad \psi_L \leftrightarrow \psi_R. \quad (1.110)$$

Por lo tanto, la conservación de la paridad significa que dos sistemas físicos deben comportarse de la misma manera, es decir que en la naturaleza no debería ser diferente para rotaciones dextrógiras y rotaciones levógira. No obstante, la paridad se conserva en electromagnetismo, interacción fuerte y gravitación, pero no en la interacción débil, por lo tanto se dice que la interacción débil viola paridad, lo cual implica que solo las componentes levógiras de las partículas y las componentes dextrógiras de las antipartículas forman parte en la interacción débil en el modelo estándar.

En 1956 los físicos teóricos Tsung-Dao Lee y Chen Ning Yang mostraron que la paridad no se conservaba para interacciones débiles [64], y en 1957 C.S Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, y R. P. Hudson [65] realizaron un experimento que consistía en la desintegración beta del Cobalto-60 que claramente violaba la conservación de la paridad. Por esta razón, solo neutrinos izquierdos o antineutrinos derechos surgen de los decaimientos. Debido a esto, en el SM no se incluyen neutrinos derechos. Esta fue una de las razones por las cuales se creía que los neutrinos eran partículas sin masa aunque debido a la observación de las oscilaciones de neutrinos, se sabe que los neutrinos poseen masa. En consecuencia es necesario determinar el esquema por el cual los neutrinos obtienen un valor de masa. A continuación se muestran los esquemas para las masas de los neutrinos.

1.7 Esquemas de masa

El SM de física de partículas es una QFT relativista que describe la estructura fundamental de la materia y tres de las cuatro fuerzas fundamentales: la fuerza fuerte, débil y electromagnética (se excluye la gravedad, ya que la relatividad general no se acopla con los modelos cuánticos). Logrando así explicar procesos a bajas energías que implican interacciones de corrientes neutras y corrientes cargadas con neutrinos. Sin embargo, en el SM los neutrinos son fermiones no masivos, es decir que ($m_\nu = 0$), pero la evidencia experimental de la oscilación de neutrinos exhibe que los neutrinos poseen masa. Por lo tanto, está es la primera motivación para extender el modelo y dotar así de masa a estos fermiones. En esta sección se tratarán los esquemas para la masa de los neutrinos y sus implicaciones.

A diferencia de los quarks y los leptones cargados, los neutrinos pueden ser su propia antipartícula; se conoce como neutrinos tipo Majorana, lo cual se debe a que la carga de estas partículas en el SM es cero. Es decir que, se podría tener la posibilidad de que los neutrinos y antineutrinos se mezclen. Además, podemos neutrinos de Dirac, cada uno de los cuales posee cuatro componentes independientes, dos para los estados de partícula ν_L y dos para ν_R . Tenemos de los estados de partícula y antipartícula para los fermiones de Dirac [61, 63, 66].

$$\psi_L = P_L \psi, \quad \psi_R = P_R \psi, \quad (\psi_L)^C = P_R \psi^C, \quad (\psi_R)^C = P_L \psi^C, \quad (1.111)$$

donde:

$$\psi_R = \frac{1 + \gamma^5}{2} \psi, \quad (1.112)$$

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \psi, \quad (1.113)$$

$\psi^C = C \bar{\psi}^C = i\gamma^2 \psi^*$ es el espinor conjugado que transforma bajo conjugación de carga, con $C = i\gamma^2 \gamma^0$ y que cumple las siguientes propiedades:

1. $C^T = -C$,
2. $C^\dagger C = 1$,
3. $C \gamma_\mu^T C^{-1} = -\gamma_\mu$,
4. $C^{-1} \gamma_5 C = \gamma_5^T$,
5. $(\psi_L^C)^C = (\psi_L)$ o $(\psi_R^C)^C = (\psi_R)$.

Un fermión de Majorana solo tiene dos grados de libertad, ya que $\psi^C \equiv \eta^* \psi$:

$$\psi_L = \eta \psi_R^C, \quad \psi_R = \eta \psi_L^C, \quad (1.114)$$

donde η es una fase y es proporcional a la CP -paridad, $\eta = -i\eta_{CP}$ con $|\eta|^2 = 1$.

Como los neutrinos son fermiones con carga eléctrica cero, pueden presentar dos esquemas para obtener masa, es decir los neutrinos pueden ser fermiones de Dirac o de Majorana [67].

1.7.1 Términos De Masa De Dirac

El siguiente desarrollo es basado en los siguientes referencias [66, 68–70]. Considerando los vectores columna para los neutrinos izquierdos (ν_L) y para los neutrinos derechos

(ν_R), en términos de los sabores leptónicos $l = e, \mu, \tau$:

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \nu_R = \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}, \quad (1.115)$$

teniendo en cuenta solo campos ν_L y ν_R en el término de masa se tiene que:

$$\mathcal{L}^D = -\overline{\nu_R} M^D \nu_L + \text{h.c.}, \quad (1.116)$$

donde, \mathcal{L}^D es la densidad lagrangiana de Dirac para los neutrinos, M^D es una matriz de masa que en general es compleja y h.c es el hermitico conjugado. La densidad lagrangiana en (1.191) es invariante bajo la transformación:

$$\nu_L \rightarrow e^{i\theta} \nu_L, \quad \nu_R \rightarrow e^{i\theta} \nu_R. \quad (1.117)$$

Si los neutrinos son partículas de Dirac, entonces pasamos a los estados de masa mediante la diagonalización de la matriz M^D a través de la siguiente transformación biunitaria:

$$M_{diag}^D = U^\dagger M^D V, \quad (1.118)$$

donde, U y V son matrices unitarias y M_{diag}^D es una matriz diagonal, definida como $M_{diag}^D = m_i^D j = m_i^D \delta_{ij}$, con $m_i^D \geq 0$; tal que

$$\begin{pmatrix} \nu'_{L1} \\ \nu'_{L2} \\ \nu'_{L3} \end{pmatrix} = V^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu'_{R1} \\ \nu'_{R2} \\ \nu'_{R3} \end{pmatrix} = U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}, \quad (1.119)$$

de manera que:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^D &= -\overline{\nu}'_R M^D \nu'_L = \begin{pmatrix} \nu'_{eR} & \nu'_{\mu R} & \nu'_{\tau R} \end{pmatrix} U U^\dagger M^D V V^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \\
 &= - \begin{pmatrix} \nu'_{R1} & \nu'_{R3} & \nu'_{R3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{L1} \\ \nu_{L2} \\ \nu_{L3} \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \\
 &= - \sum_i m_i \left(\nu'_{Ri} \nu_{Li} + \nu'_{Li} \nu_{Ri} \right). \tag{1.120}
 \end{aligned}$$

Pasando a notación de Dirac:

$$\nu_i = \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ \nu_{Ri} \end{pmatrix}, \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tag{1.121}$$

tenemos que:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}^D &= - \sum_i^3 m_i^D \nu_i^\dagger \gamma^0 \nu_i, \\
 &= - m_1^D \bar{\nu}_1 \nu_1 + m_2^D \bar{\nu}_2 \nu_2 + m_3^D \bar{\nu}_3 \nu_3, \tag{1.122}
 \end{aligned}$$

$$= - \sum_i^3 m_i^D \bar{\nu}_i \nu_i. \tag{1.123}$$

ν_i corresponden a los autoestados de masa de los neutrinos con masas m_i^D para neutrinos de Dirac.

De la unitariedad de la matriz U y V , se puede obtener que

$$\nu_{\alpha L'} = \sum_{n=e}^{\tau} V_{\alpha n}^\dagger \nu_{nL}, \tag{1.124}$$

$$\nu_{\alpha R'} = \sum_{n=e}^{\tau} U_{\alpha n}^\dagger \nu_{nR}, \tag{1.125}$$

con:

$$m_\alpha^D = \sum_{n,m}^3 V_{\alpha n}^\dagger M_{nm}^D U_{m\alpha}, \tag{1.126}$$

donde, la matriz U se conoce como matriz de mezcla. Por lo tanto, si se cumplen las relaciones presentadas en las ecuaciones (1.124) y (1.125) los neutrinos con sabor leptónico n , son combinación de los autoestados de masas de los neutrinos izquierdos. Además, considerando que la densidad lagrangiana es invariante bajo la transformación gauge global (ver ecuación (1.189)), entonces el lagrangiano de masa (1.116) transforma como:

$$\mathcal{L}^D = -\overline{\nu_R} M^D \nu_L + \text{h.c.} \rightarrow^{U(1)_L} \mathcal{L}'^D = -\overline{\nu_R} e^{-i\theta} M^D e^{i\theta} \nu_L + \text{h.c.}, \quad (1.127)$$

$$= -\overline{\nu_R} M^D \nu_L + \text{h.c.}, \quad (1.128)$$

$$= \mathcal{L}^D, \quad (1.129)$$

lo cual implica que el lagrangiano se conserva para transformaciones del número leptónico ($U(1)_L$), donde la carga total leptónica es definida como:

$$L = \sum_{n=e,\mu,\tau} L_n. \quad (1.130)$$

1.7.2 Términos de masa de Majorana

Un fermión de Majorana es invariante bajo conjugación de carga, es decir $\psi = \lambda \psi^c$, siendo λ un factor de fase

$$\lambda = e^{i\beta} \rightarrow \psi = e^{i\beta} \psi^c. \quad (1.131)$$

Entonces, el término de masa tipo Majorana esta dado por

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} M^M \overline{\psi} \psi^c + \text{h.c.}, \quad (1.132)$$

donde, \mathcal{L}^M es la densidad lagrangiana de Majorana para los neutrinos, M^M es una matriz simétrica y compleja en general, es decir, $M_{mn} = M_{nm}$. De tal manera que podemos escribir el campo de Majorana como (nótese que la densidad lagrangiana no conserva el número leptónico.)

$$\psi = \psi_L + \psi_L^c. \quad (1.133)$$

Si los neutrinos son partículas de Majorana, entonces la matriz M^M simétrica puede ser diagonalizable mediante la siguiente transformación unitaria:

$$M_{\text{diag}}^M = m^M = U^T M^M U, \quad M^M = (U^\dagger)^T m^M U^\dagger, \quad (1.134)$$

donde, $UU^\dagger = U^\dagger U = 1$, m^M es una matriz diagonal, en términos de componentes:

$$m_\alpha^M = \sum_{n,m}^3 U_{\alpha n}^T M_{nm}^M U_{m\alpha}. \quad (1.135)$$

Luego, el lagrangiano de masa para neutrinos de Majorana puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \overline{\nu_L} M^M (\nu_L)^c + \text{h.c.}, \quad (1.136)$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{n,m} \sum_{\alpha} (\overline{\nu_{Ln}} U_{n\alpha} m_\alpha U_{m\alpha}^* (\nu_{Lm})^c) + \text{h.c.}, \quad (1.137)$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{n,m,\alpha} \overline{U_{n\alpha}^T \nu_{Ln} m_\alpha} (U_{m\alpha}^T \nu_{Lm})^c + \text{h.c.}, \quad (1.138)$$

donde, se presentan los estados de masa de la siguiente forma:

$$N_{\alpha L} = \sum_n U_{\alpha n}^T \nu_{nL}, \quad (1.139)$$

de manera que:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \overline{N_{\alpha L}} m_\alpha (N_{\alpha L})^c + \text{h.c.} \quad (1.140)$$

Bajo una transformación gauge abeliana global $U(1)_L$, el lagrangiano de masa transforma como:

$$\mathcal{L}^M = -\frac{1}{2} \overline{\nu_L} M^M (\nu_L)^c + \text{h.c.} \xrightarrow{U(1)_L} \mathcal{L}'^M = -\frac{1}{2} \overline{\nu_L} e^{-i\theta} M^M e^{-i\theta} (\nu_L)^c + \text{h.c.} \quad (1.141)$$

$$= -\frac{1}{2} \overline{\nu_L} M^M (\nu_L)^c e^{-2i\theta} + \text{h.c.} \neq \mathcal{L}^M \dots \quad (1.142)$$

Se puede notar que la carga total del número leptónico para los neutrinos de Majorana no se conserva, lo cual que induce procesos como el decaimiento doble beta $(\beta\beta)_{0\nu}$ sin neutrinos en el estado final.

El lagrangiano de masa que considera una combinación de términos izquierdos y derechos (ν_L, ν_R) :

$$\mathcal{L}^{M+D} = -\frac{1}{2} \overline{(n_L)^c} M^{M+D} n_L + \text{h.c.}, \quad (1.143)$$

donde, M es una matriz compleja 6×6 y n_L esta definida como:

$$n_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix}, \quad (1.144)$$

con:

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad (\nu_R)^c = \begin{pmatrix} (\nu_{eR})^c \\ (\nu_{\mu R})^c \\ (\nu_{\tau R})^c \end{pmatrix}, \quad (1.145)$$

donde, la matriz de masa M es una matriz simétrica que por definición puede ser diagonalizada de manera perturbativa.

1.8 Simetrías y Teorema de Noether

Asociado con cada simetría continua de un sistema hay una cantidad conservada. Por lo tanto, si conocemos algunas cantidades conservadas de un sistema, podemos trabajar hacia atrás para encontrar las simetrías del sistema y, a partir de ahí, encontrar el Lagrangiano que se considera invariante bajo todas las simetrías. El resultado que relaciona las simetrías con las cantidades conservadas se conoce como teorema de Noether. A partir de las siguientes referencias se desarrolla esta sección [61, 63, 71].

1.8.1 Simetrías Internas

Si se consideran simetrías internas, donde la acción es invariante bajo variaciones ($\delta\mathcal{S}(\Omega) = 0$):

$$\delta\mathcal{S}(\Omega) = \mathcal{S}'(\Omega) - \mathcal{S}(\Omega) = \int_{\Omega} d^4x \mathcal{L}(\phi'_i(x), \partial_{\mu}\phi'_i(x)) - \int_{\Omega} d^4x \mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_{\mu}\phi_i(x)), \quad (1.146)$$

$$= \int_{\Omega} d^4x \left[\mathcal{L}(\phi'_i(x), \partial_{\mu}\phi'_i(x)) - \mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_{\mu}\phi_i(x)) \right], \quad (1.147)$$

$$= \int_{\Omega} d^4x \left[\mathcal{L}(\phi_i(x) + \delta\phi_i(x), \partial_{\mu}\phi_i(x) + \partial_{\mu}\delta\phi_i(x)) - \mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_{\mu}\phi_i(x)) \right] \quad (1.148)$$

$$\approx \int_{\Omega} d^4x \left[\cancel{\mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_{\mu}\phi_i(x))} + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_i} \delta\phi_i + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi_i)} \partial_{\mu}(\delta\phi_i) - \cancel{\mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_{\mu}\phi_i(x))} \right], \quad (1.149)$$

$$= \int_{\Omega} d^4x \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_i} \delta\phi_i + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi_i)} \partial_{\mu}(\delta\phi_i) \right], \quad (1.150)$$

donde se ha considerado la expansión en Taylor (1.151) para la densidad Lagrangiana despreciando términos cuadráticos, es decir:

$$\mathcal{L}(\phi'_i(x), \partial_{\mu}\phi'_i(x)) = \mathcal{L}(\phi'_i, \partial_{\mu}\phi'_i) = \mathcal{L}(\phi_i, \partial_{\mu}\phi_i) + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_i} \delta\phi_i + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi_i)} \partial_{\mu}(\delta\phi_i) + \dots \quad (1.151)$$

Reescribiendo el segundo término de (1.150) a partir de la regla de la derivada de un producto (regla de Leibniz) y despejando dicho término se obtiene que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \partial_\mu \delta \phi_i = \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta \phi_i \right) - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \right) \delta \phi_i, \quad (1.152)$$

reemplazando lo anterior y teniendo en cuenta la *ecuación de Euler-Lagrange* obtenida en (1.59):

$$\delta \mathcal{S}(\Omega) = \int_\Omega d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} \delta \phi_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \partial_\mu (\delta \phi_i) \right], \quad (1.153)$$

$$= \int_\Omega d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} \delta \phi_i + \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta \phi_i \right) - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \right) \delta \phi_i \right], \quad (1.154)$$

$$= \int_\Omega d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \right) \right] \delta \phi_i + \int_\Omega d^4x \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta \phi_i \right), \quad (1.155)$$

$$= \int_\Omega d^4x \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta \phi_i \right). \quad (1.156)$$

Para que se cumpla que $\delta \mathcal{S}(\Omega) = 0$ se tienen dos posibilidades, la primera es asumir que $\delta \phi_i$ se anula en la hipersuperficie Ω (solución trivial) y la segunda asumir que

$$\int_\Omega d^4x \partial_\mu J^\mu = 0, \quad (1.157)$$

donde:

$$J^\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta \phi_i. \quad (1.158)$$

Por lo tanto, J^μ satisface la ecuación de continuidad o ley de conservación de la carga:

$$\partial_\mu J^\mu = 0, \quad (1.159)$$

donde, $\mu = 0, 1, 2, 3$, es decir que lo anterior se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{\partial J^0}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0. \quad (1.160)$$

Integrando respecto al volumen y haciendo uso del teorema de Gauss-Ostrogradski, el cual enuncia que la integral de superficie de un campo vectorial sobre una superficie cerrada es igual a la integral de volumen de la divergencia sobre la región dentro de la

superficie,

$$\int_V d^3x \frac{\partial J^0}{\partial t} + \int_V d^3x \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0, \quad (1.161)$$

$$\int_V d^3x \frac{\partial J^0}{\partial t} + \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = 0. \quad (1.162)$$

Se ha considerado que si la superficie es lo suficientemente grande para abarcar toda la fuente de densidad y de corriente entonces el segundo término se hace cero, por lo tanto

$$\frac{d}{dt} \int_V d^3x J^0 = \frac{d}{dt} \int_V d^3x \rho = 0. \quad (1.163)$$

Se define la carga como:

$$Q = \int_V d^3x \rho = \int_V d^3x J^0, \quad (1.164)$$

por consiguiente,

$$\frac{d}{dt} Q = 0. \quad (1.165)$$

Este resultado se conoce como el *Teorema de Noether* el cual establece que por cada transformación continua o simetría continua debe existir una cantidad conservada, en este caso se tiene una carga conservada.

1.8.1.1 Simetrías Espacio-Temporales (Simetrías Externas)

Considerando un campo escalar real ϕ , definido en cuatro dimensiones (espacio-tiempo) con coordenadas x^μ , donde el índice $\mu = 0$ está relacionado a la dimensión temporal y $\mu = 1, 2, 3$ representa las tres dimensiones espaciales. Considerando una transformación o traslación espacio-temporal infinitesimal de la siguiente forma

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = x^\mu - \delta x^\mu. \quad (1.166)$$

Esta transformación puede ser descrita aleatoriamente como una transformación de la configuración de campos, considerando una transformación infinitesimal para el campo

se tiene:

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x') = \phi'(x - \delta x), \quad (1.167)$$

$$\approx \phi'(x) - \frac{\partial \phi'(x)}{\partial x^\mu} \delta x^\mu + \dots, \quad (1.168)$$

$$= (\phi(x) + \delta \phi(x)) - \frac{\partial(\phi(x) + \delta \phi(x))}{\partial x^\mu} \delta x^\mu, \quad (1.169)$$

$$= \phi(x) + \delta \phi(x) - \frac{\partial \phi(x)}{\partial x^\mu} \delta x^\mu - \frac{\partial \delta \phi(x)}{\partial x^\mu} \delta x^\mu, \quad (1.170)$$

$$\approx \phi(x) + \delta \phi(x) - \frac{\partial \phi(x)}{\partial x^\mu} \delta x^\mu, \quad (1.171)$$

donde, se han despreciado términos cuadráticos. Por definición, para una traslación se tiene que:

$$\Delta \phi(x) \equiv 0 = \phi'(x') - \phi(x) = \cancel{\phi(x)} + \delta \phi(x) - \frac{\partial \phi(x)}{\partial x^\mu} \delta x^\mu - \cancel{\phi(x)}. \quad (1.172)$$

Por lo tanto:

$$\delta \phi(x) = \frac{\partial \phi(x)}{\partial x^\mu} \delta x^\mu = \partial_\mu \phi(x) \delta x^\mu. \quad (1.173)$$

Luego, la transformación del campo ϕ , (1.55) debido a la traslación espacio-temporal esta dada por

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x) + \delta \phi(x) = \phi(x) + \partial_\mu \phi(x) \delta x^\mu. \quad (1.174)$$

Por lo tanto, si la acción es invariante bajo variaciones se obtiene que

$$\delta \mathcal{S}(\Omega) = \mathcal{S}'(\Omega) - \mathcal{S}(\Omega) = \int_\Omega dx^4 \mathcal{L}(\phi'(x), \partial_\mu \phi'(x), x'^\mu) - \int_\Omega dx^4 \mathcal{L}(\phi_i(x), \partial_\mu \phi_i(x), x^\mu), \quad (1.175)$$

$$= \int_\Omega dx^4 \mathcal{L}(\phi + \delta \phi, \partial_\mu(\phi + \delta \phi), x^\mu + \delta x^\mu) - \int_\Omega dx^4 \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi, x^\mu), \quad (1.176)$$

$$= \int_\Omega dx^4 \mathcal{L}(\phi + \delta \phi, \partial_\mu \phi + \partial_\mu(\delta \phi), x^\mu + \delta x^\mu) - \int_\Omega dx^4 \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi, x^\mu), \quad (1.177)$$

$$\approx \int_\Omega dx^4 \left[\mathcal{L} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial(\delta \phi) + (\partial_\mu \mathcal{L}) \delta x^\mu \right] - \int_\Omega dx^4 \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi, x^\mu), \quad (1.178)$$

$$= \int_\Omega \cancel{dx^4 \mathcal{L}} + \int_\Omega dx^4 \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial(\delta \phi) + (\partial_\mu \mathcal{L}) \delta x^\mu \right] - \int_\Omega \cancel{dx^4 \mathcal{L}}, \quad (1.179)$$

$$= \int_\Omega dx^4 \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} \delta \phi + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial(\delta \phi) + (\partial_\mu \mathcal{L}) \delta x^\mu \right]. \quad (1.180)$$

Asumiendo que el campo satisface la ecuación de Euler-Lagrange (1.59) y haciendo uso de (1.173) se obtiene:

$$\delta\mathcal{S}(\Omega) = \int_{\Omega} dx^4 \left\{ \partial_{\mu} \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi)} \right] \delta\phi + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi)} \partial(\delta\phi) + (\partial_{\mu}\mathcal{L})\delta x^{\mu} \right\}, \quad (1.181)$$

$$= \int_{\Omega} dx^4 \left\{ \partial_{\mu} \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi)} \delta\phi \right] + (\partial_{\mu}\mathcal{L})\delta x^{\mu} \right\}, \quad (1.182)$$

$$= \int_{\Omega} dx^4 \partial_{\mu} \left[-\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi)} \partial_{\nu}\phi + \delta_{\nu}^{\mu}\mathcal{L} \right] \delta x^{\nu}, \quad (1.183)$$

$$= - \int_{\Omega} dx^4 \partial_{\mu}\theta_{\nu}^{\mu}\delta x^{\nu} = 0, \quad (1.184)$$

podemos concluir directamente que:

$$\partial_{\mu}\theta_{\nu}^{\mu} = 0, \quad (1.185)$$

donde se define el tensor momento-energía, el cual surge al considerar la homogeneidad del espacio-tiempo:

$$\theta_{\nu}^{\mu} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_{\mu}\phi)} \partial_{\nu}\phi - \delta_{\nu}^{\mu}\mathcal{L}. \quad (1.186)$$

El teorema de Noether establece que la invarianza de la acción bajo transformaciones espacio-temporales conlleva a la conservación de energía y momento. A partir de la ecuación (1.185) se pueden obtener cuatricorrientes conservadas, la carga conservada asociada con las translaciones temporales es el hamiltoniano (corresponde a la energía):

$$H = \int_V dx^3 \theta_0^0 = \int_V dx^3 \mathcal{H}. \quad (1.187)$$

La carga conservada asociada con las translaciones espaciales es el momento lineal:

$$P^i = \int_V dx^3 \theta^{0i}. \quad (1.188)$$

1.8.2 Simetrías globales

Según el teorema de Noether, la conservación de la carga es una consecuencia de la invarianza del lagrangiano $\delta\mathcal{L} = 0$ bajo las transformaciones de fase de los campos complejos, dichas transformaciones reciben el nombre de *transformaciones globales*,

$$\psi_i(x) \rightarrow e^{i\theta} \psi_i(x), \quad (1.189)$$

donde, θ es un parámetro arbitrario, Las cargas conservadas más conocidas son la carga eléctrica y los números bariónicos y leptónicos.

La transformación global (donde, *global* nos indica que el parámetro θ no depende del espacio-tiempo) en la ecuación (1.189) implica una variación común de las fases de todos los n campos $\psi_i(x)$. Tal transformación pertenece al grupo abeliano $U(1)$ de transformaciones de fase continua.

1.8.2.1 Simetrías globales del SM

El SM contiene varias simetrías globales. Una de ellas, es la simetría del número bariónico, la cual está definida de la siguiente manera:

$$q \rightarrow e^{-i\mathcal{B}\theta} q, \quad (1.190)$$

donde, q son todos los campos quark y \mathcal{B} es el *número bariónico* de los quark, generalmente se toma como $\mathcal{B} = \frac{1}{3}$. Para los antiquarks se tiene el siguiente valor, $\mathcal{B} = -\frac{1}{3}$. Se asume que todas las otras partículas tienen un número bariónico igual a cero.

En el sector leptónico también posee simetrías globales. Por ejemplo, considere

$$l \rightarrow e^{-i\mathcal{L}\theta} l, \quad (1.191)$$

donde, l es cualquier leptón cargado negativamente o su correspondiente neutrino y \mathcal{L} se conoce como el *número leptónico*, además se toma como -1 para los leptones y $+1$ para las antipartículas. Se asume que todas las otras partículas tienen un número leptónico igual a cero.

Estas simetrías tienen un carácter muy diferente que las simetrías gauge que son simetrías impuestas en el modelo y locales. En cambio, las simetrías globales se encontraron al desarrollar el SM con las simetrías gauge y con el contenido específico de fermiones de manera inesperada. Por esta razón las simetrías anteriormente mencionadas reciben el nombre de *simetrías accidentales* [4].

1.8.3 El sector escalar

En el SM se presenta un EWSB. por lo que se debe implementar un sector escalar adecuado que permita el mismo. Además, en las extensiones mas allá del SM, se puede extender el sector escalar de modo que se genere masas a las partículas extras asociadas a nueva física mediante un rompimiento espontáneo de un grupo extra de simetría abeliana.

1.8.4 Ruptura espontánea de la simetría

Una QFT debe ser consistente, en otras palabras, debe estar libre de resultados divergentes. En consecuencia, las divergencias deben ser eliminadas o anuladas mediante un mecanismo de renormalización. Por lo tanto, una condición importante en cualquier modelo de partículas elementales que describa interacciones, es que pueda renormalizarse [61, 72]. Dicho requerimiento de renormalización debe mantenerse a todos los ordenes de teoría de perturbaciones.

Por otro lado, se debe mantener la invarianza gauge de la teoría, de modo que se debe evitar la introducción directa de términos de masa de fermiones en el lagrangiano (de la forma $m\bar{\psi}\psi'$). Entonces, para dotar de masa a los campos del modelo, se puede tener un mecanismo que rompa la simetría del vacío (no del lagrangiano) pero preserve la invarianza gauge y la renormalización del modelo [73, 74].

1.8.4.1 Mecanismo de Higgs

En 1967, Steven Weinberg implementó el modelo descrito por Glashow [8, 9, 75], en el cual se postulaba la existencia de una nueva partícula, el bosón de Higgs, y su respectivo campo cuántico. Con la implementación de esta partícula se logró dar masa a las partículas del SM, es decir a los leptones, quarks y los mediadores de la interacción débil (los bosones W^+ , W^- y Z^0), , dejando el fotón sin masa. Esto completa la teoría electrodébil descrita por un grupo gauge $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.²

Para visualizar el mecanismo de Higgs consideremos el caso abeliano. En dicho modelo, se introduce un campo complejo Φ que interactúa con los bosones de gauge y fermiones [76, 77]. El lagrangiano está dado por la siguiente expresión:

$$\mathcal{L} \supset (\mathcal{D}_\mu \Phi)^* (\mathcal{D}^\mu \Phi) - \frac{\lambda}{4} (\Phi^2 - v^2)^2, \quad (1.192)$$

donde, \mathcal{D}_μ es la derivada covariante y viene dada por $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + ieA_\mu$, con A_μ corresponde a campos vectoriales, $v_\Phi^2 > 0$, $\lambda > 0$, son constantes y $\Phi^2 = \Phi^* \Phi$. La teoría es invariante bajo las siguientes transformaciones gauge:

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \theta(x), \quad \Phi \rightarrow \Phi' = e^{i\theta(x)} \Phi. \quad (1.193)$$

El lagrangiano del campo A_μ viene dado por:

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (1.194)$$

²Esta parte fue sacada del trabajo de grado presentado en pregrado, con algunas modificaciones.

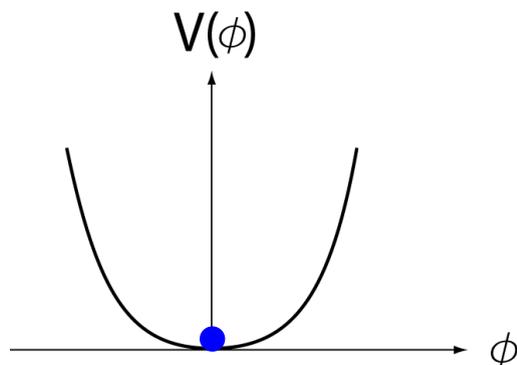


FIGURA 1.4: Mecanismo de Higgs: Antes del rompimiento espontáneo de la simetría. Forma del potencial para $\mu_{\Phi}^2 > 0$.

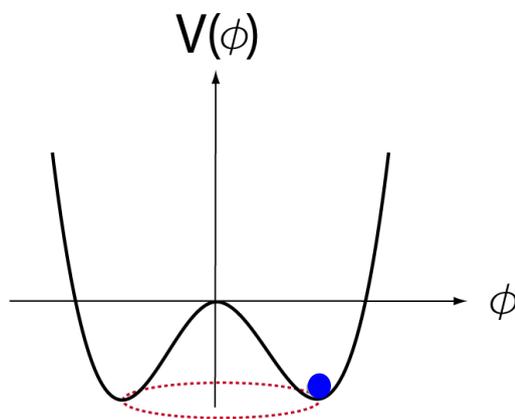


FIGURA 1.5: Mecanismo de Higgs: Después del rompimiento espontáneo de la simetría. Forma del potencial para $\mu_{\Phi}^2 < 0$.

luego, el lagrangiano completo puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + (\mathcal{D}\mu\Phi)^*(\mathcal{D}^{\mu}\Phi) - \frac{\lambda}{4}(\Phi^2 - v^2)^2. \quad (1.195)$$

Por otro lado, el estado de mínima energía (estado de vacío) puede presentar dos casos de simetría:

Antes de la ruptura espontánea de la simetría: El vacío tiene la misma invarianza de gauge que el lagrangiano y todas las partículas aparecen sin masa.

Después de la ruptura espontánea de la simetría: El vacío se degenera y los fermiones y algunos bosones de gauge adquieren valores de masa que se ajustan de acuerdo con los datos experimentales.

El mínimo de potencial está definido por la ecuación:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\Phi \end{pmatrix}. \quad (1.196)$$

en el modelo, el estado de vacío no es invariante bajo la simetría gauge:

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\Phi \end{pmatrix} e^{i\beta} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\Phi \end{pmatrix} e^{i(\beta+\alpha(x))}, \quad (1.197)$$

es decir, la simetría se rompe espontáneamente.

Si se considera una pequeña perturbación alrededor del valor de mínima energía entonces se obtiene que:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_\Phi + \eta(x) \end{pmatrix} e^{i\beta(x)}, \quad (1.198)$$

donde, $\eta(x)$ es un campo escalar real. La fase en la ecuación (1.197) puede eliminarse cuando se consideran transformaciones gauge unitarias con un parámetro del tipo $\theta(x) = -\beta(x)$. Sustituyendo en el lagrangiano se obtiene

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [(\partial_\mu + ieA_\mu) (v_\Phi + \eta(x))e^{i\beta(x)}]^* [(\partial^\mu + ieA^\mu) (v_\Phi + \eta(x))e^{i\beta(x)}], \quad (1.199)$$

$$- \frac{\lambda}{4} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (v_\Phi + \eta(x))^2 - v_\Phi^2 \right]^2 - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (1.200)$$

$$= \frac{1}{2} [\partial_\mu \eta(x) \partial^\mu \eta(x) + \cancel{ieA_\mu v \partial^\mu \eta(x)} + \cancel{ieA^\mu \eta(x) \partial_\mu \eta(x)} - \cancel{ieA^\mu v \partial_\mu \eta(x)}] \quad (1.201)$$

$$- i^2 e^2 A_\mu A^\mu v^2 - i^2 e^2 A_\mu A^\mu \eta(x) v - \cancel{ieA_\mu \eta(x) \partial^\mu \eta(x)} - ie^2 A_\mu A^\mu \eta(x) v \quad (1.202)$$

$$- i^2 e^2 A_\mu A^\mu \eta(x) \eta(x) - \frac{\lambda}{4} \left[\frac{1}{\sqrt{2}} (v_\Phi + \eta(x))^2 - v_\Phi^2 \right]^2 - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (1.203)$$

finalmente, simplificando el binomio cuártico como $(a+b)^4 = (a^2+2ab+b^2)(a^2+2ab+b^2)$, se ha obtenido que el lagrangiano viene dado por:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \eta(x) \partial^\mu \eta(x) + e^2 \eta(x) v A_\mu A^\mu + \frac{1}{2} e^2 v^2 A_\mu A^\mu + \frac{1}{2} \eta(x)^2 v^2 A_\mu A^\mu, \quad (1.204)$$

$$- \frac{\lambda}{4} \eta(x)^4 - \lambda v \eta(x)^3 - \lambda v^2 \eta(x)^2 - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad (1.205)$$

donde, se ha considerado que la derivada del valor esperado de vacío del campo Φ es igual a cero, es decir que $\partial_\mu v_\Phi = 0$. Así, existe un bosón Goldstone real, el cual se estableció como el bosón de Higgs, por el físico Peter Higgs, quien fue uno de los primeros en predecir su existencia [78–80]. Además, en la ecuación (1.197) se puede observar que el

campo vectorial A_μ obtiene un valor de masa (surge del término $\frac{1}{2}e^2v^2 A_\mu A^\mu$), el cual viene descrito por

$$m_A^2 = e^2v^2. \quad (1.206)$$

El campo escalar real $\eta(x)$ también adquiere un valor de masa. De esta manera surge una relación entre la obtención de masa de una partícula y el rompimiento espontáneo de alguna simetría. En el rompimiento o ruptura de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow^\Phi U(1)_Q$ el vacío deja de ser invariante bajo los tres generadores: \hat{T}_1, \hat{T}_2 y una combinación ortogonal $\hat{Q} = \hat{T}_3 + \hat{Y}$. Esto puede expresarse de la siguiente manera:

$$[T_{1,2}^{SU(2)}, \langle \Phi \rangle_0] \neq 0, \quad (1.207)$$

$$[T_3^{SU(2)} - \hat{Y}, \langle \Phi \rangle_0] \neq 0, \quad (1.208)$$

$$[\hat{Q}, \langle \Phi \rangle_0] = 0, \quad (1.209)$$

donde, \hat{T} está dado por los generadores de un grupo especial unitario $SU(2)_L$, \hat{Q} corresponde al generador de carga eléctrica y $\langle \Phi \rangle_0$ corresponde al valor esperado en el vacío del campo.

De las ecuaciones (1.207) y (1.208) se obtienen 3 generadores rotos, por lo tanto hay 3 bosones de gauge que adquieren masa. De la ecuación (1.209) queda un bosón de gauge sin masa (fotón, $m_\gamma = 0$), el cual se considera como un generador no roto.

1.8.5 Extensión del SM con una simetría gauge abelianas local extra

Al extender el contenido visible del modelo estándar (el modelo estándar de quarks y leptones está libre de anomalías) con una simetría gauge abeliana local $U(1)_X$ activa y fermiones quirales que transforman de manera independiente bajo la nueva simetría gauge abeliana, automáticamente aparecen anomalías en el modelo, que hacen que la teoría sea matemáticamente inconsistente. Si la nueva simetría gauge abeliana es activa, los fermiones del SM y los nuevos fermiones se encuentran cargados bajo la nueva simetría. Las tres condiciones de anomalía lineal en $U(1)$ son: [81–83]

$$\begin{aligned} [SU(3)_c]^2 U(1)_X &: [3u + 3d] + [3 \times 2Q] = 0, \\ [SU(2)_L]^2 U(1)_X &: [2L + 3 \times 2Q] = 0, \\ [U(1)_Y]^2 U(1)_X &: \left[(-2)^2 e + 3 \left(\frac{4}{3} \right)^2 u + 3 \left(\frac{-2}{3} \right)^2 d \right] + \\ & \left[2(-1)^2 L + 3 \times 2 \left(\frac{1}{3} \right)^2 Q \right] = 0, \end{aligned} \quad (1.210)$$

donde, Q y L son las cargas X de los dobletes fermiónicos del SM Q^\dagger y L^\dagger , respectivamente; los quarks up u , down d y el electrón e tienen carga u , d y e , respectivamente.

Las cargas X de los quark del SM, se pueden expresar en términos de e y L : [83]

$$u = -e - \frac{2}{3}L, \quad d = e + \frac{4}{3}L, \quad Q = -\frac{1}{3}L. \quad (1.211)$$

La condición de anomalía $[U(1)_Y]^2 U(1)_X$ cuadrática se satisface automáticamente, aunque la mezcla gauge-gravitacional, $[\text{Grav}]^2 U(1)_X$, y las anomalías cúbicas $[U(1)_X]^3$, dependen de cualquier fermión quiral singlete extra de hipercarga cero. Para los N campos quirales adicionales cargados bajo la simetría activa local, $U(1)_X$ se establece lo siguiente:

$$[\text{Grav}]^2 U(1)_X : \sum_{\alpha}^N n_{\alpha} + 3(e - 2L) = 0, \quad [U(1)_X]^3 : \sum_{\alpha}^N n_{\alpha}^3 + 3(e - 2L)^3 = 0, \quad (1.212)$$

donde, n_{α} corresponde a la carga bajo la simetría $U(1)_X$.

Si $m \equiv e - 2L$ entonces las anomalías se pueden escribir de a siguiente manera:

$$\sum_{\alpha}^{N'} n_{\alpha} + 3m = 0, \quad \sum_{\alpha}^{N'} n_{\alpha}^3 + 3m^3 = 0. \quad (1.213)$$

La ecuación (1.211) se puede reescribir en términos de los dos parámetros libres L y m convenientemente como:

$$u = \frac{4}{3}L - m, \quad d = m - \frac{2}{3}L, \quad e = m - 2L, \quad Q = -\frac{1}{3}L, \quad (1.214)$$

donde la carga X del higgs del SM Higgs viene dada por:

$$h = -e - L = L - m. \quad (1.215)$$

La solución general para las ecuaciones de anomalías cuando se tienen dos parámetros libres esta dada por

$$X(m, L) = mR - LY, \quad (1.216)$$

donde, R es el generador de $U(1)_R$, Y la hipercarga. Cuando se introduce una simetría arbitraria con carga nueva se debe garantizar que los fermiones de Weyl nuevos que se

añadan cumplan las siguientes relaciones:

$$\sum_{\alpha}^{N'} n_{\alpha} = -3m, \quad \sum_{\alpha}^{N'} n_{\alpha}^3 = -3m^3. \quad (1.217)$$

En esta tesis se buscan conjuntos de cargas que sean soluciones libres de anomalías para extensiones del SM con una simetría adicional gauge $U(1)$. Se presentan dos casos, en el primero se extiende el SM con una simetría gauge abeliana activa $U(1)_X$ con cargas independientes y un conjunto de N' de fermiones singlete quirales y en el segundo caso se extiende el SM con una simetría gauge abeliana oscura $U(1)_D$ y un conjunto de N de fermiones singlete quirales.

1.9 Mecanismo seesaw - tres generaciones

Los mecanismos seesaw [4, 66, 84–88] permiten diagonalizar la matriz de masa de neutrinos de manera perturbativa y proporcionan una explicación natural e interesante a la pequeñez de las masas de los neutrinos en comparación con las masas de los fermiones cargados. En el mecanismo seesaw, se considera la matriz de masa:

$$M^{M+D} = M = (U^{\dagger})^T m^{M+D} U^{\dagger}, \quad (1.218)$$

donde:

$$M = \begin{pmatrix} m_L & (m_D)^T \\ m_D & m_R \end{pmatrix}. \quad (1.219)$$

En el SM no es posible construir un término de masa para los neutrinos izquierdos por lo cual $m_L = 0$, pero un término de masa de Majorana para los neutrinos derechos si está permitido en el Lagrangiano. En este caso, la matriz (1.219) queda de la forma;

$$M = \begin{pmatrix} 0 & (m_D)^T \\ m_D & m_R \end{pmatrix}, \quad (1.220)$$

Para diagonalizar la matriz de masa M se debe aplicar la siguiente transformación unitaria [89]:

$$U^T \begin{pmatrix} 0 & (m_D)^T \\ m_D & m_R \end{pmatrix} U = \begin{pmatrix} m_{ligeros} & 0 \\ 0 & M_{pesados} \end{pmatrix}, \quad (1.221)$$

donde, $m_{ligeros}$ y $M_{pesados}$ son matrices diagonales.

1.10 Materia Oscura

En el siglo XX se descubrió que la materia bariónica ordinaria (formada por hadrones y mesones), no son la forma dominante de materia en el Universo. Por lo tanto, se postula la existencia de la *materia oscura* que es aproximadamente cinco veces más abundante. Esto fue evidenciado experimentalmente, primero en cúmulos de galaxias y luego en galaxias.

El astrónomo holandés Jan H. Oort [90, 91], a mediados de 1932 estudió el movimiento de las estrellas cercanas al disco de la Vía Láctea, al examinar la influencia gravitacional del disco sobre las estrellas para encontrar la masa del disco galáctico y encontró que la masa del disco galáctico era aproximadamente dos veces la cantidad de materia visible en forma de estrellas y nebulosas [92–94]. Sin embargo, para Oort, la posible explicación a lo observado era que el 85% de la luz del centro galáctico estaba oscurecida por el polvo y la materia intermedia o que las mediciones de velocidad de las estrellas de la galaxia eran simplemente erróneas [91, 95].

Un año mas tarde, el físico y astrónomo suizo Fritz Zwicky, del Instituto de Tecnología de California, estudió las velocidades de algunas galaxias en el cúmulo de Coma, a unos 99 Mpc (322 millones de años luz) de la Tierra. Se encontró información similar a la encontrada por Oort, de masa faltante, pero en una escala mucho mayor. Además se obtuvo que las galaxias se estaban moviendo a velocidades mucho mayores [96] al analizar los desplazamientos doppler observados en los espectros galácticos. Según lo encontrado, las galaxias representan solo una pequeña fracción de la masa total del cúmulo de Coma, por lo que las galaxias deberían entonces salir disparadas debido a su fuerza centrífuga y el cúmulo debería desintegrarse.

En 1974, Jaan Einasto, Ants Kaasik y Enn Saar [97], del Observatorio W. Struve de Astrofísica, de Estonia, se encontraban buscando la masa M en relación al radio de las galaxias, por lo que realizaron estudios sobre un grupo de galaxias espirales fijándose en un cuerpo que se movía en una órbita circular de radio R alrededor del centro de la galaxia, con cierta velocidad rotacional. La distribución de masa M_s luminosa sufría una desviación considerable de la distribución de masa M , por lo que supusieron que las galaxias debían estar formadas por una cantidad aún desconocida, pero que nombraron como *halos* [98].

A finales de la década de 1970, Vera C. Rubin, W. Kent Ford Jr y Norbert Thonnard [99] realizaron un estudio de las curvas de rotación de alrededor de 10 galaxias espirales de diferentes tipos, basados en la clasificación de Hubble. Rubin y sus colaboradores se basaron en la teoría de gravitación de Newton para obtener la velocidad de una estrella

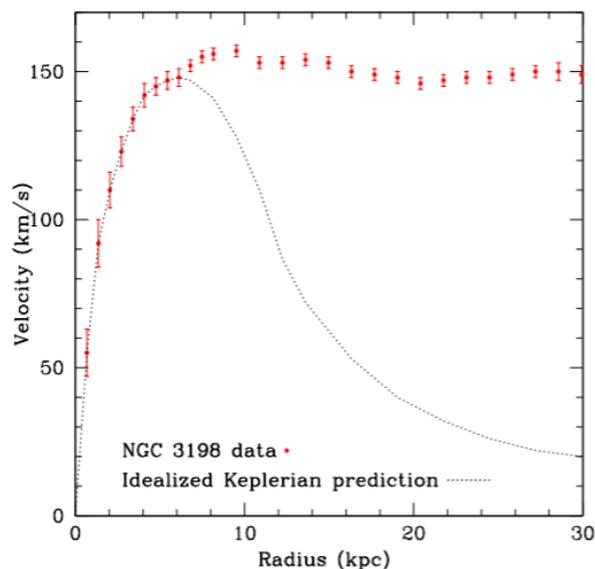


FIGURA 1.6: Velocidades de rotación medidas de las regiones HI en NGC 3198 [95, 100] en comparación con un comportamiento kepleriano idealizado

en una galaxia, la cual se muestra a continuación

$$v(r) = \sqrt{\frac{Gm(r)}{r}}, \quad (1.222)$$

donde, $v(r)$ es la velocidad de rotación del objeto en un radio r , G es la constante gravitacional y $m(r)$ es la masa total contenida dentro de r . La ecuación anterior implica que la velocidad debería disminuir a medida que aumenta la distancia desde el centro. No obstante, los resultados mostrados presentaban una desviación de las predicciones debido a la gravedad y la distribución de la materia luminosa, es decir, las velocidades de las estrellas continúan aumentando con la distancia desde el centro galáctico hasta que alcanzan un límite (es decir, que para regiones alejadas del centro de la galaxia, las estrellas a diferentes radios giran con la misma velocidad circular, ver figura 1.6) [95]

La conclusión de Rubin y sus colaboradores fue la siguiente: ‘la masa, a diferencia de la luminosidad, no se concentra cerca del centro de las galaxias espirales. Por lo tanto, la distribución de la luz en una galaxia no es en absoluto una guía para la distribución de masa’ [99]. Después de los resultados presentados una enorme cantidad de trabajos e investigaciones han comprobado que las galaxias están constituidas fundamentalmente por materia oscura, es decir, materia no luminosa (no visible).

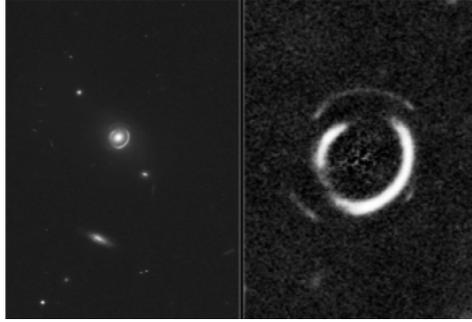


FIGURA 1.7: Anillo doble de Einstein. El radio de Einstein depende de la masa de la lente Y de la geometría. Gavassi+ 2008. Imagen tomada de [102]

1.10.1 Lentes gravitatorias

Otra manera de obtener información sobre la cantidad y distribución de la materia oscura fue a partir de lentes gravitacionales, consiste en observar la curvatura de la luz que pasa cerca de una galaxia. Esta teoría corresponde al resultado de la Teoría de la Relatividad de Albert Einstein, que postula que el universo existe dentro de un “tejido” [95] flexible de espacio-tiempo. La luz curva su trayectoria debido a la presencia de objetos masivos cercanos a su trayectoria, es decir que los objetos con masa doblan dicho tejido; para observar estos efectos los astrónomos sitúan cúmulos (u objetos masivos) de galaxias lejanas, detrás del cual se ubica una galaxia muy luminosa (se debe considerar la distancia entre la lente y el observador ya que existe una separación óptima). Por lo que la luz de la galaxia pasará por el cúmulo de galaxias y debido a la gran masa del cúmulo, la trayectoria de la luz de la galaxia detrás del cúmulo se curvará. Si la galaxia lejana se ubicara directamente detrás del cúmulo, aparecería un “anillo de Einstein” completo. Aunque, la probabilidad de que dos objetos se alineen es baja, por lo tanto, las galaxias distorsionadas se presentan como anillos parciales de Einstein. En el Observatorio Nacional de Kitt Peak, D. Walsh [101] en 1979 observó esta forma de lente gravitacional, donde se analizaron dos objetos distantes separados por solo 5,6 segundos de arco con desplazamientos al rojo. En 1988, R. Lynds y V. Petrosian observaron múltiples anillos parciales de Einstein.

Mediante las observaciones obtenidas con lentes gravitacionales se obtuvo que la contribución de la materia contenida en cúmulos de galaxias a la materia del Universo es de 35% de la densidad crítica del Universo.

1.10.2 Evidencias cosmológicas

Otra evidencia relevante de la existencia de materia oscura proviene del fondo cósmico de microondas, CMB (Cosmic Microwave Background), por sus siglas en inglés. El CMB es una forma de radiación electromagnética descubierta en 1964 por Penzias y Wilson que llena el universo por completo y que procede de una etapa temprana del Universo como una temperatura de fondo de aproximadamente $2,725K \approx 2,73K$ [103]. En el Universo primitivo, el plasma primordial se expandió rápidamente, luego lo hizo a un ritmo decreciente más lento y se enfrió durante unos 380.000 años después del Big Bang hasta que alcanzó lo que se conoce como la época de la recombinación. En esta etapa, el Universo era “transparente” a la radiación electromagnética, por lo tanto, los fotones podían viajar libremente a través del universo, estos fotones existen hoy como el CMB. En 1989 se verificaron dos propiedades importantes del CMB; y esto fue gracias al explorador de fondo cósmico, COBE (COsmic Background Explorer), la primera propiedad encontrada es que el CMB es uniforme y la segunda es que el Universo primitivo o temprano y por ende el CMB, es un cuerpo negro casi perfecto, aunque también se descubrieron anisotropías fundamentales dentro del CMB.

El modelo que mejor representa el espectro de potencias del CMB es el modelo Λ CDM, (Lambda-Cold Dark Matter) que explica la estructura a gran escala del Universo, a partir de: primero, Λ , que corresponde a la constante cosmológica o constante de expansión del Universo, asociada a la energía oscura. En la actualidad, representa un 70% de la densidad de energía del universo, $\Omega_\Lambda \simeq 0.70$. Segundo, CDM, la materia oscura fría es el modelo de materia oscura, en el que la velocidad de las partículas es mucho menor a la velocidad de la luz, otra propiedad relevante es que la materia oscura fría es no-bariónica, es decir que no es materia ordinaria puesto que no emite ni absorbe radiación electromagnética. Esta representa un 26% de la densidad de energía del universo.

1.10.3 Candidatos de materia oscura

Aunque experimentalmente la materia oscura se encuentra justificada por las evidencias, su naturaleza exacta se desconoce. En consecuencia, los candidatos a materia oscura pueden variar en sus propiedades y teorías que los fundamentan, tales como: neutrinos pesados, partículas como los WIMPs (Weakly Interacting Massive particles), FIMPs (Feebly Interacting Massive Particles) y los axiones, cuerpos astronómicos como las estrellas enanas, los MACHOs (Massive Compact Halo Objects), que corresponden a planetas y las nubes de gases no luminosos [95]. El *freeze-out* térmico o congelamiento termal se alcanza cuando la tasa de aniquilación WIMPs es igual a la tasa de expansión

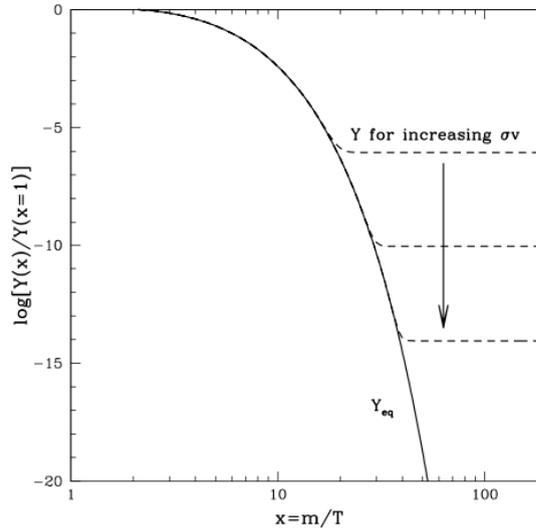


FIGURA 1.8: La evolución de $Y(x)/Y(x=1)$ vs $x = m/T$, donde $Y = n/s$ [95].

del Universo $H(t)$, de tal manera que,

$$n\langle\sigma_{eff}v\rangle \approx H(t_{freeze-out}). \quad (1.223)$$

A partir de la ecuación (1.223) se obtiene que entre más grande sea la sección eficaz menor será la abundancia de materia oscura, debido a que más tarde se dará el *freeze-out*. Por lo tanto, se tiene un vínculo directo entre la abundancia de los candidatos a materia oscura (DM) WIMPs y la sección eficaz de aniquilación. Éste vínculo se puede observar en la figura (1.8), la cual representa una aproximación analítica a la ecuación de Boltzmann. En el eje vertical se tiene la abundancia de los WIMPs ($Y(x)/Y(x=1)$) y en el eje horizontal se tiene la masa de los WIMPs, m , sobre la temperatura T . Debido a la expansión del Universo llega un momento en el cual las partículas de DM adquieren un valor determinado, lo cual se conoce como el *freeze-out*. La línea continua simboliza el valor de equilibrio, es decir la abundancia en equilibrio de los WIMPs del acoplamiento con partículas del SM, la línea discontinua es la abundancia real, es decir que representa la abundancia de WIMPs hoy para diferentes valores de secciones eficaces de DM. Cabe resaltar, que cuanto mayor sea la sección transversal de aniquilación, $\langle\sigma_{eff}v\rangle$, menor será la densidad de reliquia [95].

Con el fin de obtener la abundancia de reliquia proveniente del CMB, la sección eficaz promediada térmicamente de una partícula de DM viene dada por $\langle\sigma_{eff}v\rangle \approx 3 \times 10^{-26} \text{cm}^3/\text{s}$, si la masa de la partícula es del orden de aproximadamente $m_{DM} \approx 100 \text{GeV}$.

Hay una partícula estable, eléctricamente neutra y de interacción débil en el SM que podría actuar como materia oscura, los neutrinos. Como fue expresado por Lars Bergstrom [95] los neutrinos pese a que presentan la “virtud indiscutible de que se sabe que existen” no podrían figurar como toda la materia oscura del universo porque los neutrinos son relativistas, es decir, se mueven a velocidades cercanas a la velocidad de la luz y un universo dominado por neutrinos habría prohibido la formación de estructuras [104, 105]. Por otro lado, debido a las observaciones cosmológicas brindadas por el WMAP, los neutrinos no podrían ser la solución completa a la masa faltante. El WMAP restringe la masa del neutrino a $m_\nu < 0.23$ eV. Esto lo logró combinando datos de estructura a gran escala. Esto quiere decir que la densidad cosmológica esta dada por $\Omega_\nu h^2 < 0.0072$ [106]. Por lo tanto, se concluye que aunque los neutrinos sí podrían explicar una pequeña cantidad de materia oscura, no podrían ser la única fuente.

1.11 Neutrinos y Materia Oscura

El SM es una teoría exitosa, aunque debe extenderse para tener en cuenta las masas de neutrinos y la materia oscura. Hasta el momento, la búsqueda de materia oscura ha resultado infructuosa, es decir, no se ha encontrado ninguna señal no gravitacional que se pueda asignar con certeza a la materia oscura. Gran parte de los esfuerzos teóricos en el área se orientan a implementar modelos que solucionen problemas adicionales al de materia oscura, como por ejemplo las masas de los neutrinos. Actualmente se han encontrado modelos completos que tienen en cuenta estas dos evidencias de física más allá del modelo estándar [107, 108].

Capítulo 2

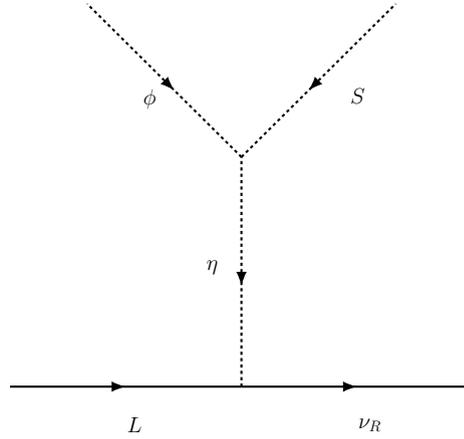
Simetrías Gauge Abelianas libres de anomalías

El SM se considera incompleto y debe extenderse para dar cuenta de ciertos fenómenos y partículas, incluyendo los neutrinos y la materia oscura. A continuación se considera una forma de introducir términos de masa de Dirac para los neutrinos. Los términos de masa de Dirac se generan de manera similar a cómo las partículas cargadas adquieren masa en el SM, es decir, acoplando la parte izquierda (ν_L , left-handed) con la parte derecha de los neutrinos, donde se extiende la teoría introduciendo acoplamientos de Yukawa para los neutrinos, fundamentales para que los neutrinos adquieran masa.

Los acoplamientos de Yukawa resultantes cuando se introducen los neutrinos derechos acoplados con el Higgs en un término renormalizable en el lagrangiano son del orden de aproximadamente $y \approx \mathcal{O}(10^{-12})$, lo cual se puede evitar introduciendo simetrías gauges abelianas que prohíben los términos renormalizables pero generan masas con operadores efectivos al asignar diferentes cargas a los neutrinos izquierdos (ν_L) y a los neutrinos derechos (ν_R).

En este trabajo se presenta un conjunto de soluciones libres de anomalías para la extensión del SM mediante una nueva simetría gauge abeliana local $U(1)$ que generan términos de masa de Dirac para neutrinos. En un primer caso, el SM se extiende con una simetría gauge abeliana activa $U(1)_X$ con cargas independientes y un conjunto de N' fermiones singletes quirales y en un segundo caso, el SM se extiende con una simetría gauge abeliana oscura $U(1)_D$ y un conjunto de N fermiones singletes quirales. La relación entre el número de fermiones singletes N y N' se da considerando $N = N' + 3$, es decir, se puede pasar de una simetría gauge oscura $U(1)_D$ a una simetría gauge activa $U(1)_X$ mediante la inclusión de tres cargas iguales. En esta sección se exhiben las soluciones

FIGURA 2.1: Diagrama a nivel árbol para la generación de masas de neutrinos de Dirac. Aquí se han suprimido los índices de familia.



que dan lugar a masas de neutrinos de Dirac mediante la solución de cancelación de anomalías considerando una simetría gauge oscura.

2.1 Condiciones de anomalías

En este trabajo se presenta una extensión del SM mediante una simetría gauge abeliana adicional $U(1)_X$ para simetrías activas y $U(1)_D$ para simetrías oscuras; basada en la siguiente simetría gauge $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_X$, y N' fermiones quirales singletes derechos, con cargas n_α bajo la simetría $U(1)_X$, donde $\alpha = 1, 2, \dots, N'$. La simetría gauge local añadida al SM consiste en al menos dos neutrinos singletes derechos (ν_{R_1}, ν_{R_2}) y un singlete escalar S , donde las condiciones para la ausencia de anomalías de gauge imponen restricciones no triviales. Se considera que los fermiones quirales singletes añadidos adquieren su masa mediante la ruptura de simetría $U(1)_X$. Esto implica que no se tienen en cuenta soluciones vector-like. A continuación se presenta la construcción del modelo y el diagrama a nivel árbol (Figura (2.1)):

$$\begin{aligned}
 & SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_X \\
 & \quad \downarrow \langle S \rangle \\
 & SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \\
 & \quad \downarrow \langle \phi \rangle \\
 & SU(3)_c \otimes U(1)_{EM},
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

donde, Y es la hipercarga del SM. $\langle S \rangle$ corresponde al valor esperado de vacío del singlete S , el cual rompe la simetría $U(1)_X$ y $\langle \phi \rangle$ el valor esperado de vacío del doblete de

Higgs, responsable por EWSB, en el caso de considerar simetrías gauge oscuras $U(1)_D$ la teoría con los nuevos campos quirales añadidos sera consistente si satisface las ecuaciones diofánticas.

$$\sum_{\alpha}^N n_{\alpha} = 0, \quad \sum_{\alpha}^N n_{\alpha}^3 = 0. \quad (2.2)$$

Para resolver estas ecuaciones se implementa un programa informático en Python que genera los posibles valores de carga que adquieren los fermiones quirales añadidos.

Las ecuaciones (2.2) provienen de las condiciones de la mezcla gauge gravitacional $[\text{Grav}]^2 U(1)_D$, y las anomalías cúbicas $[U(1)_D]^3$, las cuales se deben satisfacer. Las llamadas ecuaciones diofánticas no poseen soluciones triviales, por lo tanto las ecuaciones de cancelación de anomalías para el grupo gauge $U(1)$ se pueden escribir como una ecuación cúbica en $n - 1$ variables enteras, donde n es el número de fermiones de Weyl que llevan la carga $U(1)$. Es decir, que las ecuaciones se resuelven realizando una parametrización de las cargas en términos de $n - 2$ enteros [109]. Esta parametrización viene descrita por dos conjuntos de enteros l y k , los cuales tienen dimensiones de $(n - 3)/2$ y $(n - 1)/2$ para n impar, mientras que $n/2 - 1$ y $n/2 - 1$ para n par, respectivamente [110]. Con el fin de comprender estas soluciones se recomienda ver el apéndice B en el cual se desarrolla a detalle las soluciones diofánticas.

2.2 Modelo a nivel árbol con neutrinos de Dirac

El contenido de campo de la simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_X$ que se propone en este trabajo se encuentra en la Tabla 2.1. Cabe señalar que los valores numéricos de los campos se obtienen a partir de las soluciones de las ecuaciones diofánticas, donde L representa un doblete leptónico, ϕ el doblete de Higgs, ν_R los neutrinos singletes derechos, S el singlete de Higgs y η el doblete escalar pesado.

Dado que los términos en el Lagrangiano respetan todas las cargas conservadas, podemos visualizar los términos de las corrientes que fluyen a través de los vértices (a) y (b) de la figura (2.2). La línea punteada representa a las partículas escalares mientras que la línea continua a los fermiones. Por tanto, podemos escribir las ecuaciones para estos vértices, donde las cargas que entran en el vértice deben ser iguales a las que salen. **Ecuaciones para $U(1)_X$:**

- **Vértice (a)**

$$h + s = \eta, \quad (2.3)$$

TABLA 2.1: El contenido del campo relacionado con la generación de las masas de neutrinos de Dirac, donde $i = 1, 2$ y n representa el índice de familia. Las otras partículas del SM son singletes bajo $U(1)_X$.

Campos	$SU(2)_L$	$U(1)_X$ o $U(1)_D$
$(\nu_R)_i^\dagger$	1	ν
$L^{(n)}$	2	l
S	1	s
η	2	η
ϕ	1	h

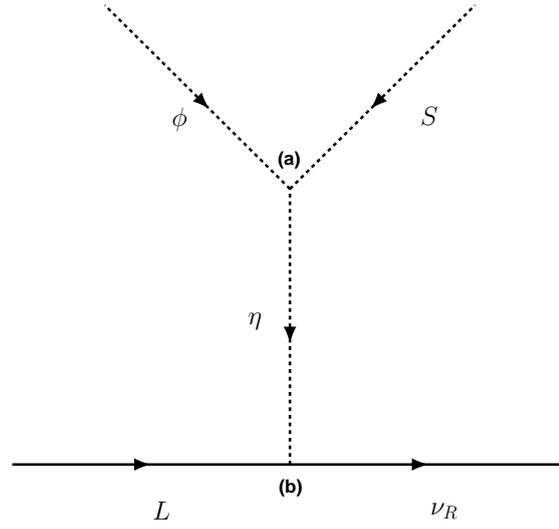


FIGURA 2.2: **Mecanismo Seesaw tipo II:** Interacción de los campos mediante el intercambio de campo escalar.

donde, s corresponde a la carga del singlete escalar, η a la del doblete pesado, h al doblete de Higgs y l a los fermiones. El singlete escalar de Higgs, S , puede ser expresado de la siguiente manera

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_S + R_S + iI_S) : (\mathbf{1}, 0), \quad (2.4)$$

donde, el singlete escalar de Higgs S está dotado con una hipercarga correspondiente a 0 y es un singlete (**1**) bajo el grupo $SU(2)_Y$. El doblete escalar pesado de Higgs η esta expresado como

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \eta^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

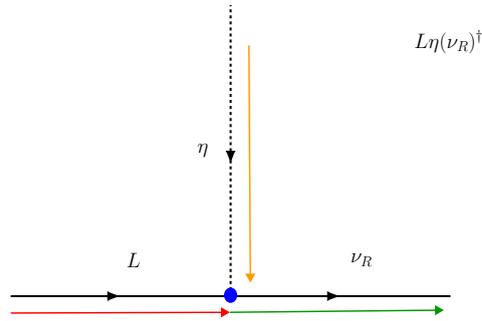


FIGURA 2.3: Flujo en el vértice (a): Al vértice rojo entra un singlete escalar de Higgs, un doblete escalar de Higgs del SM y sale un doblete escalar pesado.

Finalmente, el doblete de Higgs del SM viene descrito mediante

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\phi + R_\phi + iI_\phi) \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

De ésta manera, podemos escribir el término del lagrangiano de interacción entre el doblete de Higgs del SM, ϕ , el singlete escalar de Higgs, S , que entran al vértice (ver figura 2.4) y el doblete escalar pesado de Higgs, η , que sale del vértice:

$$\mathcal{L}_{Y(a)} = \rho S(\eta)^\dagger \phi, \quad (2.7)$$

• **Vértice (b)**

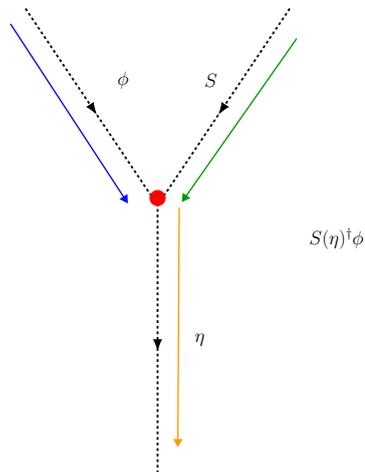


FIGURA 2.4: Flujo en el vértice (b): Al vértice azul entra un doblete leptónico, un doblete escalar pesado y sale un neutrino singlete derecho.

$$-l + \eta = \nu, \quad (2.8)$$

donde, el doblete leptónico puede ser expresado de la siguiente manera:

$$L_m = \begin{pmatrix} \nu_m \\ e_m \end{pmatrix} : (\mathbf{2}, -1/2), \quad (2.9)$$

donde, el subíndice m hace referencia a la familia ($m = e, \mu, \tau$), la hipercarga tiene un valor correspondiente a $-1/2$ y es un doblete ($\mathbf{2}$) bajo el grupo $SU(2)_L$.

Escribiendo el término del lagrangiano de interacción entre el doblete escalar pesado η que entra al vértice, el doblete leptónico L y el neutrino singlete derecho que sale del vértice, resulta

$$\mathcal{L}_{Y(b)} = y(\nu)^* L \cdot \eta. \quad (2.10)$$

Reemplazando el valor de la carga del doblete escalar pesado de Higgs η en la ecuación (2.8) y teniendo en cuenta que $h = l - m$, se obtiene

$$\nu = -l + h + s \quad (2.11)$$

$$= -l + l - m + s \quad (2.12)$$

$$= -m + s. \quad (2.13)$$

Si se realiza una extensión del SM con una simetría oscura, donde el parámetro $m = 0$

$$s = \nu. \quad (2.14)$$

Es importante señalar que las ecuaciones (2.8) y (2.3) no implican fermiones de tipo vector-like, incluso si contiene partículas con carga opuesta, ya que la carga m está asociada con los dobletes SM. Para limitar el número total de soluciones que anulan las anomalías provenientes de la extensión del SM a partir de una simetría gauge abeliana $U(1)_X$ adicional, se tienen en cuenta las siguientes restricciones:

1. Se obtienen alrededor de 30 000 soluciones presentadas en el link: <https://github.com/restrepo/anomaly/blob/main/solutions.json.gz>.
2. Por construcción, todos los fermiones quirales nuevos deben cargarse bajo las simetrías $U(1)_X$ o $U(1)_D$, es decir, se descartan las soluciones con cargas cero.
3. Se descartan las soluciones con fermiones vector-like, es decir, fermiones con cargas opuestas, que generan masas fundamentales.

4. Las soluciones para las dos simetrías a considerar, activas ($U(1)_X$) y oscuras ($U(1)_D$), se filtran; esto se logra teniendo en cuenta que debemos considerar tres soluciones iguales para el valor de m (garantiza la cancelación del SM) y al menos dos repetidas para el valor de ν (al menos dos neutrinos derechos son garantizados)[82].
5. Para los campos quirales, la carga máxima permitida (en valor absoluto) es 30.
6. Nos restringimos a $N \leq 12$ campos, con cargas que satisfagan las dos condiciones diofánticas mostradas en la ecuación (2.2), y tomamos la carga mínima como positiva. Observamos que no hay soluciones para $N \leq 5$ con al menos dos conjuntos de cargas iguales.
7. Los términos de masa de Dirac para neutrinos se generan a nivel árbol (ver figura (2.1)).
8. Finalmente se filtran las soluciones donde todos los fermiones quedan con masa.

En la tabla 2.3 y 2.3 se presentan algunas de las soluciones a las ecuaciones diofánticas (en el apéndice B se presenta la solución general a las ecuaciones), donde la primera columna, N corresponde a los fermiones quirales añadidos, los cuales se parametrizan como una función de dos conjuntos vector-like libre de anomalías, l y k (correspondientes a los términos presentados en la segunda y tercera columna). En la cuarta columna se presenta el conjunto de soluciones a las ecuaciones diofánticas, es decir, las asignaciones de cargas, en la quinta columna se presenta el máximo común divisor MCD, del conjunto de cargas de la solución inicial. En las dos columnas próximas se muestran el valor de las cargas para los neutrinos derechos (al menos dos cargas, que hace referencia a ν_1 y ν_2), el siguiente valor corresponde a la carga del singlete escalar de Higgs, S . Finalmente se considera la solución libre de anomalías y en las cuales todos los fermiones son masivos. Cabe resaltar que para el caso de simetrías activas $U(1)_X$ se considera un término de más que corresponde al proveniente del SM, m , en esta simetría se obtuvieron alrededor de 242 soluciones en las cuales todos los fermiones quedaban masivos, en la tabla 2.3 se presentan algunas de estas soluciones. Mientras que cuando se consideraron simetrías oscuras, $U(1)_D$, se obtuvieron alrededor de 902 soluciones, donde todos los fermiones quedaban masivos.

Con el fin de comprender los valores presentados en la tablas antes mencionadas, se considera la primera solución obtenida para simetrías activas, la cual corresponde a $(1, 2, -6, -6, -6, 8, 9, 9, -11)$, con 9 valores de cargas, se elige el valor de carga de los neutrinos como 9 (ya que garantiza una matriz de masa de neutrinos de Dirac de rango dos, aunque se debe tener presente que algunas soluciones son consideradas con 3 cargas)

y los tres valores iguales para el parámetro m proveniente del SM es tomado como -6 , por lo tanto, la carga del singlete escalar S esta dada por $s = \nu + m = 9 + (-6) = 3$ quedando como solución libre al siguiente conjunto de cargas: $(8, 1, 2, -11)$, de donde se tiene que se podrían considerar dos fermiones quirales masivos, ya que $\psi_1 = 2+1 = 3 = s$ y $\psi_2 = -11 + 8 = 3 = s$, es decir que los fermiones $(2, 1)$ y $(-11, 8)$ obtienen masa. Es importante realizar algunos comentarios sobre las soluciones obtenidas:

Simetría Oscura $U(1)_D$: a continuación se presentarán las soluciones que cuentan con la menor cantidad de fermiones quirales añadidos:

- El primer conjunto de cargas que se encontró corresponde a $N = 6$ campos quirales, $[1, -2, -3, 5, 5, -6]$. En este caso, se consideran dos neutrinos derechos con carga $\nu = 5$, por lo tanto, la solución libre viene dada por $[1, -6, -3, -2]$. De esta solución se obtienen los siguientes pares de fermiones quirales de Dirac $(1, -6)$ y $(-2, -3)$, los cuales obtienen masa cuando el campo escalar S adquiere un VEV (valor esperado de vacío, por sus siglas en inglés). Los dos fermiones son estables y pueden dar lugar a un escenario de materia oscura multicomponente.
- El segundo conjunto con $N = 6$ fermiones quirales extra es $[2, -3, -10, 13, 13, -15]$, donde se considera la carga de los neutrinos derechos como 13, los dos pares de fermiones quirales de Dirac que se forman son $(-3, -10)$ y $(2, -15)$. Los dos fermiones son estables y pueden dar lugar a un escenario de materia oscura multicomponente, sin embargo, se debe tener en cuenta que el valor de la carga de este conjunto es mayor al primer conjunto. Las demás soluciones encontradas tienen cargas superiores.
- La tercera solución considerada corresponde a $[1, -2, 3, 4, 6, -7, -7, -7, 9]$, con $N = 9$ fermiones, en este caso se consideran tres neutrinos derechos con carga -7 . Queda libre el siguiente conjunto $[1, 3, 4, 6, 9, -2]$, con tres fermiones quirales masivos dados por los siguientes pares $(9, -2)$, $(4, 3)$ y $(1, 6)$, los cuales obtiene masa cuando el campo escalar S adquiere un VEV con carga de ± 7 . Las demás soluciones para 9 fermiones quirales son consideradas con tres neutrinos derechos.
- Finalmente, el último conjunto de soluciones es $[1, 1, 3, -4, 5, -6, 9, -10, -11, 12]$ con $N = 10$ fermiones, en este caso se consideran dos neutrinos derechos de cargas 1, por lo tanto se obtienen los siguientes cuatro pares de fermiones quirales $(-10, 9)$, $(3, -4)$, $(5, -6)$ y $(12, -11)$, los cuales obtiene masa cuando el campo escalar S adquiere un VEV con carga de ± 1 .

Simetría Activa $U(1)_X$ a continuación se presentarán las soluciones que cuentan con la menor cantidad de fermiones quirales añadidos para la solución activa, es decir que se deben considerar tres cargas repetidas para el parámetro proveniente del SM, m :

- Se presenta el conjunto de soluciones más sencillas, $[1, 1, 1, -4, -4, 5]$ donde, en este caso se considera la carga del parámetro de m como 1 y la carga de los neutrinos derechos como -4 , de tal manera que, la solución libre viene dada por una solución, 5, sin embargo, este es diferente a $s = m + \nu = 1 - 4 = -3$. Por lo tanto, en este caso no todos los fermiones añadidos quedan cargados.
- El primer conjunto donde todos los fermiones quirales añadidos quedan con masa, considerando una simetría activa viene dado por $[1, 2, -6, -6, -6, 8, 9, 9, -11]$, en este caso el conjunto con el mínimo número de fermiones quirales es 9, con $m = -6$, $\nu = 9$, es decir que $s = m + \nu = -6 + 9 = 3$, por lo tanto, la solución libre es $[8, 1, 2, -11]$. De esta solución se obtienen los siguientes pares de fermiones quirales de Dirac $(-11, 8)$ y $(1, 2)$, los cuales obtienen masa a través del escalar de Higgs S . Cabe resaltar que esta solución corresponde a la solución con el menor valor de carga.

TABLA 2.2: Masas de neutrino de tipo Dirac para una simetría oscura $U(1)_D$, donde N corresponde al número de fermiones quirales agregados, k y l al conjunto vectorial que proporciona soluciones a las ecuaciones diofánticas, la solución se refiere al conjunto de fermiones, s corresponde a la carga del singlete escalar de Higgs S y ν a la carga de los neutrinos derechos. Cabe resaltar que en esta tabla no se considera la carga m , la cual corresponde al parámetro proveniente del SM debido a que en una simetría oscura las partículas del SM no están cargadas ($m = 0$).

N	l	k	solution	GCD	ν	s	solution free
6	$[-1, -2]$	$[-1, 2]$	$[1, 1, 1, -4, -4, 5]$	1	1	1	$[-4, 5]$
6	$[-1, 1]$	$[-2, 0]$	$[1, -2, -3, 5, 5, -6]$	1	5	5	$[1, -6, -3, -2]$
6	$[1, 0]$	$[-1, -5, 0]$	$[2, -3, -10, 13, 13, -15]$	2	13	13	$[-15, 2, -3, -10]$
6	$[1, 0]$	$[-1, -4, 0]$	$[3, -5, -12, 17, 17, -20]$	1	17	17	$[3, -20, -12, -5]$
6	$[1, 0]$	$[-1, -7, 0]$	$[3, -4, -21, 25, 25, -28]$	2	25	25	$[3, -4, -21, -28]$
9	$[0, 1, -2]$	$[-3, -1, -2, -1]$	$[1, -2, 3, 4, 6, -7, -7, -9]$	1	-7	-7	$[1, 3, 4, 6, 9, -2]$
9	$[-1, 0, -1, 1]$	$[-4, 0, -3, 0]$	$[1, -3, 4, 9, 12, -13, -13, -16]$	2	-13	-13	$[1, 4, 9, 12, 16, -3]$
9	$[2, -1, 2, 3]$	$[-5, -6, -5, 0]$	$[1, 2, -5, -10, 15, 15, -16, -17]$	1	15	15	$[1, 2, -17, -16, -10, -5]$
9	$[-2, -3, 0, -3]$	$[-5, 0, -4, 0]$	$[2, -4, 5, 10, 13, -15, -15, 19]$	2	-15	-15	$[2, 5, 10, 13, 19, -4]$
9	$[-1, 0, -1, 1]$	$[-5, 0, -2, 0]$	$[4, -5, 7, 8, 11, -15, -15, -20]$	2	-15	-15	$[4, 7, 8, 11, 20, -5]$
10	$[-1, -3, 2, 0]$	$[-3, -2, -1, 0, -1]$	$[1, 1, 3, -4, 5, -6, 9, -10, -11, 12]$	1	1	1	$[3, 5, 9, 12, -11, -10, -6, -4]$
10	$[0, -3, 4, -3]$	$[-4, -3, -2, 0, -1]$	$[1, 3, 3, 3, -4, -6, 9, -10, -12, 13]$	9	3	3	$[1, 9, 13, -12, -10, -6, -4]$
10	$[3, -1, -3, 0]$	$[-2, -1, 1, -3, -4]$	$[3, 3, 3, 4, -6, -7, 9, -11, -12, 14]$	1	3	3	$[4, 9, 14, -12, -11, -7, -6]$
10	$[1, -3, 1, 4]$	$[-3, -2, -1, 2, -4]$	$[1, -2, 3, -4, -7, 11, 11, -12, 13, -14]$	1	11	11	$[1, 3, 13, -14, -12, -7, -4, -2]$
11	$[-2, 2, -3, -1, -2]$	$[-3, 0, 1, -3, -2]$	$[2, 2, -4, -5, 6, 7, -8, 9, -10, -11, 12]$	1	2	2	$[6, 7, 9, 12, -11, -10, -8, -5, -4]$
11	$[2, 1, -3, 0, 3]$	$[-1, -2, -1, 0, -1]$	$[1, 1, -2, 3, -4, -8, 9, -13, 14, 15, -16]$	3	1	1	$[3, 9, 14, 15, -16, -13, -8, -4, -2]$
11	$[2, 4, 2, -3]$	$[-4, -3, -2, 0, -1]$	$[1, 2, 3, 3, 3, -4, -8, 11, -13, -14, 16]$	2	3	3	$[1, 2, 11, 16, -14, -13, -8, -4]$
12	$[2, -2, 1, -1, 3]$	$[-3, 0, -2, -3, 1]$	$[2, 2, 2, -6, 8, -10, -11, 13, -14, 15, 16, -17]$	4	2	2	$[8, 13, 15, 16, -17, -14, -11, -10, -6]$

TABLA 2.3: Masas de neutrino de tipo Dirac para una simetría activa $U(1)_X$, donde N corresponde al número de fermiones quirales agregados, k y l al conjunto vectorial que proporciona soluciones a las ecuaciones diofánticas, la solución se refiere al conjunto de fermiones, s corresponde a la carga del singlete escalar S , ν a la carga de los neutrinos derechos y m el cual corresponde al parámetro proveniente del SM.

N	l	k	solution	GCD	m	ν	s	solution free
9	$[1, 2, 1, -1]$	$[-6, -3, -5, -3]$	$[1, 2, -6, -6, -6, 8, 9, 9, -11]$	1	-6	9	3	$[8, 1, 2, -11]$
9	$[-2, -1, 0]$	$[-1, -3, -5, -3]$	$[5, 6, 6, 6, -8, -9, -9, -10, 13]$	2	6	-9	-3	$[-8, 13, 5, -10]$
9	$[-2, -1, 0]$	$[-1, -4, -5, -4]$	$[1, -5, 8, 8, 8, -11, -12, -12, 15]$	2	8	-12	-4	$[1, -5, -11, 15]$
9	$[3, -5, 0, -4]$	$[-2, -1, 0, -2]$	$[6, 6, 6, -9, -9, 20, -22, -23, 25]$	6	6	-9	-3	$[-23, -22, 20, 25]$
10	$[-3, 0, -2, 3]$	$[-1, -2, -1, 0, -1]$	$[1, 3, 3, 3, 3, -4, -5, -6, -6, 8]$	1	3	-6	-3	$[8, 1, -5, -4]$
10	$[0, -1, 0, 1]$	$[-1, -2, 2, 0, -2]$	$[1, 1, 1, -5, -6, 10, 10, 10, -11, -11]$	1	10	1	11	$[-6, -5]$
10	$[0, -1, 0, 1]$	$[-2, -3, 3, 0, -3]$	$[1, -2, -8, 9, -10, 12, 12, 12, -13, -13]$	4	12	-13	-1	$[1, 9, -10, -8, -2]$
10	$[-1, 0, -1, 0]$	$[-1, -4, -1, 0, -1]$	$[1, 1, 1, -4, -9, 12, 12, 12, -13, -13]$	1	12	1	13	$[-4, -9]$
10	$[1, 2, -1, -2]$	$[-1, -2, -3, -4, 0]$	$[1, 1, 2, 2, 2, -8, 11, -13, -14, 16]$	2	2	1	3	$[11, 16, -14, -13, -8]$
11	$[1, -1, 0, 2, 1]$	$[-3, -1, 0, -2, -3]$	$[1, -2, -2, -2, -3, 4, 4, -5, 6, 7, -8]$	1	-2	4	2	$[1, 6, 7, -8, -5, -3]$
11	$[1, 0, 2, 0, 3]$	$[-2, -1, -2, -1, 0]$	$[2, 2, 2, -4, -4, -5, 7, -8, 9, 10, -11]$	2	2	-4	-2	$[7, 9, 10, -11, -8, -5]$
11	$[-2, 1, 0, 1]$	$[-2, 1, -3, 4, 3]$	$[1, 2, 3, 3, 3, -6, -6, 7, -9, -10, 12]$	2	3	-6	-3	$[1, 2, 7, 12, -10, -9]$
12	$[1, 2, 3, 2, 1]$	$[-3, -2, -3, -1, 2]$	$[1, 1, -2, -3, -3, -3, 4, 5, -7, 8, 9, -10]$	8	-3	1	-2	$[4, 5, 8, 9, -10, -7, -2]$
12	$[-1, -2, -1, 0, -1]$	$[-3, -1, -3, 2, -3]$	$[1, 2, -3, 4, 4, 4, -6, -7, 8, -9, -9, 11]$	1	4	-9	5	$[1, 2, 8, 11, -7, -6, -3]$

Capítulo 3

Materia Oscura

Al extender el SM con una simetría gauge abeliana local $U(1)$ se pueden generar masas de neutrinos de Dirac de diagramas a nivel árbol. Debido a que esta simetría es anómala se requiere implementar nuevos fermiones quirales que se encuentren cargados bajo $U(1)_D$. En este caso consideramos un modelo mínimo, donde se añaden dos fermiones quirales y sus cargas bajo $U(1)_D$ pueden componer un candidato de materia oscura en el espectro. A continuación se enmarca el contenido de campos en el modelo, así como los términos del Lagrangiano relevante.

3.1 Introducción

Las observaciones del CMB (fondo cósmico de microondas), la formación de estructuras a gran escala y la abundancia primordial de elementos ligeros son las evidencias experimentales más relevantes que han asentado la teoría de que la mayor parte de la masa del Universo consiste en materia oscura [111, 112]. Por lo tanto, el modelo cosmológico estándar ha demostrado ser una teoría muy exitosa durante las últimas dos décadas. En el modelo Λ CDM, el candidato más convincente para la partícula de DM fría (CDM) es la partícula masiva de interacción débil (WIMPs, por sus siglas en inglés). Estas partículas son masivas y estables. Adicionalmente, surgen naturalmente en la extensión supersimétrica del SM [113]. La materia oscura tipo WIMP se produce en el Universo temprano mediante mecanismos térmicos, estando en un equilibrio químico con las partículas del SM y a medida que el Universo se expandía y disminuía la temperatura, estas partículas se desacoplan o salen del equilibrio y se produce lo que se conoce como *freeze-out* o congelamiento.

Por otra parte, las exclusiones experimentales impuestas para las detecciones directas de DM como XENON100 [114], LUX [115] y CDMS [116] han implicado que el espacio de parámetros para la materia oscura de WIMP está cada vez más restringido.

3.2 Modelo

Se considera una extensión del SM con una nueva simetría gauge abeliana oscura $U(1)_D$, el cual tiene asociado un bosón vectorial gauge abeliano B'_μ . Además se añaden al menos dos neutrinos singletes derechos (ν_{R1}, ν_{R2}) , un singlete escalar S y dos fermiones quirales. En otras palabras, se añaden los siguientes campos nuevos al contenido del SM (3.1):

Campos	$SU(2)_L$	$U(1)_Y$	$U(1)_D$
$(\nu_R)_i^\dagger$	1	0	5
$L^{(n)}$	2	-1/2	0
η	2	1/2	5
S	1	0	5
ϕ	2	1/2	0
ψ_{L1}	1	0	-6
ψ_{R1}	1	0	1
ψ_{L2}	1	0	-3
ψ_{R2}	1	0	-2

TABLA 3.1: Contenido de campo para un modelo con candidatos a materia oscura, masas de neutrinos de Dirac por mecanismo seesaw tipo II y detección directa.

Los nuevos campos del modelo interactúan entre sí, pero no pueden interactuar directamente con las partículas del SM. Los términos de interacción más relevantes en los sectores oscuros se dan en el Lagrangiano (en notación de dos componentes):

$$-\mathcal{L} \subset y_{X1} S^* \psi_{L1} \cdot \psi_{R1} + y_{X2} S^* \psi_{L2} \cdot \psi_{R2} + y \epsilon^{\alpha\beta} \nu_R^\dagger L_\alpha \eta_\beta + V_H + h.c., \quad (3.1)$$

donde, $V_H = V(\phi, \eta, S)$ corresponde al potencial escalar, dado por:

$$\begin{aligned} V_H = V(\phi, S, \eta) \subseteq & \mu_\phi^2 \phi^\dagger \phi + \mu_S^2 S^* S + M_\eta^2 \eta^\dagger \eta + \lambda_\phi (\phi^\dagger \phi)^2 + \lambda_S (S^* S)^2 + \lambda_\eta (\eta^\dagger \eta)^2 \\ & + \lambda_{\phi-S} (\phi^\dagger \phi) (S^* S) + \lambda_{\phi-\eta} (\phi^\dagger \phi) (\eta^\dagger \eta) + \lambda_{\eta-S} (S^* S) (\eta^\dagger \eta) \\ & + \lambda_\tau (\phi^\dagger \eta) (\eta^\dagger \phi) + \rho [S \eta^\dagger \phi + h.c.]. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Después de la ruptura espontánea de la simetría de $U(1)_D$ mediante el valor esperado de vacío del singlete escalar S , los dos campos quirales singletes bajo el SM (ψ_1 y ψ_2) pueden adquirir una masa de Dirac a través de:

$$-\mathcal{L}_\psi = y_\psi (\psi_R)^\dagger \psi_L S + h.c. \quad (3.3)$$

En la tabla 3.2 se presentan las asignaciones de cargas para los dos campos fermiónicos de Dirac con componentes de Weyl ($(\psi_R)^\dagger$ y ψ_L , de tal manera que $((\psi_{R_1})^\dagger + \psi_{L_1} = s$, veamos que se satisface, ya que $-6 + 1 = -5$ y $-3 + (-2) = -5$), el valor esperado de vacío de S , $\langle S \rangle = v_S/\sqrt{2}$ conlleva a una masa diferente de cero para al bosón gauge asociado Z_D , donde hay dos candidatos de materia oscura Ψ_1 y Ψ_2 . En el caso en el que Ψ_2 sea mucho más masivo que Ψ_1 , se desacoplan las ecuaciones de Boltzmann y la densidad de reliquia asociada a la partícula de materia oscura en el primer sector oscuro domina la abundancia de reliquia y se obtiene de manera efectiva el caso de una sola componente.

Campos	$(\nu_R)_i^\dagger$	$(\nu_R)_i^\dagger$	ψ_{L_1}	$(\psi_{R_1})^\dagger$	ψ_{L_2}	$(\psi_{R_2})^\dagger$	s
	5	5	-6	1	-3	-2	5

TABLA 3.2: Asignación de cargas de los dos campos quirales singletes.

3.2.1 Materia Oscura

A partir de la asignación de cargas del modelo presentadas en la Tabla 3.1 se obtiene que después de la ruptura de simetría $U(1)_D$ quedan dos simetrías Z_2 residuales. La partícula más ligera que sea impar bajo cada simetría Z_2 , (ya sea el doblete escalar o el singlete de fermión más ligero) constituye un candidato a materia oscura. La densidad de materia oscura observada se puede generar a través de los mecanismos de freeze-in, superWIMP o congelación, con materia oscura fría [117]. Las partículas que circulan por el diagrama de masa de neutrinos a nivel árbol son impares bajo las simetrías remanentes. Por lo contrario, los neutrinos derechos (ν_R), el singlete escalar S y las partículas del SM son pares bajo las simetrías remanentes.

En nuestro caso, la densidad de reliquia térmica está mediada por las interacciones gauge $U(1)_D$. Es decir, nos concentramos en DM fermiónica donde las especies de materia oscura interactuaban débilmente con las partículas del sector visible y se encontraban en equilibrio térmico con el plasma del SM. En la figura (3.1) se presenta el proceso

principal que aporta a la abundancia de reliquia de materia oscura, el cual corresponde a la aniquilación de partículas de materia oscura en fotones oscuros Z_D (*se debe tener en cuenta que se tienen dos canales de aniquilación, el canal t y el canal u*).

El lagrangiano para el campo vectorial gauge abeliano B'_μ y el término de interacción entre B'_μ y los fermiones candidatos a materia oscura (términos cinéticos) está dado por:

$$\mathcal{L}_{B'} = -\frac{1}{4}B'_{\mu\nu}B'^{\mu\nu} + \frac{\epsilon}{2}B'_{\mu\nu}B^{\mu\nu} + \frac{i}{2}\xi_\alpha^\dagger \bar{\sigma}^{\mu\dot{\alpha}\alpha} \mathcal{D}_\mu \xi_\alpha - \frac{i}{2}\eta^\alpha \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \mathcal{D}_\mu \eta^{\dagger\dot{\alpha}}, \quad (3.4)$$

donde, se observa que puede ocurrir una mezcla cinética (kinetic mixing) al considerar dos o más tensores de intensidad de campo $B'^{\mu\nu}$ y $B^{\mu\nu}$ que sean neutros bajo alguna simetría gauge, cabe resaltar que esto solo aparece para grupos gauges abelianos $U(1)$, además

$$B'_{\mu\nu} = \partial_\mu B'_\nu - \partial_\nu B'_\mu, \quad (3.5)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (3.6)$$

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig_D q_X B'_\mu, \quad (3.7)$$

donde $B'_{\mu\nu}$ se conoce como el tensor de esfuerzos para el campo B'_μ , $B_{\mu\nu}$ se conoce como el tensor de esfuerzos para el campo B_μ , ϵ es el término de mezcla cinética para los bosones B_μ y B'_μ , \mathcal{D}_μ es la derivada covariante bajo la simetría $U_1(D)$, g_D es el acople gauge y q_X es la carga del fermión quiral. Se puede diagonalizar el término de mezcla cinética de la siguiente manera

$$\begin{pmatrix} \tilde{B} \\ \tilde{B}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \epsilon \\ 0 & \sqrt{1-\epsilon^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B \\ B' \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Para determinar el espectro de masas se debe expandir los términos cinéticos de la ecuación (4.4) presentada en el capítulo 4 y parte del anexo D. Considerando un kinetic mixing ϵ diferente de cero, los campos A_0 , Z_0 y Z_D no son ortogonales, es decir que la matriz de masa de los bosones gauge neutros pueden escribirse de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_M = \frac{1}{2}V_0^T S^T M_G^2 S V_0 \quad (3.9)$$

$$\text{donde, } V_0^T = \begin{pmatrix} B_\mu & W_{3\mu} & B'_\mu \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{\epsilon}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon^2}} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

$$S^T M_G^2 S = \begin{pmatrix} \frac{1}{4}g_1^2 v_\phi^2 & -\frac{1}{4}gg_1 v_\phi^2 & -\frac{1}{4}g_1 g'_D v_\phi^2 \\ -\frac{1}{4}gg_1 v_\phi^2 & \frac{1}{4}g^2 v_\phi^2 & -\frac{1}{4}gg'_D v_\phi^2 \\ \frac{1}{4}g_1 g'_D v_\phi^2 & -\frac{1}{4}gg'_D v_\phi^2 & \frac{1}{4}g_D'^2 v_\phi^2 + 4g_1''^2 v_T^2 \end{pmatrix}, \quad (3.11)$$

con, $g'_D = \frac{g_D - g_1 \epsilon}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$, $g'_1 = g_D s$. La siguiente combinación lineal de B^μ , W_3^μ y B'^μ da estados propios de masa definidos A^μ , Z^μ y Z_D^μ con un valor de kinetic mixing, ϵ diferente de cero.

$$\begin{pmatrix} B'^\mu \\ W_3^\mu \\ B^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & -\cos \theta \sin \theta_w & \sin \theta_w \sin \theta \\ \sin \theta_w & \cos \theta \cos \theta_w & -\cos \theta_w \sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \\ Z_D^\mu \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

donde,

$$\tan 2\theta = \frac{2g'_D \sqrt{g^2 + g_1^2}}{g_D'^2 + 16\frac{v_T^2}{v_\phi^2} g_1'' - g^2 - g_1^2}, \quad (3.13)$$

con $g_1'' = \frac{g_1'}{\sqrt{1-\epsilon^2}}$. Las masas física de los bosones gauge A , Z y Z_D están dadas por,

$$M_A = 0 \quad (3.14)$$

$$M_{Z, Z_D} \quad (3.15)$$

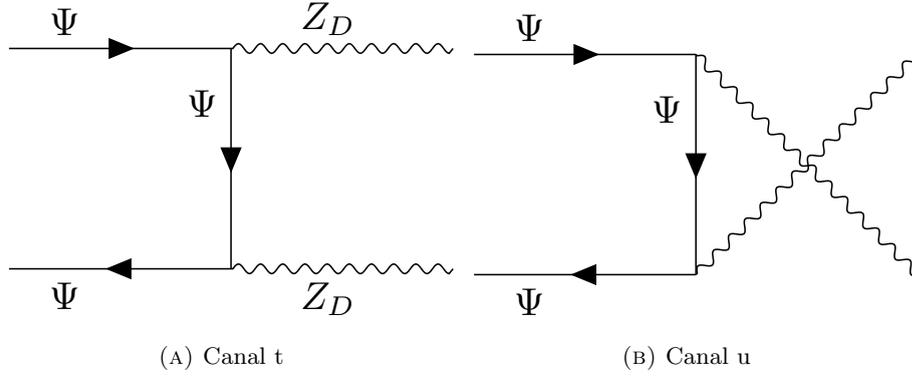


FIGURA 3.1: Diagrama de Feynman de la aniquilación de partículas de materia oscura en fotones oscuros en el canal t y canal u respectivamente, que contribuyen a la abundancia de reliquia de materia oscura.

Es importante resaltar que en este caso el fotón oscuro no puede ser candidato a materia oscura porque este puede decaer en partículas del SM mediante el portal del kinetic mixing.

El fermión de cuatro componentes ψ_j se puede escribir en términos de los fermiones de dos componentes $\xi_{j,\alpha}$ y $\eta_j^{\dagger\dot{\alpha}}$ como:

$$\psi_j = \begin{pmatrix} \xi_{j,\alpha} \\ \eta_j^{\dagger\dot{\alpha}} \end{pmatrix}. \quad (3.16)$$

En el paradigma WIMP la cantidad relevante es la sección eficaz promediada térmicamente para la aniquilación de materia oscura en partículas SM. Ese observable depende de los acoplamientos de interacciones y masas de los campos en nuestros modelos que deben satisfacer restricciones teóricas y fenomenológicas. La abundancia de reliquia de los fermiones masivos en los sectores oscuros, que son candidatos a materia oscura, deben ser consistente con los resultados de los datos del experimento PLANCK [118].

La sección transversal para la aniquilación de partículas de materia oscura en fotones oscuros es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sum_{i=1}^2 \frac{g_D^4 \beta(m_D, m_D)}{576\pi s m_D^4 \beta(M_{\psi_i}, M_{\psi_i})} \left[\frac{\Sigma_t}{(t - M_{\psi_i})^2} + \frac{\Sigma_u}{(u - M_{\psi_i})^2} + \frac{\Sigma_{tu}}{(t - M_{\psi_i})(u - M_{\psi_i})} \right] \quad (3.17)$$

donde g_D es la constante de acoplamiento gauge para la simetría oscura, m_D es la masa del fotón oscuro y:

$$\beta(M, m) = \sqrt{s^2 - 2s(M^2 + m^2) + (M^2 - m^2)^2}, \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_t = & -2(4m_D^8 + 8m_D^6 M_{\psi_i}^2 - 8m_D^6 t + 69m_D^4 M_{\psi_i}^4 - 4m_D^4 M_{\psi_i}^2 s + 54m_D^4 M_{\psi_i}^2 t \\ & + 4m_D^4 st + 5m_D^4 t^2 - 30m_D^2 M_{\psi_i}^6 + 4m_D^2 M_{\psi_i}^4 s + 58m_D^2 M_{\psi_i}^4 t - m_D^2 M_{\psi_i}^4 t \\ & - 2m_D^2 M_{\psi_i}^2 t^2 + 4m_D^2 st^2 - 2m_D^2 t^3 + M_{\psi_i}^8 - M_{\psi_i}^6 s - 4M_{\psi_i}^6 t + 3M_{\psi_i}^4 st \\ & + 6M_{\psi_i}^4 t^2 - 3M_{\psi_i}^2 st^2 - 4M_{\psi_i}^2 t^3 + st^3 + t^4), \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_u = & -2(8m_D^8 + 20m_D^6 M_{\psi_i}^2 + 4m_D^6 s - 20m_D^6 t + 81m_D^4 M_{\psi_i}^4 - 40m_D^4 M_{\psi_i}^2 s \\ & + 30m_D^4 M_{\psi_i}^2 t + 8m_D^4 st + 17m_D^4 t^2 - 26m_D^2 M_{\psi_i}^6 + 28m_D^2 M_{\psi_i}^4 s + 46m_D^2 M_{\psi_i}^4 t \\ & - 24m_D^2 M_{\psi_i}^2 st - 14m_D^2 M_{\psi_i}^2 t^2 - 4m_D^2 st^2 - 6m_D^2 t^3 + M_{\psi_i}^8 - M_{\psi_i}^6 s - 4M_{\psi_i}^6 t \\ & + 3M_{\psi_i}^4 st + 6M_{\psi_i}^4 t^2 - 3M_{\psi_i}^2 st^2 - 4M_{\psi_i}^2 t^3 + st^3 + t^4), \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_{tu} = & 2(4m_D^8 + 70m_D^6 M_{\psi_i}^2 - 6m_D^6 t - 65m_D^4 M_{\psi_i}^4 - 8m_D^4 M_{\psi_i}^2 s - 62m_D^4 M_{\psi_i}^2 t + 8m_D^4 st \\ & - m_D^4 t^2 + 28m_D^2 M_{\psi_i}^6 - 14m_D^2 M_{\psi_i}^4 s - 52m_D^2 M_{\psi_i}^4 t + 12m_D^2 M_{\psi_i}^2 st + 20m_D^2 M_{\psi_i}^2 t^2 \\ & + 2m_D^2 st^2 + 4m_D^2 t^3 - M_{\psi_i}^8 + M_{\psi_i}^6 s + 4M_{\psi_i}^6 t - 3M_{\psi_i}^4 st - 6M_{\psi_i}^4 t^2 + 3M_{\psi_i}^2 st^2 \\ & + 4M_{\psi_i}^2 t^3 - st^3 - t^4). \end{aligned} \quad (3.21)$$

La sección transversal promediada térmicamente se puede escribir como una expansión en serie en v^2 ,

$$\langle \sigma v \rangle = a + bv^2 \quad (3.22)$$

donde,

$$a = \frac{g_D^4}{144\pi m_D^4 M_{\psi_i}^6} (-2m_{\psi_i}^8 + m_D^6 M_{\psi_i}^2 + 17m_D^4 M_{\psi_i}^4 - 16m_D^2 M_{\psi_i}^6 + 12M_{\psi_i}^8) \sqrt{1 - \frac{m_D^2}{M_{\psi_i}^2}}, \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} b = & \frac{g_D^4}{3456\pi m_D^4 M_{\psi_i}^6 (m_D^2 - M_{\psi_i}^2)} \\ & \times (-20m_D^{10} + 216m_D^8 M_{\psi_i}^2 - 541m_D^6 M_{\psi_i}^4 + 521m_D^4 M_{\psi_i}^6 - 304m_D^2 M_{\psi_i}^8 + 164M_{\psi_i}^{10}) \sqrt{1 - \frac{m_D^2}{M_{\psi_i}^2}} \end{aligned} \quad (3.24)$$

El valor de la sección eficaz de aniquilación de partículas de DM en partículas del SM está relacionada con el valor de abundancia de reliquia, la cual está medida por la colaboración de PLANCK, como $\Omega_{\text{DM}} h^2 = \rho_{\text{DM}} / \rho_c = 0.120 \pm 0.0001$ [118], donde ρ_{DM} es la densidad de DM y ρ_c la densidad crítica del Universo.

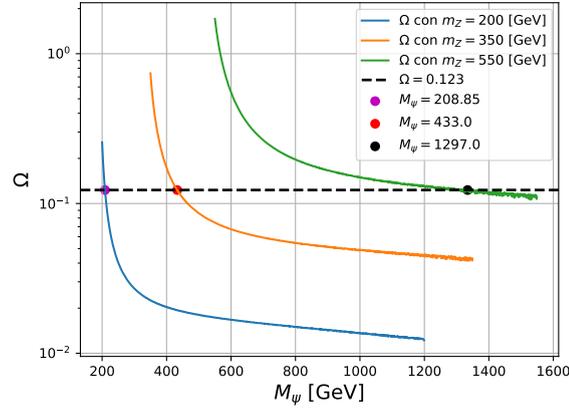


FIGURA 3.2: Abundancia de reliquia de DM en función de la masa del candidato de DM fijando $g_D = 0.1$ y la masa de los fotones oscuros Z_D a tres valores. Donde 200 GeV corresponde al límite inferior para m_{Z_D} (representada por la línea azul) donde la curva de la abundancia de reliquia corta la densidad reliquia cosmológica reportada por la colaboración PLANCK, que toma un valor de $\Omega = 0.120 \pm 0.0001$ [118] (representada por la línea a trazos). El segundo límite considerado corresponde a una masa de $m_{Z_D} = 350$ GeV (representada por la línea naranja) y finalmente se considera una masa de $m_{Z_D} = 550$ GeV como el límite superior (representada por la línea verde).

3.3 Espacio de parámetros

En la figura (3.2) se presenta la abundancia de reliquia de DM considerando el acoplamiento entre los fermiones de Dirac y los Z_D como $g_D = 0.1$, en función de la masa del candidato de materia oscura fijando la masa del fotón oscuro Z_D a tres valores, donde 200 GeV corresponde al límite inferior para m_{Z_D} (representada por la línea azul), el segundo límite considerado corresponde a una masa de $m_{Z_D} = 350$ GeV (representada por la línea naranja) y finalmente se considera una masa de $m_{Z_D} = 550$ GeV como el límite superior (representada por la línea verde), donde la curva de la abundancia de reliquia corta la densidad reliquia cosmológica, la cual está representada por $\Omega_{DM} = 0.120 \pm 0.0001$. El punto de intersección entre la sección eficaz fijando las masas del Z_D y la densidad reliquia cosmológica da lugar a la masa del fermión de Dirac M_ψ , como posibles candidatos a DM, representado en el eje x ; el cual presenta una variación de la masa del fermión quiral ψ . Al analizar valores de masas constantes para el fotón oscuro, Z_D , se evidencia que la densidad reliquia tiende a decrecer a medida que aumenta la masa de la partícula de materia oscura, ψ .

En la figura 3.3 se presenta la abundancia de reliquia de DM en función de la masa del candidato de materia oscura fijando la masa del fotón oscuro Z_D cada diez valores, desde el límite inferior de 200 GeV hasta 550 GeV, donde el punto de corte con la densidad de reliquia cosmológica da como resultado el valor de la masa del fermión de Dirac, M_ψ .

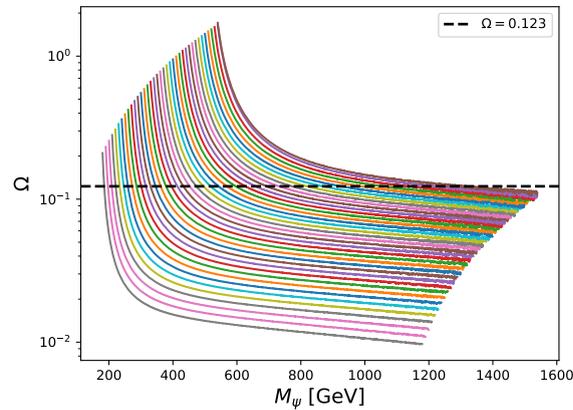


FIGURA 3.3: Abundancia de reliquia de DM en función de la masa del candidato de materia oscura fijando la masa de los fotones oscuros Z_D cada diez valores, donde 200GeV corresponde al límite inferior y $m_{Z_D} = 550\text{GeV}$ como el límite superior, donde la curva de la abundancia de reliquia corta la densidad reliquia cosmológica reportada por la colaboración PLANCK, que toma un valor de $\Omega = 0.120 \pm 0.0001$ [118].

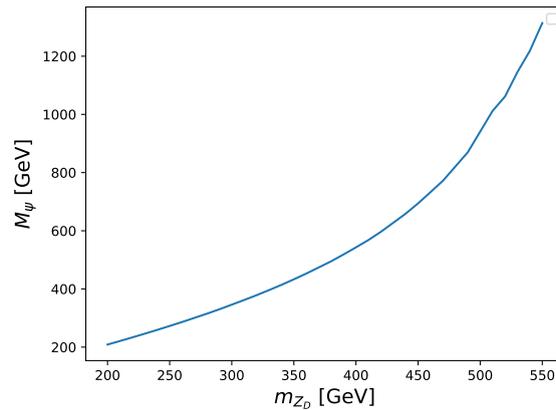


FIGURA 3.4: Masa de los fermiones oscuros de Dirac vs masa de los fotones oscuros Z_D

En la figura (3.4) se presentan los valores de la masa del candidato de DM en función de la masa del fotón oscuro, se nota que en un rango de masas del fotón oscuro de 200GeV a 550GeV, la abundancia de reliquia es compatible con el valor dado por la colaboración PLANCK de $\Omega_{\text{DM}} = 0.120 \pm 0.0001$. Además se puede ver que el fermión oscuro que es candidato de DM es una partícula estable neutra entonces puede ser un candidato de DM en el paradigma WIMP, donde los fermiones de DM se aniquilan en fotones oscuros los cuales decaen a partículas del SM mediante el kinetic mixing [119].

Capítulo 4

Modelos de masas de neutrinos

Los neutrinos del SM aparecen sin masa. Sin embargo, los experimentos de oscilaciones de neutrinos implican que las masas de los neutrinos son diferentes de cero y por lo menos 6 órdenes de magnitud más pequeñas que las masas de los otros fermiones cargados del modelo estándar. Además los ángulos de mezcla son mucho mayores que los de los quarks. Por lo tanto, se pretende entender la estructura observada en las masas y mezclas de neutrinos para así explicar una explicación fenomenológica a las oscilaciones de neutrinos.

4.1 Mecanismo seesaw

Los mecanismos seesaw proporcionan una explicación natural e interesante a la pequeñez de las masas de los neutrinos en comparación con las masas de los fermiones cargados [84, 120]. Por lo tanto, permiten entender la diferencia de las masas de los neutrinos observadas (orden de eV) en comparación con los fermiones cargados como los quarks o los leptones cargados. En este caso se considera un mecanismo seesaw tipo II para masas de Dirac.

4.1.1 Mecanismo seesaw tipo II - Masas de Dirac

Se propone un modelo de Dirac seesaw tipo II para obtener las pequeñas masas de neutrinos extendiendo el contenido visible del modelo estándar (SM) con un sector oculto compuesto por un singlete escalar S y al menos dos neutrinos singletes derechos (ν_{R_1}, ν_{R_2}). Estos neutrinos singletes derechos se cargan bajo una nueva simetría activa, $U(1)_X$ o una simetría oscura, $U(1)_D$. Además es necesario añadir un doblete escalar pesado

para desempeñar el rol de mensajero entre el sector visible, el cual viene dado por las partículas del SM y el sector oculto que corresponde a los nuevos campos añadidos.

4.1.2 Lagrangiano de Yukawa

El Lagrangiano de Yukawa describe el acoplamiento entre los campos escalares de la teoría y los fermiones. En nuestro caso, el acoplamiento involucra un doblete escalar pesado η , el doblete de Higgs ϕ y el singlete escalar S . Por medio de una ruptura espontánea de la simetría, los fermiones adquieren una masa proporcional al valor esperado en el vacío del campo escalar S . Considerando los términos del lagrangiano descritas en las ecuaciones (2.7) y (2.10), teniendo en cuenta además el diagrama a nivel árbol que representa la interacción:

$$\mathcal{L}_Y \supset - \sum_{n,m} y_{nm} (\nu_{nR})^\dagger (L_m) \cdot \eta + \rho S \eta^\dagger \phi + \text{h.c.}, \quad (4.1)$$

donde,

$$A \cdot B = \epsilon_{ab} A^a B^b = \tilde{A}^\dagger B. \quad (4.2)$$

Por lo tanto, podemos escribir el lagrangiano de la ecuación (4.1) como:

$$\mathcal{L}_Y \supset - \sum_{n,m} y_{nm} (\nu_{nR})^\dagger \tilde{\eta}^\dagger L_m + \rho S \eta^\dagger \phi + \text{h.c.} \quad (4.3)$$

donde, y_{mj} corresponde al acoplamiento de Yukawa.

El diagrama a nivel árbol para la generación de masas de neutrinos en **Mecanismo seesaw dirac tipo II** se muestra a continuación en la figura 4.1.

4.1.3 Lagrangiano de Higgs

Teniendo en cuenta que la teoría al ser invariante bajo el grupo de simetría $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_X$, implica que la densidad lagrangiana no posee explícitamente términos de masa para los fermiones, ni para los bosones intermedarios ya que de lo contrario estos romperían explícitamente la simetría. Por consiguiente, es necesario dotar de masa a las partículas del SM, para lo cual es necesario implementar el mecanismo de ruptura espontánea de la simetría.

El lagrangiano de Higgs con el contenido de campos mostrado anteriormente viene dado por:

$$\mathcal{L}_{\text{Higgs}} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \phi) + (\mathcal{D}_\mu \eta)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \eta) + (\mathcal{D}_\mu S)^\dagger (\mathcal{D}^\mu S) - V_H, \quad (4.4)$$

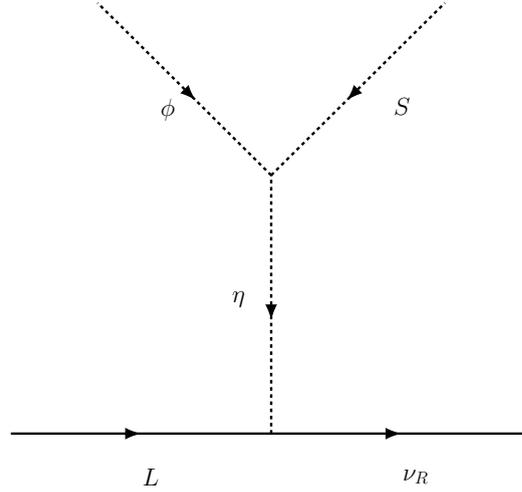


FIGURA 4.1: Generación de masa de neutrinos en el mecanismo Seesaw Dirac tipo II.

donde, $\mathcal{D}_\mu\phi = \partial_\mu\phi - ig_1B_\mu\phi - ig_2W_\mu^3\phi$, $\mathcal{D}_\mu\eta = \partial_\mu\eta - ig_1B_\mu\eta - ig_2W_\mu^3\eta - i\eta g_D B'_\mu\eta$ y $\mathcal{D}_\mu S = \partial_\mu S - isg_D B'_\mu S$, la derivada covariante permite escribir el acople de los bosones de gauge con los escalares ϕ , η y S . Por otro lado, el potencial escalar puede ser escrito de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 V_H = V(\phi, S, \eta) \subseteq & \mu_\phi^2\phi^\dagger\phi + \mu_S^2S^*S + M_\eta^2\eta^\dagger\eta + \lambda_\phi(\phi^\dagger\phi)^2 + \lambda_S(S^*S)^2 + \lambda_\eta(\eta^\dagger\eta)^2 \\
 & + \lambda_{\phi-S}(\phi^\dagger\phi)(S^*S) + \lambda_{\phi-\eta}(\phi^\dagger\phi)(\eta^\dagger\eta) + \lambda_{\eta-S}(S^*S)(\eta^\dagger\eta) \\
 & + \lambda_7(\phi^\dagger\eta)(\eta^\dagger\phi) + \rho[S\eta^\dagger\phi + h.c], \tag{4.5}
 \end{aligned}$$

donde existen dos posibilidades para los parámetros μ_ϕ^2 y μ_S^2 , que tome valores mayores a cero (rango positivo), o valores menores a cero (valores negativos):

- Si $\mu_i^2 \leq 0$: Para los campos escalares ϕ y S . El potencial toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 V(\phi, S, \eta) \subseteq & -\mu_\phi^2\phi^\dagger\phi - \mu_S^2S^*S + M_\eta^2\eta^\dagger\eta + \lambda_\phi(\phi^\dagger\phi)^2 + \lambda_S(S^*S)^2 + \lambda_\eta(\eta^\dagger\eta)^2 \\
 & + \lambda_{\phi-S}(\phi^\dagger\phi)(S^*S) + \lambda_{\phi-\eta}(\phi^\dagger\phi)(\eta^\dagger\eta) + \lambda_{\eta-S}(S^*S)(\eta^\dagger\eta) \\
 & + \lambda_7(\phi^\dagger\eta)(\eta^\dagger\phi) + \rho[S\eta^\dagger\phi + h.c], \tag{4.6}
 \end{aligned}$$

donde se ha considerado que $M_\eta^2 > 0$.

El espectro escalar de los respectivos dobletes pueden ser representados de la siguiente manera:

$$\phi = \hat{\phi} + \langle \hat{\phi} \rangle_0 = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\phi + R_\phi + iI_\phi) \end{pmatrix}, \tag{4.7}$$

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \eta^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Además del espectro escalar del singlete:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}}(v_S + R_S + iI_S). \quad (4.9)$$

Para obtener los valores que toman los coeficientes μ_ϕ^2 y μ_S^2 en el potencial de la ecuación (4.6), es necesario aplicar la condición del mínimo, la cual se expresa de la siguiente manera

$$\frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_\phi} = \frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_\eta} = \frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_S} = 0. \quad (4.10)$$

Como se puede observar, se analiza el potencial como una función del escalar VEVs (Valor esperado de vacío). Con $v_\phi \equiv \langle \phi \rangle$, $v_\eta \equiv \langle \eta \rangle$, $v_S \equiv \langle S \rangle$. Por lo tanto, podemos reescribir el potencial de la ecuación (4.6):

$$V(v_\phi, v_S, v_\eta) \subseteq -\mu_\phi^2 v_\phi^2 - \mu_S^2 v_S^2 + M_\eta^2 \eta^2 + \lambda_\phi v_\phi^4 + \lambda_S v_S^4 + \lambda_\eta v_\eta^4 + \lambda_{\phi-S}(v_\phi^2)(v_S^2) \\ + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7](v_\phi^2)(v_\eta^2) + \lambda_{\eta-S}(v_\eta^2)(v_S^2) + \rho[v_S v_\eta v_\phi + h.c], \quad (4.11)$$

lo cual implica directamente que:

- $v_\phi^2 \equiv \langle \phi^\dagger \phi \rangle$,
- $v_\eta^2 \equiv \langle \eta^\dagger \eta \rangle$,
- $v_S^2 \equiv \langle S^* S \rangle$.

Aplicando las condiciones del mínimo llegamos a:

$$\frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_\phi} = -2\mu_\phi^2 \phi v_\phi + 4\lambda_\phi v_\phi^3 + 2\lambda_\phi - S v_\phi v_S^2 + \rho v_S v_\eta + 2[\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7]v_\phi(v_\eta^2) = 0, \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_\eta} = 2M_\eta^2 \eta v_\eta + 4\lambda_\eta v_\eta^3 + 2\lambda_\eta - S v_\eta v_S^2 + \rho v_S v_\phi + 2[\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7]v_\phi^2(v_\eta) = 0, \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \langle V(\phi, S, \eta) \rangle}{\partial v_S} = -2\mu_S^2 S v_S + 4\lambda_S v_S^3 + 2\lambda_\phi - S v_S v_\phi^2 + \rho v_\eta v_\phi + 2\lambda_{\eta-S} v_S v_\eta^2 = 0. \quad (4.14)$$

De las condiciones (4.12), (4.13) y (4.14) se obtiene directamente las tres soluciones para los parámetros μ_ϕ^2 , μ_S^2 y M_η^2 :

$$\begin{aligned}\mu_\phi^2 &= 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_\tau](v_\eta^2) + \rho \frac{v_\eta v_S}{2v_\phi}, \\ M_\eta^2 &= 2\lambda_\eta v_\eta^2 + \lambda_{\eta-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_\tau](v_\phi^2) + \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta},\end{aligned}\tag{4.15}$$

$$\mu_S^2 = 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} v_\eta^2 + \rho \frac{v_\eta v_\phi}{2v_S}.\tag{4.16}$$

Asumiendo que $M_\eta > 0$, además considerando que la contribución de M_η^2 es muchísimo mayor a las contribuciones que provienen de los valores esperados de vacío, es decir

$$M_\eta^2 \gg v(\text{VEVs})$$

donde, $v(\text{VEVs}) = v_\phi, v_S$ y v_η . Reemplazando se obtiene:

$$M_\eta^2 \approx 2\lambda_\eta v_\eta^2 + \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta}.\tag{4.17}$$

Teniendo en cuenta que el valor esperado de vacío del doblete η pesado es muy pequeño (porque el valor esperado de vacío de η es mucho menor al valor esperado de vacío de ϕ y S) entonces podríamos despreciar términos de segundo orden en v_η [86], por lo tanto se obtiene finalmente:

$$M_\eta^2 \approx \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta}.\tag{4.18}$$

Despejando el valor esperado de vacío del doblete escalar pesado, v_η obtenemos:

$$v_\eta \approx \rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2},\tag{4.19}$$

reemplazando la ecuación anterior en las soluciones para los parámetros $\mu^2\phi$, μ_S^2 y $M^2\eta$ se obtiene el valor esperado de vacío para el singlete escalar de Higgs (el procedimiento minucioso del cálculo puede encontrarse en el **Anexo A.**)

$$v_S^2 = \frac{2\mu_S^2\lambda_\phi - \lambda_{\phi-S}\mu_\phi^2 - \frac{\mu_\phi^2\rho^2}{M_\eta^2}}{4\lambda_S\lambda_\phi - [(\lambda_{\phi-S}) - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}]^2}.\tag{4.20}$$

Análogamente, para el valor esperado de vacío del doblete de Higgs, v_ϕ^2 , (el procedimiento minucioso del cálculo puede encontrarse en el **Anexo B.**)

$$v_\phi^2 = \frac{2\mu_\phi^2\lambda_S - \lambda_{\phi-S}\mu_S^2 - \frac{\mu_S^2\rho^2}{M_\eta^2}}{4\lambda_\phi\lambda_S - [(\lambda_{\phi-S}) - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}]^2}.\tag{4.21}$$

Para asegurar que los valores esperados de vacío de ϕ y S no se hagan cero podemos elegir los parámetros $\mu^2\phi$, μ_S^2 , $\lambda\phi$, λ_S y que α satisfagan las siguientes condiciones,

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \neq 0 \\ 4\lambda_\phi\lambda_S - \alpha^2 > 0 \quad \text{ó} \quad \alpha = 0 \\ \frac{\alpha}{2\lambda_S} < \frac{\mu^2\phi}{\mu_S^2} < \frac{2\lambda\phi}{\alpha} \end{array} \right. \quad (4.22)$$

donde se ha definido el coeficiente α de la siguiente manera:

$$\alpha = [(\lambda_{\phi-S}) - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}]. \quad (4.23)$$

Finalmente, teniendo en cuenta el valor esperado de vacío de η , mostrado en la ecuación (4.19) y considerando solo términos de masa y acoplamiento leptón - leptón descritos en la ecuación (4.1) para la generación de las masas de neutrinos de Dirac, podemos considerar lo siguiente:

$$\mathcal{L}_Y \supset \sum_{n,m=1}^3 -y_{nm}(\nu_{nR})^\dagger (L_m) \cdot \eta + \text{h.c.}, \quad (4.24)$$

teniendo en cuenta

$$(L_m) \cdot \eta = \epsilon_{ab} L_m^a \eta^b = (\epsilon_{12} L_m^1 \eta^2 + \epsilon_{21} L_m^2 \eta^1),$$

con,

$$\epsilon_{ab} = \left\{ \begin{array}{l} +1 \quad \text{si} \quad (a,b) = (1,2) \\ -1 \quad \text{si} \quad (a,b) = (2,1) \\ 0 \quad \text{si} \quad a = b \end{array} \right. \quad (4.25)$$

Por lo tanto, podemos expandir para las tres generaciones o sabores de neutrinos de Dirac, sumando sobre las tres familias obtenemos:

$$\mathcal{L}_Y \supset \sum_{n,m=1}^3 -y_{nm}(\nu_{Rn})^\dagger \epsilon_{ab} L_m^a \eta^b + \text{h.c.}, \quad (4.26)$$

reemplazando para el tensor Levi-Civita se obtiene,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &\supset \sum_{n,m=1}^3 -y_{nm}(\nu_{Rn})^\dagger (\epsilon_{12} L_m^1 \eta^2 + \epsilon_{21} L_m^2 \eta^1) + \text{h.c} \\ &\supset \sum_{n,m=1}^3 -y_{nm}(\nu_{Rn})^\dagger (L_m^1 \eta^2 - L_m^2 \eta^1) + \text{h.c.} \end{aligned}$$

Encontramos que el lagrangiano puede ser descrito de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &\supset -y_{11}(\nu_{R1})^\dagger(\nu_e \eta^0 - e_L \eta^+) - y_{12}(\nu_{R1})^\dagger(\nu_\mu \eta^0 - \mu_L \eta^+) - y_{13}(\nu_{R1})^\dagger(\nu_\tau \eta^0 - \tau_L \eta^+) \quad (4.27) \\ &\quad - y_{21}(\nu_{R2})^\dagger(\nu_e \eta^0 - e_L \eta^+) - y_{22}(\nu_{R2})^\dagger(\nu_\mu \eta^0 - \mu_L \eta^+) - y_{23}(\nu_{R2})^\dagger(\nu_\tau \eta^0 - \tau_L \eta^+) \\ &\quad - y_{31}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_e \eta^0 - e_L \eta^+) - y_{32}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_\mu \eta^0 - \mu_L \eta^+) - y_{33}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_\tau \eta^0 - \tau_L \eta^+) + \text{h.c.} \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta la definición del doblete escalar pesado añadido se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &\supset \frac{1}{\sqrt{2}} \{ -y_{11}(\nu_{R1})^\dagger(\nu_e(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - e_L \eta^+) - y_{12}(\nu_{R1})^\dagger(\nu_\mu(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \mu_L \eta^+) \\ &\quad (4.28) \\ &\quad - y_{13}(\nu_{R1})^\dagger(\nu_\tau(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \tau_L \eta^+) - y_{21}(\nu_{R2})^\dagger(\nu_e(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - e_L \eta^+) \\ &\quad - y_{22}(\nu_{R2})^\dagger(\nu_\mu(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \mu_L \eta^+) - y_{23}(\nu_{R2})^\dagger(\nu_\tau(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \tau_L \eta^+) \\ &\quad - y_{31}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_e(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - e_L \eta^+) - y_{32}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_\mu(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \mu_L \eta^+) \\ &\quad - y_{33}(\nu_{R3})^\dagger(\nu_\tau(v_\eta + R_\eta + iI_\eta) - \tau_L \eta^+) \} + \text{h.c.}, \end{aligned}$$

considerando solo términos de masa y acoplamiento leptón - leptón se observa que como consecuencia de la introducción del doblete escalar pesado, los neutrinos adquieren masa

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= \frac{1}{\sqrt{2}} \{ -y_{11}(\nu_{eR})^\dagger \nu_{eL} v_\eta - y_{12}(\nu_{R1})^\dagger \nu_{\mu L} v_\eta \quad (4.29) \\ &\quad - y_{13}(\nu_{eR})^\dagger \nu_{\tau L} v_\eta - y_{21}(\nu_{\mu R})^\dagger \nu_{eL} v_\eta \\ &\quad - y_{22}(\nu_{\mu R})^\dagger \nu_{\mu L} v_\eta - y_{23}(\nu_{\tau R})^\dagger \nu_{\tau L} v_\eta \\ &\quad - y_{31}(\nu_{\tau R})^\dagger \nu_{eL} v_\eta - y_{32}(\nu_{\tau R})^\dagger \nu_{\mu L} v_\eta \\ &\quad - y_{33}(\nu_{\tau R})^\dagger \nu_{\tau L} v_\eta \} + \text{h.c.} \end{aligned}$$

A partir de la ecuación anterior se genera la siguiente estructura general del lagrangiano de masa para los neutrinos

$$\mathcal{L}_{masa}^{\nu} = -\frac{v_{\eta}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \nu_{eR}^{\dagger} & \nu_{\mu R}^{\dagger} & \nu_{\tau R}^{\dagger} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} + \text{h.c.} ,$$

por lo tanto,

$$\mathcal{L}_{masa}^{\nu} = \begin{pmatrix} \nu_{eR}^{\dagger} & \nu_{\mu R}^{\dagger} & \nu_{\tau R}^{\dagger} \end{pmatrix} M^{\nu} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} + \text{h.c.} \quad (4.30)$$

Se define la matriz de masa de neutrinos de Dirac de la siguiente manera:

$$M_{mn}^{\nu} = \frac{v_{\eta}}{\sqrt{2}} y_{mn} . \quad (4.31)$$

Reemplazando el valor esperado de vacío del doblete escalar pesado η , podemos concluir que los neutrinos adquieren pequeñas masas de Dirac, la cual puede ser expresada como:

$$M_{mn}^{\nu} = -y_{mn} \frac{\rho v_{\phi} v_S}{2\sqrt{2}M_{\eta}^2} . \quad (4.32)$$

Introduciendo un valor de masa grande para el término de M_{η}^2 en la ecuación (4.32) se obtiene un valor liviano para las masas de los neutrinos M_{mn} ; por lo tanto se concluye que el **mecanismo seesaw tipo II** genera neutrinos ligeros mediante la introducción de Higgs pesados.

Pasamos a los estados de masa mediante la diagonalización de la matriz M^{ν} , suponiendo

que los neutrinos transforman de la representación de interacción, es decir la representación de sabor a la representación de las masas, a través de la siguiente transformación biunitaria:

$$M_{diag}^\nu = U^\dagger M^\nu V, \quad (4.33)$$

tal que

$$\begin{pmatrix} \nu_{L1} \\ \nu_{L2} \\ \nu_{L3} \end{pmatrix} = V^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_{R1} \\ \nu_{R2} \\ \nu_{R3} \end{pmatrix} = U^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}, \quad (4.34)$$

de manera que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{masa}^\nu &= \begin{pmatrix} \nu_{eR}^\dagger & \nu_{\mu R}^\dagger & \nu_{\tau R}^\dagger \end{pmatrix} U U^\dagger M^\nu V V^\dagger \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix} + \text{h.c} \\ &= \begin{pmatrix} \nu_{R1}^\dagger & \nu_{R3}^\dagger & \nu_{R3}^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{L1} \\ \nu_{L2} \\ \nu_{L3} \end{pmatrix} + \text{h.c}. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Las masas de los neutrinos que hemos obtenido con el mecanismo Seesaw tipo II es proporcional al valor esperado de vacío del doblete escalar pesado de Higgs v_η .

Capítulo 5

Conclusiones

La incorporación de un doblete escalar en el modelo estándar de partículas elementales permite obtener partículas fundamentales con masas. Sin embargo la presencia de un solo doblete de Higgs no permite la introducción de masas de los neutrinos al modelo. Fundamentada en el fenómeno de oscilación de neutrinos, en el cual se sugiere la existencia de neutrinos masivos, se hace necesario estudiar las condiciones mínimas para obtener un modelo con neutrinos. En particular, los mecanismos seesaw, a través de la extensión del espectro, no sólo permiten obtener neutrinos masivos, sino además permiten entender porqué su masa es mucho más pequeña comparada con los leptones y quarks cargados.

Se presenta un nuevo marco para la generación de masas de neutrinos de Dirac a partir del mecanismo seesaw tipo II. Esto se logra realizando una extensión del SM con un sector que tiene una nueva simetría gauge abeliana activa, $U(1)_X$ y está compuesto por al menos dos neutrinos singlete derechos, un singlete escalar de Higgs, S y un doblete escalar pesado η . Consecuentemente, al considerar una simetría gauge oscura, se exponen las soluciones más simples libre de anomalías para los neutrinos singlete derechos, las cuales se caracterizan por incorporar la mínima cantidad de fermiones quirales al modelo. Los neutrinos adquieren pequeñas masas de Dirac, las cuales son inversamente proporcionales al cuadrado de la masa: M_η^2 . Por lo tanto se concluye que el **mecanismo Seesaw tipo II** genera neutrinos ligeros mediante la introducción de Higgs pesados.

Se proporcionan los valores de la masa del candidato a materia oscura en relación con la masa del fotón oscuro, tomando en cuenta un valor específico para el acoplamiento entre los fermiones de Dirac y los Z_D , establecido en $g_D = 0.1$, donde se nota que en un rango de masas del fotón oscuro de 200GeV a 550GeV, la abundancia de reliquia es compatible con el valor dado por la colaboración PLANCK. Además se puede ver que el fermión oscuro que es candidato de DM es una partícula estable neutra, por lo

tanto puede ser un candidato de DM en el paradigma WIMP, donde los fermiones de DM se aniquilan en fotones oscuros los cuales decaen a partículas del SM mediante el kinetic mixing [119]. Al analizar valores de masas constantes para el fotón oscuro, Z_D , se evidencia que la densidad reliquia tiende a decrecer a medida que aumenta la masa de la partícula de materia oscura, ψ .

Referencias

- [1] Henri Becquerel. On the rays emitted by phosphorescence. *Compt. Rend. Hebd. Seances Acad. Sci.*, 122(8):420–421, 1896.
- [2] E. Rutherford. The scattering of alpha and beta particles by matter and the structure of the atom. *Phil. Mag. Ser. 6*, 21:669–688, 1911. doi: 10.1080/14786440508637080.
- [3] J. Chadwick. The intensity distribution in the magnetic spectrum of beta particles from radium (B + C). *Verh. Phys. Gesell.*, 16:383–391, 1914.
- [4] Carlo Giunti and Chung W. Kim. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. 2007. ISBN 978-0-19-850871-7.
- [5] Lise Meitner and Otto Robert Frisch. Disintegration of Uranium by Neutrons: a New Type of Nuclear Reaction. *Nature*, 143(3615):239–240, 1939. doi: 10.1038/143239a0.
- [6] Lise Meitner and H. H. Hupfeld. Über das Absorptionsgesetz für kurzwellige γ -Strahlung. *Z. Phys.*, 67(3-4):147–168, 1931. doi: 10.1007/bf01394595.
- [7] K. Nakamura et al. Review of particle physics. *J. Phys. G*, 37:075021, 2010. doi: 10.1088/0954-3899/37/7A/075021.
- [8] Sheldon Lee Glashow. The Standard Model. 2018.
- [9] S. L. Glashow. Partial Symmetries of Weak Interactions. *Nucl. Phys.*, 22:579–588, 1961. doi: 10.1016/0029-5582(61)90469-2.
- [10] Steven Weinberg. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19:1264–1266, 1967. doi: 10.1103/PhysRevLett.19.1264.
- [11] Steven Weinberg. Models of Lepton and Quark Masses. *Phys. Rev. D*, 101(3):035020, 2020. doi: 10.1103/PhysRevD.101.035020.
- [12] J. Schwinger et al. Theoretical session. In *5th Annual Rochester Conference on High-Energy Nuclear Physics*, pages 78–104, 1955.

-
- [13] C. Giunti, C. W. Kim, and J. D. Kim. Atmospheric neutrino problem in maximally mixed three generations of neutrinos. *Phys. Lett. B*, 352:357–364, 1995. doi: 10.1016/0370-2693(95)00424-J.
- [14] K. S. Hirata et al. Experimental Study of the Atmospheric Neutrino Flux. *Phys. Lett. B*, 205:416, 1988. doi: 10.1016/0370-2693(88)91690-5.
- [15] M. Aglietta et al. Experimental study of atmospheric neutrino flux in the NUSEX experiment. *EPL*, 8:611–614, 1989. doi: 10.1209/0295-5075/8/7/005.
- [16] Y. Fukuda et al. Study of the atmospheric neutrino flux in the multi-GeV energy range. *Phys. Lett. B*, 436:33–41, 1998. doi: 10.1016/S0370-2693(98)00876-4.
- [17] W. C. Haxton. The solar neutrino problem. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 33: 459–503, 1995. doi: 10.1146/annurev.aa.33.090195.002331.
- [18] O. M. Boyarkin. The Solar neutrino problem within the left-right model. *Phys. Rev. D*, 53:5298–5309, 1996. doi: 10.1103/PhysRevD.53.5298.
- [19] E. V. Kolomeets, V. A. Likhoded, U. M. Akhmedova, and R. R. Nazyrova. Variation of the solar neutrino. *Astrophys. Space Sci.*, 258:163–176, 1998. doi: 10.1023/A:1001787324247.
- [20] V. Albanese et al. The SNO+ experiment. *JINST*, 16(08):P08059, 2021. doi: 10.1088/1748-0221/16/08/P08059.
- [21] F. Descamps. Neutrino Physics with SNO+. *Nucl. Part. Phys. Proc.*, 265-266: 143–145, 2015. doi: 10.1016/j.nuclphysbps.2015.06.037.
- [22] Benjamin Tam. The SNO+ Experiment: Reactor & Solar ν Prospects. *PoS, NOW2022:033*, 2023. doi: 10.22323/1.421.0033.
- [23] A. Gando et al. ${}^7\text{Be}$ Solar Neutrino Measurement with KamLAND. *Phys. Rev. C*, 92(5):055808, 2015. doi: 10.1103/PhysRevC.92.055808.
- [24] Christopher Grant. *A Monte Carlo approach to ${}^7\text{Be}$ solar neutrino analysis with KamLAND*. PhD thesis, Alabama U., Alabama U., 2012.
- [25] Samoil M. Bilenky and B. Pontecorvo. Again on Neutrino Oscillations. *Lett. Nuovo Cim.*, 17:569, 1976. doi: 10.1007/BF02746567.
- [26] Samoil M. Bilenky and B. Pontecorvo. Oscillations in Neutrino Beams: Status and Possibilities of Observation. In *18th International Conference on High-Energy Physics*, pages B122–B125, 2017.

- [27] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.*, 28:870–880, 1962. doi: 10.1143/PTP.28.870.
- [28] V. N. Gribov and B. Pontecorvo. Neutrino astronomy and lepton charge. *Phys. Lett. B*, 28:493, 1969. doi: 10.1016/0370-2693(69)90525-5.
- [29] B. M. Pontecorvo. Leptonic charge and neutrino astrophysics. *Izv. Akad. Nauk Ser. Fiz.*, 33:1787–1791, 1969.
- [30] L. Wolfenstein. Neutrino Oscillations in Matter. *Phys. Rev. D*, 17:2369–2374, 1978. doi: 10.1103/PhysRevD.17.2369.
- [31] C. Patrignani et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys. C*, 40(10):100001, 2016. doi: 10.1088/1674-1137/40/10/100001.
- [32] S. P. Mikheyev and A. Yu. Smirnov. Resonance Amplification of Oscillations in Matter and Spectroscopy of Solar Neutrinos. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 42:913–917, 1985.
- [33] Claudio Giganti, Stéphane Lavignac, and Marco Zito. Neutrino oscillations: The rise of the PMNS paradigm. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 98:1–54, 2018. doi: 10.1016/j.pnpnp.2017.10.001.
- [34] Ivan Esteban, M. C. Gonzalez-Garcia, Michele Maltoni, Thomas Schwetz, and Albert Zhou. The fate of hints: updated global analysis of three-flavor neutrino oscillations. *JHEP*, 09:178, 2020. doi: 10.1007/JHEP09(2020)178.
- [35] Euan Richard, Kimihiro Okumura, and Takaaki Kajita. Measurements of the Atmospheric Neutrino Flux at Super-Kamiokande. *PoS, ICRC2015:1044*, 2016. doi: 10.22323/1.236.1044.
- [36] Q. R. Ahmad et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89:011301, 2002. doi: 10.1103/PhysRevLett.89.011301.
- [37] A. B. McDonald et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in SNO. *AIP Conf. Proc.*, 646(1):43–58, 2002. doi: 10.1063/1.1524553.
- [38] Ashwin Kumar Chopra. *Construction and commissioning of the tracker for the SuperNEMO Demonstrator Module and Unfolding the $2\nu\beta\beta$ spectrum of ^{100}Mo from the NEMO-3 experiment*. PhD thesis, University Coll. London, 2019.

- [39] A. N. Ivanov, R. Höllwieser, N. I. Troitskaya, M. Wellenzohn, and Ya. A. Berdnikov. Precision theoretical analysis of neutron radiative beta decay to order $O(\alpha^2/\pi^2)$. *Phys. Rev. D*, 95(11):113006, 2017. doi: 10.1103/PhysRevD.95.113006.
- [40] Heilderberg-Moscow Collaboration. L. Baudis. *Phys. Rev Lett*, 83(41), 1999.
- [41] Felix Johann Fischer. *The Search for $0\nu\beta\beta$ Decay with LEGEND: Signal the Background and Back the Signal*. PhD thesis, Munich, Tech. U., 2022.
- [42] C. Alduino et al. CUORE sensitivity to $0\nu\beta\beta$ decay. *Eur. Phys. J. C*, 77(8):532, 2017. doi: 10.1140/epjc/s10052-017-5098-9.
- [43] Caio Licciardi. Recent Results and Status of EXO-200 and the nEXO Experiment. *PoS, ICHEP2016:494*, 2016. doi: 10.22323/1.282.0494.
- [44] Guofu Cao. Search for $0\nu\beta\beta$ decay with EXO-200 and nEXO. *PoS, HQL2018:054*, 2018. doi: 10.22323/1.332.0054.
- [45] Arun Kumar Soma. nEXO Searches for Neutrinoless Double Beta Decay of ^{136}Xe . *Springer Proc. Phys.*, 277:531–534, 2022. doi: 10.1007/978-981-19-2354-8_97.
- [46] B. G. Lenardo et al. Development of a ^{127}Xe calibration source for nEXO. *JINST*, 17(07):P07028, 2022. doi: 10.1088/1748-0221/17/07/P07028.
- [47] N. Burlac. GERDA final results on neutrinoless double beta decay search. *Nuovo Cim. C*, 44(1):9, 2021. doi: 10.1393/ncc/i2021-21009-6.
- [48] M. Agostini et al. Final Results of GERDA on the Search for Neutrinoless Double- β Decay. *Phys. Rev. Lett.*, 125(25):252502, 2020. doi: 10.1103/PhysRevLett.125.252502.
- [49] N. Di Marco. Searching for neutrinoless double-beta decay with GERDA. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 958:162112, 2020. doi: 10.1016/j.nima.2019.04.066.
- [50] A. Gando. First result from KamLAND-Zen double beta decay with ^{136}Xe . In *47th Rencontres de Moriond on Electroweak Interactions and Unified Theories*, pages 359–364, 2012.
- [51] A. Gando et al. Limit on Neutrinoless $\beta\beta$ Decay of ^{136}Xe from the First Phase of KamLAND-Zen and Comparison with the Positive Claim in ^{76}Ge . *Phys. Rev. Lett.*, 110(6):062502, 2013. doi: 10.1103/PhysRevLett.110.062502.
- [52] A. Gando et al. Measurement of the double- β decay half-life of ^{136}Xe with the KamLAND-Zen experiment. *Phys. Rev. C*, 85:045504, 2012. doi: 10.1103/PhysRevC.85.045504.

- [53] F. Monrabal. Discovering neutrinoless double beta decay with NEXT100 detector. *J. Phys. Conf. Ser.*, 375:042019, 2012. doi: 10.1088/1742-6596/375/1/042019.
- [54] F. Sanchez. NEXT: double beta decay experiment. *Nucl. Phys. B Proc. Suppl.*, 188:71–73, 2009. doi: 10.1016/j.nuclphysbps.2009.02.018.
- [55] J. Hartnell. Neutrinoless Double Beta Decay with SNO+. *J. Phys. Conf. Ser.*, 375:042015, 2012. doi: 10.1088/1742-6596/375/1/042015.
- [56] V. Lozza. The SNO+ Experiment for Neutrinoless Double-Beta Decay. *Nucl. Part. Phys. Proc.*, 273-275:1836–1841, 2016. doi: 10.1016/j.nuclphysbps.2015.09.296.
- [57] John Cesar. Search for neutrinoless double-beta decay and measurement of double beta decay with two neutrinos with the NEMO-3 detector. *PoS, ICHEP2016:498*, 2016. doi: 10.22323/1.282.0498.
- [58] Jordan Myslik. Search for neutrinoless double-beta decays in Ge-76 in the LEGEND experiment. *PoS, ICHEP2018:636*, 2019. doi: 10.22323/1.340.0636.
- [59] N. Burlac and G. Salamanna. Searching for neutrinoless double beta decay with LEGEND-200 experiment. *Nuovo Cim. C*, 45(1):3, 2021. doi: 10.1393/ncc/i2022-22003-2.
- [60] M. Agostini et al. Search for exotic physics in double- β decays with GERDA Phase II. *JCAP*, 12:012, 2022. doi: 10.1088/1475-7516/2022/12/012.
- [61] Michael E. Peskin and Daniel V. Schroeder. *An Introduction to quantum field theory*. Addison-Wesley, Reading, USA, 1995. ISBN 978-0-201-50397-5.
- [62] J. Lorenzo Diaz-Cruz, Bryan Larios Lopez, O. Meza-Aldama, and Jonathan Reyes Perez. Weyl spinors and the helicity formalism. *Rev. Mex. Fis. E*, 61:104, 2015.
- [63] A. Zee. *Quantum field theory in a nutshell*. 2003. ISBN 978-0-691-14034-6.
- [64] T. D. Lee and C. N. Yang. Possible Interference Phenomena between Parity Doublets. *Phys. Rev.*, 104:822–827, 1956. doi: 10.1103/PhysRev.104.822.
- [65] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson. Experimental Test of Parity Conservation in β Decay. *Phys. Rev.*, 105:1413–1414, 1957. doi: 10.1103/PhysRev.105.1413.
- [66] Samoil M. Bilenky, C. Giunti, and W. Grimus. Phenomenology of neutrino oscillations. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 43:1–86, 1999. doi: 10.1016/S0146-6410(99)00092-7.

- [67] M. Czakon, M. Zralek, and J. Gluza. Are neutrinos Dirac or Majorana particles? *Acta Phys. Polon. B*, 30:3121–3138, 1999.
- [68] F. Boehm and P. Vogel. *PHYSICS OF MASSIVE NEUTRINOS*. 1987.
- [69] Samoil M. Bilenky and B. Pontecorvo. Lepton Mixing and Neutrino Oscillations. *Phys. Rept.*, 41:225–261, 1978. doi: 10.1016/0370-1573(78)90095-9.
- [70] Samoil M. Bilenky and S. T. Petcov. Massive Neutrinos and Neutrino Oscillations. *Rev. Mod. Phys.*, 59:671, 1987. doi: 10.1103/RevModPhys.59.671. [Erratum: *Rev.Mod.Phys.* 61, 169 (1989), Erratum: *Rev.Mod.Phys.* 60, 575–575 (1988)].
- [71] Amitabha Lahiri and Palash B. Pal. *A First Book of Quantum Field Theory*. 2005.
- [72] C. S. Lim. Neutrino magnetic moment and the solar neutrino problem. In *International Symposium on Neutrino Astrophysics*, pages 117–131, 10 1992.
- [73] T. P. Cheng and L. F. Li. *Gauge theory of elementary particle physics*. Oxford University Press, Oxford, UK, 1984. ISBN 978-0-19-851961-4, 978-0-19-851961-4.
- [74] T. P. Cheng and L. F. Li. *Gauge theory of elementary particle physics: Problems and solutions*. 2000.
- [75] S. L. Glashow. ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS TODAY. 1988.
- [76] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, and T. W. B. Kibble. Global Conservation Laws and Massless Particles. *Phys. Rev. Lett.*, 13:585–587, 1964. doi: 10.1103/PhysRevLett.13.585.
- [77] Jose Bernabeu. Symmetries and Their Breaking in the Fundamental Laws of Physics. *Symmetry*, 12(8):1316, 2020. doi: 10.3390/sym12081316.
- [78] Peter W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:508–509, 1964. doi: 10.1103/PhysRevLett.13.508.
- [79] Steven Weinberg. Implications of Dynamical Symmetry Breaking. *Phys. Rev. D*, 13:974–996, 1976. doi: 10.1103/PhysRevD.19.1277. [Addendum: *Phys.Rev.D* 19, 1277–1280 (1979)].
- [80] Eldad Gildener and Steven Weinberg. Symmetry Breaking and Scalar Bosons. *Phys. Rev. D*, 13:3333, 1976. doi: 10.1103/PhysRevD.13.3333.
- [81] Nicolás Bernal and Diego Restrepo. Anomaly-free Abelian gauge symmetries with Dirac seesaws. *Eur. Phys. J. C*, 81(12):1104, 2021. doi: 10.1140/epjc/s10052-021-09918-8.

- [82] Nicolás Bernal, Julián Calle, and Diego Restrepo. Anomaly-free Abelian gauge symmetries with Dirac scotogenic models. *Phys. Rev. D*, 103(9):095032, 2021. doi: 10.1103/PhysRevD.103.095032.
- [83] Miguel D. Campos, D. Cogollo, Manfred Lindner, T. Melo, Farinaldo S. Queiroz, and Werner Rodejohann. Neutrino Masses and Absence of Flavor Changing Interactions in the 2HDM from Gauge Principles. *JHEP*, 08:092, 2017. doi: 10.1007/JHEP08(2017)092.
- [84] Sin Kyu Kang. Low-energy CP violation and leptogenesis in a minimal see-saw model. *J. Korean Phys. Soc.*, 78(9):743–749, 2021. doi: 10.1007/s40042-021-00117-y.
- [85] S. Rosauero-Alcaraz. ν Electroweak Baryogenesis. In *55th Rencontres de Moriond on Electroweak Interactions and Unified Theories*, 5 2021.
- [86] Pei-Hong Gu and Hong-Jian He. Neutrino Mass and Baryon Asymmetry from Dirac Seesaw. *JCAP*, 12:010, 2006. doi: 10.1088/1475-7516/2006/12/010.
- [87] Werner Rodejohann. The See-saw mechanism: Neutrino mixing, leptogenesis and lepton flavor violation. *Pramana*, 72:217–227, 2009. doi: 10.1007/s12043-009-0018-7.
- [88] Evgeny Kh. Akhmedov and Werner Rodejohann. A Yukawa coupling parameterization for type I + II seesaw formula and applications to lepton flavor violation and leptogenesis. *JHEP*, 06:106, 2008. doi: 10.1088/1126-6708/2008/06/106.
- [89] W. Grimus and L. Lavoura. The Seesaw mechanism at arbitrary order: Disentangling the small scale from the large scale. *JHEP*, 11:042, 2000. doi: 10.1088/1126-6708/2000/11/042.
- [90] Hugo van Woerden, Willem Rougoor, and Jan H. Oort. Expansion d’une structure spirale dans le noyau du Système Galactique, et position de la radiosource Sagittarius A. *Compt. Rend. Hebd. Seances Acad. Sci.*, 244(13):1691–1695, 1957.
- [91] J. H. Oort. Distribution of galaxies and the density in the universe. In *11ème Conseil de Physique de l’Institut International de Physique Solvay: La structure et l’évolution de l’univers : rapports et discussions*, pages 163–184, 1958.
- [92] M. Persic and P. Salucci. Dark and visible matter in spiral galaxies. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 234:131–154, 1988.
- [93] T. S. V. Albada, R. Sancisi, M. Petrou, and R. J. Tayler. Dark Matter in Spiral Galaxies [and Discussion]. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A*, 320(1556):447–464, 1986. doi: 10.1098/rsta.1986.0128.

- [94] Stephen M. Kent. Dark matter in spiral galaxies. II - Galaxies with H I rotation curves. *Astron. J.*, 93:816–832, 1987. doi: 10.1086/114366.
- [95] Katherine Garrett and Gintaras Duda. Dark Matter: A Primer. *Adv. Astron.*, 2011:968283, 2011. doi: 10.1155/2011/968283.
- [96] F. Zwicky. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helv. Phys. Acta*, 6:110–127, 1933. doi: 10.1007/s10714-008-0707-4.
- [97] A. L. Melott, J. Einasto, E. Saar, I. Suisalu, A. A. Klypin, and S. F. Shandarin. CLUSTER ANALYSIS OF THE NONLINEAR EVOLUTION OF LARGE SCALE STRUCTURE IN AN AXION / GRAVITINO / PHOTINO DOMINATED UNIVERSE. *Phys. Rev. Lett.*, 51:935–938, 1983. doi: 10.1103/PhysRevLett.51.935.
- [98] Tonatiuh Matos and L. Arturo Urena-Lopez. On the nature of dark matter. *Int. J. Mod. Phys. D*, 13:2287–2292, 2004. doi: 10.1142/S0218271804006346.
- [99] Vera C. Rubin, W. Kent Ford, Jr., and Norbert Thonnard. Extended rotation curves of high-luminosity spiral galaxies. IV. Systematic dynamical properties, Sa through Sc. *Astrophys. J. Lett.*, 225:L107–L111, 1978. doi: 10.1086/182804.
- [100] K. G. Begeman. H I rotation curves of spiral galaxies. I - NGC 3198. *Astron. Astrophys.*, 223:47–60, 1989.
- [101] D. Walsh, R. F. Carswell, and R. J. Weymann. 0957 + 561 A, B - Twin quasistellar objects or gravitational lens. *Nature*, 279:381–384, 1979. doi: 10.1038/279381a0.
- [102] CJ Schmit, AF Heavens, and JR Pritchard. The gravitational and lensing-isw bispectrum of 21 cm radiation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 483:4259–4275, 2019. doi: mnras/sty3400. URL <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/sty3400>.
- [103] Arno A. Penzias and Robert Woodrow Wilson. A Measurement of excess antenna temperature at 4080-Mc/s. *Astrophys. J.*, 142:419–421, 1965. doi: 10.1086/148307.
- [104] J. R. Bond, G. Efstathiou, and J. Silk. Massive Neutrinos and the Large Scale Structure of the Universe. *Phys. Rev. Lett.*, 45:1980–1984, 1980. doi: 10.1103/PhysRevLett.45.1980.
- [105] Masanori Iye, Kazuaki Ota, Nobunari Kashikawa, Hisanori Furusawa, Tetsuya Hashimoto, Takashi Hattori, Yuichi Matsuda, Tomoki Morokuma, Masami Ouchi, and Kazuhiro Shimasaku. A galaxy at a redshift $z = 6.96$. *Nature*, 443:186–188, 2006. doi: 10.1038/nature05104.

-
- [106] N. Jarosik et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Sky Maps, Systematic Errors, and Basic Results. *Astrophys. J. Suppl.*, 192:14, 2011. doi: 10.1088/0067-0049/192/2/14.
- [107] Yasaman Farzan and Ernest Ma. Dirac neutrino mass generation from dark matter. *Phys. Rev. D*, 86:033007, 2012. doi: 10.1103/PhysRevD.86.033007.
- [108] Diego Restrepo, Oscar Zapata, and Carlos E. Yaguna. Models with radiative neutrino masses and viable dark matter candidates. *JHEP*, 11:011, 2013. doi: 10.1007/JHEP11(2013)011.
- [109] Davi B. Costa, Bogdan A. Dobrescu, and Patrick J. Fox. General Solution to the U(1) Anomaly Equations. *Phys. Rev. Lett.*, 123(15):151601, 2019. doi: 10.1103/PhysRevLett.123.151601.
- [110] Davi B. Costa, Bogdan A. Dobrescu, and Patrick J. Fox. Chiral Abelian gauge theories with few fermions. *Phys. Rev. D*, 101(9):095032, 2020. doi: 10.1103/PhysRevD.101.095032.
- [111] D. Aristizabal Sierra, Jisuke Kubo, D. Restrepo, Daijiro Suematsu, and Oscar Zapata. Radiative seesaw: Warm dark matter, collider and lepton flavour violating signals. *Phys. Rev. D*, 79:013011, 2009. doi: 10.1103/PhysRevD.79.013011.
- [112] D. N. Spergel et al. Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) three year results: implications for cosmology. *Astrophys. J. Suppl.*, 170:377, 2007. doi: 10.1086/513700.
- [113] Abineet Parichha and Shiv Sethi. WIMP decay as a possible Warm Dark Matter model. 5 2023.
- [114] E. Aprile et al. Dark Matter Results from 225 Live Days of XENON100 Data. *Phys. Rev. Lett.*, 109:181301, 2012. doi: 10.1103/PhysRevLett.109.181301.
- [115] Carlos Faham. First Dark Matter Search Results from the Large Underground Xenon (LUX) Experiment. In *49th Rencontres de Moriond on Cosmology*, pages 167–170, 2014.
- [116] R. Agnese et al. Search for Low-Mass Weakly Interacting Massive Particles Using Voltage-Assisted Calorimetric Ionization Detection in the SuperCDMS Experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 112(4):041302, 2014. doi: 10.1103/PhysRevLett.112.041302.
- [117] Alejandro Ibarra, Carlos E. Yaguna, and Oscar Zapata. Direct Detection of Fermion Dark Matter in the Radiative Seesaw Model. *Phys. Rev. D*, 93(3):035012, 2016. doi: 10.1103/PhysRevD.93.035012.

-
- [118] N. Aghanim et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophys.*, 641:A6, 2020. doi: 10.1051/0004-6361/201833910. [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)].
- [119] Shivam Gola. Pseudo scalar dark matter in a generic U(1)X model. *Phys. Lett. B*, 842:137982, 2023. doi: 10.1016/j.physletb.2023.137982.
- [120] José W. F. Valle and C. A. Vaquera-Araujo. Dynamical seesaw mechanism for Dirac neutrinos. *Phys. Lett. B*, 755:363–366, 2016. doi: 10.1016/j.physletb.2016.02.031.
- [121] Ernest Ma. Linkage of Dirac Neutrinos to Dark U(1) Gauge Symmetry. *Phys. Lett. B*, 817:136290, 2021. doi: 10.1016/j.physletb.2021.136290.

Apéndice A

Probabilidad de oscilación entre neutrinos

La probabilidad de oscilación de neutrinos viene dada por:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = |\mathcal{A}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t)|^2, \quad (\text{A.1})$$

$$= \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i(E_m - E_n)t}, \quad (\text{A.2})$$

donde, la amplitud de transición se define como

$$\mathcal{A}_{\alpha \rightarrow \beta}(t) = \mathcal{A}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = \sum_n U_{\alpha n} U_{\beta n}^* e^{-iE_n t}. \quad (\text{A.3})$$

Por lo tanto,

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) = \left| \sum_n U_{\alpha n} U_{\beta n}^* e^{-iE_n t} \right|^2, \quad (\text{A.4})$$

$$= \left(\sum_n U_{\alpha n} U_{\beta n}^* e^{-iE_n t} \right)^* \left(\sum_m U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-iE_m t} \right), \quad (\text{A.5})$$

$$= \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-iE_m t} e^{iE_n t}, \quad (\text{A.6})$$

$$= \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i(E_m - E_n)t}, \quad (\text{A.7})$$

$$= \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i \frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} t}. \quad (\text{A.8})$$

La probabilidad de que un neutrino cambie de sabor después de una distancia recorrida de L es:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = \sum_{n,m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i \frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} L}, \quad (\text{A.9})$$

donde, $U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*$ son matrices de mezcla. La probabilidad de oscilación es independiente de la parametrización de la matriz de mezcla y de la elección de las fases, y el término de $\Delta m_{mn}^2 = m_m^2 - m_n^2$ proporciona información sobre las diferencias de las masas de los neutrinos al cuadrado.

Resulta conveniente reescribir la probabilidad de transición de la siguiente manera:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) = \sum_n U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* e^{-i \frac{m_n^2 - m_n^2}{2E} L} + \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* e^{-i \frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} L}, \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_n U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* + \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \cos\left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} L\right) \\ &\quad - i \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} L\right), \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} &= \sum_n U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* + \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*, \\ &\quad - i \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{2E} L\right), \\ &\quad - 2 \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin^2\left(\frac{\Delta m_{mn}^2}{4E} L\right), \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

donde, se ha utilizado la identidad $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$, entonces $\cos \theta = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{2} + \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{2} = 1 - \sin^2 \theta/2$, por lo tanto, teniendo en cuenta lo anterior, la identidad de Euler se ha expresado como $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta = 1 - \sin^2 \theta/2 + i \sin \theta$.

Solucionando término a término se tiene que los dos primeros se pueden expresar de la siguiente forma

$$\sum_n U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* + \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* = \sum_{nm} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*, \quad (\text{A.13})$$

$$= \sum_n U_{\alpha n}^* U_{\beta n} \sum_n U_{\alpha m} U_{\beta m}^*, \quad (\text{A.14})$$

$$= \sum_n |U_{\alpha n}^* U_{\beta n}|^2, \quad (\text{A.15})$$

$$= \delta_{nm}^2, \quad (\text{A.16})$$

$$= \delta_{nm}. \quad (\text{A.17})$$

donde, se ha tenido en cuenta la ecuación (1.26) y $\sum_n |U_{\alpha n}^* U_{\beta n}|^2 = \sum_n |U_{\alpha n} U_{\beta n}^*|^2$.

Considerando el tercer término se tiene que:

$$\begin{aligned} i \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{2E}\right) &= i \sum_{n > m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin\left(\frac{\Delta m_{nm}^2 L}{2E}\right) 0 \\ &\quad - i \sum_{n > m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{2E}\right), \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\begin{aligned} &= i \sum_{n > m} U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{2E}\right) \\ &\quad - i \sum_{n > m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{2E}\right), \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$\begin{aligned} &= i \sum_{n > m} \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{2E}\right) (U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* \\ &\quad - U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*), \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned} &= i \sum_{n > m} \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{2E}\right) (U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* \\ &\quad - (U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^*)^*), \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$= -2i \sum_{n > m} \sin\left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{2E}\right) \mathbf{Im}(U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^*), \quad (\text{A.22})$$

donde, se agrega el signo menos debido a que la función seno es una función impar, además se ha considerado el cambio $\Delta m_{nm}^2 \rightarrow \Delta m_{mn}^2$.

El término final se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 2 \sum_{n \neq m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right) &= 2 \sum_{n > m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right) \\
 &+ 2 \sum_{n > m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right), \tag{A.23}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \sum_{n > m} U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right) \\
 &+ 2 \sum_{n > m} U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right), \tag{A.24}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \sum_{n > m} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right) (U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^* \\
 &+ U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*), \tag{A.25}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \sum_{n > m} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right) (U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^* \\
 &+ (U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*)^*), \tag{A.26}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 4 \sum_{n > m} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right) \mathbf{Re}(U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*). \tag{A.27}
 \end{aligned}$$

Finalmente,

$$\begin{aligned}
 P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L) &= \delta_{nm} + 2i \sum_{n > m} \sin \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{2E} \right) \mathbf{Im}(U_{\alpha m}^* U_{\beta m} U_{\alpha n} U_{\beta n}^*) \\
 &- 4 \sum_{n > m} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{mn}^2 L}{4E} \right) \mathbf{Re}(U_{\alpha n}^* U_{\beta n} U_{\alpha m} U_{\beta m}^*). \tag{A.28}
 \end{aligned}$$

Apéndice B

Solución general a las ecuaciones diofánticas

Las ecuaciones diofánticas son¹:

$$\sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha} = 0, \quad \sum_{\alpha=1}^N n_{\alpha}^3 = 0. \quad (\text{B.1})$$

Se puede construir un conjunto de cargas quirales libre de anomalías a partir de dos conjuntos vector-like:

- parametrización de las cargas en términos de $n - 2$ enteros.
- Comprobación:

$$z_1 + z_2 + \dots + z_n = 0, \quad (\text{B.2})$$

$$z_1^3 + z_2^3 + \dots + z_n^3 = 0, \quad (\text{B.3})$$

$$z_i = -z_{i'} \rightarrow n - 2, \quad (\text{B.4})$$

$$z_i + z_{i'} \neq 0 \rightarrow 1 \leq i; i' \leq n. \quad (\text{B.5})$$

Se genera una solución quiral mediante la fusión de los siguientes conjuntos vector-like:

$$\begin{aligned} \{\vec{v}_+\} &= \{l_1, k_1, \dots, k_m, -l_1, -k_1, \dots, -k_m\}, \\ \{\vec{v}_-\} &= \{0, 0, l_1, \dots, l_m, -l_1, \dots, -l_m\}, \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

¹Esta solución fue extraída de las siguientes referencias [109, 110]

donde, $m = n/2 - 1 \geq 2$; $(k_i, l_i, 1 \leq i \leq m)$ enteros.

$\{\vec{v}_+\}$ y $\{\vec{v}_-\}$ son conjuntos vector-like libres de anomalías, por lo que su fusión es automáticamente una solución a las ecuaciones de anomalías.

$$\{\vec{z}\} = \{\vec{v}_+\} \oplus \{\vec{v}_-\} . \quad (\text{B.7})$$

La operación de fusión tiene coeficientes dados por polinomios cúbicos:

$$S_+ = \sum_{i=1}^{m-1} (k_{i+1} - k_i) l_i^2 - (l_1 + k_m) l_m^2 , \quad (\text{B.8})$$

$$S_- = k_1^2 l_1 + \sum_{i=2}^m k_i^2 (l_i + l_{i-1}) - l_1^2 l_m^2 .$$

Explícitamente, las cargas del conjunto fusionado están dados por,

$$\{\vec{z}\} = \{l_1 S_+, k_1 S_+, k_2 S_+ + l_1 S_-, \dots, k_m S_+ + l_{m-1} S_-, \\ -l_1 S_+ + k_m S_-, -k_1 S_+ - l_1 S_-, \dots, -k_m S_+ - l_m S_-\} . \quad (\text{B.9})$$

• **Conjuntos quirales sin anomalías con 6 fermiones quirales**

La ecuación cúbica toma la forma simétrica:

$$(z_1 + z_2)(z_2 + z_3)(z_3 + z_1) = -(z_4 + z_5)(z_5 + z_6)(z_6 + z_1) . \quad (\text{B.10})$$

La solución general para $n = 6$ está parametrizada por 4 enteros, k_1, k_2, l_1, l_2 :

$$\{\vec{z}\} = \{l_1, k_1, k_2, -l_1, -l_1, -k_1, -k_2\} \oplus \{0, 0, l_1, l_2, -l_1, -l_2\} , \quad (\text{B.11})$$

sus cargas están dadas por polinomios cuárticos:

$$z_1 = l_1(l_1^2(k_2 - k_1) + l_2^2(l_1 + k_2)) , \quad (\text{B.12})$$

$$z_2 = k_1(l_1^2(k_2 - k_1) + l_2^2(l_1 + k_2)) , \quad (\text{B.13})$$

$$\dots \quad (\text{B.14})$$

$$z_6 = l_1(l_1^2(l_1 + k_2) + (k_2 - k_1)(k_2 l_2 - l_1 k_2 + k_1 l_2)) . \quad (\text{B.15})$$

Apéndice C

Valores Esperados de Vacío

C.1 Valores Esperados de Vacío para v_S

El valor esperado de vacío del doblete escalar pesado η viene dado por:

$$v_\eta \approx \rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2}, \quad (\text{C.1})$$

teniendo en cuenta las soluciones para los parámetros μ_ϕ^2 y μ_S^2 :

$$\mu_\phi^2 = 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_\tau](v_\eta^2) + \rho \frac{v_\eta v_S}{2v_\phi}, \quad (\text{C.2})$$

$$\mu_S^2 = 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} v_\eta^2 + \rho \frac{v_\eta v_\phi}{2v_S}. \quad (\text{C.3})$$

Reemplazando la ecuación (C.1) en la solución obtenida para el parámetro (C.3)

$$\begin{aligned} \mu_S^2 &= 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} \left(\rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2} \right)^2 + \rho \frac{v_\phi}{2v_S} \left(\rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2} \right), \\ &= 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} \rho^2 \frac{v_\phi^2 v_S^2}{4M_\eta^4} + \rho^2 \frac{v_\phi^2}{4M_\eta^2}, \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

por lo que:

$$\left(\lambda_{\phi-S} + \rho^2 \frac{\lambda_{\eta-S} v_S^2}{4M_\eta^4} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right) v_\phi^2 = \mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2, \quad (\text{C.5})$$

por lo tanto, se obtiene que:

$$v_\phi^2 = \frac{\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2}{\left(\lambda_{\phi-S} + \rho^2 \frac{\lambda_{\eta-S} v_S^2}{4M_\eta^4} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right)}. \quad (\text{C.6})$$

Reemplazando en la ecuación (C.2) se obtiene:

$$\mu_\phi^2 = 2\lambda_\phi \left(\frac{\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2}{\left(\lambda_{\phi-S} + \rho^2 \frac{\lambda_{\eta-S} v_S^2}{4M_\eta^4} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right)} \right) + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7] \left(\frac{v_\phi^2 v_S^2}{4M_\eta^4} \right) + \rho^2 \frac{v_S^2}{4M_\eta^2}. \quad (\text{C.7})$$

Asumiendo que :

$$M_\eta^2 \gg v(\text{vevs}),$$

se tiene que:

$$\mu_\phi^2 - \lambda_{\phi-S} v_S^2 = 2\lambda_\phi \left(\frac{\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2}{\left(\lambda_{\phi-S} + \rho^2 \frac{\lambda_{\eta-S} v_S^2}{4M_\eta^4} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right)} \right), \quad (\text{C.8})$$

$$\mu_\phi^2 - \lambda_{\phi-S} v_S^2 = \frac{8\lambda_\phi M_\eta^4 (\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2)}{(4M_\eta^4 \lambda_{\phi-S} + \rho^2 \lambda_{\eta-S} v_S^2 + \rho^2 M_\eta^2)}, \quad (\text{C.9})$$

$$(4M_\eta^4 \lambda_{\phi-S} + \rho^2 \lambda_{\eta-S} v_S^2 + \rho^2 M_\eta^2) \mu_\phi^2 - \lambda_{\phi-S} v_S^2 = 8\lambda_\phi M_\eta^4 (\mu_S^2 - 2\lambda_S v_S^2),$$

$$(\rho^2 \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2 - 4M_\eta^4 \lambda_{\phi-S}^2 - M_\eta^2 \rho^2 \lambda_{\phi-S} + 16\lambda_S \lambda_\phi M_\eta^4) v_S^2 = 8\lambda_\phi M_\eta^4 \mu_S^2 - \mu_\phi^2 M_\eta^2 \rho^2 - 4M_\eta^4 \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2. \quad (\text{C.10})$$

Sacando factor común en ambos lados y organizando se obtiene:

$$4M_\eta^4 \left(2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2 \right) = 4M_\eta^4 \left(4\lambda_S \lambda_\phi + \frac{\rho^2 \lambda_{\phi-S}}{4M_\eta^4} - \lambda_{\phi-S}^2 - \frac{\rho^4}{4M_\eta^4} \right) v_S^2. \quad (\text{C.11})$$

A partir de la ecuación anterior se obtiene el valor esperado de vacío para el singlete escalar de Higgs S , donde $v_S \equiv \langle S^* S \rangle$

$$v_S^2 = \frac{2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2}{4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2}. \quad (\text{C.12})$$

C.2 Valores Esperados de Vacío para v_ϕ

Teniendo en cuenta la solución para el parámetro μ_ϕ^2 mostrado en la ecuación (C.2) y reemplazando el valor esperado de vacío para el doblete escalar pesado η se obtiene:

$$\mu_\phi^2 = 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7] \left(\rho \frac{v_\phi v_S}{2M_\eta^2} \right)^2 + \frac{\rho^2 v_S^2}{4M_\eta^2}. \quad (\text{C.13})$$

Asumiendo que:

$$M_\eta^2 \gg v(\text{vevs}),$$

se tiene que:

$$\mu_\phi^2 = 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + \frac{\rho^2 v_S^2}{4M_\eta^2}, \quad (\text{C.14})$$

despejando v_ϕ^2 se llega a:

$$2\lambda_\phi v_\phi^2 = \mu_\phi^2 - \left(\lambda_{\phi-S} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right) v_S^2. \quad (\text{C.15})$$

Reemplazando el valor esperado de vacío del singlete escalar de Higgs S , (C.12) en (C.15) obtenemos:

$$\begin{aligned} 2\lambda_\phi v_\phi^2 &= \mu_\phi^2 - \left(\lambda_{\phi-S} + \frac{\rho^2}{4M_\eta^2} \right) \left(\frac{2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2}{4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2} \right), \quad (\text{C.16}) \\ &= \mu_\phi^2 - \left[\frac{\lambda_{\phi-S} 4M_\eta^2 + \rho^2}{4M_\eta^2} \right] \left[\frac{2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2}{4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2} \right], \end{aligned}$$

de esta manera,

$$= \frac{1}{4M_\eta^2} \left[\frac{4M_\eta^2 \mu_\phi^2 \left(4\lambda_S \lambda_\phi - \lambda_{\phi-S}^2 + \frac{\lambda_{\phi-S}^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \frac{\rho^4}{4M_\eta^4} \right) - (\lambda_{\phi-S} 4M_\eta^2 + \rho^2) \left(2\lambda_\phi \mu_S^2 - \frac{\mu_\phi^2 \rho^2}{M_\eta^2} - \lambda_{\phi-S} \mu_\phi^2 \right)}{4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2} \right],$$

por lo tanto, sacando factor común $4M_\eta^2$ y realizando las respectivas simplificaciones se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(4\lambda_S \lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2} \right)^2 \right) 2\lambda_\phi v_\phi^2 &= 4\mu_\phi^2 \lambda_S \lambda_\phi - \mu_\phi^2 \lambda_{\phi-S}^2 + \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2} - \frac{\rho^4 \mu_\phi^2}{4M_\eta^4} - 2\lambda_\phi \mu_S^2 \lambda_{\phi-S}, \\ &+ \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2} + \mu_\phi^2 \lambda_{\phi-S}^2 - \frac{\rho^2 \mu_S^2}{2M_\eta^2 \lambda_\phi} + \frac{\rho^4 \mu_\phi^2}{4M_\eta^4} - 2 \frac{\lambda_{\phi-S} \rho^2 \mu_\phi^2}{M_\eta^2}. \quad (\text{C.17}) \end{aligned}$$

Dividiendo la ecuación anterior por $2\lambda_\phi$ y simplificando se obtiene:

$$\begin{aligned} \left(4\lambda_S\lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}\right)^2\right) 2\lambda_\phi v_\phi^2 &= 4\mu_\phi^2\lambda_S\lambda_\phi - \mu_\phi^2\lambda_{\phi-S}^2 + \frac{\lambda_{\phi-S}\rho^2\mu_\phi^2}{M_\eta^2} - \frac{\rho^4\mu_\phi^2}{4M_\eta^4} - 2\lambda_\phi\mu_S^2\lambda_{\phi-S} \\ &+ \frac{\lambda_{\phi-S}\rho^2\mu_\phi^2}{M_\eta^2} + \mu_\phi^2\lambda_{\phi-S}^2 - \frac{\rho^2\mu_S^2}{2M_\eta^2\lambda_\phi} + \frac{\rho^4\mu_\phi^2}{4M_\eta^4} - 2\frac{\lambda_{\phi-S}\rho^2\mu_\phi^2}{M_\eta^2}, \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

por último, despejamos el valor de v_ϕ^2

$$\left(4\lambda_S\lambda_\phi - \left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}\right)^2\right) v_\phi^2 = 2\mu_\phi^2\lambda_S - \mu_S^2\lambda_{\phi-S} - \frac{\mu_S^2\rho^2}{M_\eta^2\lambda_\phi}. \quad (\text{C.19})$$

Finalmente, se obtiene que el valor esperado de vacío del doblete escalar de Higgs toma la siguiente forma:

$$v_\phi^2 = \frac{2\mu_\phi^2\lambda_S - \lambda_{\phi-S}\mu_S^2 - \frac{\mu_S^2\rho^2}{M_\eta^2}}{4\lambda_\phi\lambda_S - \left[\left(\lambda_{\phi-S} - \frac{\rho^2}{2M_\eta^2}\right)^2\right]}. \quad (\text{C.20})$$

Apéndice D

Diagonalización

Sea

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}, \quad (\text{D.1})$$

donde, note que $M_{12} = M_{21}$:

$$M_{11} = \lambda_1 v_\phi^2, \quad M_{22} = \lambda_2 v_D^2, \quad M_{12} = \lambda_3 v_D v_\phi, \quad (\text{D.2})$$

$$m_{diag} = \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{D.3})$$

donde,

$$m_{diag} = U^T M U, \quad (\text{D.4})$$

siendo,

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (\text{D.5})$$

$$U^T = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (\text{D.6})$$

$$m_{diag} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}, \quad (\text{D.7})$$

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_{11} \cos \theta + M_{12} \sin \theta & -M_{11} \sin \theta + M_{12} \cos \theta \\ M_{12} \cos \theta + M_{22} \sin \theta & -M_{12} \sin \theta + M_{22} \cos \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{D.8})$$

Surge el siguiente sistema de ecuaciones:

$$m_1^2 = \cos^2 \theta M_{11} + M_{12} \cos \theta \sin \theta + M_{21} \cos \theta \sin \theta + \sin^2 \theta M_{22} \quad (\text{D.9})$$

$$= M_{11} \cos^2 \theta + 2M_{12} \cos \theta \sin \theta + M_{22} \sin^2 \theta \quad (\text{D.10})$$

$$0 = -M_{11} \cos \theta \sin \theta + M_{12} \cos^2 \theta - M_{21} \sin^2 \theta + M_{22} \cos \theta \sin \theta \quad (\text{D.11})$$

$$= -M_{11} \cos \theta \sin \theta + M_{12}(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \quad (\text{D.12})$$

$$0 = -M_{11} \cos \theta \sin \theta - M_{12} \sin^2 \theta + M_{21} \cos^2 \theta + M_{22} \cos \theta \sin \theta \quad (\text{D.13})$$

$$= -M_{11} \cos \theta \sin \theta - M_{12}(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) + M_{22} \cos \theta \sin \theta \quad (\text{D.14})$$

$$m_2^2 = \sin^2 \theta M_{11} - M_{12} \cos \theta \sin \theta - M_{21} \cos \theta \sin \theta + M_{22} \cos^2 \theta \quad (\text{D.15})$$

$$= \sin^2 \theta M_{11} - 2M_{12} \cos \theta \sin \theta + M_{22} \cos^2 \theta, \quad (\text{D.16})$$

de la tercera ecuación:

$$M_{12} = \frac{-M_{11} \cos \theta \sin \theta + M_{22}}{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta \cos \theta \sin \theta}. \quad (\text{D.17})$$

A partir de las relaciones

$$\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = \cos(2\theta), \quad \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin(2\theta), \quad (\text{D.18})$$

$$M_{12} = \frac{1}{2}[M_{11} - M_{22}] \tan(2\theta), \quad (\text{D.19})$$

$$\det(M - m^2 I) = \det \left(\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} - m^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{D.20})$$

siendo, I la identidad.

$$\begin{vmatrix} M_{11} - m^2 & M_{12} \\ M_{12} & M_{22} - m^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (\text{D.21})$$

$$(M_{11} - m^2)(M_{22} - m^2) - M_{12}^2 = 0, \quad (\text{D.22})$$

$$M_{11}M_{22} - m^2 M_{11} - m^2 M_{22} + m^4 = M_{12}^2, \quad (\text{D.23})$$

$$m^4 - (M_{11} + M_{22})m^2 + (M_{11}M_{22} - M_{12}^2) = 0. \quad (\text{D.24})$$

Por lo tanto, las raíces de las ecuaciones cuadráticas vienen dadas por:

$$m_{1,2}^2 = \frac{(M_{11} + M_{22}) \pm \sqrt{(M_{11} + M_{22})^2 - 4M_{11}M_{22} + 4M_{12}^2}}{2}, \quad (\text{D.25})$$

$$= \frac{(M_{11} + M_{22}) \pm \sqrt{M_{11}^2 + M_{22}^2 + 2M_{11}M_{22} - 4M_{11}M_{22} + 4M_{12}^2}}{2}, \quad (\text{D.26})$$

$$= \frac{(M_{11} + M_{22}) \pm \sqrt{(M_{11} - M_{22})^2 + \tan^2(2\theta)(M_{11} - M_{22})^2}}{2}, \quad (\text{D.27})$$

$$= \frac{(M_{11} + M_{22}) \pm (M_{11} - M_{22})\sqrt{1 + \tan^2(2\theta)}}{2}, \quad (\text{D.28})$$

$$= \frac{(M_{11} + M_{22}) \pm (M_{11} - M_{22}) \sec(2\theta)}{2}, \quad (\text{D.29})$$

se tiene que:

$$m_1^2 = \frac{(M_{11} + M_{22}) + (M_{11} - M_{22}) \sec(2\theta)}{2}, \quad (\text{D.30})$$

$$m_2^2 = \frac{(M_{11} + M_{22}) - (M_{11} - M_{22}) \sec(2\theta)}{2}. \quad (\text{D.31})$$

Sumando y restando los valores obtenidos para m_1 y m_2 se obtiene las siguientes dos ecuaciones:

$$m_1^2 + m_2^2 = M_{11} + M_{22}, \quad (\text{D.32})$$

$$m_1^2 - m_2^2 = (M_{11} - M_{22}) \sec(2\theta). \quad (\text{D.33})$$

De acá:

$$\sec(2\theta) = \frac{1}{\cos(2\theta)} = \frac{m_1^2 - m_2^2}{M_{11} - M_{22}}, \quad (\text{D.34})$$

reemplazando en (D.19) se obtiene:

$$M_{12} = \frac{1}{2} [M_{11} - M_{22}] \frac{\sin(2\theta)}{\cos(2\theta)} = \frac{1}{2} \cancel{[M_{11} - M_{22}]} \frac{m_1^2 - m_2^2}{\cancel{M_{11} - M_{22}}} \sin(2\theta), \quad (\text{D.35})$$

$$= \frac{1}{2} (m_1^2 - m_2^2) \sin(2\theta). \quad (\text{D.36})$$

Despejando M_{11} de la ecuación (D.19):

$$M_{11} = M_{22} + \frac{2M_{12}}{\tan(2\theta)}, \quad (\text{D.37})$$

e ingresando este valor en la suma entre m_1 y m_2 mostrada en la ecuación (D.33), y reemplazando M_{12} en términos de $m_{1,2}$ (ecuación (D.36)) se obtiene:

$$m_1^2 + m_2^2 = M_{22} + \frac{2M_{12}}{\tan(2\theta)} + M_{22}, \quad (\text{D.38})$$

$$= 2M_{22} + \frac{2M_{12}}{\tan(2\theta)}, \quad (\text{D.39})$$

$$= 2M_{22} + \frac{2}{\tan(2\theta)} \left(\frac{1}{2} \sin(2\theta) (m_1^2 - m_2^2) \right), \quad (\text{D.40})$$

de lo cual, el valor de M_{22} viene dado por

$$M_{22} = \frac{1}{2} (m_1^2 + m_2^2 - (m_1^2 - m_2^2) \cos(2\theta)), \quad (\text{D.41})$$

Luego:

$$M_{11} = \frac{1}{2} (m_1^2 + m_2^2 - (m_2^2 - m_1^2) \cos(2\theta)) . \quad (\text{D.42})$$

Apéndice E

Archivos de SARAH para el modelo $U(1)_D$

A continuación se presenta el modelo implementado en SARAH versión 4.9.1. Los archivos presentados en este anexo como los programas implementados en Python se pueden encontrar en el repositorio [G](#).

E.1 model.m

```
Model'Name = "Udark";
Model'NameLaTeX = "B-L extended Standard Model";
Model'Authors = "Kimy Agudelo, Diego Restrepo and David Suarez";
Model'Date = "2023-04-16";

(*-----*)
(* Particle Content*)
(*-----*)

Global[[1]] = {Z[2], Z2};

(* Gauge Superfields *)

Gauge[[1]]={B, U[1], hypercharge, g1, False, 1};
Gauge[[2]]={WB, SU[2], left, g2, True, 1};
Gauge[[3]]={G, SU[3], color, g3, False, 1};
Gauge[[4]]={Bp, U[1], U1L, g1p, False, 1};

(* Chiral Superfields *)

FermionFields[[1]] = { q, 3, {uL, dL}, 1/6, 2, 3, 0, 1};
FermionFields[[2]] = { l, 3, {vL, eL}, -1/2, 2, 1, 0, 1};
```

```

FermionFields[[3]] = { d, 3, conj[dR], 1/3, 1, -3, 0, 1};
FermionFields[[4]] = { u, 3, conj[uR], -2/3, 1, -3, 0, 1};
FermionFields[[5]] = { e, 3, conj[eR], 1, 1, 1, 0, 1};
FermionFields[[6]] = { v, 2, conj[vR], 0, 1, 1, -5, 1};
FermionFields[[7]] = {CL, 1, cl, 0, 1, 1, 6, -1};
FermionFields[[8]] = {CR, 1, conj[cr], 0, 1, 1, -1, -1};

```

```

ScalarFields[[1]] = { H, 1, {H0, Hm}, -1/2, 2, 1, 0, 1};
ScalarFields[[2]] = {bi, 1, BiD, 0, 1, 1, -5, 1};

```

```

(*-----*)
(* DEFINITION *)
(*-----*)

```

```
NameOfStates={GaugeES, EWSB};
```

```
(* ----- Before EWSB ----- *)
```

```

DEFINITION[GaugeES][Additional]= {
  {LagHC, {AddHC->True}},
  {LagNoHC, {AddHC->False}}
};

```

```
LagNoHC = -(mu2 conj[H].H + 1/2 L1 conj[H].H.conj[H].H + MuP conj[bi].bi + 1/2 L2 conj[bi].bi.conj[bi].bi);
```

```
LagHC = - (+ Yd H.d.q + Ye H.e.l - Yu conj[H].u.q + Yc bi.CL.CR );
```

```
(* Gauge Sector *)
```

```

DEFINITION[EWSB][GaugeSector] =
{
  {{VB, VWB[3], VBp}, {VP, VZ, VZp}, ZZ},
  {{VWB[1], VWB[2]}, {VWm, conj[VWm]}, ZW}
};

```

```
(* ----- VEVs ----- *)
```

```

DEFINITION[EWSB][VEVs]=
{
  {H0, {vH, 1/Sqrt[2]}, {sigmaH, \[ImaginaryI]/Sqrt[2]}, {phiH, 1/Sqrt[2]}},
  {BiD, {vX, 1/Sqrt[2]}, {sigmaB, \[ImaginaryI]/Sqrt[2]}, {phiB, 1/Sqrt[2]}}
};

```

```

DEFINITION[EWSB][MatterSector]=
{
  {{phiH, phiB}, {hh, ZH}},
  {{sigmaH, sigmaB}, {Ah, ZA}},
  {{dL}, {conj[dR]}}, {{DL, Vd}, {DR, Ud}},
  {{uL}, {conj[uR]}}, {{UL, Vu}, {UR, Uu}},
  {{eL}, {conj[eR]}}, {{EL, Ve}, {ER, Ue}},
  {{vL, conj[vR]}, {VL, ZM}}
};

```



```

{Ye,      { Description -> "Lepton-Yukawa-Coupling",
           DependenceNum -> Sqrt[2]/vH* {{Mass[Fe,1],0,0},
                                           {0, Mass[Fe,2],0},
                                           {0, 0, Mass[Fe,3]}}}},

{Mu,      { Description -> "SM Mu Parameter"}},
{[Lambda], { Description -> "SM Higgs Selfcouplings"}},
{vH,      { Description -> "EW-VEV",
           DependenceSPheno -> None }},
{vX,      { LaTeX -> "x",
           Dependence -> None,
           OutputName -> vX,
           Real -> True,
           LesHouches -> {BL,43} }},

{ThetaW,  { Description -> "Weinberg-Angle"}},
{ThetaWp, { Description -> "Theta'", DependenceNum -> None }},

{ZZ, {Description -> "Photon-Z-Z' Mixing Matrix"}},
{ZW, {Description -> "W Mixing Matrix"}},

{L1, {OutputName -> lam1,
      LaTeX -> "\\lambda_1",
      LesHouches -> {BL,1}}},

{L2, {OutputName -> lam2,
      LaTeX -> "\\lambda_2",
      LesHouches -> {BL,2}}},

{L3, {OutputName -> lam3,
      LaTeX -> "\\lambda_3",
      LesHouches -> {BL,3}}},

{MuP, {OutputName -> MUP,
      LaTeX -> "\\mu'",
      LesHouches -> {BL,10}}},

{mu2, {OutputName -> mu,
      LaTeX -> "\\mu_2",
      LesHouches -> {BL,11}}},

{mH2, {OutputName -> mH2,
      LaTeX -> "\\m^2_H",
      LesHouches -> {BL,20}}},

{mchi2, {OutputName -> mX2,
      LaTeX -> "\\m^2_\\chi",
      LesHouches -> {BL,22}}},

{Yx, {OutputName -> YX,
      LaTeX -> "y_x",
      LesHouches -> {BL,31}}},

```

```

{Yc, {OutputName -> YC,
      LaTeX -> "y_c",
      LesHouches -> {BL,32}}},

{MUS, {OutputName -> muS,
      LaTeX -> "\\mu_s",
      LesHouches -> {BL,30}}},

{Vu,      {Description ->"Left-Up-Mixing-Matrix"}},
{Vd,      {Description ->"Left-Down-Mixing-Matrix"}},
{Uu,      {Description ->"Right-Up-Mixing-Matrix"}},
{Ud,      {Description ->"Right-Down-Mixing-Matrix"}},
{Ve,      {Description ->"Left-Lepton-Mixing-Matrix"}},
{Ue,      {Description ->"Right-Lepton-Mixing-Matrix"}},

{ZM,      {Description -> "Neutrino-Mixing-Matrix"}},

{ZH,      { Description->"Scalar-Mixing-Matrix",
          Dependence -> None,
          DependenceOptional -> None,
          DependenceNum -> None  }},
{ZA,      { Description->"Pseudo-Scalar-Mixing-Matrix",
          Dependence -> None,
          DependenceOptional -> None,
          DependenceNum -> None  }}

};

```

E.3 particles.m

```

ParticleDefinitions[GaugeES] = {
  {H0, {
    PDG -> 0,
    Width -> 0,
    Mass -> Automatic,
    FeynArtsNr -> 1,
    LaTeX -> "H^0",
    OutputName -> "H0" }},

  {Hp, {
    PDG -> 0,
    Width -> 0,
    Mass -> Automatic,
    FeynArtsNr -> 2,
    LaTeX -> "H^+",
    OutputName -> "Hp" }},

```

```

{VB, { Description -> "B-Boson"}},
{VG, { Description -> "Gluon"}},
{VWB, { Description -> "W-Bosons"}},
{gB, { Description -> "B-Boson Ghost"}},
{gG, { Description -> "Gluon Ghost" }},
{gWB, { Description -> "W-Boson Ghost"}}

};

```

```
ParticleDefinitions[EWSB] = {
```

```

{hh , { Description -> "Higgs",
      PDG -> {25,35},
      Width -> Automatic,
      Mass ->LesHouches,
      FeynArtsNr -> 1,
      LaTeX -> "h",
      OutputName -> "h" }},

{Ah , { Description -> "Pseudo-Scalar Higgs",
      PDG -> {0,0},
      Width -> {0, External},
      Mass ->LesHouches,
      FeynArtsNr -> 2,
      LaTeX -> "A_h",
      OutputName -> "Ah" }},

{Hm, { Description -> "Charged Higgs",
      PDG -> {0},
      Width -> 0,
      Mass ->LesHouches,
      FeynArtsNr -> 3,
      LaTeX -> "H^-",
      OutputName -> "Hm" }},

{VP, { Description -> "Photon"}},
{VZ, { Description -> "Z-Boson",
      Goldstone -> Ah[1] }},
{VG, { Description -> "Gluon" }},
{VWm, { Description -> "W-Boson",
      Goldstone->Hm }},
{gP, { Description -> "Photon Ghost"}},
{gWm, { Description -> "Negative W-Boson Ghost"}},
{gWmC, { Description -> "Positive W-Boson Ghost" }},
{gZ, { Description -> "Z-Boson Ghost" }},
{gG, { Description -> "Gluon Ghost" }},
{VZp, { Description -> "Z'-Boson",
      Goldstone -> Ah[2]}}}

```

```

{gZp,    { Description -> "Z'-Ghost" }},

{Fd,    { Description -> "Down-Quarks"}},
{Fu,    { Description -> "Up-Quarks"}},
{Fe,    { Description -> "Leptons" }},
{Fv,    { Description -> "Neutrinos",
          PDG ->{12,14,16,8810012,8810014} }},
{Chi,   { Description -> "Singlet Fermions",
          PDG -> {1022},
          Mass -> LesHouches,
          ElectricCharge -> 0,
          LaTeX -> "\\Xi",
          OutputName -> "Xi" }}

};

WeylFermionAndIntermediate = {

  {H,    { PDG -> 0,
          Width -> 0,
          Mass -> Automatic,
          LaTeX -> "H",
          OutputName -> "" }},

  {dR,   {LaTeX -> "d_R" }},
  {eR,   {LaTeX -> "e_R" }},
  {lep,  {LaTeX -> "l" }},
  {uR,   {LaTeX -> "u_R" }},
  {q,    {LaTeX -> "q" }},
  {eL,   {LaTeX -> "e_L" }},
  {dL,   {LaTeX -> "d_L" }},
  {uL,   {LaTeX -> "u_L" }},
  {vL,   {LaTeX -> "\\nu_L" }},

  {DR,   {LaTeX -> "D_R" }},
  {ER,   {LaTeX -> "E_R" }},
  {UR,   {LaTeX -> "U_R" }},
  {EL,   {LaTeX -> "E_L" }},
  {DL,   {LaTeX -> "D_L" }},
  {UL,   {LaTeX -> "U_L" }}

};

```

E.4 SPheno.m

```
OnlyLowEnergySPheno = True;
```

```
MINPAR={{1,Lambda1INPUT},
        {2,Lambda2INPUT},
```

```

        {3, Lambda3INPUT},
        {10, g1pINPUT},
        {11, g1p1INPUT},
        {12, g11pINPUT},
        {20, vXinput},
        {21, Ycinput}
};

ParametersToSolveTadpoles = {MuP, mu2};

DEFINITION[MatchingConditions]= {
  {Ye, YeSM},
  {Yd, YdSM},
  {Yu, YuSM},
  {g1, g1SM},
  {g2, g2SM},
  {g3, g3SM},
  {vH, vSM}
};

BoundaryLowScaleInput={
  {g1p, g1pINPUT},
  {g11p, g11pINPUT},
  {g1p1, g1p1INPUT},
  {L1, Lambda1INPUT},
  {L2, Lambda2INPUT},
  {L3, Lambda3INPUT},
  {vX, vXinput},
  {Yc, Ycinput}
};

AddTreeLevelUnitarityLimits=True;

ListDecayParticles = {Fu, Fe, Fd, Fv, hh, VZp, Chi};
ListDecayParticles3B = {{Fv, "Fv.f90"}, {Fu, "Fu.f90"}, {Fe, "Fe.f90"}, {Fd, "Fd.f90"}};

```

E.5 LesHouches.in.MDEODARK2

```

Block MODSEL      #
  1 1              # 1/0: High/low scale input
  2 1              # Boundary Condition
  6 1              # Generation Mixing
Block SMINPUTS    # Standard Model inputs
  2 1.166370E-05  # G_F, Fermi constant
  3 1.187000E-01  # alpha_s(MZ) SM MSbar
  4 9.118870E+01  # Z-boson pole mass
  5 4.180000E+00  # m_b(mb) SM MSbar
  6 1.735000E+02  # m_top(pole)
  7 1.776690E+00  # m_tau(pole)
Block MINPAR      # Input parameters
  1 2.577338E-01  # Lambda1INPUT

```

```

2   4.900000E-01   # Lambda2INPUT
3   0.000000E+00   # Lambda3INPUT
10  1.000000E-01   # g1pINPUT
11  0.000000E+00   # g1p1INPUT
12  0.000000E+00   # g11pINPUT
20  1.000000E+03   # vXinput
21  9.000000E-01   # Ycinpu
Block SPhenoInput # SPheno specific input
  1 -1             # error level
  2  0             # SPA conventions
  7  0             # Skip 2-loop Higgs corrections
  8  3             # Method used for two-loop calculation
  9  1             # Gaugeless limit used at two-loop
10  0             # safe-mode used at two-loop
11  1             # calculate branching ratios
13  1             # 3-Body decays: none (0), fermion (1), scalar (2), both (3)
14  0             # Run couplings to scale of decaying particle
12  1.000E-04     # write only branching ratios larger than this value
15  1.000E-30     # write only decay if width larger than this value
19  -2            # Matching order (-2:automatic, -1:pole, 0-2: tree, one- & two-loop)
31  -1            # fixed GUT scale (-1: dynamical GUT scale)
32  0             # Strict unification
34  1.000E-04     # Precision of mass calculation
35  40            # Maximal number of iterations
36  5             # Minimal number of iterations before discarding points
37  1             # Set Yukawa scheme
38  2             # 1- or 2-Loop RGEs
50  1             # Majorana phases: use only positive masses (put 0 to use file with CalcHep/
51  0             # Write Output in CKM basis
52  0             # Write spectrum in case of tachyonic states
55  0             # Calculate loop corrected masses
57  1             # Calculate low energy constraints
60  1             # Include possible, kinetic mixing
65  1             # Solution tadpole equation
66  1             # Two-Scale Matching
67  1             # effective Higgs mass calculation
75  0             # Write WHIZARD files
76  2             # Write HiggsBounds file: 2 for HiggsBounds5, 1 for HiggsBounds4 and below
77  0             # Output for MicrOmegas (running masses for light quarks; real mixing matrix)
78  0             # Output for MadGraph (writes also vanishing blocks)
79  0             # Write WCXF files (exchange format for Wilson coefficients)
86  0.            # Maximal width to be counted as invisible in Higgs decays; -1: only LSP
440 1             # Tree-level unitarity constraints (limit s->infinity)
441 1             # Full tree-level unitarity constraints
442 1000.         # sqrt(s_min)
443 2000.         # sqrt(s_max)
444 5             # steps
445 0             # running
510 0.           # Write tree level values for tadpole solutions
515 0             # Write parameter values at GUT scale
520 1.           # Write effective Higgs couplings (HiggsBounds blocks): put 0 to use file w
521 1.           # Diphoton/Digluon widths including higher order
525 0.           # Write loop contributions to diphoton decay of Higgs
530 0.           # Write Blocks for Vevacious
Block DECAYOPTIONS # Options to turn on/off specific decays

```

1	1	# Calc 3-Body decays of Fv
2	1	# Calc 3-Body decays of Fu
3	1	# Calc 3-Body decays of Fe
4	1	# Calc 3-Body decays of Fd

Apéndice F

Archivos de X-BIT

F.1 Input : MDEOdark2.json

```
{
  "Setup": {
    "Settings": "MDEOdark2_MLS.json",
    "Name": "MDEOdark2_MLS",
    "Type": "MLS",
    "Points": 10000,
    "Iterations": 20,
    "Cores": 8
  },

  "Included_Codes": {
    "HiggsBounds": "False",
    "HiggsSignals": "False",
    "MicrOmegas": "True",
    "Vevacious": "False"
  },

  "Variables": {
    "0": "10.0**(np.random.uniform(np.log10(1.0e-6), np.log10(1.0e-3)))",
    "1": "10.0**(np.random.uniform(np.log10(6.0e2), np.log10(8.0e2)))",
    "2": "10.0**(np.random.uniform(np.log10(1.0e-2), np.log10(7.5e-1)))",
    "3": "10.0**(np.random.uniform(np.log10(1.0e2), np.log10(3.0e2)))",
    "4": "10.0**(np.random.uniform(np.log10(1.0e2), np.log10(3.0e2)))",
    "5": "10.0**(np.random.uniform(np.log10(1.0e2), np.log10(3.0e2)))"
  },

  "Observables": {
    "0": {
      "SLHA": ["DARKMATTER", [1]],
      "MEAN": 0.12,
      "VARIANCE": 0.0036
    }
  },
}
```

```

"ML": {
  "Neurons": [50,50,50],
  "LR": 0.001
},

"Blocks": {
  "MODSEL": {
    "1": 1,
    "2": 1,
    "6": 0
  },
  "SMINPUTS": {
    "2": 1.166370E-05,
    "3": 1.187000E-01,
    "4": 9.118870E+01,
    "5": 4.180000E+00,
    "6": 1.735000E+02,
    "7": 1.776690E+00
  },
  "MINPAR": {
    "1": "0.5*(1.0/246.220569)**2.0*(125.1**2.0+Variable[1]**2.0-(Variable[1]**2.0-125.1**2.0)*(1.0-2.0*Variable[1])),",
    "2": "0.5*(5.0*Variable[2]/Variable[3])**2.0*(125.1**2.0+Variable[1]**2.0+(Variable[1]**2.0-125.1**2.0)*(1.0-2.0*Variable[1])),",
    "3": "0.5*(1.0/246.220569)*(2.0*Variable[2]/Variable[3])*(Variable[1]**2.0-125.1**2.0)*(1.0-2.0*Variable[1])",
    "10": "Variable[2]",
    "11": 0.0,
    "12": 0.0,
    "20": "Variable[3]/(5.0*Variable[2])",
    "21": "1.414213562373*5.0*Variable[2]/Variable[3]*Variable[4]",
    "22": "1.414213562373*5.0*Variable[2]/Variable[3]*(2.0*Variable[4]+Variable[5])"
  },
  "SPhenoInput": {
    " 1": -1,
    " 2": 0,
    " 7": 0,
    " 8": 3,
    " 9": 1,
    "10": 0,
    "11": 1,
    "13": 0,
    "14": 0,
    "12": 1.000E-04,
    "15": 1.000E-30,
    "16": 0,
    "19": -2,
    "31": -1,
    "32": 0,
    "34": 1.000E-04,
    "35": 40,
    "36": 5,
    "37": 1,
    "38": 2,
    "50": 1
  }
}

```

```

    " 51": 0      ,
    " 52": 0      ,
    " 55": 0      ,
    " 57": 0      ,
    " 65": 1      ,
    " 66": 1      ,
    " 67": 1      ,
    " 75": 1      ,
    " 76": 1      ,
    " 77": 1      ,
    " 78": 0      ,
    " 79": 1      ,
    " 86": 0      ,
    "510": 0      ,
    "515": 0      ,
    "520": 1      ,
    "521": 1      ,
    "525": 0      ,
    "530": 1      ,
    "550": 0
  }
}
}

```

F.2 Settings : MDEOdark2`BSM.json

```

{
  "SPheno": {
    "Command": "/home/auxiliar/BSM_Submodules/SPHENO/bin/SPhenoMDEOdark2",
    "InputFile": "LesHouches.in.MDEOdark2",
    "OutputFile": "SPheno.spc.MDEOdark2"
  },

  "MicrOmegas": {
    "Command": "/home/auxiliar/BSM_Submodules/micromegas/MDEOdark2/CalcOmega_with_DDetection_M0",
    "OutputFile": "omg.out",
    "DM_Candidate": 1012
  },

  "HiggsBounds": {
    "Command": "/home/fnstaub/Data/HEP_Software/HiggsBounds-4.3.1/HiggsBounds",
    "Options": "LandH effC 3 1",
    "OutputFile": "HiggsBounds_results.dat"
  },

  "HiggsSignals": {
    "Command": "/home/fnstaub/Data/HEP_Software/HiggsSignals-1.3.2/HiggsSignals",
    "Options": "latestresults peak 2 effC 3 1",
    "OutputFile": "HiggsSignals_results.dat"
  },

  "Vevacious": {

```

```
"Path": "/home/fnstaub/Documents/Uni/Work/Vevacious/Vevacious-1.2.01/",  
"Command": "./bin/Vevacious.exe --input=bin/VevaciousInitialization_stop.xml --should_Tunnel=False"  
}  
  
}
```

Apéndice G

Correcciones

G.1 Correcciones - Oscar Zapata

1. **Se recomienda una revisión en la redacción texto. Se recomienda una revisión de la bibliografía. En particular, cuando se mencione el trabajo de personas se debe acompañar con la citación bibliográfica correspondiente.**

La solución a estos dos puntos se realizo consistentemente sobre todo el texto.

2. **La diagonalización usada en el mecanismo seesaw es exacta o es aproximada, es decir, perturbativa?**

En la sección 1.9 del capítulo 1 se presenta la solución. A continuación se presenta una *En la sección anterior se obtuvieron los diferentes términos de masa que se podrían incluir en el Lagrangiano. Los mecanismos seesaw permiten diagonalizar la matriz de masa de neutrinos de manera perturbativa y proporcionan una explicación natural e interesante a la pequeñez de las masas de los neutrinos en comparación con las masas de los fermiones cargados. Por lo tanto, permiten entender la diferencia de las masas de los neutrinos observadas (orden de eV) con los fermiones cargados como lo son los quarks y leptones cargados, los cuales tienen ordenes de magnitud mayores, siendo éste un aspecto importante para la física más allá del SM. Considerando el término de masa de Dirac-Majorana para esbozar el mecanismo seesaw, y partiendo de la matriz de masa [84–88].*

3. **Aclarar cómo se obtuvo la ecuación (2.6).** En este nuevo texto la ecuación correspondiente a la ecuación (2.6) es la ecuación (2.14). Se parte del diagrama a nivel árbol del modelo para obtener las ecuaciones y considerar una extensión del SM con una simetría oscura. A continuación se adjunta una parte de la solución presentada en la sección 2.2 del capítulo 2.

$$\nu = -l + h + s \quad (\text{G.1})$$

$$= -l + l - m + s \quad (\text{G.2})$$

$$= -m + s \quad (\text{G.3})$$

Teniendo en cuenta que se realizará una extensión del SM con una simetría oscura, donde el parámetro $m = 0$, que corresponde a las cargas del SM y por lo tanto

$$s = \nu. \quad (\text{G.4})$$

4. **Definir m en la ecuación (2.9).** En esta nueva versión del trabajo de grado, la ecuación (2.9) se encuentra en la sección 1.8.5 del capítulo 1, representada por la ecuación 1.214. A continuación se presenta el párrafo en el cual se incluye parte de la solución, ya que se menciona con más detalle en toda la sección.

Considerando $m \equiv e - 2L$, de tal forma que las anomalías se pueden escribir de a siguiente manera

$$\sum_{\alpha}^{N'} n_{\alpha} + 3m = 0, \quad \sum_{\alpha}^{N'} n_{\alpha}^3 + 3m^3 = 0, \quad (\text{G.5})$$

La ecuación (1.211) se puede reescribir en términos de los dos parámetros libres L y m convenientemente como

$$u = \frac{4}{3}L - m, \quad d = m - \frac{2}{3}L, \quad e = m - 2L, \quad Q = -\frac{1}{3}L, \quad (\text{G.6})$$

5. En el párrafo después de la ecuación (2.14) se afirma que el campo **S** rompe la simetría $U(1)'_Y$. No obstante en la Tabla 2.1 no se especifica la carga bajo dicha simetría. En caso de ser cero, **S** no rompería la simetría.

En la sección 2.1 del capítulo 2 se presenta la discusión referente al tema, sin embargo es conveniente mencionar que en el modelo no se incluye ninguna simetría $U(1)'_Y$, además, el campo S rompe es la simetría nueva incluida, es decir $U(1)_X$, siendo está la simetría activa. Se adjunta parte de la correspondiente corrección.

$$\begin{aligned}
 & SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes U(1)_X \\
 & \quad \downarrow \langle S \rangle \\
 & SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \qquad (G.7) \\
 & \quad \downarrow \langle \phi \rangle \\
 & SU(3)_c \otimes U(1)_{EM},
 \end{aligned}$$

donde, Y es la hipercarga del SM. $\langle S \rangle$ corresponde al valor esperado de vacío del singlete S , el cual rompe la simetría $U(1)_X$ y $\langle \phi \rangle$ el valor esperado de vacío del doblete de Higgs, el cual como es sabido que rompe espontáneamente la simetría electrodébil. Si el SM se extiende con una simetría gauge abeliana oscura adicional $U(1)_D$ y N campos quirales derechos bajo el grupo de simetría del SM, el $U(1)_D$ no es anómalo si se cumplen las siguientes ecuaciones, las cuales se conocen como las ecuaciones diofánticas...

6. **La tabla con las soluciones de las ecuaciones diofánticas que satisfacen todas las condiciones no está escrita. No es posible saber si un término de la lagrangiana es permitido o no por las simetrías.**

Las tablas donde se presentan las soluciones de las ecuaciones diofánticas para simetrías activas y simetrías oscuras son las tablas 2.3 y 2.2, respectivamente. Las cuales se presentan en la sección 2.2. En esta misma sección se presenta el lagrangiano correspondiente al modelo.

7. **Cuál es la expresión para la derivada covariante en la ecuación (2.18).**

A continuación se presenta la respectiva derivada covariante del lagrangiano presentado en la ecuación (4.4) El lagrangiano de Higgs con el contenido de campos mostrado anteriormente viene dado por:

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \phi) + (\mathcal{D}_\mu \eta)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \eta) + (\mathcal{D}_\mu S)^\dagger (\mathcal{D}^\mu S) - V_H, \quad (G.8)$$

donde, $\mathcal{D}_\mu \phi = \partial_\mu \phi - ig_1 B_\mu \phi - ig_2 W_\mu^3 \phi$, $\mathcal{D}_\mu \eta = \partial_\mu \eta - ig_1 B_\mu \eta - ig_2 W_\mu^3 \eta - i\eta g_D B'_\mu$ y $\mathcal{D}_\mu S = \partial_\mu S - iS g_D B'_\mu$, la derivada covariante permite escribir el acople de los bosones de gauge con los escalares ϕ , η y S .

8. **No es claro si en la ecuación (2.27) el primer signo debe ser positivo o negativo.**

El signo correcto en la ecuación (4.13) es positivo. Así que fue modificado en el documento original.

9. **Aclarar las asunciones al obtener la ecuación (2.32). ¿Cuál es la jerarquía de los vevs?**

En la sección 4.1.3 del capítulo 4 se presentan las jerarquías de los vevs, donde como se presenta a continuación la masa del doblete escalar de Higgs M_η^2 es muchísimo mayor que el valor de los vevs; $M_\eta^2 \gg v(\text{VEVs})$. A continuación se adjunta una parte de la solución,

$$\begin{aligned} \mu_\phi^2 &= 2\lambda_\phi v_\phi^2 + \lambda_{\phi-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7](v_\eta^2) + \rho \frac{v_\eta v_S}{2v_\phi} \\ M_\eta^2 &= 2\lambda_\eta v_\eta^2 + \lambda_{\eta-S} v_S^2 + [\lambda_{\phi-\eta} + \lambda_7](v_\phi^2) + \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta} \end{aligned} \quad (\text{G.9})$$

$$\mu_S^2 = 2\lambda_S v_S^2 + \lambda_{\phi-S} v_\phi^2 + \lambda_{\eta-S} v_\eta^2 + \rho \frac{v_\eta v_\phi}{2v_S} \quad (\text{G.10})$$

Asumiendo que $M_\eta > 0$, además considerando que la contribución de M_η^2 es muchísimo mayor a las contribuciones que provienen de los valores esperados de vacío, es decir

$$M_\eta^2 \gg v(\text{VEVs})$$

donde, $v(\text{VEVs}) = v_\phi, v_S$ y v_η . Reemplazando se obtiene:

$$M_\eta^2 \approx 2\lambda_\eta v_\eta^2 + \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta} \quad (\text{G.11})$$

Teniendo en cuenta que el valor esperado de vacío del doblete η pesado es muy pequeño (porque el valor esperado de vacío de η es mucho menor al valor esperado de vacío de ϕ y S) entonces podríamos despreciar términos de segundo orden en v_η , por lo tanto se obtiene finalmente:

$$M_\eta^2 \approx \rho \frac{v_\phi v_S}{2v_\eta} \quad (\text{G.12})$$

10. No es cierto que la materia oscura y los neutrinos se originan de nueva física en la escala del TeV.

La solución se presenta en la sección 1.11 del capítulo 1. a continuación se adjunta un fragmento presentado en dicha sección.

Probablemente tanto la materia oscura como los neutrinos se encuentren fuertemente relacionados, ya que ambos se originan posiblemente de nueva física en la escala del TeV (la cual puede ser probada por el LHC).

11. Discutir con más detalle el modelo de materia oscura propuesto: contenido de partículas, lagrangiano, el candidato a materia oscura, generación de masa para la materia oscura, etc.

Esta discusión se encuentra realizada en la segunda parte del capítulo 3, en la sección 3.2.

12. **La cantidad relevante en el cálculo de la densidad reliquia es la sección eficaz promediada térmicamente. ¿Cómo se relaciona ésta con la expresión en (3.1)?**

Inicialmente se trabajo con la relación presentada en el artículo [121], donde la sección eficaz por velocidad relativa está dada por

$$\sigma v = \frac{g_D^4}{16\pi m_\psi^2} (1 - M_D^2/m_\psi^2)^{3/2} (1 - M_D^2/2m_\psi^2)^{-2} \quad (\text{G.13})$$

sin embargo, en el capítulo 3 se presenta la sección transversal para la aniquilación de partículas de materia oscura en fotones oscuros, ecuación 3.17 y la la sección transversal promediada térmicamente se presenta en la ecuación 3.22. La discusión completa se presenta en la sección en 3.2.1.

13. **¿Podría la detección directa restringir el modelo?**

La solución se presenta en la sección 3.2.1 y 3.3 del capítulo 3. a continuación se adjunta un fragmento presentado en dichas secciones.

En el paradigma WIMP la cantidad relevante es la sección eficaz promediada térmicamente para la aniquilación de materia oscura en partículas SM. Ese observable depende de los acoplamientos de interacciones y masas de los campos en nuestros modelos que deben satisfacer restricciones teóricas y fenomenológicas. La abundancia de reliquia de los fermiones masivos en los sectores oscuros, que son candidatos a materia oscura, deben ser consistente con los resultados de los datos del experimento PLANCK [118].

El valor de la sección eficaz de aniquilación de partículas de DM en partículas del SM está relacionada con el valor de abundancia de reliquia, la cual está medida por la colaboración de PLANCK, como $\Omega_{DM} h^2 = \rho_{DM}/\rho_c = 0.120 \pm 0.0001$ [118], donde ρ_{DM} es la densidad de DM y ρ_c la densidad crítica del Universo.