



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

Competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica desarrollada por futuros profesores de matemáticas a partir de la reflexión sobre un proceso de estudio

Juan Alberto Barboza Rodríguez

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Departamento de Educación Avanzada
Doctorado en Educación
Medellín, Colombia
2024

Competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica desarrollada por futuros profesores de matemáticas a partir de la reflexión sobre un proceso de estudio

Juan Alberto Barboza Rodríguez

Tesis doctoral presentada para optar al título de Doctor en Educación

Asesor

Walter Fernando Castro Gordillo, Doctor en Didáctica de las Matemáticas

Línea de investigación: Educación Matemática

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Departamento de Educación Avanzada
Doctorado en Educación
Medellín, Colombia
2024

Cita	(Barboza, 2024)
Referencia	Barboza, J. (2024). <i>Competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica desarrollada por futuros profesores de matemáticas a partir de la reflexión sobre un proceso de estudio</i> [Tesis doctoral]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Doctorado en Educación, Cohorte XV.

Grupo de Investigación

Centro de investigación Educativa y pedagógica (CIEO).



Centro de Documentación Educación

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia, ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Dedicatoria

Esta tesis es el resultado de mi deseo inquebrantable por seguir creciendo como persona y formarme profesionalmente con integridad, principios éticos y un alto compromiso con la educación. Todos los esfuerzos y aprendizajes logrados en esta etapa están dedicados a muchas personas que me han rodeado, pero especialmente a las siguientes:

A mi madre Fanny Rodríguez Garrido, por quien llevo en las venas el amor por la educación y la docencia, porque siempre me ha apoyado con su noble y puro amor; a mi padre Juan Barboza Ortega que, a pesar de no estar físicamente, sería el más orgulloso por verme alcanzar esta meta.

A mis amadas hijas Sara, Saray a mi esposa Ximena, por su paciencia y amor ofrecido durante tantos años de mi estar y no estar, por cada instante de admiración profesado al verme luchando, por cada sonrisa y cada lágrima.

A todas las personas que me ofrecieron su apoyo, amor y cariño y que me hicieron sentir acompañado, valorado y motivado.

Agradecimientos

A los profesores y compañeros del Doctorado en Educación en la Línea de Educación Matemática quienes con sus aportes y consejos me ofrecieron valiosas oportunidades para mis estudios y formación doctoral.

Al Dr. Walter Fernando Castro Gordillo, por el valioso acompañamiento con sus sugerencias, aportes y experiencias académicas e investigativas y que, junto a su tiempo y paciencia en todo este largo proceso, me permitieron avanzar y llegar cargado de confianza y compromiso.

A la colega Mg. Wendy Arrieta, por su tiempo y colaboración incondicional.

A la Universidad de Sucre, por las alternativas ofrecidas para superar las dificultades y poder culminar mi proceso de cualificación doctoral.

A la Universidad de Antioquia, por acogerme y brindarme la oportunidad de continuar mi cualificación profesional a nivel doctoral en el campo de la Educación y la Educación Matemática, las cuales tanto me apasionan.

A todas las personas que siempre estuvieron pendientes y animándome en este proceso.

A Dios, porque me fortaleció en cada instante y me regaló sabiduría para enfrentar este reto.

Tabla de contenido

Resumen	15
Abstract	16
Introducción	17
1 Planteamiento del problema	20
1.1 Informes de estudios e investigaciones	21
1.2 Consideraciones sobre la política para formación de profesores	26
1.3 Consideraciones sobre los desempeños en matemáticas escolares según las pruebas estandarizadas.....	27
1.4 Consideraciones sobre la formación de Licenciados en Matemáticas en la Universidad de Sucre	31
1.5 Consideraciones sobre las competencias del profesor de matemáticas en la formación inicial	33
1.6 Preguntas de investigación	36
2 Justificación.....	37
3 Objetivos	41
3.1 Objetivo general	41
3.2 Objetivos específicos.....	41
4 Revisión de Antecedentes	42
4.1 Competencias y conocimientos en la formación del profesor.....	42
4.2 Competencias y conocimientos en la formación del profesorado de matemáticas	53
4.2.1 Perspectiva del Conocimiento del Contenido para la Enseñanza-Conocimiento Base.....	60
4.2.2 Perspectiva del Conocimiento del Contenido para Enseñar.....	60

4.2.3	Perspectiva del Conocimiento Matemático para la Enseñanza -MKT.....	60
4.2.4	Perspectiva del Cuarteto del Conocimiento	61
4.2.5	Perspectiva de la Proficiencia en la Enseñanza de las Matemáticas	61
4.2.6	Perspectiva del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas	62
4.2.7	Perspectiva del Conocimiento Profesional.....	62
4.2.8	Perspectiva del Conocimiento y Competencias Didáctico Matemáticas –CCDM.....	63
4.3	El modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas para el profesor de matemáticas (CCDM)	68
4.3.1	El modelo CCDM como extensión del modelo CDM	68
4.3.2	Sobre el concepto de competencias y sus características	71
4.3.3	Investigaciones sobre la subcompetencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica	74
5	Marco teórico	77
5.1	El enfoque ontosemiótico -EOS- y la formación de profesores de matemáticas	77
5.1.1	Generalidades y fundamentos del EOS	77
5.1.2	Las herramientas del EOS y la formación de profesores	82
5.1.3	El análisis didáctico como herramienta para la formación de profesores	83
5.2	El modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM)	86
5.2.1	El modelo CCDM para la articulación de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor.....	87
5.2.2	Elementos fundamentales del modelo CCDM y las competencias claves	90
5.2.3	Competencias claves en el modelo CCDM y su desglose en subcompetencias	91
5.3	La competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID).....	98
5.3.1	Contextualización de la CAVID en el marco del modelo CCDM	98

5.3.2 Una caracterización teórica de la CAVID	101
5.3.3 Herramientas para estudiar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica	102
6 Metodología	113
6.1 Generalidades del método	113
6.1.1 El paradigma, enfoque, aproximación y diseño en la tesis	113
6.1.2 Estrategia investigativa.....	116
6.2 Particularidades del método: aspectos metodológicos asumidos del EOS y del modelo CCDM	119
6.3 Recursos y acciones para el registro de la información y la construcción de datos.....	121
6.3.1 Los informantes o participantes en la investigación (¿quién suministra la información?)	122
6.3.2 Escenario investigativo (¿dónde se recolectó la información?)	123
6.3.3 Eventos para la recolección (¿cuándo se recolectó la información?).....	124
6.3.4 Procesos al registrar la información (¿haciendo qué?).....	128
6.3.5 Recursos e instrumentos para el registro de la información (¿cómo y mediante qué se registró la información?)	128
6.4 Descripción del proceso metodológico desarrollado en el trabajo de campo: el curso <i>Análisis didáctico y diseño de tareas para enseñar matemáticas –ADDTEM</i>	132
6.5 Transformación de la información y producción de datos investigativos.....	139
6.5.1 Organización de la información	140
6.5.2 Reducción y depuración de la información.....	140
6.6 Procedimientos para el análisis de datos y la obtención de resultados investigativos	143
6.6.1 Fragmentación, integración de la información y categorización	143

6.6.2 Sistematización, momentos, alcance del análisis y obtención de resultados investigativos	144
6.6.3 Especificidades para la sistematización y análisis de la información	146
7 Resultados	154
7.1 Sistematización y análisis para identificar los criterios didácticos emergentes	154
7.1.1 Codificación de las A-R como criterios didácticos presentes en los planes de clase (I-1)	156
7.2 Sistematización y análisis para clasificar las acciones y razones relacionadas con la idoneidad didáctica	171
7.2.1 Análisis inicial para clasificar las acciones y razones relacionadas con la idoneidad didáctica	171
7.2.2 Análisis sobre el grado de relación o prevalencia de las idoneidades didácticas según las acciones y razones	175
7.3 Sistematización y análisis sobre el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los FPM.....	179
7.3.1 Análisis de la CAVID a partir de los criterios didácticos	180
7.3.2 Análisis de la CAVID a partir de la aplicación del I-3 por parte del equipo 1 de FPM	185
7.3.3 Análisis de la CAVID a partir de los planes de clase del equipo E1-FPM (ER)	191
7.3.4 Análisis de la CAVID a partir de la aplicación del I-3 del equipo E2-FPM	198
7.3.5 Análisis de la CAVID a partir de los planes de clase del equipo E2-FPM	203
7.3.6 Análisis de la CAVID a partir de las presentaciones de la evaluación de los planes de clase	212
7.3.7 Análisis de la CAVID a partir del trabajo final que realizan los equipos de FPM en el curso de formación ADDTEM (E3).....	214

7.4 Sistematización y análisis para determinar los factores que intervienen el estado y la gestión de la CAVID222

8 Conclusiones228

Referencias242

Anexos.....254

Lista de tablas

Tabla 1 Promedios de porcentajes por nivel de desempeño en las Pruebas Saber Matemáticas 3°, 5° y 9° de Colombia(C) y Sucre(S), periodo 2012-2018	29
Tabla 2 Promedios de estudiantes de Colombia (C) y Sucre(S) en las Pruebas Saber Matemáticas 3°, 5° y 9°, periodo 2012-2017.....	29
Tabla 3 Porcentajes en los niveles de desempeño en competencias específicas SABER PRO 2016-2019 del programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre	32
Tabla 4 Competencias del Meta-Perfil agrupadas en dimensiones	45
Tabla 5 Concepto de competencia según la OCDE, la UE y la Unesco	46
Tabla 6 Componentes y Competencias para la formación de profesores en Colombia	49
Tabla 7 Resumen de competencias del maestro	51
Tabla 8 Competencias profesionales específicas para la formación del profesor de matemáticas	56
Tabla 9 Trabajos sobre conocimientos del profesor de matemáticas	59
Tabla 10 Diferentes perspectivas o modelos del conocimiento del profesor de matemáticas	65
Tabla 11 Problemas y principios en didáctica en el marco del EOS	79
Tabla 12 Niveles de análisis, nociones teóricas y las acciones implicadas.....	85
Tabla 13 Elementos asociados a la competencia matemática	93
Tabla 14 Propuestas de organización de la competencia clave de análisis e intervención didáctica articuladas con las herramientas del EOS	95
Tabla 15 Elementos que integran la GVID-IM según Godino et al. (2013)	104
Tabla 16 Elementos que integran la GVID-IM según Breda et al. (2016).....	104
Tabla 17 Registro tabular del modelo CCDM (RT-CCDM) según su organización y estructura	106
Tabla 18 Niveles de desarrollo de la subcompetencia de análisis y evaluación de la idoneidad didáctica	110
Tabla 19 Términos utilizados para el abordaje general del método y aspectos metodológicos..	114
Tabla 20 Aspectos centrales generales de las estrategias de investigación asumidas	118
Tabla 21 Plantilla de sesiones (grabaciones) realizadas en el curso ADDTEM-V1_2020	133
Tabla 22 Organización temática del curso ADDTEM	138
Tabla 23 Información organizada luego de su reducción y depuración.....	140

Tabla 24 Momentos para la sistematización y análisis	144
Tabla 25 Estructura del registro tabular para observar y evaluar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (RT-OE-CAVID).....	150
Tabla 26 Estructura y elementos del RT-OE-CAVID.....	152
Tabla 27 Caracterización de los planes de clase para su selección y análisis	154
Tabla 28 Aspectos identificados en las acciones y razones según la codificación abierta	157
Tabla 29 Acciones y razones presentes en los planes de los FPM y primeras codificaciones....	158
Tabla 30 Grupos de acciones y razones (A-R) emergentes en las planificaciones	159
Tabla 31 Aspectos de interés que se infieren de los grupos A-R presentes en la tabla 30.....	161
Tabla 32 Niveles de idoneidad presentes en los planes de clase.....	179
Tabla 33 Comparativo de criterios didácticos emergentes en las fases I y III	181
Tabla 34 Rúbrica para la valoración de la idoneidad epistémica realizada por el equipo E1-FPM en el plan de clase.....	185
Tabla 35 Rúbrica para la valoración de la idoneidad afectivo-emocional realizada por el equipo E1-FPM en el plan de clase.....	190
Tabla 36 Observación y evaluación de la CAVID según las A-R del momento de desarrollo del plan de clase ajustado -E1-FPM.....	192
Tabla 37 Observación y evaluación de la CAVID según las A-R del momento de cierre del plan de clase ajustado -E1-FPM.....	196
Tabla 38 Rúbrica para la valoración de la idoneidad cognitiva realizada por el equipo E2-FPM al plan de clase	200
Tabla 39 Rúbrica para la valoración de la idoneidad mediacional realizada por el equipo E2-FPM al plan de clase	201
Tabla 40 RT-OE-CAVID para el plan de clase ajustado por el E2-FPM -momento de inicio ...	204
Tabla 41 RT-OE-CAVID para el plan de clase ajustado por el E2-FPM -momentos de desarrollo y cierre.....	208
Tabla 42 Descriptores-indicadores de la idoneidad didáctica que diseña y propone el equipo E3-FPM.....	221

Lista de figuras

Figura 1 Mapa de códigos vinculados con la categoría competencia del docente de matemáticas	54
Figura 2 Mapa de relaciones sobre el conocimiento que debe poseer un docente de matemáticas	58
Figura 3 Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica.....	70
Figura 4 Conceptualización de competencias	73
Figura 5 Alcances del análisis didáctico según la secuencia desarrollada.....	86
Figura 6 Dimensiones y componentes del conocimiento didáctico-matemático (CDM)	89
Figura 7 Trayectoria que representa el desarrollo de la CAVID al aplicar el RT-CCDM.....	108
Figura 8 Modelo artesanal del diseño investigativo de Romberg	116
Figura 9 Fases de la investigación según objetivos.....	125
Figura 10 Instrumento I-1: Planificando mi clase.....	129
Figura 11 Instrumento I-2: Reflexionando sobre la planificación en mi plan de clase de matemáticas.....	130
Figura 12 Instrumento I-3: Rúbrica para el análisis y la valoración del plan de clase (idoneidad epistémica)	131
Figura 13 Estructura del proceso para la recolección de información: fases e instrumentos.....	132
Figura 14 Imagen de la página inicial (tablón) del Classroom del curso ADDTEM.....	139
Figura 15 Ejemplo de registro empleado para la selección y depuración de los planes de clase.....	142
Figura 16 Codificación de A-R presentes en los planes de clase.....	147
Figura 17 Grupos de acciones y razones (A-R) emergentes en las planificaciones.....	148
Figura 18 A-R personales relacionadas con los criterios y normas de la faceta mediacional de la ID.....	148
Figura 19 Niveles de idoneidad presentes en los planes de clase	149
Figura 20 Codificación abierta de las A-R presentes en los planes de clase (I-1)	156
Figura 21 Características afectivas valiosas según los FPM.....	163
Figura 22 Características de aprendizaje valiosas según los FPM.....	164
Figura 23 Modos de interacción valiosos según los FPM.....	166
Figura 24 Factores externos condicionantes de la enseñanza y el aprendizaje según los FPM..	167

Figura 25 Puntos que consideran atractivos del plan según los FPM	168
Figura 26 A-R personales relacionadas con criterios y normas epistémicos	172
Figura 27 A-R personales relacionadas con los criterios y normas afectivos	174
Figura 28 Nivel de presencia de las idoneidades según las acciones y razones en los planes de clase individuales	175
Figura 29 Representación del nivel de prevalencia de las A-R asociadas a la IM e IEp. según los planes de clase	176
Figura 30 Comparativo sobre el énfasis en criterios didácticos según su relación con las idoneidades	184
Figura 31 Configuración epistémica de los objetos al planificar una clase para enseñar perímetro	217

Resumen

La tesis doctoral *competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica desarrollada por futuros profesores de matemáticas a partir de la reflexión sobre un proceso de estudio* es un estudio cualitativo que asume elementos teóricos dentro del enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos y su modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor de matemáticas (CCDM). Se presentan aportes en la caracterización y gestión de la competencia estudiada; también, una ruta metodológica para su observación, valoración y desarrollo mediante un dispositivo de formación que permite contruir respuestas ante la pregunta y objetivos de investigación trazados.

El objetivo es caracterizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID) desarrollada por futuros profesores de matemáticas cuando realizan un proceso de estudio; por ello, se combinan tres estrategias investigativas: prácticas usuales, estudio de caso instrumental y revisión documental; los participantes fueron un grupo de futuros profesores que cursaron su último año de estudios. Se destaca en la caracterización realizada, el diseño e implementación del instrumento *Registro tabular para observar y evaluar la CAVID* que potencialmente ofrece oportunidades y contribuciones para el desarrollo de la competencia en la formación inicial de profesores de matemáticas.

Las conclusiones indican que la competencia CAVID se constituye en una *competencia articuladora* de las demás, cuyo *nivel de gestión está relacionado con el dominio teórico y metodológico* de la idoneidad didáctica, de ahí la relevancia de las herramientas que posibilitan su análisis y el asumir una *actitud reflexiva* frente a tareas profesionales como diseñar, implementar, evaluar y establecer mejoras en el proceso de enseñanza. También, el uso del *plan de enseñanza*, entendido como un instrumento y escenario que permite realizar un proceso de estudio, es una herramienta potente que ofrece información relevante sobre el estado de las competencias y conocimientos del futuro profesor de matemáticas.

Palabras claves: idoneidad didáctica, competencias claves, competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica, formación de profesores, enseñanza de las matemáticas, plan de enseñanza.

Abstract

The doctoral thesis competency of analysis and assessment of didactic suitability developed by future mathematics teachers from the reflection on a study process is a qualitative study that assumes theoretical elements within the Onto-semiotic approach (OSA) to mathematical knowledge and instruction and his DidacticMathematical Knowledge and Competence (DMKC). Contributions are presented in the characterization and management of the studied competence; Also, a methodological route for its observation, assessment and development through a training device that allows constructing answers to the research question and objectives outlined.

The objective is to characterize the competence of analysis and assessment of didactic suitability (CAADS) developed by future mathematics teachers when they carry out a study process; For this reason, three investigative strategies are combined: habitual practices, instrumental case study and documentary review; The participants were a group of future teachers who were in their last year of studies. It stands out in the characterization carried out, the design and implementation of the Tabular registry to observe and evaluate CAADS that potentially offers opportunities and contributions for the development of competence in the initial training of mathematics teachers.

The conclusions indicate that the CAADS competence constitutes an articulating competence of the others, whose level of management is related to the theoretical and methodological domain of didactic suitability, hence the relevance of the tools that enable its analysis and assuming an attitude reflective in the face of professional tasks such as designing, implementing, evaluating and establishing improvements in the teaching process. Also, the use of the teaching plan, understood as an instrument and scenario that allows a study process to be carried out, is a powerful tool that offers relevant information about the state of the skills and knowledge of the future mathematics teacher.

Keywords: didactic suitability, key competencies, competence of analysis and assessment of didactic suitability, teacher training, mathematics teaching, teaching plan.

Introducción

La presente tesis doctoral se enmarca en el campo de la formación inicial del profesorado de matemáticas, en especial, sobre los conocimientos y competencias, tema que progresivamente ha ganado interés e importancia en la Educación Matemática, toda vez que son considerados como factores que intervienen y determinan las mejoras en los procesos educativos, particularmente en lo referente al aprendizaje de las matemáticas.

La tesis se desarrolló a partir de la pregunta de investigación *¿qué aspectos de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica proponen los futuros profesores de matemáticas durante un proceso de estudio?* la cual conlleva la atención particular de cuestionamientos complementarios, tales como *¿cuáles criterios de idoneidad privilegian los futuros profesores de matemáticas en la gestión de un proceso de estudio? ¿Cómo gestiona el futuro profesor de matemáticas la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica al realizar procesos de estudio? ¿Cuáles son los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los futuros profesores de matemáticas?*

La problemática objeto de investigación es estudiada y discutida mediante cinco elementos: el primero se refiere a los *informes e investigaciones sobre la formación y el rol del profesorado de matemáticas*; el segundo abarca diversas *consideraciones sobre la política para la formación de profesores*; el tercero expone algunas *consideraciones sobre los desempeños en matemáticas en la educación colombiana según las pruebas estandarizadas*; el cuarto comprende las *consideraciones sobre la formación de licenciados en matemáticas en la Universidad de Sucre (Colombia)*; y el quinto, las *consideraciones sobre las competencias en la formación inicial del profesor de matemáticas*.

Conforme la problemática objeto de estudio recogida mediante la pregunta de investigación, se proyectaron preguntas auxiliares que dan lugar a los objetivos de investigación, el objetivo general, es *caracterizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad*

didáctica (CAVID) desarrollada por futuros profesores de matemáticas cuando realizan un proceso de estudio; como objetivos específicos, se tienen: *i) identificar los criterios que los futuros profesores de matemáticas utilizan para valorar la idoneidad didáctica en la gestión de un proceso de estudio; ii) analizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica evidenciada con la gestión de los futuros profesores de matemáticas al realizar procesos de estudio, y iii) determinar los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica que logran los futuros profesores de matemáticas.*

La tesis está organizada por capítulos, así: en el primero, se discute sobre el planteamiento del problema y las preguntas de investigación; en el segundo y el tercero, se presentan la justificación y los objetivos de investigación; la revisión y análisis de los antecedentes están en el cuarto, en el cual se hace un recorrido por el tema de los conocimientos y las competencias en la formación del profesor para destacar varias perspectivas que se han venido consolidando a lo largo de las últimas cinco décadas hasta llegar al modelo CCDM, así como algunos trabajos sobre la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica.

En el quinto capítulo se presenta el marco teórico, el cual está integrado por varios aspectos del enfoque EOS que abordan preguntas y principios sobre el *problema de la formación de profesores* (Godino *et al.*, 2020), al igual que se estudian herramientas del enfoque, como el análisis didáctico y la idoneidad didáctica. También se trata el estudio en los aspectos fundamentales del modelo CCDM y, particularmente, lo referido a las competencias claves (Pino-Fan *et al.*, 2022) con su desglose en subcompetencias. En este orden, se propone una caracterización teórica para la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID), además este accionar, permite de manera complementaria que se reflexione sobre las herramientas y mecanismos que le son útiles para su observación, análisis y desarrollo.

El sexto capítulo corresponde a la metodología, en este caso, dentro del paradigma cualitativo, y se establecen y usan varios elementos metodológicos según la propuesta de Camargo (2021), como el enfoque *fenomenológico, la aproximación interpretativa y antropológica*; y a nivel de las estrategias de investigación, se combinan tres de estas: *la estrategia basada en prácticas usuales, el estudio de caso instrumental y la revisión documental*. El método descrito se articula y está atravesado por varios aspectos y orientaciones relevantes que ofrece el enfoque

ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos y su modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas para el profesor de matemáticas (CCDM). En estos radican los referentes teóricos que sustentan la tesis, especialmente en lo que respecta a la noción de idoneidad didáctica, al análisis didáctico, a las competencias claves, a la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica y al conjunto de herramientas para estudiar los conocimientos y competencias.

Finalmente, los resultados se presentan en el séptimo capítulo, donde se exponen la sistematización y el análisis realizado en función de la pregunta y objetivo de la investigación, incluyendo los cuestionamientos complementarios y los objetivos específicos. Y el octavo capítulo reúne las conclusiones, con las cuales se señalan las principales contribuciones logradas con la presente tesis; para cerrar y a manera de perspectivas, se dejan abiertos varios aspectos que son pertinentes para seguir adelantando investigaciones en el marco de la caracterización y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica.

1 Planteamiento del problema

La formación del profesor es un asunto que progresivamente ha ganado importancia e interés entre los investigadores en Educación Matemática, por lo que se buscan comprensiones más profundas de las acciones y procesos tanto en su formación inicial como en su desarrollo continuo (Giacomone, 2018); por tanto, se ha reconocido que una tarea esencial del profesor es la preparación e implementación de sus clases, teniendo en cuenta las competencias, objetivos y contenidos que debe promover en las acciones de sus estudiantes, así como también las restricciones del contexto en que tiene lugar la enseñanza (Posada y Godino, 2017). Por este motivo, la formación inicial de los profesores contempla la adquisición de competencias particulares, como la del análisis didáctico que está asociado al conocimiento didáctico matemático que el profesor de matemáticas debe desarrollar a fin de que realice cada vez una mejor labor de enseñanza.

Por lo anterior, los investigadores que estudian la formación de profesores de matemáticas (Ball et al, 2008; Pino-Fan et al, 2018; Ponte, 2012), reconocen, por un lado, la complejidad de este tema y, por otro, que aún hay mucho camino por recorrer en la indagación sobre los conocimientos y competencias que debe tener y desarrollar un profesor de matemáticas para desempeñarse de manera eficiente en el aula. Este desempeño implica acciones para que los profesores usen criterios que les permitan valorar la adecuación y la pertinencia de los procesos de instrucción que desarrolla y así guiar su mejora (Godino et al., 2007), lo que en el contexto de la Educación Matemática se considera como una herramienta importante para el análisis didáctico, es decir, la idoneidad didáctica¹.

También se ha logrado un consenso en la comunidad académica sobre el hecho de que los currículos de matemáticas que están diseñados por competencias requieren especial atención, porque esto “conlleva el problema de cómo conseguir que los profesores tengan la competencia profesional que les permita el desarrollo y la evaluación de las competencias matemáticas” (Giacomone, 2018, p. 51). En tal sentido, surge la preocupación sobre las consecuencias que tendría

¹ La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como *idóneo* (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (*aprendizaje*) y los significados institucionales pretendidos o implementados (*enseñanza*), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (*entorno*) (Godino et al., 2007)

en el desarrollo curricular el hecho de que el profesor no logre alcanzar las competencias que lo habiliten para desempeñarse profesionalmente, entre las cuales está la competencia de análisis e intervención didáctica. Por lo tanto, es plausible considerar el riesgo latente para la enseñanza de las matemáticas si se tiene en cuenta que el docente “dará la espalda al currículo por competencias, ignorándolo o bien limitándose a tenerlo en cuenta sólo para los documentos oficiales” (Font, 2011, p. 23).

En este estudio, el problema de investigación está relacionado con la formación del profesor de matemáticas y sus prácticas de enseñanza en el marco del desarrollo de las competencias para desempeñarse profesionalmente; también está el interés por lograr una mirada sistemática sobre el concepto de competencias, su formulación y desarrollo, máxime si “esta formulación del término “competencia” debe desarrollarse para que sea operativa y medible. Para ello, es necesario caracterizar la competencia (definición, niveles de desarrollo y descriptores) que permita su desarrollo y evaluación” (Pino-Fan *et al.*, 2022, p. 1412).

El enfoque en términos descriptivos y de formulación del problema objeto de estudio de esta tesis se desarrolla basado en cinco aspectos: *i*) informes e investigaciones, *ii*) consideraciones sobre la política para formación de profesores, *iii*) consideraciones sobre los desempeños en matemáticas en la educación colombiana según las pruebas estandarizadas, *iv*) consideraciones sobre la formación de licenciados en matemáticas en la Universidad de Sucre (Colombia), y *v*) consideraciones sobre las competencias en la formación inicial del profesor de matemáticas.

1.1 Informes de estudios e investigaciones

El papel del profesor y su incidencia en los procesos de formación matemática de los estudiantes es reconocido (Ball *et al.*, 2005; Instituto Colombiano la Evaluación de la Educación, [ICFES], 2016), ya que los profesores reorganizan y reconstruyen, adaptan, reestructuran o simplifican tanto el contenido como los objetivos instruccionales para adecuar el contenido matemático a las necesidades y requerimientos de los estudiantes. Esta gestión se realiza a partir de las experiencias que el profesor adquiere y desarrolla en dos momentos: durante la formación inicial -conocimientos y prácticas académicas institucionalizadas- y luego durante el ejercicio profesional mediante la práctica docente.

En este sentido, la formación y actuación profesionales del profesor, en particular, en el área de matemáticas, es un tema de gran interés para la comunidad de educadores matemáticos y administradores de política educativa, tal como se propone en el informe denominado *Política, práctica y preparación para enseñar matemáticas primarias y secundarias en 17 países: hallazgos del Estudio de desarrollo y formación docente en matemáticas* (TEDS-M, por su siglas en inglés) (Tatto *et al.*, 2012) realizado por la Asociación Internacional para la Evaluación del Rendimiento Educativo (IEA, por su siglas en inglés).

En este tipo de estudios, emerge un interés por estudiar los efectos que tiene, por una parte, el profesor y su labor en la formación matemática de los estudiantes y, por otra, sobre la mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje ofrecidos en las instituciones educativas. Este interés está asociado a pretensiones pragmáticas, puesto que el objetivo de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas está en la base de cualquier esfuerzo de investigación e innovación (Godino *et al.*, 2006), pero mejorar la instrucción y efectuar cambios en la enseñanza depende de que los profesores cambien sus formas de pensamiento sobre la enseñanza (Romberg y Carpenter, 1986).

En la formación inicial del profesor, tanto a nivel nacional como internacional, no es nuevo el hecho de que se cuestione e indague sobre los programas y currículos institucionales y los procesos metodológicos que desarrollan; por tanto, se discute sobre la ‘ausencia’ de competencias pertinentes que posibiliten al profesor en formación llevar a cabo su práctica profesional eficaz e idóneamente.

Al respecto de las ‘ausencias’, en el informe del proyecto *Tuning para América Latina [Tuning]* (Tuning, 2013), se considera la necesidad de analizar un grupo de competencias identificadas en lo que denominan *meta-perfil*² del profesional de la educación, las cuales, según los hallazgos realizados, no se encuentran en la mayoría de las mallas curriculares analizadas en los programas de formación inicial de profesores; las competencias que han señalado como ausentes, y que se relacionan con este trabajo, están dirigidas a desarrollar la reflexión del profesor sobre la práctica educativa para mejorar su quehacer educativo; el diseño e implementación de

² Para el proyecto Tuning, los meta-perfiles son las representaciones de las estructuras de las áreas y las combinaciones de competencias (genéricas y específicas) que dan identidad al área disciplinar. Los meta-perfiles son construcciones mentales que categorizan las competencias en componentes reconocibles y que ilustran sus interrelaciones.

diversas estrategias y procesos de evaluación de aprendizajes con base en criterios determinados y en la capacidad para tomar decisiones.

Por otra parte, múltiples fuentes señalan la incidencia del profesor en los aprendizajes de los estudiantes: con Ball *et al.* (2005, p. 396), la variable “docente” es predictora del desempeño de los estudiantes, y Hill *et al.* (2008) señalan una fuerte correlación entre el conocimiento del contenido por parte del profesor y la calidad de la instrucción. En este contexto, una de las problemáticas que más ha interesado a investigadores en Educación Matemática ha sido determinar y caracterizar los componentes del complejo de conocimientos que un profesor de matemáticas debería tener para llevar a cabo eficazmente su práctica y facilitar el aprendizaje de los alumnos sobre tópicos específicos de matemáticas (Pino-Fan *et al.*, 2013).

Una vez que se identifica el conglomerado de conocimientos y las competencias que un profesor debe tener para desarrollar su trabajo de manera eficiente, se orienta la investigación hacia los métodos de formación y el estudio de las prácticas desarrolladas por el profesor. En este marco, una de las estrategias para mejorar tanto la práctica docente como el desempeño de los estudiantes se refiere a la reflexión sobre la propia práctica del profesor (Schön, 1983; Nolan, 2008; Godino, 2012; Godino *et al.*, 2018). Otra estrategia es la *Lesson Study* con la cual, como lo han indicado en el trabajo de Hummes *et al.* (2021), los profesores tienen la oportunidad de diseñar, implementar, reflexionar y rediseñar un proceso de enseñanza al tiempo que ponen en acto conocimientos y competencias.

La reflexión sobre la práctica, además de considerarse como una competencia clave para la mejora de la enseñanza, también es una estrategia para el desarrollo profesional, especialmente si es una reflexión guiada como proceso de autoindagación, desarrollo y aprendizaje. Al respecto, Llinares y Kainer (2006) destacan que

La práctica reflexiva ofrece una perspectiva de cómo los estudiantes para profesor aprenden sobre la enseñanza y proporciona información sobre los cambios en su enseñanza de las matemáticas. La reflexión de los futuros profesores es un componente clave en esta visión del aprendizaje y se asume que uno aprende mediante la reflexión sobre la propia experiencia. (p. 437)

Otro aspecto que respalda el interés tanto por el conocimiento del profesor como por las prácticas de enseñanza que desarrolla en sus clases se refiere a la pretensión institucional de que

los estudiantes logren las competencias, desempeños y actitudes considerados como apropiados por el currículo oficial, en cuanto se acepta que el saber matemático es esencial para la educación de mejores ciudadanos (Colombia, Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1994; 1998; 2006; NCTM, 2007).

Sobre la incidencia del profesor en el desempeño estudiantil, la prueba PISA 2015, realizada por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 2016), reporta que el rendimiento de los estudiantes está relacionado en mayor medida con el trabajo que realizan los docentes y directivos de los establecimientos educativos, esto al contrastar con otras variables como el nivel socioeconómico o el tipo de institución. De igual manera, el impacto de los profesores que desarrollan sus clases mediante lo que se conoce como *educación dirigida por el profesor* es expresado en estos términos: “los estudiantes que afirmaban que sus profesores de ciencias solían emplear esas prácticas y adaptar la enseñanza a las necesidades del alumnado obtenía mejores resultados en ciencias” (ICFES, 2016, p.10).

Para el caso de Colombia, tanto el documento Marco de Factores Asociados Saber 3°, 5° y 9° (ICFES, 2016, p. 29) como el informe de la Fundación Compartir (García et al., 2014, p. 3), coinciden en señalar la importancia que tiene el profesor en los desempeños de los estudiantes y manifiestan que la calidad docente ha sido identificada como uno de los principales factores que determinan el aprendizaje, por lo que declaran que los buenos profesores pueden lograr que todos los estudiantes aprendan, independientemente de sus características de origen.

Es necesario aclarar que, en general, los estudios sobre factores incidentes en los desempeños de los estudiantes no señalan al docente como el único factor o el de mayor impacto, pero sí hay la tendencia de considerarlo como uno importante. En este sentido, recientemente, Chaia *et al.* (2017) señalan que en Latinoamérica los factores que mayor incidencia tienen en los desempeños de estudiantes están relacionados con aspectos como *i)* actitudes y convicciones del estudiante, *ii)* la calidad de la instrucción, *iii)* el uso y orientación de las herramientas tecnológicas o la tecnología por parte del profesor, la ampliación de la jornada, el aprovechamiento del tiempo y la educación inicial; los factores señalados en *ii)* y *iii)* están asociados directamente con la labor docente.

Los anteriores hallazgos contrastan con los planteamientos de Flores y Barrientos (2008), quienes a partir de un estudio (Sonora, México) identifican que las variables de alta incidencia en

el desempeño escolar estudiantil se agrupan en cuatro grupos: entorno socioeconómico, características de la escuela, características de la familia y características del alumno; reportan que no surge la variable ‘profesor’ de manera estadísticamente significativa.

En general, los estudios realizados sobre los factores incidentes en los desempeños de los estudiantes discrepan sobre el grado en que la variable o factor relacionado con el docente y sus prácticas de enseñanza pueden incidir en los aprendizajes de los estudiantes, pero en cierta forma hay coincidencias en las problemáticas emergentes en la formación inicial del profesor de educación básica secundaria y en su relación con los desempeños de los estudiantes, lo que sugiere cuestionar el énfasis en la separación entre la formación matemática y la formación didáctica que recibe el estudiante para profesor, incluso si usualmente ambas formaciones pueden estar asignadas a unidades académicas diferentes, lo que puede dificultar o desfavorecer un desarrollo articulado de ambas propuestas de formación (Godino *et al.*, 2013).

En relación con la separación en las formaciones disciplinar y didáctica, también se cuestiona las incidencias en el aprendizaje de los estudiantes, sus desempeños, aprendizajes y motivaciones, ante lo cual Agudelo (2012) expresa:

La persistencia de esta situación es preocupante ya que nos conecta directamente con el panorama del desempeño de estudiantes del nivel escolar en matemáticas; en este panorama sobresalen los muy bajos índices de comprensión conceptual y de motivación por el aprendizaje de las matemáticas escolares, de gran parte de los estudiantes colombianos (ver, por ejemplo, los resultados de SABER, 2009; TIMSS, 2007; PISA, 2006). (p.681)

Esta dicotomía entre las formaciones disciplinar y didáctica, presente en las formas de gestión docente de las clases, tradicionalmente está determinada por la formación inicial del profesor, en la que aprende matemáticas y desarrolla las competencias para la enseñanza. Agudelo (2012) identifica que los profesores tienen un patrón para la enseñanza configurado en cuatro momentos secuenciales que inician con la *presentación por parte del profesor*, donde aparecen definiciones de términos, conceptos y algoritmos procedimentales matemáticos en un contexto formalista; un segundo momento para la *explicación de un problema o ejercicio* por parte del profesor, seguido del momento para la *mecanización de procedimientos* explicados; y, por último, el momento para la *asignación de tarea* sobre el uso del mismo tipo de procedimientos explicados, que privilegia el componente disciplinar.

Frente a estos patrones metodológicos para la gestión de la clase, como el descrito por Agudelo (2012), surgen interrogantes sobre si la gestión y metodologías empleadas son adecuadas o si tienen un nivel apropiado de idoneidad didáctica (Godino *et al.*, 2006) para el desarrollo del pensamiento y las competencias matemáticas en los estudiantes de educación básica y media, conforme lo proponen los Lineamientos y Estándares Curriculares para el área de matemáticas (MEN, 1998; 2006), en los cuales no solo se reconoce la necesidad de ambientes apropiados para alcanzar el propósito de formación, sino que señalan que las competencias matemáticas no se alcanzan espontáneamente, ya que requieren ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativas y tareas que promuevan el desarrollo de procesos de pensamiento como lo ha señalado el MEN.

1.2 Consideraciones sobre la política para formación de profesores

En Colombia, la preocupación por la formación inicial del profesor se reconoce por la expedición de documentos gubernamentales que constituyen una política educativa, como el Plan Decenal de Educación 2016-2026 (Colombia, MEN, 2017), el Sistema Colombiano de Formación de Educadores y Lineamientos de Política (Colombia, MEN, 2013), los Lineamientos de Calidad para programas de Licenciatura en Educación (Colombia, MEN, 2014) y, recientemente, la Resolución 18583 (Colombia, MEN, 2017) que reglamenta y precisa las características que deben contemplar los programas que brindan formación inicial a los licenciados en educación.

En todos estos referentes de política educativa es coincidente la necesidad de generar transformaciones sustanciales en los programas y procesos de formación inicial y continuada de los profesores a fin de garantizar una educación con calidad. Bajo estas circunstancias, el MEN señaló que “el actual bajo desempeño del sistema educativo exige revisar, entre otros aspectos, la calidad de los programas de formación inicial y permanente de maestros... Se requiere ante todo, repensar lo que se entiende por un “buen profesor”” (Colombia, MEN, 2014, p.3).

El Plan Decenal de Educación 2016-2026 (Colombia, MEN, 2017), en relación con la formación de profesores, en el cuarto eje estratégico denominado *la construcción de una política pública para la formación de educadores*, plantea varios lineamientos dirigidos a la atención de la problemática, entre los cuales son destacables para esta investigación los referidos a lograr un

avance en la *definición de las competencias* de un educador que deban ser parte de la formación inicial, continua y avanzada para facilitar su desarrollo profesional y la realización de su labor. También se asume que las Instituciones de Educación Superior (IES) promuevan el desarrollo de las competencias pedagógicas de los docentes de educación superior que no cuentan con una formación de base en educación, e impulsen procesos de formación inicial, continua y avanzada, el aprendizaje permanente y la reflexión y sistematización de su experiencia pedagógica.

En lo que respecta al Sistema Colombiano de Formación de Educadores y Lineamientos de Política (Colombia, MEN, 2013), se resalta la necesidad de que se asuma la perspectiva de sistema y bajo principios orientadores para dirigir las acciones hacia las aristas que lo integran, de ahí que

El reconocimiento de la formación de educadores como sistema conlleva la aplicación de estos principios en quehaceres mancomunados de significativo alcance, desde los distintos sectores involucrados en la formación profesional del educador; para contribuir a la transformación y calidad educativa, a la formación idónea y pertinente de los educadores que requiere el país. (Colombia, MEN, 2013, p. 53)

En esta dirección, se propone que el sistema de formación debe garantizar que el educador cuente con los fundamentos epistemológicos, investigativos, disciplinares, teóricos y pedagógicos que lo constituyen y caracterizan como sujeto profesional de la educación, lo que concuerda con los elementos de la idoneidad didáctica en sus diferentes dimensiones propuestas en el marco del modelo de Conocimientos y Competencias Didáctico-Matemáticas (Godino 2013; y Godino *et al.*, 2017).

1.3 Consideraciones sobre los desempeños en matemáticas escolares según las pruebas estandarizadas

Las pruebas estandarizadas asociadas a la aparición del término competencia, pese a los cuestionamientos y críticas que recibe, progresivamente se han instalado por un lado, como una importante herramienta para evaluar las competencias de los estudiantes especialmente por la influencia en las políticas educativa que ha tenido la OCDE (Fernández et al., 2017) y analizar la calidad de la educación que permite obtener información para informar decisiones en pro de la mejora de la educación. Además, se han fortalecido al punto que ya se consideran sistemas de

evaluación, para aludir a una compleja estructura y proceso de seguimiento (Demarchi, 2020) que permea todos los niveles educativos, y a partir del cual se gestan decisiones para mejorar la educación.

Sobre la vigencia de estas pruebas y la información que aportan a la educación, Hoyos (2010) señala que no es conveniente restar la importancia que tienen estas evaluaciones, porque sirven como referente de análisis para los factores que inciden en la calidad educativa y ayudan a mejorar los procesos. En este sentido, es notable que países como Reino Unido, Estados Unidos, Alemania, China, Corea del Sur, India, Brasil y Chile han logrado mejorar tanto el rendimiento académico de los estudiantes como el funcionamiento de sus sistemas educativos mediante acciones ante los resultados derivados de las evaluaciones estandarizadas (McKinsey & Company, 2007).

En referencia a los informes que el MEN y el ICFES generan sobre los resultados de la pruebas que se aplican en Colombia, se ha identificado en los puntajes y desempeños en matemáticas de los estudiantes de la educación básica (3° a 9° grado) en pruebas estandarizadas - SABER y PISA- un leve incremento en las puntuaciones y promedios (Colombia, ICFES, 2016; 2018), pero aún es necesario avanzar más, dado que los resultados internacionales como nacionales no son los deseados, especialmente en los promedios y porcentajes de estudiantes con niveles de desempeño de mayor rango, pues, según las escalas establecidas, prevalecen en los rangos inferiores.

Los resultados en la prueba PISA para Colombia indican un aumento en el puntaje promedio en cada una de las versiones en las que se ha participado, el cual es de veinte puntos más en relación con el puntaje de 2006; sin embargo, el puntaje de los estudiantes colombianos sigue por debajo de otros obtenidos por estudiantes de países como Chile, México, Uruguay y Costa Rica, pese a que en la prueba de 2015 superó a Perú y a Brasil (Colombia, ICFES, 2016; OCDE, 2016).

En cuanto a los resultados en matemáticas de las pruebas SABER aplicadas en la educación básica y media en Colombia, es notable que sigue siendo alto el porcentaje de estudiantes ubicados con desempeño insuficiente o mínimo (tabla 1), los cuales suman en promedio en los últimos años seis años el 48.8 % para el grado 3°, el 68.15 % para el grado 5° y el 73.5 % para el grado 9°. Sobre

los promedios en el área, desde el año 2012 hasta el 2018 se aprecia que oscilan y no se observa una tendencia hacia su incremento.

Tabla 1

Promedios de porcentajes por nivel de desempeño en las Pruebas Saber Matemáticas 3°, 5° y 9° de Colombia(C) y Sucre(S), periodo 2012-2018

	Insuficiente		Mínimo		Satisfactorio		Avanzado	
	S	C	S	C	S	C	S	C
Grado 3°	62.6	19.3	1.6	9.5	1.1	26.3	6.8	25.3
Grado 5°	54.5	38.6	6.1	9.5	2.5	19.3	6.6	12.5
Grado 9°	33.3	22	1.6	1.3	13	22	2.2	5.1

Nota. Fuente de datos: www.icfes.gov.co

En relación con las particularidades de los resultados del departamento de Sucre (S) donde se desarrolló la presente investigación, en las Pruebas Saber 3°, 5° y 9° en el área de matemáticas se observa que no han sido los mejores o los esperados (tabla 2), tal como se evidencia en los promedios del departamento, que siempre han estado por debajo del promedio nacional (C) en los tres grados evaluados.

Tabla 2

Promedios de estudiantes de Colombia (C) y Sucre(S) en las Pruebas Saber Matemáticas 3°, 5° y 9°, periodo 2012-2017

Año	2012		2013		2014		2015		2016		2017	
	S	C	S	C	S	C	S	C	S	C	S	C
Grado 3°	70	97	69	01	42	51	52	60	48	55	48	49
Grado 5°	57	94	66	99	64	92	65	01	85	05	82	98
Grado 9°	68	02	68	00	60	96	63	96	91	13	91	06

Nota. Fuente: www.icfes.gov.co

Cuando se comparan los desempeños entre el país y el departamento (tabla 1) en el mismo lapso, se encuentra que los resultados en el departamento tienen una tendencia hacia mayores porcentajes de estudiantes con desempeño insuficiente, lo que supera los promedios nacionales; y aunque en el desempeño mínimo son semejantes, en los niveles satisfactorio y avanzado los porcentajes departamentales siempre han sido inferiores a los nacionales.

Estos resultados reflejan que los desempeños matemáticos de los estudiantes en el departamento de Sucre no han mejorado en lo básico durante varios años seguidos en relación con los resultados nacionales. Si bien son múltiples los factores que inciden en los resultados y en la calidad de la educación, siempre es oportuno, y no menos importante, indagar y cuestionar sobre el funcionamiento de las instituciones educativas a partir de sus currículos, modelos de formación, formas de planificación y ejecución de sus acciones pedagógicas, los cuales, como se ha dicho, deben estar orientados y diseñados de acuerdo con los referentes de calidad que el Ministerio de Educación Nacional ha establecido, como los Estándares Básicos de Competencias (Colombia, MEN, 2006), los Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas (Colombia, MEN, 1998) y, recientemente, los Derechos Básicos de Aprendizaje (Colombia, MEN, 2016), todos alineados en la perspectiva del currículo, la enseñanza y la evaluación por competencias.

En las circunstancias expuestas, es plausible considerar que el profesor, sus conocimientos, creencias, prácticas y actitudes sobre la matemática, el aprendizaje, la enseñanza y la evaluación se correlacionan con el aprendizaje y los desempeños de los estudiantes en la educación básica y media en términos del desarrollo curricular por competencias. Esto queda evidenciado en lo que al inicio de este trabajo se expresó como una preocupación sobre las consecuencias que tendría en el desarrollo curricular el hecho de que el profesor no logre ser competente en el análisis didáctico y, en particular, porque “dará la espalda al currículo por competencias, ignorándolo o bien limitándose a tenerlo en cuenta sólo para los documentos oficiales” (Font, 2011, p. 23).

Finalmente, ante las preocupaciones por los resultados de las pruebas estandarizadas y su relación con el rol del profesor, es oportuno expresar y aclarar que es importante entender que, si bien se requiere una transformación de los procesos de formación docente y de los procesos de enseñanza y de aprendizaje, esta debe realizarse junto con cambios en otros niveles de la sociedad y de la institucionalidad (Paniagua, 2004).

1.4 Consideraciones sobre la formación de Licenciados en Matemáticas en la Universidad de Sucre

La formación de profesores en el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre (Colombia) tiene como uno de sus principales propósitos “dotar al futuro docente de recursos apropiados para que identifique y contribuya a la solución de problemas de aprendizaje en los distintos grados del nivel de educación básica, mediante el ejercicio crítico y objetivo de la Práctica Pedagógica Investigativa” (Colombia, Universidad de Sucre, 2017, p. 35). Para ello, se diseñó un currículo que está estructurado en cuatro componentes: disciplinar, didáctico e investigativo, pedagógico y humanístico, y complementario.

En tal sentido, dicho programa considera que el desarrollo óptimo de la labor profesional en el futuro profesor requiere la apropiación de saberes disciplinares, enfoques pedagógicos y didácticos, resultados de investigaciones sobre problemas inherentes a los procesos de enseñanza y de aprendizaje, en particular, los de la Matemática Escolar (Universidad de Sucre, 2017). Tal pretensión exige que los procesos de formación impartidos brinden a los futuros profesores los conocimientos y competencias necesarios para atender los aspectos epistémicos, cognitivos, afectivos, pedagógicos, humanísticos, interaccionales, entre otros, propios de su labor docente.

Otro aspecto importante para considerar en la formación de profesores en este contexto particular y en atención al desarrollo de las competencias y conocimientos que debe tener está focalizado en los resultados de las pruebas aplicadas en la educación superior en Colombia, denominadas SABER PRO, mediante las cuales el MEN, a través del ICFES, evalúa a los futuros profesionales cuando cursan los últimos años de estudio, lo que incluye a las *licenciaturas en educación*, cuya formación está dirigida a quienes aspiran a desempeñarse como profesores en la educación básica y media. En esta se evalúan dos tipos de competencias: las genéricas y las específicas, estas últimas organizadas en tres grandes competencias: *enseñar, formar y evaluar* (Colombia, ICFES, 2018).

Los resultados cuantitativos obtenidos en el lapso 2016 a 2019 se presentan en la tabla 3, los cuales permiten notar regularidades como las siguientes: los bajos resultados en términos de porcentaje de estudiantes que han alcanzado el nivel de mayor exigencia (nivel 4), la concentración

de resultados en términos de porcentajes entre los niveles más bajos (niveles 1 y 2) y la constante de resultados en el nivel medio (nivel 3) que, en algunas ocasiones, supera levemente el 50 %. De lo anterior se destaca el contraste entre los extremos de los niveles. Tales indicadores dejan en discusión el alcance de las competencias específicas en los futuros profesores de matemáticas, así como también el poco progreso histórico desde los niveles inferiores hacia los superiores.

Tabla 3

Porcentajes en los niveles de desempeño en competencias específicas SABER PRO 2016-2019 del programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre

Nivel	Enseñar				Formar				Evaluar			
	2016 %	2017 %	2018 %	2019 %	2016 %	2017 %	2018 %	2019 %	2016 %	2017 %	2018 %	2019 %
N4	5	4	3	4	3	1	3	2	6	3	17	8
N3	51	41	53	31	51	37	47	31	56	51	56	44
N2	31	47	36	40	28	33	22	44	23	22	22	37
N1	13	8	8	25	18	29	28	23	15	24	6	12

Nota. Fuente: www.icfes.gov.co

Estos resultados son importantes para analizar la situación y la calidad que se tienen en términos de la formación de los futuros profesores de matemáticas; además, ponen en discusión el desarrollo de las competencias profesionales y su avance hacia los ideales propuestos por el MEN (2017), por ejemplo, en lo referido a la competencia *enseñar*, en qué nivel se promueven actividades de enseñanza y aprendizaje que favorezcan los desarrollos conceptual, actitudinal y procedimental de los estudiantes; o en la competencia *evaluar*, con la cual se debe lograr que los profesores en formación puedan tomar decisiones para el mejoramiento y puedan comprender el uso de la didáctica de las disciplinas en la enseñanza (Colombia, MEN, 2018).

La reflexión suscitada por la situación de los procesos de formación de los futuros profesores de matemáticas, en términos de los resultados de las pruebas SABER PRO, se corresponde en cierta manera con los planteamientos del informe Tuning, que señala la ausencia de competencias importantes para el desempeño profesional del profesor de matemáticas, entre las cuales están las dirigidas a desarrollar la reflexión del profesor sobre la práctica educativa para

mejorar su quehacer profesional, el diseño e implementación de diversas estrategias y procesos de evaluación de aprendizajes con base en criterios determinados, y la capacidad para tomar decisiones (Tuning, 2013).

Las inquietudes en torno a lo descrito según los resultados de las pruebas SABER PRO se corresponden con las observaciones y el análisis empírico que realizó el autor de esta investigación, quien en su rol de docente formador de formadores y de actor en los procesos de autoevaluación y ajustes del programa de Licenciatura en Matemática puede señalar que, en términos generales, hay dificultades en la formación de futuros profesores de matemáticas, particularmente en lo concerniente a determinar y gestionar el desarrollo de los conocimientos y competencias propios de la profesión, y que, de paso, posibiliten el idóneo desempeño profesional; en estas circunstancias, surge la necesidad de indagar más y en profundidad sobre tales aspectos.

1.5 Consideraciones sobre las competencias del profesor de matemáticas en la formación inicial

En el análisis realizado por Guacaneme *et al.* (2013) sobre los programas en los que se forman los profesores de matemáticas, se insiste en la necesidad de brindar una formación basada en la reflexión sobre la propia labor del profesor de matemáticas; dicha necesidad también se expresa a partir de las investigaciones de Agudelo (2012), la cual estriba en que tanto los programas de formación como los profesores pongan en funcionamiento estrategias de trabajo que les permitan posicionarse como factores activos para generar el cambio, al punto de que puedan cuestionarse frente a sus concepciones sobre el conocimiento matemático, sus prácticas escolares, pero, sobre todo, frente a su rol como agente social en la comunidad.

En este sentido, las problemáticas que emergen en el terreno de la formación de los profesores de matemáticas se focalizan en dilucidar el tipo de conocimiento didáctico-matemático que tienen, o que deberían tener, para desarrollar su tarea docente de manera adecuada (Giacomone *et al.*, 2018). También, en el campo de la formación del profesor de matemáticas, se “reclama la atención por parte de la Didáctica de la Matemática dado que el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas básicas de los alumnos depende, de manera esencial, de dicha formación” (Godino *et al.*, 2017, p. 91).

Las investigaciones de las últimas décadas apuntan a generar discusiones y avances que propicien la mejora en la formación de los futuros profesores de matemáticas para que, a partir de allí, se puedan conseguir los propósitos educativos dirigidos a originar aprendizajes y competencias en los estudiantes en el área de las matemáticas. Es sabido que el profesor, sin ser el único actor dentro del engranaje que tiene el sistema educativo, sí se constituye en un factor de amplia incidencia en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Ball *et al.*, 2005; Hill *et al.*, 2008; Pino-Fan *et al.*, 2013).

Si bien se ha avanzado en los procesos de formación del futuro profesor de matemáticas, *la preocupación sigue latente respecto de los conocimientos y las competencias que debe desarrollar*, pero también se cuestiona sobre los *dispositivos de formación adecuados* que puedan garantizar la adquisición, desarrollo y aplicación de estos en las prácticas de enseñanza y, en general, en su labor profesional.

En la investigación de Morales *et al.* (2014) sobre lo que denominan el *perfil académico-profesional del personal docente de matemáticas* construido en función de las competencias que deben atenderse, se consolidan cinco grupos de competencias: competencias genéricas, competencias específicas, competencias didáctico-matemáticas y competencias pedagógicas. Es preciso indicar que, en este caso, dejan abierta la preocupación sobre la necesidad de más indagaciones y análisis para llegarse al punto de entender y proponer la articulación adecuada de las competencias que orienten la construcción y ejecución de un currículo pertinente.

Por su parte, la investigación de Badillo *et al.* (2011) considera las competencias que deben estar presentes en los currículos para la formación inicial de profesores de matemáticas, así:

Ante esta situación, los currículos para la formación inicial de profesores han de garantizar una competencia matemática, específica de la profesión de profesor, que permita el desarrollo y la evaluación de las competencias matemáticas señaladas en el currículo de secundaria. La cuestión, por tanto, que han de atender los programas de formación del profesorado es determinar cuáles son las competencias profesionales que permiten a los profesores desarrollar y evaluar las competencias, generales y específicas de matemáticas, prescritas en el currículum de secundaria. (p. 2)

En tal sentido, aparece el cuestionamiento sobre la importancia de establecer las competencias profesionales requeridas para que los profesores puedan desempeñarse con solvencia

en los niveles educativos para los cuales se han preparado. Esto hace parte de las discusiones necesarias que ha generado la tendencia del diseño y organización de currículos basados en competencias, por ello “esta organización requiere una reflexión profunda que atienda, entre otras, las siguientes preguntas: ¿Cómo se entiende la competencia matemática que ha de tener un maestro? ¿Qué competencias parciales contribuyen a adquirirla? ¿Cómo se puede desarrollar y evaluar?” (Badillo *et al.*, 2011, p. 2).

Al respecto, el enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática (Godino *et al.*, 2007) y su modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM) (Breda *et al.*, 2017; Godino *et al.*, 2017; Pino-Fan *et al.*, 2017) han venido generando importantes avances que atienden las preocupaciones y cuestionamientos mencionados, dado que de manera sistemática se construyen respuestas plausibles en el abordaje de la pregunta ¿qué conocimientos y competencias docentes ponen en juego los profesores cuando describen, explican y valoran la práctica docente? (Font *et al.*, 2018). Producto de la búsqueda de respuestas, aparecen las competencias claves, como la *competencia matemática* y la *competencia de análisis e intervención didáctico-matemática* (Breda *et al.*, 2017).

Así, es reconocida en el EOS la preocupación por mejorar la enseñanza de las matemáticas y dirigir la mirada al rol del profesor y su formación; para el caso de Colombia, es un tema relevante, como ya se ha mostrado en las consideraciones sobre la política para la formación de profesores, de ahí que Pino-Fan *et al.* (2013) señalen que en el país existe un amplio interés de promover la investigación sobre la calidad de la formación tanto de maestros en ejercicio como de maestros en formación cuando consideran que el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas de los alumnos depende de manera esencial de la formación de sus maestros.

Partiendo de las consideraciones y expectativas señaladas en los informes e investigaciones, los retos de la política para la formación de profesores, los resultados de las pruebas estandarizadas, los elementos del programa de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre y las consideraciones sobre las competencias del profesor de matemáticas en la formación inicial, y en atención a que la práctica del profesor en términos de la planificación de la enseñanza y la evaluación son un factor que incide en los desempeños de los estudiantes, se formula la siguiente pregunta de investigación.

1.6 Preguntas de investigación

En esta tesis, la pregunta de investigación es la siguiente:

¿Qué aspectos de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica proponen los futuros profesores de matemáticas durante un proceso de estudio³?

Ante la complejidad de la pregunta de investigación y del constructo de Idoneidad, se considera pertinente abordarla complementariamente con las siguientes preguntas auxiliares:

¿Cuáles criterios de idoneidad privilegian los futuros profesores de matemáticas en la gestión de un proceso de estudio?

¿Cómo gestiona el futuro profesor de matemáticas la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica al realizar procesos de estudio?

¿Cuáles son los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los futuros profesores de matemáticas?

³ Para esta tesis se asume el el proceso de estudio matemático o «instrucción matemática» como los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos, organizados en el seno de sistemas didácticos (Godino et al., 2006, p. 222). Por tanto el término proceso de estudio se asume como un proceso de análisis estructurado y guiado que se realiza sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, que en este trabajo está relacionado de manera directa con la planificación y diseño de la enseñanza.

2 Justificación

La calidad de la educación es resultado de múltiples factores de diversa naturaleza; las investigaciones realizadas (Giacomone et al., 2018; Guacaneme et al., 2013 y Badillo et al., 2011) y los planteamientos de los investigadores coinciden en reconocer que el profesor con sus conocimientos, creencias, actitudes y prácticas es uno de los factores que tiene incidencia en los aprendizajes de los estudiantes. Esta afirmación determina razones para que se indague sobre la forma como se preparan para ejercer su labor docente y cómo la desempeñan; en el mismo sentido el informe de la fundación compartir expone que “la calidad docente contribuye más que cualquier otro insumo escolar a explicar las diferencias en el desempeño estudiantil” (García et al., 2014, p. 3).

Internacionalmente, se han desarrollado proyectos y estudios que indagan sobre la formación del profesor: *Proyecto Tuning* en 2013, los informes presentados en el *12th International Congress on Mathematical Education (ICME)* y el estudio sobre *Política, práctica y preparación para enseñar matemáticas primarias y secundarias en 17 países: hallazgos del Estudio de desarrollo y formación docente en matemáticas de la IEA (TEDS-M)* del año 2012. Tales estudios evidencian y sustentan la pertinencia de la investigación sobre la formación de profesores de matemáticas.

Con las transformaciones que se han gestado en las políticas nacional e internacional sobre la formación de profesores y la reglamentación que se formula, se pretende de cierta manera agrupar y concertar los esfuerzos de las instancias que inciden en el desarrollo de competencias profesionales docentes; con esto, se reconoce la vigencia y conveniencia de indagar sobre las señaladas temáticas. En tal dirección, la OCDE manifiesta:

Mejorar la eficacia, eficiencia y equidad en la educación depende en gran medida de asegurar que los que desean dedicarse a la enseñanza sean personas competentes, de que su método de enseñanza sea de buena calidad y de que todos los estudiantes tengan acceso a una educación de excelencia (2018, p. 17).

Conforme se ha señalado sobre el papel del profesorado en las oportunidades de mejorar la educación, aparece una acción de importancia: dirigir la mirada hacia los procesos de formación que atiendan como objeto de estudio las prácticas de enseñanza y profesionales, máxime si se

considera que la comprensión de las formas como el profesor construye su hacer profesional, en particular al enseñar matemáticas, posibilita el generar decisiones académicas que favorezcan la adquisición y desarrollo de los conocimientos y competencias que debe tener para enseñar e incidir eficazmente en los desempeños de los estudiantes. Vásquez y Alsina (2015) han indicado que el dominio del profesor en relación con los conocimientos que debe enseñar es un elemento clave con efectos directos en el aprendizaje de sus alumnos, pues un profesor no puede enseñar lo que no sabe bien.

Este trabajo está enfocado en estudiar una competencia especial que debe desarrollar el profesor de matemáticas: *la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica* y, particularmente, su gestión por parte de los futuros profesores de matemáticas cuando realizan procesos de planificación y diseño para la enseñanza. Por lo tanto, esta tesis es de gran valor académico e investigativo para la educación matemática y, en lo singular, para los procesos de formación inicial del profesor de matemática, si se considera que lo que se entrega a la comunidad académica e investigativa que indaga sobre esta temática es un aporte teórico y metodológico que permite caracterizar y valorar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de los futuros profesores cuando realizan procesos y acciones de planificación de la enseñanza. En este sentido, Pino-Fan *et al.* (2014) afirman:

Sería útil disponer de modelos que permitan un análisis más detallado de cada uno de los tipos de conocimiento que se ponen en juego en una enseñanza efectiva de las Matemáticas. Además, esto permitiría orientar el diseño de acciones formativas y la elaboración de instrumentos de evaluación de los conocimientos del profesor de matemáticas. (p. 143)

También es oportuno señalar que para el tema de formación de profesores se cuenta con un acervo teórico que se ha desarrollado y consolidado en los últimos años. Se disponen de trabajos y perspectivas del enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática y su modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM) (Godino *et al.*, 2017) que proveen herramientas y procedimientos que ayudan a explorar preguntas de investigación sobre la idoneidad didáctica y las competencias que son consideradas claves para el profesorado de matemáticas, como la *competencia matemática* y la *competencia de análisis e intervención didáctica*. En esta última, se contempla la subcompetencia de *análisis y valoración de idoneidad didáctica* que posibilita al profesor establecer la valoración del proceso instruccional y, más allá,

identificar potenciales mejoras en sus prácticas, la que se constituye en el objeto de estudio de esta tesis.

Por otra parte, en este trabajo se reconoce que, pese al desarrollo de un gran número de trabajos en el campo del conocimiento y las competencias del profesor de matemáticas, como se presentan en los antecedentes, aún hay preguntas para responder, especialmente sobre la manera de evaluar y promover el desarrollo de las competencias llamadas claves. Si bien en las últimas tres décadas se ha avanzado en el desarrollo de investigaciones, recientemente se han realizado trabajos como el de Oliveira y Llinares (2019), en el cual se indaga por la *competencia docente de Observar con Sentido situaciones de enseñanza*; el de Pino-Fan *et al.* (2022), que presenta una herramienta para caracterizar las competencias claves y, en particular, se sugieren categorías y subcategorías para tales competencias profesionales necesarias para la docencia, incluida la competencia que es objeto de estudio de la presente investigación, y para la cual este trabajo ofrece una ruta metodológica para su caracterización cuando los futuros profesores de matemáticas gestionen los planes de enseñanza sobre el objeto perímetro en el nivel de la educación básica colombiana.

Es también justificable esta investigación porque mantiene un alto nivel de relación con las pretensiones y metas propuestas en los documentos para la política de formación de profesores en Colombia, señalados previamente en un aparte de la descripción del problema; además, las recientes reformas orientadas a los programas de licenciatura en educación en Colombia (MEN, 2017) indican que se deben revisar y ajustar los procesos de formación inicial de profesores. En este sentido, lo que se indaga contribuye con orientaciones teóricas y prácticas para mejorar la formación inicial del profesor de matemáticas de educación secundaria a partir del diseño e implementación de una propuesta de formación que potencia el análisis didáctico y el uso de herramientas propias de la idoneidad didáctica, con lo cual se promueve el desarrollo de la competencia objeto de estudio de esta investigación.

Sobre los aportes que esta investigación ha posibilitado en el ámbito se destacan el diseño de una ruta metodológica y de una herramienta para observar y analizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, en la cual se articulan tres instrumentos diseñados en el marco del EOS: la guía de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción matemática (GAVID IM) (Godino, 2013), el registro tabular del modelo de

competencias y conocimientos didáctico-matemáticos (RT-CCDM) (Font *et al.*, 2018) y la *macroherramienta* para caracterizar y desarrollar las competencias claves (MH-CC) (Pino-Fan *et al.*, 2022) que debe tener un profesor para su práctica profesional en la perspectiva del modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas.

3 Objetivos

3.1 Objetivo general

Caracterizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica desarrollada por futuros profesores de matemáticas al realizar un proceso de estudio.

3.2 Objetivos específicos

Identificar los criterios que los futuros profesores de matemáticas utilizan para valorar la idoneidad didáctica en la gestión de un proceso de estudio.

Analizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica evidenciada con la gestión de los futuros profesores de matemáticas al realizar procesos de estudio.

Determinar los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica que logran los futuros profesores de matemáticas.

4 Revisión de Antecedentes

Para esta revisión, se utilizaron de manera flexible las orientaciones del enfoque metodológico de *revisión de alcance*, que tiene como propósito mapear la literatura existente en un campo de forma general, evaluar su extensión y alcance, la calidad de su evidencia (Arksey y O'Malley, 2005; Aromataris y Munn, 2020; Munn *et al.*, 2018) y para aclarar y delinear conceptos claves o definiciones. Conforme a los lineamientos de la revisión de alcance, se realizó el siguiente grupo de acciones o etapas: *i)* definición de las preguntas y objetivos claves de la investigación; *ii)* identificación de estudios publicados; *iii)* presentación de una selección de estudios que cumplen con los criterios de inclusión; *iv)* extracción y valoración crítica de evidencia y datos; *v)* categorización, síntesis y difusión de los resultados.

Con base en la ruta desarrollada en la revisión, se establecen tres ejes temáticos que devienen de las preguntas asumidas: *i)* *¿cuáles son las competencias para la formación de profesores?* *ii)* *¿Cuáles son las competencias y conocimientos del profesor de matemáticas? Y iii)* *¿cuáles son las competencias y conocimientos del profesor de matemáticas en el marco del modelo del conocimiento y competencias y didáctico-matemáticas del profesor (CCDM)?* Estas cuestiones permiten, además de identificar y organizar los trabajos revisados en la literatura especializada, tener la oportunidad de construir una mirada más amplia y profunda para la comprensión teórica y metodológica sobre la gestión de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los futuros profesores de matemáticas, que es el objeto de investigación de esta tesis.

4.1 Competencias y conocimientos en la formación del profesor

En el contexto de la formación de un profesor, Perrenoud (2012) define la competencia como una forma de actuación eficiente en situaciones determinadas y concretas, pero movilizandoy combinando simultánea y pertinentemente recursos intelectuales y emocionales. Además, propone el siguiente grupo de competencias: organizar y animar situaciones de aprendizaje, gestionar la progresión de los aprendizajes, elaborar y hacer evolucionar dispositivos de diferenciación, implicar a los alumnos en sus aprendizajes y en su trabajo, trabajar en equipo, participar en la gestión de la escuela, informar e implicar a los padres, utilizar las nuevas

tecnologías, afrontar los deberes y los dilemas éticos de la profesión y organizar la propia formación continua.

En el mismo sentido de Perrenoud (2012), la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI) (2020) señala:

Una competencia (*ser competente*) sería, entonces, una compleja combinación de conocimientos, habilidades, acuerdos, valores, actitudes y deseos que nos llevan a actuar de una manera dada, en un contexto concreto. Poseer competencia implica sentido, acción y valor. No solo hay que *saber*, sino también hay que *saber hacer* con ese saber y saber si es conveniente hacer en una situación dada. Una competencia siempre involucra querer, saber y poder. (p. 41)

Conforme a lo anterior, se debe destacar que las competencias se materializan y evidencian en la acción, y el ser competente conlleva la toma de decisiones que involucran conocimientos, disposiciones actitudinales y afectivas mediadas por las circunstancias y el contexto en el cual se ubica el sujeto.

Por su parte, Tobón (2013) agrega que la formación por competencias va más allá de una cuestión didáctica o capacitación de docentes u organización curricular; se trata, pues, de un proceso multidimensional de actuaciones integrales que interrelacionan varios elementos de manera sistemática en el proceso educativo desde lo institucional. Desde esta perspectiva, para este autor hablar de competencia requiere comprender las diferentes fuentes teóricas que emergen en la educación, ya que se ha adoptado este término de manera asistemática y desconectada, por lo cual no se trata de retomar las fuentes disciplinares y utilizarlas como han sido definidas; más bien, se requiere construir un enfoque riguroso de competencia basado en el pensamiento complejo. De esta manera, se propone la siguiente conceptualización de competencia: “actuaciones integrales para identificar, interpretar, argumentar y resolver problemas del contexto, desarrollando y aplicando de manera articulada diferentes saberes (saber ser, saber convivir, saber hacer y saber conocer), con idoneidad, mejoramiento continuo y ética” (Tobón, 2013, p. 93).

En este enfoque, las competencias se reflejan mediante actuaciones integrales frente a actividades y problemas del contexto con idoneidad y compromiso ético; dichos posicionamientos se fundamentan en procesos subyacentes (cognitivo-afectivos), además de procesos observables y demostrables, lo cual implica de manera necesaria una acción de sí para los demás dentro del

contexto. En este marco, también señala que las competencias poseen cinco atributos fundamentales: son una actuación integral, se centran en el mejoramiento constante, buscan resolver problemas y se basan sobre el rendimiento ético.

En las diferentes miradas sobre las competencias, que están en los estudios revisados, se ha establecido como punto de partida la conceptualización y comprensión de competencia como una forma de atender las necesidades y exigencias educativas en un contexto determinado; en este sentido, es preciso señalar la forma como se la asume en el informe del Proyecto Tuning (2007):

El concepto competencia, en educación, se presenta como una red conceptual amplia, que hace referencia a una formación integral del ciudadano, por medio de nuevos enfoques, como el aprendizaje significativo, en diversas áreas: cognoscitiva (saber), psicomotora (saber hacer, aptitudes), afectiva (saber ser, actitudes y valores). En este sentido, la competencia no se puede reducir al simple desempeño laboral, tampoco a la sola apropiación de conocimientos para saber hacer, sino que abarca todo un conjunto de capacidades, que se desarrollan a través de procesos que conducen a la persona responsable a ser competente para realizar múltiples acciones (sociales, cognitivas, culturales, afectivas, laborales, productivas), por las cuales proyecta y evidencia su capacidad de resolver un problema dado, dentro de un contexto específico y cambiante. (p. 36)

En este contexto, las competencias según Tuning representan el fruto de la articulación entre el conocimiento, la aplicabilidad, las aptitudes, las habilidades y los valores que posee una persona. En el campo de la educación, el concepto de competencia está ligado a los resultados del aprendizaje, puesto que son declaraciones de lo que se espera de un estudiante que comprende y demuestra una vez concluido el aprendizaje durante un periodo de estudio.

En los avances de Tuning (2013) sobre el estudio de las competencias adelantado por el grupo de educación, se abordaron las que deben desarrollar los profesores para la educación básica y media, de quienes cuya formación exige la preparación de profesionales con competencias disciplinares y didácticas pertinentes, que respondan a las necesidades compartidas y universales con un bien común, contribuyan al desarrollo de las sociedades y cuiden y atiendan la diversidad de los individuos que se forman. Con este criterio de formación, se establece el *Meta-perfil del área de educación* mediante el cual se propone un grupo de competencias genéricas y específicas

que debe desarrollar un profesor y que se agrupan en tres dimensiones (profesional, académica y social), tal como se presentan en la tabla 4.

Tabla 4

Competencias del Meta-Perfil agrupadas en dimensiones

Dimensión PROFESIONAL	Dimensión ACADÉMICA	Dimensión SOCIAL
CG1 Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. CG7 Capacidad de comunicación en un segundo idioma. CG16 Capacidad de tomar decisiones. CG6 Capacidad de Comunicación oral y escrita. CE7 Diseña e implementa diversas estrategias y procesos de evaluación de aprendizajes con base a criterios determinados. CE19 Reflexiona sobre su práctica para mejorar su quehacer educativo. CE12 Logra resultados de aprendizaje en diferentes saberes y niveles. CE9 Selecciona, elabora y utiliza materiales didácticos pertinentes al contexto. CE13 Diseña e implementa acciones educativas que integra a personas con necesidades especiales. CG15 Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. CG8 Habilidades en el uso de las tecnologías de la información. CE3 Diseña y operacionaliza estrategias de enseñanza y aprendizaje según contextos.	CE18 Conoce la teoría educativa y hace uso crítico de ella en diferentes contextos. CE2 Domina los saberes de las disciplinas del área de conocimiento de su especialidad. CE16 Investiga en Educación y aplica los resultados en la transformación sistemática de las prácticas educativas. CE5 Conoce y Aplica en el accionar educativo las teorías que fundamentan la didáctica general y las didácticas específicas. CE1 Domina la teoría y metodología curricular para orientar acciones educativas (diseño, ejecución y evaluación).	CG22 Valoración y respeto por la diversidad y la multiculturalidad. CE26 Interactúa social y educativamente con diferentes actores de la sociedad para favorecer los procesos de desarrollo de la comunidad. CG5 Responsabilidad social y compromiso ciudadano. CG18 Habilidades Interpersonales. CG 17 Capacidad para trabajar en equipo.

Nota. Información tomada del documento *Educación Superior en América Latina: reflexiones y perspectivas en educación* (Tuning, 2013)

Un aspecto de interés dentro de los informes y resultados de Tuning (2007, 2013) es el referido al alto nivel de importancia que un grupo de académicos y egresados da a ciertas competencias, como la “capacidad de tomar decisiones” y “reflexiona sobre su práctica para mejorar su quehacer educativo”, lo cual no se equipara con su nivel de realización en los currículos de los programas. De manera similar, se ha identificado que las competencias en mención aparecen poco dentro de las mallas curriculares de los programas de formación de profesores, situación que requiere atender su importancia y pertinencia en la labor del profesor.

De acuerdo con el informe *Miradas 2020. Competencias para el siglo XXI en Iberoamérica* (OEI, 2020) de la Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI), se indican tres ideas que expresaron las principales tendencias internacionales en la

discusión sobre la introducción de las competencias en el campo educativo a partir de la propuesta de Roegiers (2016): “1) el contenido de la educación se extiende más allá del conocimiento y del saber hacer, 2) el alumno es el agente principal en el proceso de aprendizaje y 3) el énfasis en el saber actuar” (p. 118).

Además de tales tendencias, se identifican y comparan los conceptos que sobre competencia tienen las organizaciones como la OCDE, la UE y la Unesco, tal como se presentan en la tabla 5, los que tienen relevancia dado que tal y como lo indican en el señalado informe, son varios los países de Iberoamérica que asumen definiciones semejantes para orientar las políticas y documentos legislativos frente al tema, entre ellos se señalan a Colombia, Chile, Guatemala, España, México, entre otros; para el caso colombiano, la competencia se define como

“un *know-how* flexible y aplicable a diferentes contextos. Es decir, se refiere a la capacidad de usar los conocimientos en situaciones diferentes de aquellas en las que fueron aprendidos. Ello supone por tanto la comprensión del significado de cada actividad y de sus implicaciones contextuales en lo que se refiere a las dimensiones ética, social, económica y política”. (OIE, 2020, p. 120)

Tabla 5

Concepto de competencia según la OCDE, la UE y la Unesco

Organización	Concepto de competencia
OCDE (2019)	“Competencia es un concepto holístico que incluye conocimientos, capacidades, actitudes y valores. (...) Las capacidades son prerrequisitos para el ejercicio de competencias (...) Competencia y conocimientos no son conceptos que compitan o se excluyan mutuamente. Los estudiantes necesitan aprender un conjunto de conocimientos como piedra angular para el conocimiento (...) comprende la activación de conocimientos, capacidades, actitudes y valores para responder a demandas complejas en situaciones de incertidumbre”.
UE (2006)	“Las competencias se definen como una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes adecuadas al contexto. Las competencias clave son aquellas que todas las personas necesitan para su realización y desarrollo personales, así como para la ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo”.

Unesco (2017)

“Las competencias son atributos específicos que los individuos necesitan para actuar y organizarse en diversos contextos y en situaciones complejas. Incluyen elementos cognitivos, afectivos, actitudinales y motivacionales; son por tanto una interacción entre contenidos, capacidades, aptitudes, motivos y disposiciones afectivas”.

Nota. Fuente: informe *Miradas 2020. Competencias para el siglo XXI en Iberoamérica* (OIE, 2020, p. 119)

Para la OIE (2020), las propuestas de formación de profesores también incluyen competencias globales que requieren de su pleno compromiso y cualificación, ya que “como principales responsables de la adquisición de los conocimientos y aptitudes por parte de los alumnos, también deben ser formados para llegar a ser ciudadanos capaces de formar a otros ciudadanos” (p. 133). Además, se resalta que los procesos de aprendizaje de corte tradicional apuntan a privilegiar los aspectos de la dimensión cognitiva de las competencias, en muchos casos, en detrimento de las competencias socioemocionales y comportamentales. Ante esto, destacan la necesidad de abordar con mayores esfuerzos prácticas pedagógicas para la formación en valores, actitudes y el desarrollo de las competencias para tomar decisiones y concretar acciones en los contextos propios de la actividad de los profesores, en las cuales se los incentive a la creatividad, a investigar, crear, reflexionar sobre el contexto y sobre sus propias prácticas.

Respecto al contexto colombiano, el enfoque o las perspectivas sobre las competencias se han asumido como características que tienen y desarrollan los sujetos mediados por un contexto o sus circunstancias, las cuales comprenden múltiples y complejos aspectos de los mismos que están en una dinámica cambiante y con niveles progresivos de refinamiento. En tal sentido, el MEN (2008) ha conceptualizado las competencias en los siguientes términos:

Una característica intrínseca de un individuo (por lo tanto, no es directamente observable) que se manifiesta en su desempeño particular en contextos determinados. En otras palabras, una persona demuestra que es competente a través de su desempeño, cuando es capaz de resolver con éxito diferentes situaciones de forma flexible y creativa. Desde este punto de vista, es posible afirmar que el desempeño laboral de una persona (nivel de logro y resultados alcanzados en determinado tipo de actividades) es una función de sus competencias.

Por otro lado, una competencia involucra la interacción de disposiciones (valores, actitudes, motivaciones, intereses, rasgos de personalidad, etc.), conocimientos y habilidades,

interiorizados en cada persona. Estos componentes de la competencia interactúan entre sí y se ponen en juego frente a los retos cotidianos que enfrenta una persona, determinando la calidad global de su labor en un escenario específico. Es importante señalar además que una competencia no es estática; por el contrario, esta se construye, asimila y desarrolla con el aprendizaje y la práctica, llevando a que una persona logre niveles de desempeño cada vez más altos. (Colombia, MEN, 2008, p. 13)

Desde esta postura, la competencia se evidencia cuando un docente resuelve los retos que se enfrenta en la escuela de manera flexible y creativa a partir de los valores, actitudes, conocimientos y habilidades que posee. Sin embargo, en Colombia el enfoque por competencias ha sido utilizado como un referente para evaluar el desempeño anual de los docentes, en el que se deben mostrar resultados de acuerdo a las competencias relacionadas con el cargo que desempeñan.

Para fortalecer las competencias de los profesores, el MEN (2014), dentro de sus lineamientos de calidad para las licenciaturas en educación y la evaluación que realiza el Instituto Colombiano para Evaluación de la Educación (ICFES), ha propuesto concentrar esfuerzos sobre las competencias genéricas o comunes y las básicas, que en este caso se organizan en enseñar, formar y evaluar, las cuales se orientan esencialmente al mejoramiento de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes y que deben ser desarrolladas no solo en los programas, sino también en las prácticas de su profesión. En esta misma dirección, se indica que los profesores, a partir de su formación, deben estar comprometidos con su saber disciplinar, el saber sobre los procesos de aprendizaje de sus estudiantes y conocer el contexto donde realiza su labor de enseñanza y así decidir las formas de enseñar que debe implementar.

También, el MEN (2017) establece que los contenidos curriculares para la formación de profesores deben garantizar el estudio de los conocimientos disciplinar y pedagógico necesarios para adelantar funciones referidas, entre otras, a los procesos de enseñanza-aprendizaje, la promoción de la investigación, la ciencia y la transformación pacífica de los conflictos, la apropiación y uso pedagógico de las nuevas tecnologías, la conciencia social de su entorno, la interculturalidad, la sostenibilidad y preservación del medio ambiente.

Estos conocimientos y competencias para los programas y sus currículos en los que se forman a los futuros profesores se organizan mediante cuatro componentes que se desarrollan en forma simultánea y articulada: componente de fundamentos generales, componente de saberes

específicos y disciplinares, componente de pedagogía y componente de didáctica de las disciplinas (Colombia, MEN, 2017). En cada uno se indican varias capacidades o acciones que deben ser desarrolladas en el transcurso del proceso de educación del futuro profesor, según se presenta en la tabla 6.

Tabla 6

Componentes y Competencias para la formación de profesores en Colombia

<i>Componentes para la formación de licenciados en educación según resolución MEN N.º 18583 de 2017</i>	<i>Competencias que se evalúan en la formación de licenciados según prueba Saber Pro. ICFES (2018)</i>
<p>Componente de fundamentos generales</p> <p>Se incluyen los sentidos generales que constituyen una comunidad académica, la lectura, la escritura, la argumentación, la investigación, el manejo de una lengua extranjera o una segunda lengua, capacidades matemáticas y de razonamiento cuantitativo, formación en ciudadanía y apropiación y uso pedagógico de las TIC.</p>	<p>Competencia genéricas</p> <p>La capacidad compleja que integra conocimientos, potencialidades, habilidades, destrezas, prácticas y acciones que se manifiestan en el desempeño en situaciones concretas, en contextos específicos (saber hacer en forma pertinente)</p>
<p>Componente de saberes específicos y disciplinares</p> <p>Dominio de los saberes y conocimientos actualizados, de los fundamentos conceptuales y disciplinares del campo o el área en que se desempeñará como licenciado. Adicionalmente, debe estar en capacidad de investigar, innovar y profundizar de forma autónoma en el conocimiento de dichos fundamentos</p>	<p>Competencia enseñar</p> <p>Competencia para comprender, formular y usar la didáctica de las disciplinas con el propósito de favorecer los aprendizajes de los estudiantes y con ellos el desarrollo de las competencias propias del perfil profesional. Dominios: • Conocimientos pedagógicos, didácticos y disciplinares; • Planear la enseñanza; • Desarrollar la clase; • Reflexionar sobre los propósitos de la práctica docente.</p>
<p>Componente de pedagogía</p> <p>Capacidad de utilizar conocimientos pedagógicos que permitan crear ambientes para la formación integral, el aprendizaje y la evaluación de los estudiantes.</p>	<p>Competencia formar</p> <p>Competencia para reconceptuar y utilizar conocimientos pedagógicos que permitan crear ambientes educativos para el desarrollo de los estudiantes, del docente y de la comunidad. Dominios: • Promover el desarrollo de sus estudiantes; • Promover el desarrollo profesional del maestro; • Promover el desarrollo de la comunidad educativa.</p>
<p>Componente de didáctica</p> <p>Se reconoce la necesaria articulación entre la pedagogía y la didáctica como fundamentos del quehacer del</p>	<p>Competencia evaluar</p> <p>Competencia para reflexionar, hacer seguimiento y tomar decisiones sobre los procesos de formación, con el</p>

de las disciplinas	educador. Se refiere a la capacidad para aprehender y apropiarse el contenido disciplinar desde la perspectiva de enseñarlo y como objeto de enseñanza; conocer cómo las personas aprenden esos contenidos y habilidades concretas; reconocer dónde se encuentran las mayores dificultades para lograrlo; saber cómo utilizar estrategias y prácticas que permitan que el estudiante resuelva estas dificultades, y conocer cómo evaluar los aprendizajes concretos desarrollados	propósito de favorecer la autorregulación y de plantear acciones de mejora en la enseñanza, en el aprendizaje y en el currículo. Dominios: • Seguimiento a los procesos; • Toma de decisiones para el mejoramiento; • Procesos de autorregulación
--------------------	---	---

Nota. Adaptado de la información en Resolución MEN N.º 18583 de 2017 y Documento ICFES (2018)

Dentro de la perspectiva que se tiene para la formación de profesores en Colombia, Se destaca la importancia de imbricar los componentes o competencias que curricularmente se han señalado de tal forma que se ejecuten de manera simultánea; ante esto, el MEN (2014) ha orientado que la formación inicial de maestros y los programas donde se preparan requieren una necesaria y permanente interacción e integración entre la pedagogía, la didáctica, la disciplina y la investigación para promover y concretar el aprendizaje de los estudiantes y que redunden en una labor docente más efectiva.

De manera complementaria a los planteamientos anteriores para las competencias que se evalúan en los programas de Ciencias de la Educación en Colombia, el Instituto Colombiano para la Evaluación de la Calidad de la Educación (ICFES) hace un comparativo de varias tendencias nacionales e internacionales sobre ese tema (ICFES, 2018) para destacar las competencias propuestas por la *Asociación Colombiana de Facultades de Educación* (Ascofade), por la *Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico* (OCDE) y por el *National Accreditation of Teacher Education* (NCATE), presentes en la tabla 7. Además, se resalta que existe una convergencia importante en los sistemas educativos analizados, en la que se observa aquello que los maestros deben saber y estar en capacidad de hacer en los diversos contextos educativos donde realizan su práctica (MEN, 2018).

Tabla 7*Resumen de competencias del maestro*

NCATE (EUA)	AUSTRALIA	CARNOY (EUA)	ARGENTINA	CHILE	OCDE	ASCOFADE
El estudiante y el aprendizaje.	Saber quiénes son los estudiantes y cómo aprenden.	Compromiso y apoyo con el aprendizaje de sus alumnos.	Guiar el proceso de enseñanza del aprendizaje.	Creación en el aula de un ambiente propicio para el aprendizaje.	Sensibilizada a la diversidad de sus alumnos.	Saber qué es, cómo se procesa y para qué el énfasis.
Práctica de la enseñanza.	Planear y desarrollar una enseñanza eficaz.	Planeación de la enseñanza y diseño de experiencias de aprendizaje para sus alumnos.	Programar, planificar y producir actividades, materiales y entornos de instrucción.	Preparación del acto de enseñar.	Dominio de su materia de trabajo.	Saber enseñar el énfasis.
Responsabilidad profesional.	Evaluar, retroalimentar e informar sobre el aprendizaje de los estudiantes.	Evaluación del aprendizaje de los estudiantes.	Evaluar.	Enseñar como tal.	Dominio de la evaluación.	Saber organizar, desarrollar y dirigir situaciones y ambientes de aprendizaje.
Conocimiento de contenidos.	Comprometere con el desarrollo profesional.	Desarrollo profesional como educador.		Trabajo profesional en la institución educativa y fuera de ella.	Autonomía profesional y rendición de cuentas.	Saber evaluar.
	Conocer el contenido y cómo enseñarlo.	Hacer comprensibles los objetos de conocimiento.			Formación permanente en el centro de trabajo.	Saber proponer, desarrollar, sistematizar y evaluar proyectos educativos y de aula.
	Crear y mantener ambientes de aprendizaje de apoyo.				Mejora de la autoestima de sus estudiantes.	Saber articular la práctica pedagógica a los contextos.
	Vincularse profesionalmente con otros colegas, padres y comunidad.	Creación y sostenibilidad de ambientes efectivos de aprendizaje.			Uso de TIC para la enseñanza.	
					Trabajo con padres de familia y comunidad.	

Nota. Fuente: *Módulos de Enseñar, Formar y Evaluar Saber Pro*. ICFES (2018, p. 16)

A partir de estos planteamientos, en Colombia la formación de los profesores en esta perspectiva demanda al recién graduado de las facultades de Ciencias de la Educación que debe

desarrollar un sentido de compromiso con su disciplina y con los aprendizajes de los estudiantes para que pueda profesionalmente comprender la naturaleza de la disciplina objeto de estudio y logre establecer los *contenidos que va a enseñar*. Además, debe *conocer el contexto* donde lo va a enseñar y con ello precisar *cómo debe enseñarlo*, de manera que pueda garantizar las mejores decisiones para lograr la comprensión y apropiación de los estudiantes de lo que va a enseñar. Estos aspectos deben ser objeto de reflexión y análisis por parte del docente en coherencia con el tipo de ciudadano que se quiere formar (ICFES, 2018), lo que también debe estar presente en la formación inicial.

Frente a las diferentes perspectivas que internacionalmente se proponen para las competencias que deben hacer parte de la formación inicial de profesores, en Colombia se han organizado en términos de *saberes* (lo que debe saber y saber hacer) y que involucran el perfil del docente, sus cualidades, funciones, conocimientos y competencias, siendo estos los que se presentan en el siguiente listado:

- Saber qué se enseña, cómo se procesa y para qué se enseña.
- Saber sobre la naturaleza de la disciplina, para enseñarla.
- Saber cómo aprenden los alumnos y establecer las diferencias que afectan los aprendizajes.
- Saber organizar y desarrollar ambientes de aprendizaje.
- Saber monitorear y evaluar el progreso del estudiante.
- Saber proponer, desarrollar y evaluar proyectos educativos.
- Saber articular su práctica pedagógica a los contextos.
- Saber trabajar de manera colaborativa y cooperativa.
- Saber formular y desarrollar competencias en los estudiantes.
- Saber emplear apoyos tecnológicos para potenciar los procesos de enseñanza y aprendizaje. (ICFES, 2018, pp. 11-12)

4.2 Competencias y conocimientos en la formación del profesorado de matemáticas

Una precisión inicial y pertinente en este apartado consiste en que la revisión realizada aborda el estudio sobre las competencias, pero también de los conocimientos del profesor de matemáticas, dada su relación intrínseca. Además, para una mejor comprensión de las competencias, el estudiar los conocimientos ofrece una mirada más amplia y detallada sobre el tema.

Según la revisión y el análisis realizado de la literatura especializada, se reconocieron diversos grupos de competencias y conocimientos que debe poseer un docente de matemáticas; son variados los autores que han trabajado y estudiado estos temas, entre los que se destacan Shulman (1986; 1987; 2005); Grossman *et al.* (2005); Grossman (1990); Ball *et al.* (2000; 2005; 2008); Schoenfeld y Kilpatrick (2008); Roaland *et al.* (2005); Godino (2009); Godino *et al.* (2006; 2013); Pino-Fan y Godino (2015); Escudero *et al.* (2014), y Carrillo *et al.* (2014), entre otros.

Un aspecto común en los trabajos es la articulación explícita o implícita entre las competencias y los conocimientos. También llama la atención la tendencia y presencia de un importante grupo de competencias en los trabajos, como la competencia de análisis didáctico y la competencia reflexiva; además, se destacan las competencias argumentativa y comunicativa, la competencia de contenido o disciplinar, la competencia didáctica, la competencia enseñar, la competencia especializada, la competencia evaluar, la competencia formar, la competencia interdisciplinar, la competencia matemática, pedagógica, tecnológica, la de resolución de problemas, la competencia uso de materiales y recursos didácticos, la competencia de la creatividad, la competencia trabajo en equipo y socioemocional. En la figura 1 se observa la variedad de tipologías para las competencias de los profesores de matemáticas identificadas en el mapeo realizado.

implementado junto al análisis de episodios de clases de manera *a priori* y, posteriormente, mediante la aplicación de los criterios de idoneidad didáctica (Posada y Godino, 2017).

Dentro de otras competencias que se indican en los trabajos, está la que propone Schoenfeld y Kilpatrick (2008) la cual denominan Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas que, si bien puede verse como conocimientos, también puede interpretarse en términos de competencia profesional del profesor de matemáticas, la cual denota la idea de eficacia o eficiencia al enseñar matemáticas y las destrezas que se deben desarrollar para llegar a ser proficientes (Godino, 2009). En tal dirección, incluyen la comprensión conceptual, fluencia procedimental, competencia estratégica, razonamiento adaptativo y disposición productiva.

También, se tiene la competencia de mirar con sentido profesional (Fortuny y Rodríguez, 2012; Llinares, 2012), la cual se presenta como una competencia que ofrece herramientas para que el profesor de matemáticas pueda ver su labor y las situaciones de enseñanza y aprendizaje de una manera profesional conforme a su campo de formación, lo que le permite identificar los aspectos relevantes de las situaciones de enseñanza, usar el conocimiento sobre el contexto para razonar sobre las interacciones en el aula y realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza y el aprendizaje.

La competencia *profesional noticing* está integrada por tres acciones: identificar los aspectos relevantes de la situación de enseñanza, usar el conocimiento sobre el contexto para razonar sobre las interacciones en el aula y realizar conexiones entre sucesos específicos del aula y principios e ideas más generales sobre la enseñanza y aprendizaje (Fernández *et al.*, 2012; Fortuny y Rodríguez, 2012). En consecuencia, esta competencia implica identificar, interpretar y validar las interacciones en el aula a partir de la reflexión sobre la propia práctica profesional (Giacomone, 2018).

En este mismo sentido, Jacobs *et al.* (2010) indican que observar profesionalmente lo que ocurre en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas al trabajar con los estudiantes requiere tres habilidades interrelacionadas dirigidas a *i*) prestar atención a las estrategias de los estudiantes, *ii*) interpretar la comprensión de estudiantes y *iii*) decidir cómo responder sobre la base de la comprensión de los estudiantes. También agregan que los profesores deben notar (atender) las ideas matemáticas específicas evidentes en el trabajo escrito o las respuestas verbales de los estudiantes para dar sentido a (interpretar) ese pensamiento.

Font *et al.* (2012), por su parte, al asumir el problema de cómo conseguir que los profesores tengan la competencia profesional que les permita el desarrollo y la evaluación de las competencias señaladas en los currículos, también indagan sobre cuáles deben ser. Al respecto, declaran que “una de las competencias profesionales que debe tener un profesor es aquella que le permite describir, explicar, valorar y mejorar procesos de enseñanza –aprendizaje (análisis didáctico)” (p. 60). Tal competencia se configura mediante dos macrocompetencias: la competencia matemática y la competencia de análisis didáctico de los procesos de instrucción matemática.

En un trabajo previo, Font (2011), al abordar el tema de las competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas, enfatiza en la necesidad de brindarle mayor atención la formación matemática y didáctica de los futuros profesores, puesto que “la principal razón es que el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas de los alumnos depende de manera esencial de la formación de sus profesores” (p. 11). En este orden de ideas, se propone un grupo de diez competencias profesionales específicas del profesor de matemáticas, así como tres niveles de desarrollo para cada una, según se indica en la tabla 8.

Tabla 8

Competencias profesionales específicas para la formación del profesor de matemáticas

Denominación de la competencia	Enunciado que describe la competencia
Conocimiento del contenido que deben enseñar	Conocer y usar el contenido matemático que debe enseñar con una perspectiva suficientemente amplia, de modo que le permita realizar su función docente con seguridad y adaptarse a nuevos cambios curriculares.
Elementos socioculturales en educación matemática	Justificar y usar el valor formativo y sociocultural de las matemáticas y su evolución histórica en la construcción de actividad matemática, y relacionarlo con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Conocimiento de la epistemología del contenido	Justificar y usar los principales paradigmas epistemológicos en la construcción de la actividad matemática y relacionarlos con las diferentes propuestas de enseñanza y aprendizaje de la materia.
Contextualización y valor interdisciplinar	Conocer contextos y situaciones en los que se usan o aplican los diversos contenidos matemáticos de la educación media para resaltar sus aplicaciones y funcionalidad y, en especial, el papel de las matemáticas como instrumento en otras disciplinas.
Desarrollo del alumnado	Conocer las características del desarrollo psicológico del alumnado, de sus contextos sociales y culturales, así como de sus motivaciones, y utilizarlo como

	uno de los fundamentos del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas para saber motivar y potenciar su progreso.
Análisis de contrato y normas matemáticas	Planificar, aplicar y analizar diferentes normas de organizar la interacción y la comunicación en el aula que permita establecer una gestión eficaz de enseñanza/aprendizaje matemático.
Análisis y selección de contenidos y recursos	Planificar, aplicar y analizar diferentes selecciones y organizaciones del contenido, mediante el uso de materiales y recurso, así como desarrollos teórico-prácticos de la educación matemática, para identificar los valores del currículo de la educación secundaria y bachillerato.
Diseños de evaluación	Planificar, aplicar y analizar estrategias e instrumentos de evaluación adaptados a las características de las competencias matemáticas desarrolladas.
Análisis de secuencias	Diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación y evaluación, y plantear propuestas de mejora.
Innovación e inicio de la investigación	Formular problemas de investigación (preferentemente a partir de la reflexión sobre la propia práctica) en educación matemática y conocer metodologías y técnicas básicas de innovación e investigación para poder responderlos.

Nota. Adaptado de Font *et al.* (2012)

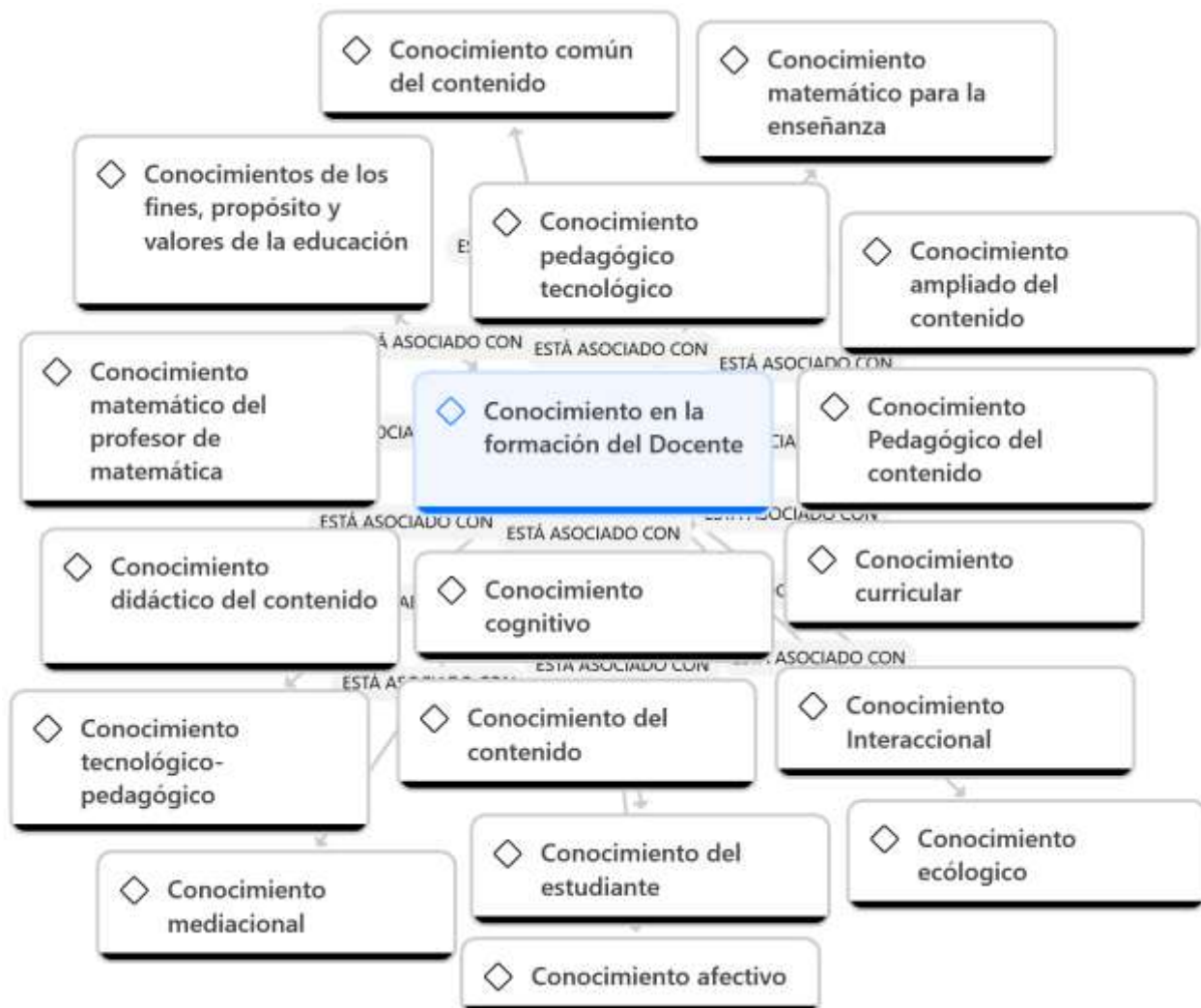
Otra competencia de importancia en los trabajos que se han realizado es la competencia de análisis didáctico desarrollada en el EOS (Font *et al.*, 2010); a partir de esta, aparecen las competencias claves propuestas en el modelo del conocimiento y competencias didáctico-matemáticas (CCDM), como son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica. En tal sentido, Godino *et al.* (2016) plantean que el profesor de matemáticas debe estar preparado para atender los problemas didácticos presentes en la enseñanza, al igual que debe conocer los objetos matemáticos y didácticos específicos (conocimientos) para abordar con éxito la resolución de problemas didácticos. Esta preparación posibilita que se pueda desarrollar tal capacidad, lo que en el EOS se considera como la competencia general de diseño e intervención didáctica, que se desglosa en cinco subcompetencias: competencia de análisis de significados globales, competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas, competencia de análisis normativo, competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica.

La revisión realizada deja ver la diversidad de propuestas y modelos que indican diferentes tipos de conocimientos, tal como puede apreciarse en la figura 2. En general, se exponen como

aspectos de vital importancia dentro del sistema que se requiere en la formación de los profesores de matemáticas.

Figura 2

Mapa de relaciones sobre el conocimiento que debe poseer un docente de matemáticas



Nota. Fuente: software Atlas.ti

En esta figura, se observa la variedad de conocimientos que, según las perspectivas teóricas, modelos o posturas de autores, se proponen como parte de la formación del profesor de matemáticas, entre los cuales se destacan el conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico, el conocimiento didáctico del contenido, el conocimiento de las TIC, el conocimiento especializado del profesor, el conocimiento desde la integralidad, el conocimiento ampliado, el

conocimiento del contexto, entre otros. Estos son presentados en modelos como los del conocimiento del contenido para la enseñanza, conocimiento matemático para la enseñanza, cuarteto del conocimiento, proficiencia en la enseñanza de las matemáticas, conocimiento especializado del profesor de matemáticas y conocimiento didáctico-matemático, entre los más destacados. En la tabla 9 se indica un consolidado de estos trabajos y sus autores.

Tabla 9

Trabajos sobre conocimientos del profesor de matemáticas

Modelo o perspectiva	Autor(es)
Conocimiento pedagógico del contenido o modelo categorías del conocimiento base del profesor-Pedagogical Content Knowledge (PCK)	Shulman (1986; 1987).
Conocimiento de la materia para la enseñanza o modelo del conocimiento del profesor	Grossman (1990). Grossman <i>et al.</i> (2005).
Conocimiento profesional	Ponte (2012). Ponte y Oliveira (2002).
Conocimiento matemático para la enseñanza - Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)	Ball y colaboradores (Ball, 2000; Ball <i>et al.</i> , 2001; Ball <i>et al.</i> , 2005).
Cuarteto del conocimiento -Knowledge Quartet (KQ)	Rowland <i>et al.</i> (2005).
Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas	Schoenfeld y Kilpatrick (2008).
Conocimiento didáctico-matemático (CDM)	Godino (2009); Pino-Fan y Godino (2015).
Conocimiento especializado del profesor de matemáticas	Carrillo <i>et al.</i> (2014). Escudero <i>et al.</i> (2014).

Nota. Adaptado de los trabajos de González y Muñoz (2018); Pino-Fan y Godino (2015) y Castro *et al.* (2018)

Desde estas perspectivas, cada modo de actuar del profesor está configurado bajo un movimiento o pensamiento, ya sea personal o institucional, que justifica unas formas de actuación propias, que están presentes en las acciones y en la práctica del docente, evidenciadas en las maneras de enseñar, planificar y evaluar; también, en las interacciones con los estudiantes y el establecimiento de convenios didácticos. En este sentido, se puede decir que los conocimientos, las concepciones y percepciones del docente cumplen un papel fundamental en el acto de enseñar, pues estos comunican conscientemente o no ideas acerca de las maneras de obtener el conocimiento en un campo, además de una serie de actitudes y valores que influyen notablemente en la comprensión de sus alumnos (Shulman, 2005).

Para una mirada más detallada de los planteamientos identificados sobre los conocimientos que debe adquirir y desarrollar el profesor de matemáticas, se realiza una descripción general de la

perspectiva o modelos que se han identificado, los cuales están consolidados y sintetizados en la tabla 10 que está al final de este apartado.

4.2.1 Perspectiva del Conocimiento del Contenido para la Enseñanza-Conocimiento Base

En los trabajos de Shulman (1986; 1987; 2005), se propuso un dominio especial del conocimiento del maestro denominado “conocimiento pedagógico del contenido (PCK por su sigla en inglés)”; en este, inicialmente se establecen tres categorías para el conocimiento del profesor: conocimiento del contenido, conocimiento pedagógico del contenido y conocimiento curricular. Estos fueron ampliados posteriormente a siete grupos de conocimientos denominados ‘categorías del conocimiento base’: conocimiento del contenido, conocimiento didáctico general, conocimiento del currículo, conocimiento didáctico del contenido, conocimiento de los alumnos y de sus características, conocimiento de los contextos educativos y conocimiento de los objetivos, de las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

4.2.2 Perspectiva del Conocimiento del Contenido para Enseñar

En esta misma línea de trabajo, está también la propuesta de Grossman *et al.* (2005) que señala cuatro dimensiones del conocimiento de la materia para la enseñanza: el conocimiento del contenido para la enseñanza, el conocimiento sustantivo para la enseñanza, el conocimiento sintáctico para la enseñanza y las creencias sobre la materia. Además, se indica como un desafío relevante en la formación inicial para el profesor de matemáticas el hecho de que pueda transformar el conocimiento disciplinar en una forma de conocimiento apropiado para la enseñanza. Tal transformación demanda, además de las cuatro dimensiones, que el profesor tenga conocimiento de los estudiantes y del aprendizaje, del currículo, del contexto y de los fines y objetivos de la acción didáctica de la materia.

4.2.3 Perspectiva del Conocimiento Matemático para la Enseñanza -MKT

Ball y sus colaboradores (2000, 2001, 2005, 2008), continuando con el trabajo propuesto por Shulman, desarrollan “el Conocimiento Matemático para la Enseñanza”, definido como ese

conocimiento matemático que el profesor utiliza para instruir y favorecer que los estudiantes “crezcan” matemáticamente (Hill *et al.*, 2008), y precisan que el conocimiento de un profesor no es el conocimiento de los contenidos por un lado y el conocimiento de la pedagogía por otro, sino una especie de amalgama entre estos, por lo cual proponen dos grandes categorías: 1) Conocimiento del Contenido, que a su vez se compone por tres subcategorías: Conocimiento Común del Contenido, Conocimiento Especializado del Contenido y Conocimiento en el Horizonte Matemático; y 2) Conocimiento Pedagógico del Contenido, constituido por el Conocimiento del Contenido y los Estudiantes, Conocimiento del Contenido y la Enseñanza, y Conocimiento del Currículo.

4.2.4 Perspectiva del Cuarteto del Conocimiento

Otro de los modelos sobre el conocimiento del profesor es el denominado “*Cuarteto del Conocimiento*”. Propuesto por Rowland *et al.* (2005), se trata de una herramienta para observar el conocimiento del contenido matemático de los profesores, tanto el Conocimiento de la Materia (MSK, por su sigla en inglés) como el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK, por su sigla en inglés), en la práctica de enseñanza de las matemáticas y en el desarrollo de la enseñanza de dicha disciplina. El modelo se organiza a partir de cuatro grandes dimensiones o unidades que se caracterizan así: los *Fundamentos*, referidos a la fundamentación conceptual; la *Transformación* o capacidad de un profesor para transformar un contenido disciplinar en un contenido enseñable; la *Conexión*, relativa a la planificación de la clase, al orden de aparición de los episodios en cada lección o conjunto de lecciones; y la *Contingencia*, la concepción y preparación de eventos de clase difíciles de planificar. Según Pino-Fan y Godino (2015), uno de los inconvenientes o limitaciones de este modelo radica en que su uso se ha centrado principalmente en el estudio del conocimiento de los profesores en acción, aunque fue diseñado para el estudio y desarrollo del conocimiento del contenido y el conocimiento pedagógico del contenido de los profesores en formación inicial.

4.2.5 Perspectiva de la Proficiencia en la Enseñanza de las Matemáticas

También tiene amplia presencia en este tema el trabajo de Schoenfeld y Kilpatrick (2008) que trata sobre lo que se denomina “Proficiencia” en la enseñanza de las matemáticas; una teoría que aborda esta perspectiva de la Proficiencia (en la enseñanza) dice lo que es importante en términos de las destrezas que los sujetos requieren desarrollar para llegar a ser proficientes. En este sentido, los conocimientos y competencias que un profesor debe tener para desarrollar una enseñanza de calidad se agrupan en seis dimensiones: conocer profundamente las matemáticas que enseña y ser capaz de extenderla, conocer a los estudiantes como personas reflexivas, conocer a los estudiantes como personas que aprenden, diseñar y adecuar entornos de aprendizaje, establecer normas para la clase y desarrollar un discurso propio de una enseñanza para la comprensión, construir relaciones que favorezcan el aprendizaje y reflexionar sobre la propia práctica.

4.2.6 Perspectiva del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas

Otra propuesta es el aporte que hacen Carrillo *et al.* (2014), la cual resulta del refinamiento del conocimiento matemático para la enseñanza (MKT). Para ello, lo redefinen para originar el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, MTSK). En este refinamiento, se mantienen dos tipos de conocimiento: el Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Pedagógico del Contenido (PCK), en cuyo centro se sitúan las creencias respecto a ambos tipos de conocimientos.

El conocimiento matemático se constituye en tres subdominios: conocimiento de los temas, conocimiento de la estructura de las matemáticas y el conocimiento de la práctica matemática. Por su parte, el conocimiento didáctico del contenido se integra por los subdominios: conocimiento de la enseñanza de las matemáticas, conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas y conocimiento de los estándares de aprendizaje (González y Muñoz, 2018).

4.2.7 Perspectiva del Conocimiento Profesional

En esta perspectiva, el aspecto central, según Ponte (2012), está en que el profesor posee un *conocimiento profesional*, el cual se diferencia del *conocimiento académico o teórico* de los investigadores en educación matemática y también del conocimiento llamado *sentido común*,

propio de la mayoría de personas. A pesar de depender de múltiples factores, este conocimiento, asume su singularidad a partir de su actividad práctica y de las condiciones del contexto en las cuales esta se realiza. En tal sentido, el conocimiento profesional del profesorado de matemáticas se orienta, ante todo, hacia la actividad práctica que, en este caso, corresponde a enseñar matemáticas a grupos de estudiantes.

El conocimiento profesional que aquí se describe tiene siempre como base fundamental la experiencia y la reflexión sobre ella tanto a nivel individual como colectiva, por ello el valor de este conocimiento se apoya en la experiencia discutida, sistematizada y validada (Ponte, 2012) por un grupo de profesionales que, en este caso, enseñan matemáticas. Tal conocimiento se constituye en diversos aspectos, pero para este trabajo es de interés lo que refiere a la práctica educativa, pues en ella la disciplina matemática tiene mayor protagonismo, la cual es denominada como conocimiento didáctico que atiende cuatro dimensiones: conocimiento de matemáticas, conocimiento del currículo, conocimiento del alumnado y sus procesos de aprendizaje, y conocimiento de los procesos de trabajo en el aula (Ponte y Oliveira, 2002).

4.2.8 Perspectiva del Conocimiento y Competencias Didáctico Matemáticas –CCDM

Para el análisis y estudio de los conocimientos del profesor de matemáticas, Godino (2009) formuló un sistema de categorías dentro de un modelo denominado “conocimientos didáctico-matemáticos” en el cual se considera a la Didáctica de la Matemática como la disciplina que articula de manera sistémica los distintos aspectos implicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Pino-Fan y Godino, 2015).

En este modelo, el conocimiento para el análisis de la enseñanza de las matemáticas se organiza en tres dimensiones, seis facetas y cuatro niveles (Pino-fan y Godino, 2015). Las dimensiones del modelo son la *dimensión matemática*, que incluye dos subcategorías (conocimiento común y conocimiento ampliado del contenido); *la dimensión didáctica*, que contiene los conocimientos de las seis facetas (conocimientos de la faceta epistémica, conocimientos de la faceta cognitiva, conocimientos de la faceta afectiva, conocimientos de la faceta mediacional, conocimiento de la faceta interaccional y conocimientos de la faceta

ecológica); y la dimensión meta didáctico-matemática, que se integra de los conocimientos sobre normas y metanormas, así como de la idoneidad didáctica.

Estas dimensiones y facetas del conocimiento del profesor tienen presencia en los procesos de análisis de la enseñanza mediante cuatro niveles: *i*) nivel de prácticas matemáticas y didácticas, *ii*) nivel de configuraciones de objetos y procesos (matemáticos y didácticos), *iii*) nivel de normas y metanormas, y *iv*) nivel de idoneidad. Las dimensiones, facetas y niveles constituyen el sistema de categorías de los conocimientos del profesor de matemáticas (Godino, 2009).

En la tabla 10, se consolida una síntesis de las diferentes perspectivas o modelos del conocimiento del profesor de matemáticas descritos, con la cual se evidencia la diversidad de las posturas frente a este tema, pero también la complejidad que encierra. A pesar del camino recorrido y preparado que se tiene, aún hay aspectos pendientes por estudiar y desarrollar.

Tabla 10

Diferentes perspectivas o modelos del conocimiento del profesor de matemáticas

Shulman (1986,1987, 2005) Conocimiento base para la enseñanza	Grossman (1990) Grossman et al. (2005) Modelo del conocimiento del profesor o Conocimiento de la materia para enseñar	Ball y colaboradores (Ball, 2000; Ball et al., 2004; Ball et al., 2005; Ball et al., 2008) Conocimiento matemático para la enseñanza	Rowland et al. (2005) El cuarteto del conocimiento	Schoenfeld y Kilpatrick (2008) Proficiencia en la enseñanza de las matemáticas	Ponte (2012) Conocimiento profesional del profesorado	Carrillo et al. (2014) y Escudero et al. (2014) Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas	Godino et al. (2016; 2017). Pino-Fan y Godino (2015); Pino-Fan et al. (2017); Font et al. (2018) Conocimiento Didáctico-Matemático
Conocimiento del contenido.	Conocimiento pedagógico general.	Conocimiento del contenido:	Dimensiones de conocimientos:	1) Conocer las matemáticas escolares con profundidad y amplitud; 2)	Conocimiento didáctico. cuatro dimensiones:	El Conocimiento Matemático:	Dimensión matemática: conocimiento común del contenido y conocimiento ampliado del contenido.
Conocimiento pedagógico del contenido.	Conocimiento del contenido.	Conocimiento común del contenido.	Fundamentos. conocimientos, la comprensión y de los recursos que los profesores aprenden en la “academia”.	conocer a los estudiantes como personas que piensan; 3) conocer a los estudiantes como personas que aprenden; 4) diseñar y gestionar entornos de aprendizaje; 5) desarrollar las normas de la clase y apoyar el discurso de la clase como parte de la “enseñanza para la	Conocimiento de matemáticas; conocimiento del currículo; conocimiento del alumnado y sus procesos de aprendizaje y conocimiento de los procesos de trabajo en el aula.	El Conocimiento de los Temas. Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas. El Conocimiento de la Práctica Matemática.	conocimiento común del contenido y conocimiento ampliado del contenido. Dimensión didáctica: 1) conocimiento especializado de la dimensión matemática (faceta epistémica); 2) conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (faceta cognitiva); 3)
Conocimiento curricular.	Conocimiento pedagógico del contenido.	Conocimiento especializado del contenido.	Transformación. capacidad de un profesor para transformar el conocimiento del contenido que posee en formas que son “pedagógicamente poderosas”.			Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas.	
Conocimiento pedagógico general.	Conocimiento del contexto.	Conocimiento pedagógico del contenido:				El Conocimiento de la Práctica Matemática.	
Conocimiento de los estudiantes y sus características.	Conocimiento sustantivo y sintáctico.	conocimiento del contenido y los estudiantes,					
Conocimiento de los estudiantes y el aprendizaje.	Conocimiento de los estudiantes y el aprendizaje.	conocimiento del contenido y la enseñanza, conocimiento del currículo.					

contextos educativos.	Conocimiento del currículo.	<p>Conexión. Coherencia de la planificación de la forma en que aparece un episodio, lección o serie de lecciones, para su enseñanza; hacer conexiones entre los procedimientos, hacer conexiones entre los conceptos, decisiones sobre la secuenciación y reconocimiento de la pertinencia conceptual.</p>	<p>comprensión”; 6) construir relaciones que apoyen el aprendizaje; y 7) reflexionar sobre la propia práctica.</p>	<p>El Conocimiento de la enseñanza de las Matemáticas.</p>	<p>conocimiento sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes (faceta afectiva); 4) conocimiento sobre las interacciones que se suscitan en el aula (faceta interaccional); 5) conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes (faceta mediacional); y 6) conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos... que influyen en la gestión de los aprendizajes de los estudiantes (faceta ecológica).</p>
Conocimiento de los fines, propósitos y valores de la educación.		<p>Contingencia. Se refiere a eventos de la clase que son casi imposibles de planificar.</p>		<p>El Conocimiento de las características del Aprendizaje de las Matemáticas.</p>	
				<p>El Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje.</p>	
				<p>Las Creencias sin ser propiamente un tipo de conocimiento, si pueden influir y aun determinar las concepciones y el actuar de los docentes.</p>	

Dimensión meta didáctico-matemática: Conocimientos relativos a las normas, metanormas, restricciones contextuales, reflexiones sobre la práctica y valoración de la idoneidad didáctica.

Nota. Adaptado de González y Muñoz (2018); Pino-Fan y Godino (2015) y Castro *et al.* (2018)

4.3 El modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticas para el profesor de matemáticas (CCDM)

4.3.1 El modelo CCDM como extensión del modelo CDM

El modelo CCDM se desarrolló en el marco del enfoque EOS y como una extensión del modelo del conocimiento didáctico–matemático (CDM) propuesto en varios trabajos: Godino, 2009; Pino-Fan *et al.*, 2015; 2017; Godino *et al.*, 2016; Font *et al.*, 2018. Esto en la medida en que una de las perspectivas de desarrollo del modelo CDM es el encaje de la noción de conocimientos y competencias de los docentes (Pino-Fan *et al.*, 2017; Font *et al.*, 2018). En esta dirección, uno de los principales propósitos del CCDM es el estudio articulado de la noción de conocimiento con la noción de competencia en términos de su comprensión y oportunidades de desarrollo. Además, el modelo “abre un programa de investigación y desarrollo focalizado en el diseño, experimentación y evaluación de intervenciones formativas que promuevan el desarrollo profesional del profesor de matemáticas, teniendo en cuenta las distintas categorías de conocimientos y competencias didácticas” (Godino *et al.*, 2016, p. 293).

Los trabajos realizados en torno al modelo CCDM proponen rutas o metodologías usando las herramientas del modelo y pueden clasificarse en varias líneas: trabajos sobre conceptualización y clasificación de las competencias, aplicación de las competencias y herramientas de análisis didáctico y estudios sobre idoneidad didáctica y trabajos que analizan la formación de profesores.

En el trabajo de Pino-Fan y Godino (2015), se realizan los primeros acercamientos a la extensión del modelo del conocimiento didáctico–matemático (CDM) que se desarrolla en el marco del enfoque ontosemiótico (EOS), con el cual se interpreta y caracteriza los conocimientos del profesor de manera operativa a partir de lo que se denomina como un sistema interconectado de herramientas que integran *dimensiones, facetas, niveles y fases*, al respecto cabe señalar que

Está compuesto por tres dimensiones (matemática, didáctica y meta didáctico-matemática), mismos que involucran seis facetas (implicadas en los procesos de enseñanza-aprendizaje de tópicos concretos de matemáticas) para cada una de las cuales se contemplan diversos niveles de análisis. Así mismo, el modelo CDM considera cuatro “*fases del proceso metodológico*” (estudio preliminar, diseño, implementación y evaluación) propias de las

investigaciones orientadas al diseño instruccional (ingeniería didáctica en sentido generalizado), en las que intervienen tanto las *dimensiones* como las *facetas* y los *niveles de análisis*. (Pino-Fan y Godino, 2015, p. 105)

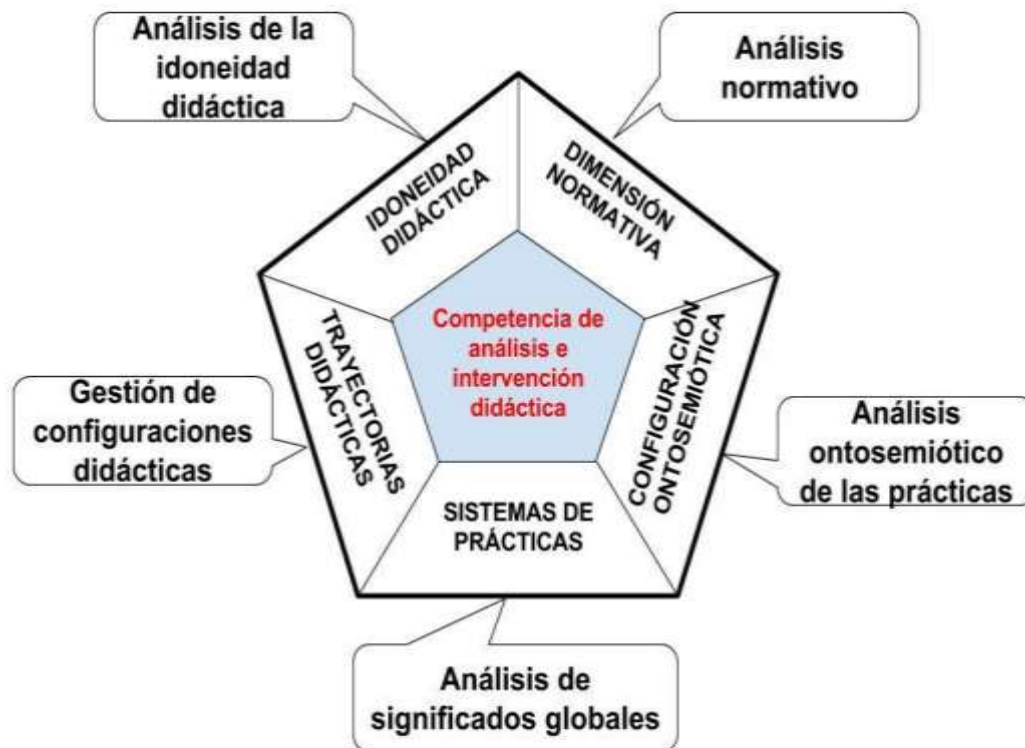
En referencia a estas seis subcategorías (facetas epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica), se indica de manera importante que estas “son de una naturaleza didáctico-matemática, puesto que los conocimientos de los profesores sobre aspectos cognitivos y afectivos de los estudiantes, las interacciones y los recursos, etc., siempre van estrechamente vinculados a las matemáticas que son objeto de enseñanza-aprendizaje” (p. 99). Por tanto, en ellas se imbrican saberes referidos a las matemáticas escolares y su enseñanza, lo que permite sistemáticamente al profesor reflexionar sobre sus prácticas y adecuarlas al contexto donde se desempeña.

En el trabajo de Godino *et al.* (2016), se propone el modelo CCDM como uno que pretende articular las diversas categorías de conocimientos y competencias didácticas del profesor de matemáticas a partir de los desarrollos teóricos e investigativos del EOS en lo referido a la formación de profesores según los avances logrados del modelo CDM. En estos trabajos y en los planteamientos de Godino *et al.* (2020), se presenta el EOS como el fundamento del modelo CCDM, y se determina que *las nociones de conocimiento y competencia se relacionan teniendo en cuenta las conexiones entre práctica y objeto*. También, se describen las herramientas que aporta para operacionalizar el modelo: *el sistema de prácticas (operativas y discursivas), la configuración de objetos y procesos matemáticos emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas; la configuración didáctica y la idoneidad didáctica*.

Otro de los aspectos importantes del trabajo anterior está en presentar la *competencia general de diseño e intervención didáctica*, la cual se configura a partir de cinco subcompetencias parciales: competencia de análisis de significados globales, competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas, competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas, competencia de análisis normativo y la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (Godino *et al.*, 2017). Cada una de estas competencias está ligada a las cinco nociones teóricas o herramientas propuestas en el EOS, tal como se muestra en la figura 3.

Figura 3

Componentes de la competencia de análisis e intervención didáctica



Nota. Fuente: Godino *et al.*, 2016, p. 295

En el trabajo de Godino *et al.* (2017), se discute sobre las oportunidades que ofrece el CCDM en términos de los procesos de formación para que los profesores de matemáticas aprendan y desarrollen los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas descritos en el modelo; para ello, se resalta la necesidad de diseñar e implementar procesos y dispositivos formativos que permitan, además del crecimiento profesional, la generación y transformación de las prácticas de enseñanza para el área de matemáticas a nivel institucional en la educación secundaria. En el trabajo se describen tres acciones formativas:

La primera se centra en el desarrollo de la competencia de reconocimiento de objetos y procesos en la resolución de un problema sobre fracciones (análisis ontosemiótico de las prácticas matemáticas); la segunda en el análisis y valoración de una experiencia de estudio de la semejanza de triángulos en secundaria, a partir de la información parcial ofrecida por

una videograbación. El tercer tipo de intervención formativa está relacionado con el análisis de la idoneidad didáctica de experiencias docentes vividas por los propios profesores en formación en la fase de prácticas de enseñanza. (Godino *et al.*, 2017, p. 103)

Sobre las acciones formativas orientadas al desarrollo de los conocimientos y competencias profesionales en el marco del modelo CCDM, se resalta que son secuencias en las cuales se planifica e interviene en varias sesiones: 1) se inicia con la presentación del problema didáctico motivo de estudio, para ello se emplean tareas con las cuales se exploran los conocimientos previos (personales); 2) luego se aborda el estudio y la discusión de documentos con los cuales se ejemplifican y presentan las herramientas e instrumentos, y 3) llegar así al momento de implementación de lo planificado.

En el caso de la primera acción formativa, se busca que los participantes puedan comprender las matemáticas que se ponen en juego en el desarrollo de la tarea y apoyar la puesta en común en clase; en la segunda, se pretende que de manera simultánea estudiantes para profesores de matemáticas puedan describir, explicar y valorar experiencias de aula globales para poner en juego las herramientas de configuración didáctica, dimensión normativa e idoneidad didáctica. Finalmente, se trata de que los participantes reflexionen sobre el diseño, implementación y evaluación de una experiencia de enseñanza de un tema específico en un contexto educativo fijado (Godino *et al.*, 2017).

4.3.2 Sobre el concepto de competencias y sus características

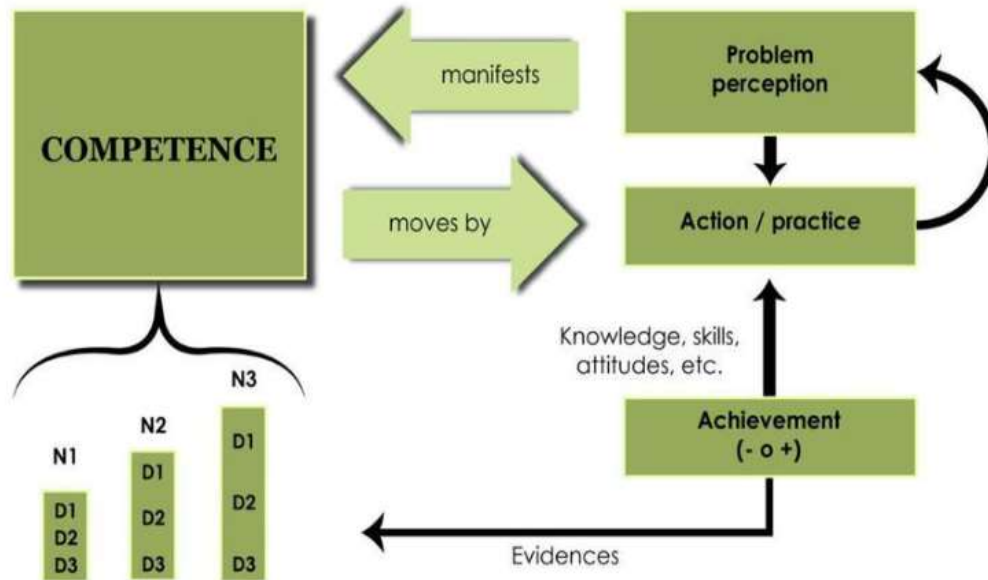
Font (2018) propone que el profesor de matemática debe estar preparado para atender problemas didácticos básicos en la enseñanza de esta materia y, en consecuencia, señala que para ello debe desarrollar una serie de competencias específicas, no sin antes atender dos cuestiones que son claves para desarrollar el modelo CCDM: “1. ¿cómo se entiende la noción de competencia? y 2. ¿Cuáles son las competencias clave que debe tener el profesor de matemáticas?” (p. 750). En atención a la primera pregunta

La competencia en el modelo CCDM se entiende desde la perspectiva de la acción competente, considerándola como el conjunto de conocimientos, disposiciones, etc. que permite el desempeño eficaz en los contextos propios de la profesión de las acciones citadas

en su formulación. Se trata de una potencialidad que se actualiza en el desempeño de acciones eficaces (competentes). (Font, 2018, p. 750)

En esta dirección, Font *et al.* (2015) hacen referencia a un grupo de características asociadas a la noción de competencia que se ha expuesto, entre las cuales se tiene que la competencia sirve y se manifiesta a través de la acción, son presentadas mediante los desarrollos personal y social, aluden a un contexto de aplicación y su carácter es integrador al implicar conocimientos teóricos, conceptuales y procedimentales. Además, las competencias, conllevan la posibilidad de traslado y aplicación a diferentes situaciones o problemas y, tienen la condición de ser dinámicas y por tanto el desarrollo de la competencia es gradual. Otro aspecto que se propone es la necesidad para operacionalizar el concepto de competencia, lo que hace necesario tener una caracterización, de cierta manera con estructura sistemática, que posibilite su desarrollo y evaluación a partir de imbricar elementos como la definición, los niveles de desarrollo y los descriptores.

En los dos trabajos anteriores y también en lo señalado por Pochulu *et al.* (2016), emerge la necesidad de que el análisis, desarrollo y evaluación de una competencia profesional debe partir de cierto tipo de tareas que posibiliten la percepción de un problema profesional que se quiere solucionar. Al pretender resolverlas, estas tareas deben movilizar en el profesor en ejercicio o formación diferentes habilidades, conocimientos y actitudes que se articulan entre sí, lo que le permiten la descripción, explicación, valoración y mejoramiento de los procesos instructivos. Las ideas sobre la noción de competencia y su operacionalización se representan en la figura 4.

Figura 4*Conceptualización de competencias*

Nota. Fuente: Seckel y Font (2015)

Para atender el segundo cuestionamiento referido a las competencias claves, Font (2018) postula:

En el modelo CCDM se considera que las dos competencias clave del profesor de matemáticas son la competencia matemática y la competencia de análisis e intervención didáctica, siendo el núcleo fundamental de esta última (Font, 2011; Breda, *et al.*, 2017): diseñar, aplicar y valorar secuencias de aprendizaje propias y de otros, mediante técnicas de análisis didáctico y criterios de calidad, para establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y plantear propuestas de mejora. (pp. 750-751)

Respecto a la segunda competencia clave, Giacomone *et al.* (2018), siguiendo los planteamientos de Godino *et al.* (2016), la presentan como la “competencia para la reflexión global sobre la práctica docente, su valoración y mejora progresiva” (p. 2). En este contexto, y para lograr la reflexión adecuada de los profesores frente a las tareas profesionales, deben adquirir y desarrollar diversos conocimientos, es decir, el desarrollo de esta competencia “implica poner en acción

conocimientos relacionados con las dimensiones didáctica y metadidáctico-matemática del modelo” (Pino-Fan *et al.*, 2022).

4.3.3 Investigaciones sobre la subcompetencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica

Beltrán-Pellicer y Giacomone (2018) investigaron sobre un proceso de formación para iniciar a los participantes en el desarrollo de la competencia de reflexión sobre la práctica docente, para lo cual usaron la noción de idoneidad didáctica, cuyo dominio como herramienta teórica y metodológica está ligado a la *competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica* (CAVID), esto es, la competencia para la reflexión global sobre la práctica didáctica, su valoración y mejora progresiva (Godino *et al.*, 2016). El estudio realizado a nivel exploratorio se basa en el método de investigación de diseño para la organización del dispositivo formativo implementado.

Giacomone *et al.* (2018) reportaron hallazgos al pretender describir, analizar y evaluar la implementación de un *diseño formativo* para iniciar el desarrollo de la competencia de análisis y reflexión didáctica de futuros profesores de matemáticas de educación secundaria, cuya problemática abordada se incrusta en el campo de la formación de profesores de matemáticas que se interesa por los aspectos y propuestas que les permiten describir qué sucede y por qué en determinados contextos educativos. En tal sentido, expresan que “muchas de estas propuestas no determinan pautas para que los participantes, ya sean estudiantes en formación, profesores en ejercicio o formadores de profesores, valoren la pertinencia y propongan mejoras de la situación a la cual refieren” (p. 3). Además, señalan la inconveniencia para la formación por el no uso de herramientas e instrumentos, o su uso inadecuado, que guíen de manera particular y puntual la reflexión profesional de un proceso de estudio que le permita ser sistemática.

Conforme a lo planteado, una de las preguntas de investigación que estudian Giacomone *et al.* (2018) es ¿qué herramientas teóricas podrían estar al alcance de los futuros profesores de matemáticas que les ayuden a reflexionar, de manera sistemática, sobre los procesos educativos que se llevan a cabo? Respecto de los hallazgos, establecen que “el sistema de facetas, componentes e indicadores de *idoneidad didáctica* permite poner en acción puntos de decisión claves para la reflexión y la apertura hacia la introducción de cambios fundamentados” (p. 17). En este sentido,

se puede considerar que la reflexión y las transformaciones frente al proceso de instrucción de las matemáticas implica aplicar adecuadamente herramientas como la idoneidad didáctica y todos los elementos que hacen parte del sistema que este constructo comporta.

La investigación realizada por Malet *et al.* (2021) sobre el estado de desarrollo de la idoneidad didáctica mediante el análisis de contenido destaca entre los resultados que una de las categorías con especial interés muestra “una evolución en el uso del constructo: de consignas generales para el desarrollo de la competencia de análisis didáctico, hacia consignas más específicas referidas al desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica” (p. 21). Tal resultado evidencia el nivel de avance en el uso del constructo idoneidad didáctica, inicialmente como una herramienta para desarrollar la competencia de análisis didáctico en la formación docente para luego consolidarse como una herramienta promotora de miradas y criterios más refinados (microscópicos) que son propios en el desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica. Terminan señalando que esta evolución ocurre a partir del año 2017 por la publicación de trabajos que presentan el modelo CCDM.

Entre los trabajos más recientes desarrollados en el marco del modelo CCDM que brindan aportes relevantes al estudio de las competencias claves y, sin duda, a la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, se encuentran los de Font *et al.* (2018) y Pino-Fan. (2022), los cuales brindan herramientas para evaluar y caracterizar las competencias claves señaladas en el modelo. En el primer caso, la herramienta que se propone es denominada *registro tabular del modelo CCDM* (RT-CCDM), la cual sintetiza el sistema de categorías y subcategorías de dicho modelo. En el segundo, se presenta *una macroherramienta para caracterizar y desarrollar competencias clave para la práctica del profesor de matemáticas* (MH-CC-CCDM), la cual es una herramienta teórico-metodológica que operacionaliza de manera combinada las categorías de conocimientos y competencias claves postulados en el modelo CCDM.

En general, las investigaciones y trabajos dirigidos al estudio particular sobre la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID) aún se encuentran en su fase inicial, ya que el interés sobre este tema vino con la aparición del modelo CCDM propuesto en varios trabajos en el año 2017, lo que explica que todavía no sea numerosa la producción investigativa académica. En la mayoría de los casos, los estudios van dirigidos a la descripción de las competencias claves, en particular, las competencias de análisis e intervención didáctica, con

especial interés hacia las miradas descriptivas y explicativas (dimensión didáctica que es un componente del modelo CCDM).

Otra razón plausible frente al bajo desarrollo de investigaciones se encuentra en la complejidad que esta subcompetencia encierra para su desarrollo, al punto de que su dominio requiere y posibilita articular todo el entramado y sistema que se generan en torno a la noción de idoneidad didáctica y sus criterios epistémicos, cognitivos, efectivos, interaccionales, mediacionales y ecológicos. Además, esta competencia equipa al profesor en formación o en ejercicio con herramientas para reflexionar sobre su práctica y la de los demás, con lo cual pasa de los análisis descriptivos y explicativos a las acciones valorativas y propositivas que conllevan mejores procesos educativos en el área de matemáticas.

5 Marco teórico

5.1 El enfoque ontosemiótico -EOS- y la formación de profesores de matemáticas

5.1.1 Generalidades y fundamentos del EOS

El enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemáticos es un sistema teórico que aborda los problemas referidos a la didáctica de las matemáticas y que articula el estudio de los problemas epistemológicos, ontológicos, semióticocognitivos y educativos implicados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Godino *et al.*, 2020, 2018; y Godino, 2012). En el enfoque, es de interés “el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos” (Godino *et al.*, 2007, p. 1). Al referirse al modelo en términos de su conceptualización, Godino (2009) expone:

El EOS es un marco teórico que propone articular diferentes puntos de vista y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje. Se adopta una perspectiva global, teniendo en cuenta las diversas dimensiones implicadas y las interacciones entre las mismas. Con dicho fin incluye, a) Un modelo epistemológico sobre las matemáticas basado en presupuestos antropológicos/ socioculturales; b) Un modelo de cognición matemática sobre bases semióticas; c) Un modelo instruccional sobre bases socioconstructivistas; d) Un modelo sistémico-ecológico que relaciona las anteriores dimensiones entre sí y con el trasfondo biológico, material y sociocultural en que tiene lugar la actividad de estudio y comunicación matemática. (p. 20)

La modelización del conocimiento matemático en sus facetas epistémica (institucional) y cognitiva (personal) son aspectos fundamentales en el EOS, para lo cual se asume a partir de una mirada antropológica según la cual la matemática es entendida como actividad humana, pero también ontosemiótica dado que se acepta que las nociones de objeto y significado son centrales en este marco. En tal sentido, es plausible considerar que las categorías del conocimiento, y también las competencias didáctico-matemáticas, vienen de esta modelización (Godino, 2009; Pino-Fan y Godino, 2015). Es importante indicar que este enfoque, entendido como sistema teórico dentro del

campo de la Didáctica de la Matemática, se preocupa por relacionar diferentes perspectivas y nociones teóricas sobre el conocimiento matemático, su enseñanza y aprendizaje, con lo cual toma como punto de partida “la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado” (Godino *et al.*, 2007, p. 123).

En el marco que establece el EOS, y dentro de sus elementos centrales, se ha postulado un grupo de principios que lo orientan y están en las bases que determinan la manera de abordar los problemas y fenómenos que se estudian en el campo de la Didáctica, entendida como disciplina científica y tecnológica (Godino *et al.*, 2007; 2020; Godino, 2012). En la tabla 11, se presentan los problemas y principios epistemológico, ontológico, semiótico-cognitivo, educativo-instruccional, ecológico y de optimización de la instrucción, así como la formación de profesores.

En este contexto, un tema de particular interés en esta tesis es el *Problema de la Formación de Profesores*, del cual Godino *et al.* (2020) han señalado la importancia y necesidad de que la investigación en didáctica aborde “el problema de la formación de profesores como un medio fundamental de incidir sobre la práctica educativa” (p. 12); de ahí que la mirada está dirigida a indagar sobre los conocimientos y competencias que deben tener y desarrollar para que los procesos de enseñanza y aprendizaje sean óptimos. Con base en esto, y producto de varios años de investigación, se formula un *cuestionamiento sobre el problema de la formación de profesores* (QFP) a partir del cual Godino *et al.* (2020) proponen de forma sistemática varios principios (PFP) relevantes para estudiar el problema señalado:

QFP: ¿Qué conocimientos y competencias deberían tener los profesores para optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?

La perspectiva global sobre la investigación y la práctica de la educación matemática que adopta el EOS lleva a formular los siguientes principios sobre la cuestión de la formación de profesores:

PFP1: La formación de profesores debería tener en cuenta las diferentes dimensiones, fases, facetas y niveles de análisis implicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

PFP2: Los profesores deben tener los conocimientos didáctico-matemáticos necesarios para analizar y comprender los procesos instruccionales y las competencias profesionales necesarias para una acción idónea sobre dichos procesos. (p.12)

A partir de estos interrogantes y principios, en el marco del enfoque EOS, se expone que la competencia y el conocimiento se relacionan teniendo en cuenta las conexiones y la articulación entre práctica y objeto (Godino *et al.*, 2016). Tales posicionamientos se derivan, como se ha señalado, de las aproximaciones antropológica y ontosemiótica que tiene el enfoque frente a los problemas y fenómenos didácticos y educativos, por lo cual se requiere estudiar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas articulando diferentes ópticas (epistemológica, ontológica, semiótica-cognitiva y educativa). El interés por *los conocimientos y competencias que deberían tener los profesores para optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* es un tema que se viene trabajando desde los inicios del EOS y que se ha consolidado desde los trabajos en el *modelo de los conocimientos didácticos-matemáticos del profesor* (CDM) y, posteriormente, en el *modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas* (CCDM).

En el EOS, en lo referido a la labor del profesor de matemáticas y vista como una competencia, se tiene como premisa que este pueda “analizar la actividad matemática al resolver los problemas, identificando las prácticas, objetos y procesos puestos en juego, y las variables que intervienen en los enunciados, a fin de formular nuevos problemas y adaptarlos a cada circunstancia educativa” (Godino *et al.*, 2017, p. 92). Para su desarrollo, tal competencia conjuga varios aspectos teóricos y metodológicos cuyo dominio e implementación la convierten en un desafío mayor para los profesores y las instituciones donde se prepara profesionalmente; un ejemplo de estos retos es que pueda ejecutar procesos de análisis de los propios conocimientos matemáticos y reconocer el papel central de la resolución de problemas en la generación del conocimiento.

Tabla 11

Problemas y principios en didáctica en el marco del EOS

Problemas	Principios
Problema epistemológico (PE)	PE1: La matemática es una actividad humana centrada en la resolución de cierta clase de situaciones-problema. La realización de dicha actividad se concreta en la

	<p>puesta en acción de sistemas de prácticas mediante los cuales se da respuesta a la situación-problema planteada.</p> <p>PE2: Las prácticas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución. No hay instituciones sin personas, ni personas desligadas de las diversas instituciones de las que de forma inevitable forman parte (familia, escuela, etc.).</p> <p>PE3: La resolución de problemas se realiza mediante la articulación de secuencias de prácticas. Tales secuencias de prácticas tienen lugar en el tiempo y se consideran en muchos casos como procesos, los cuales a su vez se pueden descomponer en subprocesos. El megaproceso de resolución de problemas se puede descomponer en procesos más básicos (significación, conjeturación, representación, argumentación, etc.).</p>
Problema ontológico (PO)	<p>PO1: En las prácticas matemáticas intervienen diversas clases de objetos que cumplen diferentes roles: instrumental/representacional; regulativo (fijación de reglas sobre las prácticas), explicativo, justificativo.</p> <p>PO2: La configuración ontosemiótica permite articular las nociones de práctica, objeto y proceso, así como las dualidades desde las cuales se pueden considerar dichas ideas para el análisis institucional y personal de la actividad matemática.</p>
Problema semiótico-cognitivo (PSC)	<p>PSC1: El conocimiento de un objeto O por parte de un sujeto X (sea individuo o institución) sería el conjunto de funciones semióticas que X puede establecer en las que se pone en juego O como funtivo (expresión o contenido). Cada función semiótica implica un acto de semiosis por un agente interpretante, constituye un conocimiento y depende de las circunstancias fijadas en el acto de interpretación.</p> <p>PSC2: La correspondencia entre un objeto y el sistema de prácticas donde interviene tal objeto se interpreta como el “significado de dicho objeto” (institucional o personal).</p>
Problema educativo-instruccional (PEI)	<p>PEI1: Se postula que el aprendizaje tiene como finalidad la apropiación por los estudiantes de los significados y objetos institucionales que les permitan afrontar la solución de determinados problemas y desarrollarse como persona.</p> <p>PEI2: El estudio de los significados personales de los estudiantes es un componente esencial de la problemática educativa, ya que la apropiación de los significados institucionales pretendidos está condicionada por los significados personales iniciales de los estudiantes.</p>
Problema ecológico(PEC)	<p>PEC1: La identificación de la trama de factores y normas que condicionan los procesos de instrucción se considera esencial para</p> <ul style="list-style-type: none"> - Valorar la pertinencia de las intervenciones de profesores y estudiantes, teniendo en cuenta el conjunto de factores y normas que condicionan la enseñanza y el aprendizaje. - Sugerir cambios en los tipos de normas que ayuden a mejorar el funcionamiento y control de los procesos de instrucción, con vistas a una evolución de los significados personales hacia los significados institucionales pretendidos.

	- Identificar formas de actuar sobre algunos factores que influyen el sistema: por ejemplo, maneras de mejorar las actitudes de los alumnos o de atender a los estudiantes con mayor o menor capacidad que el promedio.
	POA1: Los principios y los recursos instruccionales no se consideran como reglas o leyes generales, inferidas de manera positivista, sino como criterios de idoneidad o actuación preferente sobre los cuales se ha generado un cierto consenso en la comunidad de educación matemática.
Problema de optimización del proceso de instrucción(POA)	POA2: Tales criterios tienen que ser aplicados localmente, por lo que se deben adaptar e interpretar por parte del profesor, y se refieren a cada una de las facetas implicadas en los procesos de instrucción matemáticos: epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional.
	POA3: Los significados de los objetos institucionales pretendidos en cada contexto educativo deben ser una muestra representativa del significado de referencia global del objeto y tener en cuenta las restricciones de los contextos y sujetos implicados.
	PFP1: La formación de profesores debería tener en cuenta las diferentes dimensiones, fases, facetas y niveles de análisis implicados en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Problema de formación de profesores (PFP)	PFP2: Los profesores deben tener los conocimientos didáctico-matemáticos necesarios para analizar y comprender los procesos instruccionales y las competencias profesionales necesarias para una acción idónea sobre dichos procesos.

Nota. Adaptado de Godino *et al.* (2020)

Los problemas y principios señalados permiten indagar “cuestiones prácticas relacionadas con el diseño, implementación y evaluación de procesos de instrucción matemática de una manera fundamentada consideramos necesario plantear previamente problemas de índole teórica sobre la propia matemática, la naturaleza del conocimiento matemático y de su aprendizaje” (Godino 2022, p. 6). Los planteamientos anteriores pueden considerarse como respuestas parciales a cuestiones como ¿cómo emerge y se desarrolla la matemática? ¿Qué es un objeto matemático? ¿Qué tipos de objetos intervienen en las prácticas matemáticas? ¿Qué es conocer un objeto matemático? Y ¿qué significa el objeto O para un sujeto en un momento y circunstancias dados? (Godino *et al.*, 2020).

A manera de síntesis, se puede decir que el enfoque ontosemiótico (EOS) es un marco teórico y metodológico amplio e integrador que organiza e imbrica nociones de otras perspectivas, teorías, enfoques y modelos para poder investigar y proponer acciones de mejoras a los procesos de aprender y enseñar matemáticas. Para ello, y usando la metáfora de la *caja de herramientas*, se pretende consolidar un sistema de herramientas conceptuales y metodológicas que, al ser aplicadas pertinentemente ante problemas educativos en el área de matemáticas cuando se realiza un análisis

didáctico, permita un análisis en los niveles macro y micro de los diferentes aspectos y dimensiones implicados en los fenómenos didácticos que ocurren dentro de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

5.1.2 Las herramientas del EOS y la formación de profesores

El enfoque EOS aparece con el propósito de aportar al campo de la didáctica de las matemáticas conocimientos en términos de principios y herramientas teóricas y metodológicas en torno a los fenómenos relativos a los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y de ayudar también a mejorar tales procesos (Godino, 2022; D'Amore y Godino, 2007). Estos procesos son gestionados por los profesores, quienes se preparan de forma sistemática para diseñar, implementar y evaluar los procesos de instrucción a fin de llevar a los estudiantes a lograr las metas de aprendizaje establecidas, tal y como lo han indicado Pochulo y Font (2022) cuando expresan que “entre las tareas habituales de un profesor se encuentra la planificación de procesos de enseñanza y aprendizaje, el diseño de secuencias didácticas, la gestión de la clase y la evaluación de los aprendizajes” (p. 19).

Godino (2009) propone un uso especial para las nociones del enfoque en el modelo CDM, por ello plantea que “las nociones teóricas del EOS deben ser vistas como herramientas de análisis y reflexión sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, y pueden ser utilizadas por los propios profesores para indagar sobre su propia práctica” (p. 20). En este contexto, el EOS es un enfoque que también aborda de manera trascendental el problema de la formación de profesores, es decir, sus construcciones teóricas y metodológicas aportan de una u otra manera a la comprensión y desarrollo de este tema-problema, especialmente porque se valora la incidencia del profesor en el proceso educativo ocurrido en el aula de clases. En esta dirección, Font *et al.* (2010), basados en las ideas de Schön (1983), precisan que “la reflexión de los profesores sobre su propia práctica docente es un requisito importante para la mejora efectiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje” (p. 2), lo que conlleva considerar que el enfoque cuando atiende los fenómenos y problemas de la didáctica de las matemáticas lo hace en relación también con la formación del profesor de matemáticas.

Es necesario indicar que son varios los trabajos adelantados en el marco del enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento matemático (D'Amore *et al.*, 2007; Font y Contreras, 2008; Godino *et al.*, 2007; Godino, *et al.*, 2009) en los que se han propuesto y aplicado para el análisis de procesos de instrucción los cinco niveles que están en su base y que se relacionan con las principales nociones teóricas que se tienen: 1) análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas, 2) elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos, 3) análisis de las trayectorias e interacciones didácticas, 4) identificación del sistema de normas y metanormas, y 5) valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción. Estos niveles y nociones teóricas son necesarios para comprender y realizar el *análisis didáctico* que el enfoque tiene dentro de sus herramientas; con ellos, los profesores pueden tener un mejor acercamiento y comprensiones (macro y microscópicas) sobre las prácticas que emergen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo que es indispensable que adquieran los conocimientos apropiados y desarrollen las competencias pertinentes.

Los niveles de análisis propuestos por el enfoque EOS se diseñaron para realizar un análisis completo o parcial que permita principalmente describir, explicar y valorar los procesos de instrucción. Los primeros cuatro niveles conllevan un análisis con énfasis en lo descriptivo y explicativo -¿qué ha ocurrido aquí y por qué?- de los problemas estudiados, en tanto el quinto comporta un análisis propositivo que permite, además de valorar lo que ha sucedido, hacer propuestas de mejora -¿qué se podría mejorar?- para futuros diseños e implementaciones (Font *et al.*, 2010).

5.1.3 El análisis didáctico como herramienta para la formación de profesores

El análisis didáctico en este enfoque es un dispositivo que permite que el profesor pueda de manera articulada usar conocimientos y desarrollar competencias en tanto aplica las herramientas y rutas que este le ofrece. En tal dirección, Godino *et al.* (2008), al referirse a las herramientas del EOS, explican que están siendo aplicadas en distintos programas de formación de profesores de matemáticas, teniéndose en cuenta que son útiles para la reflexión y análisis del diseño, la implementación y evaluación de la propia práctica docente. En este orden de ideas, es el profesor el principal actor y ejecutor del análisis didáctico; por tanto, el nivel del análisis que logre

dependerá de factores como los conocimientos que posea y el dominio que adquiera en la aplicación de las herramientas. Esta situación demanda la necesidad de ofrecer formación intencional y sistemática en estos aspectos.

La formación a la cual se hace alusión busca que los profesores en formación profesional, ya sea en los niveles de pregrado o postgrado, puedan generar procesos de reflexión sobre su propia práctica como consecuencia del desarrollo del análisis didáctico dentro de los parámetros que propone el enfoque que se asuma. Además de la reflexión como proceso, se desarrollan conocimientos que atienden las diversas facetas implicadas en el análisis, particularmente sobre la que se relaciona con el conocimiento del contenido especializado, de los estudiantes y de las interacciones en el aula, por señalar algunos (Font *et al.*, 2010). Según Etchegaray *et al.* (2019), otra de las potencialidades que este tipo de análisis ofrece es que “permite explicitar todos los objetos, relaciones y procesos duales que se ponen en funcionamiento en la actividad matemática, es decir, permite entrever la complejidad ontosemiótica de dicha actividad y anticipar conflictos semióticos potenciales que pueden surgir de la misma” (p. 108).

En esta tesis, el análisis didáctico se interpreta y aborda a partir de los planteamientos de Godino *et al.* (s. f.), quienes lo definen como el estudio sistemático de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de un contenido curricular –o de aspectos parciales del mismo– con unas herramientas teóricas y metodológicas específicas. Conforme a ello, el principal propósito del análisis es que el profesor tenga instrumentos y directrices para describir, explicar, valorar y mejorar dichos procesos (Font *et al.*, 2010; Pochulu y Font, 2011).

El análisis didáctico en el EOS convoca al profesor como analista crítico y competente, en cuyo rol al final de la cadena educativa toma decisiones y realiza las acciones que determinan las interacciones, experiencias y ambientes dentro de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Al respecto, Godino *et al.* (2006) proponen, a manera de hipótesis orientadora, que el profesor actúa como especialista en didáctica y debe tomar decisiones pertinentes atendiendo a las condiciones del contexto; por ello, expresan lo siguiente:

Ciertamente no disponemos de recetas de cómo enseñar, pero esto no significa que no tengamos ciertos conocimientos que nos permiten tomar algunas decisiones locales preferentes. Aceptamos la siguiente hipótesis metodológica: Fijadas unas circunstancias (sujetos, recursos, restricciones...), un “experto” en didáctica de la matemática puede

razonar (apoyándose en resultados teóricos contrastados empíricamente) que ciertas tareas y modos de interacción en el aula son preferibles a otras diferentes. (p. 2)

En consecuencia, el profesor de matemáticas puede razonar y decidir de acuerdo a su conocimiento (teórico-práctico) sobre la preferencia o no de ciertas decisiones en términos de tareas y acciones para la enseñanza. En este sentido, las decisiones que se esperan según el enfoque no son espontáneas, sino razonadas e inferidas a partir de un proceso sistemático de reflexiones y acciones que ocurren simultáneamente a lo largo del desarrollo de un *proceso de estudio*, lo cual se refiere al análisis que se realiza ante la *instrucción matemática* y, con ello, a los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos específicos organizados en el seno de sistemas didácticos (Godino *et al.*, 2006).

Como ya se mencionó, el análisis didáctico en el EOS se realiza en cinco niveles relacionados con las cinco nociones teóricas que están en su base: *sistemas de prácticas*, *configuración de objetos y procesos matemáticos*, *configuración y trayectoria didáctica*, *dimensión normativa e idoneidad didáctica*. (Godino *et al.*, 2008 y Godino 2012). En la tabla 12, se presentan los aspectos más relevantes involucrados en los niveles de análisis didáctico formulados en los diversos trabajos del EOS (Godino *et al.*, 2008; Font *et al.*, 2010; Godino, 2012; y Pochulu y Font, 2022).

Tabla 12

Niveles de análisis, nociones teóricas y las acciones implicadas

Nivel	Acciones implicadas
<p><i>Nivel 1.</i> Identificación de prácticas matemáticas. <i>Sistemas de practicas</i></p>	<p>Identificar prácticas matemáticas realizadas y de ellas los significados personales e institucionales al resolver problemas matemáticos y en la comunicación de soluciones a otras personas.</p>
<p><i>Nivel 2.</i> Identificación de objetos y procesos matemáticos. <i>Configuración de objetos y procesos matemáticos</i></p>	<p>Describir la complejidad de las prácticas matemáticas tomando en consideración la diversidad de objetos y procesos, así como de tipologías de unos y otros orientadas a la resolución de un tipo de situaciones-problema y de los significados matemáticos involucrados.</p>
<p><i>Nivel 3.</i> Descripción de interacciones en torno a conflictos. <i>Configuración y trayectoria didáctica</i></p>	<p>Se describen los patrones de interacción (alumno-alumno, alumno-profesor) y el modo en que se relacionan con los aprendizajes de los estudiantes (trayectorias cognitivas). Asimismo, se describen y explican los conflictos semióticos que se producen en la clase. Se tienen en cuenta las dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica.</p>

<i>Nivel 4. Identificación de normas. Dimensión normativa</i>	Se describe, estudia y explica la trama de normas y metanormas que soportan y condicionan las configuraciones didácticas, así como su articulación en trayectorias didácticas (según las dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica).
<i>Nivel 5. Valoración de la idoneidad interaccional del proceso de instrucción. Idoneidad didáctica</i>	Se aplican los criterios de idoneidad didáctica que permiten valorar el nivel de adecuación y pertinencia de los procesos de instrucción efectivamente realizados y guiar su mejora progresiva.

Nota. Adaptado de Godino *et al.* (2008); Font *et al.* (2010); Godino (2012) y Pochulu y Font (2022)

Otro aspecto de importancia que merece ser reiterado es que el análisis didáctico puede tener un alcance descriptivo-explicativo o valorativo-propositivo. Según Font *et al.* (2010), es descriptivo y explicativo cuando la secuencia avanza del primer nivel de análisis hasta el cuarto, lo que sirve para comprender y responder a la pregunta ¿qué ha ocurrido aquí y por qué?; y es valorativo-propositivo cuando se avanza del quinto nivel al primero y se responde a la pregunta ¿qué se podría mejorar? pero también ¿cómo mejorar? En la figura 5 se representa lo descrito.

Figura 5

Alcances del análisis didáctico según la secuencia desarrollada



5.2 El modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM)

5.2.1 El modelo CCDM para la articulación de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor

Frente al interés por el problema de la formación de profesores, en el EOS el desarrollo de trabajos de investigación en las últimas dos décadas ha tenido una importante producción y avances, tal como se evidencia en varios de los múltiples trabajos realizados (Godino *et al.*, 2017; Breda *et al.*, 2017; Pino-Fan *et al.*, 2015; Pino-Fan y Godino, 2015; Godino *et al.*, 2017).

El surgimiento de tales trabajos es consecuencia del abordaje particular del problema sobre la formación de profesores, e indirectamente de los demás problemas que el EOS ha planteado, expuestos en la tabla 1, porque se considera que en el campo de la didáctica el estudio de la formación profesores es necesario dado que el profesorado es un actor y medio fundamental que incide sobre la práctica educativa (Godino *et al.*, 2020). Las investigaciones en esta dirección, y en particular sobre los conocimientos y competencias, vienen estudiando problemas a partir de cuestionamientos como los siguientes: “¿*Qué conocimientos y competencias deberían tener los profesores para optimizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?*” (Godino *et al.*, 2020), “¿*Qué conocimientos y competencias docentes ponen en juego los profesores cuando describen, explican y valoran la práctica docente?*” (Fon *et al.*, 2018, p. 24) y “¿*Cuáles son las competencias claves que deben tener los profesores de matemáticas?*” (Pino-Fan *et al.*, 2022, p. 4).

Frente al tema de los conocimientos, Godino (2009) ha señalado cuestionamientos ante la generalidad con la cual las investigaciones han abordado este tema, lo cual no favorece el análisis de las relaciones entre los diversos y complejos componentes que integran los conocimientos; por ello, plantea la necesidad de establecer un modelo con elementos más específicos y detallados, así:

Los modelos de conocimiento matemático para la enseñanza elaborados desde las investigaciones en educación matemática incluyen categorías muy generales. Consideramos que sería útil disponer de modelos que permitan un análisis más detallado de cada uno de los tipos de conocimientos que se ponen en juego en una enseñanza efectiva (proficiente, eficaz, idónea) de las matemáticas. Ello permitiría orientar el diseño de acciones formativas y la elaboración de instrumentos de evaluación de los conocimientos del profesor de matemáticas. (p.19)

Como consecuencia de los cuestionamientos, se propone el modelo de los conocimientos didáctico-matemáticos del profesor (CDM), en el cual se establecen categorías que se relacionan con los tipos de herramientas de análisis elaboradas en el seno del *enfoque ontosemiótico* (EOS) y se asume que el uso de cada una pone en juego conocimientos didáctico-matemáticos (Pino-Fan y Godino, 2015); además, el modelo organiza y caracteriza los conocimientos del profesor en torno a las *dimensiones matemática, didáctica y metadidáctico-matemática*. Este modelo, según Castro *et al.* (2018), tiene usos prácticos especialmente en lo que refiere al diseño e implementación de programas de formación inicial y formación continua, teniendo en cuenta que propone de forma sistemática criterios para analizar el conocimiento del profesor correspondiente a cada faceta.

Según Pino-Fan y Godino (2015), la estructura y organización de los conocimientos en el modelo CDM en la *dimensión matemática* tiene dos subcategorías de conocimientos: conocimiento común del contenido y conocimiento ampliado del contenido, mientras que la *dimensión didáctica* se integra de seis, así:

- 1) conocimiento especializado de la dimensión matemática (faceta epistémica)
- 2) conocimiento sobre los aspectos cognitivos de los estudiantes (faceta cognitiva)
- 3) conocimiento sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes (faceta afectiva)
- 4) conocimiento sobre las interacciones que se suscitan en el aula (faceta interaccional)
- 5) conocimiento sobre los recursos y medios que pueden potenciar los aprendizajes de los estudiantes (faceta mediacional)
- 6) conocimiento sobre los aspectos curriculares, contextuales, sociales, políticos, económicos... que influyen en la gestión de los aprendizajes de los estudiantes (faceta ecológica). (Pino-Fan y Godino, 2015, pp. 98-99)

La *dimensión metadidáctica*, en términos de Castro *et al.* (2018), se relaciona con los conocimientos que subyacen en el contexto educativo y que permiten visionar los aspectos y factores que pueden incidir en los procesos de enseñanza y aprendizaje, entre los cuales están los entornos social y cultural de los estudiantes; además, en esta faceta se consideran las normas sociales y curriculares de carácter institucional que actúan como reguladoras para la gestión de clase del profesor. Otro de los aspectos considerados en estos conocimientos es que se articulan con las normas y metanormas de carácter epistémico, ecológico, cognitivo, interaccional,

mediacional y afectivo. Esta importante dimensión, en síntesis, incluye conocimientos relacionados con la capacidad del profesor para repensar su propia práctica, visionar las mejoras en sus prácticas de enseñanza y, por tanto, en la necesidad de cualificarse constantemente.

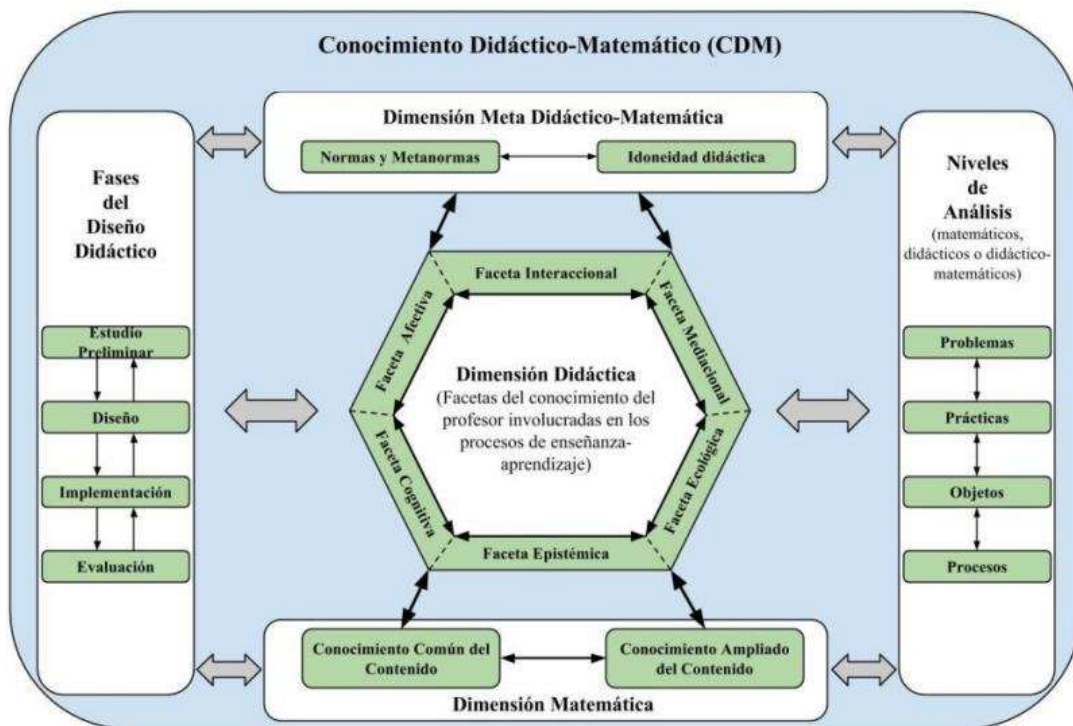
Conforme a lo señalado en varias ideas de esta tesis, y con el fin de concretar la noción del conocimiento didáctico-matemático, se asume la propuesta de Pino-Fan *et al.* (2010) para establecer una descripción sobre lo que es este conocimiento, varios de sus elementos y la manera como emerge en las prácticas del profesor:

El CDM viene a ser la trama de relaciones que se establecen entre los distintos objetos matemáticos primarios [y los procesos de significación], que se ponen en juego en las prácticas operativas y discursivas del profesor, realizadas con el fin de resolver un determinado campo de situaciones problemáticas para implementar procesos de instrucción eficaces (idóneos) que faciliten el aprendizaje de los estudiantes. (p. 209)

En la figura 6 se representan los aspectos fundamentales del CDM relacionados con las dimensiones y componentes que lo integran.

Figura 6

Dimensiones y componentes del conocimiento didáctico-matemático (CDM)



Nota. Fuente: Pino-Fan y Godino (2015, p. 12)

Inicialmente, los trabajos se dirigieron a estudiar los conocimientos que debía tener y desarrollar un profesor de matemáticas, por lo que aparece el modelo de los conocimientos didáctico-matemáticos del profesor (CDM) pero con los avances; según lo señalan Godino *et al.* (2018), este se ha presentado y constituido como una *herramienta teórico-metodológica* para caracterizar los conocimientos y, consecuentemente, posibilitó establecer y desarrollar las competencias claves. En tal sentido, se considera natural asumir el modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (CCDM) del profesor como una ampliación del modelo CDM sobre los conocimientos del profesor, con la cual se presenta el enfoque EOS como el fundamento del modelo CCDM, y se determina que las *nociones de conocimiento y competencia* se relacionan teniendo en cuenta las conexiones entre *práctica y objeto* que están en la base del EOS (Godino *et al.*, 2020).

5.2.2 Elementos fundamentales del modelo CCDM y las competencias claves

El desarrollo del modelo CCDM, como se ha señalado, responde a la necesidad de establecer una posición frente al tema de la articulación entre los conocimientos y las competencias que debe tener un profesor de matemáticas para desempeñarse adecuada y pertinentemente en su hacer educativo. En esta dirección, Pino-Fan *et al.* (2022) presentan algunos de los cuestionamientos que se han generado y que han conducido a la investigación de este tema:

¿Cuáles son las competencias matemáticas y didácticas que exhibe un docente al momento de enseñar? ¿Cómo se vinculan los estudios sobre el conocimiento de los docentes con las competencias? ¿Cómo estamos considerando y estudiando las competencias didácticas y matemáticas de los docentes? ¿Qué se entiende por la noción de competencia? ¿Cuáles son las competencias críticas que deben tener los profesores de matemáticas? (pp. 2, 4)

En este orden de ideas, ante el cuestionamiento *¿Qué se entiende por la noción de competencia?* aparecen varios trabajos en el marco del modelo CCDM y del EOS que se aproximan al concepto, particularmente, con la mirada que propone Font (2012, 2018), siguiendo la clasificación de Weinert (2001), que establece que los enfoques por competencias se organizan en tres líneas o grupos: a) Enfoque Cognitivo, b) Enfoque Motivacional y c) Enfoque Integral o de

Acción Competente. De acuerdo con las orientaciones del modelo CCDM en esta tesis, el concepto asumido corresponde al *enfoque integral o de acción competente*, para lo cual se define la competencia en los siguientes términos:

La competencia en el modelo CCDM se entiende desde la perspectiva de la acción competente, considerándola como el conjunto de conocimientos, disposiciones, etc. que permite el desempeño eficaz en los contextos propios de la profesión de las acciones citadas en su formulación. Se trata de una potencialidad que se actualiza en el desempeño de acciones eficaces (competentes). (Font, 2018, p. 750)

Con tal perspectiva y definición del término *competencia*, se garantiza que sea operativa y sistémica para permitir que su desglose en conceptos más específicos ayuden en su análisis, estudio y evaluación, tal como lo ha presentado el CCDM en términos de definición, componentes, niveles y descriptores (Pino-Fan *et al.*, 2022). Además, en esta dirección, y en concordancia con lo planteado por Seckel y Font (2016), la competencia debe estar referida a la práctica del profesor y a la solución de problemas profesionales, por ello expresan:

El punto de partida debe ser una tarea que produce la percepción de un problema profesional que se quiere resolver, para lo cual el futuro profesor debe movilizar habilidades, conocimientos y actitudes, para realizar una práctica que intenta dar solución al problema. Dicha práctica se habrá realizado con más o menos éxito (logro). Dicho logro se puede considerar una evidencia de que la persona puede realizar prácticas similares a las que están descritas por alguno de los descriptores de la competencia, el cual a su vez se suele asociar a un determinado nivel de competencia. (Seckel y Font. 2015, p. 12)

5.2.3 Competencias claves en el modelo CCDM y su desglose en subcompetencias

Las competencias claves en el modelo CCDM son aquellas que habilitan al profesor de matemáticas, en términos de conocimientos y acciones eficaces, para abordar problemas didácticos en la enseñanza de esta área o problemas profesionales (Fon *et al.*, 2018). Este término de competencia clave también ha sido implementado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD, por sus siglas en inglés y OCDE, en español) para referirse a un pequeño conjunto de competencias que están enraizadas en el entendimiento teórico de cómo se

las definen, y se caracterizan porque contribuyen a la consecución de resultados valiosos para sociedades e individuos, los ayudan a enfrentar importantes demandas en una amplia variedad de contextos y son relevantes tanto para los especialistas como para todos los demás, aparte de no estar determinadas por decisiones arbitrarias sobre las cualidades personales y las destrezas cognitivas deseables. En síntesis, son el resultado de englobar un amplio rango de competencias que se requieren para enfrentar los complejos desafíos del mundo de hoy (OCDE., s. f.).

Para el estudio de las competencias que debe desarrollar el profesorado de matemáticas en el modelo CCDM y atendiendo a los trabajos realizados (Breda *et al.*, 2017; Godino *et al.*, 2016; Font *et al.*, 2018 y Pino-Fan *et al.*, 2022), se indica que las dos competencias claves del profesor de matemáticas son la *competencia matemática* y la *competencia de análisis e intervención didáctica*, cuya materialización requiere que el profesor posea los conocimientos que le permitan, por un lado, describir y explicar lo que ha sucedido en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y, por otro, valorar lo que ha realizado y, a partir de eso, elaborar propuestas de mejora para futuras intervenciones.

La *competencia matemática* como competencia clave en el marco del modelo CCDM se caracteriza, según Pino-Fan *et al.* (2022), por imbricar los conocimientos de la *dimensión matemática* del modelo CDM, que permiten resolver los problemas matemáticos que podrían proponerse al enseñar, con el conocimiento que se instala en la *faceta epistémica de la dimensión didáctica*, el cual habilita al profesor para realizar acciones didácticas, como planificar las tareas y escenarios que se propondrán para el aprendizaje de los estudiantes. Esta competencia clave se constituye en tres subcompetencias, cada una con diferentes niveles de logro: (1) subcompetencia de resolución de tareas, (2) subcompetencia de proposición de problemas y (3) subcompetencia de análisis de prácticas para la resolución de problemas. Esta última está directamente relacionada con la subcompetencia de análisis de la actividad matemática, que hace parte de la competencia clave en análisis e intervención didáctica.

Según el trabajo de Pino-Fan *et al.* (2022), es necesario distinguir la competencia matemática que aprenden los estudiantes de la competencia matemática que desarrolla el profesor en ejercicio o en formación; con ello, es necesario reconocer en el segundo caso que la competencia está dirigida a la solución de problemas profesionales que involucran conocimientos de las dimensiones matemáticas y didáctica del modelo CDM, así como aspectos del currículo y del

contexto donde se desempeña el profesor. En esta dirección, los desafíos están relacionados con las tareas críticas para la actividad profesional del docente (diseñar, implementar y evaluar procesos de enseñanza de las matemáticas).

En consecuencia, la competencia matemática del docente requiere tanto el conocimiento involucrado en la dimensión matemática del modelo CDM -para resolver los problemas matemáticos que podría proponer a los estudiantes- como el conocimiento involucrado en la faceta epistémica de la dimensión didáctica del modelo CDM para planificar las tareas que se propondrán para el aprendizaje de los alumnos. Para ello, el docente deberá considerar la adecuación curricular, la riqueza de significados matemáticos de la noción estudiada, el contexto y los recursos. En la tabla 13, se presentan los principales elementos que están asociados en cada una de las tres subcompetencias que integran la competencia matemática según la propuesta de Pino-Fan *et al.* (2022).

Tabla 13

Elementos asociados a la competencia matemática

Subcompetencias de la competencia matemática del profesor	Elementos asociados a la subcompetencia
<i>Subcompetencia matemática resolución de tareas</i>	La resolución de problemas es el foco de atención. El docente es solucionador de tareas o problemas matemáticos escolares o de la matemática para enseñar.
<i>Subcompetencia de proposición de problemas</i>	El diseño de tareas es un elemento clave para lograr una enseñanza de calidad. Es relevante el diseño o selección y el análisis de las tareas (problemas, ejercicios y actividades) propuestas en el currículo (planes de estudio, libro de texto, documentos orientadores). El docente utiliza su conocimiento matemático especializado (faceta epistémica), considera los posibles conflictos o errores que enfrentarán los estudiantes en el desarrollo de las prácticas matemáticas (faceta cognitiva) y atiende los intereses y contextos de los estudiantes (faceta afectiva). Se consideran varios significados de las nociones matemáticas para crear o seleccionar tareas.
<i>Subcompetencia de análisis de prácticas para la resolución de problemas</i>	Relación directa con el análisis didáctico del proceso de estudio (<i>a priori, in situ, a posteriori</i>). Conecta con la segunda competencia clave sugerida por el modelo CCDM, la competencia de análisis e intervención didáctica. También cabe señalar que en el marco del análisis didáctico una tarea desafiante para el docente es analizar la actividad matemática de los estudiantes, lo que le permitiría evaluar adecuadamente las competencias matemáticas de sus estudiantes.

Nota. Adaptación de Pino-Fan *et al.*, 2022

Al referirse a la competencia global de análisis e intervención didáctica como competencia clave del profesor de matemáticas, Godino *et al.* (2018) plantean que está integrada por cinco sub-competencias:

Competencia de análisis de significados globales (basada en la identificación de situaciones-problemas y prácticas operativas, discursivas y normativas implicadas en su resolución); competencia de análisis Ontosemiótico de las prácticas (identificación de la trama de objetos y procesos implicados en las prácticas); competencia de gestión de configuraciones y trayectorias didácticas (identificación de la secuencia de patrones de interacción entre profesor, estudiante, contenido y recursos); competencia de análisis normativa (reconocimiento de la trama de normas y metanormas que condicionan y soportan el proceso instruccional); competencia de análisis de la idoneidad didáctica (valoración del proceso instruccional e identificación de potenciales mejoras). (p. 67)

La articulación de la competencia clave de análisis e intervención didáctica con los conocimientos didácticos-matemáticos del profesor se realiza mediante el uso de las nociones y herramientas establecidas en el enfoque EOS, las cuales, como lo señalan Godino *et al.* (2016), son las siguientes: *sistema de prácticas (operativas y discursivas), configuración de objetos y procesos, configuración didáctica, dimensión normativa e idoneidad didáctica*. En este sentido, el uso competente de cada una de estas conlleva el desarrollo de cinco subcompetencias: *competencia de análisis de significados globales, competencia de análisis ontosemiótico de prácticas matemáticas, competencia de análisis y gestión de configuraciones didácticas, competencia de análisis normativo y competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica*.

En el trabajo de Pino-Fan *et al.* (2022), se presenta como novedad en las competencias claves de análisis e intervención didáctica la integración de las *subcompetencias de análisis normativo* con la *subcompetencia de gestión de configuraciones y trayectorias didácticas* para dar origen a la subcompetencia denominada *análisis y gestión de la interacción y de su efecto sobre el aprendizaje*. Además, se propone la *subcompetencia en el uso y manejo de recursos*. En esta propuesta, que es un avance en este tema, se conserva la conexión con las nociones y herramientas del EOS que sustentan el modelo CCDM, pero se establecen niveles y descriptores para analizar y evaluar las competencias claves.

En la tabla 14, se presentan las propuestas de organización de la *competencia clave de análisis e intervención didácticas* que se han desarrollado en el modelo CCDM relacionadas con las principales herramientas y nociones expuestas en el EOS.

Tabla 14

Propuestas de organización de la competencia clave de análisis e intervención didáctica articuladas con las herramientas del EOS

Herramientas del EOS	Subcompetencias y elementos asociados según la propuesta de Godino <i>et al.</i> (2016)	Subcompetencias y elementos asociados según la propuesta de Pino-Fan <i>et al.</i> , (2022)
<p><i>Sistema de prácticas (operativas y discursivas)</i></p>	<p><i>Subcompetencia de análisis de significados globales</i></p> <p>Basada en la identificación de situaciones-problemas y prácticas operativas, discursivas y normativas implicadas en su resolución.</p> <p>Se activa ante los cuestionamientos:</p> <p>¿Cuáles son los significados del objeto matemático? ¿Cómo se articulan entre sí?</p>	<p><i>Subcompetencia en el análisis de la actividad matemática</i></p> <p>Esta implica lo descrito en la subcompetencia matemática 3 (<i>asociada al análisis didáctico del proceso de estudio a priori, in situ, a posteriori</i>); considera relevante el análisis de la práctica matemática planificada que desarrolla un estudiante respecto a la solución de una tarea.</p> <p>El docente pone en juego su conocimiento didáctico-matemático (CDM) para analizar la actividad matemática que puede surgir en cualquiera de las cuatro etapas del diseño didáctico.</p> <p>La competencia se activa al atender cuestiones como</p> <p><i>¿Cuáles son los significados parciales de los objetos matemáticos que se pretende enseñar? ¿Cómo se expresan juntos? ¿Cuáles son las configuraciones de los objetos y procesos matemáticos primarios involucrados en las prácticas que constituyen los diversos significados de los contenidos pretendidos (configuración epistémica)?</i></p>
	<p><i>Subcompetencia de análisis Ontosemiótico de las prácticas</i></p>	<p><i>Subcompetencia de análisis y gestión de la interacción y de su efecto sobre el aprendizaje</i></p>

<i>Configuración de objetos y procesos</i>	<p>Atiende la identificación de la trama de objetos y procesos implicados en las prácticas.</p> <p>Se activa ante los cuestionamientos:</p> <p>¿Cuáles son las configuraciones de objetos y procesos matemáticos implicados en la resolución que son característicos de los diversos significados de los contenidos pretendidos? (configuraciones epistémicas).</p> <p>¿Cuáles son las configuraciones de objetos y procesos puestas en juego por los alumnos en la resolución de los citados problemas? (configuraciones cognitivas).</p>	<p>Esta se refiere a la gestión y análisis de las interacciones y normas que regulan las interacciones.</p> <p>Los profesores tienen dominio del diseño y manejo de configuraciones didácticas.</p> <p>Los profesores deben volver a gestionar el análisis normativo de los procesos de instrucción matemática.</p> <p>La competencia se activa al atender cuestiones como ¿qué tipo de interacciones entre personas y recursos se implementarán en los procesos de instrucción y cuáles son las consecuencias en el proceso de aprendizaje? ¿Cómo se pueden gestionar las interacciones y los conflictos para optimizar el aprendizaje?</p>
<i>Configuración didáctica</i>	<p><i>Subcompetencia de gestión de configuraciones y trayectorias didácticas</i></p> <p>Atiende la identificación de la secuencia de patrones de interacción entre profesor, estudiante, contenido y recursos.</p> <p>Se activa ante los cuestionamientos:</p> <p>¿Qué tipos de interacciones entre personas y recursos se implementan en los procesos instruccionales y cuáles son sus consecuencias sobre el aprendizaje? ¿Cómo gestionar las interacciones para optimizar el aprendizaje?</p>	<p>¿Qué normas determinan los procedimientos de instrucción? ¿Quién, cómo y cuándo se establecen los criterios? ¿Qué y cómo se pueden cambiar para optimizar el aprendizaje matemático?</p>
Dimensión normativa	<p><i>Subcompetencia de análisis normativo</i></p> <p>Permite el reconocimiento de la trama de normas y metanormas que condicionan y soportan el proceso instruccional.</p> <p>Se activa ante los cuestionamientos:</p> <p>¿Qué normas condicionan el desarrollo de los procesos instruccionales? ¿Quién, cómo y cuándo se establecen las normas? ¿Cuáles y cómo se pueden cambiar para optimizar el aprendizaje matemático?</p>	<p><i>Subcompetencia en el uso y manejo de recursos</i></p> <p>Visionar oportunidades y desafíos para la enseñanza de las matemáticas mediante el uso de diversos recursos, como materiales, adaptaciones, manipulativos, <i>software</i> matemático, aplicaciones y calculadoras.</p> <p>Requiere articulación entre la competencia matemática del docente y las demás subcompetencias de análisis e intervención didáctica.</p>

		<p>Permite reflexionar sobre las posibilidades, desafíos y suposiciones complejas que conllevan los recursos didácticos.</p> <p>La competencia se activa al atender cuestiones como</p> <p>¿Es adecuado el tiempo destinado al estudio del objeto matemático? ¿Qué recursos se deben utilizar para promover el aprendizaje de un objeto matemático? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de los recursos que pretendo utilizar? ¿Cómo propongo espacios de trabajo colaborativo eficientes mediante el uso de recursos materiales o tecnológicos? ¿Qué obstáculos para la enseñanza y el aprendizaje plantea el uso de los recursos en consideración?</p>
	<p><i>Subcompetencia de análisis de la idoneidad didáctica</i></p>	<p><i>Subcompetencia de valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción</i></p>
Idoneidad didáctica	<p>Conlleva la valoración del proceso instruccional e identificación de potenciales mejoras.</p> <p>Se activa ante los cuestionamientos:</p> <p>¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado? ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de estudio para incrementar su idoneidad didáctica en un próximo ciclo de experimentación?</p>	<p>Se refiere a la competencia del docente para reflexionar sobre su práctica o la de otros en varios momentos del proceso de instrucción: <i>a priori, in situ y a posteriori</i>.</p> <p>Se atienden las cuestiones:</p> <p>¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje implementados? ¿Qué cambios se deben hacer en el diseño e implementación del proceso de instrucción para aumentar su idoneidad didáctica en el futuro?</p> <p>Esta subcompetencia integradora requiere todas las subcompetencias.</p>

Nota. Adaptado de Godino *et al.* (2016) y Pino-Fan *et al.* (2022)

Los planteamientos que se han generado para la competencia de análisis e intervención didáctica y su articulación con los conocimientos están alineados con la perspectiva de competencia en términos de la acción competente. Las acciones aparecen cuando el profesor asume las cuestiones que emergen en el proceso de estudio y que están ligadas a cada competencia, lo que lo lleva a reflexionar y dirigir la atención a las prácticas tanto matemáticas como didácticas, ya sea de carácter discursivo u operativo. En ambos casos, la realización eficiente de dichas prácticas

determina la disposición que se tiene para la realización de las acciones y, por tanto, de la competencia. Retomando las ideas expresadas por de Godino *et al.* (2016), se tiene que

La articulación de las competencias y conocimientos didácticos se puede hacer de manera natural en el marco del EOS. En efecto, las prácticas matemáticas y didácticas son entendidas como acciones del sujeto orientadas hacia el fin de resolver un problema o realizar una tarea (no son meras conductas o comportamientos). Estas prácticas pueden ser de tipo discursivo-declarativo, indicando la posesión de conocimientos, o de tipo operatorio-procedimental, indicando la posesión de una capacidad o competencia. Ambos tipos de prácticas están imbricados, de manera que la realización eficiente de prácticas operatorias conlleva la puesta en acción de conocimientos declarativos, los cuales se pueden referir a la descripción de los instrumentos usados o a resultados previamente obtenidos que deben ser activados. A su vez la comprensión de los conocimientos declarativos requiere que el sujeto esté enfrentado a las situaciones que proporcionan la razón de ser de tales conocimientos e implicado (disposición para la acción) en su resolución eficiente. (p. 296)

En el modelo CCDM, el rol del profesor tiene una gran relevancia para el desarrollo de las herramientas, conocimientos y competencias que se han generado, de ahí que precisa de un proceso de formación especial que atienda las orientaciones que se han formulado en las diferentes investigaciones; en esta dirección, se considera que, aparte de indicar o proponer un grupo de conocimientos y competencias, se requiere que sean aprehendidas y desarrolladas por los profesores en los contextos de sus prácticas profesionales, por ello se necesitan diseñar e implementar procesos formativos que contribuyan en los aprendizajes de los futuros profesores, pero usando herramientas como las formuladas en el EOS y que además generen avances en su preparación profesional e impliquen transformaciones hacia las nuevas prácticas de instrucción para la educación matemática (Godino, *et al.*, 2017).

5.3 La competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID)

5.3.1 Contextualización de la competencia CAVID en el marco del modelo CCDM

En el modelo CCDM, la competencia clave de análisis e intervención didáctica incluye la *subcompetencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica*, la cual, en relación con el problema de la formación de profesores planteado en el EOS, está dirigida a garantizar el equipamiento teórico y metodológico pertinente para que el profesorado logre, entre otras acciones, describir, explicar y proponer mejoras en los procesos de instrucción mediante el uso competente de las herramientas que propone el EOS y, en particular, la noción de idoneidad didáctica con su sistema de componentes e indicadores. Junto a las acciones señaladas, se imbrica la reflexión guiada y sistemática que el profesor debe tener sobre su propia práctica profesional y la de otros cuando se gestionan procesos de enseñanza y aprendizaje en sus diferentes momentos.

En la presente tesis, el problema y los objetivos planteados tienen como tema central esta subcompetencia, que en adelante denominamos solo *competencia*, en atención a su rol en la investigación, pero también por su naturaleza potencialmente integradora y relacional de las competencias claves en el modelo CCDM. La *competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica* (CAVID) requiere especial atención al considerar sus aportes para el adecuado uso y articulación de las herramientas que el EOS ofrece al desarrollo del análisis didáctico dentro de un proceso de estudio, con lo cual emergen oportunidades para avanzar en la mejora de la formación de los profesores de matemáticas.

Se ha señalado que la *competencia clave de análisis e intervención didáctica* se relaciona de manera particular con las dimensiones didáctica y metadidáctico-matemática del modelo CDM (Pino-Fan *et al.*, 2015) y que tiene como núcleo fundamental (Breda *et al.*, 2017) el diseño, la implementación y la valoración de las secuencias de aprendizaje propias y de otros, para lo cual se aplican el análisis didáctico y los criterios de calidad a fin de establecer ciclos de planificación, implementación, valoración y mejora. La atención de este núcleo en el marco del CCDM está abordada de manera explícita e intencional por la CAVID que, en términos de Pino-Fan *et al.* (2022), podría verse como la más compleja de desarrollar por la diversidad de aspectos que imbrica.

En general, los trabajos de la última década sobre la formación de profesores de matemáticas dentro de los modelos CDM y CCDM han discutido de manera especial sobre los *conocimientos* que debe tener y las *competencias* que deben desarrollar para desempeñarse de manera adecuada, con suficiencia y pertinencia en su práctica profesional. En este sentido, las

discusiones han impulsado la indagación y búsqueda de respuestas a interrogantes planteados por Font *et al.* (2018), Pino-Fan *et al.* (2022) y Godino *et al.* (2020) en relación con

- ¿Cuáles son los conocimientos y competencias que los docentes utilizan al describir, explicar y evaluar la práctica educativa?
- ¿Qué habilidades matemáticas y didácticas demuestra un profesor durante la enseñanza y, en particular, cuando planifica?
- ¿Qué conocimientos y competencias son necesarios para que los profesores mejoren los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas?

En relación con la CAVID, se exploran las siguientes preguntas centrales:

- ¿En qué medida son apropiados los métodos de enseñanza implementados en términos de su idoneidad didáctica?
- ¿Cuáles serían los ajustes necesarios en el diseño e implementación de la instrucción para mejorar su idoneidad didáctica en el futuro?

También se ha indagado sobre los espacios o dispositivos de formación que garanticen la adquisición de los conocimientos y el despliegue de las competencias identificados en las investigaciones, esto ocurre al asumir cuestionamientos como ¿qué herramientas teóricas podrían estar al alcance de los futuros profesores de matemáticas que les ayuden a reflexionar, de manera sistemática, sobre los procesos educativos que se llevan a cabo especialmente cuando planifica la enseñanza? ¿Qué tipo de acciones formativas serían necesarias y posibles de implementar en un programa de formación para iniciar a los futuros profesores en el conocimiento y la competencia para la reflexión sistemática sobre la práctica docente mediante el uso de herramientas y orientaciones particulares? (Giacomone *et al.*, 2018; Giacomone, 2018).

El estudio y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID) tiene en su base la noción de idoneidad didáctica como una herramienta de gran alcance para imbricar las demás herramientas implementadas en los procesos de estudio según lo orienta el EOS; en tal sentido, es plausible considerar que el nivel de desarrollo de esta competencia esté en relación con el uso y dominio óptimo y adecuado de esta herramienta por parte del profesor de matemáticas. Es por ello que la CAVID es la competencia mediante la cual el profesor puede realizar la reflexión global sobre la práctica didáctica, su valoración y mejora progresiva (Godino

et al., 2017; Beltrán-Pellicer y Giacomone, 2018); además, tal competencia implica en el profesor el desarrollo de una ‘mirada a nivel microscópico’ de la práctica para favorecer los análisis pormenorizados de actividades de resolución de problemas o de actividades de enseñanza y aprendizaje puntuales (Godino *et al.*, 2016).

5.3.2 Una caracterización teórica de la CAVID

La *competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID)*, al requerir las demás subcompetencias y articularse con ellas, conlleva especial atención para su caracterización y desarrollo; esto plantea la necesidad de emprender la tarea para consolidar y concretar los aspectos principales que la determinan y que permitan visualizar su presencia en el actuar y práctica docente del profesor.

Por lo anterior, a partir de los trabajos e investigaciones realizados, se pretende establecer una conceptualización más detallada de la CAVID, con lo cual se pueda, en cierta medida, develar la complejidad que encierra y caracterizarla en términos de los aspectos teóricos y metodológicos más importantes, además de que se pueda acceder a mejores maneras y procesos para su evaluación y desarrollo en los profesores. Tales aspectos pueden encontrarse implícita o explícitamente en las propuestas realizadas en trabajos como el de Pino-Fan *et al.* (2022) y el de Font *et al.* (2018), o en los que se basan en aspectos como facetas, criterios, categorías, niveles de desarrollo, descriptores, entre otros (Giacomone *et al.*, 2018; Pochulu *et al.*, 2016; y Breda *et al.*, 2017), con los que principalmente se busca operacionalizar las competencias y conocimientos, así como facilitar el análisis y su desarrollo permanentes.

Son varios los aspectos asociados a la CAVID que permiten tanto su análisis como desarrollo por parte de profesores e investigadores en el profesor de matemáticas, y que se pueden evidenciar a partir de ciertos rasgos y acciones, como los que se han identificado en las investigaciones realizadas. A continuación, se presentan los que se han inferido mediante la revisión teórica:

- Esta competencia posibilita al profesor para que en sus prácticas de enseñanza pueda *imbricar de manera simbiótica a las demás competencias y conocimientos* (allí radica la

complejidad de esta competencia) que le permitan establecer mejoras en las prácticas de enseñanza y oportunidades de aprendizaje para los estudiantes (Pino-Fan *et al.*, 2022).

- Esta competencia se activa al abordar *problemas didácticos y tareas profesionales* mediante el uso de la herramienta de idoneidad didáctica y al buscar respuestas a las preguntas ¿cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado? ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de instrucción para incrementar su idoneidad didáctica en futuras implementaciones? (Font *et al.*, 2018).
- Tal competencia posibilita en el profesor la reflexión sobre su práctica de forma *global y pormenorizada* al momento de analizarla, valorarla y generar mejoras progresivas (Giacomone *et al.*, 2018; y Godino *et al.*, 2016).
- El nivel de desarrollo de la CAVID está directamente relacionado con el *uso y dominio progresivo y en profundidad de la herramienta de idoneidad didáctica y su sistema de criterios, componentes e indicadores*.
- Esta competencia implica tener una *actitud reflexiva y orientada a la mejora de la práctica docente*, que trascienda el dominio operativo *per se* de conocimientos y habilidades propios de la herramienta de idoneidad didáctica hasta llegar a una perspectiva de la didáctica prescriptiva que le indique al profesor los caminos que debe seguir (Font *et al.*, 2012).
- La CAVID habilita al profesor para que procure *el equilibrio* requerido y lo pueda establecer entre los diferentes criterios parciales relativos a cada una de las idoneidades al pretender el logro de la alta idoneidad didáctica en un proceso de estudio (Godino *et al.*, 2020).

5.3.3 Herramientas para estudiar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica

Las herramientas para estudiar la CAVID en este trabajo se pueden clasificar en dos tipos: *teóricas* (como la noción de idoneidad didáctica con su sistema de componentes e indicadores) y *las instrumentales* (como guías, registros tabulares, tablas de niveles y descriptores).

La competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica involucra una variedad de aspectos y herramientas que en el marco del EOS se ha identificado para favorecer su caracterización y facilitar su observación y sistematización al momento de que el profesor realice un proceso de estudio; dentro de las herramientas *instrumentales* que se han diseñado están, según su orden cronológico, *i) la guía para la valoración de la idoneidad didáctica de los procesos de instrucción matemática* (GVID-IM), propuesta por Godino (2011) y presentada en Godino *et al.* (2013); *ii) el registro tabular del modelo CCDM* (RT-CCDM), planteado en el trabajo de Font *et al.* (2018); y *iii) la macroherramienta para caracterizar y desarrollar las competencias claves* (MH-CC), sugerida en Pino-Fan *et al.* (2022).

La GVID-IM está constituida por un conjunto de indicadores o criterios de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas basados en los supuestos del EOS y otros marcos teóricos (Godino *et al.*, 2013). El valor de esta guía está en ofrecer una ruta operativa y concreta para evaluar en forma sistemática la idoneidad didáctica de un proceso de estudio y contribuir al desarrollo de las competencias claves, de este modo

La guía propuesta por Godino (2011) (GVID-IM) incluye principios didáctico-matemáticos relativos a las seis facetas implicadas en un proceso de instrucción matemática: las facetas epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional, formulados en términos de indicadores empíricos. En consecuencia, si el profesor adquiere competencia en aplicar dicho “instrumento” puede ver facilitada su tarea de diseño, implementación y evaluación de procesos instruccionales idóneos. (p. 51)

Esta guía, en lo esencial, ofrece un grupo de criterios interconectados (componentes e indicadores) que sintetizan, en cada caso, los principios didáctico-matemáticos considerados en el EOS y que son pertinentes para la enseñanza y aprendizaje de contenidos específicos en niveles y circunstancias determinados. Por tanto, la implementación por parte del profesor de la GVID-IM aporta en la gestión de las competencias claves y, en particular, en la CAVID, esto al considerar que “se trata de instrumentos cuyo dominio por los profesores mediante procesos formativos adecuados les permitirán adaptar y desarrollar las orientaciones curriculares correspondientes” (Godino *et al.*, 2013, p 70). En la tabla 15, se presenta la información general sobre los elementos de la GVID-IM en su versión inicial.

Tabla 15*Elementos que integran la GVID-IM según Godino et al. (2013)*

Idoneidad-Faceta	Componentes	N.º de indicadores
Epistémica	Situaciones problemas. Lenguajes. Argumentos. Relaciones	12
Ecológica	Adaptación al currículo. Apertura hacia la innovación didáctica. Adaptaciones socioprofesional y cultural. Educación en valores. Conexiones intra e interdisciplinarias	6
Cognitiva	Conocimientos previos. Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales. Aprendizaje.	8
Afectiva	Intereses y necesidades. Actitudes. Emociones.	6
Interaccional	Interacción docente-discente. Interacción entre alumnos. Autonomía. Evaluación formativa.	10
Mediacional	Recursos materiales. Número de alumnos, horario y condiciones del aula. Tiempo.	8

Nota. Adaptado de Godino *et al.* (2013)

En trabajos posteriores, se alcanzó una versión más actualizada y consensuada de lo que es la GVID-IM, pero bajo la misma estructura original de idoneidad-facetas, componentes e indicadores. En esta tesis, la guía trabajada fue a partir de las elaboraciones de Breda y Lima (2016) y Breda *et al.* (2018), cuyos elementos se exponen en la tabla 16. Esta última propuesta está formulada a partir de las experiencias logradas en investigaciones en las que participaron profesores de matemáticas.

Tabla 16*Elementos que integran la GVID-IM según Breda et al. (2016)*

Idoneidad- Faceta	Componentes	No. de Indicadores
Epistémica	Errores. Ambigüedades. Riqueza de procesos. Representatividad.	8
Cognitiva	Conocimientos previos. Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales. Aprendizaje. Alta demanda cognitiva.	5
Interaccional	Interacción docente-discente. Interacción entre alumnos. Autonomía. Evaluación formativa.	9

Mediacional	Recursos materiales. Número de alumnos, horario y condiciones del aula. Tiempo.	8
Emocional (afectiva)	Intereses y necesidades. Actitudes. Emociones.	6
Ecológica	Adaptación al currículo. Conexiones intra e interdisciplinares. Utilidad sociolaboral. Innovación didáctica.	4

Nota. Adaptado de Breda *et al.* (2016).

En términos generales, los criterios que ofrece esta herramienta parten de la intencionalidad de cada idoneidad-faceta que integra la idoneidad didáctica; así, los criterios de idoneidad y descriptores los presentan Breda *et al.* (2016) siguiendo el trabajo de Font *et al.* (2010) en los siguientes términos:

1. Idoneidad epistémica, para valorar si las matemáticas que están siendo enseñadas son "buenas matemáticas".
2. Idoneidad cognitiva, para valorar, antes de iniciar el proceso de instrucción, si lo que se quiere enseñar está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, y después del proceso, si los aprendizajes adquiridos están cerca de aquello que se pretendía enseñar.
3. Idoneidad interaccional, para valorar si las interacciones resuelven dudas y dificultades de los alumnos.
4. Idoneidad mediacional, para valorar la adecuación de los recursos materiales y temporales utilizados en el proceso de instrucción.
5. Idoneidad emocional, para valorar la implicación (intereses, motivaciones...) de los alumnos durante el proceso de instrucción.
6. Idoneidad ecológica, para valorar la adecuación del proceso de instrucción al proyecto educativo del centro, las directrices curriculares, las condiciones del entorno social y profesional. (Breda *et al.*, 2016, p. 164)

Otra de las herramientas con la cual se puede estudiar y promover el desarrollo de las competencias claves y el conocimiento presente en el modelo CCDM es el *registro tabular del modelo CCDM (RT-CCDM)*, mediante el cual se establece en forma sintética y jerárquica para el desglose operativo del sistema de categorías y subcategorías de dicho modelo (Font *et al.*, 2018). El registro se organiza en cinco niveles y cada uno está desglosado en subcategorías que van apareciendo progresivamente y de manera jerarquizada; por ejemplo, el primero contiene cinco

supracategorías: *tipo de análisis (TA)*, *fases del proceso de estudio (FPE)*, *dimensiones del conocimiento (DC)*, *profundidad de análisis (PA)* y *competencia (CO)*.

Font *et al.* (2018), según lo investigado, exponen que esta herramienta es el resultado de proponer respuestas a la pregunta *¿de qué manera el modelo CCDM permite obtener información sobre el conocimiento y la competencia docente que ponen en juego los estudiantes para profesor cuando describen la práctica de una maestra?* Además, señalan que esta pregunta general se puede descomponer en cuestiones más específicas que llevan a determinar las categorías de nivel 1 (supracategorías) de la RT-CCDM teniendo en cuenta las particularidades del modelo CCDM; tales cuestiones son las siguientes: *¿Cuál es el tipo de análisis didáctico (descriptivo, explicativo o valorativo) que se está promoviendo y qué tipo de análisis realiza efectivamente?* *¿Cuál de las subcompetencias de la competencia de análisis e intervención didáctica se puede evaluar en las respuestas a las diferentes consignas?* *¿Cuál es nivel de profundidad en las respuestas?* *¿En qué etapa del proceso de enseñanza se enfoca el análisis didáctico que se realiza?* *¿Qué nivel de desarrollo de la competencia se le puede asignar?* *¿Qué conocimientos se pueden extraer de las respuestas?* *¿Con qué dimensión y faceta del CDM se pueden relacionar?* (Font *et al.*, 2018). En la tabla 17, se expone el registro tabular del modelo CCDM según su organización y estructura.

Tabla 17

Registro tabular del modelo CCDM (RT-CCDM) según su organización y estructura

Registro tabular del modelo CCDM (RT-CCDM)				
Categoría de nivel 1 (supracategoría)	Categorías de nivel 2	Categorías de nivel 3	Categorías de nivel 4	Categorías de nivel 5
Tipos de análisis	Descriptivo			
	Explicativos			
	Valorativos			
	Análisis <i>a priori</i>	Significados de referencia		
		Revisión de investigaciones (dificultades)		
Fases del proceso	Diseño	Orientaciones curriculares; consulta de textos, otras propuestas		
		Recursos materiales-temporales		

	Implementación			
	Valoración	Criterios de idoneidad		
	Rediseño			
Dimensiones del conocimiento	Matemática	Conocimiento común		
		Conocimiento ampliado		
	Matemática Didáctico-matemática	Epistémica, ecológica cognitiva, afectiva interaccional, mediacional		
	Metadidáctica-matemática	Normas		
		Metanormas		
		Criterios de idoneidad	Epistémica, ecológica cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional	
Profundidad de análisis	N0; N1; N2 y N3			
Competencias	Competencia matemática	Comunicar; matematizar; Representar, Razonar y argumentar; elaborar estrategias; usar lenguaje simbólico, formal y técnico, y operaciones		
	Competencia de análisis e intervención didáctica	Análisis de la actividad matemática	Análisis de significados globales (prácticas)	
			Análisis de configuraciones (objetos) y de procesos	
	Gestión de interacciones	Tipos de interacción	Magistral, dialógica, didáctica, personal	
		Conflictos	Epistémico, cognitivos, interaccionales	
Análisis normativo	Origen, momento, faceta, tipo y grado de coerción			
Valoración de la idoneidad	Epistémica, ecológica cognitiva, afectiva interaccional, mediacional		Componentes e indicadores	

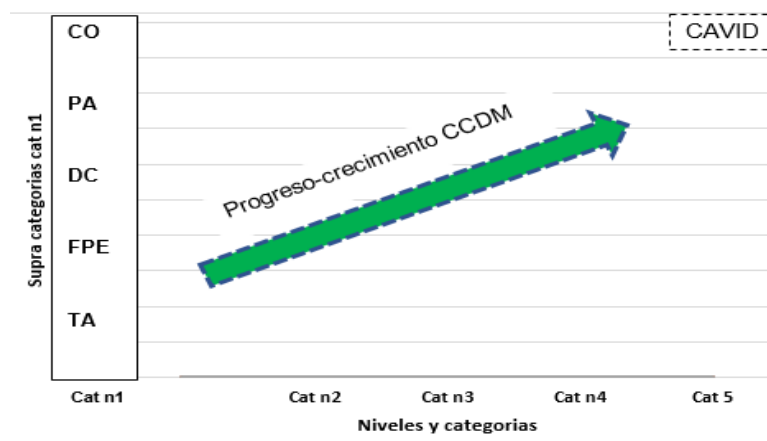
Nota. Fuente: Font *et al.* (2018)

El desarrollo y progreso en forma general de las competencias y conocimientos didáctico-matemáticos del profesor se pueden evidenciar al aplicar la herramienta RT-CCDM de tal manera que se incrementa el nivel cuando se progresa en profundidad y nivel de detalle logrado para dar respuesta a las *preguntas planteadas*. En este caso, si el profesor realiza un análisis descriptivo, tendrá un progreso menor que aquel que logra un análisis valorativo; de manera similar, si un profesor atiende solamente la categoría de nivel 1, *tipo de análisis*, tendrá un progreso en la CAVID menor que aquel que logra atender la *categoría de competencias*. En esta última, se infiere que el nivel de la CAVID crece si las acciones realizadas por el profesor progresan de la competencia matemática hasta llegar al uso experto de la herramienta de idoneidad didáctica junto a su sistema de facetas, componentes e indicadores generales.

El visionar una trayectoria que represente el desarrollo de la CAVID al aplicar el RT-CCDM puede verse cuando se pasa de análisis descriptivos a valorativos; así, avanzar de los análisis en la fase de análisis *a priori* hasta lograr el rediseño; trascender de la dimensión matemática del conocimiento hasta la metadidáctico-matemática; generar análisis de nivel experto y exhaustivo; y avanzar de la competencia de análisis de la actividad matemática hasta la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica -CAVID- que representa la organización, profundidad y alcances de la reflexión que el profesor logra de su práctica y la de otros. En la figura 7, se representa lo planteado.

Figura 7

Trayectoria que representa el desarrollo de la CAVID al aplicar el RT-CCDM



Nota. Categorías de nivel 1 - cat. 1 (TA: tipo de análisis; FPE: fase del proceso de estudio; DC: dimensión del conocimiento; PA: profundidad del análisis y CO: competencias)

En este orden de ideas, se puede inferir que el nivel de desarrollo de las competencias y conocimientos de un profesor en el marco del modelo CCDM debe tener como meta el lograr atender todas las categorías instaladas en el nivel 1 (cat. n. 1) hasta llegar al uso de los elementos en el nivel cinco (cat. n. 5), donde se enfatiza el desarrollo de las competencias claves y, en ella, la CAVID; en este nivel, se requiere tener pleno dominio y apropiación de las herramientas necesarias para la valoración de la idoneidad didáctica y todo el sistema de facetas, componentes e indicadores, lo cual está directamente asociado con la CAVID. Esto, de manera implícita, implica un uso articulado de las nociones y herramientas que ofrece el EOS como condición para llegar al mayor nivel o categoría que propone el RT-CCDM, lo cual no será posible sin antes tenerse un amplio dominio y recorrido sobre el tipo de análisis, las fases del proceso, las diferentes dimensiones del conocimiento y la profundidad del análisis; además, este recorrido es el resultado del progreso que logra el profesor para pasar de la mirada descriptiva-explicativa a la valorativa-propositiva como acción necesaria para establecer las mejoras que se pretenden en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, especialmente cuando para ello se aplican criterios de idoneidad didáctica.

La tercera de las aquí denominadas herramientas-instrumentales para analizar y desarrollar las competencias y conocimientos claves del modelo CCDM es la propuesta en el trabajo de Pino-Fan *et al.* (2022) llamada *macroherramienta para caracterizar y desarrollar las competencias claves (MH-CC)* que debe tener un profesor para su práctica profesional en la perspectiva del modelo CCDM, con esta se aborda de manera combinada las competencias y conocimientos.

En esta propuesta, la *competencia matemática* está en función de tres subcompetencias: *i)* resolución de tareas, *ii)* planteamiento de problemas y *iii)* análisis de prácticas para plantear problemas; por otra parte, la *competencia de análisis e intervención didáctica* se constituye en cuatro subcompetencias: *i)* análisis de la actividad matemática, *ii)* análisis y gestión de las interacciones, *iii)* uso y manejo de recursos y *iv)* la subcompetencia de análisis y evaluación de la idoneidad didáctica (CAVID). Para cada una, se establecen cuatro niveles de logro según criterios y descriptores, cuya complejidad progresa desde el nivel más bajo (nivel 0) hasta el de mayor grado de profundidad (nivel 3).

En el caso de la CAVID, se emplean, además de los cuatro niveles de logro, tres categorías para caracterizar esta subcompetencia: la primera, referida a la *fase del proceso de estudio*; una

segunda, al *tipo de análisis*; y la tercera, para la *profundidad del análisis*. Estas categorías se desglosan en enunciados que se asumen como descriptores. El nivel de desarrollo de la competencia progresa en la medida en que la reflexión, las acciones y las narrativas del profesor se nutren de mayores detalles y la mirada microscópica cuando entra en relación con los elementos que potencialmente ofrece la noción de idoneidad didáctica para adelantar los procesos de estudio y en las diferentes fases del proceso de estudio: diseño, implementación, valoración y mejora. En la tabla 18, se presenta la parte de herramienta *MH-CC* para la CAVID.

Frente a la CAVID, Pino-Fan *et al.* (2022) resaltan que puede asumirse como la competencia más exigente y compleja para su análisis y desarrollo en las prácticas del profesorado, justificado esto por la multiplicidad de aspectos que imbrica cuando se pretende profundizar en la comprensión de un proceso de estudio en sus diferentes momentos. Se reitera el potencial de esta competencia cuando señalan que “se refiere a la competencia del docente para reflexionar sobre su práctica o la de otros en varios momentos del proceso: reflexión a priori, reflexión in situ y reflexión a posteriori” (p. 17); también destacan que con esta competencia el profesor de matemáticas debe reflexionar en torno a acciones como prever, actuar y proponer mejoras para el proceso de instrucción y así dar lugar a más y mejores oportunidades de aprendizaje de las matemáticas.

Tabla 18

Niveles de desarrollo de la subcompetencia de análisis y evaluación de la idoneidad didáctica (CAVID)

Categorías			
	<i>Fases del proceso de estudio</i>	<i>Tipo de análisis</i>	<i>Profundidad de análisis</i>
Nivel 0	La reflexión <i>a posteriori</i> no identifica plausibles mejoras o tener referencias para realizar o contrastar sus elementos de reflexión.	<i>El análisis es superficial y ambiguo</i> , no se describe, explica o evalúa el proceso o episodio del estudio.	<i>Narrativa superficial</i> (escrita o discursiva). La narrativa no da cuenta de lo que sucedió en el episodio.
Nivel 1	Reflexión <i>a priori</i> o <i>a posteriori</i> del episodio. Se intenta contrastar los resultados del análisis de estos dos momentos.	<i>Descriptivo</i> Favorece saber qué sucedió en el episodio o proceso de estudio.	<i>Narrativa que captura los elementos esenciales del episodio</i> bajo análisis. Quien lee o escucha la narración se hace una idea de lo que pasó en el episodio.
Nivel 2	Reflexión del episodio <i>a priori, in situ</i> y <i>a posteriori</i> . Aún no se coordina el análisis de los tres	<i>Explicativo</i> Se busca responder ¿por qué sucedió lo que sucedió en el episodio	<i>Narrativa completa y comprensible</i> , que implica un análisis detallado tratando de seguir un modelo (por ejemplo, si se hace una descripción de la actividad matemática, se utilizan componentes de

	momentos, o la reflexión <i>in situ</i> aún es escasa.	(relativo a un fenómeno, conflicto, error, etc.)?	la configuración ontosemiótica para identificar algunas prácticas, objetos primarios y procesos; o se utilizan los criterios de idoneidad de forma explícita o implícitamente).
Nivel 3	Reflexión coordinada del proceso de estudio, momentos: <i>a priori</i> , <i>in situ</i> y <i>a posteriori</i> .	<i>Evaluación</i> Incluye los elementos de los dos niveles anteriores y responde a la pregunta: ¿Qué se puede o se debe mejorar en el episodio y por qué?	<i>Análisis experto de la narrativa según el sistema uso temático de un modelo</i> (por ejemplo, se hace una descripción detallada de la actividad matemática, se identifican exhaustivamente las prácticas, objetos primarios y procesos, significados de las nociones utilizadas, sistemas de normas que condicionaron las interacciones y aprendizajes en el episodio; o explícitamente los criterios de elegibilidad).

Nota: Fuente: Pino-Fan *et al.* (2022), traducción propia.

En esta herramienta, también tiene un lugar relevante la *idoneidad didáctica* como instrumento teórico que permite conectar simbióticamente todos los componentes del modelo CCDM y, en particular, cuando al realizar procesos de estudio, se pretende generar miradas detalladas sobre las fases del proceso, los tipos de análisis que se realizan y la profundidad de los análisis.

En este sentido, el nivel ideal para la CAVID está asociado al logro de análisis que recorra las fases del estudio; donde se alcance análisis cada vez más cercanos al nivel de evaluación y con un alto grado de profundidad en el análisis más allá de captar elementos básicos se logre una mirada experta y detallada de cada una de las herramientas que se tienen para el EOS, es decir, usar con solvencia los diversos elementos involucrados y emergentes en los cinco niveles de análisis donde se aborda análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas; la elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos; análisis de las trayectorias e interacciones didácticas; identificación del sistema de normas y metanormas; y la valoración de la idoneidad didáctica del proceso de instrucción. En estos tipos de análisis, el profesor puede construir respuestas y acciones plausibles ante dos problemas centrales de la instrucción: ¿qué ha ocurrido aquí y por qué? y ¿qué se podría mejorar? (Font *et al.*, 2010) Todo dentro del marco de las diferentes dimensiones del conocimiento establecidas en el EOS, como son la matemática, la didáctico-matemática y la metadidáctico-matemática.

6 Metodología

Este trabajo se ubica en la investigación en *Educación Matemática*, particularmente en la línea que investiga sobre los *conocimientos y competencias, la práctica y la formación inicial* del profesor de matemáticas.

La metodología diseñada en este proyecto, en forma general, está basada en las orientaciones que ofrece el paradigma cualitativo de investigación (McMillan y Schumacher, 2001; Strauss y Corbin, 2002; Denzin y Lincoln, 2012; y Hernández *et al.*, 2014) y, en lo específico, se asumen las orientaciones que brindan el *enfoque ontosemiótico (EOS) del conocimiento y la instrucción matemática* (Godino, 2002; y Godino *et al.*, 2007) y su *modelo del conocimiento y competencias didáctico-matemáticas -CCDM* (Pino-Fan *et al.*, 2022; Godino *et al.*, 2018; Godino *et al.*, 2016; y Font *et al.*, 2018). En estas orientaciones, tiene un rol destacado y central la noción de *idoneidad didáctica con su sistema de indicadores empíricos*, que ha sido introducida en trabajos previos (Godino *et al.*, 2006; Godino *et al.*, 2007; y Godino, 2013); además, se consideran aspectos sobre los *escenarios y ciclos formativos para profesores* (Erbilgin & Arikan, 2021; Hummes *et al.*, 2019; y Castro *et al.*, 2018). Otro aspecto relevante que se tiene en cuenta es el uso de herramientas como el *registro tabular del modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas del profesor (RT-CCDM)* (Font *et al.*, 2018) y la *macroherramienta para analizar y caracterizar competencias claves (MH-CC)* (Pino-Fan *et al.*, 2022), presentadas en el marco teórico.

En esta dirección, se aplican las ideas metodológicas desarrolladas en trabajos que estudian la idoneidad didáctica no solo como una herramienta que permite describir, valorar y proponer mejoras en la enseñanza, sino también como una competencia necesaria e importante que debe tener el profesor de matemáticas (Giacomone, 2018; Breda, 2016; Seckel, 2016; Rivas, 2013; y Castro, 2011).

6.1 Generalidades del método

6.1.1 El paradigma, enfoque, aproximación y diseño en la tesis

Esta investigación se circunscribe en el paradigma cualitativo de investigación (McMillan y Schumacher, 2005; Suryani, 2008), puesto que atiende los principales aspectos característicos de

estos estudios: se usa un proceso inductivo (explorar, describir, inferir y luego generar perspectivas), los datos no se reducen a valores numéricos, por lo que no se pretende generalizar de manera probabilística los resultados (Hernández *et al.*, 2014); y se enfatiza en la comprensión más allá de las explicaciones de las complejas relaciones que están presentes en el fenómeno estudiado (Stake, 2010). La investigación cualitativa es una actividad situada, de interés para el investigador en su contexto y que se aborda mediante un conjunto de prácticas materiales con enfoque interpretativo y naturalista que hace visible el mundo y lo transforma. En este marco, los investigadores estudian las cosas y fenómenos en sus escenarios naturales para tratar de entenderlos o interpretarlos en función de los significados que las personas les dan (Denzin y Lincoln, 2012).

En esta tesis, al asumir métodos y herramientas cualitativas, se permite obtener detalles complejos de algunos fenómenos, especialmente relacionados con el pensamiento, las acciones y las emociones de los seres humanos (Strauss y Corbin, 2012). En este mismo sentido, y de acuerdo con Vásquez (2010), cuando se aborda el paradigma cualitativo, se reconoce que el proceso de investigación responde a requerimientos como analizar de manera detallada cada uno de los momentos, las condiciones y situaciones que intervienen en el proceso. En la perspectiva de Stake (2010), se privilegia la comprensión de las relaciones complejas, para lo cual el investigador en su trabajo de campo realiza observaciones, emite juicios subjetivos, analiza y sintetiza a la vez en tanto toma conciencia del fenómeno.

Por otro lado, el método y los aspectos metodológicos establecidos para la tesis se describen en forma general en la tabla 19 y mediante los términos y elementos que propone Camargo (2021), es decir, se discute sobre *el enfoque de investigación, aproximación, diseño de investigación* y la *estrategia investigativa (plan de ejecución)*. En tal perspectiva según las ideas plantadas, es necesario señalar que se asume la postura *ecléctica o de caja de herramienta*, donde se combinan decisiones, acciones y rutas que conlleven a enfrentar la tarea de construir respuestas ante las preguntas del investigador a partir de la obtención y sistematización de la información.

Tabla 19

Términos utilizados para el abordaje general del método y aspectos metodológicos

Términos	Definición
Metodología de investigación	Es el conjunto formado por un enfoque, una o varias aproximaciones, una o varias estrategias investigativas, un conjunto de recursos y una fundamentación teórica específica que genera la base racional para orientar la investigación de principio a fin (p.20).

Enfoque de investigación	Conjunto de supuestos, visiones y prácticas de investigación en educación basadas en la(s) postura(s) epistemológica (s) asumida (s) en la investigación.
Aproximación	Los intereses investigativos específicos, la perspectiva investigativa y los propósitos de la investigación determinan la aproximación en la que se enmarca un estudio (p.18).
Diseño investigativo	Es una ruta que lleva al investigador, situado socialmente, con inquietudes investigativas y ubicado en una perspectiva teórica, desde sus intereses investigativos hasta un escenario empírico específico (p.31).
Estrategia investigativa	Mecanismo que pone en funcionamiento un diseño investigativo en el mundo empírico, permitiendo a los investigadores conectar sus presupuestos teóricos con formas específicas de obtener información para analizarla. Es el conjunto de prácticas, recursos e instrumentos, organizados de manera más o menos planificada, que se emplea en una investigación para hacer y reportar una indagación disciplinada sobre un asunto de interés. (p.25)
Recursos	Son el conjunto de acciones investigativas, técnicas e instrumentos para registrar la información, depurarla, construir datos, analizar datos y visualizar hallazgos (p.27).

Fuente: Elaboración propia según contenido del trabajo de Camargo (2021)

Para la recolección de información, se organiza el proceso en aspectos como el *escenario investigativo, informantes, eventos y fases para la recolección, procesos por registrar y los recursos e instrumentos para el registro de la información.*

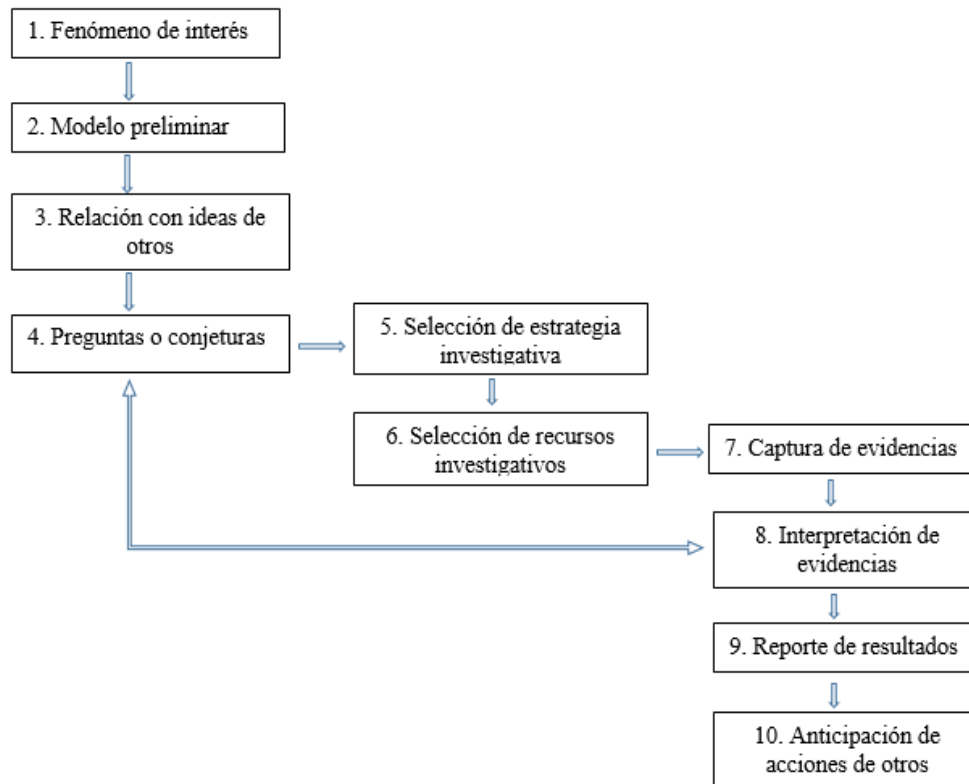
En esta dirección, se asumen ideas del enfoque *fenomenológico*, dado que los fenómenos estudiados son descritos, interpretados, explicados y cuestionados, lo que permite construir significados sobre las acciones y discursos de los FPM, pero también porque se ofrecen alternativas para la transformación de estos teniendo en cuenta supuestos antropológicos (Camargo, 2021). Este enfoque se basa en la observación y en la experiencia, describe el aprendizaje como la experimentación de situaciones de maneras particulares, generalmente estudiadas en contextos educativos; también favorece que las concepciones de los profesores en formación puedan ser descubiertas con sus estructuras y elementos en escenarios como grupos de discusión grupal (Castro, 2011). De igual forma, en este enfoque se considera que develar información en términos de comprensiones de los participantes requiere diferentes fuentes de información.

Asimismo, se desarrolla la *aproximación tanto interpretativa como antropológica* en el entendido de que la pretensión de indagación está centrada en la identificación de los significados que construyen los sujetos, así como en las regularidades y patrones que emergen de las prácticas y acciones que realizan en el marco de un escenario de formación implementado. Finalmente, se adoptan el *diseño de investigación* y la *estrategia investigativa* (plan de ejecución); respecto al

diseño, se toman las orientaciones e ideas del *modelo artesanal de diseño investigativo de Romberg* (Camargo, 2021), que se presenta en la figura 8, y para la estrategia se combinan *la estrategia investigativa basada en prácticas usuales, el estudio de caso y la revisión documental*.

Figura 8

Modelo artesanal del diseño investigativo de Romberg



Nota. Fuente: Camargo (2021)

6.1.2 Estrategia investigativa

Las estrategias de investigación aplicadas están basadas en la combinación de acciones de tres estrategias: *estudio de caso, estrategia investigativa basada en prácticas usuales y revisión documental* (Camargo, 2021). Los casos son de interés en educación (Stake, 2010) y los constituyen generalmente personas, programas e instituciones que se asemejan entre ellos pero son únicos en alguna forma. Este trabajo se interesa por la complejidad que pueda emerger de lo *común* y *único* o de lo *diferente* que tiene un *grupo de futuros profesores de matemáticas (FPM)* al desarrollar la *competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID)* cuando

realiza tareas que produzcan la percepción de un problema profesionales (Seckel y Font, 2015) como lo es planificar, analizar, valorar y proponer mejoras cuando se diseña y organiza un *proceso de instrucción en el área de matemáticas* (proceso de estudio) y particularmente al pretender enseñar el objeto perímetro, como se hace en esta tesis.

Según Yin (1994), un estudio de caso es el diseño más adecuado cuando la atención se centra en un fenómeno actual dentro de un contexto real que es complejo para ser interpretado y cuando el investigador tiene poco control de los sucesos que ocurren en el periodo de la investigación. Aquí se trabaja con un *caso instrumental* (Stake, 2010), dado que se pretende estudiar la *competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica que desarrolla un grupo de FPM* en el marco de las ideas que proponen el modelo CCDM y el enfoque EOS a partir de un antes y después dentro de un proceso de formación mediante el cual se ofrecen referentes teóricos y herramientas metodológicas para que el futuro profesor pueda valorar y eventualmente mejorar las planificaciones de enseñanza que diseña. En tal sentido, el caso se toma en la dirección de un *estudio de caso instrumental*, ya que el interés se concentra más en la teoría que en el caso mismo, de modo que el caso se constituye en un instrumento para aprender en profundidad y aportar conocimientos sobre el tema que se investiga (Camargo, 2021; y Stake, 2010).

La escogencia de la estrategia de investigación basada en el *estudio de caso instrumental*, responde a las oportunidades que brinda para reflexionar y aportar sobre aspectos teóricos y metodológicos relacionados con el EOS, su modelo CCDM, las competencias del profesor de matemáticas y en particular sobre la CAVID; además esta estrategia permite acceder a un reporte minucioso y detallado sobre los aspectos que intervienen en la gestión de dicha competencia cuando varios futuros profesores, de manera individual y en pequeños colectivos, planifican la enseñanza y reflexionan sobre sus prácticas.

Aquí el caso lo constituye un grupo de estudiantes del último año de estudios (8º semestre, año 2020) del programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre (Colombia), matriculado en el curso denominado *Práctica docente*, que es parte del plan de estudio del currículo del programa. El grupo general con el cual se adelantó el proceso de investigación estuvo integrado por treinta y siete sujetos, cuyas edades oscilan entre los veinte y veinticinco años. En este sentido, el caso está determinado por los acontecimientos que surgen alrededor del proceso de formación inicial de un grupo de futuros profesores de matemáticas cuando diseña, analiza y propone ajustes

a las planificaciones que elabora para orientar las prácticas de enseñanza que implementa en su accionar como profesor de matemáticas.

Con la intención de fomentar un ambiente de trabajo dinámico y cercano al contexto de los participantes, que de paso favorezcan la riqueza y el nivel de detalles dentro de un escenario investigativo, en esta tesis se abordan elementos de la estrategia investigativa *basada en prácticas usuales o basada en clases* (Camargo, 2021), esto particularmente porque el trabajo de campo en el cual se realizó la observación de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID) de los futuros profesores de matemáticas (FPM) corresponde a un curso de formación extracurricular que ofrece la oportunidad de observar las interacciones entre los participantes.

Para complementar el plan de ejecución metodológico, se implementa un proceso de *revisión documental* que, en primer lugar, permita indagar sobre el EOS y su modelo CCDM hasta llegar al estudio de las competencias claves. Con lo anterior, se llega a la revisión de contenidos sobre la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica. En segundo lugar, la revisión se emplea para sistematizar y analizar las producciones de los futuros profesores de matemáticas, tales como planes de clase, transcripciones de videos y talleres realizados. En la tabla 20, se resumen los principales aspectos de las estrategias investigativas que orientaron la investigación.

Tabla 20

Aspectos centrales generales de las estrategias de investigación asumidas

Estrategia investigativa	Descripción	Participantes	Requisitos	Productos
Basada en prácticas usuales o basada en clases	Acercamiento a un escenario natural para describir e interpretar un fenómeno interesante no notado por los participantes.	Equipo de investigación Miembros de un colectivo que lleva a cabo una práctica	Los investigadores se mimetizan en el escenario. Se parte de indicadores y categorías incipientes que se refinan inductivamente.	Descripción de sistemas complejos Constructos, tipologías, esquemas de relaciones
Estudio instrumental de caso	Caracterización de una situación o historia de un individuo o grupos específicos con una	Equipo de investigación El “caso”	Se requiere generar estrategias para hacer un	Reporte minucioso del caso

	particularidad interesante. El caso se acoge a propósito para estudiar una teoría que es aspecto principal		seguimiento pormenorizado.	
Revisión documental	Indagación sistemática en material impreso en busca de descubrir e interpretar la voz de quienes lo elaboran.	Equipo de investigación Material impreso	Se construyen criterios sobre cómo seleccionar el material y qué buscar en este.	Clasificaciones o tipificaciones de propuestas, conceptos, acercamientos

Nota. Fuente: Camargo (2021)

6.2 Particularidades del método: aspectos metodológicos asumidos del EOS y del modelo CCDM

El método descrito de forma general está articulado y atravesado por varios aspectos y orientaciones relevantes que ofrecen el EOS y el modelo CCDM, los cuales permiten investigar de mejor manera las competencias en los futuros profesores de matemáticas; tales orientaciones se han venido consolidando y refinando a lo largo de varios años de reflexiones teóricas y trabajos investigativos, especialmente para el caso de la *idoneidad didáctica* y la *competencia clave de análisis e intervención didáctica* (Giacomone, 2018; Breda, 2016; Seckel, 2016; Rivas, 2013; y Castro, 2011). Los principales aspectos y orientaciones que se han asumido para esta investigación se describen a continuación:

La definición y enfoque operativo de la noción de competencia. Se acepta la competencia en la perspectiva del *enfoque integral o acción competente* (Weinert, 2001) que ha sido abordado en varios trabajos (Font, 2011; Font *et al.*, 2015; y Pino-Fan *et al.*, 2022) en los que esta se entiende como un conjunto de conocimientos, disposiciones y potencialidades que permiten el desempeño efectivo en los contextos de la profesión.

La observación y análisis de las competencias se basan en el desarrollo de un proceso de estudio, en este caso, centrado en las planificaciones de las clases (plan de clase) que los FPM diseñan al momento de pretender la enseñanza. Estos planes y su elaboración conllevan la movilización de diferentes habilidades, conocimientos y actitudes en los FPM, por lo que se constituyen en una tarea profesional (Font *et al.*, 2015; y Posada y Godino, 2017).

El plan de clase es un instrumento para planificar la enseñanza en el cual se plasman las decisiones en términos de acciones y razones (A-R) que los FPM proponen para organizar y orientar sus prácticas de enseñanza, y mediante las cuales se describe y justifica lo que se proyecta que ocurrirá en la clase como si de una trayectoria hipotética se tratase (Simon y Tzur, 2004). En tal sentido, en el proceso de planificación que se realiza, esta investigación asume la hipótesis que exponen Godino *et al.* (2013): “Fijadas unas circunstancias (sujeto, recursos, restricciones...), un “experto” en didáctica de las matemáticas puede razonar (apoyándose en resultados teóricos contrastados empíricamente) que ciertas tareas y modos de interacción en el aula son preferibles a otras diferentes” (p.47); es decir, que las decisiones, acciones y razones que tienen los FPM al planificar son consecuencia de su formación y experiencias académicas.

Para analizar las planificaciones o planes de enseñanza, y en ellas las reflexiones, acciones, ajustes y mejoras que proponen los FPM, se utilizan las herramientas GVID-IM (Godino, 2013), RT-CCDM (Font *et al.*, 2018) y MH-CC (Pino-Fan *et al.*, 2022); así también, se considera que los párrafos, acciones, comentarios, explicaciones y opiniones emitidos por los FPM para justificar lo que hacen cuando planifican son evidencias de un uso implícito o explícito de algunos de los descriptores o indicadores de las componentes dentro de los criterios de idoneidad.

El trabajo de campo (ciclo formativo diseñado y ejecutado) en este tipo de investigaciones y en el marco del EOS se desarrolla mediante tres momentos: un *primer momento de análisis a priori* centrado en las miradas personales e ideas previas de los participantes, seguido de *una acción de intervención-formación* para la apropiación de herramientas teóricas y metodológicas; y un tercer momento de *análisis a posteriori* para aplicar lo apropiado del momento precedente. En general, la dinámica consiste en generar procesos de reflexión y análisis iniciales sin orientaciones o herramientas específicas; luego, se incorpora la herramienta idoneidad didáctica con sus sistemas de componentes e indicadores como guía y estrategia para la reflexión *a posteriori* y sistemática del proceso de instrucción del objeto de análisis (Giacomone, 2018, p. 84).

La acción de intervención-formación se planifica y ejecuta apoyada en elementos de la metodología estudio de clases (MEC) y en las orientaciones que en términos de cualificación ofrece la idoneidad didáctica. Este accionar es coherente con las propuestas de estudios similares que realizan intervención-formación, por ejemplo, el que hace un uso combinado del estudio de clase

y la idoneidad didáctica para realizar procesos de reflexión sobre la práctica, como el de Hummes *et al.* (2019).

Para estudiar la CAVID de los FPM, se reconoce como contexto e instrumento propicios para la indagación *los planes o planificaciones de las clases para enseñar matemáticas* elaborados en el acción formativa o curso implementado; sobre esto, Posada y Godino (2017) ya han indicado que la planificación es una tarea esencial del profesor en la preparación de sus clases, teniendo en cuenta las competencias, objetivos y contenidos que deben desarrollar en sus estudiantes, así como las restricciones del contexto en que tiene lugar la enseñanza.

También se acoge la orientación de que *los planes de clase elaborados hacen parte de las tareas profesionales* que debe realizar el profesor de matemáticas; así, concordamos con Seckel y Font (2015) en que resolver este tipo de tarea ayuda al desarrollo o evaluación de alguna de las competencias del profesor en ejercicio o formación, particularmente porque al pretender solucionarla moviliza un conglomerado de habilidades, conocimientos y actitudes referidas a su labor profesional.

Se considera que la CAVID está imbricada con la competencia reflexiva y ambas se desarrollan y ejecutan en forma simultánea; ante esto, la reflexión del profesorado es clave para el desarrollo profesional y la mejora de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Hummes, *et al.*, 2020). En este caso, la noción de idoneidad didáctica ofrece una ruta para la reflexión guiada que fortalece la formación y accionar del profesor en formación inicial.

Las *competencias claves* del modelo CCDM y, en particular, *la competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica* (CAVID) se ejecutan y observan (Font *et al.*, 2018) cuando los FPM abordan y elaboran respuestas a preguntas del tipo: *¿cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado? ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de instrucción para incrementar su idoneidad didáctica en futuras implementaciones?* Estas cuestiones provocan la reflexión de los FPM sobre lo que planifican cuando valoran la idoneidad didáctica del proceso de instrucción en las facetas epistémicas, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica.

6.3 Recursos y acciones para el registro de la información y la construcción de datos

En este apartado, a partir de las ideas de Camargo (2021) se describen los detalles sobre el proceso de registro de información y construcción de los datos que inicia con la *captura de información* (informantes o participantes, escenarios investigativos, eventos para registrar, procesos y recursos para el registro) y su *proceso de transformación*.

6.3.1 Los informantes o participantes en la investigación (¿quién suministra la información?)

Los informantes considerados en este estudio de caso instrumental son los estudiantes que estaban matriculados en el último semestre (octavo semestre, próximos a culminar estudios) del programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre (Colombia), quienes se encontraban cursando el espacio de formación o curso denominado *Práctica docente* en el periodo 02-2020, el cual es parte del plan de estudios del currículo del programa; en dicho espacio, los FPM tienen la oportunidad de realizar prácticas profesionales (intervenciones de enseñanza en el aula) en instituciones educativas de la educación básica y media del sistema educativo colombiano.

Los participantes o informantes que inicialmente se proyectaron para ser vinculados con esta investigación, previa presentación del proyecto de investigación, fueron treinta y siete estudiantes matriculados en el curso *Práctica docente*, cuyas edades oscilaban entre los veinte y veinticinco años, pero que ante los requerimientos y exigencias de la investigación, como el tipo de información para sistematizar, la riqueza potencial y la calidad de la misma (cumplimiento en la entrega de compromisos y tareas, atención a los aspectos solicitados en los instrumentos y nivel de organización de sus actividades, entre otras), y teniendo en cuenta el proceso de análisis diseñado en sus diferentes fases, se consideró pertinente, dados los criterios establecidos, que los participantes objeto de observación y aportantes de información, en una segunda instancia, fueran parte de un grupo de veinticuatro futuros profesores de matemáticas (FPM).

Finalmente, para el estudio en profundidad, en lo que refiere a los criterios didácticos y la competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica, se trabajó con la información de seis y luego de tres FPM que hacían parte de los equipos de trabajo organizados en el proceso de intervención. Es necesario indicar que los FPM que se vincularon con esta investigación manifestaron su aceptación e interés de manera libre y voluntaria mediante los respectivos consentimientos informados (anexo 1).

6.3.2 Escenario investigativo (*¿dónde se recolectó la información?*)

El dispositivo de formación académico organizado y mediante el cual se realizan la investigación, la recolección y el registro de la información se diseñó inicialmente para trabajar de forma presencial, pero la aparición de la pandemia producto de la covid-19 obligó a que su desarrollo fuera virtual sincrónico. En estas circunstancias, se hizo uso de las tecnologías para la información y la comunicación (TIC) por medio de aplicaciones como Google Meet, Google Classroom y Google Drive que la Universidad de Sucre disponía. Fue un curso de formación complementario al currículo del programa denominado *Análisis didáctico y diseño de tareas para enseñar matemáticas* (ADDTEM), el cual estuvo estructurado bajo las orientaciones formativas que proponen el EOS y el modelo CCDM, particularmente en lo que refiere al desarrollo del *análisis didáctico* y el estudio de la *idoneidad didáctica* con su sistema de facetas, componentes e indicadores, como ya en secciones anteriores se han señalado.

Se desarrollaron y grabaron veintisiete sesiones sincrónicas entre los meses de septiembre de 2020 y febrero de 2021, con un intervalo de receso entre el 20 de diciembre de 2020 y el 17 de enero de 2021 respectivamente. El curso se implementó con el aval de la Universidad de Sucre (Colombia) mediante la coordinación del programa Licenciatura en Matemáticas y con el apoyo de la coordinación de la práctica docente del mismo programa. Este escenario de formación hizo parte del proyecto de investigación institucional que se deriva de la presente tesis denominado *Análisis de la práctica docente del programa de licenciatura en matemáticas en la perspectiva del modelo de conocimientos y competencias didáctico matemáticos del profesor* (APDOC-LIMA) aprobado por la División de Investigaciones (DIUS) y el Consejo Académico de la Universidad de Sucre mediante resolución N.º 520 de 2020 (anexo 1). El curso es uno de los productos generados que tiene la presente tesis en el programa y en la universidad en el marco de la formación inicial de profesores de matemáticas; para el año 2022, se avaló como un curso de formación institucional bajo la *modalidad de diplomado*⁴, el cual es un escenario o dispositivo de formación académica

⁴ El diplomado en el contexto educativo colombiano es un dispositivo de formación académica que apunta a la actualización y perfeccionamiento de los docentes, sin que necesariamente implique titulación, por lo que no hace parte de la titulación formal. En general, son cursos inferiores a 160 horas que conducen a una constancia de asistencia o participación y que no requieren aprobación por parte de las autoridades que regulan la oferta educativa.

que permite la preparación y cualificación de los participantes en temas específicos, y que a la fecha ya ha sido desarrollado en tres ocasiones (una vez por semestre) para preparar a estudiantes, egresados y profesores del programa.

6.3.3 Eventos para la recolección (¿cuándo se recolectó la información?)

La información recolectada se obtuvo en el desarrollo del curso *Análisis didáctico y diseño de tareas para enseñar matemáticas -ADDTEM-* en las tres fases planificadas. Al inicio del curso (fase 1), se hace el proceso de indagación de ideas previas sobre la planificación, diseño de planes de clase y los criterios empleados por los participantes basados en sus prácticas usuales. En el desarrollo de esta fase, hay tres eventos de recolección de la información: *i) cuando se elaboran de manera individual los planes de clase para enseñar el objeto perímetro, ii) cuando se presentan algunos de los planes diseñados individualmente, y iii) cuando en equipos de trabajo se analizan los planes individuales, se selecciona uno para mejorarlo y se presenta lo realizado*. Estos eventos se realizan sin implementar herramientas teóricas o metodológicas preestablecidas para el diseño y análisis de los planes.

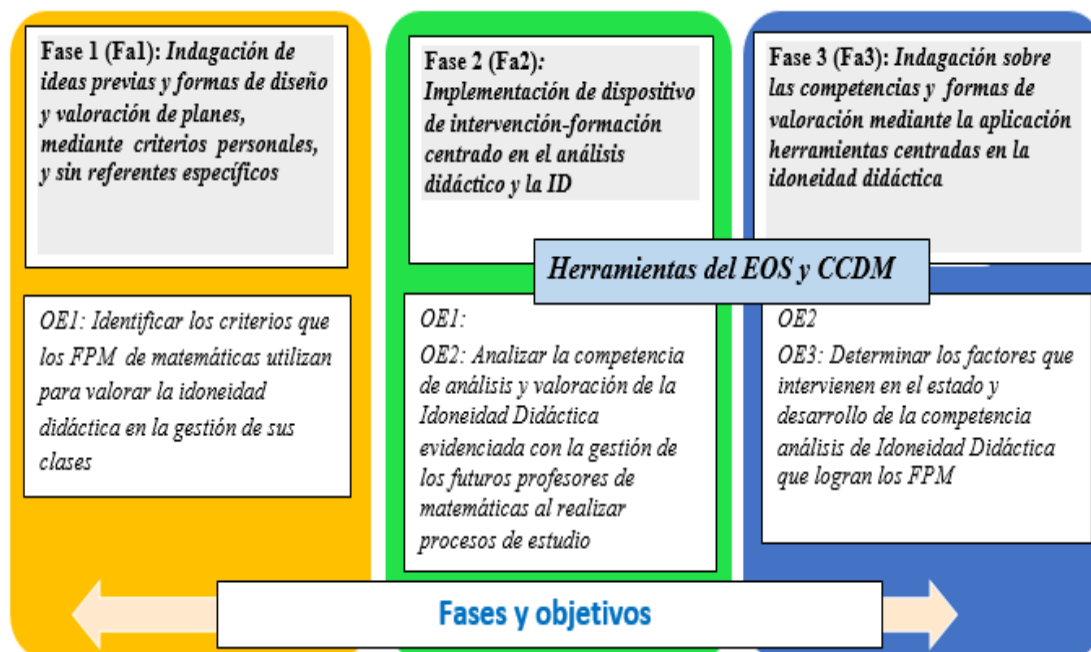
Otros eventos para la recolección de la información corresponden al desarrollo de las fases 2 y 3. La fase 2 tiene su centro en la implementación de las acciones de intervención-formación para estudiar y aprender sobre algunas herramientas que posibilitan el análisis didáctico y el rediseño de las planificaciones, tales como la noción y los criterios de idoneidad didáctica. En esta fase, el evento para recolectar información ocurre cuando los planes diseñados en la fase 1 son sometidos al análisis mediante la aplicación del instrumento I-3, que es una rúbrica conformada por las seis idoneidades, sus componentes e indicadores, con algunas adaptaciones a partir de los trabajos previos (Godino, 2013; Breda *et al.*, 2017; y Breda y Lima, 2016). En la fase 3, la recolección de la información sucede al *momento de la presentación de los planes rediseñados en función de las mejoras logradas con el uso de los criterios de idoneidad didáctica*. Además, al cierre del curso, se solicitó responder varias preguntas relacionadas con las apreciaciones de los FPM sobre el curso, las cuales se organizaron mediante un cuestionario en el aula virtual creada.

En las tres fases, se utilizan las dinámicas del análisis didáctico propuesto por el EOS, que promueven de manera progresiva reflexiones cada vez más estructuradas y guiadas de los

participantes al aplicar las herramientas teóricas y metodológicas específicas (Godino *et al.*, 2006), dirigidas particularmente al análisis de los planes de clase con los cuales se pretende enseñar el objeto perímetro. En tal sentido, estos eventos para la captura de información atienden la siguiente secuencia: *reflexión a priori*, *intervención-formación* y *reflexión a posteriori*. Además, en procura de refinar la mirada frente al problema de investigación, los eventos determinados para recolectar la información se orientaron por tres cuestionamientos asumidos en la investigación y que están conectados con los objetivos específicos del proyecto (figura 9): *¿cuáles criterios de idoneidad privilegian el FPM en la gestión de un proceso de estudio? ¿Cómo gestionan los FPM la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica al realizar procesos de estudio? Y ¿Cuáles son los factores que inciden en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los FPM?*

Figura 9

Fases de la investigación según objetivos



Para ampliar lo referido al escenario de recolección y el trabajo de campo planificado (curso ADDTEM), se describen con mayor detalle las tres fases del trabajo de campo:

Fase 1 (Fa1). Es la fase inicial del trabajo de campo centrada en la *indagación de ideas previas, formas de valoración de los FPM ante las planificaciones* mediante la recolección y sistematización de información sobre las *acciones y razones(A-R)* que presentan al planificar y las cuales se constituyen en los criterios *personales de los participantes (a priori)*; se atiende el objetivo OE1 para *identificar los criterios que los futuros profesores de matemáticas utilizan para valorar la idoneidad didáctica en la gestión de sus clases* en lo que corresponde específicamente a la planificación de la enseñanza por medio del diseño de planes de clase individuales para enseñar el objeto perímetro en los grados 4° o 5° de la educación primaria en Colombia. Aquí emplean de manera individual los dos primeros instrumentos preparados.

Es necesario indicar que el *plan de clase* se entiende como un documento y una herramienta académico-metodológica que el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad de Sucre utiliza para que los futuros profesores plasmen en forma descriptiva las acciones, dinámicas y formas que proyectan anticipadamente para la enseñanza que se les ha asignado en la práctica docente. El plan de clase orienta la intervención de los FPM en el aula y el acontecer de su clase al interactuar con los estudiantes, teniendo en cuenta en su elaboración elementos que deben atenderse, tales como los propósitos, competencias, contenidos, dinámicas metodológicas, escenarios y tiempo particulares. En términos del enfoque ontosemiótico, es aquí donde se proyectan las acciones, configuraciones y trayectorias didácticas para un proceso de enseñanza que se implementa en el aula.

Fase 2 (Fa2). *Fase de intervención e implementación del dispositivo formación con contenidos específicos* en la cual se preparó a los participantes para el estudio y uso de las herramientas teóricas y metodológicas que ofrece el EOS. Se trabajó en el objetivo de la fase anterior, pero ahora con atención explícita al objetivo OE2 con la intención de *analizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica evidenciada con la gestión de los futuros profesores de matemáticas al realizar procesos de estudio*, apoyados en la formación impartida. En esta fase, inicialmente los participantes en forma individual y luego colectiva proponen las posibles características, para ellos “ideales”, de una clase de matemáticas en lo referido a la planificación, intervención y evaluación como consecuencia del análisis sistemático previamente realizado según los instrumentos del proyecto y bajo el referente de la idoneidad didáctica.

En esta fase, se busca promover en un *primer momento* que los participantes tomen posición sobre los ideales, principios o criterios que deben orientar una ‘buena clase’ de matemáticas o una ‘buena práctica’ de enseñanza en matemáticas (conforme a la hipótesis metodológica sumida en las particularidades del método), al tiempo que deben explicitar los aspectos o factores que consideran esenciales para implementar la ‘buena clase o una buena práctica’. Con la información recolectada, se promueven discusiones sobre la forma como los FPM atienden, según sus criterios *a priori*, los aspectos emergentes que pueden estar relacionados con las seis facetas que constituyen la idoneidad didáctica.

Fase 3 (Fa3). *Indagación sobre la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica gestionada a partir de la planificación de clases que logran los FPM*, especialmente la que es desplegada al momento del rediseño, en equipos, de las planificaciones en atención a las posibles mejoras que se han identificado en el análisis realizado con el uso del instrumento tres (I-3 basado en adaptaciones de la GVID-IM). En esta fase, aún se sigue trabajando en el OE2, pero ahora se desarrollan explícitamente las acciones relacionadas con el objetivo de investigación OE3: *determinar los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia análisis de la idoneidad didáctica que logran los profesores en formación*.

En esta fase, la pretensión estuvo en que cada participante al apropiarse y llevar a la práctica directrices y orientaciones sobre el uso sistemático de la herramienta *idoneidad didáctica y su sistema de componentes e indicadores* (Breda y Lima, 2016) pudiera establecer posibles ajustes y mejoras al plan de clase diseñado para posteriormente en una reunión de trabajo en equipo realizar un análisis colectivo a fin de escoger y decidir sobre el plan que debe ser tomado para someterlo a rediseño y ajustes, si así fue considerado por el grupo. Estas directrices son necesarias porque permiten orientar al profesorado hacia una reflexión más detallada, focalizada y elaborada del proceso de estudio, lo cual depende del uso del instrumento I-3.

En la planificación y ejecución de las *fases 1 y 2*, se emplearon y adaptaron las metodologías y tareas propuestas en diversos trabajos previos sobre el estudio de la competencia de análisis, valoración e intervención didáctica (Giacomone, 2018; Breda, 2016; Seckel, 2015; Rivas, 2013; y Castro, 2011)⁵ junto con elementos del *lesson study* (metodología de estudio de clase -MEC),

⁵ En estos trabajos, es común un desarrollo metodológico teórico-práctico que, además de describir y explicar, conlleva el desarrollo de acciones formativas y de intervención para el profesor y de mejora para la enseñanza. En este sentido, se tienen en cuenta los análisis *a priori* y *a posteriori* mediante actividades como la exploración de las ideas previas, ciclos formativos

puesto que favorecen la reflexión del profesor en la acción y permiten identificar los argumentos y criterios que se tienen para implementar una clase (Hummes *et al.*, 2020), lo que está estrechamente relacionado con la noción de idoneidad didáctica y con las herramientas del EOS.

6.3.4 Procesos al registrar la información (¿haciendo qué?)

La información que se decide registrar atiende los procesos de interés para la investigación, que fueron básicamente las narrativas y los diálogos de carácter *descriptivo* y *explicativo*, individual y colectivo en torno al *diseño* y *ajustes de los planes de clase*, en los que aparecen *decisiones* y *argumentos que sustentan todo el plan* (acciones y razones, A-R); también se registra la información a partir de *las narrativas presentes en los episodios de las grabaciones en los que se presentan* los planes de clase, sus ajustes y mejoras potenciales en relación con los aspectos del instrumento 3 (I-3). En general, se registran los *comentarios* y *las decisiones* de los FPM cuando determinan las A-R que hacen parte integral de los planes de clase y sus prácticas de enseñanza, y que permiten describir, explicar y justificar lo planificado y lo que se espera mejorar.

6.3.5 Recursos e instrumentos para el registro de la información (¿cómo y mediante qué se registró la información?)

En la investigación cualitativa, es importante y pertinente para un adecuado enfoque del fenómeno estudiado disponer de diversas técnicas e instrumentos de recolección de información que conduzcan a mejores representaciones e interpretaciones de los fenómenos y datos analizados. El proceso de recolección de información y aplicación de instrumentos se asume como actividades que están fuertemente interrelacionadas y orientadas a reunir información útil y suficiente para responder a las preguntas de investigación y a las que emerjan (Creswell, 1998). La información en esta investigación se recolectó y fue registrada mediante los instrumentos tipo *cuestionario*, *autorreporte* y *rúbrica* (anexo 2), los cuales se describen a continuación:

para la apropiación de herramientas del EOS, trabajos individual y grupal, implementación de herramientas del EOS, acciones de reflexión sobre la acción. En general, se trabaja siguiendo las orientaciones de la metodología de diseño: 1) planificación del experimento, 2) experimentación y 3) análisis retrospectivo de los datos generados en el experimento (Cobb y Gravemeijer, 2008).

Instrumento 1 (I-1) autorreporte ‘Planificando mi clase’. Es un autorreporte titulado *Planificando mi clase con acciones y sus razones*, empleado por Barboza y Torres (2009). Contiene en una primera parte un párrafo con instrucciones e información general para ser diligenciado; posteriormente, se establecen tres columnas: la primera, para enumeración; la segunda, para presentar y describir las *acciones o decisiones del plan*; y la tercera, para exponer las *razones* que justifican las acciones o decisiones.

La figura 10 muestra el instrumento, el cual contiene una fila para indicar, entre otros aspectos del plan, la información general sobre la clase que se va a planificar, según los objetivos, competencias o desempeños y estándares para desarrollar; también el contenido o matemática (tema), grado escolar, tiempo estimado, etc. El número de filas del instrumento dependerá de las acciones que se propongan para el desarrollo de la clase; en todo caso, se deben dar cuenta además de la metodología que se piensa emplear las situaciones, ejercicios o tareas para abordar en la clase, así como el material didáctico que se utilizará, la evaluación propuesta y la bibliografía empleada. Las acciones o decisiones y las razones se organizan y aparecen en función de tres momentos que debe tener la clase al planificarla en su trayectoria: *inicio, desarrollo y cierre*.

Figura 10
Instrumento I-1: Planificando mi clase

Instrumento 1 (I-1):
Planificando mi clase, con acciones y razones

El plan de clase es una herramienta importante en la labor docente, porque permite sistematizar las acciones que orientarán el desarrollo e intervención del profesor en la clase, por tanto es el guion de la escena que será puesta en marcha durante todo el proceso de enseñanza y mediante el cual se dinamiza el acontecer de la clase. En este sentido el plan de clases permite anticipar el acontecer y ambiente en aula, mediante la generación de acciones y decisiones para orientar el proceso de enseñanza.

Para realizar este ejercicio de mejor manera, se recomienda tener en cuenta las siguientes orientaciones:

- Con base en tu formación, aprendizajes y experiencia en el programa de Licenciatura en Matemáticas, elabora un plan de clase conforme se le ha orientado y bajo las directrices, criterios y elementos que se emplean en las planificaciones para la Práctica Docente. Por ello es necesario que en dicha planificación, estén presentes elementos como: identificación general para el plan, tema objeto-objeto de la clase, estándar de competencias básicas, derechos básicos de aprendizaje, desempeños, contenido disciplinar a desarrollar, proceso metodológico (actividades, estrategias y recursos didácticos), evaluación y referentes bibliográficos.

En cualquier caso lo importante es que este plan responda al modelo de planificación que utilizas o utilizarías para desarrollar tu clase de matemáticas, en los tres momentos inicio, desarrollo y cierre.

- Al diseñar la planificación, se deben asociar a cada acción o decisión proyectada en el plan, la razón por lo cual se debe realizar, así por ejemplo: si la acción es *“Llamado a lista la razón sería para controlar la asistencia; si la acción es, se propone como desempeño o estándar esperado, resolver problemas en diferentes contextos, la razón podría ser, para incentivar el pensamiento creativo, la toma de decisiones y el trabajo en equipos*. Las acciones deben estar secuenciadas y en el orden, como ha proyectado ejecutar la clase
- Para organizar mejor el plan según lo que se orienta, se sugiere trabajar el plan en dos columnas, una con acciones-decisiones y la otra con razones, como se presenta:

Identificación del plan		
No.	Acciones-decisiones	Razones
1	<i>INICIO Llamado a lista</i>	<i>Razón sería para controlar la asistencia;</i>
2	<i>Se propone como desempeño o estándar esperado, resolver problemas en diferentes contextos</i>	<i>Para incentivar el pensamiento creativo, la toma de decisiones y el trabajo en equipos</i>
3		
.		
.		
.		

Nota. Instrumento adaptado de Barboza y Torres (2009)

Instrumento 2 (I-2) cuestionario ‘Reflexionando sobre la planificación en mi clase de matemáticas’. Es un cuestionario estructurado con preguntas abiertas relacionadas con las seis facetas que constituyen la idoneidad didáctica y el cual se aplica luego de que los participantes hayan elaborado un plan según el instrumento *I-1*. El *I-2* (figura 11) es una adaptación del instrumento titulado *Reflexión sobre una clase de matemáticas*, utilizado por Giacomone (2018), el cual contiene un grupo de preguntas que al ser abordado conlleva una reflexión sobre los aspectos y características que se consideran valiosos en el plan diseñado en términos de contenido matemático, el aprendizaje, los materiales, lo afectivo, etc. Además, se le han incorporado las siguientes cuestiones: i) *¿Cuáles aspectos son para ti necesarios atender e incorporar al elaborar un plan para orientar una clase de matemáticas? Justifica cada aspecto indicado;* ii) *¿Cuál valoración le asignarías al plan diseñado y por qué?* Este instrumento se responde inicialmente en forma individual y, en segunda instancia, con base en las respuestas, se promueve un análisis y respuestas en equipos. Su aplicación es antes de implementar la acción de formación en temas de análisis e idoneidad didáctica.

Figura 11

Instrumento I-2: Reflexionando sobre la planificación en mi plan de clase de matemáticas.

Instrumento 2:
Reflexionando sobre la planificación en mi clase de matemáticas¹²

Estimado profesor, el plan de clase es una herramienta importante en la labor docente, así como también es importante la reflexión que sobre él se haga, en términos de valorarlo y determinar mejoras que evidencien en la práctica de enseñanza.

Orientación: Con base en el plan de clase diseñado para la clase, realice las siguientes tareas y responda las cuestiones:

Tarea 2

- 1. Revisa el plan elaborado y subraya los puntos que consideres especialmente atractivos**
- 2. Indica las características de las matemáticas que se consideras valiosas en el plan**
 - 2.1. Explica por qué la consideras valiosas.
 - 2.2. ¿Qué otros rasgos de las matemáticas consideras valiosos desde el punto de vista educativo?
- 3. Indica las características del aprendizaje matemático que se consideran valiosas en el Plan**
 - 3.1. Explica por qué la consideras valiosas.
 - 3.2. ¿Qué otros rasgos del aprendizaje consideras valiosos desde el punto de vista educativo?
- 4. Indica qué características se mencionan en el Plan relacionadas con los aspectos afectivos en el estudio de las matemáticas.**
 - 4.1. Explica por qué la consideras valiosas.
 - 4.2. ¿Qué otros rasgos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas consideras valiosos desde el punto de vista de la afectividad?
- 5. Indica los modos de interacción entre profesor y estudiantes que se consideran valiosos en el Plan.**
 - 5.1. Explica por qué se consideran valiosos dichos modos de interacción
 - 5.2. ¿Qué otros modos de interacción en el aula consideras valiosos para optimizar el aprendizaje matemático?
- 6. Indica qué características de la clase de matemáticas se consideran valiosas relativas al uso de recursos tecnológicos.**
 - 6.1. Explica por qué se consideran valiosas dichas características
 - 6.2. ¿Qué otros aspectos del uso de recursos consideras valiosos para favorecer el aprendizaje matemático?
- 7. Identifica los factores externos a la clase que al momento de diseñar el plan fueron para ti condicionantes de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.**
 - 7.1. Explica por qué se consideran factores condicionantes
 - 7.2. ¿Qué otros factores consideras que condicionan el logro de una clase ideal de matemáticas?
- 8. Cuáles aspectos son para ti necesarios atender e incorporar al elaborar un plan para orientar una Clase de matemáticas, justifica cada aspecto indicado.**
- 9. Considerando la planeación ¿cuál valoración le asignarías al plan diseñado y por qué?**

¹²Este instrumento es una adaptación del cuestionario denominado *Reflexión sobre una clase de matemáticas*, diseñado y utilizado por Giacomone (2018).

Nota. Instrumento adaptado de Giacomone (2018)

Instrumento 3 (I-3) ‘Rúbrica para el análisis y la valoración del plan clase’ (valorando el grado de idoneidad didáctica). Se ha organizado un instrumento tipo rúbrica (figura 12) basado en la GVID-IM propuesta por Godino (2011) que contiene los componentes y descriptores o indicadores que se han desarrollado para valorar la idoneidad didáctica y que han sido refinados en otros trabajos (Breda *et al.*, 2017; y Breda y Lima, 2016). Para la tesis, se adaptó una tercera columna en la cual se debe asignar una valoración cuantitativa en una escala continua de 1 a 5 para las facetas, componentes y descriptores de la idoneidad didáctica que aparecen en la primera columna; en la cuarta columna, se solicita una descripción cualitativa con las razones que soporten o justifiquen la asignación cuantitativa al indicador o componente; y una última columna en la que se deben señalar los aspectos que pueden ser mejorados en lo planificado. Con base en estos elementos, el participante o el equipo de trabajo puede inferir o estimar el grado o nivel de la idoneidad didáctica por cada faceta y, a nivel global, de los planes de clase según las apreciaciones, percepciones y análisis sistemático realizado a partir de cada indicador, componente e idoneidad presente en la rúbrica (I-3), además de que con este instrumento puede identificar los aspectos por mejorar.

Figura 12

Instrumento I-3: Rúbrica para el análisis y la valoración del plan de clase (idoneidad epistémica)

Instrumento 3. Rúbrica para la valoración de la Idoneidad Didáctica				
Rúbrica para la valoración Idoneidad Epistémica				
Componentes	Descriptores	Valoración Nivel de cumplimiento	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto a mejorar
Errores	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.	5	No se observan prácticas incorrectas.	Ninguna
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos; definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.	3	En la primera actividad no se aclara la no linealidad de los puntos de recorrido. No aclarar lo anterior puede presentar ambigüedades que generen procedimientos incorrectos por parte de los alumnos	En la primera actividad aclarar que los puntos de recorrido deben generar segmentos rectos consecutivos no alineados.
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).	4	Se evidencian la participación de los procesos de comunicación, Formulación y ejercitación de procedimientos en las tareas de la clase.	Ninguna
Representatividad	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar.	3	Se espera que los procedimientos implementados por los estudiantes en la actividad de inicio tengan una muestra representativa de la noción de perímetro.	Ninguna
	Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas.	1	La planeación es muy pobre en cuanto a implementación de situaciones problema	Incluir en la clase la resolución de problemas a partir de una situación problematizadora.
	Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.	4	Los estudiantes representan sus primeras nociones sobre perímetro de forma verbal y "física". La expresión gráfica se evidencia en la ilustración que hace el profesor en el tablero sobre la actividad inicial	Incorporar de una forma más activa a los estudiantes en la representación gráfica.
Valoración global		3.7		

Nota. Adaptado de Godino (2011), Breda *et al.* (2017) y Breda y Lima (2016)

La implementación de los recursos e instrumentos para el registro de la información durante el trabajo de campo, se realizó durante las tres fases, lo cual está representado en la figura 13.

Figura 13

Estructura del proceso para la recolección de información: fases e instrumentos



6.4 Descripción del proceso metodológico desarrollado en el trabajo de campo: el curso *Análisis didáctico y diseño de tareas para enseñar matemáticas –ADDTEM*

El trabajo de campo se realizó en el marco del escenario de formación denominado curso ADDTEM, desarrollado durante 26 sesiones virtuales (anexo 3) con una duración de 40 a 120 minutos cada una. Estas se efectuaron en el periodo comprendido entre septiembre de 2020 y febrero de 2021, en el cual se desarrollaron las tres fases y se aplicaron los instrumentos para la recolección de información. En la tabla 21, se presenta el cronograma general de sesiones del curso y se describen las actividades realizadas en cada fase.

Tabla 21*Plantilla de sesiones (grabaciones) realizadas en el curso ADDTEM-VI_2020*

Plantilla de sesiones (grabaciones) realizadas en el curso ADDTEM-VI_20220			
Fase	Actividad/temática Qué se hizo y qué temática se abordó	Sesión/fecha dd-mm-aaaa	Tiempo/ video
Fa1 Fase inicial para indagación de ideas previas e identificación de criterios <i>a priori</i> y estado de competencias para analizar planificaciones	Se presenta el proyecto de investigación institucional <i>Análisis de la práctica docente del programa de licenciatura en matemáticas en la perspectiva del modelo CCDM</i> , asociado a la tesis y mediante el cual se desarrollará el curso de formación extracurricular <i>Análisis didáctico y diseño de tareas para enseñar matemáticas -ADDTEM</i> . Se describen los alcances y el impacto en los participantes y en la Licenciatura.	S1- 8-09-2020	40'
	Se retoman ideas y propósitos del proyecto de investigación institucional <i>Análisis de la práctica docente del programa de licenciatura en matemáticas en la perspectiva del modelo CCDM</i> que respalda el curso y el trabajo de tesis. Se presenta el instrumento I-1 como parte de las primeras actividades y, en especial, para indagar ideas previas sobre planificación de la clase y los criterios didácticos y pedagógicos empleados por los FPM.	S2-28-09-2020	45'
	Se continúa con la contextualización y activación de ideas previas, para ello se propone abordar y discutir los siguientes interrogantes: ¿Qué es lo más complicado al momento de planificar sus clases? ¿En qué medida considera que lo aprendido en toda su formación en el programa de licenciatura en matemáticas le ha ofrecido las herramientas para diseñar lo que sería una buena clase de matemáticas? ¿Cómo saber que lo planificado es una buena planificación de clase? ¿Qué hace pensar que lo hecho es una buena planificación? ¿Cuáles elementos se deben tener en cuenta al diseñar un plan de clase?	S3-6-10-2020	1h 15'
	Se aplica un cuestionario en Google titulado <i>Análisis de planificaciones 1</i> y se presentan las respuestas; con esto se busca identificar las principales sugerencias y aspectos por mejorar en los procesos de asesoría realizados por los docentes asesores de la práctica docente a los FPM en el programa de Licenciatura en Matemáticas.	S4-13-10-2020	45'
	Se retoma la explicación de la actividad que se debe realizar con el instrumento I-1, así como se ofrecen algunas orientaciones sobre los elementos y la	S5-20-10-2020	40'

	estructura del plan, en particular, lo referido a las acciones y razones.		
	Presentación de los planes de clase diseñados individualmente conforme al instrumento I-1.	S6-27-10-2020	1h y 12'
	Continuación de la presentación de los planes de clase diseñados individualmente conforme al instrumento I-1.	S7-3-11-2020	54'
Fase	Actividad/temática Qué se hizo y qué temática se abordó	Sesión/fecha dd-mm-aaaa	Tiempo/ video
Fa2 Fase de intervención e implementación del ciclo formativo para promover la competencia de AID	Se presentan algunos elementos del curso ADDTEM. Se informa sobre el trabajo final. Se asigna abordar el taller <i>reflexionando sobre la planificación de mi clase de matemáticas</i> (instrumento 2, I-2) para provocar la reflexión sistemática y guiada del plan diseñado, pero sin referentes teóricos.	S8- 09-11-2020	1h 20'
	Se enfatiza en la importancia de la reflexión sobre lo que se hace. Se justifica la pertinencia del curso ADDTEM y se vuelven a presentar sus elementos principales: objetivos, temáticas y metodología para desarrollar.	S9- 13-11-2020	1h 38'
	Se retoma el compromiso de revisar el plan individual, luego discutir en equipos lo analizado por cada uno y dejar la evidencia de la discusión en video, guiados por el I-2. Algunos grupos presentan lo realizado.	S10(1)-17-11-2020	1h 17'
	Inicio de la presentación de los elementos puntuales del curso ADDTEM en lo teórico. Se propone una reflexión sobre la clase tradicional y su uso en los planes de clase. Se discute sobre sus ventajas y desventajas. Se propone la actividad-ejercicio reflexionando 4, que es un taller para solucionar cuatro situaciones y exponer decisiones para enseñar perímetro; este taller se resuelve individualmente.	S10(2)-24-11-2020	1h
	Presentación por parte de los estudiantes de la actividad reflexionando 4, que es un taller sobre la solución de cuatro situaciones y posturas para enseñar perímetro. Las explicaciones contienen algunos criterios implícitos y personales.	S11- 27-11-2020	1h 15'
	Se inician las explicaciones sobre la MEC y su papel en el análisis didáctico y las reflexiones del profesor. Se formulan interrogantes para discutir sobre el proceso de planificación que se realiza actualmente y posibles mejoras. Algunos estudiantes presentan sus opiniones.	S12-30-11-2020	1h 25'
	Se continúan abordando ideas sobre la MEC y se explica la forma de usarla para el trabajo final del	S13-4-12-2020	46'

curso. Algunos estudiantes con postura crítica explican el porqué de sus planificaciones y formas de planificar. Se recomienda material de apoyo sobre la MEC colocado en el Classroom.		
Continuación de las explicaciones sobre la MEC, se explican los ajustes por la situación del covid-19 para excluir la fase e intervención con el plan de clase diseñado. Se ofrecen orientaciones sobre la elaboración de un plan de clase y un ejemplo de cómo realizar el estudio de clase. Se abordan ideas sobre los diferentes conocimientos del profesor de matemáticas, concepciones y su papel e implicaciones en la enseñanza de las matemáticas.	S14-14-12-2020	56'
Se aborda la discusión sobre la necesidad de estudiar y usar la noción de ID, se retoman ideas sobre el análisis didáctico (tabla de aspectos), también sobre el estudio de clase. Se ejemplifica cómo se haría un análisis didáctico. Se explica la noción de ID y su representacional hexagonal. Se describen las seis idoneidades. Se asignan documentos para lectura.	S15-15-12-2020	1h 26'
Se inicia con la presentación y discusión de los documentos asignados para las lecturas que tratan sobre la ID, su componentes e indicadores y términos importantes del CDM y algunos del EOS.	S16-18-12-2020	1h 37'
Se retoman ideas del curso luego del receso de vacaciones. Se recuerdan objetivos y compromisos para realizar. Se retoman explicaciones sobre la ID y se recuerda que la tarea principal es diseñar-describir un plan de clase, analizar-valorar y proponer mejoras.	S17-14-01-2021	1h
Presentación de respuestas a nueve preguntas sobre el tema según los documentos asignados que tratan sobre la ID, componentes e indicadores y términos importantes del CDM y algunos del EOS. Se presentan algunas posturas críticas en los estudiantes sobre la formación recibida en la licenciatura.	S18-15-01-2021	1h 49'
Continuación de la presentación de respuestas a nueve preguntas sobre el tema según documentos asignados que tratan sobre la ID, componentes e indicadores y términos importantes del CDM y algunos del EOS. Se asignan exposiciones a los estudiantes sobre estos temas.	S19- 18-01-2021	2 h
Exposiciones de estudiantes sobre idoneidades, componentes e indicadores en función de la GVID-IM.	S20-19-01-2021	1h 57'

	Continuación de las exposiciones de los estudiantes sobre idoneidades, componentes e indicadores. Se explica que se realizará un ejercicio de análisis de la ID mediante la observación de dos videos para aplicar el instrumento Guía para análisis de videos de clase, además se emplea el instrumento I-3.	S21-20-01-2021	2 h
	Se hace un conversatorio sobre el análisis de clases en videos mediante respuesta a preguntas a partir de una guía preparada y organizada para cuatro procesos: describir, explicar, valorar y proponer mejoras. Se asigna la tarea de ponderar o calificar las idoneidades para la próxima sesión. Asignación de ejercicios para valorar los planes de clase escogidos por cada equipo y determinar los ajustes mediante el instrumento I-3.	S22-21-01-2021	1h 40'
	Presentación de ejercicios sobre valoración de nivel de idoneidad de las clases presentes en videos analizados usando el I-3. Se reitera el compromiso con el ejercicio de valorar los planes de clase escogidos por cada equipo y determinar los ajustes mediante el instrumento I-3.	S23-22-01-2021	1h 26'
Fase	Actividad/temática Qué se hizo y qué temática se abordó	Sesión/fecha dd-mm-aaaa	Tiempo/ video
Fa3 Presentaciones de planificaciones ajustadas y valoradas según la rúbrica I-3 y estado de las competencias de los FPM al planificar	Presentación de análisis y valoración de <i>planes individuales</i> apoyados en la rúbrica de idoneidades (I-3, rúbrica GVID-IM).	S24-29-01-2021	1h 47'
	Presentación de análisis y valoración de <i>planes por equipos</i> apoyados en la rúbrica de idoneidades (I-3). Conversatorio sobre el cierre del curso.	S25-02-02-2021	1h 19'
		S26-03-02-2021	1h 48'

El curso ADDTEM fue organizado y orientado por el investigador de la tesis, quien asumió el rol de observador participante, además de actuar como dinamizador de las sesiones. Algunos elementos importantes y pertinentes para comentar sobre el plan del curso diseñado (anexo 4) son sus objetivos, preguntas problematizadoras, contenidos y metodología. En el caso de los objetivos generales, fueron dos:

Promover el desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en los profesores de matemáticas en formación inicial que enseñan matemáticas en los niveles de educación básica y media mediante la reflexión guiada sobre sus prácticas.

Estudiar las herramientas teóricas y metodológicas del enfoque EOS y el modelo CCDM necesarias para realizar procesos de análisis didáctico, diseños y rediseño de tareas que apunten a la mejora de la planificación e implementación de la enseñanza de las matemáticas escolares.

Para dinamizar el desarrollo del curso y cumplir los objetivos, se asumió el siguiente grupo de preguntas problematizadoras, promotoras de reflexión y orientadoras de las temáticas abordadas para el estudio:

- *¿Para qué la didáctica de las matemáticas y su función?*
- *¿Qué son un proceso de estudio y sistema didáctico?*
- *¿En qué consisten los aspectos y nociones que se deben tener en cuenta al realizar un proceso de estudio?*
- *¿Qué son la idoneidad didáctica y el análisis didáctico?*
- *¿En qué consisten los componentes y criterios que ofrece la noción de idoneidad didáctica en cada una de sus idoneidades?*
- *¿Por qué es importante considerar los significados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?*
- *¿Cómo implementar la metodología estudio de clase (MEC)?*
- *¿Cuáles pasos deben seguirse para realizar un análisis didáctico?*
- *¿Cómo valorar la idoneidad didáctica, sus componentes e indicadores en un proceso de estudio?*
- *¿Cuáles elementos se deben tener en cuenta para planificar una clase?*
- *¿Qué aspectos te hacen pensar que se ha planificado una buena clase?*
- *¿Qué aspectos te hacen pensar que se ha desarrollado una buena clase?*
- *¿Cuáles deben ser los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas?*

Para atender las preguntas anteriores, se organizó una secuencia de contenidos temáticos mediante cinco módulos, como se indica en la tabla 22, que fueron abordados con mayor énfasis en el proceso de intervención en la fase 2, con lo que se fueron construyendo respuestas apoyados en las temáticas estudiadas.

Tabla 222*Organización temática del curso ADDTEM*

Módulo	Cuestionamientos orientadores para ejes temáticos del curso
Módulo 1: <i>Generalidades sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas</i>	<i>¿Para qué la didáctica de las matemáticas y su función? ¿Qué son un proceso de estudio y sistema didáctico?</i>
Módulo 2: <i>Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas</i>	<i>¿Cuáles deben ser los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas? ¿Cómo adquirir y desarrollar los conocimientos y competencias para enseñar matemáticas?</i>
Módulo 3: <i>Principios didácticos y orientaciones para la enseñanza de las matemáticas</i>	<i>¿Cuáles elementos se deben tener en cuenta para planificar una clase? ¿Qué aspectos te hacen pensar que se ha planificado una buena clase? ¿Qué aspectos te hacen pensar que se ha desarrollado una buena clase? ¿Cómo implementar la metodología estudio de clase (MEC)?</i>
Módulo 4: <i>Generalidades del enfoque EOS y su modelo CCDM</i>	<i>¿En qué consisten los aspectos y nociones que se deben tener en cuenta al realizar un proceso de estudio? ¿Por qué es importante considerar los significados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas? ¿Cuáles pasos deben seguirse para realizar un análisis didáctico?</i>
Módulo 5: <i>La idoneidad didáctica como herramienta</i>	<i>¿Qué son la idoneidad didáctica y el análisis didáctico? ¿En qué consisten los componentes y criterios que ofrece la noción de idoneidad didáctica en cada una de sus idoneidades? ¿Cómo valorar la idoneidad didáctica, sus componentes e indicadores en un proceso de estudio?</i>

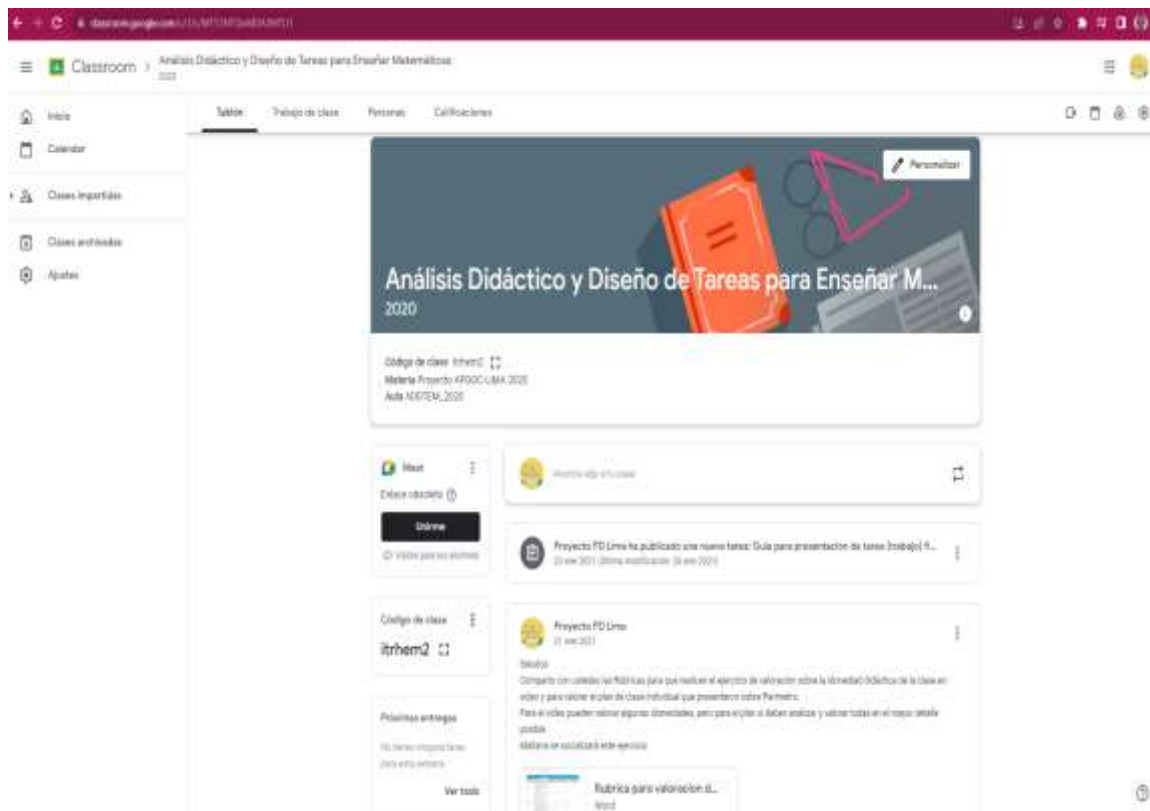
En referencia a la metodología, estuvo guiada por una perspectiva teórico-práctica apoyada en escenarios y herramientas virtuales de aprendizaje (Google Meet, Google Classroom y Google Drive); en la figura 14, aparece la página inicial (tablón) del Classroom organizado para el curso ADDTEM. En su desarrollo, se consideran varios momentos y acciones con los cuales se pretende fomentar y optimizar simultáneamente el aprendizaje mediante los trabajos individual y colaborativo; todo esto a fin de vincular los referentes conceptuales de cada participante con la discusión colectiva para que, en un punto de encuentro, se llegue a la construcción grupal del conocimiento como consecuencia de la reflexión y análisis realizados por los FPM.

Los desarrollos metodológico y didáctico también fueron guiados por algunos elementos y principios orientadores de la metodología de estudio de clases (MEC) al estudiar la ID, como el realizado por Hummes *et al.* (2019), y elementos sobre la investigación acción reflexión (IAR). Todo dentro del marco que proponen el EOS y su modelo CCDM. Es importante precisar que el curso es ante todo un *escenario de investigación* en el cual se produce la información que fue recabada en la tesis. En este sentido, los registros de información se centran primordialmente en

las preguntas y objetivos específicos de la investigación más que en los detalles del curso, sus propósitos y su desarrollo.

Figura 14

Imagen de la página inicial (tablón) del Classroom del curso ADDTEM



Nota. Enlace para el acceso al Classroom del curso ADDTEM <https://classroom.google.com/c/MTY2NTQwMDA3MTU1> Código de la clase: itrhem2

6.5 Transformación de la información y producción de datos investigativos

El proceso de transformación de la información para obtener datos investigativos a partir de la sistematización realizada se inició con su *organización*, la cual está dada en registros escritos y en videos. La mayor parte de la información se tiene en los registros escritos, por un lado, están en las respuestas presentadas ante la aplicación de los instrumentos (I-1, I-2 e I-3) y, por otro, aparecen en las transcripciones de los videos de las sesiones realizadas en el marco del curso

ADDTEM. El proceso de transformación de la información en datos se desarrolló mediante la secuencia de acciones como la *organización, reducción, depuración y fragmentación de la información* (Camargo, 2021).

6.5.1 Organización de la información

La información que se produjo en esta investigación quedó registrada en archivos digitales en el marco del aula creada con la herramienta Google Classroom (anexo 5), en la cual los participantes debían colocar la producción solicitada en términos de respuestas a los instrumentos (asumidos como talleres o tareas del curso); esta herramienta organiza en carpetas Drive cada tarea o taller asignado y los identifica con fecha, nombre del archivo y autor. De igual manera, los videos de cada sesión se ubicaron en una carpeta. En la organización de la información se obtuvieron en total diez carpetas Drive y más de cien archivos.

6.5.2 Reducción y depuración de la información

En esta instancia, dado el alto volumen de información y teniendo en cuenta la calidad y aporte que tienen para el análisis por realizar, se procede a reagrupar y depurar la información inicialmente en tres macrocarpetas, seis subcarpetas y un total de cuarenta y nueve archivos, con lo cual queda organizada tal como se presenta en la tabla 23.

Tabla 233

Información organizada luego de su reducción y depuración

Rótulo carpeta	Contenido	Cantidad de archivos
Carpeta Respuestas a los instrumentos	Subcarpeta I-1	
	<i>Planes de clase:</i>	
	Individuales (6)	
	Ajustados en equipos (3)	(9)
	Subcarpeta I-2	
	<i>Reflexionando sobre la planificación:</i>	
	Individual (6)	(21)
	Equipos (3)	(9)
	Subcarpeta I-3	
	Análisis y valoración de planes con rúbrica por equipos (3)	(3)

	Subcarpeta fase 1	
	S2-28-09-2020 (2)	
	S3-6-10-2020 (2)	
	S4-13-10-2020 (2)	(12)
	S6-27-10-2020 (2)	
	S7-3-11-2020 (2)	
	S8- 09-11-2020 (2)	
	Subcarpeta fase 2	
Carpeta	S8- 09-11-2020 (2)	(28)
Videos y transcripciones	S10-1-17-11-2020 (2)	
	S10-2-24-11-2020 (2)	(10)
	S11- 27-11-2020 (2)	
	S13-4-12-2020 (2)	
	Subcarpeta fase 3	
	S24-29-01-2021 (2)	
	S25-02-02-2021 (2)	(6)
	S26-03-02-2021 (2)	

Este proceso de reducción y depuración de la información se realizó al considerar varios momentos y según el tipo de registro; inicialmente, se lleva a cabo una *revisión general de los planes* (I-1) para observar su contenido, como se presenta en la figura 15. Aquí se tuvieron en cuenta criterios como la estructura y contenido relacionados con aspectos básicos del plan de clase según las plantillas institucionales; el contenido descrito en acciones y sus razones, que incluyeran elementos como competencias y objetivos de aprendizaje, así como el contenido de la matemática que se pretende enseñar junto con ejemplos y tareas o actividades para realizar. Lo anterior en los tres momentos en que habitualmente se estructura el plan: inicio, desarrollo y cierre. Además, se tuvo en cuenta que implícita o explícitamente estuviesen presentes los *criterios didácticos* empleados al planificar (para orientar la forma de enseñanza), las explicaciones, argumentos y comentarios expuestos en los diferentes momentos por parte de los FPM.

En segunda instancia, se realizó la selección de planes cuya información atendiera los aspectos por indagar, especialmente los que indicasen las acciones y razones a lo largo del plan con el mayor nivel de descripción para poder sistematizar en detalle y con profundidad. En este caso, se escogieron seis planificaciones a nivel individual y tres a nivel colectivo que correspondieran al instrumento I-1.

Figura 15

Ejemplo de registro empleado para la selección y depuración de los planes de clase

Registro para de identificación de planes de clase que cumplen condiciones establecidas	
Nivel de organización	Observaciones según caracterización de la estructura y elemento del plan
Medio-bajo	<p>Posee una identificación básica, los referentes de calidad están planteadas, aunque se debe ser más específico con referente a lo que se quiere trabajar en el aula, porque sea planteada una serie de estándares y componente que no se relacionan con el desarrollo de la clase.</p> <p>También se presenta una descripción metodológica del trabajo en el aula, en el que describe las acciones y razones. Estas razones no presentan una justificación alineada a las acciones planteadas, ya que estas no se presentan didácticamente.</p> <p>Presenta una motivación que no despierta el interés por el aprendizaje, sino que de entrada presenta el tema.</p> <p>Seguidamente, se plantea el desarrollo de la clase, en el cual describe lo que van hacer. Se parte del concepto, ejemplo y actividades, en la razón se menciona de manera general porque propone esas acciones, pero no aterriza en su descripción.</p> <p>Las actividades planteadas no se relacionan con los objetivos propuestos y las competencias que va a desarrollar los estudiantes, no se evidencia los procesos de razonamiento, comunicación y resolución.</p> <p>Trabaja algunas estrategias de gestión de aula que le van a permitir fortalecer el proceso de aprendizaje de sus estudiantes.</p> <p>La manera como está planteada la evaluación, no contribuye a detectar los avances de los estudiantes y las dificultades como una oportunidad de mejora, es decir no se tiene en cuenta la evaluación formativa. Esta forma de evaluación tiende a lo tradicional.</p> <p>De manera general no se corresponde las intenciones dadas en las razones con las acciones planteadas en la planeación de la clase.</p>
Medio	<p>Este plan contiene los elementos básicos de una clase.</p> <p>En la identificación no especifica el número de horas para desarrollar la clase y no se propone el objetivo de la clase.</p> <p>Se debe ajustar algunos elementos usados en los referentes, ya que no se relaciona con el aprendizaje.</p> <p>En el inicio plantea dos actividades de motivación que nos las articula, el cual puede traer confusión al estudiante. Del mismo modo, no muestra una ilustración de la actividad introductoria.</p> <p>Las razones expuestas en la sección introductoria son algo ligeras, al no justificar ampliamente las intenciones pedagógicas de sus actividades</p> <p>En el desarrollo de la clase, incorpora el uso de un aplicativo para activar la participación de los estudiantes en la clase.</p> <p>Las actividades planteadas atienden de algún modo a las evidencias de aprendizaje.</p> <p>En las razones dadas en el desarrollo de las actividades, se apoya en teóricos representativos como Piaget, en el desarrollo del estudiante.</p> <p>Este plan, aunque está parcialmente estructurado, tiene algunos aspectos que incorporar, uso de situaciones problemas en el desarrollo y evaluación, organizar el uso de referentes, plantear un objetivo, entre otros aspectos.</p>
No aplica	<p>Se presenta una identificación con los básicos, aunque los aprendizajes propuestos no se logran abordar en una hora.</p> <p>En este plan no se dan razones de las situaciones propuestas en el desarrollo de la clase.</p> <p>La clase se limita a desarrollar una motivación (situación problema), el concepto, ejemplo y ejercicios, solo el último tiene la intención de acercarse al contexto.</p>
Bajo	<p>Presenta una identificación básica de los elementos constitutivos del plan.</p> <p>Las razones presentadas en la selección de los referentes no tienen criterio propio ni fundamento desde el rol del maestro reflexivo.</p> <p>Se presenta una situación como motivación que busca articularse con el aprendizaje esperado</p> <p>Las razones planteadas no contienen el formalismo ni rigor conceptual que se espera que se de cuando se propone los conceptos, procedimientos, ejemplos y actividades</p> <p>Las razones dadas son algo ligeras como para cumplir con un formato.</p> <p>La mayoría de las actividades de práctica no están contextualizadas.</p> <p>Sin embargo, se puede rescatar muchos elementos positivos de este plan, por ejemplo, la última situación propuesta busca que el estudiante analice y reflexione sobre su respuesta, se enfatiza en las posibles dificultades que puede tener ésta.</p>

Para los instrumentos I-2 e I-3, se considera relevante que los archivos en su depuración y reorganización estuvieran asociados con los planes presentados a fin de mantener una trazabilidad y alineación en la observación que se realiza frente a las acciones y razones que exponen los FPM tanto en el plan escrito como en lo registrado en los videos, constituyéndose así en información interconectada y complementaria entre sí. Por ello, se obtienen las mismas cantidades de registros, como en lo realizado para el instrumento I-1.

En cuanto a los videos, se seleccionaron tomando en cuenta que tuvieran evidencias de la participación de los FPM tanto en la presentación y explicación de lo realizado al diseñar el plan de clase como en la generación de opiniones y comentarios referidos a los criterios didácticos,

inicialmente *a priori* o emergentes, y luego a partir del uso de la herramienta idoneidad didáctica según el instrumento I-3. Los videos escogidos contienen de manera importante episodios en los cuales los participantes logran exponer lo que consideran oportuno para desarrollar las clases cuando pretenden enseñar el objeto perímetro, además de que sustentan las valoraciones según cada indicador y componente analizados, e indican los aspectos que se debían mejorar. Esta selección de videos también determinó la de las transcripciones.

6.6 Procedimientos para el análisis de datos y la obtención de resultados investigativos

El proceso de análisis en esta investigación se ejecuta basado en las orientaciones generales que se establecen para datos cualitativos, lo que en términos de Creswel (1998) inicia con la recolección de la información, pasa por la preparación y organización y llega a la codificación e interpretación de los significados para obtener los resultados. Además, este tipo de análisis es concebido, según lo plantean McMillan y Schumacher (2005), como “un proceso relativamente sistemático de selección, categorización, comparación, síntesis e interpretación, que nos proporciona explicaciones sobre el único fenómeno de interés” (p. 479).

6.6.1 Fragmentación, integración de la información y categorización

La revisión de la información de manera detallada, con criterios selectivos y de integración de aspectos relevantes y significativos, conlleva establecer las unidades y categorías de análisis. Las unidades de análisis son asumidas en esta investigación como un conjunto de segmentos textuales o fragmentos de información que tienen sentido y permiten el análisis pretendido por el investigador; en términos generales, están dadas por oraciones, párrafos o narraciones que pueden fraccionarse o integrarse (Camargo, 2021).

En este trabajo, la unidad de análisis se constituye en las narrativas escritas u orales que producen los FPM y que las presentan en forma de acciones-decisiones y razones (A-R) dentro de los planes de clase diseñados y en los episodios obtenidos de las sesiones en video donde se discuten. Asimismo, están ligadas con las ideas que los FPM tienen al momento de indicar o visionar la manera de abordar la enseñanza, sus posibles ajustes y mejoras.

Las categorías de análisis se generan en un primer momento de forma emergente según el análisis inductivo, y en un segundo momento se tienen preestablecidas a partir del análisis deductivo que se realiza utilizando como categorías las diferentes facetas de la idoneidad didáctica, pero también las que ofrece la herramienta de registro tabular del modelo CCDM (RT-CCDM) que han propuesto *Font et al.* (2018), así como también las propuestas en la macroherramienta para evaluar las competencias claves (MH-CC) que se presentan en el trabajo de Pino-Fan *et al.* (2022). En esta instancia, el análisis inductivo se obtiene a partir de identificar códigos emergentes, ideas o conceptos relevantes presentes en las acciones y razones expuestas por los FPM, al igual que los significados que encierran, esto mediante las codificaciones abierta y axial (Camargo, 2021; y Straus y Corbin, 2002).

6.6.2 Sistematización, momentos, alcance del análisis y obtención de resultados investigativos

La información recabada, luego de ser sometida a procesos de organización, reducción, depuración y fragmentación, con lo cual se consolida el conjunto de datos, se dispone para su análisis con el propósito de profundizar en las complejidades que estos encierran y que, al ser develadas, permiten comprender con mayor detalle el fenómeno estudiado. La sistematización de los datos para obtener los resultados se realiza atendiendo los siguientes cuatro momentos articulados con las tres fases, según se presentan en la tabla 24, y que están alineados con los objetivos de la investigación:

Tabla 244

Momentos para la sistematización y análisis

Fase de investigación	Momento de sistematización y análisis (MSA)	Propósito de la sistematización y análisis en el momento	Objetivos específicos (OE) y preguntas de investigación (PI)
Fase 1	MSA 1	Sistematización y análisis para identificar criterios didácticos emergentes y la prevalencia de cada uno (análisis inductivo).	OE 1: identificar los criterios que los futuros profesores de matemáticas utilizan para valorar la idoneidad didáctica en la gestión de un proceso de estudio.
	MSA 2	Sistematización y análisis para clasificar las acciones y razones relacionadas o	PI 1: ¿cuáles criterios de idoneidad privilegian los futuros profesores de

		asociadas a las diferentes idoneidades didácticas (análisis deductivo) y la prevalencia de cada una.	matemáticas en la gestión de un proceso de estudio?
Fases 2 y 3	MSA 3	Sistematización y análisis para indagar sobre el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica.	<u>OE 2: analizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica evidenciada con la gestión de los futuros profesores de matemáticas al realizar procesos de estudio</u> PI 2: ¿cómo gestiona el futuro profesor de matemáticas la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica al realizar procesos de estudio?
	MSA 4	Sistematización y análisis para determinar los factores que intervienen en el estado de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica.	OE 3: determinar los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica que logran los futuros profesores de matemáticas. PI 3: ¿cuáles son los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los futuros profesores de matemáticas?

En referencia al alcance del análisis en esta investigación, está alineado con las aproximaciones *interpretativa* y *antropológica*, y, en términos de Camargo (2021), progresa en tres direcciones: *análisis para describir*, *análisis para interpretar* y *análisis para inferir*. Estos análisis no ocurren necesariamente de manera secuencial, van apareciendo según los momentos y propósitos que se tienen establecidos en la investigación.

El *alcance descriptivo* en el análisis ocurre cuando se identifican, por un lado, los criterios didácticos emergentes en las prácticas de planificación de las clases (A-R) y, por otro, al observar la relación que implícita o explícitamente aparece con los criterios de idoneidad didáctica, particularmente en los tres primeros *momentos* y al abordar los datos derivados de la información registrada mediante los instrumentos I-1 e I-2. Es necesario indicar que el análisis sobre la relación entre las A-R con las diferentes idoneidades es realizado por el investigador apoyado en el contenido del instrumento I-3, el cual es empleado en tal situación como herramienta para sistematizar y analizar la información lograda de manera particular mediante el instrumento I-1.

El *alcance interpretativo e inferencial* en el análisis que se realiza ocurre principalmente en los *momentos MSA 3 y MSA 4* en los que se indaga sobre el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica, así como sobre los factores que intervienen en su gestión. Para esto, se establecen relaciones o patrones entre las acciones y razones que exponen los FPM con los indicadores, componentes y facetas de la idoneidad didáctica que se presentan en el instrumento I-3, pero también al emplear elementos de las herramientas RT-CCDM y MH-CC que permiten observar la CAVID y que han sido imbricados mediante el *registro tabular para observar y evaluar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (RT-OE-CAVID)* que fue diseñado en este trabajo.

6.6.3 Especificidades para la sistematización y análisis de la información

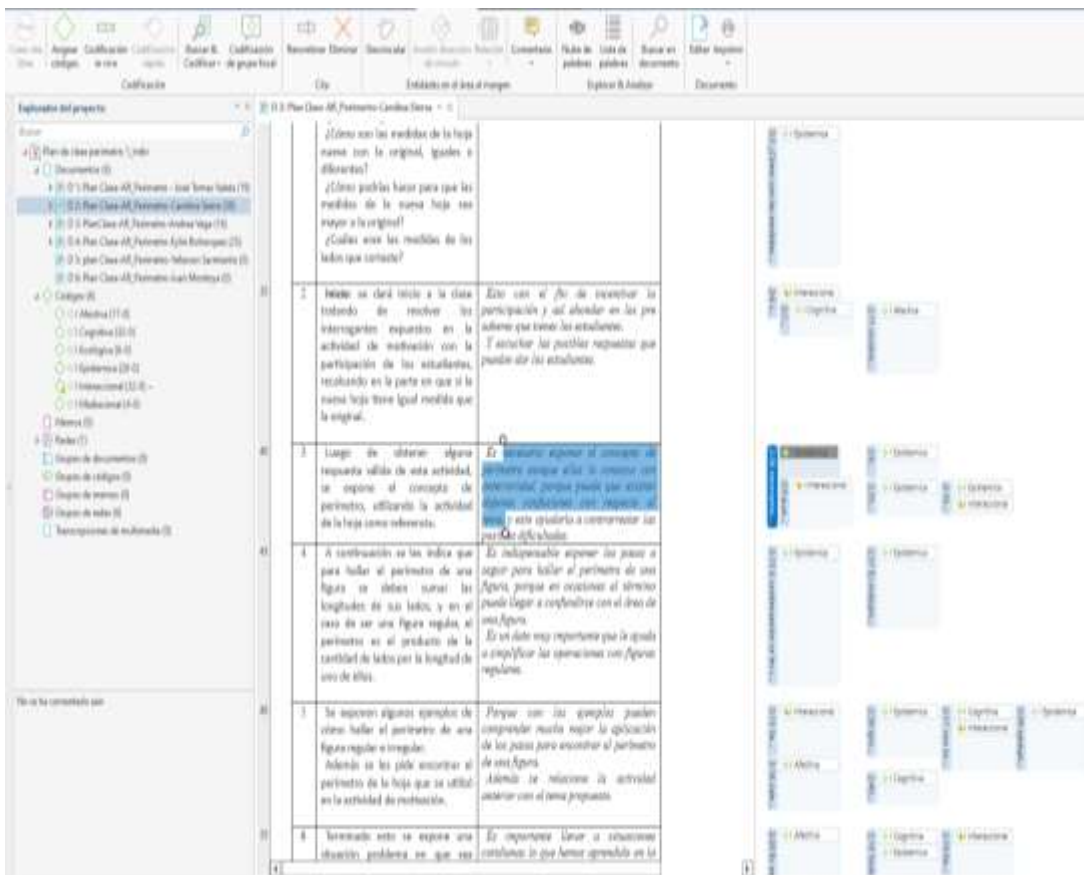
La sistematización y análisis en los dos primeros momentos (*MSA 1 y 2*) están encaminados hacia el objetivo de *identificar los criterios personales* que los futuros profesores de matemáticas utilizan para orientar la enseñanza de las matemáticas para valorar la idoneidad didáctica en la gestión de un proceso de estudio. En esta dirección, se observan los criterios didácticos emergentes o implícitos (análisis inductivo) que se emplean para diseñar las planificaciones y, al tiempo, se observa su nivel de prevalencia relacionados con las idoneidades didácticas (análisis deductivo). Este análisis se realiza mediante *i*) información de los planes de clase individuales y del equipo de trabajo en registro escrito (I-1), *ii*) información presente en los instrumentos I-2 e I-3 que contienen el análisis de los planes en registro escrito, *iii*) los episodios de videos transcritos en los cuales se registran las presentaciones efectuadas por los FPM en las sesiones del curso y *iv*) el informe o trabajo final que realizan los equipos de FPM al cierre del curso de formación.

En el análisis realizado, se contó con la asistencia tecnológica del programa Atlas.ti en sus versiones 9 y 22 (con licencia personal) en lo concerniente al análisis de los alcances descriptivo e interpretativo; para ello, a partir de las A-R presentes en las planificaciones de clase y las explicaciones o justificaciones que aparecen en los discursos de los FPM, se inicia un proceso de codificación descriptiva que procede con una primera *codificación abierta* (criterios didácticos personales emergentes), como se muestra en la figura 16. Luego, se seleccionan, reagrupan o reducen los códigos para lograr una depuración y consolidación de varios grupos de acciones y

razones (A-R) o, en este caso, de las categorías emergentes, procedimiento que se ilustra en la figura 17. Posteriormente, se lleva a cabo una *codificación axial selectiva* (Camargo, 2022), basada en los criterios de idoneidad didáctica y sus componentes, que toma como referencia el contenido del instrumento I-3 mediante el cual se determinan las *A-R asociadas a cada idoneidad* y el nivel de prevalencia, como se ilustra en las figuras 17, 18 y 19.

De acuerdo con los intereses investigativos en esta tesis, todo el proceso de codificación está guiado por lo que se denomina *codificación selectiva* (Strauss & Corbin, 2002) para procurar la mayor relación posible con el problema de estudio. Además, parte del análisis fue preestructurado a partir de las orientaciones y elementos del EOS y el modelo CCDM, con los cuales se determinaron el constructo de idoneidad didáctica y las competencias claves del profesor de matemáticas.

Figura 16
Codificación de A-R presentes en los planes de clase



Nota. Imagen del proceso de sistematización de los planes de clase mediante el programa Atlas.ti

Figura 17

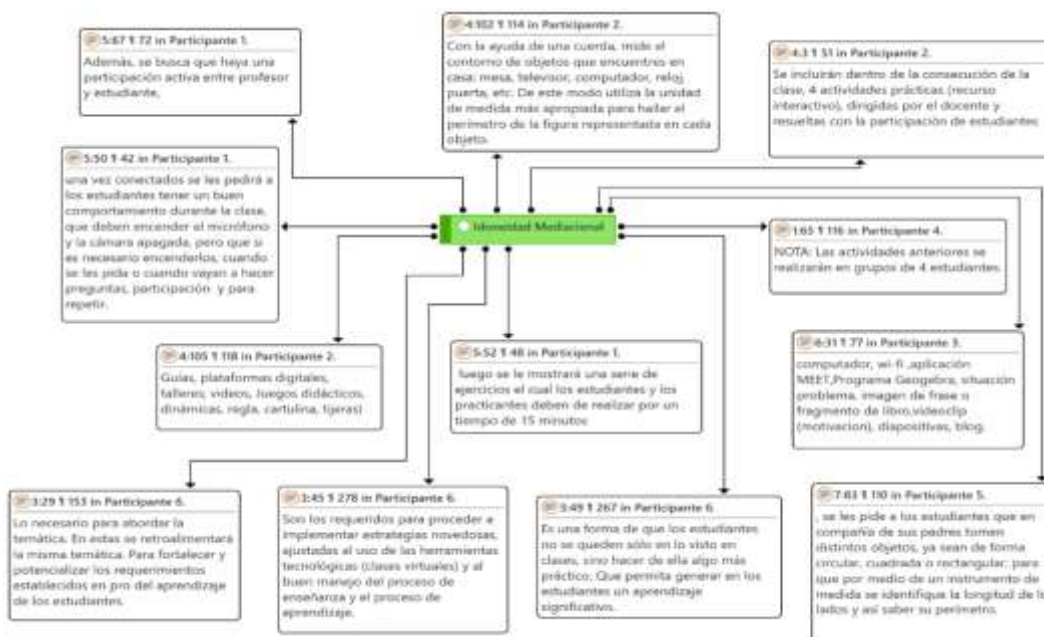
Grupos de acciones y razones (A-R) emergentes en las planificaciones

Grupos de acciones y razones (A-R) emergentes en las planificaciones	A-R emergentes en los planes de clase y nivel de prevalencia
A-R1. Según el área de formación	Curriculares (32%), didácticas (7%), disciplinar (44%) y formativa-pedagógica (17%)
A-R2. Según la naturaleza de los significados	Institucionales (68%) y personales (32%)
A-R3. Según el modelo o trayectoria de enseñanza	Activo-constructivista (11%), basada en resolución de problema (10%), colaborativo (10%), magistral-mecanicista (17%), tradicional-expositivo (52%)
A-R4. Según los momentos de la clase	Inicio (32%), desarrollo (32%) y cierre (36%)
A-R5. Según el rol del estudiantes	Receptor pasivo (30%), colaborativo (15%), individualista (11%) y receptor activo (44%)
A-R6. Según las pretensiones al enseñar	Uso de herramientas tecnológicas (54%) y motivación con juego (46%)
A-R7. Sobre el abordaje del objeto matemático a enseñar	Ejercicios rutinarios (29%), propiedades asociadas (2%), conceptos relacionados (20%), definición-concepto de perímetro (7%), procedimientos (14%), representaciones (13%) y situaciones problema (14%)
A-R8. Sobre procesos asociados al desarrollo del pensamiento matemático	Resolución y planteamiento de problemas (14%), razonamiento (14%), comunicación (8%), formulación y aplicación de procedimientos (47%)

Nota. Imagen del proceso de sistematización de las acciones-razones presentes en los planes de clase mediante el programa Atlas.ti

Figura 18

A-R personales relacionadas con los criterios y normas de la faceta mediacional de la ID



Nota: imagen de la sistematización y obtención de los criterios empleados por los FPM en los planes de clase mediante programa Atlas.ti

Figura 19

Niveles de idoneidad presentes en los planes de clase

Nivel de presencia de las idoneidades en el plan-NPIP	Idoneidad	FPM 1	FPM 2	FPM 3	FPM 4	FPM 5	FPM 6
Nivel Alto							
Nivel Medio	Idoneidad Epistémica	x		x	x	x	x
	Idoneidad Ecológica			x			
	Idoneidad Cognitiva			x		x	x
	Idoneidad Afectiva			x		x	
	Idoneidad Interaccional	x		x	x	x	
	Idoneidad Mediacional			x		x	
	Idoneidad Epistémica		x				
Nivel bajo	Idoneidad Ecológica	x	x		x	x	x
	Idoneidad Cognitiva	x	x		x		
	Idoneidad Afectiva	x	x		x		x
	Idoneidad Interaccional			x			x
	Idoneidad Mediacional	x	x		x		x

Nota. Imagen de la sistematización sobre los criterios empleados por los FPM asociados a las idoneidades

En el MSA 3, se diseñó un instrumento para registrar la información y que permite *indagar sobre el estado y desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica* (CAVID). Este instrumento es un registro tabular que consta de cuatro columnas, está basado en los elementos que integran la GVID-IM, el RT-CCDM y la MH-CC, y se denomina *registro tabular para observar y evaluar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica* (RT-OE-CAVID), con el cual se analiza en forma específica los planes de clase diseñados por los FPM en términos de las A-R en ellos presentes; así también, se aplica para el análisis usando los fragmentos y las narrativas que fueron transcritos los cuales aparecen en los episodios en los que se hizo la presentación de las planificaciones.

Es necesario anotar que al asumir la competencia de análisis de la idoneidad didáctica como *acción competente* (Font, 2011; Font *et al.*, 2015; y Pino-Fan *et al.*, 2022) se requiere observar de forma articulada las acciones que den cuenta de ella, para lo cual se consideran como indicadores *las acciones y razones expuestas en lo planificado* (I-1), *las reflexiones* realizadas sobre el plan y las formas de enseñanza (I-2), *la valoración* de los aspectos relacionados con las idoneidades, sus

componentes e indicadores; los *ajustes y rediseño* realizados a los planes (I-3); de igual manera, las narrativas (explicaciones y argumentos) manifestadas en los episodios de presentación de los planes de clase.

El RT-OE-CAVID se presenta y describe en la tabla 25, lo integran cuatro columnas: en la primera, las *Narrativas-episodios* que resultan de los planes de clase o de las respuestas ante alguno de los instrumentos (basadas en las acciones y razones A-R) o de las transcripciones de videos, que están enumerados para facilitar el análisis; la segunda columna recibe el nombre de *Criterios de ID* y contiene los enunciados textuales de algún indicador (I), componente (C) e idoneidad didáctica (ID) en sus diferentes facetas, que han sido identificados por su relación con las A-R presentes en la primera columna; la tercera columna, denominada *Relación entre acciones-razones (A-R) y criterios de I*, comprende las narrativas centradas en las razones que exponen los FPM o su equipo de trabajo al momento de analizar y valorar el plan de clase, las cuales a partir de la interpretación del investigador se asocian según su característica con algunos de los indicadores-componentes-idoneidad señalados en la segunda columna.

La cuarta columna, *Observación y evaluación de la CAVID según herramientas (RT-CCDM y MH-CC)*, atiende la sistematización de manera descriptiva y puntual de la evaluación que el investigador realiza sobre la competencia de los FPM basada en las inferencias que parten de la información registrada en las tres columnas anteriores y se organiza a partir del uso combinado de algunos elementos y categorías presentes en la macroherramienta (MH-CC) propuesta por Pino-Fan *et al.* (2022) y el registro tabular (RT-CCDM) empleado por Font *et al.* (2018).

Tabla 255

Estructura del registro tabular para observar y evaluar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (RT-OE-CAVID)

Narrativa-episodio (Acciones- Ac)	Criterios de ID: Idoneidad (ID)- componente (C)- indicador (I)	Relación entre acciones- razones (A-R) y criterios de ID	Observación y evaluación de la CAVID según herramientas (RT-CCDM y MH-CC)
Se coloca uno o varios fragmentos del texto descriptivo	Contiene los enunciados textuales de algunos	Contiene la sistematización sobre las narrativas elaboradas por los FPM y su equipo al momento de analizar y valorar	Atiende de manera directa y puntual la evaluación e inferencias que el

<p>(episodio) que aparece en i) el instrumento E-1 en el que se indican las acciones y razones (A-R) que los FPM tienen en su plan de clase.</p> <p>ii) las transcripciones de los videos en los que se presentaron los planes de cada equipo (A-R) junto a su análisis al aplicar el instrumento I-3.</p>	<p>indicadores, componente y la idoneidad (GVID-IM, I-3), que pueden guardar relacionan con la A-R expresadas en las narrativas-episodios</p>	<p>el plan de clase. Estas, según el análisis del investigador, se pueden asociar a algunos de los indicadores-componentes-idoneidad señalados en la segunda columna</p> <p>Tales narrativas en términos de acciones-razones son de gran importancia para el análisis, puesto que aquí es donde se pueden observar los elementos que dan origen a las inferencias contenidas en la cuarta columna.</p>	<p>investigador realiza sobre la CAVID del participante según lo identificado en las columnas anteriores. Se organiza a partir del uso combinado de algunos elementos y categorías utilizados en la macroherramienta (MH-CC) propuesta por Pino-Fan <i>et al.</i> (2022) y el registro tabular (RT-CCDM) empleado por Font <i>et al.</i> (2018).</p>
--	---	--	--

Nota. Herramienta elaborada a partir de los trabajos de Pino-Fan *et al.* (2022), Font *et al.* (2018) y Godino (2013)

En el *capítulo de resultados*, se puede apreciar la manera de implementar este instrumento RT-OE-CAVID cuando se analiza el estado de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica que gestionan los FPM. Un aspecto que es importante destacar en este instrumento corresponde a los elementos que se consideran en la cuarta columna, dado que según lo que allí se consigna el investigador tiene mejores oportunidades para describir, interpretar y generar inferencias frente al estado de la competencia, siempre basado en los detalles y evidencias presentes en las tres primeras columnas. Estos elementos han sido tomados del RT-CCDM y la MH-CC, dentro de los cuales se destacan como categorías para analizar las siguientes: *i) tipo de análisis, ii) fase de análisis, iii) dimensión del conocimiento, iv) profundidad del análisis y v) competencias claves*. Con estos, se logra establecer una aproximación sobre los aspectos que los FPM ponen en juego al diseñar sus planes de enseñanza cuando atienden un referente específico, como lo es en este caso el I-3 que contiene el sistema de idoneidades, componentes e indicadores.

En la tabla 26, se indican en forma general cómo se organizan los elementos que integran el RT-OE-CAVID, con especial énfasis en los aspectos que se consideran en la cuarta columna.

Tabla 266*Estructura y elementos del RT-OE-CAVID*

Narrativa-episodio Acciones (Ac)	Criterios de ID: Idoneidad (ID)-componente (C)- indicador (I)	Relación entre acciones- razones (A-R) y criterios de ID	Observación y evaluación de la CAVID según herramientas (RT-CCDM y MH- CC)
Ac 0	Criterios de idoneidad	A-R1- ID Ep	<i>Tipo de análisis</i>
Ac 1	Epistémicos (IEp)	A-R2- ID C	Descriptivo/explicativo/valorativo
Ac 2	Componente (CEp)	A-R3- ID In	<i>Fase de análisis</i>
.	Indicador Epistémico	.	<i>A priori/ Diseño/</i>
.	(IEp)	.	<i>Implementación/</i>
.		.	<i>Rediseño</i>
	Criterios de idoneidad		<i>Dimensiones del conocimiento</i>
	Cognitivos (IC)		<i>Matemático/</i>
	Componente (CC)		<i>Didáctica (didáctico-matemática)/</i>
	Indicadores cognitivos (ICn)		<i>Metadidáctico-matemática</i>
	.		<i>Profundidad del análisis</i>
	.		<i>N0 (superficial)</i>
	.		<i>N1 (básico/incompleto)</i>
			<i>N2 (esenciales/completo/comprendible)</i>
			<i>N3 (Experto/Exhaustivo)</i>
			<i>Competencias claves</i>
			<i>Competencia matemática</i>
			<i>Competencia de análisis e intervención</i>
			<i>didáctica:</i>
			<i>Análisis de la actividad matemática. Análisis</i>
			<i>de interacciones y sistema normativo.</i>
			<i>Análisis del uso y manejo de recursos.</i>
			<i>Análisis sobre valoración de la idoneidad</i>

Nota. Herramienta elaborada a partir de los trabajos de Pino-Fan *et al.* (2022); Font *et al.* (2018) y Godino (2013)

El análisis proyectado para el *MSA 4* sugiere la *identificación de los factores* que potencialmente están incidiendo en el estado y desarrollo de la CAVID en los FPM. En tal dirección, se parte de dos fuentes de información: la primera corresponde a la *revisión de la literatura especializada* sobre el tema; y la segunda, a los *hallazgos logrados* en los tres primeros momentos del análisis. La articulación de ambas permite al investigador inferir y consolidar un grupo de elementos de carácter teórico y empírico que ofrezca respuestas plausibles a la pregunta *¿cuáles son los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los futuros profesores de matemáticas?* También se

considera para este momento lo observado en los comentarios y opiniones de los FPM al abordar las discusiones en las sesiones y en las presentaciones de sus trabajos, en las respuestas que se ofrecieron al inicio del curso en términos de diagnóstico y al final del curso cuando se adelantó un diálogo alrededor de lo realizado en todo el espacio de formación implementado.

7 Resultados

El análisis de los datos y la obtención de resultados en esta investigación se organizan y presentan, según se indicó en el apartado 6.6.2 del capítulo de la Metodología, en cuatro momentos, los cuales están alineados con las fases, los objetivos y preguntas que se abordan en esta tesis, tal como se presenta en la tabla 23.

7.1 Sistematización y análisis para identificar los criterios didácticos emergentes

Para la sistematización y análisis en este momento (MSA1), se toman dos fuentes de información de manera articulada y complementaria: *i*) los registros de los planes de clase con acciones y razones (I-1), y las respuestas al instrumento 2 (I-2); y *ii*) los registros en video y sus transcripciones en los que aparecen las explicaciones, argumentos y razones que los futuros profesores de matemáticas exponen al presentar y analizar los planes, según lo realizado en I-1 e I-2 de forma individual y en pequeños equipos de trabajo. Respecto a la sistematización, se realiza con la asistencia del programa Atlas.ti.

En primera instancia, se lleva a cabo la selección de los planes de clase a partir de reducir y depurar la información; para ello, se determina el nivel de adecuación o pertinencia de cada plan mediante criterios como *i*) la presentación de la estructura sugerida para el plan y sus elementos básicos según I-1; *ii*) el nivel descriptivo de lo planificado en términos de las A-R que integran el plan de clase, *iii*) los niveles de atención y profundidad del objeto matemático para enseñar según el contenido y las tareas que se presentan, y *iv*) el nivel de atención a los aspectos didácticos para el desarrollo de la enseñanza. En la tabla 27, se ilustra la forma como se caracterizaron los veinticuatro planes de clase para luego seleccionarse los que fueron objeto del análisis detallado.

Tabla 27

Caracterización de los planes de clase para su selección y análisis

Nivel de organización, adecuación y pertinencia	Características identificadas en el plan de clase
Alto	El plan de clase maneja una estructura organizada con los elementos de un plan de clase según lo solicitado. El contenido es ampliamente descriptivo y detallado, presenta

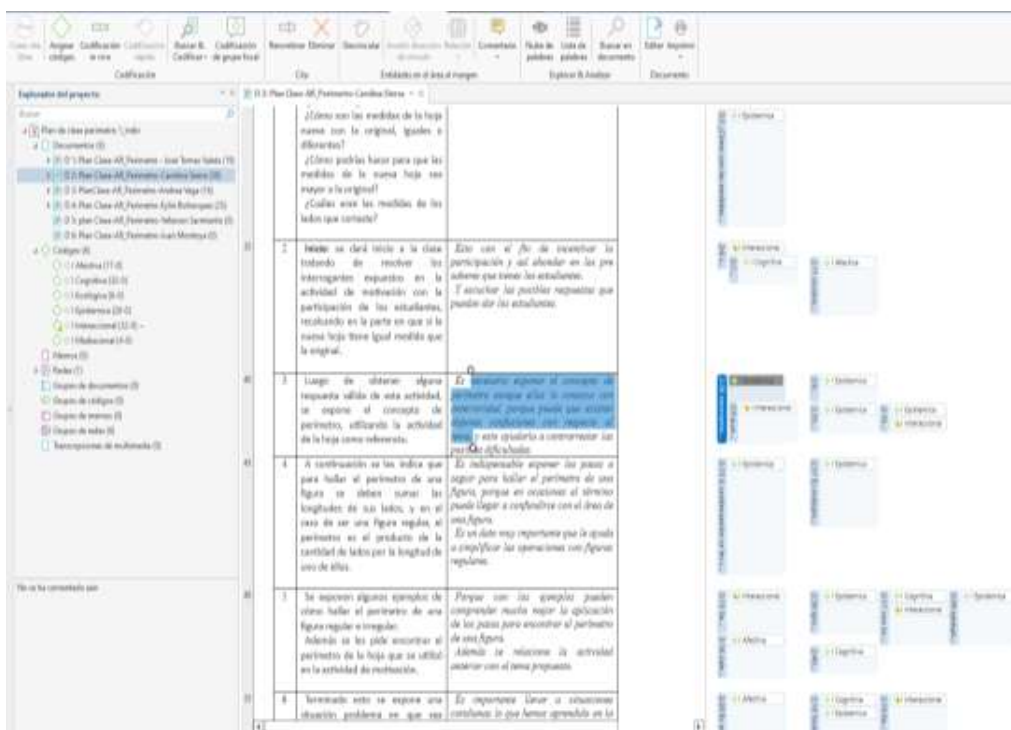
	<p>ejemplos, ejercicios y actividades de apoyo; así mismo, las acciones-razones particulares y detalladas según lo que se orientó. El tema para enseñar es abordado satisfactoriamente y se observan elementos didácticos que enriquecen lo planificado. En general, es un plan que atiende las orientaciones presentadas en I-1.</p>
Medio	<p>Este plan contiene la mayoría de los elementos básicos de una clase. En el inicio plantea dos actividades de motivación que no las articula, lo cual puede causar confusión al estudiante. Del mismo modo, se muestra una ilustración de la actividad introductoria. Las razones expuestas en la sección introductoria son algo ligeras al no justificar ampliamente las intenciones pedagógicas de sus actividades. En el desarrollo de la clase, incorpora el uso de un aplicativo para activar la participación de los estudiantes. Las actividades planteadas atienden de algún modo las evidencias de aprendizaje. En las razones dadas en el desarrollo de las actividades, se apoya en teóricos representativos como Piaget, en el desarrollo del estudiante. Este plan, aunque está parcialmente estructurado, tiene algunos aspectos pendientes por incorporar, como el uso de situaciones problemas en el desarrollo y evaluación, organizar el uso de referentes, plantear un objetivo, entre otros. El plan en general atiende la estructura organizada con algunos elementos de un plan de clase. Se presenta el componente matemático, aunque con pocos ejemplos, ejercicios y actividades de apoyo. Por otro lado, las acciones-razones se presentan de manera integrada en el desarrollo del plan de clase y suelen ser muy generales.</p>
Medio bajo	<p>El plan posee una identificación básica, los referentes de calidad están planteados con poco desarrollo, no son tan específicos con los que se pretenden trabajar en el aula, porque se plantea una serie de estándares y componentes que no se relacionan con el desarrollo de la clase. Se muestra una descripción metodológica del trabajo en el aula con que se describen las acciones y razones, mas no se presenta una justificación amplia y directamente alineada con las acciones planteadas. El tiempo y la actividad de motivación son muy cortos, pues de entrada se focalizan en presentar el tema. Se indica el desarrollo de la clase y se describe lo que se va a hacer. Se parten del concepto, ejemplo y actividades. En la razón se menciona de manera general por qué se proponen esas acciones, pero no se aterriza en su descripción. Las actividades planteadas guardan poca relación con los objetivos propuestos y las competencias que van a desarrollar los estudiantes, por lo cual no se evidencian los procesos de razonamiento, comunicación y resolución. Trabaja algunas estrategias de gestión de aula que le permiten fortalecer el proceso de aprendizaje de sus estudiantes. La manera como está planteada la evaluación, que tiende a lo tradicional, no contribuye a detectar los avances de los estudiantes y sus dificultades como una oportunidad de mejora, es decir, no se tiene en cuenta la evaluación formativa. De manera general, no se corresponden las intenciones dadas en las razones con las acciones planteadas en la planeación de la clase.</p>
Bajo	<p>El plan contiene una identificación y usa los referentes de calidad o sugerencias pedagógicas propuestas por el MEN, pero no atiende la mayoría de los elementos solicitados. No plantea actividades que despierten el interés y atención de los estudiantes, pero sí algunos elementos para el reconocimiento de saberes previos. Respecto a las razones, son muy breves y pobres en su argumentación. El tema abordado (polígono) no considera de manera directa lo solicitado para el objetivo de aprendizaje propuesto. Las explicaciones dadas no son lo suficientemente precisas, no se dan razones que justifiquen detalladamente las actividades propuestas. En el desarrollo de las actividades no se proponen situaciones problemas relacionadas con el contexto de los estudiantes; tampoco situaciones didácticas que incorporen lo concreto, pictórico y abstracto. Aunque el plan conserva una estructura organizada, el componente matemático es presentado de manera muy general y carece de ejemplos y ejercicios. Las razones de las acciones se presentan en un documento adicional, de manera general y dejando confusiones en la razón principal por la cual se realiza determinada acción.</p>

Con base en el proceso de selección, se llegaron a identificar seis planes de clase de igual número de FPM, con los cuales puede llevarse a cabo un proceso de análisis con mayores niveles de detalle y profundidad en atención a su contenido. En estos planes, se procede a realizar inicialmente el análisis inductivo mediante la codificación abierta y luego el deductivo con la codificación axial; de manera similar, se efectúa con la información del instrumento I-2 para aplicarse a cada uno de ellos.

7.1.1 Codificación de las A-R como criterios didácticos presentes en los planes de clase (I-1)

Al observar los planes seleccionados, y mediante un ejercicio inicialmente exploratorio e interpretativo, se logran establecer varios aspectos que emergen de los mismos, tal como se muestra en la tabla 28, los cuales son la primera versión de los criterios didácticos emergentes y *a priori* empleados por los FPM, previo a esto se ha realizado en Atlas.ti la codificación respectiva para cada plan; en la figura 20, se ejemplifica este proceso tanto para los criterios emergentes como para los asociados a las idoneidades.

Figura 20
Codificación abierta de las A-R presentes en los planes de clase (I-1)



Tal codificación, como se presenta en la figura 20, conlleva observar las acciones y razones (A-R) que se constituyen en los criterios personales que los FPM tienen como referentes para tomar decisiones frente al proceso de planificación cuando pretenden enseñar el objeto perímetro; esas A-R se refieren a lo planteado por Godino *et al.* (2013), cuando establecen que el profesor como “experto” en didáctica de las matemáticas puede razonar y decidir sobre la preferencia o no de ciertas formas de interacción y tareas al enseñar. En este sentido, en la tabla 28 se describen varias de las acciones y razones presentes en los planes de los FPM, al tiempo que se asocian las codificaciones o rótulos que se generaron para posteriormente efectuar un análisis más detallado mediante el cual se identifiquen las primeras tendencias en relación con los criterios que tienen los FPM al tomar decisiones para planificar la enseñanza del objeto perímetro, lo cual origina lo que se presenta en la tabla 29.

Tabla 28

Aspectos identificados en las acciones y razones según la codificación abierta

Aspectos que se observan en el plan de clase	Descripción general de lo observado en los planes
<i>El tipo o naturaleza de las acciones y razones</i>	En el plan se aprecian acciones y razones referidas a temas curriculares, disciplinares, didácticos o pedagógicos.
<i>Caracterización de las razones ante las acciones</i>	Se presentan razones personales y otras basadas en conocimientos generales sobre la enseñanza.
<i>Secuencia que se propone para la clase</i>	Las acciones de enseñanza se enmarcan en una clase de tipo expositiva, activa, basada en situaciones problemas, ejercicios. El plan está organizado en la secuencia inicio-desarrollo-cierre, motivación o ambientación, explicación y ejemplificación-ejercitación y evaluación.
<i>Rol del profesor</i>	Las acciones revelan el rol del profesor, se visionan tendencias sobre el profesor como dictador/transmisor, orientador/asesor, dinamizador de acciones.
<i>Rol del estudiante</i>	Las acciones indican que el rol de los estudiantes tiende a ser como un sujeto pasivo, receptor, activo, individualista, colaborativo.
<i>Niveles de creatividad e innovación para la enseñanza</i>	Se proyectan acciones para el uso de materiales de apoyo y didácticos.
<i>Reflejo de referentes u orientaciones de las didácticas de las matemáticas</i>	Las acciones metodológicas denotan orientaciones didácticas y pedagógicas.
<i>Abordaje y desarrollo disciplinar del objeto que se enseña</i>	El objeto perímetro se propone y aborda a partir de diferentes aspectos.
<i>Concepto(s) abordado(s) en la clase</i>	Se aborda el concepto/definiciones y propiedades asociadas al objeto matemático; además, se asumen otros conceptos relacionados o necesarios para la clase.

<i>Alineación del plan con referentes curriculares (EBC, DBA, etc.)</i>	Se evidencian referentes curriculares dentro de los propósitos de la clase.
<i>Procesos generales de pensamiento</i>	Las acciones y razones dejan ver el propósito de desarrollar procesos de pensamiento para el área de matemáticas, como resolución y planteamiento de problemas, razonamiento, modelación, comunicación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.
<i>Evaluación de los aprendizajes</i>	Se proyectan acciones para valorar los aprendizajes, retroalimentar o afianzar los conocimientos.

De acuerdo con la codificación realizada en esta parte, se logran identificar diferentes aspectos de interés en los planes de clase que ayudan a perfilar aproximaciones a las categorías emergentes, entre los cuales aparecen el tipo o naturaleza de las acciones y razones, la caracterización de las razones ante las acciones, la secuencia que se propone para la clase y el rol del profesor, entre otros, como se observa en las tablas 29 y 30; esta última ofrece una mirada más consolidada sobre las categorías emergentes en función de señalar grupos de acciones y razones según la codificación realizada.

Tabla 29

Acciones y razones presentes en los planes de los FPM y primeras codificaciones

Acciones-razones	Codificación en Atlas.ti
FPM 2. “Para el desarrollo temático concerniente al tema se dice que: perímetro de figuras planas, tomando que EL PERÍMETRO DE UNA FIGURA corresponde a la medida...”.	
FPM 1. “Para mejorar su pensamiento lógico, numérico, geométrico y métrico en la cual permite identificar los lados de una figura e interpretar diferentes situaciones problema”.	<i>A-R referidas al contenido disciplinar (matemáticas)</i>
FPM 3. “Esto con el fin de que los estudiantes se relacionen con la temática a tratar y resuelvan las situaciones problemas utilizando diferentes métodos para llegar a las respuestas”.	
FPM 2. “... para que los estudiantes construyan inicialmente de manera práctica la noción de perímetro, luego se acerca a la definición oficial. De esta manera se tiene en cuenta el proceso de adquisición de nuevos conocimientos mediante asimilación y acomodación ...”.	<i>A-R referidas a lo didáctico o curricular</i>
FPM 1. “Y también buscar indagar ante dicho tema, si los estudiantes presentan dificultad desde sus pre saberes”.	

Con la primera sistematización realizada, según se ha descrito, y luego de la interpretación de los datos codificados, se procede a establecer las posibles categorías, por lo que se realiza un proceso de refinamiento, reducción e integración de códigos que permita llegar a una segunda

reagrupación que dé origen a las ocho categorías emergentes: *A-R según el área de conocimiento*, *A-R según la naturaleza de los significados*, *A-R según el modelo o trayectoria de enseñanza*, *A-R según los momentos de la clase*, *A-R según el rol del estudiante y las pretensiones al enseñar*; *A-R sobre el abordaje del objeto matemático para enseñar* y *A-R sobre procesos asociados al desarrollo del pensamiento matemático*. Tales categorías se presentan en la tabla 30 y se identifican junto a estas los indicadores o subcategorías que las constituyen según el nivel de presencia señalado en porcentajes que el programa Atlas.ti, permite cuantificar al codificar los planes de clase.

Tabla 30

Grupos de acciones y razones (A-R) emergentes en las planificaciones

<i>Grupos de acciones y razones (GA-R)</i>	<i>A-R emergentes en los planes de clase y nivel de prevalencia</i>
GA-R1. Según el área de formación del FPM	Curriculares (32 %), didácticas (7 %), disciplinar (44 %) y formativa-pedagógica (17 %)
GA-R2. Según la naturaleza de los significados	Institucionales (68 %) y personales (32 %)
GA-R3. Según el modelo o trayectoria de enseñanza	Activo-constructivista (11 %), basada en resolución de problemas (10 %), colaborativo (10 %), magistral-mecanicista (17 %), tradicional-expositivo (52 %)
GA-R4. Según los momentos de la clase	Inicio (32 %), desarrollo (32 %) y cierre (36 %)
GA-R5. Según el rol de los estudiantes	Receptor pasivo (30 %), colaborativo (15 %), individualista (11 %) y receptor activo (44 %)
GA-R6. Según las pretensiones al enseñar	Uso de herramientas tecnológicas (54 %) y motivación con juego (46 %)
GA-R7. Sobre el enfoque del objeto matemático para enseñar	Ejercicios rutinarios (29 %), propiedades asociadas (2 %), conceptos relacionados (20 %), definición-concepto de perímetro (7 %), procedimientos (14 %), representaciones (13 %) y situaciones problemas (14 %)
GA-R8. Sobre procesos asociados al desarrollo del pensamiento matemático	Resolución y planteamiento de problemas (14 %), razonamiento (14 %), comunicación (8 %), formulación y aplicación de procedimientos (47 %)

Nota. Los porcentajes se obtienen de la sistematización realizada en el programa Atlas.ti.

Para hacer una lectura más detallada y analítica de los datos presentes en la tabla anterior y tener

una mejor aproximación interpretativa en términos de los criterios que emergen en las A-R presentadas en las planificaciones de los FPM, se describen y explican a continuación algunos de los grupos de A-R y los indicadores que los constituyen:

- En las A-R del grupo *área de formación (GA-R1)*, sobresale el énfasis hacia criterios de tipo *disciplinar en las matemáticas*, no específicamente sobre el objeto de enseñanza (perímetro), sino de forma general; en su orden de presencia, están las A-R que atienden las *directrices y normas curriculares* oficiales, lo que contrasta con la poca presencia de criterios asociados a temas como la didáctica general y la enseñanza específica del objeto perímetro, así como las razones tendientes a los *aspectos formativos y pedagógicos*.
- Sobre las A-R del grupo *modelo o trayectoria de enseñanza (GA-R3.)*, se tiene que los criterios con mayor presencia o peso están dirigidos a justificar los modelos de enseñanza *tradicional-expositivo y magistral-mecanicista*, contrario al bajo peso de razones tendientes a privilegiar la enseñanza *activo-constructivista, la resolución de problemas y el trabajo colaborativo*.
- Respecto a la categoría *A-R sobre procesos asociados al desarrollo del pensamiento matemático (GA-R8.)*, se observa la tendencia a justificar las acciones sobre la aplicación y formulación de procedimientos, lo cual está muy relacionado con la solución de ejercicios y la aplicación de algoritmos; pero la presencia de acciones y criterios para justificar procesos como la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento y la comunicación está en un segundo plano.

Por otra parte, al analizar el listado de indicadores que integran los diferentes grupos de A-R señalados en la tabla 30, hay varios aspectos de interés que se infieren, los que de cierta manera revelan algunas de las preferencias en ciertos criterios normativos que tienen los FPM para planificar la enseñanza. En el caso del Grupo de A-R 1, se aprecia la tendencia y preferencia por criterios que están relacionados con temas de naturaleza disciplinar (matemáticas) y curriculares, pero hay una débil presencia de criterios referidos a los aspectos didácticos y pedagógicos más particulares de la clase en términos del objeto que se enseña. Los aspectos que se infieren se presentan en la tabla 31.

Tabla 31

Aspectos de interés que se infieren de los grupos A-R presentes en la tabla 30

<i>Grupos de acciones y razones (GA-R) emergentes de las planificaciones</i>	<i>Inferencias según las A-R de la tabla 30</i>
G A-R1	La alta presencia de razones asociadas con temas disciplinares y curriculares y la débil presencia de acciones referidas a los aspectos didácticos del plan.
G A-R2	La tendencia a diseñar planes orientados mediante conocimientos institucionales, especialmente de carácter normativo en el currículo de matemáticas.
G A-R3	El énfasis en acciones que sustentan la enseñanza mediante trayectorias o secuencias tradicionales, expositivas y procedimentales, y la débil presencia de razones asociadas con la enseñanza mediante modelos de carácter constructivistas y basados en la resolución de problemas y en el trabajo colaborativo.
G A-R5	Frecuencia alta de criterios orientados a promover el rol del estudiante como sujeto receptor del conocimiento.
G A-R6	La tendencia a sustentar la enseñanza mediante herramientas tecnológicas y la motivación mediante actividades lúdicas.
G A-R7	La prelación de razones para trabajar ejercicios rutinarios y conceptos relacionados con el tema, pero la baja presencia de elementos particulares sobre el objeto perímetro, su definición, concepto y procedimientos involucrados.
G A-R8	La presencia de muchos criterios para sustentar el desarrollo de prácticas basadas en la aplicación y formulación de procedimientos, en tanto que bajos para promover procesos de comunicación, resolución de problemas y de razonamiento.

Además de lo anterior, estos resultados también confirman que los criterios y normas emergentes (y de uso *a priori* en la intervención-formación) empleados por los futuros profesores de matemáticas (FPM), que surgen de las acciones y razones presentes en los planes, tienden a ser de carácter descriptivo y valorativo frente a lo que se ha planificado, lo que significa que, de cierta manera, están organizados implícitamente a partir de algunos indicadores presentes en los diferentes componentes que integran los criterios de idoneidad didáctica (Seckel y Font, 2020). En tal sentido, los diferentes grupos de A-R identificados y organizados a partir de la sistematización en las planificaciones, que se relacionan con aspectos *interaccionales* en el caso de las A-R que se denotan, *el modelo o trayectoria de enseñanza*; aspectos epistémicos y cognitivos, como ocurre con los grupos de A-R sobre el enfoque del objeto matemático a enseñar, y procesos asociados al desarrollo del pensamiento matemático.

En este grupo de categorías, se percibe que las planificaciones que diseñan los FPM

procuran presentar acciones de enseñanza basadas en criterios o argumentos ampliamente generales, muy cercanos a posiciones más personales que institucionales, con poca atención tanto al objeto matemático que se estudia como a las orientaciones didácticas para enseñar el objeto perímetro. Esta situación puede deberse a la poca experiencia del profesor en formación, con lo cual no se evidencia una reflexión profunda de su actividad docente (Morales-López y Font, 2019), en este caso, al diseñar los planes para orientar la enseñanza, además de que poco o nada detallan o anticipan lo que eventualmente pueden o deben realizar los estudiantes en la clase.

En este mismo sentido, Phelps-Gregory y Spitzer (2021) han indicado que este tipo de resultados tiene implicaciones para la formación de profesores de matemáticas y señalan la importancia de diseñar intervenciones para ayudarlos a observar más allá de las características más visibles y destacadas al planificar la enseñanza teniendo en cuenta el pensamiento de los estudiantes, lo cual se puede lograr si se les brinda oportunidades de estudio y el uso de las herramientas ofrecidas por el constructo idoneidad didáctica y su desglose operativo en criterios, componentes e indicadores.

El análisis que se presenta se realiza a partir de la información que ofrecen las respuestas de los seis FPM que realizaron el análisis de los planes de clase mediante el instrumento *Reflexionando sobre mi plan de clase* (I-2); también, se tienen en cuenta las narrativas presentes en las sesiones en las que se hacen las presentaciones sobre algunos de los planes de clase diseñados según el I-1 (sesiones S6 y S7) y las presentaciones de las respuestas al I-2 (S9 y S10) con sus respectivas transcripciones. En esta dirección, el abordaje de las sesiones en las cuales se presenta la información registrada en el instrumento I-2 tiene la intención de que los FPM expongan, expliquen o amplíen las respuestas frente a preguntas o acciones que conllevan la reflexión sobre elementos puntuales del plan de clase, tales como *identificar aspectos o características que consideran valiosos o importantes* en relación con, por ejemplo, los *puntos especialmente atractivos del plan, las características de las matemáticas que se abordan, el aprendizaje, la parte afectiva, la interacción entre profesor y estudiantes, el uso de recursos tecnológicos, los atributos necesarios para atender e incorporar al elaborar un plan y su valoración.*

Al analizar las respuestas sobre las *características afectivas*, en la figura 21 se detallan las

que indican interés en la *relación entre docente y estudiante basada en la confianza* [6:8] E2⁶ [5:6] E1; también proponen *evitar la ansiedad por las matemáticas ofreciendo actividades lúdicas* que conecten con otras áreas del conocimiento [5:8] E1. En la figura 21, se consolidan tales criterios empleados por los FPM para diseñar sus planificaciones.

Figura 21
Características afectivas valiosas según los FPM

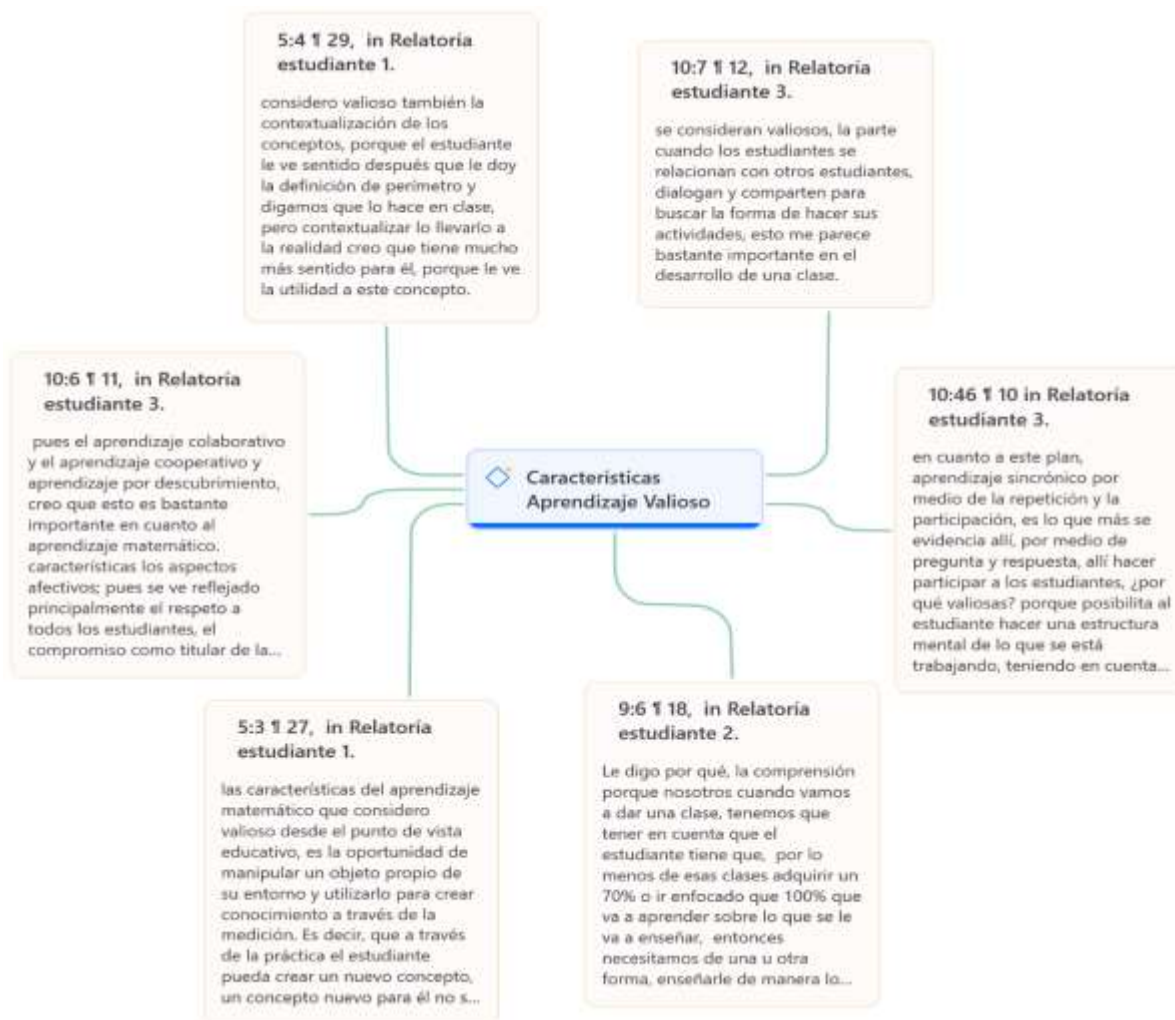


Nota. Figura obtenida a partir de los datos procesados por el programa Atlas.ti

⁶ La notación de la forma [6:8] E2 corresponde al fragmento de la transcripción codificada en el programa Atlas.ti para el participante N.º 2, donde 6 es el número del documento (fuente de información) y 8 el orden del texto seleccionado según el programa.

Los futuros profesores de matemáticas indican como *características de aprendizaje valiosas* en las matemáticas varios aspectos, entre ellos los siguientes: promover la relación y diálogo entre estudiantes [7:7] E3; usar problemas contextuales y confrontar los conocimientos [6:6] [6:4] E2, [5:5] E1; implementar las preguntas y la repetición para organizar las ideas [7:5] E3, considerar tanto los aprendizajes de tipo colaborativo, cooperativo y por descubrimiento [7:6] E3 como las oportunidades para manipular objetos del entorno mediante la práctica [5:3] E1. Lo anterior se representa en la figura 22, en la que aparecen las narrativas expuestas por los FPM en sus comentarios durante las sesiones de discusión.

Figura 22
Características de aprendizaje valiosas según los FPM



Nota. Figura obtenida a partir de los datos procesados por el programa Atlas.ti

Para las *características valiosas de las matemáticas*, los FPM asumen como aspectos relevantes el uso del razonamiento (deductivo o inductivo) en la resolución de problemas apoyado en ejemplos [7:4] E3; también, el concepto y procedimientos matemáticos relacionados con el objeto de que se estudia [5:2] E1. Por otra parte, se destaca la importancia de usar estrategias eficaces al resolver un problema empleando diferentes modos de representación [6:13], lo que permite dedicar más tiempo para profundizar en el tema estudiado [6:14] E2. Hay otros que destacan la enseñanza del objeto y el reconocimiento de características específicas [7:3] E3 arguyendo su importancia, dado que permiten al estudiante identificar, relacionar, comparar figuras geométricas y resolver operaciones a partir de fórmulas.

En cuanto a las *características valiosas del uso de material tecnológico* los FPM resaltan, entre otros aspectos, el buen manejo de herramientas tecnológicas articulado con el dominio del tema [6:15] E2; también se indica que sean materiales o recursos del contexto [7:11] E3, mientras que el uso de programas computacionales específicos (Excel, Educaplus...) permite dinamizar las clases [7:12] E3.

En referencia a los *modos de interacción* que los futuros profesores de matemáticas consideran valiosos (figura 23), se encuentran las interacciones entre profesores y estudiantes, la motivación y cuando se da respuesta a las preguntas problematizadoras propuestas [5:9] E1. También, se destaca la interacción entre estudiantes-contenidos, estudiantes-actividades, estudiante-entorno y entre los estudiantes mismos [7:9] E3, aunque este FPM resalta que la interacción entre docente y estudiante es la más valiosa, dado que garantiza la motivación, confianza y adquisición de conocimientos para el proceso de aprendizaje [7:8]. Otro aporte a los modos de interacción valiosos constituye la retroalimentación, cuando hay dudas que resolver [6:12] [6:11] E2 y se cuenta especialmente con el uso de herramientas o actividades interactivas asistidas con tecnologías de la información y la comunicación. Por último, cuando el docente propone las actividades para que los estudiantes realicen dichas tareas.

Figura 23*Modos de interacción valiosos según los FPM*

Nota. Figura obtenida a partir de los datos procesados por el programa Atlas.ti

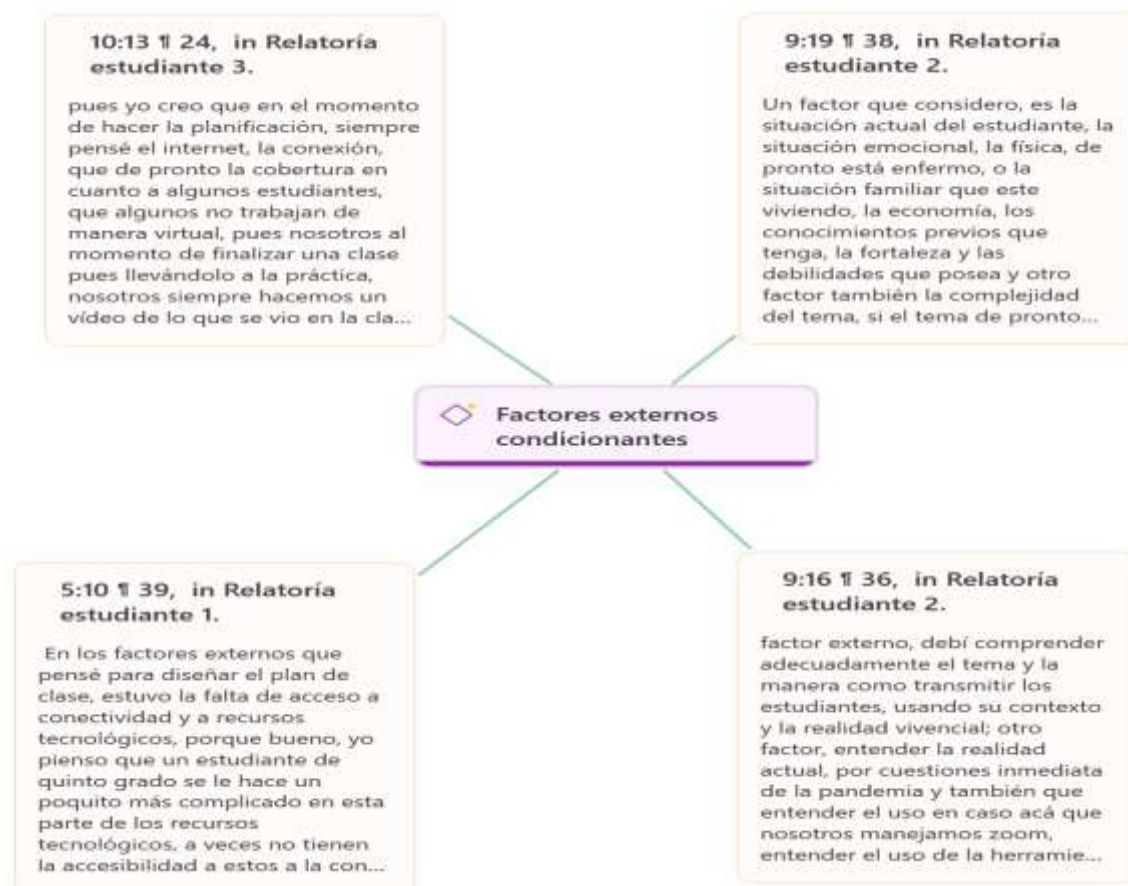
En los factores *externos condicionantes* (figura 24) al diseño de un plan de clase, que fueron señalados por los participantes, se encuentra que están vinculados con la situación actual del estudiante respecto de sus emociones, estado físico, situación socioeconómica, conocimientos previos y la complejidad del tema que este posee [6:19] [6:16] E2 [7:14] E3. Así mismo, consideran factores como el tono de la voz del docente y su estado de ánimo [7:14] E3, la comprensión del contenido matemático y las estrategias de enseñanza según el contexto de los estudiantes [6:16] E2

[7:14] E3.

El manejo de herramientas tecnológicas y el uso del tiempo son otros factores que condicionan el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas [6:16] [6:17] E3; por último, se destacan las condiciones logísticas, como la falta de conectividad y garantías de recursos tecnológicos [7:13] E3 [5:11] E1, lo cual se hace más notable por las circunstancias que la pandemia ocasionada por la covid-19 generó. El considerar estos factores externos se relaciona con la dimensión metadidáctica del conocimiento (CDM) (Castro *et al.*, 2018) que subyace en el contexto educativo y permite visionar los aspectos y factores que pueden incidir en los procesos de enseñanza y aprendizaje, como ocurre con el entorno sociocultural de los estudiantes y las normas personales e institucionales que están presentes.

Figura 24

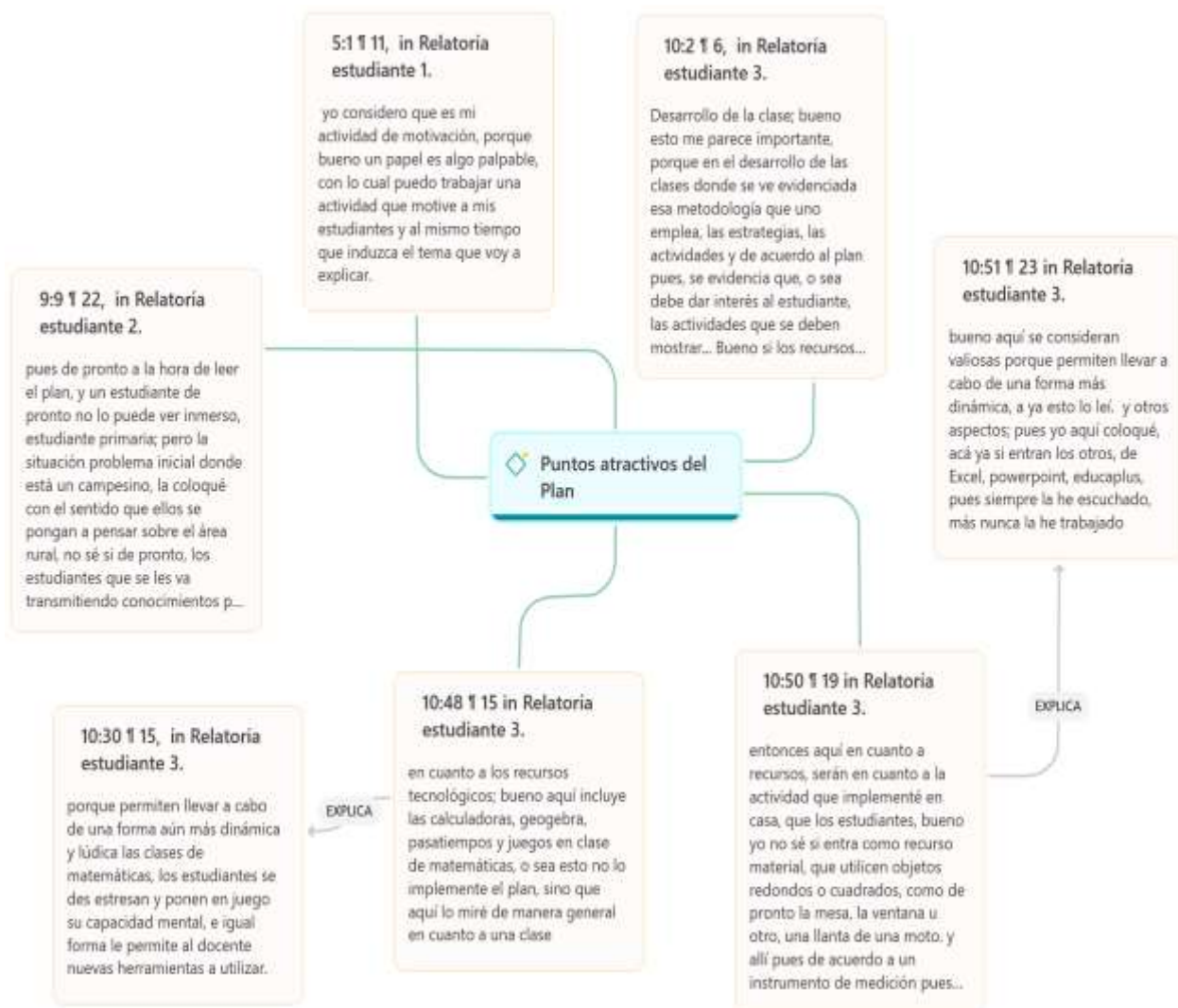
Factores externos condicionantes de la enseñanza y el aprendizaje según los FPM



Nota. Figura obtenida a partir de los datos procesados por el programa Atlas.ti

En lo que respecta a los *puntos que consideran atractivos del plan* analizado, en el mapa (figura 25) se observa que los FPM destacan que se deben presentar adecuadas actividades de motivación al iniciar la clase [5:1] E1, atender el planteamiento de una situación problema contextualizado sobre el tema [6:1] [6:9] E2, el uso que se le da a los referentes y orientaciones curriculares porque direccionan lo que se establece en el plan para su adecuado desarrollo [7:1] E3. Otros puntos que los futuros docentes señalan como atractivos se relacionan con la necesidad de articular el componente de motivación con las matemáticas y el uso de recursos [7:2] E3.

Figura 25
Puntos que consideran atractivos del plan según los FPM



Nota. Figura obtenida a partir de los datos procesados por el programa Atlas.ti

En los *aspectos que los FPM consideran relevantes para diseñar un plan de clase*, las narrativas analizadas permiten percibir aspectos como la necesidad de determinar el objetivo de la clase, la búsqueda de actividades contextualizadas sobre el objeto que se busca enseñar y que ayuden a explicar las temáticas de diferentes formas (ejemplos, situaciones, imágenes, videos, situaciones), y el uso de las TIC para mostrar el concepto de diferentes maneras y captar la atención de los estudiantes [5:12] E1. En esta dirección de brindar especial atención a los elementos del plan que permiten visionar y organizar el accionar para la clase en términos de los objetivos, la metodología, las estrategias y actividades que se pretenden desarrollar, los conceptos básicos acordes al grado de cada estudiante y la evaluación como un elemento inmerso en el proceso de enseñanza y aprendizaje, un FPM indica:

Pues aquí yo siempre tengo en cuenta los objetivos, que se busca lograr y para que el estudiante adquiera esos conocimientos, todo lo que se lleva a cabo. bueno la metodología y estrategias que permiten la forma en cómo va a trabajar el docente y las diferentes actividades que implementará para que los estudiantes puedan trabajar y desarrollar lo propuesto; los conceptos básicos que deben ser claros y acorde al grado de cada estudiante, para su buena enseñanza; la evaluación siempre inmersa en el proceso de enseñanza y proceso de aprendizaje, se considera todo lo que el estudiante aprende y cómo lo aprende, de igual forma se debe evidenciar en todos los momentos de la clase. Los recursos, pues necesarios para el desarrollo de la clase, deben estar relacionadas con las temáticas y que brinden las ayudas necesarias al momento de utilizarlo y aquí profe en la última pregunta pues no sé profe, yo aquí no le di un valor, creo que esta es la parte más compleja. [7:15] E10

El análisis y los resultados obtenidos a partir de los criterios didácticos emergentes al usar como referentes los aspectos del instrumento *Reflexionando sobre mi plan de clase* (I-2) para analizar el plan de clase diseñado (I-1), permiten observar que los FPM al diseñar las planificaciones y someterlas a procesos de reflexión asumen una mirada general en el marco del conocimiento especializado que tienen sobre la enseñanza de las matemáticas, más cercana a sus prácticas y significados personales que institucionales, con lo cual los criterios didácticos en este contexto están dirigidos a partir de cada uno de los aspectos o características que se indican en el instrumento I-2; así, se pueden resumir como criterios emergentes los siguientes: promover la

relación y diálogo entre estudiantes, usar problemas contextuales y confrontar los conocimientos, considerar los aprendizajes de tipo colaborativo, cooperativo y por descubrimiento; usar estrategias eficaces al resolver un problema empleando diferentes modos de representación; hacer uso del razonamiento (deductivo o inductivo) en la resolución de problemas y apoyado en ejemplos; el buen manejo de herramientas tecnológicas articulado con el dominio del tema, la interacción entre estudiantes-contenidos, estudiantes-actividades, estudiante-entorno y entre los estudiantes mismos; y la retroalimentación cuando hay dudas que resolver.

En cuanto a los criterios relativos a factores externos condicionantes, exponen la complejidad del tema, el tono de la voz del docente y su estado de ánimo, el manejo de herramientas tecnológicas y el uso del tiempo, la falta de conectividad y garantías de recursos tecnológicos, y la situación actual del estudiante respecto de sus emociones, estado físico y situación socioeconómica. Sobre los puntos que consideran relevantes o atractivos al planificar, señalan la necesidad de determinar el objetivo de la clase, la búsqueda de actividades contextualizadas sobre el objeto que se pretende enseñar, el uso de las TIC para mostrar el concepto, el visionar y organizar el accionar para la clase en términos de los objetivos, la metodología, las estrategias y actividades que se procuran desarrollar, la necesidad de articular el componente de motivación con las matemáticas, y el uso de recursos.

Además de lo identificado, también aparecen expresiones y reflexiones de los FPM presentes en los fragmentos de los videos de la segunda sesión (S2) del curso ADDTEM que denotan algunas preocupaciones de los participantes sobre la complejidad que tiene la enseñanza de las matemáticas en términos de las exigencias para lograr una adecuada planificación. En este sentido, señalan criterios o normas referidos a *i)* la necesidad del saber didáctico, *ii)* dominar el saber disciplinar, *iii)* generar motivación en los estudiantes, *iv)* considerar la exploración de saberes previos, *v)* promover la participación de los estudiantes, y *vi)* atender los tiempos estimados para cumplir con la planificación; sin embargo, no los precisan, ni tampoco cómo hacerlo. En tales circunstancias, Morales y Font (2017) afirman que es plausible que el profesor en formación no evidencie una reflexión profunda de su actividad docente, ni que detalle y anticipe lo que eventualmente pueden o deben realizar los estudiantes.

7.2 Sistematización y análisis para clasificar las acciones y razones relacionadas con la idoneidad didáctica

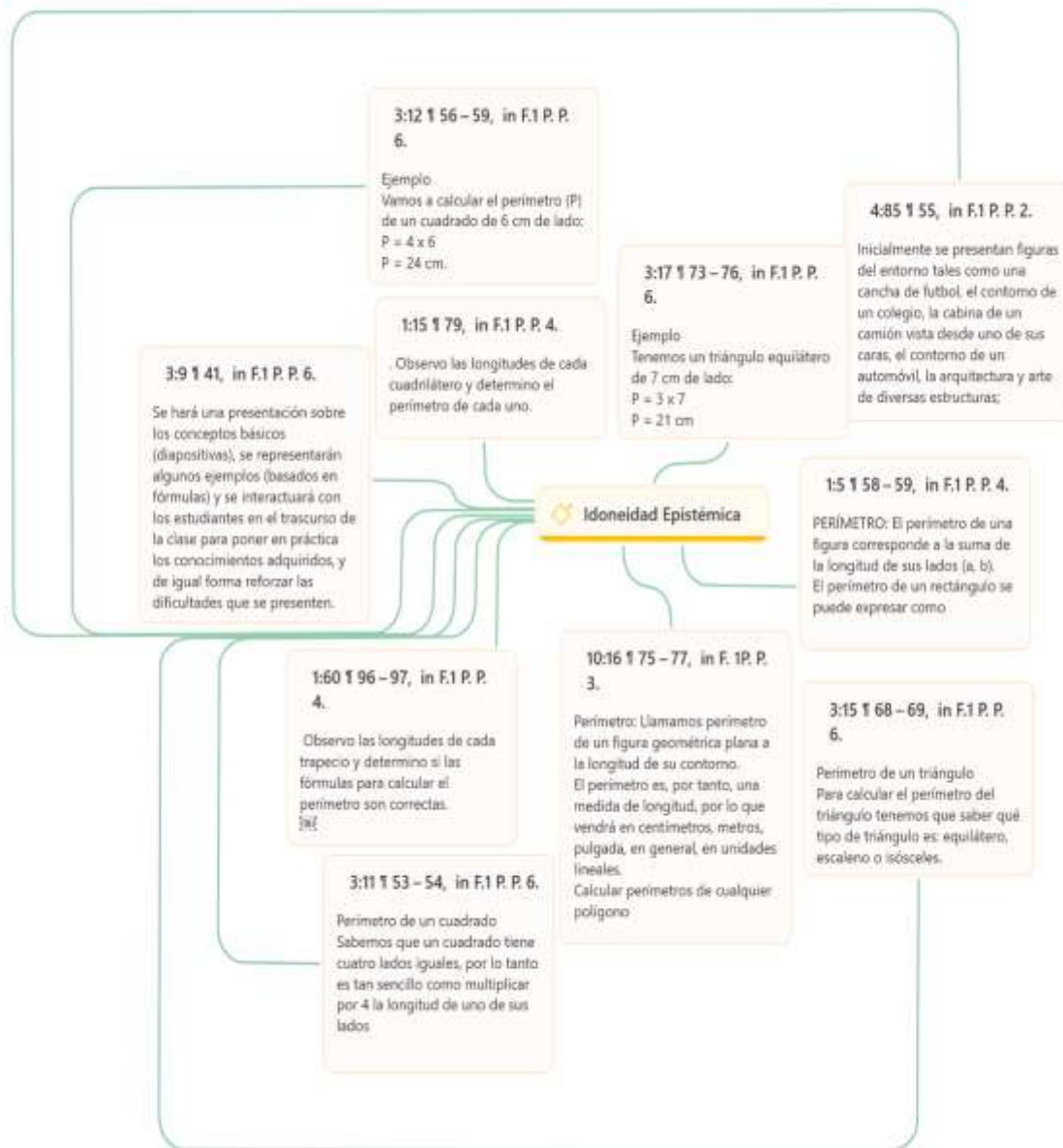
7.2.1 Análisis inicial para clasificar las acciones y razones relacionadas con la idoneidad didáctica

Para el análisis en esta instancia (MSA 2), se procede a realizar una codificación deductiva mediante la clasificación de las acciones y razones (A-R) según su relación con las seis idoneidades didácticas y sus componentes e indicadores, lo cual es efectuado por el investigador quien se apoya en el instrumento *rúbrica para el análisis y la valoración de la idoneidad didáctica (I-3)* y en el programa Atlas.ti; aquí, cada idoneidad es una categoría, los componentes son subcategorías y los descriptores ayudan a establecer la codificación, lo que permite observarlos con mayor o menor atención por parte de los FPM al planificar. Al respecto, ya se ha señalado cómo los criterios o decisiones (implícitas o explícitas) que toman los profesores se relacionan con las idoneidades y el sistema que se tiene.

Con esta sistematización y análisis se revisan en los planes de clase (I-1) de los seis FPM las acciones y razones allí descritas; también las respuestas al I-2 y las presentaciones (transcripciones de sesiones grabadas), a partir de lo cual se procede a identificar las A-R que se alinean con su contenido y con ciertas idoneidades en función de los indicadores. Este proceso de codificación ayuda a establecer conglomerados de A-R alrededor de una idoneidad, como se muestra en la figura 26 que corresponde a lo realizado con todas las idoneidades, en este caso particular, con la idoneidad epistémica; además, con este procedimiento se logran identificar las relaciones entre las A-R según los componentes e indicadores, y observar las tendencias o prevalencias de ciertas idoneidades en el plan de clase diseñado.

Figura 26

A-R personales relacionadas con criterios y normas epistémicos



Nota. Figura obtenida a partir de los datos procesados por el programa Atlas.ti

En la figura anterior, se presenta uno de los grupos de A-R que emergen del análisis en los planes y que se relacionan con los *criterios y normas epistémicas*; al realizar una lectura interpretativa y descriptiva, se logra observar la relación que se establece con los componentes epistémicos, así:

A-R referidas al componente de riqueza de procesos: “Calculo de perímetros de

rombos. El rombo tiene sus cuatro lados iguales...” [7:65] E5; “*Observo las longitudes de cada cuadrilátero y determino si las fórmulas para calcular el perímetro son correctas*” [1:68] E4; “*Esto con el fin de que los estudiantes se relacionen con la temática a tratar y resuelvan las situaciones problemas utilizando diferentes métodos para llegar a las respuestas*” [6:76] E3.

A-R referidas al componente de *representatividad*: se observa criterios relacionadas el contenido matemático de la clase, especialmente las definiciones y conceptos sobre el objeto perímetro, lo que se relaciona con los significados parciales o institucionales “*Se hará una presentación sobre los conceptos básicos, se presentarán algunos ejemplos (basados en fórmulas)*” [3:8- 4] E6; “*inicialmente se presentan figuras del entorno tales como una cancha de fútbol, el contorno de un colegio...*” [4:85] E2; *llamamos perímetro de una figura geométrica plana a la longitud de su contorno. El perímetro es, por tanto, una medida de longitud, por lo que vendrá en centímetros, metros, pulgadas...*” [7:14] E5.

En lo siguiente, se observa que los FPM en las A-R describen las secuencias de las tareas que proponen, las cuales poco atienden los procesos como la argumentación, la resolución de problemas y la modelación, en tanto hay más tareas para el cálculo mediante algoritmos matemáticos, ligadas al mero uso de una fórmula para el perímetro, *en general las tareas que se proponen son de la forma:*

“Tenemos un triángulo equilátero de 7cm de lado” [3:17] E6.

“Observo las longitudes de cada cuadrilátero y determino el perímetro” [1:69] E4.

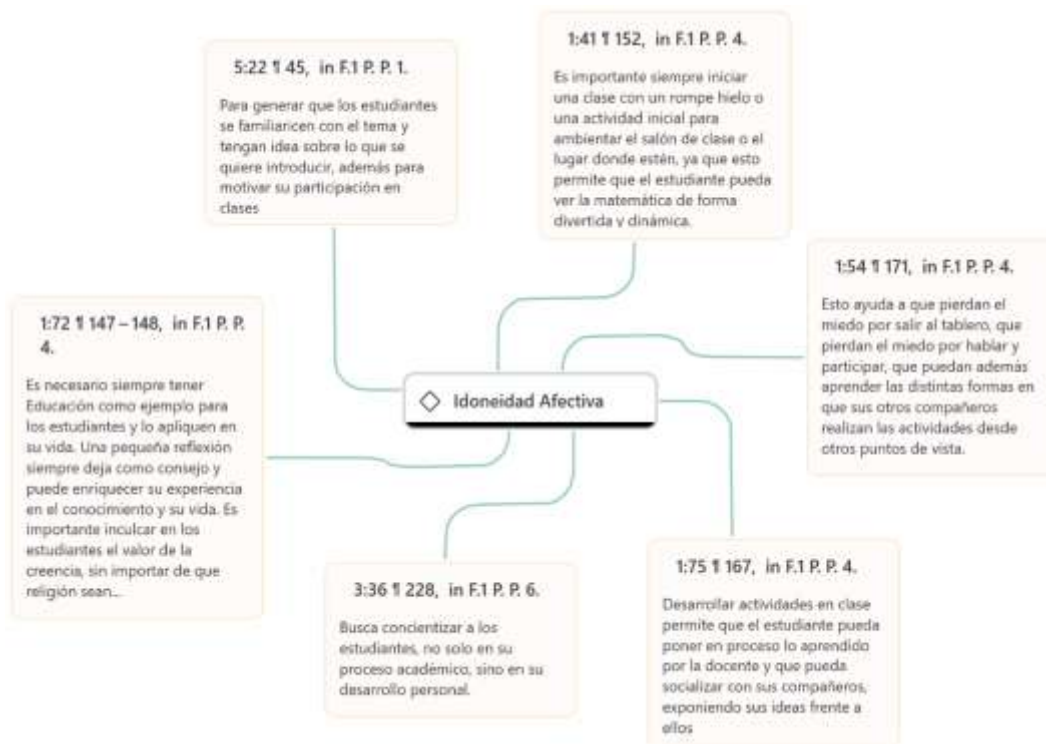
“Vamos a calcular el perímetro (P) de un cuadrado de 6 cm de lado” [3:12] E6.

Cabe señalar cómo los FPM deciden y proponen en las A-R sobre aspectos dirigidos a las tareas que se deben trabajar y enseñar en cierto contenido matemático; con esto se aprecia, como lo indican Godino *et al.* (2009), que tales decisiones “*regulan los contenidos matemáticos, el tipo de situaciones adecuadas para el aprendizaje y las representaciones que se utilizan para distintos contenidos*” (p. 65), lo que consecuentemente predetermina las posibles formas para organizar los contenidos en lo que serían las configuraciones epistémicas y las prácticas matemáticas que se esperan desarrollar en el marco del plan de clase.

Otro ejemplo que da cuenta del procedimiento realizado en este análisis para la identificación de las A-R relacionadas con las idoneidades es el que se presenta para el caso de la *idoneidad afectiva*, para lo cual se obtiene la figura 27 generada a partir del programa Atlas.ti; en esta, aparecen acciones y razones que se corresponden con el propósito de promover el interés y la motivación, así como la participación de los estudiantes. Algunas de las A-R presentes en la figura son las siguientes: “*Se representarán algunos ejemplos y se motivara a los estudiantes para que participen en el transcurso de la clase*” [7:72] E5; “*Esto ayuda a que pierdan el miedo por salir al tablero, que pierdan el miedo por hablar y participar, que puedan además aprender las distintas formas...*” [1:54] E4; “*Para generar que los estudiantes se familiaricen con el tema y tengan idea sobre lo que se quiere introducir, además para motivar su participación en clases*” [5:22] E1; y “*Es importante siempre iniciar una clase con un rompe hielo o una actividad inicial para ambientar el salón de clases o el lugar donde estén, ya que esto permite que el estudiante pueda ver la matemática de forma divertida y dinámica*” [1:41] E4.

Figura 27

A-R personales relacionadas con los criterios y normas afectivos



Nota. Figura obtenida a partir de los datos procesados por el programa Atlas.ti

7.2.2 Análisis sobre el grado de relación o prevalencia de las idoneidades didácticas según las acciones y razones

Esta parte del análisis se basa en el procedimiento realizado en el apartado anterior mediante el cual el investigador, apoyado en el referente que ofrece la *Guía para la valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción matemática* (GVID-IM), adaptada para este proceso por medio del instrumento *rúbrica para el análisis y la valoración de la idoneidad didáctica (I-3)*, partiendo de la información disponible, lleva a cabo la identificación de las A-R y de los argumentos u opiniones relacionados con los indicadores y componentes que integran a cada noción de idoneidad didáctica. Luego, según la codificación deductiva efectuada, se llega a estimar con ayuda de porcentajes el grado de atención o presencia de las acciones y razones descritas según la relación con las diferentes idoneidades; también se analiza la tendencia o prevalencia que puede tener cada idoneidad, como se representa en la figura 28.

Figura 28

Nivel de presencia de las idoneidades según las acciones y razones en los planes de clase individuales



Nota. Los porcentajes corresponden a la sistematización en el programa Atlas.ti

Los resultados del proceso de codificación y enraizamiento dieron lugar a la tabla de coocurrencia, exportada por el programa Atlas ti, de la que se obtiene el grado de presencia de las idoneidades según las razones y acciones dadas por los futuros profesores de matemáticas. En ella, se observa que el 35 % de las acciones y razones están asociadas a la idoneidad epistémica, el 29 % a la idoneidad cognitiva y el 13 % de las descripciones a la idoneidad interaccional; por último, las idoneidades que menos prevalecen en los planes de los futuros profesores corresponden a la mediacional (6 %), afectiva (9 %) y ecológica (8 %).

En segunda instancia, se valora el nivel de presencia de las idoneidades a partir de las A-R; en este sentido, a partir del uso del I-3 y al revisar cada uno de los planes de clase aportados por los seis FPM, se infiere que las idoneidades se ubican entre los niveles medio o bajo, con ausencia del alto, con base en la frecuencia de las A-R asociadas a cada idoneidad. Así, el nivel bajo (color rojo) corresponde a una frecuencia inferior al 50 % del total de las A-R expuestas en el plan; el nivel medio (color azul) con una presencia entre el 50 y el 70 %; y el nivel alto (color verde) con una medición superior al 70 %. De manera complementaria, y para representar visualmente la situación de cada idoneidad (I), componente (C) y descriptor (D), se creó una herramienta basada en el instrumento I-3, como la presentada en la figura 29; en este caso, se ilustra para las idoneidades mediacional (IM) y epistémica (IEp.).

Figura 29

Representación del nivel de prevalencia de las A-R asociadas a la IM e IEp según los planes de clase

Idoneidad Mediacional-IM			Nivel de presencia desarrollo											
Componentes C		Descriptor (D)	FPM1-D	FPM2-C	FPM2-D	FPM2-C	FPM3-D	FPM3-C	FPM4-D	FPM4-C	FPM5-D	FPM5-C	FPM6-D	FPM6-C
<i>Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)</i>	IMC1	IMC1-1 Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido												
		IMC1-2 Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones												
<i>Número de alumnos, horario y condiciones del aula</i>	IMC2	IMC2-1 Lo planificado tiene en cuenta El número y la distribución de los alumnos de tal forma que permite llevar a cabo la enseñanza pretendida												
		IMC2-2 El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora)												
		IMC2-3 La organización en El aula y la distribución proyectada de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido												
<i>Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje</i>	IMC3	IMC3-1 El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida												
		IMC3-2 Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema												
		IMC3-3 Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión												
<i>Nivel de desarrollo IM</i>			Alto: A, Medio: M; Bajo: B											

Idoneidad Epistémica-IEp			Nivel de presencia/ desarrollo											
Componentes (C)	Código	Descriptores (D)	FPM1-D	FPM1-C	FPM2-D	FPM2-C	FPM3-D	FPM3-C	FPM4-D	FPM4-C	FPM5-D	FPM5-C	FPM6-D	FPM6-C
Errores	IEC1	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático dentro de lo que se propone en el plan.												
Ambigüedades	IEC2	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.												
Riqueza de procesos	IEC3	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).												
Representatividad	IEC4-1	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo)												
	IEC4-2	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar.												
	IEC4-3	Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas.												
	IEC4-4	Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.												
Nivel de desarrollo IEp			Alto: A; Medio: M; Bajo: B											

Los resultados consolidados en forma general se presentan en la tabla 32, en la que se aprecia cómo en los diferentes planes de clase prevalecen con nivel medio las acciones y razones relacionadas con las idoneidades *epistémica, cognitiva e interaccional*. Por otro lado, el grado de desarrollo de las idoneidades mediacional, afectiva y ecológica presente en las acciones y razones de los planes se encuentra en el nivel bajo, es decir, que son poco atendidas o con baja presencia en las razones que los FPM exponen en sus decisiones de planificación. Respecto al énfasis en las acciones y razones de tipo epistémico e interaccional presentes en las planificaciones estudiadas aquí, coincide con los hallazgos de Morales-López y Font (2019) quienes señalan que para la valoración de la enseñanza los docentes utilizan con mayor frecuencia elementos asociados con estos dos criterios, en tanto las demás aparecen en menor medida.

Tabla 32*Niveles de idoneidad presentes en los planes de clase*

<i>Nivel de presencia de las idoneidades en el plan -NPIP</i>	<i>Idoneidad</i>	<i>FPM 1</i>	<i>FPM 2</i>	<i>FPM 3</i>	<i>FPM 4</i>	<i>FPM 5</i>	<i>FPM 6</i>
Nivel Alto							
Nivel medio	Epistémica	x		x	x	x	x
	Ecológica			x			
	Cognitiva			x		x	x
	Afectiva			x		x	
	Interaccional	x		x	x	x	
	Mediacional			x		x	
Nivel bajo	Epistémica		x				
	Ecológica	x	x		x	X	x
	Cognitiva	x	x		x		
	Afectiva	x	x		x		x
	Interaccional		x				x
	Mediacional	x	x		x		x

Frente a esta distribución de amplia irregularidad en la atención y desarrollo de las idoneidades en los diferentes planes de enseñanza, quedan en evidencia varias ausencias particulares referidas a los componentes e indicadores en cada una y que son necesarios para garantizar el equilibrio característico en los procesos de estudio con una idoneidad alta o ideal. La manera como fueron valoradas se justifica por la baja experticia de los participantes en la elaboración de planificaciones, así como en la realización de procesos de análisis didáctico que supone proyectar un plan de enseñanza basado en procesos de reflexión. Lo anterior coincide con el reporte de Morales y Font (2017) cuando afirman que “las crónicas que los estudiantes han desarrollado no reflejan una reflexión profunda de su actividad docente” (p. 134).

7.3 Sistematización y análisis sobre el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los FPM

Para realizar el análisis del estado y desarrollo de la CAVID que despliegan los FPM, se establecen dos líneas de trabajo: la *primera* a partir de lo realizado en los dos primeros momentos de análisis (MSA 1 y 2, fase I) en los que se *identifican los criterios didácticos empleados por los FPM*, teniéndose especial atención a la *información que se presenta en el instrumento I-3* por parte de los equipos de FPM cuando tienen que evaluar, valorar y proponer ajustes para mejorar lo planeado en el plan de clase escogido. En *segundo* lugar, se analiza la competencia mediante la

información que ofrece la aplicación del instrumento *registro tabular para observar y evaluar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica* (RT-OE-CAVID), diseñado en esta tesis y en el cual se operacionaliza la noción de competencia asumida en la perspectiva de acción competente, es decir, que está relacionada con los conocimientos y reflexiones que conllevan un desempeño profesional efectivo (Font, 2011; y Pino-Fan *et al.*, 2017).

En general, en esta investigación las acciones y razones, comentarios, decisiones y reflexiones presentes en las narrativas alrededor de la enseñanza expuestas por los FPM son vistas, de acuerdo con lo planteado por Font *et al.* (2018), como consignas e instrumentos en cuyas respuestas se pueden inferir los conocimientos y competencias del profesor; esto también permite evaluar el nivel en que se encuentra gestionada la competencia, según lo que se mapea en las narrativas que integran las planificaciones, las presentaciones de los planes, los talleres realizados y las discusiones alrededor de los mismos.

El análisis en esta instancia se cierra con la mirada sobre las transcripciones de las sesiones de presentación que los equipos de FPM tuvieron luego de aplicar los instrumentos, especialmente el I-3, y al observarse el trabajo final del curso ADDTEM, en el que cada equipo consolida el ejercicio del análisis, valoración y ajuste realizado a lo largo de todo el trabajo de campo de esta investigación. Lo que sigue corresponde al orden de análisis: *i)* análisis según los criterios didácticos identificados en la fase I, *ii)* análisis según el I-3 y planes de clase para el equipo 1 de FPM (E1-FPM), *iii)* análisis del I-3 y planes de clase para el equipo 2 de FPM (E2-FPM), *iv)* análisis a partir de las presentaciones de la evaluación de los planes de clase, y *v)* análisis del trabajo final del equipo 3 (E3-FPM).

7.3.1 Análisis de la CAVID a partir de los criterios didácticos

La CAVID, como competencia que moviliza los procesos de reflexión y valoración en torno a los problemas y tareas profesionales de las prácticas del profesorado, involucra la atención a las siguientes cuestiones: ¿qué ha ocurrido aquí y por qué? ¿Qué se podría mejorar? Y cuyo abordaje requiere el equipamiento teórico y metodológico pertinente para que el profesorado pueda adelantar acciones como describir, explicar, valorar y proponer mejoras al proceso de instrucción. Esta competencia tiene como uno de sus principales propósitos optimizar las prácticas del profesor cuando gestiona los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La información comparativa presente en la tabla 33 permite observar el grupo de acciones, razones y decisiones que, por la sistematización, se ha identificado que está presente en las prácticas que los FPM tienen cuando planifican la enseñanza de las matemáticas; la mirada que ofrecen los porcentajes señalados representa la presencia dentro de las narrativas escritas en los planes de clase, de los principales criterios didácticos que orientan el hacer de los participantes. Los porcentajes en paréntesis y en negrilla, corresponden al análisis en la fase III (final) de esta investigación para los planes elaborados por los equipos, en tanto los porcentajes en color negro, pertenecen a la fase I (inicial) de los planes individuales.

Tabla 33

Comparativo de criterios didácticos emergentes en las fases I y III

<i>Grupos de acciones y razones (GA-R) A-R emergentes en los planes de clase y nivel de prevalencia emergentes en las planificaciones</i>	
GA-R1. Según el área de formación del FPM	Curriculares 32 % (28 %), didácticas 7% (19 %), disciplinar 44 % (35 %) y formativa-pedagógica 17 % (18 %)
GA-R2. Según la naturaleza de los significados	Institucionales 68 % (77,5 %) y personales 32 % (22,5 %)
GA-R3. Según el modelo o trayectoria de enseñanza	Activo-constructivista 11 % (30 %), basada en la resolución de problemas 10 % (15 %), colaborativo 10 % (22,5 %), magistral-mecanicista 17 % (10 %), tradicional-expositivo 52 % (22,5 %)
GA-R4. Según los momentos de la clase	Inicio 32 % (46,4 %), desarrollo 32 % (32,1 %) y cierre 36 % (21,4 %)
GA-R5. Según el rol de los estudiantes	Receptor pasivo 30 % (37,5 %), colaborativo 15 % (25 %), individualista 11 % (12,5 %) y receptor activo 44 % (25 %)
GA-R6. Según las pretensiones al enseñar, motivar y promover el aprendizaje	Uso de herramientas tecnológicas (54 %), motivación con juegos (46 %), uso de materiales concretos y manipulativos (46 %) , uso de actividades lúdicas (7,3 %) , uso de representaciones (24,4 %) , clase dinámica y participativa (19,5 %)

GA-R7. Sobre el enfoque del objeto matemático para enseñar	Ejercicios rutinarios 29 % (20 %), propiedades asociadas 2 % (5 %), conceptos relacionados 20 % (22 %), definición-concepto de perímetro 7 % (9 %), procedimientos 14 % (12 %), representaciones 13 % (15 %) y situaciones problemas 14 % (17 %)
GA-R8. Sobre procesos asociados al desarrollo del pensamiento matemático	Resolución y planteamiento de problemas 14 % (10 %), razonamiento 14 % (10 %), comunicación 8 % (20 %), formulación y aplicación de procedimientos 47 % (60 %)

No se pretende con la información de la tabla 33 comparar porcentajes para determinar estrictamente el nivel de mejora frente a un determinado aspecto; antes bien, lo que se busca es hacer notar la *variación* y *reorganización* en los porcentajes según lo ocurrido entre el paso de la fase I (*a priori*) a la fase III (*a posteriori* a la intervención), en las que se impartieron orientaciones para realizar análisis didácticos usando la herramienta de idoneidad didáctica. El propósito es entonces observar a partir de la variación porcentual que los FPM *movilizaron sus acciones, razones y decisiones cuando planifican la enseñanza*, con lo que es plausible indicar que el uso de las herramientas estudiadas y las actividades programadas posibilitaron nuevas reflexiones frente a lo planificado y, por tanto, allí se ha activado la CAVID.

Respecto al grupo *GA-R1*, concerniente al *área de formación del FPM*, es visible cómo se da una redistribución⁷ del nivel de presencia de las acciones relacionadas con las áreas de formación, como ocurre con los aspectos curricular 32 % (28 %), didáctico 7 % (19 %), disciplinar 44 % (35 %) y formativo-pedagógico 17 % (18 %), en los que hay un incremento importante referido a las acciones y razones en el área didáctica, contrario a lo que ocurre con el área disciplinar, y en los demás hubo poca variación.

En el caso del grupo de las A-R sobre el *modelo o trayectoria de enseñanza*, hay una transición y énfasis hacia una enseñanza de tipo activa, constructivista, basada en problemas y colaborativa, como se observa: activo-constructivista 11 % (30 %), basada en la resolución de problemas 10 % (15 %), colaborativa 10 % (22,5 %); en tanto la enseñanza de corte tradicional-

⁷ La redistribución del nivel de presencia de las acciones y razones (A-R) expuestas por los FPM se observa a partir de los porcentajes indicados. El porcentaje en paréntesis corresponde al análisis en la fase III (final) de esta investigación para los planes elaborados por los equipos, y el porcentaje fuera del paréntesis corresponde a la valoración de los planes individuales en la fase I (inicial).

expositiva 52 % (22,5 %) y magistral-mecanicista 17 % (10 %) comienzan a bajar su presencia y protagonismo.

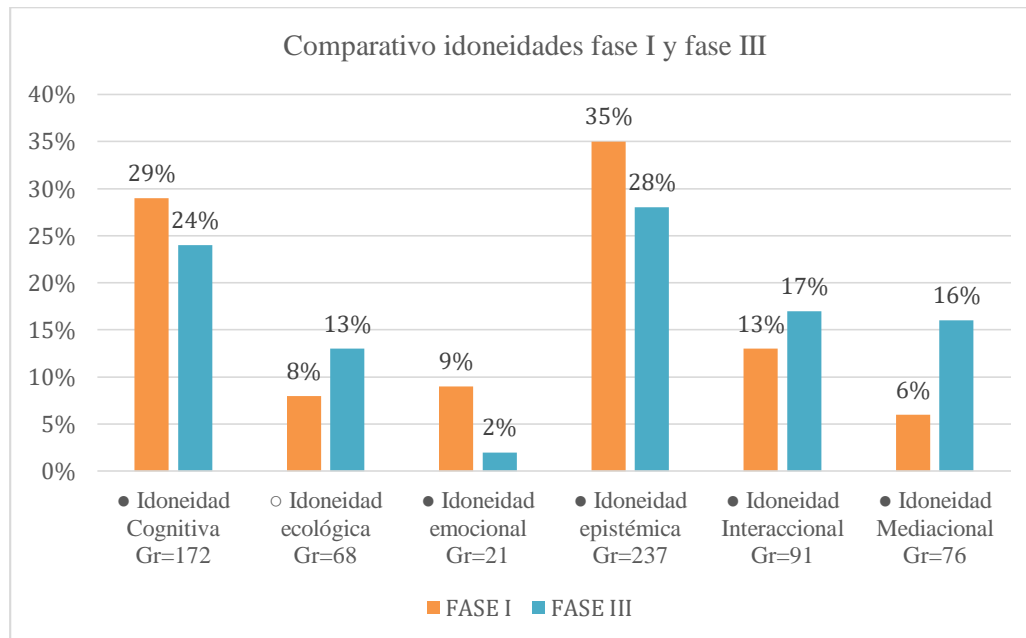
Para el grupo de las A-R que atienden las *pretensiones o propósitos al enseñar, motivar y promover el aprendizaje*, lo más relevante es la aparición de aspectos que inicialmente no fueron considerados, como el uso de materiales concretos y manipulativos (46 %), el uso de representaciones (24,4 %), la clase dinámica y participativa (19,5 %), el uso de actividades lúdicas (7,3 %); y que amplían las presentes en la fase inicial, como lo fueron el uso de herramientas tecnológicas (54 %,) y la motivación con juegos (46 %).

Cerrando este análisis, se revisa el grupo de las A-R relacionadas con el *enfoque del objeto matemático para enseñar*, en el cual también se aprecian la movilización y transición que dentro del análisis que realizan los FPM se asocian con el desarrollo de la CAVID, particularmente ante la mirada epistémica del objeto para enseñar, como lo es el perímetro: en esta parte, se refleja la atención hacia algunos aspectos, como disminuir la prevalencia de ejercicios rutinarios 29 % (20 %) y progresar hacia el trabajo con las propiedades asociadas 2 % (5 %), los conceptos relacionados 20 % (22 %), la definición-concepto de perímetro 7 % (9 %), las representaciones 13 % (15 %) y situaciones problemas 14 % (17 %) y los procedimientos 14 % (12 %).

Otra evidencia que permite apreciar la gestión y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los FPM está en la sistematización y análisis de los criterios (acciones-razones) asociados a las diferentes idoneidades presentes especialmente en los planes de clase y las respectivas presentaciones de los equipos de trabajo en las fases I y III. En la figura 30, se tiene un comparativo sobre el énfasis en criterios didácticos según su relación con las idoneidades en el que se puede observar cómo los FPM mantienen la tendencia de brindar una mayor atención a las acciones-razones asociadas a los criterios epistémicos y cognitivos en ambas fases; también es destacable la forma como aparecen avances en la atención a criterios mediacionales, interaccionales y ecológicos.

Figura 30

Comparativo sobre el énfasis en criterios didácticos según su relación con las idoneidades



Nota. Los porcentajes corresponden a la sistematización en el programa Atlas.ti

Aunque también persiste una débil atención a los aspectos emocionales o afectivos, es notable que los intereses por organizar las acciones y decisiones en función de todas las idoneidades están ligados a la reflexión que se ha logrado durante el proceso, de tal manera que el uso de herramientas y elementos teóricos estudiados por los FPM ha implicado nuevas miradas frente a lo que se debe hacer y proponer para mejorar las planificaciones. Ya se ha indicado que más allá del nivel que puede interpretarse con los porcentajes, lo que se resalta es que los FPM logran hacer ajustes a los planes en busca de garantizar las acciones y decisiones necesarias para que la clase diseñada pueda responder de mejor manera a los aspectos que asumen como importantes y pertinentes, los cuales, en este caso, están relacionados con los criterios de idoneidad didáctica, y cuyo equilibrio se debe buscar en función de las circunstancias, el contexto y el análisis que se realiza mediante las herramientas adecuadas.

Según lo anterior, y particularmente por los ajustes y reorganización de las A-R en los dos momentos de la investigación (*a priori* y *a posteriori*), se puede notar que los FPM asumieron una *actitud reflexiva y orientada a la mejora de la práctica de enseñanza* que trasciende el dominio operativo *per se* de conocimientos y habilidades propios de la herramienta idoneidad didáctica que

los ha dirigido a una perspectiva prescriptiva de la didáctica (Font *et al.*, 2012), además de que les permite indicar otras trayectorias para enseñar. Asimismo, hay un latente interés por *establecer el equilibrio* requerido entre los diferentes criterios parciales relativos y que implícitamente están asociados a las diferentes facetas cuando se realiza el proceso de instrucción y el contexto en que tiene lugar (Godino *et al.*, 2020), situación que está ligada a la hipótesis metodológica planteada por Godino *et al.* (2006) para referirse a que, dadas ciertas circunstancias, el profesor como ‘experto en didáctica’ de las matemáticas puede decidir, basado en criterios empíricos o teóricos, sobre la preferencia, pertinencia o no de ciertas tareas y modos de interacción en el proceso de instrucción.

7.3.2 Análisis de la CAVID a partir de la aplicación del I-3 por parte del equipo 1 de FPM

El análisis que se realiza en este apartado está centrado en las narrativas presentes en la tercera y cuarta columna del instrumento *rúbrica para el análisis y la valoración de la idoneidad didáctica* (I-3) en las cuales se consignan, respectivamente, las razones *asociadas a la valoración (R)* y *las propuestas de aspectos por mejorar (Pm.)* frente al plan de clase objeto de evaluación. En la tabla 34, se presenta la evaluación realizada sobre los aspectos de la idoneidad epistémica del plan seleccionado por uno de los equipos de estudio que estuvo integrado por cinco futuros profesores de matemáticas (en adelante E1-FPM) para ser analizado e incorporar ajustes y mejoras. Las narrativas expuestas en las columnas tres y cuatro son objeto de análisis por parte del investigador en el contexto de la CAVID.

Tabla 34

Rúbrica para la valoración de la idoneidad epistémica realizada por el equipo E1-FPM en el plan de clase

<i>Instrumento 3 rúbrica para la valoración de la idoneidad didáctica</i>					
<i>3.1_ Rúbrica para la valoración de la idoneidad epistémica</i>					
Componentes	Descriptores	Valoración cuantitativa	Razones (R) asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto por mejorar (Pm.)	de por
Errores IEC1	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático. <i>IEC1-1</i>	5	<i>RI.</i> Las actividades y prácticas propuestas en el plan son correctas con respecto a las definiciones y procedimientos matemáticos.	<i>Pm.</i> 1. Se sugiere presentar ejercicios con procedimientos diferentes para calcular el perímetro.	

Ambigüedades IEC2	No se observan ambigüedades que puedan llevar a confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen; adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc. <i>IEC2-1</i>	4	<i>R2.</i> Dado que la planeación tiene como objetivo la introducción a la noción de perímetro, las definiciones y procedimientos son claros y tienen en consideración el nivel de los estudiantes, aunque pueden aparecer definiciones más formales.	<i>Pm.</i> 2. Implementar una definición más formal de perímetro.
Riqueza de procesos IEC3	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.). <i>IEC3-1</i>	4	<i>R3.</i> Los procesos generales se tienen en cuenta en la configuración didáctica del plan, las situaciones problemas son parte fundamental de las actividades, las cuales propician la participación activa de los estudiantes en la construcción de los conocimientos.	<i>Pm.</i> 3. Tener en cuenta la competencia de argumentación de manera que se haga más presente en las actividades.
Representatividad IEC4	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo. <i>IEC4-1</i>	4	<i>R4.</i> La planeación se guía por la noción de matemática propuesta en el currículo y hace que los estudiantes construyan generalizaciones a partir de la realidad.	<i>Pm.</i> 4. Se deben colocar más actividades en las que se pueda calcular el perímetro en diferentes figuras.
	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar. <i>IEC4-2</i>	4	<i>R5.</i> La planeación se guía por la noción de matemática propuesta en el currículo y hace que los estudiantes construyan generalizaciones a partir de la realidad.	<i>Pm.</i> 5. No quedarse en el perímetro como una suma de la medida de varios lados, sino mirarlo como la medida de contorno que puede no tener lados.

Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas. <i>IEC4-3</i>	4	<i>R6.</i> Las situaciones de planeación tienen como objetivo la construcción de la definición de perímetro con situaciones de la vida real.	<i>Pm.</i> 6. Contextualizar las situaciones a la realidad de los estudiantes.
Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos. <i>IEC4-4</i>	5	<i>R7.</i> Con la ayuda de herramientas virtuales y presentaciones interactivas, en la planeación se manejan modos de representación variada y pertinente.	<i>Pm.</i> 7. Se deben colocar más actividades con las que se pueda calcular el perímetro en diferentes figuras
Valoración global	4.3	Nivel alto	

Nota. Rúbrica tomada del informe final presentado por el equipo E1-FPM

Al observar las diferentes *razones (R) asociadas a la valoración y propuestas de aspectos por mejorar (Pm.)* de la tabla anterior, se encuentra que los FPM reconocen la importancia de ofrecer actividades que desencadenen prácticas matemáticas apropiadas, para lo cual consideran la necesidad de ampliar el espectro de ejercicios que posibiliten diferentes formas para calcular el perímetro de una figura, como se percibe en *RI* y *Pm. 1*; además, tienen presente que las definiciones y procedimientos estén al alcance de los estudiantes. Estas consideraciones son producto de la reflexión y se han generado para atender, en este caso, los componentes de *errores* y *ambigüedades*, lo que de manera implícita es una forma de respuesta a los cuestionamientos ¿cuáles son los significados del objeto matemático? ¿Cómo se articulan entre sí? señalados por Godino *et al.* (2016) dentro del hacer del sistema de prácticas que el profesor debe tener en cuenta en sus prácticas de enseñanza. Para el componente de *representatividad*, se destacan las *propuestas de aspectos por mejorar (Pm.)*, entre las que están:

Pm. 4. “Se deben colocar más actividades donde se pueda calcular el perímetro en diferentes figuras”.

Pm. 5. “No quedarse en perímetro como una suma de medida de varios lados, sino mirarlo como medida de contorno que puede no tener lados”.

Pm. 6. “Contextualizar las situaciones a la realidad de los estudiantes”.

Pm. 7. “Se deben colocar más actividades donde se pueda calcular el perímetro en diferentes figuras”.

En lo que respecta a las *razones (R)*, en ellas se describen elementos presentes en lo planificado que son reconocidos como relevantes según lo expresado desde *RI* hasta *R7*, entre los cuales están:

R5. La planeación se guía por la noción de matemática propuesta en el currículo y hace que los estudiantes construyan generalizaciones a partir de la realidad.

R7. Con la ayuda de herramientas virtuales y presentaciones interactivas, en la planeación se manejan modos de representación variada y pertinente.

En lo anterior, se observa la intención de pensar el aprendizaje de las nociones matemáticas articuladas a los procesos de pensamiento prescritos en el currículo de matemáticas, como la generalización, pero igualmente a partir de las mediaciones que ofrecen las herramientas virtuales, especialmente, para trabajar con variadas representaciones del objeto que se estudia según lo planificado. Estas razones responden al uso que los FPM hacen de los diferentes indicadores o descriptores, para el caso de *R5* y *R7* son *IEC4-2* e *IEC4-4*, es decir, asumen elementos de la idoneidad didáctica como parámetros para analizar y proyectar mejoras ante lo que se planifica, esto dentro del proceso de reflexión colectivo entre los miembros del equipo, de modo que tales consideraciones sobre las razones e indicadores dan cuenta de su conocimiento didáctico matemático, así como también del uso con pertinencia, sin enfatizar en el nivel de dominio, de las herramientas que ofrece la noción de idoneidad didáctica, en este caso, lo correspondiente a la faceta epistémica.

En esta instancia, el uso de la rúbrica (I-3) permite que los FPM concentren sus decisiones e interés en ofrecer actividades o tareas para diversificar el uso de figuras al igual que los procedimientos para calcular el perímetro, de tal manera que el concepto o definición de este objeto sea más amplio y trascienda la mirada habitual de suma de medidas; asimismo, se destaca el interés por trabajar con situaciones que estén cercanas al contexto y la realidad de los estudiantes. Estos puntos que se proyectan como posibles mejoras, si bien corresponden a elementos que se pueden

considerar generales dentro del análisis que realizan al interior de los equipos de trabajo, dejan ver cómo en cierta manera se ofrecen respuestas directas o indirectas a los interrogantes ¿qué ha ocurrido aquí y por qué? y ¿qué se podría mejorar? (Font *et al.*, 2010).

En el caso de la valoración realizada para la *idoneidad afectiva o emocional*, según se presenta en la tabla 35, el colectivo de FPM atiende los diferentes descriptores o indicadores mediante las mejoras que estiman convenientes, como ocurre al tener en cuenta los *componentes de intereses y necesidades*, con los que establecen propuestas de mejora y, al tiempo, hacen reconocimiento de que lo que han determinado está relacionado con la posibilidad de implicar a los estudiantes partiendo de sus intereses y motivaciones que pueden ser relevantes, como los siguientes:

R1. “Se evidencian actividades innovadoras de acuerdo a los intereses y capacidades de los estudiantes”.

R2. “Se promueven significados coherentes y necesarios. Relacionados con sus actividades cotidianas donde se puede aplicar el perímetro”.

Pm1. “Usar tareas que estén relacionadas con el entorno para generar más interés”.

Pm2. “Generar preguntas y espacios para dialogar sobre la utilidad de lo que se aprende”.

Para resaltar, en este ejercicio reflexivo en el que el uso de la idoneidad didáctica como herramienta permite adelantar un análisis sistemático y más detallado del proceso de estudio que se realiza al diseño del plan de clase, está el hecho de que el equipo E1-FPM percibe que el componente *emociones (IAC3)*, en términos de valoración, es el que menor atención o desarrollo ha logrado; en consecuencia, proyecta acciones de mejora como estimular al estudiante con actividades que puedan ser de su agrado y con un lenguaje que lo motive a tener mayor confianza y responsabilidad para tratar el tema, tal como se observa en lo que presenta en la rúbrica.

Pm. 5. “Las actividades deben ser amenas y el docente debe promover un lenguaje que estimule el estudio del tema y la confianza”.

Pm. 6. “Trabajar situaciones donde se aplique el perímetro en lo cotidiano como para diseños y planos”.

Pm. 3. “Se requiere que se estén realizando y monitoreando tareas relacionadas a la

responsabilidad que tenga estudiante”.

Lo descrito se relaciona con el conocimiento sobre los aspectos afectivos, emocionales y actitudinales de los estudiantes (faceta afectiva) que hace parte de la dimensión didáctica del CDM del profesor, el cual señalan Pino-Fan y Godino (2015). Además, las propuestas de mejora (*Pm.*) que toman en consideración aspectos como el tiempo destinado al estudio del objeto, los recursos manipulativos o tecnológicos empleados dan cuenta, según Pino-Fan *et al.* (2022), de la dimensión normativa como herramienta que es utilizada al analizar la idoneidad didáctica de un proceso de estudio, lo que está imbricado con la competencia del docente para reflexionar sobre su práctica o la de otros en varios momentos del proceso de instrucción, es decir, con la CAVID.

Tabla 35

Rúbrica para la valoración de la idoneidad afectivo-emocional realizada por el equipo E1-FPM en el plan de clase

<i>Instrumento 3 rúbrica para la valoración de la idoneidad didáctica</i>				
<i>3.6_ Rúbrica para la valoración de la idoneidad afectiva</i>				
Componentes	Descriptores	Valoración	Razones (<i>R</i>) asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto por mejorar (<i>Pm.</i>)
Intereses y necesidades <i>IAC1</i>	Las tareas tienen interés para los alumnos. <i>IAC1-1</i>	4.0	<i>R1.</i> Se evidencian actividades innovadoras de acuerdo a los intereses y capacidades de los estudiantes.	<i>Pm. 1.</i> Usar tareas que estén relacionadas con el entorno para generar más interés.
	Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en las vidas cotidiana y profesional. <i>IAC1-2</i>	3.8	<i>R2.</i> Se promueven significados coherentes y necesarios relacionados con sus actividades cotidianas en las que se pueda aplicar el perímetro.	<i>Pm. 2.</i> Generar preguntas y espacios para dialogar sobre la utilidad de lo que se aprende.
Actitudes <i>IAC2</i>	Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, la responsabilidad, etc. <i>IAC2-1</i>	4.2	<i>R3.</i> Se promueve la participación activa tanto en lo individual como en los grupos de trabajo.	<i>Pm. 3.</i> Se requiere que se estén realizando y monitoreando las tareas relacionadas con la responsabilidad que tenga el estudiante.
	Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quien lo dice. <i>IAC2-2</i>	3.8	<i>R4.</i> Se propone un aprendizaje impartido en igualdad de condiciones y se centra en la opinión y participación de todos.	<i>Pm. 4.</i> Debe dedicarse más atención a la participación de la mayoría y no de unos pocos.

Nota. Rúbrica tomada del informe final presentado por el equipo E1-FPM

Emociones <i>IAC3</i>	Se promueve la autoestima, y se evitan el rechazo, la fobia o miedo a las matemáticas. <i>IAC3-1</i>	3.8	<i>R5.</i> Se garantiza la igualdad al trabajar para todos. Se valora la opinión propia y la de los demás.	<i>Pm. 5.</i> Las actividades deben ser amenas y el docente debe promover un lenguaje que estimule el estudio del tema y la confianza.
	Se resaltan las cualidades estética y de precisión de las matemáticas. <i>IAC3-2</i>	3.7	<i>R6.</i> Se propugnan los significados con empatía a las necesidades existentes.	<i>Pm. 6.</i> Trabajar situaciones en las que se aplique el perímetro en lo cotidiano como para diseños y planos.
Valoración global		3.8	Nivel medio	

7.3.3 Análisis de la CAVID a partir de los planes de clase del equipo E1-FPM (ER)


El contenido que se registra en la tabla 36 corresponde a la información del equipo E1-FPM, el cual, atendiendo los compromisos establecidos en el curso de formación ADDTEM, escogió un plan de clase (anexo 6) y procedió a efectuar la evaluación, valoración y ajustes dentro del análisis realizado mediante la aplicación del instrumento I-3. En la primera columna (narrativa-episodio) y en la tercera (relación entre acciones-razones y criterios de ID), aparece el plan de clase ajustado y en él se señalan las acciones (*Ac.*) y las acciones-razones (*A-R*) que el equipo del FPM ha preparado y presentado dentro del trabajo final del curso de formación; en la segunda y cuarta columna, el investigador señala los aspectos que permiten observar y evaluar el estado de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID) según las *Ac.* y *A-R* al ser interpretadas mediante los elementos que ofrece el modelo CCDM en los trabajos de Font *et al.* (2018) y Pino-Fan *et al.* (2022) como se indicó en la metodología.

La operacionalización de la herramienta RT-OE-CAVID que se presenta en la tabla 36 lleva al investigador a identificar el tipo de indicador-descriptor y el componente de la idoneidad didáctica al cual pueden estar asociadas tanto la acción (*Ac.*) presente en la primera columna como las razones (*A-R*) en la tercera; para ello, usa acrónimos como *IEp.* para referirse a la idoneidad epistémica y códigos como *IEp.1-1* para aludir al primer indicador-descriptor del primer componente (*riqueza de procesos*). De manera similar se procede en cada una de las idoneidades y sus componentes e indicadores-descriptores como aparecen en la tabla.

Los principales elementos para observar y evaluar el estado de la CAVID se sintetizan en la cuarta columna, para luego ser ampliados dentro del proceso de análisis que se realiza.

Tabla 36

Observación y evaluación de la CAVID según las A-R del momento de desarrollo del plan de clase ajustado -E1-FPM

Narrativa-episodio (Acciones-Ac.)	Criterios de ID: idoneidad (ID)- componente (C)- indicador (I)	Relación entre acciones-razones (A- R) y criterios de ID	Observación y evaluación de la CAVID
<p>Momento de desarrollo:</p> <p>Ac.4. Desarrollo temático concerniente al tema: Perímetro de figuras planas, se toma que El PERIMETRO DE UNA FIGURA PLANA corresponde a la medida lineal de su contorno. Se calcula mediante la adición de las medidas de sus lados.</p>  <p>Ac.5. Se incluirán dentro de la consecución de la clase cuatro actividades prácticas (recurso interactivo), dirigidas por el docente y resueltas con la participación de los estudiantes. Para organizar las participaciones se implementará una aplicación de sorteo, la cual aleatoriamente escogerá el nombre de un estudiante.</p> <p>Actividad # 1: contorno de los polígonos</p> <p>Ac.6. Se muestra a los estudiantes que es el perímetro de un polígono, teniendo en cuenta que los estudiantes ya tienen una noción del mismo. Se los guía de esta manera a determinar qué tipo de operación matemática deben utilizar al momento de abordar el perímetro de una figura, así como la aplicación que tiene este en diferentes contextos.</p> <p>Ac.7. Inicialmente, se presentan figuras del entorno, tales como una</p>	<p>ID Epistémica (IEp.)</p> <p>(C3-riqueza de procesos)</p> <p><i>IEp.3-1:</i> la secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).</p> <p>(C4-representatividad):</p> <p><i>c:</i> los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo.</p> <p><i>IEp.4-3:</i> para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.</p> <p>ID Cognitiva (IC)</p> <p>(C1-Conocimientos previos)</p> <p><i>ICo1-1:</i> se consideran en el plan los conocimientos</p>	<p><i>A-R4.</i> Se presenta la temática para trabajar de manera organizada a través de un diagrama, de tal manera que sea más fácil de incluir los nuevos conocimientos en las estructuras mentales.</p> <p>Idoneidad relacionada: IIn, IC</p> <p><i>A-R5.</i> Los estudiantes deben permanecer activos en el proceso de aprendizaje; por tal razón, con la ayuda de una aplicación para seleccionar nombres aleatoriamente, se organizan las participaciones, además de causar motivación.</p> <p>Idoneidad relacionada: IC, IM, IIn.</p>	<p><i>Tipo de análisis</i> Énfasis descriptivo Aproximaciones positivas</p> <p><i>Fase de análisis</i> <i>A priori</i> y diseño</p> <p><i>Dimensiones del conocimiento</i> Dimensión didáctica (didáctico-matemática) / Aproximaciones al conocimiento especializado</p> <p><i>Profundidad del análisis</i> N0 (superficial) N1(básico/incompleto)</p> <p><i>Competencia matemática</i> Se consideran varios significados de las nociones matemáticas para crear o seleccionar tareas (subcompetencia matemática de resolución de tareas). No es explícito el análisis de las prácticas matemáticas.</p> <p><i>Competencia de análisis e intervención didáctica</i></p> <p>No se evidencia el análisis explícito sobre la actividad</p>

cancha de fútbol, el contorno de un colegio, la cabina de un camión vista desde una de sus caras, el contorno de un automóvil, la arquitectura y arte de diversas estructuras; con la participación de los estudiantes, se debe determinar a qué tipo de polígono apuntan estas imágenes dependiendo de las opciones de polígonos mostradas.



Ac.8.

previos necesarios para el estudio del tema (bien sea que se hayan estudiado anteriormente o que el profesor haya planificado su estudio).

ICo1-2: Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversos componentes.

ID Afectiva (IA)

(C2-Intereses y necesidades)

IA2-1. se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en las vidas cotidiana y profesional.

ID Interaccional (IIn.)

(C1-Interacción docente-discente)

IIn1-4. Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.

Seguidamente, se muestran polígonos tanto regulares como irregulares; al escoger uno de ellos, se resaltan los lados y se alinean mostrando sus medidas y la sumatoria de estos. Al finalizar, se muestra que “la suma de todas las medidas de los lados de un polígono se denomina perímetro”. Posteriormente, se presenta una serie de polígonos a los cuales se les deberán calcular el perímetro.

matemática y las prácticas, pero se atienden aspectos relacionados con los significados y el tipo de situaciones. Se establecen líneas que demarcan la trayectoria didáctica en función del tipo de tareas y actividades programadas.

Se consideran diferentes indicadores y descriptores de las idoneidades como la epistémica, cognitiva-mediacional, afectiva e interaccional, siendo esta última, la epistémica y cognitiva las prevalentes.

A-R6. Para que los estudiantes identifiquen el contorno de figuras en imágenes.

Idoneidad relacionada: IEp.

Nota. La información de la primera y tercera columnas es tomada del plan de clase del equipo E1-FPM

Según lo presentado en el RT-OE-CAVID de la tabla 36 correspondiente a las narrativas y episodios del plan de clase proyectados para el *momento de desarrollo* según la estructura orientada para organizarlo, se puede notar que el análisis logrado en el trabajo del equipo E1-FPM tiene un énfasis en lo *descriptivo* sobre aspectos esenciales, pero con elementos que dan cuenta de algunas explicaciones de lo planificado en función de los indicadores-descriptores de varios de los

componentes de las diferentes idoneidades. En este caso, las *Ac. 4-7* refieren la atención del abordaje del tema perímetro en lo que atañe a una de sus definiciones para el caso de los polígonos, lo cual se complementa presentando ejemplos de situaciones del entorno. Estas acciones y razones están referidas con mayor atención a indicadores epistémicos, cognitivos, afectivos e interaccionales. En tal sentido, los FPM exponen su pretensión (*A-R4*) de presentar el tema de forma organizada (*IIn.*) a la espera de que haya un aprendizaje (*IC*) por parte de los estudiantes.

También, se observa el abordaje contextualizado del objeto perímetro según lo propuesto en la *Actividad # 1* mediante la presentación de situaciones que apuntan a objetos del entorno de los estudiantes y a diferentes representaciones, con lo cual se procura, además, la motivación en los estudiantes, dado que pueden ser situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y que están en la zona de aprendizaje potencial, lo que atiende indicadores interaccionales (*IIn.1-4*) y también cognitivos (*IC1-1, 2*). Estos aspectos se relacionan igualmente con las dimensiones del conocimiento matemático, pero más puntualmente con la dimensión didáctico-matemática, en el entendido del uso de diferentes situaciones, ejemplos y representaciones geométricas que comprenden el objeto perímetro.

Sobre la profundidad del análisis, en general, la narrativa que se presenta es comprensible y permite tener una idea de lo que se pretende hacer en la clase en términos de la trayectoria didáctica desde el inicio hasta el cierre de la sesión de clase; además, contiene diferentes detalles relacionados implícitamente con indicadores y componentes de las idoneidades, como se observa en la tabla expuesta, con los que se atienden aspectos como definiciones, procedimientos, tareas y procesos que ayudan al desarrollo de significados parciales, globales y pretendidos en torno a la enseñanza del perímetro. Es importante señalar que las propuestas de mejora realizadas están alineadas con las A-R planteadas en la primera y tercera columnas; en ellas se propone:

“Inicialmente se presentan figuras del entorno tales como una cancha de fútbol, el contorno de un colegio, la cabina de un camión vista desde uno de sus caras, el contorno de un automóvil, la arquitectura y arte de diversas estructuras...” (*Ac.7*).

“Se incluirán dentro de la consecución de la clase, 4 actividades prácticas (recurso interactivo), dirigidas por el docente y resueltas con la participación de estudiantes...” (*Ac.5*).

“Seguidamente se muestran polígonos tanto regulares como irregulares...” (Ac.8).

“...trabajar de manera organizada a través de un diagrama, de tal manera que sea más fácil de incluir los nuevos conocimientos en las estructuras mentales” (A-R4).

“Los estudiantes deben permanecer activos en el proceso de aprendizaje...” (A-R5).

“Para que los estudiantes identifiquen el contorno de figuras en imágenes” (A-R6).

Realizando la sistematización de manera similar para el momento de *cierre de la clase según el plan*, se puede apreciar, como aparece en la tabla 37, que el equipo E1-FPM apunta a implementar acciones que complementen, refuercen o amplíen lo efectuado mediante otras actividades con apoyo tecnológico y materiales manipulativos (Ac.3, Ac.14, IMI-1). Para resaltar en esta narrativa, el trabajo con actividades en las que de cierta forma se asume el indicador IAI-2 está orientado a proponer situaciones que permiten valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana, como es el caso de la *Actividad # 5*. Además, entre las razones que se exponen en esta parte del plan están las siguientes:

“Teniendo en cuenta que la resolución y formulación de problemas es uno de los procesos generales de la matemática, se pretende desarrollar competencias a los estudiantes que le permitan formular situaciones problemas contextualizadas” (A-R10).

“Resumir todo lo visto, de manera que los estudiantes comparen lo que tienen en sus estructuras mentales con el conocimiento” (A-R11).

“Teniendo en cuenta el modelo desarrollista adoptado por la institución, se precisan actividades en las que los estudiantes aprendan y desarrollen competencias haciendo, practicando y acercándose a la realidad e interactuando con el contexto. Además, para desarrollar los aprendizajes propuestos en el horizonte institucional” (A-R12).

“La evaluación siendo un proceso debe integrar la heteroevaluación, coevaluación y autoevaluación, de esta manera se implementará una valoración integral, con el propósito de realizar seguimiento y mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje” (A-R13).

En tales razones que justifican las acciones planteadas, se tienen en cuenta la resolución de problemas como un proceso general y el desarrollo de las competencias en el currículo de matemáticas, así como los aspectos curriculares y evaluativos de la institución educativa. Estas razones se relacionan con indicadores epistémicos, cognitivos, interaccionales y ecológicos, y dejan

notar la atención a diferentes elementos que componen las idoneidades que se requieren considerar en un proceso de instrucción, como lo es aquí el plan de clase.

En cuanto al nivel de profundidad que han asumido los FPM en este ejercicio, se puede inferir que se mueve entre el superficial y el básico/incompleto; en este sentido, no se evidencia un análisis explícito sobre la actividad matemática y las prácticas, tampoco sobre las configuraciones de objetos y procesos, pero se atienden aspectos relacionados con los significados y el tipo de situaciones, y se establecen líneas que demarcan la trayectoria didáctica en función del tipo de tareas y actividades programadas. En general, se evidencia que lo realizado por el equipo E1-FPM está en directa relación con la CAVID, porque tanto en el plan ajustado como en el I-3 que dio lugar a los ajustes se abordan cuestiones centrales como *¿cuál es el grado de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza y aprendizaje implementados? ¿Qué cambios se deben hacer en el diseño e implementación del proceso de instrucción para aumentar su idoneidad didáctica en el futuro?* (Godino *et al.*, 2020; y Giacomone *et al.*, 2018).

Al comparar los elementos de las columnas uno, dos y tres en la tabla 37, se puede apreciar cómo explícita o implícitamente se utilizan los criterios de idoneidad; además, mediante la narrativa se logra tener una idea que permite distinguir los elementos esenciales del plan y con ellos proyectar su realización. Por otra parte, las A-R presentadas dan cuenta de las prácticas, significados y trayectorias que se piensan implementar al abordar la enseñanza del objeto perímetro. En general, las A-R presentes en el plan de clase atienden un proceso de reflexión guiado y ordenado que ayuda a pensar respuestas ante interrogantes relevantes para la competencia CAVID como son *¿qué ha ocurrido aquí y por qué?* y *¿qué se podría mejorar?* (Font *et al.*, 2010); a partir de estos elementos, es plausible inferir que las reflexiones y análisis logrados por los FPM se mueven entre el nivel 1 por lo básico-incompleto y el nivel 2 por lo esencial-completo (Pino-Fan *et al.*, 2022).

Tabla 37

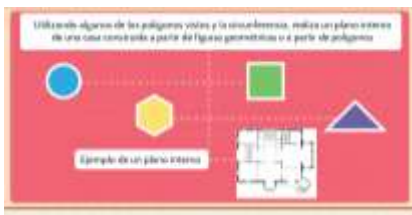
Observación y evaluación de la CAVID según las A-R del momento de cierre del plan de clase ajustado -E1-FPM

Narrativa-episodio (Acciones-Ac.)	Criterios de ID: idoneidad (ID)- componente (C)- indicador (I)	Relación entre acciones-razones (A- R) y criterios de ID	Observación y evaluación de la CAVID
Cierre de la clase			Tipo de análisis

Ac.13. Con el objetivo de concluir todo lo trabajado, se presenta un video resumen presente en el siguiente link: https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_5/M/M_G05_U02_L02/M_G05_U02_L02_04_01.html

Ac.14. De esta manera, se propone el trabajo de la **Actividad # 5**, la cual contiene los siguientes puntos que intentarán resolver con ayuda de sus padres de familia:

- I. Con la ayuda de una cuerda, mide el contorno de objetos que encuentres en casa: mesa, televisor, computador, reloj, puerta, etc. De este modo, utiliza la unidad de medida más apropiada para hallar el perímetro de la figura representada en cada objeto.
- II. Utilizando lo visto en clase, realiza el plano interno de tu casa; a partir de figuras geométricas, dibuja y mide el contorno para hallar el perímetro.



Ac 15. Posteriormente se realiza la **Actividad # 6**, la cual consiste en realizar preguntas a los estudiantes, las cuales se escogerán aleatoriamente de un banco de preguntas con la ayuda de una aplicación de selección aleatoria, se espera la participación activa de los estudiantes en el conversatorio, en el que tendrá gran importancia la opinión personal de cada uno. Las preguntas dinamizadoras son las siguientes:

¿En las actividades presentadas cómo fue el desempeño de tus compañeros? ¿En qué actividades tuvieron más dificultades tus compañeros? ¿Qué aprendiste en la clase? ¿Cómo te sentiste en la realización

ID Mediacional (IM)
(C1-Recursos materiales)
IM1-1. Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.

ID Cognitiva (IC)
(C2-Adaptación curricular a las diferencias individuales)
IC2-1: el plan incluye actividades de ampliación y refuerzo.

ID Afectiva (IA)
(C1-Intereses y necesidades)
IA 1-2: se proponen situaciones que permiten valorar la utilidad de las matemáticas en las vidas cotidiana y profesional.
IA1-1. Las tareas propuestas potencialmente tienen interés para los alumnos.

ID Interaccional (In.)
(C2-Interacción entre dicentes)
In.2-1. Se favorecen el diálogo y comunicación entre los estudiantes.
In.1-5. Se facilita la inclusión de los alumnos en las dinámicas de la clase y no la exclusión.

A-R10. Teniendo en cuenta que la resolución y formulación de problemas es uno de los procesos generales de la matemática, se pretende desarrollar competencias a los estudiantes que le permitan formular situaciones problemas contextualizadas.

Idoneidad relacionada: IEp., IC
A-R11. Resumir todo lo visto de manera que los estudiantes comparen lo que tienen en sus estructuras mentales con el conocimiento.

Idoneidad relacionada: IC, In.

A-R12. Teniendo en cuenta el modelo desarrollista adoptado por la institución, se precisan actividades en las que los estudiantes aprendan y desarrollen competencias al hacer, practicar y acercarse a la realidad e interactuar con el contexto. Además, para desarrollar los aprendizajes propuestos en el horizonte institucional.

Idoneidad relacionada: IE, IA

A-R13. La evaluación es un proceso que debe integrar la heteroevaluación, coevaluación y autoevaluación; de esta manera, se implementará una

Énfasis descriptivo
Aproximaciones propositivas

Fase de análisis A priori y diseño

Dimensiones del conocimiento

Dimensión didáctica (didáctico-matemática)
Aproximaciones al conocimiento especializado y a la dimensión metadidáctico-matemático.

Profundidad del análisis

N0 (superficial)
N1(básico/incompleto)

Competencias claves

Competencia matemática

Se consideran varios significados de las nociones matemáticas para crear o seleccionar tareas (subcompetencia matemática resolución de tareas). No es explícito el análisis de las prácticas matemáticas.

Competencia de análisis e intervención didáctica

<p>de actividades? ¿Qué valoras y que crees que se podría mejorar de la clase? ¿Qué y cómo aplicarías lo aprendido en tu vida diaria?</p>	<p>valoración integral con el propósito de realizar un seguimiento y mejora de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Idoneidad relacionada: IC</p>	<p>No se evidencia el análisis explícito sobre la actividad matemática y las prácticas, pero se atienden aspectos relacionados con los significados y el tipo de situaciones. Se establecen líneas que demarcan la trayectoria didáctica en función del tipo de tareas y actividades programadas.</p> <p>Se consideran diferentes indicadores y descriptores de las idoneidades como la epistémica, cognitiva-mediacional, afectiva e interaccional, siendo esta última, la epistémica y la cognitiva las prevalentes.</p>
---	---	--

Nota. La información de la primera y tercera columnas es tomada del plan de clase del equipo E1-FPM

7.3.4 Análisis de la CAVID a partir de la aplicación del I-3 del equipo E2-FPM

Según el despliegue de acciones que se relacionan con la CAVID por parte del equipo E2-FPM (integrado por cuatro estudiantes) al aplicar la rúbrica que contiene el instrumento I-3, y, en el caso particular, al evaluar y valorar la *idoneidad cognitiva* del plan de clase, como se presenta en la tabla 38, se permite señalar desde las *razones (R) asociadas a la valoración* y las *propuestas de aspectos por mejorar (Pm.)* que se describe y reflexiona ante elementos presentes o no en lo planificado que se han reconocido como relevantes, según lo expresado desde *R1* a *R6*, entre los cuales están:

R1. “No se indaga sobre los conocimientos previos de los estudiantes sobre perímetro”.

R2. “El significado de perímetro está al alcance del nivel educativo de los estudiantes”.

R5. “Se activan los procesos de cambio de representación y conjeturas”.

En estas razones, se observa cómo el equipo de FPM identifica, primero, la nula o poca atención ante los conocimientos previos; segundo, reconoce que el contenido presentado y su nivel de dificultad están dentro del espectro de los aprendizajes que pueden tener los estudiantes; tercero, refiriéndose a la activación de procesos cognitivos, destaca el cambio de representaciones y conjeturación. Lo anterior responde al uso que los FPM hacen de los descriptores o indicadores que integran la idoneidad cognitiva, como *ICC1-1*, *ICC1-2* y *ICC4-1*, al momento de analizar y valorar lo planificado; además, se proyectan mejoras en las líneas de cada descriptor, como ocurre para los siguientes:

Pm. 1. “Elaborar preguntas a los estudiantes en la actividad inicial que impliquen dicha indagación y activación de ideas previas”.

Pm. 2. “Revisar otras ideas y definiciones para perímetro y así ampliar los significados usando otros ejercicios”.

Pm. 5. “Trabajar más en el desarrollo del proceso de comunicación y conexión de las matemáticas”.

Tanto en el contenido de las razones (*R*) como en los aspectos que se proponen para mejorar (*Pm.*), se evidencia una actitud reflexiva y orientada a la mejora de la práctica docente que trascienda el dominio operativo *per se* de conocimientos y habilidades propios de la herramienta idoneidad didáctica hasta llegar a una perspectiva de la didáctica prescriptiva (Font *et al.*, 2012) que permita al E2-FPM visionar caminos posibles para llevar el proceso de instrucción.

El uso de la herramienta idoneidad didáctica y su sistema de componentes e indicadores conlleva la discusión frente al estudio de los significados personales de los estudiantes y los pretendidos, por lo que asimismo se atienden elementos relacionados con el aprendizaje propios del análisis en la idoneidad cognitiva; es así como dentro de las razones y acciones para mejorar

que señalan los FPM queda inmersa la reflexión sobre si lo que se enseña está a una distancia razonable de aquello que los alumnos saben, pero también si los aprendizajes que se esperan adquirir están cerca de aquello que se pretendía enseñar (Breda y Lima, 2016; y Pochulu *et al.*, 2016).

Tabla 38

Rúbrica para la valoración de la idoneidad cognitiva realizada por el equipo E2-FPM al plan de clase

Instrumento 3 rúbrica para la valoración de la idoneidad didáctica					
3.2_ Rúbrica para la valoración de la idoneidad cognitiva					
Componentes	Descriptor	Valoración cuantitativa	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto por mejorar	de por mejorar
Conocimientos previos (Componentes similares a la idoneidad epistémica) <i>ICCI</i>	Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio). <i>ICCI-1</i>	2.0	<i>R1.</i> No se indaga sobre los conocimientos previos de los estudiantes sobre perímetro.	<i>Pm. 1.</i> Elaborar preguntas a los estudiantes en la actividad inicial que impliquen dicha indagación y activación de ideas previas.	
	Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversos componentes. <i>ICCI-2</i>	4.0	<i>R2.</i> El significado de perímetro está al alcance del nivel educativo de los estudiantes.	<i>Pm. 2.</i> Revisar otras ideas y definiciones para perímetro y así ampliar los significados usando otros ejercicios.	
Adaptación curricular a las diferencias individuales <i>ICC2</i>	Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo. <i>ICC2-1</i>	4.0	<i>R3.</i> Las actividades de extraclase propuestas son una muestra de la implementación de actividades de refuerzo y aplicación ante tareas en el contexto.	<i>Pm. 3.</i> Al igual que la anterior sugerencia, aquí se deben revisar otras definiciones y ejercicios.	
Aprendizaje <i>ICC3</i>	Los diversos modos de evaluación muestran la apropiación de los conocimientos/competencias pretendidas o implementadas. <i>ICC3-1</i>	4.5	<i>R4.</i> La coevaluación y heteroevaluación empleadas muestran la apropiación de lo pretendido.	<i>Pm. 4.</i> Incluir la autoevaluación en el proceso de estudio para que cada estudiante asuma sus aprendizajes.	
	Se activan procesos cognitivos relevantes (generalización, conexiones intramatemáticas, cambios de representación, conjeturas, etc.). <i>ICC4-1</i>	4.0	<i>R5.</i> Se activan los procesos de cambio de representación y conjeturas.	<i>Pm. 5.</i> Trabajar más en el desarrollo del proceso de comunicación y conexión de las matemáticas.	

Alta demanda cognitiva. <i>ICC4</i>	Promueve procesos metacognitivos. <i>ICC4-2</i>	4.5	R6. En la presentación de los estudiantes, se manifiestan aspectos de la metacognición, como la comparación con los diferentes puntos de vista de los compañeros, con la cual el estudiante es consciente de sus conocimientos.	Ninguna.
Valoración global		3.8	Nivel medio	

Nota. Rúbrica tomada del informe final presentado por el Equipo E2-FPM

El análisis que logra el equipo E2-FPM frente a las características que tiene el plan diseñado en lo correspondiente a la *idoneidad mediacional* está descrito en la tabla 39; en ella, las razones y aspectos para mejorar identificados indican que se ha discutido y reflexionado sobre la organización y uso de materiales manipulativos, así como el de tareas o situaciones contextualizadas (*R1*, *Pm.1*, *R2* y *Pm.2*). De manera similar, a pesar de que el componente referido al número de alumnos, horario y tiempos (*IMC2 e IMC2*) es difícil de anticipar o proyectar en el plan (*R3*), fue atendido por los FPM sin una valoración asignada, pero con mejoras sugeridas para cada caso, dado que asumen su importancia para garantizar el adecuado funcionamiento de la clase planificada, tal como se lee a continuación:

R3. “Dado que la valoración es sobre un plan en condiciones de implementación hipotética, no contamos con información sobre el número de estudiantes”.

Pm 3. “Se debe prestar atención es, a la forma de organizar a los estudiantes para las actividades en grupos”.

R7. “El concepto de perímetro es trabajado de una u otra forma durante toda la clase”.

Pm 5. “Se requiere revisar los tiempos para permitir más la participación activa de los estudiantes al resolver las tareas”.

Tabla 39

Rúbrica para la valoración de la idoneidad mediacional realizada por el equipo E2-FPM al plan de clase

Instrumento 3 rúbrica para la valoración de la idoneidad didáctica					
3.3_ Rúbrica para la valoración de la idoneidad mediacional					
Componentes	Descriptores	Valoración cuantitativa	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto mejorar	de por

Recursos materiales (manipulativos, calculadoras, ordenadores). <i>MC1</i>	Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido. <i>IMC1-1</i>	4.5	<i>R1.</i> En la clase, se utilizan materiales manipulativos (guías en fotocopia, geoplano, regla y ligas de goma) adaptados a los significados pretendidos.	<i>Pm. 1.</i> Mejorar la organización de las orientaciones para trabajar actividades con el geoplano.
	Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas mediante situaciones, modelos concretos y visualizaciones. <i>IMC1-2</i>	4.5	<i>R2.</i> En algunas actividades del plan, como la inicial y extraclase, se evidencia la contextualización del aprendizaje pretendido.	<i>Pm. 2.</i> Realizar más actividades con situaciones problemas contextualizadas sobre la temática.
Número de alumnos, horario y condiciones del aula. <i>IMC2</i>	El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida. <i>IMC2-1</i>	----	<i>R3.</i> Dado que la valoración es sobre un plan en condiciones de implementación hipotética, no contamos con información sobre el número de estudiantes.	<i>Pm. 3.</i> Se debe prestar atención a la forma de organizar a los estudiantes para las actividades en grupo.
	El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora). <i>IMC2-2</i>	----	<i>R3.</i> Dado que la valoración es sobre un plan en condiciones de implementación hipotética, no contamos con información sobre el horario del curso.	Ninguna.
	El aula y la distribución de los alumnos son adecuados para el desarrollo del proceso instruccional pretendido. <i>IMC2-3</i>	-----	<i>R3.</i> Dado que la valoración es sobre un plan en condiciones de implementación hipotética, no contamos con información sobre el espacio físico.	<i>Pm. 3.</i> Se debe prestar atención a la forma de organizar a los estudiantes para las actividades en grupo.
Tiempo (de enseñanza colectiva/tutorización; de aprendizaje.	Los tiempos presencial y no presencial son suficientes para la enseñanza pretendida. <i>IMC3-1</i>	4.0	<i>R6.</i> Los tiempos presencial y no presencial son los necesarios para la enseñanza pretendida. Se debe tener cuidado en su control.	<i>Pm. 4.</i> Medir los tiempos de las actividades planteadas y de la clase en general para asegurarse de que la clase dure según lo programado.
	Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del	4.0	<i>R7.</i> El concepto de perímetro es trabajado de una u otra forma durante toda la clase.	<i>Pm. 5.</i> Se requiere revisar los tiempos para permitir una mayor participación

<i>IMC3</i>	tema. <i>IMC3-2</i>		activa de los estudiantes al resolver las tareas.
	Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión. <i>IMC3-3</i>	4.0	<i>R8.</i> El concepto de perímetro es trabajado de una u otra forma durante toda la clase.
	Valoración global	4.2	<i>Pm. 6.</i> Dedicar más tiempo en asesorías para las tareas complejas y a solicitud de los estudiantes.

Nota. Rúbrica tomada del informe final presentado por el equipo E2-FPM

La atención que el equipo E2-FPM tiene frente a los aspectos mediacionales desde el I-3 ligados a la subcompetencia para el uso y manejo de recursos conlleva reflexionar sobre las posibilidades, desafíos y complejas suposiciones que implica la implementación de los recursos didácticos (Pino-Fan *et al.*, 2022). Por tanto, el análisis que realiza el equipo según las razones y propuestas de mejora está alineado con los cuestionamientos que activan la competencia señalada, tales como ¿qué recursos se deben utilizar para promover el aprendizaje de un objeto matemático? ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de los recursos que pretendo utilizar? ¿Cómo proponer espacios de trabajo colaborativo eficientes mediante el uso de recursos materiales o tecnológicos? ¿Es adecuado el tiempo destinado al estudio del objeto matemático?

7.3.5 Análisis de la CAVID a partir de los planes de clase del equipo E2-FPM

Las *narrativas-episodios* y las *acciones-razones* presentes en el plan de clase del equipo E2-FPM están en la tabla 40 que corresponde al momento de *inicio*, en el cual se distribuye y organiza el acontecer de la clase según la estructura sugerida para organizar el plan. En la información consolidada, se observa que el equipo de FPM dirige la atención a varios de los diferentes criterios de idoneidad, especialmente los que se relacionan con componentes como *conocimientos previos; intereses y necesidades, interacción entre discentes y docente, y representatividad*. Algunas de las acciones y razones presentadas son las siguientes:

“El docente organiza el aula formando con las sillas una mesa redonda, divide (con una cinta negra para pegar en el piso) el espacio libre en cuatro espacios iguales. Inicialmente

participan cuatro grupos (uno en cada espacio), y cuando éstos terminen la actividad entonces participan cuatro grupos más. De esta forma se da la participación de todos los estudiantes” (Ac.2).

“El estudiante despierte el interés por medio de esta actividad y su interacción conjunta con los conocimientos previos” (A-R1).

“Se debe organizar a los estudiantes en el aula de la mejor manera para trabajar las actividades de manera más lúdicas” (A-R2).

“El profesor habla lo siguiente a los estudiantes: el día de hoy vamos a comenzar trabajando con una actividad interactiva llamada “midiendo mi camino” (Ac.3).

Basados en los elementos señalados, los FPM evidencian en sus acciones y decisiones el interés y la reflexión sobre aspectos como la *organización del aula* que permitan ejecutar lo planeado, además de que se promuevan *actividades en grupos* de trabajo en los que se espera la participación de todos los integrantes; destacan, igualmente, que la clase debe *generar interés* en los estudiantes y la necesidad de tener en cuenta los *conocimientos previos*, sin dejar de lado que las actividades sean orientadas de manera lúdica.

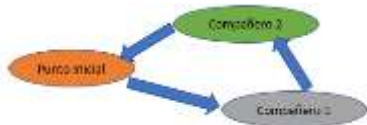
Tabla 40

RT-OE-CAVID para el plan de clase ajustado por el E2-FPM -momento de inicio

Narrativa-episodio (Acciones-Ac.)	Criterios de ID: idoneidad componente indicador (I)	Relación entre acciones-razones (A- R) y criterios de ID	Observación y evaluación de la CAVID
<p>Inicio Ac.0. Se especifica a los estudiantes lo que se va a lograr y cómo se va a lograr, es decir, se explica el propósito de la clase. Ac.1. Se da un caluroso saludo de paz y bienvenida, se hace la oración y se pasa lista. Ac.2. El docente organiza el aula formando con las sillas una mesa redonda, divide con una cinta negra para pegar en el piso el espacio libre en cuatro espacios iguales. Inicialmente, participan cuatro grupos (uno en cada espacio) y cuando estos terminen la actividad entonces participan cuatro grupos más. De esta</p>	<p>ID Cognitiva (IC) (C1-Conocimientos previos): <i>ICI-1:</i> en el plan, se consideran los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien sea que se haya estudiado anteriormente o que el profesor lo haya planificado). <i>ICI-2:</i> los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una</p>	<p><i>A-R1.</i> El estudiante despierta interés por medio de esta actividad y su interacción conjunta con los conocimientos previos. Idoneidad relacionada: IC</p>	<p><i>Tipo de análisis.</i> Descriptivo <i>Fase de análisis</i> <i>A priori / diseño/</i> <i>Dimensiones del conocimiento</i> Didáctica (didáctico-matemática) <i>Profundidad del análisis</i> N0(superficial) N1(básico/incompleto)</p>

forma, se da la participación de todos los estudiantes.

Ac.3. El profesor habla lo siguiente a los estudiantes: “el día de hoy vamos a comenzar trabajando con una actividad interactiva llamada «midiendo mi camino». Esta consiste en formar grupos de cinco estudiantes; inicialmente, participan tres de ellos. Los primeros tres estudiantes de cada grupo toman distancia entre sí (una distancia prudente) de manera que no estén alineados. Uno de esos tres estudiantes debe marcar (usando una cuerda y fijándola con una cinta) el punto donde está parado; luego estira dicha cuerda hacia el compañero que esté más a su derecha y la pega en el punto donde está su compañero; se repite el mismo procedimiento, esta vez desde el nuevo punto donde se encuentra hacia su otro compañero, y cierra el recorrido fijando la cuerda en el punto inicial. A continuación, un estudiante del equipo mide (con una cinta métrica) el recorrido señalado por la cuerda.



Ac.4. Luego de haber realizado este proceso, los estudiantes registran en sus cuadernos las respuestas a las siguientes preguntas: ¿cuánto midió el recorrido trazado por la cuerda?, ¿qué figuras geométricas reconociste durante la dinámica? También deben dibujar en sus cuadernos la figura formada por la cuerda.

Ac.5. Se van agregando estudiantes a la actividad para hacer un recorrido con más puntos de referencia de forma que se cumpla en el recorrido que tres estudiantes consecutivos no estén alineados. Los estudiantes deben realizar el mismo procedimiento de estimación de medidas y responder las preguntas.

Ac.7. Luego de la explicación oral, el docente da un ejemplo práctico con uno de los grupos acerca de cómo es el desarrollo de la actividad.

dificultad manejable) en sus diversos componentes.

ID Afectiva (IA)
(C1-Intereses y necesidades)

IA1-1. las tareas propuestas potencialmente tienen interés para los alumnos

IA2-1. Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en las vidas cotidiana y profesional.

ID Interaccional (IIn.)
(C2-Interacción entre discentes)

IIn.2-1. Se favorecen el diálogo y comunicación entre los estudiantes.

(C3-Autonomía)

In.3. Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación).

ID Epistémica (IEp.)
(C4-Representatividad)

IEp.4-1. Los significados parciales, definiciones, propiedades, procedimientos, etc. son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo.

IEp4-4. Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversiones entre los mismos.

A-R2. Se debe organizar a los estudiantes en el aula de la mejor manera para trabajar las actividades lúdicamente.

Idoneidad relacionada: IIn.

A-R3. Con la actividad, se busca ver reflejadas las primeras nociones de perímetro (relaciona el concepto de perímetro con el recorrido que realizaron).

Idoneidad relacionada: IEp., IC

A-R4. Presentar ideas y soluciones al interior de cada subgrupo al responder las preguntas propuestas.

Idoneidad relacionada: IA

A-R5. El grupo acuerda un método para abordar la actividad.

A-R6. Se espera que soliciten asesoría al profesor en lo que no se comprenda.

Competencia matemática

Competencia de análisis e intervención didáctica:

No se evidencia el análisis explícito sobre la actividad matemática.

Se percibe la reflexión sobre las interacciones, aunque no tanto sobre las normativas.

Además, el análisis detallado sobre el uso y manejo de recursos es poco atendido, en tanto que sí se consideran elementos de las idoneidades epistémica, interaccional, cognitiva y afectiva.

<p>Ac.8. Cuando todos los estudiantes terminen de realizar lo planteado, se dará un espacio para que algunos de ellos presenten su trabajo y representen gráficamente en el tablero algunas figuras formadas por la cuerda.</p> <p>Ac.9. El profesor pregunta lo siguiente: “¿de qué otra forma se puede llamar el recorrido que ustedes hicieron por la cuerda?”</p> <p>Ac.10. El profesor afirma (luego de que los estudiantes respondan la pregunta anterior): “podemos llamar contorno al recorrido que hicieron en la cuerda, que a su vez es la parte exterior de las figuras geométricas que ustedes identificaron”.</p>	<p>ID Interaccional (IIn.) (C2-Interacción entre discentes)</p> <p><i>IIn.2-1.</i> Se favorecen el diálogo y comunicación entre los estudiantes.</p> <p>(C1-Interacción docente-discente)</p> <p><i>IIn.1-4.</i> Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.</p> <p>ID Cognitiva (IC) (C1-Conocimientos previos)</p> <p><i>IC1-2:</i> Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes</p>	<p>A-R7. Compartir los resultados encontrados con todo el bloque de clase. Idoneidad relacionada: IIn</p> <p>A-R8. Es necesario activar conocimientos previos y formalizar el tema que se trabaja mediante la explicación del profesor. Idoneidad relacionada: IC</p>
--	---	---

Nota: La información de la primera y tercera columnas es tomada del plan de clase del equipo E2-FPM

Conforme a lo presentado en el RT-OE-CAVID, según la tabla 40, aplicado para la sistematización del momento de *inicio* expuesto en el plan de clase, se puede establecer que las narrativas-episodios están más orientadas a un *análisis de tipo descriptivo* de las acciones presentes en lo planificado, en las cuales se procura señalar con cierto nivel superficial de detalle; mientras que la trayectoria de enseñanza que se sigue apunta al trabajo por grupos mediante una actividad interactiva. Por otro lado, el análisis fue realizado en la fase *a priori* y de diseño del plan de enseñanza; los conocimientos que se evidencian se enmarcan más en la dimensión didáctica pero de forma general, con pocos detalles referidos a profundizar sobre la dimensión matemática del tema de la clase (perímetro). Por último, las acciones y razones que se presentan están relacionadas en mayor grado con el análisis sobre aspectos relativos a los indicadores *cognitivos e interaccionales*, seguido de los epistémicos y afectivos.

En lo que respecta a los momentos de *i) búsqueda y verificación (desarrollo)* y *ii) cierre* dentro de la estructura del plan de clase (tabla 41), las *narrativas-episodios*, y *en estas las acciones-razones*, dan cuenta de que los FPM realizan análisis con mayor atención a aspectos sobre las idoneidades epistémica, cognitiva e interaccional. También se puede observar un interés importante por el conocimiento matemático que se aborda en torno al objeto perímetro, para lo cual se proponen varias acciones, *Ac.11*, *Ac.12*, *Ac.13* y *Ac.18*, apoyadas con actividades que promueven la mediación y el uso de material manipulativo, tareas o situaciones de interés. En términos del análisis que realiza el equipo de FPM, justifican las acciones mediante A-R9, A-R 10, A-R21 y A-R22, que apuntan, entre otras ideas, a la construcción y afianzamiento de la noción de perímetro, su aplicación y la determinación de métodos de solución ante las situaciones propuestas.

Al comparar las acciones y razones de la columna *criterios de idoneidad (ID) -componente (C) -indicador (I)* con la *columna de relación entre acciones-razones (A-R) y criterios de ID*, se observa una articulación entre estas, lo que da cuenta de que el equipo de FPM cuando usa el I-3 procura atender varios de los indicadores-descriptores de idoneidad didáctica que consideran necesarios para ser ajustados tras ser analizados, entre ellos los siguientes: en la *idoneidad cognitiva*, en el componente de *conocimientos previos*, el descriptor IC1-2: *los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversos componentes*; en la *idoneidad epistémica*, el componente *riqueza de procesos*, con el indicador IEp.3: *la secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.)*; y en la *idoneidad interaccional*, en el componente interacción docente-discente, el indicador IIn.1-4: *se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos*.

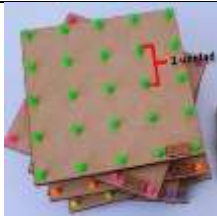
No se evidencia un análisis explícito sobre la actividad matemática, pues se hace un abordaje general para lo que denominan “las primeras nociones de perímetro (relaciona el concepto de perímetro con el recorrido que realizaron)” (A-R3). Se percibe la reflexión sobre las interacciones al indicarse que “se debe organizar a los estudiantes en el aula de la mejor manera para trabajar las actividades lúdicamente” (A-R2). También se observa que el análisis detallado sobre el uso y manejo de recursos es poco atendido, en tanto que sí se toman en cuenta elementos de las idoneidades epistémica, interaccional, cognitiva y afectiva basados en los indicadores-descriptores.

En este mismo orden de análisis y trabajo adelantado por el equipo E2-FPM al revisar y ajustar el plan de clase, se pueden observar otras acciones (Ac.) y razones (A-R) que se articulan con las diferentes idoneidades, producto de una respuesta motivada por el uso de la herramienta idoneidad didáctica y su sistema de componentes e indicadores.

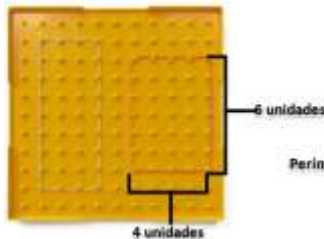
Tabla 41

RT-OE-CAVID para el plan de clase ajustado por el E2-FPM -momentos de desarrollo y cierre

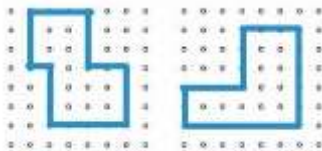
Narrativa-episodio (Acciones-Ac.)	Criterios de ID: idoneidad (ID)- componente (C)- indicador (I)	Relación entre acciones- razones (A-R) y criterios de ID	Observación y evaluación de la CAVID
<p>Búsqueda y verificación (Desarrollo de la temática. Ideas para resolver la situación planteada)</p> <p>Ac.11. A partir de lo concluido en la anterior actividad, se presenta el siguiente concepto de perímetro: <i>El perímetro de una figura geométrica plana es la medida o la longitud de su contorno.</i></p> <p>Ac.12. El profesor pregunta: “a partir del concepto expuesto, ¿cuál sería el perímetro de las figuras encontradas en la primera actividad?”</p> <p>Ac.13. Siguiendo con el desarrollo de la clase, se entregará un geoplano y ligas de goma a cada grupo de estudiantes (los mismos grupos de cinco).</p>	<p>ID Cognitiva (C1-Conocimientos previos)</p> <p>IC1-2: los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversos componentes.</p> <p>ID Epistémica (C3-Riqueza de procesos)</p> <p>IEp.3: la secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.)</p>	<p>A-R9. Construcción de la noción de perímetro pretendida.</p> <p>A-R10. Actividad aplicativa de la noción de perímetro en la construcción de figuras geométricas en el geoplano. Idoneidad relacionada: IEp.</p> <p>A-R11. Participación y consenso en la construcción de la noción de perímetro pretendida. Idoneidad relacionada: IEp., In.</p>	<p>En las narrativas presentes, se observan A-R que de manera implícita están relacionadas con varias idoneidades, en particular la epistémica, cognitiva e interaccional.</p> <p>Se aprecia un énfasis en lo <i>descriptivo</i> respecto a lo que se espera que ocurrirá (fase de diseño) en la clase sobre aspectos esenciales de la organización de la misma y las actividades propuestas, pero con algunos elementos que se acercan a explicaciones sobre lo planificado, que también guardan relación con varios descriptores de los componentes en cada idoneidad.</p>
 <p>Una vez se les haya entregado, se procede a explicarles por medio de un ejemplo cómo se construyen las figuras. Se les dará la siguiente información: La medida de un chinche a otro adyacente es de una unidad, como se muestra en la siguiente figura:</p>	<p>(C4-Representatividad)</p> <p>IEp4-1: los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo.</p> <p>IEp4-2: los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa</p>	<p>A-R12. Los estudiantes manipulan la noción de perímetro en la construcción de figuras geométricas en el geoplano y hacen reflexiones sobre los resultados entendidos. Idoneidad relacionada: IM, IEp.</p> <p>A-R13. Presentar ideas al interior de cada subgrupo para promover el trabajo colaborativo.</p> <p>A-R14. El grupo acuerda un método para resolver/</p>	



Ac14. Luego de haber construido la figura, se explica que para hallar el perímetro se debe saber cuántas unidades hay en cada lado, para encontrar así la longitud de cada lado; y como último paso se suma la longitud de cada lado encontrando así, el perímetro de la figura (la medida de su contorno)



Ac 15. A cada grupo de estudiantes se les pide que construyan las siguientes figuras en el geoplano:



Se les explica el paso a paso de cómo se construyen y se les pide que hallen el perímetro de cada una.

Ac.16. Para retroalimentar la actividad, se les pide por grupo presentar sus respuestas y cómo realizaron el procedimiento para dar con ellas.

Ac.17. Se anotan en el tablero las respuestas de los respectivos grupos. Esta actividad se diseñó con el objetivo de que los estudiantes por medio de una herramienta didáctica como el geoplano puedan manipular el concepto de perímetro y construir figuras geométricas haciendo reflexiones sobre los resultados obtenidos.

Cierre

de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar.

ID-Interaccional

(C1-interacción docente-dicente)

IIn.1-1. En el plan, se aprecia que el profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.)

ID Mediacional

IMI-1. Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido.

IMI-2. Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas mediante situaciones y modelos concretos y visualizaciones.

abordar la actividad o situación problema.

A-R15. Compartir los resultados encontrados con todo el bloque de clase.

A-R16. Motivar a los estudiantes con actividades interesantes y creativas.

Idoneidad relacionada: IA

A-R17. Los estudiantes presentan argumentos para sustentar los resultados.

Idoneidad relacionada: IEp.

A-R18. En equipos redactan las conclusiones propias respecto a la situación resuelta.

Idoneidad relacionada: IIn.

A-R19. Promover la resolución de otras situaciones con un mayor grado de dificultad.

Idoneidad relacionada: IC

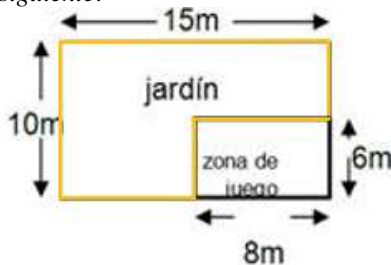
También se atiende el abordaje contextualizado del objeto perímetro mediante la presentación de situaciones que apuntan a la motivación. Con esto se percibe que la *dimensión del conocimiento está dirigida hacia la didáctica (didáctico-matemática)*, pero hay una importante atención al conocimiento matemático que se aborda en torno al objeto perímetro, para lo cual se proponen varias acciones: *Ac.11, Ac.12, Ac.13 y Ac.18.*

Se pone en escena el *conocimiento didáctico-matemático*, con mayor prevalencia de la faceta epistémica, al presentar la definición de perímetro de un polígono y algún ejemplo en términos de la suma de las medidas de los lados o bordes de la figura.

El uso de varios ejemplos atiende lo epistémico,

Ac.18. Luego de la realización de la actividad anterior, con el objetivo de contextualizar el concepto de perímetro, se planteará la siguiente situación problema entregada en una fotocopia a cada grupo:

En la escuela donde estudia Pablo, el profesor de naturales desea realizar un proyecto con sus estudiantes. Se requiere hacer un jardín en el patio de la escuela, en el cual se planten árboles frutales y plantas para embellecer la escuela; también se sabe que en el patio se encuentra ubicada la zona de juego. El boceto del proyecto es el siguiente:



Pablo consideró necesario cercar el contorno del jardín para evitar que alguna persona dañe el cultivo, pero no tiene claro cuántos metros de cerca se necesitan para cubrir todo el contorno del jardín. Ayuda a Pablo a encontrar la respuesta.

Ac 19. Se le proporcionará marcadores y una lámina de papel periódico a cada grupo para que registre sus procedimientos y respectivas respuestas. (Nota: se les dará quince minutos a los estudiantes para que realicen la actividad). Finalizado dicho lapso, se facilitará cinta adhesiva a los estudiantes para que procedan a pegar sus procedimientos en las paredes del salón y así se haga una presentación en la que se llegue a un consenso en la respuesta correcta al problema.

Ac 20. Luego de la puesta en común, se da una etiqueta (una carita feliz) a cada estudiante para que se la coloque al trabajo que considere con mejor estética y precisión. De esta

ID Afectiva (IA)

(C1-Intereses y necesidades)

IA 1-2: se proponen situaciones que permiten valorar la utilidad de las matemáticas en las vidas cotidiana y profesional.

ID Epistémica

(C3-Riqueza de procesos)

IEp.3. La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).

ID Interaccional (IIn.)

(C2-Interacción entre Dicentes)

IIn2-1. Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes

C1-(Interacción docente-discente)

IIn.1-5. Se facilita la inclusión de los alumnos en las dinámicas de la clase y no la exclusión

A-R20. Se busca formalizar las ideas para corregir errores y hacer aclaraciones.

A-R21. Situación problema sobre perímetro como actividad de refuerzo para mostrar su aplicación en lo cotidiano
Idoneidad relacionada:
IEp, IC

A-R22. Presentar y analizar ideas al interior de cada subgrupo a fin de que determinen un método para resolver / abordar la situación problema.
Idoneidad relacionada:
IIn, IEp

A-R23. Que generen argumentos para sustentar los resultados y compartir los hallazgos con todo el bloque de clase.

A-R24. Compartir lo que aprenden mostrando la forma de resolver los problemas y que podemos usarlo en nuestra vida real

Idoneidad relacionada:

pero centrado en un mismo significado de referencia: “suma de longitudes de los lados”. Al pretender mantener atentos y motivados a los estudiantes, pero también trabajando en equipo con diferentes ejemplos, es un aspecto interaccional.

Profundidad del análisis

El análisis realizado combina el nivel superficial con detalles del nivel básico/incompleto

En general, para el análisis que realizan los FPM, se usa el modelo que integra la idoneidad didáctica con su sistema de componentes e indicadores tanto en el análisis como en los ajustes de lo planificado, pero con un nivel básico en los detalles que están involucrados. Así, hay varios elementos que, a pesar de no estar atendidos en profundidad, sí están articulados con las

<p>forma se genera una coevaluación en la clase.</p> <p>Ac 21. Finalmente, se les pide a los estudiantes (como actividad extraclase) que hallen el perímetro de la puerta, pantalla del televisor, ventana, cama y de algún otro objeto geométrico que encuentren a su alrededor.</p>	<p>C1-(Interacción docente-discente)</p> <p><i>IIIn.1-4.</i> Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.</p> <p>ID Cognitiva (IC) (C2-Adaptación curricular a las diferencias individuales)</p> <p><i>IC2-1:</i> el plan incluye actividades de ampliación y refuerzo.</p>	<p>IIIn</p>	<p>competencias claves.</p>
--	---	--------------------	-----------------------------

Nota: La información de la primera y tercera columnas es tomada del plan de clase del equipo E2-FPM

Conforme a lo presentado en la tabla 41, se aprecia que el ejercicio realizado por el equipo de FPM al revisar y ajustar el plan de clase es en general un análisis descriptivo sobre lo planificado en la *fase de diseño*, pero hay varias justificaciones que dan cuenta de posturas explicativas y propositivas que guardan relación con varios descriptores de las componentes en cada idoneidad. También se atiende el abordaje contextualizado del objeto perímetro mediante la presentación de situaciones que apuntan a la motivación, y se pone en escena el conocimiento de la *dimensión didáctico-matemática* de forma general cuando se presentan la definición de perímetro de un polígono y algún ejemplo en términos de la suma de las medidas de los lados o bordes de la figura. Finalmente, el uso de varios ejemplos atiende lo epistémico más centrado en un mismo significado de referencia: “suma de longitudes de los lados”.

En lo referido a la *profundidad del análisis*, se combina el nivel superficial con detalles del nivel básico/incompleto. En general, para el análisis que realizan los FPM, usan el modelo que integra la idoneidad didáctica con su sistema de componentes e indicadores tanto en el análisis como en los ajustes de lo planificado, pero con un nivel básico en los detalles que están involucrados. Así, hay varios elementos que, a pesar de no estar atendidos en profundidad, sí indican una articulación con las competencias claves.

Las acciones y razones que los FPM exponen dan cuenta de que no solo describen lo que se proyecta realizar en la clase, sino que avanzan hacia una reflexión para evaluar y cuestionar lo que se decide hacer, esto dentro del EOS y el modelo CCDM se corresponde con uno de sus

principales propósitos: el paso de una didáctica *descriptiva-explicativa* a una *valorativa-propositiva*.

Los ejercicios realizados por los FPM en torno al diseño de una planificación para enseñar perímetro mediante las herramientas que ofrece la idoneidad didáctica ha llevado a considerar en el análisis que realizan una mirada reflexiva ante los factores que pueden determinar e incidir en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y que también asumen el reto de mejorarlos (Godino *et al.*, 2007).

7.3.6 Análisis de la CAVID a partir de las presentaciones de la evaluación de los planes de clase

El análisis centrado en la evaluación, valoración e identificación de aspectos para mejorar mediante la *rúbrica para la valoración de la idoneidad didáctica* (I-3) se extiende a la presentación realizada en las tres últimas sesiones del curso ADDTEM, en las cuales aparecen varias evidencias relacionadas con la CAVID, algunas ya identificadas y otras que han emergido. Por consiguiente, se exponen varios aspectos que se consideran pertinentes dentro de este análisis:

En una primera aproximación hacia las acciones y razones presentes en las narrativas de los FPM, se puede observar que estos logran reconocer las limitaciones para evaluar lo que se propone dentro del plan de clase, así como los aspectos que consideran débiles al atender determinan la idoneidad didáctica y su necesidad de mejora.

“...profe, decía que aquí en estos tres aspectos consideramos que, no lo podíamos evaluar porque estaba muy amarrado a la parte de la interacción en el aula, en llevar a cabo el plan de clases, como lo es el número de la distribución de los alumnos, pero dimos una valoración global teniendo en cuenta también estos otros aspectos...” S25 [50-54]⁸

“...Ahora en la idoneidad afectiva, también tuvo una valoración... ésta tuvo una valoración media de 3.6, aquí el aspecto que qué más notamos que se debía mejorar es de resaltar las cualidades de estética y precisión de las matemáticas, eh también este, promover la autoestima evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas, en sí fueron esos dos aspectos los que vimos que estaban un poco débiles en el plan de clases...” S25 [57-62]

⁸ S25 [57-62] es la notación empleada para indicar que lo descrito corresponde al fragmento textual de la narrativa ubicada entre las líneas 57 y 62 del texto resultante de la transcripción de la sesión N.º 25 del curso ADDTEM.

Otro aspecto que aparece en la reflexión de los futuros profesores de matemáticas es la justificación frente a los *niveles de atención y profundidad* que brindan al abordar indicadores para determinada idoneidad, pero que en definitiva procuran atender cada uno, teniendo en cuenta los equilibrios relativo y circunstancial que se requieren según las circunstancias y contexto para la clase.

“...Sí profe... bueno, yo digo que esto está muy relacionado con la parte de disciplinar ¿cierto? con la parte la de las matemáticas, entonces a veces nosotros nos enfocamos mucho en la parte de la interacción en el aula y los demás aspectos así, nos enfocamos tanto en eso que a veces nos olvidamos de... de esta parte disciplinar, que en realidad es muy importante, cierto que lo otro es importante, pero, pero en sí pues esta parte de la matemática es también importante y le debemos eh, dar igual importancia que a los otros, entonces yo creo que a veces es eso profe, que al enfocarnos tanto en los otros aspectos a veces nos olvidamos de esta parte...” S25 [88-95]

En otra de las narrativas, se puede inferir que han decidido hacer ajustes con la pretensión de mejorar o atender los aspectos que, al ser evaluados con la rúbrica (I-3), no fueron lo suficiente o adecuadamente considerados, como ocurrió con el significado de perímetro que inicialmente habían mirado. Además, avanzan en anticipar posibles reacciones de los estudiantes, provocar su mayor participación en las actividades planificadas y ofrecer situaciones que conlleven el uso de materiales y la ampliación de significados.

“...bueno aquí, primero le digo qué es lo que está aquí en esta parte, “búsqueda y verificación” [del plan de clase]... construcción de la noción de perímetro pretendida y la actividad aplicativa de la noción de perímetro en la construcción de figuras geométricas en el geoplano, las posibles reacciones: participación y consenso en la construcción de la noción de perímetro pretendida, que los estudiantes manipulen la noción de perímetro en la construcción de figuras geométricas en el geoplano haciendo reflexiones sobre los resultados... eh entendidos, presentar ideas al interior de cada subgrupo, el grupo acuerda un método para abordar la actividad, compartir los resultados encontrados con todo el bloque de la clase y solicitar asesoría al maestro; estas son las posibles acciones... aquí en la parte del concepto de perímetro con respecto a lo que hablamos la clase pasada, profe que usted mencionaba que de pronto el concepto de perímetro que teníamos no era aplicable

específicamente por ejemplo a la circunferencia, entonces lo que hicimos fue cómo buscar esa y generar esa corrección, entonces aquí lo que hicimos fue... de alguna forma reconstruir esa definición que teníamos y colocamos que el perímetro de una figura geométrica plana es la medida o la longitud de su contorno...” S25 [158-170]

7.3.7 Análisis de la CAVID a partir del trabajo final que realizan los equipos de FPM en el curso de formación ADDTEM (E3)

En el análisis realizado para el equipo E3-FPM, integrado por cuatro futuros profesores de matemáticas, a diferencia de los dos equipos anteriores, está organizado y focalizado a partir de la revisión del *informe o trabajo final del curso análisis didáctico y diseño de tareas para enseñar matemáticas -ADDTEM*, pero con la particularidad de observar otros contenidos abordados y que hacen parte del proceso de análisis y rediseño del plan de clase, a partir de la aplicación de los instrumentos para la recolección de información.

Este análisis es una mirada complementaria que permite profundizar en la comprensión frente a la manera como los participantes dan cuenta de sus competencias, especialmente alrededor del uso de herramienta que ofrece la idoneidad didáctica en la elaboración y análisis de los planes de enseñanza que, en este contexto, son asumidos como un *proceso de estudio*. El informe presentado por los FPM de los diferentes equipos de trabajo tiene un valor importante, dado que su construcción requiere tener en cuenta los elementos relevantes del análisis didáctico en la perspectiva del EOS y su modelo CCDM y aplicarlos; asimismo, es un resultado del trabajo reflexivo y consensuado de los participantes en torno a describir, explicar, valorar y proponer mejoras frente a un proceso de instrucción singular, como es la enseñanza del perímetro.

En el marco teórico de esta tesis, ya se ha señalado que la competencia de *análisis y valoración de la idoneidad didáctica* (CAVID) tiene en su base la noción de *idoneidad didáctica* como un dispositivo metodológico de gran alcance para imbricar las demás herramientas implementadas en los procesos de estudio según lo orienta el EOS; en consecuencia, el nivel de desarrollo de esta competencia está relacionado con el uso y dominio adecuado de esta herramienta por parte del profesor de matemáticas. Además, en esta investigación, la CAVID se entiende como la competencia mediante la cual el profesor puede realizar la reflexión global o parcial sobre la práctica didáctica, su valoración y mejora progresiva (Godino *et al.*, 2017; Beltrán-Pellicer y

Giacomone,2018), lo que implica el desarrollo de una ‘mirada a nivel microscópico’ de la práctica que favorece el análisis pormenorizado de actividades como la resolución de problemas o de actividades de enseñanza y aprendizaje puntuales (Godino *et al.*, 2016).

El informe final que fue presentado por los FPM consistió en reportar lo realizado al diseñar, analizar, valorar y ajustar el plan de clase, partiendo del análisis individual que cada integrante del equipo ha realizado de su planificación, el cual pasa por la escogencia del plan que sería revisado y discutido en el equipo para finalmente llegar al rediseño en función de los aspectos por mejorar que se identifican al aplicar la *rúbrica para la valoración de la idoneidad didáctica (I-3)*. Este ejercicio en el trabajo final conlleva al equipo realizar un análisis más detallado por cada idoneidad, así como también la formulación de nuevos descriptores e indicadores en los diferentes componentes, que sean pertinentes para valorar el plan de clase en relación con las particularidades del objeto de enseñanza, en este caso, el perímetro. El informe culmina con un ejercicio de reflexión o conclusión sobre la experiencia desarrollada en el curso ADDTEM que da cuenta de la manera como los futuros profesores de matemáticas asumieron el proceso de formación y los aprendizajes logrados.

En lo que sigue, se describe y analiza el apartado del informe final que el equipo E3-FPM denominó *Análisis plan de clases*, en el cual se presenta una breve descripción general del plan y cuyo contenido se transcribe y codifica según las acciones-razones (A-R):

“El plan de clases que se analiza está diseñado para trabajar el perímetro con estudiantes de 5°, el tiempo propuesto es de 2 horas. (A-R1).

En la descripción del plan, la clase inicia con saludo de bienvenida (A-R2) y la presentación de una situación problema y cuatro preguntas a fin de explorar los conocimientos previos de los estudiantes(A-R3). Después de la socialización de la situación (A-R4) se comparte la definición de perímetro que se trabajará (A-R5). A manera de ejemplo, se calcula el perímetro del tablero del aula (A-R6) para ello se debe disponer de una cinta métrica para medir la longitud de los lados del tablero (A-R7) y con ayuda de los estudiantes realizar el cálculo del perímetro (A-R8).

Después de la realización del ejemplo y aclarar algunas dudas que se puedan presentar (A-R9), se invita a los estudiantes a organizarse en grupos para desarrollar un taller en

clase (A-R10). En el taller deberán trabajar con Geoplano y resolverán algunos ejercicios (A-R11) y luego de terminarlo deberán socializar con sus compañeros (A-R12).

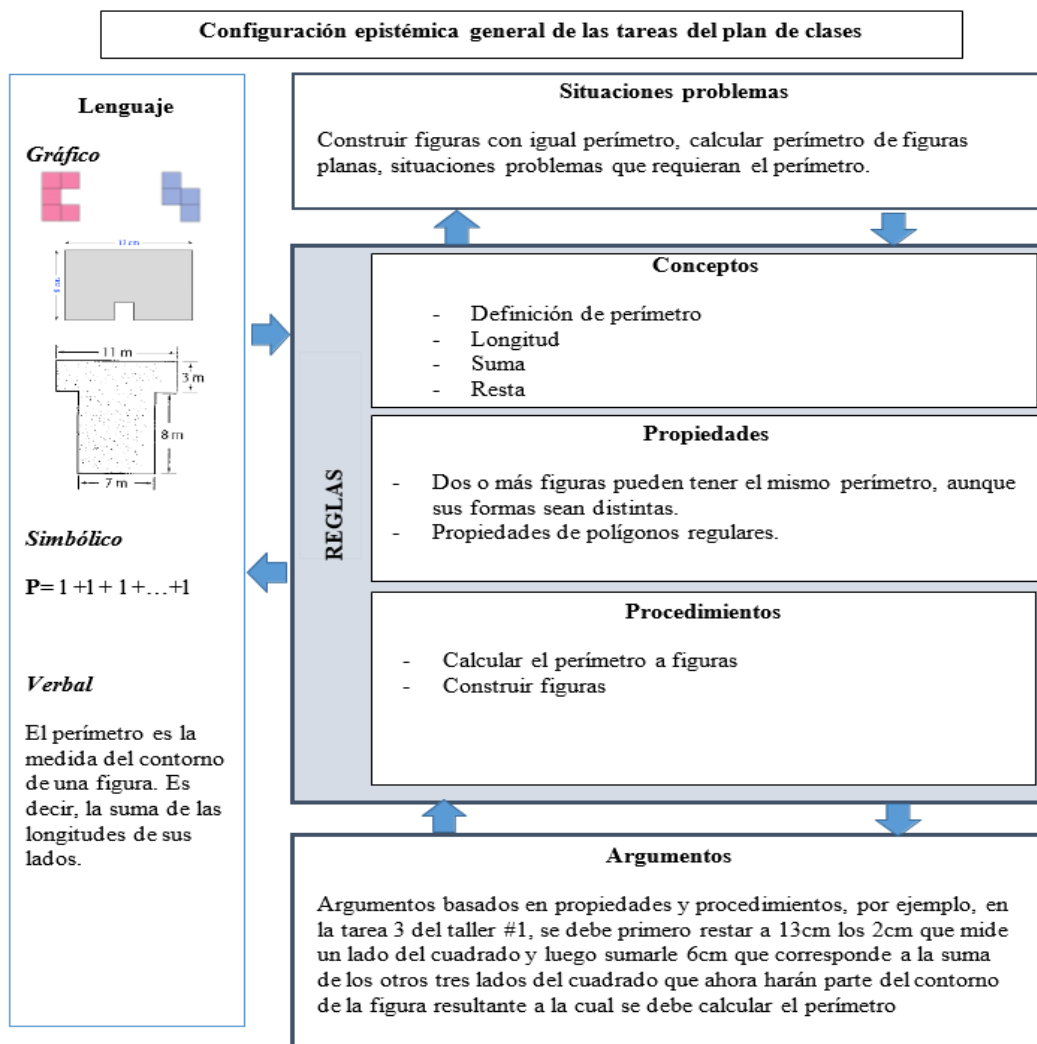
Finalmente, se propone una actividad en casa y para el cierre de la clase (A-R13), se invita a la reflexión y evaluación de la clase respondiendo las siguientes preguntas: ¿Cómo te pareció la clase? ¿Qué dificultades y qué fortalezas tuviste durante el desarrollo de las actividades?” (A-R14).

Es apreciable en las A-R que se identifican la atención de manera articulada de las diferentes idoneidades como una posible búsqueda de equilibrio situado (relativo al contexto y las circunstancias) entre estas como factor que puede favorecer el mejor desarrollo de la enseñanza y el aprendizaje en los estudiantes. De manera puntual, se puede observar que, en el caso de la idoneidad mediacional, las acciones-razones como las A-R1, A-R7 y A-R11 dan cuenta de una planificación en función de los descriptores y componentes relacionados con el *tiempo y el uso de recursos materiales*; la idoneidad afectiva aparece en las A-R3, A-R4, A-R8 y A-R12 las cuales intrínsecamente están considerando componentes como los *intereses y necesidades*, pero también lo que refiere a las *actitudes y la participación* de los estudiantes; en la idoneidad cognitiva, se presentan decisiones como las A-R3, A-R5, A-R9, A-R11, A-R13 y A-R14, en las cuales se anticipan aspectos que integran esta faceta, como los *conocimientos previos*, la *adaptación curricular*, las *actividades de ampliación y refuerzo* y los *procesos metacognitivos*. La idoneidad interaccional está presente cuando se tienen en cuenta la *interacción docente-estudiantes*, las *interacciones entre los estudiantes mismos*, la *atención de conflictos de significado*, el *favorecer el diálogo*, la *comunicación e inclusión* y la *evaluación formativa*, como se percibe en las A-R4, A-R5, A-R8, A-R9, A-R10, A-R12 y A-R14.

Para el caso de la mirada que el E3-FPM realiza sobre de la idoneidad epistémica en el informe final, se incluye el apartado *Análisis de la faceta epistémica*, en el cual se realiza un ejercicio estructurado que da cuenta de la reflexión realizada para identificar elementos que, en el marco del EOS, corresponden a las *configuraciones de objetos y procesos*, para lo cual se aplica el modelo que atiende los objetos primarios (lenguaje, situaciones problemas, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos), tal como se presenta en la figura 31.

Figura 31

Configuración epistémica de los objetos al planificar una clase para enseñar perímetro



Nota. Imagen tomada del trabajo final presentado por el equipo E3-FPM

En este mismo orden del análisis que realizan, se infiere que se ha desplegado un proceso de reflexión con mayor profundidad dentro de la revisión del plan de clase, al punto de que el equipo E3-FPM evalúa el *componente de errores*, describe otras posibles configuraciones y conflictos, como está expresado en el trabajo final, del cual se transcribe lo que aquí se presenta:

“...En términos generales no se presentan errores de tipo matemático. Las explicaciones y procedimientos son bastante claros, conforme al grado dirigido y el desempeño pretendido.

Configuración 1

La conceptualización de la noción de perímetro sugiere proceso de algebrización al considerar la suma como procedimiento.

Configuración 2

En las actividades propuestas se evidencia que solo se calcula el perímetro a figuras con lados finitos, dejando de lado al cálculo de figuras con lados curvos o con lados enésimos. Se presentan diferentes tareas de resolución de problemas y actividades utilizando materiales del medio y el Geoplano.

Conflicto semiótico:

- La conceptualización de la noción de perímetro no deja claro a qué tipo de figura se refiere, de igual modo, las actividades propuestas van dirigidos a polígonos de lados finitos y rectos, dejando de lado a figuras con lados curvos y enésimos lados...”

Realizar este tipo de ejercicios requiere que los FPM usen las herramientas que la idoneidad didáctica ofrece para guiar la reflexión y hacerla de manera sistemática, por lo que aquí ya se percibe un nivel de dominio y análisis más elevado que supera lo descriptivo y se instala más en lo explicativo y propositivo, con narrativas completas y comprensibles cercanas al análisis experto (Pino-Fan *et al.*, 2022) que posibilita mirar la actividad matemática mediante componentes de las configuraciones ontosemióticas. Además, ejecutar este análisis imbrica el desarrollo de una ‘mirada a nivel microscópico’ de la práctica, los análisis pormenorizados de actividades puntuales (Godino *et al.*, 2016). Es un análisis en que se articulan las diferentes dimensiones del conocimiento, como la matemática (conocimientos especializado y ampliado), la didáctico-matemática y la metadidáctica, que tienen inmersos los conocimientos en las seis facetas propuestas por el modelo CDM (Pino-Fan y Godino, 2015).

De manera similar al análisis realizado para la faceta epistémica, se consolida la reflexión en torno a la *faceta cognitiva* de la idoneidad didáctica, para la cual el equipo de futuros profesores proyecta una configuración y anticipa un posible conflicto semiótico. La configuración que infiere

el equipo está centrada en la organización de la enseñanza a partir de la exploración de los presaberes o conocimientos previos que los estudiantes pueden tener al abordar una situación problema, pero logran identificar la influencia que tiene un determinado procedimiento para calcular el perímetro cuando el significado está relacionado con la operación aritmética de sumar, lo que puede verse como un conflicto en lo que respecta a la conceptualización, especialmente si enfrentan situaciones en las que el polígono es irregular, no se conocen las medidas de todos sus lados o son figuras no poligonales, como el círculo, lo que denota una preocupación frente a los significados que se están desarrollando y la articulación entre estos a partir de las situaciones y tareas que se implementan para la enseñanza (Godino *et al.*, 2016). Lo descrito se desprende del siguiente texto que está en el informe final del E3-FPM:

Configuración 3

El plan presenta exploración de presaberes en la presentación de la situación problema inicial en donde se percibe la influencia de la suma como procedimiento para calcular el perímetro y la utilización de figura de lados rectos.

Conflicto semiótico

- Las actividades presentadas son en su mayoría aplicación de la fórmula de perímetro según la conceptualización de utilización de la suma como procedimiento. En este sentido el estudiante se puede preguntar ¿cómo calculo el perímetro de figuras irregulares? Si me piden calcular el perímetro de una figura irregular, ¿no se puede? ¿la circunferencia no se le puede calcular el perímetro?

En el análisis que el equipo realiza dentro de las facetas interaccional, mediacional, ecológica y afectiva, se puede observar la presencia de varios componentes y descriptores intrínsecos en las narrativas que han presentado, entre ellos la *interacción entre docente y estudiantes*, la *interacción entre estudiantes*, los *recursos materiales y el tiempo*; la *adaptación al currículo y las conexiones intra e interdisciplinarias*, los *intereses y necesidades*, las *actitudes y emociones*. Las narrativas contenidas en el informe del E3-FPM, relacionadas con lo analizado, se presentan en lo que sigue:

“La interacción entre docente y estudiantes se da en todo momento de la clase, se invitan a la participación y se aclaran dudas que puedan presentar. La actividad de iniciación es bastante cotidiana en las clases de educación física por lo que fue oportuna al igual que las preguntas posteriores a la situación, se incentiva el trabajo en grupo y la interacción entre estudiantes que son libres en organizarse y pedir que se le dé la palabra para su participación”.

(Faceta interaccional)

“En el plan de clases se nota la intención de proponer situaciones problemas cercanas a la realidad, se evidencia la utilización de recursos como geoplano, tablero, libretas y demás objetos; sin embargo, no hay protagonismo de los mismos, sólo son usados para un ítem en concreto. En la actividad grupal, la distribución no es clara, no se especifica de cuantos integrantes van a ser los grupos.

El tiempo en las actividades no está contemplado en el plan de manera explícita, sin embargo, la distribución del tiempo a cada actividad va sujeta al grado de dificultad.”

(Faceta mediacional)

“A pesar de que el estándar redactado no hace parte de los presentados por el MEN es bastante cercano a las directrices de los lineamientos curriculares. Los aprendizajes y evidencias son los de la matriz de referencia.

La planeación y ejecución de la clase es magistral, no se evidencia innovación en la investigación ni el uso de tecnología ni software dinámico.

La forma de presentar el contenido a pesar de implementar situaciones reales, no es tan relevante a la formación sociocultural de los estudiantes, en la socialización de las actividades y el trabajo en equipo, se desarrollan valores democráticos y pensamiento crítico.

Existen conexiones implícitas de contenidos interdisciplinarios, pero existe deficiencia en los interdisciplinarios.”

(Faceta ecológica)

“Las tareas propuestas son contextualizadas por lo que se evidencia la utilidad de las matemáticas y pueden despertar interés en los estudiantes, igual modo en cada momento de la clase se invita a los estudiantes a participar y a esforzarse por realizar las actividades. Los ejercicios de calcular el perímetro de las libretas y del tablero son sencillos por lo que los estudiantes no presentan rechazo a las matemáticas

No se evidencia que se resalten las cualidades de estética y precisión de las matemáticas”.

(Faceta afectiva)

Otra de las evidencias que da cuenta de la activación y desarrollo de la *competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica* (CAVID) en las acciones de los FPM al planificar la enseñanza está basada en el ejercicio realizado sobre diseñar y proponer indicadores-descriptores de idoneidad didáctica que puedan responder con mayor precisión a las particularidades del proceso de estudio en torno a la enseñanza del perímetro. En el trabajo realizado por el equipo de FPM, se encuentra entre los que se presentan en la tabla 42, que atienden las facetas epistémica, cognitiva, interaccional y ecológica.

Tabla 42

Descriptores-indicadores de la idoneidad didáctica que diseña y propone el equipo E3-FPM

Idoneidad didáctica/faceta	Componentes	Descriptores que se diseñan y proponen
Epistémica	Riqueza de procesos	Las situaciones requieren realizar la estimación de la medida del contorno de ciertas figuras regulares e irregulares.
		Las situaciones posibilitan la exploración de diferentes técnicas y procedimientos para calcular el perímetro.
		Se requieren el dominio e identificación de propiedades de figuras planas y cuerpos geométricos necesarios para calcular su perímetro.
Cognitiva	Conocimientos previos (componentes similares a la idoneidad epistémica)	Se plantean situaciones en las que se requiera hallar el perímetro de diferentes figuras, para lo cual se ponen en juego definiciones y propiedades de las mismas.
		Se contempla en el plan de clase múltiples opciones de ajustes supeditados a las bases o conocimientos previos en relación con el objeto perímetro.

	Aprendizaje	Se incluyen actividades de descripción y argumentación acerca del perímetro.
Interaccional	Interacción docente-discente	Se solicitan explicaciones y comprobaciones de los procedimientos realizados para calcular el perímetro de una figura.
	Autonomía	Se suministran fuentes de apoyo para profundizar en aspectos referidos al objeto perímetro, con lo cual se promueve el espíritu autodidacta.
Ecológica	Adaptación socioprofesional y cultural	Las situaciones requieren realizar la medición de perímetro de superficies con un trasfondo social dominable para el estudiante.

Nota. Información tomada del trabajo final del equipo E3-FPM

7.4 Sistematización y análisis para determinar los factores que intervienen el estado y la gestión de la CAVID

En esta investigación, la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID), dentro del marco que propone el modelo CCDM en relación con la cuestión de la preparación docente planteada en la EOS, se centra en asegurar que el docente logre, entre otras cosas, la capacidad de describir, explicar y sugerir mejoras a los procesos de instrucción mediante el uso competente de las herramientas para el análisis didáctico, particularmente la idoneidad didáctica con su sistema de componentes e indicadores. En el marco teórico, se ha señalado que la CAVID es la competencia con la cual el profesor puede realizar una reflexión global sobre la práctica didáctica, su valoración y mejora progresiva (Godino *et al.*, 2017; Beltrán-Pellicer y Giacomone, 2018); además, tal competencia implica el desarrollo en el profesor de una ‘mirada a nivel microscópico’ de la práctica que favorece el análisis pormenorizado de actividades de resolución de problemas o de actividades de enseñanza y aprendizaje puntuales (Godino *et al.*, 2016).

El análisis que se presenta sobre los factores que intervienen o inciden en el desarrollo de la CAVID se hace articulando la mirada empírica a partir de los datos y resultados obtenidos en los anteriores momentos de análisis con el análisis documental sobre los aspectos teóricos que se han formulado en torno a esta competencia. Entre los factores y aspectos que se han identificado, se tienen los siguientes:

- El nivel de desarrollo de esta competencia depende de factores como los *conocimientos didáctico-matemáticos* y la *actitud de estar en permanente cuestionamiento y reflexión en cuanto ejercicio metacognitivo* sobre las prácticas (profesionales), particularmente sobre la planificación de la enseñanza de las matemáticas.
- El uso adecuado y articulado de herramientas como la idoneidad didáctica y su sistema de componentes e indicadores, el registro tabular del modelo de conocimientos y las competencias didáctico-matemáticas (RT-CCDM), y la macroherramienta para caracterizar las competencias claves para la práctica del profesor de matemáticas (MH-CC) conlleva operacionalizar las acciones de reflexión necesarias para que se pueda adelantar el análisis pormenorizado (Giacomone *et al.*, 2018; y Godino *et al.*, 2016) de las prácticas de enseñanza, imbricando la mirada global y también ‘a nivel microscópico’ que se requiere, en este caso particular, al trabajar en el diseño del plan de clase.
- Las metodologías y tipos de tarea implantados en la formación de los FPM pueden convertirse en obstáculos u oportunidades para desarrollar y elevar el nivel de la CAVID; por ejemplo, el análisis individualista y sin criterios didácticos dentro de un modelo institucional, en ausencia de prácticas que conlleven la reflexión colaborativa, consensuada y en equipos, son aspectos que inciden en esta competencia.
- El desconocimiento sobre las complejidades que imbrica el análisis didáctico y la reflexión sobre la propia práctica al usar la herramienta de idoneidad didáctica limitan el progreso hacia la identificación de mejoras en los procesos de instrucción, y reafirman las acciones propias de los análisis descriptivos y explicativos, distantes de los intereses valorativo y propositivo.

Otra forma para identificar los factores o aspectos que intervienen o inciden en la gestión y desarrollo de la CAVID está en las interpretaciones e inferencias a partir de las conclusiones presentadas por los equipos de futuros profesores de matemáticas en el informe o trabajo final del curso ADDTEM. Las narrativas que elaboran señalan elementos que, ante la percepción y voces de los integrantes, favorecieron la realización de los procesos de análisis adelantados frente a los planes de clase; en tal sentido, se observa lo siguiente:

Conclusiones del E1-FPM:

- “1. Se adquieren nuevos conocimientos sobre facetas y trayectorias.

2. El trabajo permite nutrir nuestros conocimientos y vocabulario con términos que desconocíamos.
3. Adquirimos la terminología adecuada para referirnos a aspectos puntuales de una clase, pues en muchas ocasiones vinculamos a nuestro plan, ideas correspondientes a descriptores señalados en las facetas si saber la importancia de estos y en muchos otros momentos no se le da la importancia a los mismos.
4. Se distinguen aspectos entre una faceta y otra, complementando los significados y encontrándole sentido a lo referente con el enfoque ontosemiótico EOS.
5. Se adquieren herramientas esenciales para la investigación desde el aula.
6. Se aprende definición de idoneidad desde el punto vista didáctico y atendiendo a directrices específicas se rediseñan planes y adquieren capacidades para autoevaluar nuestros trabajos y el de otros.”

Es apreciable que los FPM reconocen como aspectos importantes dentro de lo aprendido la adquisición de conocimientos relacionados con el enfoque EOS y las herramientas que ofrece, como la idoneidad didáctica y, con esta, las orientaciones y directrices, que les permitieron adelantar análisis puntuales sobre diferentes aspectos de la clase diseñada que antes no se reconocían como relevantes.

Conclusiones del E2-FPM:

“Al iniciar la evaluación grupal del plan de clase pudimos notar muchas dificultades que sin darnos cuenta cometemos cada vez que realizamos que hacemos una planeación. Sin embargo, con la rúbrica de las idoneidades entendimos que utilizamos como punto guía de nuestra propia opinión y experiencia. Esto muchas veces no es suficiente para realizar una clase efectiva que tenga en cuenta el contexto y las necesidades de los estudiantes. Este curso nos permitió entender el papel de la reflexión y análisis como punto central para encontrar falencias y oportunidades de mejorar.

Sistematizar nuestra planeación permite encontrar más fácilmente esos errores que cometemos sin darnos cuenta. Además, el trabajo en equipo es enriquecedor porque aprendemos de las opiniones, puntos de vista, argumentaciones del otro, etc. al confrontarlas con las nuestras. Por otra parte, la planeación de una clase repercute directamente en la puesta en práctica, por lo tanto, la mejora de la planeación ayuda a tener

mejores prácticas. Gracias a este curso entendimos el concepto de idoneidad que nos sirvió para mejorar en nuestra práctica pedagógica, específicamente en nuestra planeación de clases.”

El E2-FPM señala el uso de la *rúbrica para la valoración de la idoneidad didáctica* (I-3), que contiene el desglose operativo de las idoneidades y su sistema de componentes e indicadores, como una guía para observar y evaluar lo planificado, e identificar mediante esta las falencias o dificultades que antes no tenían interés. También aparecen como aspectos intervinientes la reflexión y análisis como puntos centrales para reconocer fallas y oportunidades de mejora, y el trabajo en equipo para aprender de las opiniones y perspectivas de los demás.

Para cerrar este análisis, aparecen las conclusiones del E3-FPM, en cuyo texto aparecen razones y justificaciones que se consolidan como indicios importantes sobre los factores y aspectos que se relacionan con el desarrollo de la CAVID y las acciones que implica, como la reflexión guiada y sistemática basada en criterios. La narrativa elaborada por este equipo es la siguiente:

“Cada plan de clase planteado de forma individual solo fue el inicio de un aprendizaje objetivo con el cual podamos juzgar ya sea de forma individual nuestras propias acciones en un plan de clase o de forma ajena los planes de clase planteados por otros colegas, con esto nos hemos apoyado firmemente en procesos, significados, ideas y reglas las cuales vislumbran un camino al aprendizaje de cómo enseñar matemáticas, en la realización del trabajo final nos pudimos dar cuenta las grandes falencias presentadas en el primer plan de clase realizado, la forma tan abrupta en la que ignoramos puntos de suma importancia las cuales conllevan al mejoramiento de una clase, desde el conocimiento matemático y los errores que podemos llegar a tener en el proceso de planeación hasta las competencias sociales democráticas que podemos enseñar al momento de enseñar el contenido de perímetro que puede llegar a parecer simple pero que da a trabajar gran cantidad de tiempo. Tomando en cuenta todo lo aprendido a través del curso y todas las pautas plasmadas en la idoneidad didáctica El grupo de trabajo se concentró en aquellos indicadores donde hubo falencias, se abordó el ejercicio de meta-cognición, lo cual permitirá que haya una reflexión consciente del proceso de aprendizaje, también se establecieron objetivos claros al

momento de evaluar, lo cual hace que esta sea más objetiva, se integró el uso de una aplicación favoreciendo así el uso de los TIC'S además el producto de un análisis grupal en el cual los integrantes juzgan de forma totalmente objetiva el plan elaborado por uno de los integrantes del grupo y podemos hallar debilidades y fortalezas del plan escogido, a su vez, en conjunto con la mayoría de aspectos en los indicadores se llega a un producto más avanzado que el plan inicial, no obstante, no está exento a buenos ajustes que lo hagan más idóneo para una clase de calidad”.

De las conclusiones expresadas por el E3-FPM, se infieren varios aspectos, especialmente el que indica que el ejercicio de diseñar y valorar un plan de clase, usando pertinentemente la idoneidad didáctica y su sistema de componentes e indicadores, desencadena diversas acciones, conocimientos, competencias y actitudes en los FPM, siempre dirigidos hacia la adecuación y mejora de los procesos para la enseñanza de las matemáticas, como una acción importante en la CAVID. Otros aspectos que emergen del discurso expresado son los siguientes:

- La atención directa de los FPM sobre las acciones para describir, explicar y proponer mejoras en los procesos de instrucción mediante el uso competente de las herramientas que propone el EOS y, en particular, la noción de idoneidad didáctica a partir de la formación recibida basada en orientaciones y elementos particulares para evaluar lo que se planifica para la enseñanza.
- El reconocimiento del papel importante que tienen los procesos de reflexión y metacognición frente a la tarea de la planificación y mejora de la enseñanza.
- Se asume una actitud crítica ante lo que los FPM perciben como falencias del proceso de formación inicial que han recibido en lo que refiere al diseño y evaluación de los planes de clase.
- Se admite la complejidad que encierra el proceso de diseño de la enseñanza a partir de los elementos que se deben tener presentes en estos diseños, como son los diferentes tipos de conocimiento, el anticipar errores y conflictos.
- El reconocimiento del impacto positivo que les deja el estudio sobre la idoneidad didáctica, puesto que ofrece una ruta plausible para analizar las planificaciones y sus prácticas de enseñanza, basados en criterios y orientaciones teóricas y empíricas.

- Se resalta el valor del trabajo en equipo para realizar un proceso de análisis de los planes de enseñanza que suele hacerse de manera individual, al tiempo que destacan que este tipo de análisis basado en criterios conlleva identificar debilidades y fortalezas, cuya adecuada atención posibilita mejorar lo que se ha planificado en beneficio de la adecuación y mejora en la idoneidad didáctica del proceso de instrucción.

8 Conclusiones

Basados en los resultados obtenidos en esta investigación y retomando la pregunta de investigación *¿qué aspectos de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica proponen los futuros profesores de matemáticas durante un proceso de estudio?*, se presentan las conclusiones, inicialmente atendiendo la pregunta y objetivo general de la investigación hasta abordar las preguntas auxiliares alineadas con los objetivos específicos. Para facilitar la lectura del apartado se presentan las preguntas auxiliares: *¿cuáles criterios de idoneidad privilegian los futuros profesores de matemáticas en la gestión de un proceso de estudio? ¿cómo gestiona el futuro profesor de matemáticas la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica al realizar procesos de estudio? Y ¿cuáles son los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en los futuros profesores de matemáticas?*

Conclusiones referidas al objetivo general y a la pregunta de investigación

En esta tesis, la pregunta de investigación y el objetivo permitieron caracterizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica desarrollada por futuros profesores de matemáticas al realizar un proceso de estudio. En esta dirección, el abordaje teórico y los resultados obtenidos conllevan las siguientes conclusiones:

En la caracterización de la CAVID se logra establecer que: i) al pretender *su gestión y desarrollo, se requiere imbricar de manera simbiótica a las demás competencias y conocimientos* (allí radica la complejidad de esta competencia) y permite, establecer a partir de la reflexión sobre la práctica del profesor, mejoras en los procesos de enseñanza y aprendizaje; ii) se activa al abordar *problemas didácticos y tareas profesionales* mediante el uso de la herramienta de idoneidad didáctica y la búsqueda de respuestas a preguntas como *¿Cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado? ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de instrucción para incrementar su idoneidad didáctica en futuras implementaciones?*; iii) el nivel de desarrollo de la CAVID está directamente relacionado con el *uso, dominio progresivo y en profundidad, de la herramienta idoneidad didáctica y su sistema de criterios, componentes e indicadores*; y iv) habilita al profesor para que procure y pueda

establecer el equilibrio requerido entre los diferentes criterios parciales relativos a cada una de las idoneidades al pretender el logro de la alta idoneidad didáctica en un proceso de estudio.

El estudiar la gestión y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (CAVID) en los futuros profesores de matemáticas que participaron en esta investigación ratifica el rol determinante que tienen en todo el proceso de formación, la necesaria acción para coordinar y ver el proceso como un sistema; y en la perspectiva de la metáfora de la caja de herramientas que propone armonizar en el contexto elementos como los constructos teóricos, las orientaciones metodológicas y las herramientas que en el enfoque EOS y su modelo CCDM, su disposición para atender “el problema de la formación de profesores como un medio fundamental de incidir sobre la práctica educativa” (Godino *et al.*, 2020, p. 12).

En la gestión de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica en la perspectiva teórico-práctica desarrollada en esta investigación, se señala que esta competencia se activa y trabaja al abordar los interrogantes compilados en la tabla 14 y, de manera particular, cuando los procesos de formación del profesorado están orientados para atender los interrogantes *¿cuál es el grado de idoneidad didáctica del proceso de enseñanza-aprendizaje implementado? ¿Qué cambios se deberían introducir en el diseño e implementación del proceso de estudio para incrementar su idoneidad didáctica en un próximo ciclo de experimentación?* los cuales están articulados con el mayor nivel de análisis didáctico que permite valorar el nivel de adecuación y pertinencia de los procesos de instrucción efectivamente realizados y guiar su mejora progresiva.

Entre los aportes que esta tesis ofrece en el marco del EOS y del modelo CCDM está una caracterización teórica y práctica de la CAVID, la cual tiene en su base la noción de idoneidad didáctica como una herramienta de gran alcance para imbricar las demás herramientas implementadas en los procesos de estudio, en tal sentido es plausible considerar que el nivel de desarrollo de esta competencia esté en relación con el uso, dominio óptimo y adecuado de esta herramienta por parte del profesor de matemáticas. Por lo tanto esta competencia requiere especial atención en la formación inicial de profesores de matemáticas al considerar sus aportes para lograr el uso adecuado y la articulación de las herramientas que el EOS ofrece para llevar a cabo procesos de análisis didáctico dentro de un proceso de estudio.

El instrumento *Registro Tabular para Observar y Evaluar la Competencia de Análisis y Valoración de la Idoneidad Didáctica (RT-OE-CAVID)* para el estudio de la CAVID, *conlleva al uso articulado de herramientas como i) la guía para la valoración de la idoneidad didáctica de procesos de instrucción matemática (GVID-IM)* propuesta por Godino (2011); *ii) el registro tabular del modelo CCDM (RT-CCDM)*, propuesto por Font et al. (2018); y *iii) la macro herramienta para caracterizar y desarrollar las competencias claves (MH-CC)* de Pino-Fan et al. (2022). Este instrumento permite a partir del registro de narrativas, episodios o fragmentos asociados a la enseñanza, identificar las acciones y decisiones que los FPM establecen para enseñar y su relación emergente con las idoneidades, sus componentes e indicadores, llegando al punto de un análisis detallado en términos de aspectos como: el tipo de análisis, la fase de análisis, la dimensión del conocimiento, profundidad del análisis y competencias claves, los cuales permiten observar y evaluar el estado de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica.

La CAVID, en la perspectiva de la competencia como acción competente (Font, 2018), requiere ser desarrollada de manera intencional mediante: el estudio de problemas y tareas profesionales; diseñada para tal fin, el uso la herramienta idoneidad didáctica, y el sistema que involucra junto al análisis didáctico tanto descriptivo-explicativo como valorativo-propositivo. Por tanto, se hace necesario dirigir y afianzar los esfuerzos para transformar los currículos y los dispositivos de formación inicial de los profesores hacia la consolidación de estrategias y herramientas que promuevan la mirada profesional y la permanente reflexión y acción sobre las prácticas, basados en criterios consensuados dentro de las comunidades académicas que participan en la preparación de los profesores de matemáticas.

Conclusiones referidas al objetivo específico EO1

Con el primer objetivo específico y su pregunta auxiliar, se procedió a *identificar los criterios que los futuros profesores de matemáticas utilizan para valorar la idoneidad didáctica en la gestión de un proceso de estudio*. En tal dirección, los criterios observados se organizaron inicialmente como emergentes de acuerdo con la mirada personal de los FPM y la relación implícita o explícita con los criterios de idoneidad didáctica que están descritos en el EOS, por lo que se señalan las siguientes conclusiones:

Los criterios de enseñanza que emergen según las acciones y razones presentes en el proceso de planificación de la enseñanza de los FPM participantes se organizan inicialmente en términos de aspectos como *el área de formación del participante, la naturaleza de los significados, el modelo o trayectoria de enseñanza, según los momentos de la clase, el rol de los estudiantes, las pretensiones al enseñar, el enfoque del objeto matemático para enseñar y los procesos asociados al desarrollo del pensamiento matemático*. Se ratifica lo ya señalado en otras investigaciones que lo anterior está relacionado de manera explícita o implícita con los diferentes criterios de la idoneidad didáctica; también se observa mediante los datos obtenidos en los diferentes instrumentos y escenarios que *prevalecen criterios asociados a las idoneidades epistémica, cognitiva e interaccional*, los cuales se movilizan a partir de la reflexión en el uso de las orientaciones y herramientas que el EOS y el modelo CCDM ofrecen para analizar y valorar un proceso de estudio.

En los criterios observados en relación con las características que los FPM consideran valiosas en las planificaciones, se establece que se deben considerar aspectos como *el aprendizaje de tipo colaborativo, cooperativo y por descubrimiento, promover la relación y diálogo entre estudiantes, la interacción entre estudiantes-contenido (matemáticas) -profesor basada en la confianza, evitar la ansiedad hacia las matemáticas mediante actividades lúdicas, oportunidades para manipular objetos del entorno a través de la práctica, el uso del razonamiento (deductivo o inductivo) en la resolución de problemas y el manejo adecuado de herramientas tecnológicas articulado con el dominio del tema*.

Los criterios emergentes empleados en el diseño de los planes de enseñanza se relacionan con de la idoneidad didáctica en la medida en que los FPM realizan procesos de reflexión guiada basados en la atención de las características del contexto y centrados en las discusiones académicas cuyas decisiones consensuadas también atienden los diferentes marcos de referencia sobre la enseñanza de las matemáticas. En tal sentido, se ratifica la importancia y necesidad de generar un proceso de formación para los FPM que promueva la *reflexión sobre su propia práctica* como un aspecto clave en su preparación (Breda *et al.*, 2017). Tal reflexión hace parte permanente del proceso de planificación que, en este trabajo, se ha identificado como un aspecto relevante para el desarrollo de las competencias profesionales claves del profesor, aunque se reconoce que, a pesar

de los avances en este tema, aún es poco atendida en los planes de formación del profesorado (Seckel y Font, 2020) y se evidencia en los criterios y normas empleados al realizar un análisis didáctico cuando no se tiene una guía u orientación específica.

La identificación de los criterios emergentes y asociados a las idoneidades que están presentes en las A-R descritas en las narrativas y episodios que se plantean en las planificaciones permite tener una proyección sobre lo que se ha columbrado en la enseñanza, especialmente en términos de las configuraciones y trayectoria didácticas desde el inicio hasta el cierre de la sesión de clase. Además, tales criterios en su relación implícita o explícita con indicadores y componentes de las idoneidades conllevan la atención de aspectos que son importantes en la idoneidad epistémica y las prácticas matemáticas, como definiciones, procedimientos, propiedades, representaciones, tareas y procesos, que tienen un rol destacable para el desarrollo tanto de significados personales e institucionales como parciales, globales o pretendidos frente al objeto matemático que se estudia.

La investigación realizada y los resultados obtenidos permiten ratificar los planteamientos que apuntan hacia la incidencia de las decisiones y acciones de los profesores de matemáticas en los procesos de enseñanza y aprendizaje; en tal sentido, el profesor de matemáticas según su conocimiento (teórico-práctico) es quien razona y decide, de forma intencional o no, sobre la preferencia o no de ciertas decisiones en términos de tareas y acciones para la enseñanza, de ahí que las decisiones que se esperan, según el enfoque EOS, no son espontáneas, sino razonadas e inferidas de un proceso sistemático de reflexiones y acciones que ocurre simultáneamente a lo largo del desarrollo de un *proceso de estudio* en que las circunstancias y el contexto educativo tienen relevancia.

Conclusiones referidas al objetivo específico EO2

En el desarrollo investigativo de esta tesis, el enfoque del objetivo para *analizar la competencia de análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica evidenciada con la gestión de los futuros profesores de matemáticas al realizar procesos de estudio* conlleva las siguientes conclusiones en referencia a las acciones que pueden dar cuenta de la gestión y el desarrollo de la CAVID en las prácticas de los FPM:

- *Uso adecuado y óptimo de la idoneidad didáctica* con su sistema teórico y con las herramientas que se han consolidado para el análisis didáctico.
- *Dominio de los diferentes tipos de análisis* tanto en la perspectiva descriptiva como prescriptiva que se realizan y son necesarios al evaluar y mejorar la idoneidad didáctica de un proceso de estudio: análisis de las prácticas y problemas, análisis de las configuraciones y trayectorias didácticas, y análisis de las normas y metanormas.
- La *actitud reflexiva guiada* frente a las tareas profesionales que se relacionan y permiten construir respuestas plausibles frente a interrogantes como ¿qué ha ocurrido aquí y por qué?, ¿qué se podría mejorar? y ¿cómo hacerlo?
- *Realizar acciones progresivas* para describir, explicar, valorar y establecer mejoras frente a un proceso de enseñanza particular.
- *Generar criterios de idoneidad didáctica* frente a un proceso de enseñanza particular en un marco de análisis colectivo y consensuado que atienda las condiciones del contexto de los estudiantes.
- *La implantación y dominio de herramientas teórico-prácticas* como lo es el registro tabular para observar y evaluar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica (RT- OE-CAVID) que imbrican en su estructura y forma de uso herramientas como la idoneidad didáctica, la guía para la valoración de la idoneidad didáctica en un proceso de instrucción matemática (GVID-IM), el registro tabular del modelo de los conocimientos y competencias didáctico-matemáticas (RT-CCDM) y la macroherramienta para evaluar las competencias claves (MH-CC).
- La presencia de *las interacciones ocurridas en el trabajo por equipos* en las que se privilegia el análisis didáctico asistido por las discusiones, la actitud crítica y la búsqueda de consensos en el marco del enfoque de problemas profesionales, como la planificación y diseño de trayectorias didácticas que se establecen en los planes de enseñanza o de clase.

Por otra parte, la CAVID, en el modelo CCDM y las competencias claves, se constituye en una *competencia articuladora* de las demás competencias, cuyo nivel de gestión está relacionado con los dominios teórico y metodológico de la idoneidad didáctica y las herramientas que posibilitan los diferentes tipos de análisis. Esta competencia favorece el monitoreo y la reflexión

con un alcance metacognitivo frente a la adecuación y pertinencia del proceso de estudio realizado por el futuro profesor de matemáticas.

Al comparar las tendencias según el grado de presencia entre los criterios emergentes de las A-R (tabla 33) y los relacionados con la idoneidad didáctica (tabla 32), se resalta que la *variación* y *reorganización* en los porcentajes ocurridos en el paso de la fase I (*a priori*) a la fase III (*a posteriori*) a la intervención, en las que se impartieron orientaciones para realizar un análisis didáctico mediante la herramienta de idoneidad didáctica, denotan que los FPM movilizaron sus acciones, razones y decisiones en la planificación de la enseñanza y la formulación de nuevos criterios (tabla 42), con lo que es plausible indicar que el uso de las herramientas estudiadas y las actividades programadas promovieron nuevas reflexiones frente a lo planificado, y, por tanto, se aprecia la activación de la CAVID.

Conclusiones referidas al objetivo específico EO3

Para el objetivo *determinar los factores que intervienen en el estado y desarrollo de la competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica que logran los futuros profesores de matemáticas*, las conclusiones son las siguientes:

Un aspecto relevante que interviene en la gestión y desarrollo de la CAVID se puede resumir en dos acciones interconectadas: una es *el uso óptimo y permanente de las diferentes herramientas* que se tienen para estudiar la idoneidad didáctica; la otra corresponde a la *actitud reflexiva en el profesor* frente a las tareas de diseñar, implementar, evaluar y establecer mejoras en el proceso de enseñanza de las matemáticas, con lo cual se reiteran los cuestionamientos del EOS y su modelo CCDM, relevantes y determinantes en la consolidación de la mirada profesional y la reflexión sobre la propia práctica del FPM: *¿qué ha ocurrido aquí y por qué?* y *¿qué se podría mejorar y cómo hacerlo?*

El dispositivo de formación diseñado siguiendo los problemas y principios que asumen el EOS y el modelo CCDM pueden potenciar el desarrollo de las competencias clave. Asimismo, según lo observado en esta investigación, una trayectoria que moviliza y ayuda en la gestión de la CAVID es la que atiende la siguiente secuencia: *i)* diseño y análisis de los planes de clase individuales basados en los criterios y orientaciones personales; *ii)* análisis de los planes de clase

en equipos para aplicar los criterios y orientaciones institucionales en el colectivo, *iii*) análisis y valoración de un plan organizado o seleccionado por el equipo mediante la herramienta RT-OE-CAVID que imbrica la GVID-IM, el RT-CCDM y la MH-CC, *iv*) presentación y discusión frente al análisis realizado en los equipos para determinar los aspectos susceptibles de mejora, *v*) rediseño del plan y *vi*) elaboración de un informe escrito en el cual se describa el proceso adelantado y las principales reflexiones logradas por los participantes.

Otros factores que intervienen se refieren a involucrar a los FPM en el *desarrollo de procesos de estudio a partir de objetos matemáticos específicos* para posibilitar la *ejecución de análisis didácticos* tanto en la mirada descriptiva-explicativa como en la valorativa-propositiva que permitan *establecer los criterios de idoneidad didáctica resultantes* de las indagaciones teórico-empíricas y las miradas micro y macroscópicas que se activan en los procesos de estudio.

En relación con las herramientas teóricas y metodológicas que ofrecen el EOS y el modelo CCDM para evaluar la idoneidad didáctica de un proceso de estudio y las competencias claves mediante el uso de guías con componentes e indicadores, registros tabulares y macroherramientas que permitan observar e inferir el estado o grado de desarrollo, *se hace necesario cuestionar el riesgo de emplear todo este potente equipamiento de manera mecánica y reduccionista en la obtención de niveles de clasificación, escalas y valoraciones con énfasis cuantitativo*, sin profundizar en la reflexión o mirada microscópica sobre el fenómeno que se analiza y las maneras para realizar los ajustes y mejoras necesarios. Es conveniente que se consideren mecanismos de formación alternativos, como el aquí implementado, para garantizar un uso adecuado de las herramientas y llegar también a la formulación de otros indicadores e instrumentos que respondan a las particularidades del proceso de estudio y al trabajo colectivo de profesores que procuran el consenso.

Otras conclusiones sobre la CAVID y su gestión en la formación inicial de los futuros profesores de matemáticas

El plan de clase como instrumento para activar las competencias claves

El uso del plan de clase o de enseñanza, entendido como un proceso de estudio, es una herramienta potente que ofrece información relevante a partir de las acciones y razones sobre las

concepciones, conocimientos, competencias y valores del futuro profesor de matemáticas, factores que inciden en sus decisiones, tal como lo ha señalado Godino (2013). En este sentido, la planificación que realiza el FPM considera las acciones basadas en criterios empírico-teóricos que están vinculados con los diversos componentes del conglomerado de conocimientos que tiene (Godino *et al.*, 2009) y en los que involucra orientaciones curriculares, consideraciones epistémicas, cognitivas, interaccionales, emotivas, mediacionales que son, a su vez, reguladoras tanto de las prácticas docentes como de las actividades educativas.

La implementación del escenario o dispositivos de formación, como el curso especializado *Análisis didáctico y diseño de tareas para enseñar matemáticas (ADDTEM)*, junto a las experiencias y actitudes de los estudiantes participantes, son evidencia de que la generación y diseño de este tipo de espacios, basados en orientaciones teóricas y metodológicas del enfoque EOS y el modelo CCDM con alcances teórico-prácticos apoyados en el uso de mediaciones tecnológicas, son alternativas que ayudan notablemente en la formación del profesorado que enseña matemáticas, particularmente porque se abordan problemas profesionales relevantes que superan la tradicional mirada individual para privilegiar el trabajo y la reflexión en equipos. El curso, con sus contenidos, organización y materiales, conduce a la movilización de los conocimientos y competencias claves de los futuros profesores de matemáticas, en tanto se logra la apropiación con mayor comprensión de los principales elementos y problemas que dentro de enfoque y su modelo se estudian, en este caso, sobre la formación de profesores y la optimización del proceso de instrucción (Godino *et al.*, 2020).

La investigación realizada de manera complementaria ofrece una trayectoria *metodológica de formación para profesores de matemáticas* centrada en el aprendizaje y desarrollo de competencias, tal como en la perspectiva que propone el EOS, el cual, luego de ser apropiado, puede ser implementado por el profesorado como alternativa curricular y didáctica en la formación de estudiantes de la educación básica y media. La ruta que se propone basada en el análisis de la idoneidad didáctica conlleva un modelo de trabajo en el aula que, según lo observado en el de los FPM, atiende en forma general la siguiente secuencia: *i)* ofrecer tareas para la exploración de diferentes significados en función de variados problemas y prácticas matemáticos relevantes en torno al objeto que se estudia; *ii)* proponer escenarios de trabajo, discusión y reflexión en equipos

a partir de materiales y orientaciones diseñados con propósitos específicos frente al proceso de instrucción; *iii*) crear espacios para la presentación del trabajo de cada equipo donde puedan interactuar los estudiantes y ofrecer cuestionamientos y sugerencias que conlleven la identificación de mejoras frente al mismo; y *iv*) ofrecer espacios para que las implementen dentro del trabajo y verifiquen los avances mediante indicadores que se deriven de las sugerencias obtenidas al presentarlo.

Contribuciones a las comunidades académica e investigativa

En esta tesis, se destacan otras conclusiones de relevancia que abordan la contribución que se realiza a la comunidad de Educación Matemática y las líneas de investigación sobre Formación inicial del profesor de matemáticas. En este caso, las contribuciones están en términos de artículos, ponencias, dirección de trabajos de grado y el diseño e implementación de un proceso de formación (institucionalizado) en la universidad donde labora el investigador.

Artículos en revistas, memorias y eventos académicos

Barboza, J., & Castro, W. (2023). Criterios Emergentes Y Asociados A La Idoneidad Didáctica Para La Enseñanza Del Perímetro Por Futuros Profesores De Matemáticas. *Formación universitaria*, 16(1), 11-22. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062023000100011>

Barboza, J., y Castro, W. (2022). La Competencia Docente De Análisis De Idoneidad Didáctica En Futuros Profesores De Matemáticas Al Planificar La Enseñanza. (2022). *Assensus*, 7(12), 130-154. <https://doi.org/10.21897/assensus.2946>

Barboza, J., Rueda, L., Castro, W & Pino-Fan; L. (2022). Criteria Used By Pre-Service Mathematics Teachers To Design Teaching Plans. En Actas 12^a Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education [CERME12] (pp. 3062-3064). Bozen-Bolzano, Italy. (hal-03744296) <https://hal.science/hal-03744296>

Barboza, J., & Castro, W. (2023). Criterios Que Orientan El Diseño Y Análisis De Las Planificaciones Para La Enseñanza Del Perímetro De Futuros Profesores De Matemáticas [comunicación breve]. En J. Berrio & L Vargas (Eds.), *Memorias 6º Encuentro Internacional de*

Investigación en Educación Matemática [EIEM 6] (pp.101-102), ISSN 2539-3219 (on-line), Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia <https://hdl.handle.net/20.500.12834/1124>

Garay, L., Baltran, Y., y Barboza, J. (2022). Enseñanza Del Objeto Perímetro En Libros De Texto, Un Análisis En El Marco De La Noción De Idoneidad Didáctica [comunicación breve]. En J. Berrio & L Vargas (Eds.), Memorias 6º Encuentro Internacional de Investigación en Educación Matemática [EIEM 6] (pp.121-122), ISSN 2539-3219 (on-line), Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia <https://hdl.handle.net/20.500.12834/1124>

Clemente, I., Quiroz, D., y Barboza, J. (2022). Idoneidad Didáctica En Las Lecciones Sobre Sistemas De Ecuaciones Lineales Que Se Presentan En Los Libros De Textos Escolares [comunicación breve]. En J. Berrio & L Vargas (Eds.), Memorias 6º Encuentro Internacional de Investigación en Educación Matemática [EIEM 6] (pp. 227-228), ISSN 2539-3219 (on-line), Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia <https://hdl.handle.net/20.500.12834/1124>

Barboza, J. (2023). La Competencia De Análisis Y Valoración De Idoneidad Didáctica Observada En Futuros Profesores De Matemáticas [conferencia]. Seminario Latinoamericano de colaboración sobre el Enfoque Ontosemiótico, Universidad de los Lagos, Osorno, Chile. Agosto 2023

Barboza, J. (2022). Criterios Que Orientan El Diseño Y Análisis De Las Planificaciones De Futuros Profesores Para La Enseñanza Del Perímetro [Reporte de investigación]. Primer Congreso Internacional de Didáctica de la Matemática [CIDIDMAT 2022]. Universidad de los Lagos, Osorno, Chile

Barboza, J. (2020). La competencia docente de análisis de idoneidad didáctica desarrollada por profesores de matemáticas a partir de la reflexión sobre la práctica [conferencia]. Primera Jornada de estudiantes de posgrados, Seminario Latinoamericano de colaboración sobre el Enfoque Onto-Semiótico, Universidad de los Lagos, Osorno, Chile.

Trabajos de grado dirigidos

Garay, L y Baltran, Y. (2022). Enseñanza Del Objeto Perímetro En Libros De Texto, Un Análisis En El Marco De La Noción De Idoneidad Didáctica [Trabajo de grado pregrado programa de licenciatura en matemáticas, Universidad de Sucre Sincelejo]. Biblioteca Universidad de Sucre Colombia

Clemente, I y Quiroz, D. (2022). Idoneidad Didáctica En Las Lecciones Sobre Sistemas De Ecuaciones Lineales Que Se Presentan En Los Libros De Textos Escolares [Trabajo de grado pregrado programa de licenciatura en matemáticas, Universidad de Sucre Sincelejo]. Biblioteca Universidad de Sucre Colombia

Pantoja, B y Rodríguez, M. (2023). Una Estrategia De Enseñanza Del Objeto Perímetro Basada En El Análisis Y Las Herramientas De La Idoneidad Didáctica [Trabajo de grado pregrado programa de licenciatura en matemáticas, Universidad de Sucre Sincelejo]. Biblioteca Universidad de Sucre Colombia

Cursos de formación en modalidad de diplomado y proyecto de investigación

Diplomado *Análisis Didáctico y Diseño de Tareas para Enseñar Matemáticas [ADDTEM]*. Acta de aprobación N° 05 de 2022 expedida por el Consejo Académico, en el marco del proyecto de investigación institucional *Análisis de la Práctica Docente del Programa de Licenciatura en Matemáticas en la perspectiva del modelo de conocimientos y competencias didáctico matemáticos del profesor-APDOC LIMA*, aprobado mediante Resolución 520 de 2020 expedida por la Rectoría y 038 de 2021 del Consejo Académico (anexo 2). Universidad de Sucre, Sincelejo, Colombia.

Prospectivas de investigación

La investigación estuvo orientada por el objetivo general para *caracterizar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica desarrollada por futuros profesores de matemáticas al realizar un proceso de estudio*, a partir del cual se obtuvieron resultados que contribuyen al desarrollo del ámbito de la formación de profesores. Ante la complejidad, amplitud y pertinencia de este tema y basados en los hallazgos que aquí se han presentado, surgen nuevos interrogantes e intereses para investigar que pueden ayudar a mejorar la comprensión y desarrollo

de la competencia objeto de estudio en esta tesis y de las competencias claves en la formación de los profesores de matemáticas.

En relación con el desarrollo de las competencias claves del profesor de matemáticas, es plausible, y en particular para la *competencia de análisis y valoración de idoneidad didáctica* (CAVID), desarrollar investigaciones frente a cuestiones como ¿cuáles deben ser las características teóricas y metodológicas que deben tener los dispositivos de formación orientados al desarrollo de las competencias claves de los futuros profesores de matemáticas? ¿Cómo deben estar diseñados e implementados tales dispositivos para que la formación impartida cumpla los propósitos establecidos a partir de la implementación de herramientas como la GVID-IM, el RT-CCDD, la MH-CC y el RT-OE-CAVID diseñadas en el marco del enfoque EOS y su modelo CCDM? ¿Hasta qué punto puede la competencia CAVID asumir la función de eje articulador y promotor de la activación de las competencias claves? ¿Qué incidencia tiene dentro del desarrollo de las competencias claves y los planteamientos del modelo CCDM implementar la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica como articuladora de las demás competencias?

En cuanto al uso de las planificaciones de enseñanza (aquí denominadas plan de clase), que se proponen como instrumento y escenarios para la reflexión sobre la propia práctica y el desarrollo de las competencias en los profesores de matemáticas, emergen cuestionamientos como ¿cuáles criterios, componentes e indicadores de la idoneidad didáctica deben considerarse o proponerse para analizar los planes de clase en el entendido de que las orientaciones disponibles están centradas en las intervenciones o implementaciones de los mismos? ¿Cómo deben estar estructurados los planes de clase para promover mayores niveles de reflexión y análisis en los FPM sobre sus prácticas?

En lo que refiere a las posibilidades de articulación de la CAVID con otras perspectivas teóricas que estudian las competencias de los profesores de matemáticas se proponen los siguientes cuestionamientos ¿De qué manera el uso de la perspectiva teórica sobre la idoneidad didáctica y los diferentes niveles de análisis que se proponen en el marco del EOS se puede articular con otras perspectivas diferentes o enfoques que abordan el estudio de los conocimientos y las competencias del profesor de matemáticas? ¿Cuáles herramientas teóricas y metodológicas establecidas en otras perspectivas teóricas pueden ampliar el uso e impacto de la idoneidad didáctica y ofrecer respuestas

a los interrogantes *¿qué ha ocurrido aquí y por qué?* y *¿qué se podría mejorar y cómo hacerlo?* que se asumen en el modelo CCDM?

En relación con los factores que pueden incidir en el desarrollo de las competencias de los FPM, es oportuno preguntar: ¿cuáles acciones deben implementarse en los programas de formación inicial de profesores de matemáticas para reducir los factores que conllevan limitaciones en el desarrollo de las competencias claves y, en particular, de la CAVID? ¿Cuáles factores favorecen el desarrollo de las competencias claves y, en particular, la CAVID? ¿En qué medida estos factores incidentes están en el marco de los currículos y metodologías para la formación y evaluación que ofrecen los programas de pregrado?

Otro aspecto que se sugiere indagar está el considerar que el desarrollo de la competencia de análisis y valoración de la idoneidad didáctica se relaciona estrechamente con la adquisición de los conocimientos didáctico-matemáticos que propone el modelo CCDM y el uso progresivo y en profundidad de los diferentes tipos y niveles de análisis que se han definido en el EOS, por lo que surge la pregunta: ¿de qué manera el diseño y uso de herramientas y protocolos estructurados, sistémicos y secuenciados, como el RT-OE-CAVID aquí diseñado, la GVID-ID, el RT-CCDM y la MH-CC, se constituyen en oportunidades u obstáculos para el desarrollo de las competencias y conocimientos en la formación de futuros profesores de matemáticas?

En consideración de la incidencia que a corto plazo puede tener la incorporación de la inteligencia artificial (IA) y sus potencialidades en el campo de la educación, y de manera singular como herramienta que genere acciones de transformación e innovación en las prácticas de enseñanza de los profesores de matemáticas, se sugiere investigar sobre *¿Qué aportes ofrece la implementación de la IA en el diseño de planes de enseñanza articulados con los criterios de idoneidad didáctica? ¿cómo se puede utilizar la IA para el desarrollo de la CAVID en contextos de formación de futuros profesores de matemáticas? y ¿cuál es el grado de pertinencia al utilizar la IA para analizar y evaluar la CAVID del profesorado cuando realizan un proceso de estudio y aborda los interrogantes sobre qué ha ocurrido aquí y por qué, y qué se podría mejorar y cómo hacerlo?*

Referencias

- Agudelo, C. (2012). La ausencia de una adecuada relación entre el conocimiento disciplinar y el pedagógico en programas de formación de profesores de matemáticas. En Obando, Gilberto (Ed.), *Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 675-688). Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.
- Arksey H., O'Malley L. (2005) Scoping studies: towards a methodological framework. *Int J Soc Res Methodol*, 8 (1), 19-32.
- Arksey H., O'Malley L. (2005) Scoping studies: towards a methodological framework. *Int J Soc Res Methodol*, 8 (1), 19-32. <https://doi.org/bqnqnb>
- Aromataris E. y Munn Z. (2020). JBI Systematic Reviews. En Aromataris E, Munn Z, editors. *JBI Manual for Evidence Synthesis*. <https://doi.org/k63w>
- Badillo, E., Martínez, M., Figueiras, L. y Font, V. (2011). Competencias profesionales del profesor de matemáticas y la gestión de la transición entre etapas educativas (CO). In *XIII Conferência Interamericana De Educação Matemática*. <http://tiny.cc/et8fvz>
- Ball, D. L. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education* 51, 3, 241-247. <http://tiny.cc/6z6gvz>
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29, 14-22. <http://tiny.cc/ny1gvz>
- Ball, D. L., Lubienski, S. T., & Mewborn, D. S. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (433-456). American Educational Research Association
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching. What makes it special? *Journal of Teacher Education* 59(5), 389-407. <http://tiny.cc/vy1gvz>
- Barboza, J., y Torres, R. (2009). *Las Concepciones los tipos de problema que desarrollan los profesores de la Educación Básica primaria entorno a la Enseñanza de la Matemática y la Suma* [Trabajo de maestría, Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia].
- Beltrán-Pellicer, P. y Giacomone, B. (2018). Desarrollando la Competencia de análisis y valoración de la Idoneidad Didáctica en un curso de postgrado mediante la discusión de una experiencia de enseñanza, *REDIMAT – Journal of Research in Mathematics Education*, 7(2), 111-133. <http://tiny.cc/xw6gvz>
- Breda, A. (2016). *Melhorias no ensino de matemática na concepção de professores que realizam o mestrado PROFMAT no Rio Grande do Sul: uma análise dos trabalhos de conclusão de curso* [Tesis de doctorado, Pontificia Universidad Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre]. <https://n9.cl/hm7p2>

- Breda, A. y Lima, V. M. (2016). Estudio de caso sobre el análisis didáctico realizado en un trabajo final de un máster para profesores de matemáticas en servicio. *Revista de Investigación en Educación Matemática*, 5, 74-103. <https://doi.org/k68q>
- Breda, A., Font, V., Lima, V. y Villela, M. (2018). Componentes e indicadores de los criterios de idoneidad didáctica desde la perspectiva del enfoque ontosemiótico. *Transformación*, 14(2), 162-176. <https://n9.cl/zs26q>
- Breda, A., Pino-Fan, L., y Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *Eurasia Journal of Mathematics, Science y Technology Education*, 13(6), 1893-1918. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.01207a>
- Camargo, L. (2021). *Estrategias cualitativas de investigación en educación matemática* (1ª ed.). Universidad Pedagógica Nacional, Editorial Universidad de Antioquia.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., Climent, N., Escudero-Avila, D., Flores-Medrano, E., y Montes, M.A. (Eds.) (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Huelva, España: Universidad de Huelva Publicaciones
- Castro, W. (2011). *Evaluación y desarrollo de competencias de análisis didáctico de tareas sobre razonamiento algebraico elemental en futuros profesores*. [Tesis de doctorado, Universidad de Granada, España]. <https://n9.cl/3p3b6>
- Castro, W. F, Pino-Fan, L., y Velásquez-Echavarría, H. (2018). Una propuesta para mejorar la atención de los futuros docentes. *Revista Eurasia de Educación en Matemáticas, Ciencia y Tecnología*, 14(11). <https://doi.org/10.29333/ejmste/92017>
- Castro, W.F., Pino-Fan, L. R, y Parra-Urrea, Y. (2018). *El Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático de los profesores: Nuevas perspectivas y horizontes para la formación docente*. *RECME - Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(2), 25. <https://n9.cl/316ko>
- Chaia, A., Cadena, A., Child, F., Dorn, E., Krawitz, M. y Mourshed, M. (2017). *Factores que inciden en el desempeño de los estudiantes: Perspectivas de América Latina*. Educación. Copyright © McKinsey & Company Design.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1994). *Ley general de educación*. <http://tiny.cc/gzefvz>
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (1998). *Lineamientos curriculares para el área de Matemáticas*. Cooperativa Editorial Magisterio
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Bogotá: MEN.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2013). *Sistema Colombiano de Formación de Educadores y Lineamientos de Política*. Bogotá: MEN.
- Colombia, Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2014). *Lineamientos de calidad para programas de licenciatura en educación*. Bogotá: MEN.

- Colombia, Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Bogotá: MEN.
- Colombia, Ministerio de educación nacional. (2017). *Plan Nacional Decenal de Educación 2016-2026: el camino hacia la calidad y la equidad*. <http://tiny.cc/uzefvz>
- Colombia. Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2014). *Lineamientos de calidad para programas de licenciatura en educación*. Ministerio de Educación Nacional.
- Colombia. Ministerio de Educación Nacional [MEN]. (2017). *Resolución 18583 de 2017*. Ministerio de Educación Nacional.
- Creswell, J. W. (1998). *Qualitative Inquiry and Research: Choosing Among Five Traditions* (1 ed.). Thousand Oaks, USA: SAGE Publications
- D'Amore, B. y Godino, J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 191-218 <https://n9.cl/j1anb>
- D'Amore, B. y Godino, J. (2007). El enfoque ontosemiótico como un desarrollo de la teoría antropológica en didáctica de la matemática. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(2), 191-218. <https://n9.cl/wtq3t6>
- Demarchi, G. D. (2020). La evaluación desde las pruebas estandarizadas en la educación en Latinoamérica. *Revista En-Contexto*, 8(13), 107–133. <https://doi.org/10.53995/23463279.716>
- Denzin, N., y Lincoln, Y. (2012). *Paradigmas y perspectivas en disputa. Manual de investigación cualitativa*. Gedisa editorial.
- Erbilgin, E. & Arıkan, S. (2021). Using lesson study to support preservice elementary teachers' learning to teach mathematics. *Mathematics Teacher Education and Development (MTED)*, 23(1), 113-134. <https://n9.cl/idm4wt>
- Escudero, D., Flores, E. y Carrillo, J. (2012). El conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En L. Sosa, E. Aparicio y F. M. Rodríguez (Eds.), *Memoria de la XV Escuela de Invierno de Matemática Educativa* (35-42). México, D.F.: Cinvestav.
- Etchegaray, S., Markiewicz M.E y Giacomone, B. (2019). El análisis ontosemiótico: una herramienta didáctica para la formación del profesor de matemática. *Contextos de Educación* 26 (19): 97-110. <https://n9.cl/zpdarc>
- Fernández, M., Alcaraz, N., & Sola, M. (2017). Evaluación y Pruebas Estandarizadas: Una Reflexión sobre el Sentido, Utilidad y Efectos de estas Pruebas en el Campo Educativo. *Revista Iberoamericana De Evaluación Educativa*, 10(1). <https://doi.org/10.15366/rie2017.10.1.003>
- Fernández, C., Llinares, S. & Valls, J. (2012). Learning to notice students' mathematical thinking through online discussions. *ZDM. Mathematics Education*, (44), 747-759.

- Flores, J., y Barrientos, S. (2008). Identificación de los factores asociados al logro académico de los alumnos de primaria y secundaria en Sonora. *Revista: Educación 2001*, (155), 53-57. <http://tiny.cc/gv8fvz>
- Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 7(26), 9–25. <https://n9.cl/l31ry>
- Font, V. (2018). Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el Enfoque Ontosemiótico. *Revista Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 31(1), 749-756. <https://n9.cl/xxe7p>
- Font, V. (2018). Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas. Un modelo basado en el enfoque ontosemiótico, *revista acta latinoamericana de matemáticas educativa*, 31(1), 749-756. <https://n9.cl/xt5u4>
- Font, V. y Contreras, A. (2008). The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 69, 33-52. <https://doi.org/bfd8pz>
- Font, V., Breda, A. y Sala, G. (2015). Competências profissionais na formação inicial de professores de matemática. *Praxis Educacional*, 11(19), 17-34. <https://n9.cl/g8cns>
- Font, V., Breda, A.; Seckel, M. y Pino-Fan. L. (2018). Análisis de las reflexiones y valoraciones de una futura profesora de matemáticas sobre la práctica docente. *Revista de Ciencia y Tecnología*, 34 (2), 62-75. <http://tiny.cc/jt6gvz>
- Font, V., Giménez, J., Larios, V. y Zorrilla, J. (2012). *Competencias del profesor de matemáticas de secundaria y bachillerato*. Universitat de Barcelona. España
- Font, V., Planas, N. y Godino, J. (2010). Modelo para el análisis didáctico en educación matemática. *Infancia y Aprendizaje*, 33(1), 89-105. <https://n9.cl/2378x>
- Font, V., Breda, A., Giacomone, B y Godino, J. D. (2018). Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM). En Rodríguez-Muñiz, L. J., Muñiz-Rodríguez, L., Aguilar-González, A., A., P., García, F. J., Bruno, A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 23-38). Gijón- España: SEIEM. <http://funes.uniandes.edu.co/12572/>
- Font., V., Breda, A., Giacomone, B. y Godino, J. (2018). *Análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimientos y competencias Didáctico-Matemáticas (CCDM)*. En Rodríguez-Muñiz, L., Muñiz-Rodríguez, L., Aguilar-González, A., García, F., y Bruno, A. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXII* (pp. 23-38). SEIEM.
- Fortuny, J. M. y Rodríguez, R. (2012). Aprender a mirar con sentido: facilitar la interpretación de las interacciones en el aula. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, (1), 23-37. <http://tiny.cc/gu4gvz>

- García, S.; Maldonado, D.; Perry, G.; Rodríguez, C. y Saavedra, J. E. (2014). *Tras la excelencia docente: cómo mejorar la educación de todos los colombianos. Resumen ejecutivo*. Fundación Compartir, Punto Aparte. Bogotá, Colombia
- Giacomone, B. (2018). *Desarrollo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de educación secundaria en el marco del enfoque ontosemiótico* [Tesis doctoral, Universidad de Granada, España] <https://n9.cl/3p3b6>
- Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação E Pesquisa*, 44, e172011. <https://doi.org/k68m>
- Giacomone, B., Godino, J.D., y Beltrán-Pellicer, P. (2018). Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence, *Educação e Pesquisa*, 44 (1), 1-21. <https://doi.org/k68m>
- Godino, J. Batanero, C., Rivas, H. y Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de profesores en didáctica de las matemáticas. *REVEMAT*, 8, (1), 46-74. <http://tiny.cc/v02gvz>
- Godino, J. Bencomo, C. Font, V. y Wilhelmi, M. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252. <http://tiny.cc/k02gvz>
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22 (2.3), 237–284. <https://n9.cl/5bmst>
- Godino, J. D. (2009). Categorías de Análisis de los conocimientos del Profesor de Matemáticas. *Revista iberoamericana de educación matemática*, (20), 13-31. <http://tiny.cc/b02gvz>
- Godino, J. D. (2011). *Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas* [conferencia]. XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM-IACME), Recife, Brasil.
- Godino, J. D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 49-68). SEIEM
- Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 111-132. <https://n9.cl/ltxgl>
- Godino, J. D. (2022). Emergencia, estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática. *Revista Venezolana De Investigación En Educación Matemática*, 2(2). <https://n9.cl/90pc6p>
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39 (1-2), 127-135. <https://doi.org/bcpdw4>

- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2020). El Enfoque ontosemiótico: implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena De Educación Matemática*, 12(2), 47-59. <https://doi.org/k7dt>
- Godino, J. D., Font, V., Wilhelmi, M., y De Castro, C. (2009). Aproximación a la Dimensión Normativa en Didáctica de las Matemáticas desde un enfoque Ontosemiótico. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76. <https://n9.cl/vx7zmi>
- Godino, J. D., Moll, V. F., y Wilhelmi, M. R. (2008). Análisis didáctico de procesos de estudio matemático basado en el enfoque ontosemiótico. *Publicaciones: Facultad de Educación y Humanidades del Campus de Melilla*, (38), 25-48. <https://n9.cl/0cqli>
- Godino, J. D.; Giacomone, B.; Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (13), 63-83. <https://n9.cl/k3za7t>
- Godino, J., Rivas, M., Castro, W., y Konic, P. (s. f). Elementos para el análisis didáctico de situaciones problema en la formación matemática de maestros. <https://n9.cl/0nbv4>
- Godino, J., Batanero, C., Font, V. y Giacomone, B. (2016). Articulando conocimientos y competencias del profesor de matemáticas: el modelo CCDM. En Berciano, A., Fernández, C., Fernández, T., González, J., Hernández, P., Jiménez, A. Macías, J., Ruiz, F. y Sánchez, M. (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 288-297). SEIEM. <https://n9.cl/s8o0g>
- Godino, J., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2007) Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27 (2), 221-252. <http://tiny.cc/xw9fvz>
- Godino, J.D., Giacomone, B., Batanero, C y Font, V. (2017). Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas, *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31(57), 90-113. <https://doi.org/k6b6>
- Gonzalez, J., y Eudave, D. (2018). Modelos de análisis del conocimiento matemático y didáctico para la enseñanza de los profesores. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 14(54). <https://n9.cl/iqulg>
- Grossman, P. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. Teachers College Pr. illustrated edition.
- Grossman, P., Wilson, S. y Shulman, L., S. (2005). Profesores de sustancia: el conocimiento de la materia para enseñanza. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 9 (2). <http://tiny.cc/ew1gvz>
- Guacaneme, E. A., Obando, G., Garzón, D., y Villa-Ochoa, J. A. (2013). Informe sobre la Formación inicial y continua de Profesores de Matemáticas: El caso de Colombia. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, 11-49. <http://tiny.cc/2tefvz>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación* (6.^a ed.) MC

Graw Hill/ Interamericana Editores S.A. de C.V.

- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge of students. *Journal of research in mathematics education*, 39 (4), 372-400. <https://doi.org/gph3vf>
- Hoyos, L. (2010). Evaluaciones masivas y estandarizadas, mal necesario, para medir la calidad de educación en Colombia. *Pedagogía Magna*, (8), 108-119. <http://tiny.cc/otefvz>
- Hummes, V. B., Breda, A., Seckel, M. J. y Font, V. (2020). Criterios de idoneidad didáctica en una clase basada en el Lesson Study. *Praxis & Saber*, 11(26). <https://doi.org/k6b9>
- Hummes, V. B., Font, V. y Breda, A. (2019). Uso combinado del estudio de clases y la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores de matemáticas. *Acta Scientiae*, 21 (1), 64-82. <https://n9.cl/2y63d>
- Hummes, V., Breda, A., Seckel, M. y Font, V. (2020). Criterios de idoneidad didáctica en una clase basada en el Lesson Study. *Praxis & Saber*, 11(26). <https://doi.org/k6b9>
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [Icfes]. (2018). *Marco de referencia para la evaluación ICFES: Ciencias de la Educación Módulos de Enseñar, Formar y Evaluar Saber Pro*. Bogotá: Icfes.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES]. (2016). *Informe Resumen Ejecutivo Colombia en PISA 2015*. Bogotá, Colombia. Bogotá, Colombia.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES]. (2016). *Marco de factores asociados Saber 3°, 5° y 9° 2016*. Bogotá, Colombia.
- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación [ICFES]. (2018). *Informe nacional de resultados: Saber Pro 2016 - 2017*. Bogotá, Colombia.
- Jacobs, V. R.; Lamb, L. C. y Philipp, R. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 69- 202. <https://www.jstor.org/stable/20720130>
- Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñanza matemáticas en entornos en línea. *AIEM. Avances de Investigación en educación Matemática*, (2), 53-70. <https://aiem.es/article/view/3799>
- Llinares, S., & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as learners. En A. Gutierrez & P. Boero. (Eds.) *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education.Past, Present and Future* (429-460). Sense Publishers. <https://doi.org/k6cb>
- Lupiáñez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* [tesis de doctorado, Universidad de Granada, España] <http://tiny.cc/yr4gvz>
- Malet, O., Giacomone, B., y Repetto, A. M. (2021). La idoneidad didáctica como herramienta metodológica: desarrollo y contextos de uso. *Revemop*, 3. <https://doi.org/k68n>

- McKinsey & Company. (2007). ¿Cómo se convierte un sistema educativo de bajo desempeño en uno bueno? <http://tiny.cc/xxefvz>
- McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2001). *Research in education: A conceptual introduction* (5th edition). Nueva York: Long
- McMillan, J. H., & Schumacher, S. (2001). *Research in education: A conceptual introduction* (5th edition). Nueva York: Long
- Morales, Y., Fonseca, J., & García, M. (2014). En búsqueda de un perfil académico-profesional del personal docente de matemáticas. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 10(38). <http://tiny.cc/90ffvz>
- Morales., Y. y Font, V. (2017). *Análisis de la reflexión presente en las crónicas de estudiantes en formación inicial en educación matemática durante su periodo de práctica profesional*. *Acta Scientiae*, 19(1), 122-137. <http://funes.uniandes.edu.co/28335/>
- Morales-López, Y., & Font, V. (2019). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 45, e189468. <https://doi.org/jtmt>
- Munn, Z., Aromataris, E., Tufanaru, C., Stern, C., Porritt, K., Farrow, J., Lockwood, C., Stephenson, M., Moola, S., Lizarondo, L. y McArthur, A. (2018). The development of software to support multiple systematic review types: the Joanna Briggs institute system for the unified management, assessment and review of information (JBI SUMARI). *Int J Evid Based Healthc*.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2010). The common core state standards for mathematics. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1989). Curriculum and evaluation standards for school Mathematics. Reston, Va.: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2007). NCTM Research Committee, Battista, M. T., Fey, J. T., King, K. D., Larson, M., Reed, J., Smith, M. S., Strutchens, M. E., & Sutton, J. Connecting Research and Practice at NCTM. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 108–114. <http://www.jstor.org/stable/30034951>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2013). Supporting the Common Core State Standards for Mathematics. Reston, Va.: NCTM
- Nolan, A. (2008). Encouraging the reflection process in undergraduate teachers using guided reflection. *Australian Journal of Early Childhood*, 33(1), 31-36. <http://tiny.cc/b1ffvz>
- Oliveira, C. y Llinares, S. (2019). Competencia Docente De Observar Con Sentido Situaciones De Enseñanza. *Paradigma*, 40(1), 29-46. <https://cutt.ly/RwID4kVF>
- Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura [OEI] (2020). *Miradas sobre educación en Iberoamérica 2020. Competencias para el siglo XXI en Iberoamérica*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. <https://tinyurl.com/27z752ev>

- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE]. (2016). *PISA 2015 Resultados Clave*. <http://tiny.cc/e1ffvz>
- Paniagua, M. (2004). La formación y la actualización de los docentes: Herramientas para el cambio en educación. <http://tiny.cc/c2ffvz>
- Perrenoud, P. (2012). *Cuando la escuela pretende preparar para la vida. ¿Desarrollar competencias o enseñar otros saberes?* Barcelona: Graó.
- Phelps-Gregory, CM., y Spitzer, SM. (2021). Prospective teachers analysis of a mathematics lesson: examining their claims and supporting evidence. *J Math Teacher Educ.*, 24, 481–505. <https://doi.org/k76g>
- Pino, L., Godino, J. D. y Font, V. (2010). Conocimiento didáctico-matemático sobre la enseñanza y aprendizaje de la derivada. En Rodríguez, Ruth; Aparicio, Eddie; Jarero, Martha Imelda; Sosa, Landy; Ruiz, Blanca; Rodríguez, Flor; Lezama, Javier; Solís, Miguel (Eds.), *Memoria de la XIII Escuela de Invierno en Matemática Educativa* (pp. 206-213). Monterrey: Red Cimates.
- Pino-Fan, L. R., Godino, J. D. y Font, V. (2014). Explorando aspectos relevantes del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada de profesores en formación inicial. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 513-522). SEIEM. <https://cutt.ly/dwIFqbgD>
- Pino-Fan, L. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109. <https://n9.cl/uy61d>
- Pino-Fan, L., Assis, A. & Castro, W. F. (2015). Towards a Methodology for the Characterization of Teachers' Didactic-Mathematical Knowledge, *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(6), 1429-1456. <https://doi.org/k68g>
- Pino-Fan, L., Font, V., & Breda, A. (2017). Mathematics teachers' knowledge and competences model based on the ontosemiotic approach. In B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh & B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4 (pp. 33-40). Singapore: PME
- Pino-Fan, L., Godino, J. y Font, V. (2013). Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (primera parte). *Revemat*, 8(2), 1– 49. <http://tiny.cc/c3ffvz>
- Pino-Fan, L., Godino, J., Castro, W., y Font, V. (2013). Un modelo de análisis del conocimiento didáctico-matemático: El caso de la formación inicial de profesores sobre la derivada. En Flores, R. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1421-1430). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <https://cutt.ly/dwIFqbgD>
- Pino-Fan, L.R., Guzmán-Retamal, I., Larraín, M y Vargas, C. (2018). La formación inicial de docentes en Chile: 'voces' de la comunidad chilena de investigación en Educación Matemática. (2018). *Uniciencia*, 32 (1), 68-88. <https://doi.org/10.15359/ru.32-1.5>

- Pino-Fan, L.R., Castro, W.F. & Font, V. M. (2022). A Macro Tool to Characterize and Develop Key Competencies for the Mathematics Teacher' Practice. *International Journal of Science and Mathematics Education* 21(3), 1407–1432. <https://doi.org/k6dt>
- Pochulu, M. y Font, V. (2011). Análisis del funcionamiento de una clase de matemáticas no significativa. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 14(3), 361-394. <https://n9.cl/7d004>
- Pochulu, M. y Font, V. (2022). Herramientas y constructos del enfoque ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemáticos para el diseño y análisis de procesos de enseñanza y aprendizaje. En M. Rodríguez, M. Pochulo y F. Espinosa (coord.), *Educación matemática: volumen 2: aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos* (pp. 15-48). Editorial ediciones UNGS. <https://n9.cl/7udwx>
- Pochulu, M., Font, V. y Rodríguez, M. (2016). Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME*, 19(1), 71-98. ISSN: 1665-2436. <https://n9.cl/8ktlw>
- Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Barcelona: Graó.
- Ponte, J. P. y Oliveira, H. (2002). Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. *Revista de Educação*, 11(2), 145-163. <http://tiny.cc/er6gvz>
- Posadas, P., y Godino, J. D. (2017). Reflexión sobre la práctica docente como estrategia formativa para desarrollar el conocimiento didáctico-matemático. *Didacticae*, 1, 77-96. <https://doi.org/k6dv>
- Proyecto Tuning America latina 2004-2007 (2007). *Reflexiones y perspectivas de la educación superior en america latina* (1a. ed., 1a. reimp.). BILBAO: DEUSTO
- Proyecto Tuning América Latina. (2013). *Educación Superior en América Latina: reflexiones y perspectivas en Educación*. Universidad de Deusto Bilbao. <http://tuning.unideusto.org/tuningal>
- Rivas, M. (2013). *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria* [Tesis de doctorado, Universidad de Granada, España]. <https://n9.cl/rkta4>
- Roegiers, X. (2016). A Conceptual Framework for Competencies Assessment. In-Progress Reflection N.º 4 on «Current and Critical Issues in the Curriculum and Learning». Ginebra: Unesco-IBE. <https://n9.cl/qp0ur>
- Romberg, T. & Carpenter, T. (1986). Research on teaching and learning mathematics: Two disciplines of scientific inquiry. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching*. (pp. 850-873). New York: Macmillan Publishing Company.

- Rowland, T., Huckstep, P. & Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8(3), 255-281.
- Schoenfeld, A. & Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh y T. L. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (321-354) Rotterdam: Sense Publishers.
- Schoenfeld, A. & Kilpatrick, J. (2008). Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. En D. Tirosh y T. L. Wood (Eds.), *Tools and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354) Rotterdam: Sense Publishers.
- Schön, D. (1983). The reflective practitioner. *New York: Basic Books*.
- Seckel, M. J. (2015). *Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemática* [Tesis doctoral, Universidad de Barcelona, España]. <https://n9.cl/rvgzsi>
- Seckel, M. J. y Font, V. (2020). Competencia reflexiva en formadores del profesorado de matemática. *Magis, Revista Internacional de Investigación en Educación*, 12(25), 127-144. <https://doi.org/k676>
- Seckel, M. J. (2016). Competencia en análisis didáctico en la formación inicial de profesores de educación básica con mención en matemática. [Tesis doctoral, Universidad de Barcelona, España]. <https://n9.cl/i2jsd>
- Seckel, M. J. y Font, V. (2015). Competencia de reflexión en la formación inicial de profesores de matemática en Chile. *Praxis Educativa*, 11(19), 55-75. <https://n9.cl/iw076>
- Sfard, A., Hashimoto, Y., Knijnik, G., Robert, A. & Skovsmose, O. (2004). The relation between research and practice in mathematics education. Trabajo presentado en 10th International Congress on Mathematical Education, Copenhagen. <http://tiny.cc/5z1gvz>
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <http://tiny.cc/xu1gvz>
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22. <http://tiny.cc/vt1gvz>
- Shulman, L. (2005). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 9(2), 0. <http://tiny.cc/pt1gvz>
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91-104. <https://n9.cl/70wny>
- Stake, R.E. (2010). *Investigación con Estudios de Casos*. (5 Ed.). Madrid, España: Morata
- Strauss, A. y Corbin J. (2012). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada* [Trabajo de maestría, Universidad de Antioquia, Colombia]. <http://funes.uniandes.edu.co/12087/>

- Strauss, A. L. & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa: técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundada* (1ª. ed.). Editorial Universidad de Antioquia, Medellín.
- Suryani, A. (2008). Comparing Case Study and Ethnography as Qualitative Research Approaches, *Jurnal ILMU KOMUNIKASI*, 5(1), 117-127. <https://doi.org/k7d4>
- Tatto, MT.; Schwille, J.; Senk, SL.; Ingvarson, L.; Rowley, G.; Peck, R.; Bankov, K.; Rodríguez, M. y M. Reckase, (2012). Política, práctica y preparación para enseñar matemáticas primaria y secundaria en 17 países: conclusiones del estudio de la IEA sobre formación y desarrollo docente en Matemáticas (TEDS-M). Ámsterdam, Asociación Internacional para la Evaluación del Logro Educativo
- Tobón, S. (2013). *Formación integral y competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación* (4ta. Ed.). Bogotá: ECOE.
- Tuning América Latina [Tuning]. (2013). *Educación Superior en América Latina: Reflexiones y perspectivas en Educación- Informe final proyecto Tuning- América Latina 2004-2007*. Publicaciones de la Universidad de Deusto, Bilbao, España.
- Universidad de Sucre. (2017). *Documento de Condiciones Iniciales del programa de Licenciatura en Matemáticas*.
- Vásquez, C., y Alsina, A. (2015). Conocimiento didáctico-matemático del profesorado de educación primaria sobre probabilidad: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Boletim de Educação Matemática*, 29(52), 681-703. <https://doi.org/k6dw>
- Vásquez, N. (2010). *Un ejercicio de transposición Didáctica en Torno al Concepto de Número Natural en el Preescolar y el Primer Grado de Educación Básica* [Tesis de maestría, Universidad de Antioquia, Colombia]. <https://n9.cl/9e983>
- Weinert, F. E. (2001). Concept of competence: A conceptual clarification. In D. S. Rychen & L. H. Salganik (Eds.), *Defining and selecting key competencies* (pp. 45–65). Hogrefe & Huber Publishers.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods* (2nd ed.). Newbury Park, CA: SageCompartir.

Anexos

Anexo 1. Consentimientos informados

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Título del proyecto: ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA DOCENTE (PD) DEL PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS EN LA PERSPECTIVA DEL MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO MATEMÁTICOS DEL PROFESOR-APDOC-LIMA

Estimado estudiante, el presente proyecto de investigación institucional está aprobado mediante resolución de Consejo Académico No 520 de 2020 de la universidad de Sucre, y el cual está asociado a la tesis doctoral titulada **LA COMPETENCIA DOCENTE DE ANÁLISIS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA DESARROLLADA POR PROFESORES DE MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA REFLEXIÓN SOBRE SU PRÁCTICA**. El objetivo es analizar las competencias que desarrollan los profesores en formación y egresados del programa de Licenciatura en Matemáticas al abordar la práctica docente en términos del modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticos del profesor, cuando planifican e implementan la enseñanza de las matemáticas. Con la información presentada y socializada se pone en consideración el siguiente consentimiento informado:

Yo **María José Buelvas Lans**, estudiante del programa de Licenciatura en Matemáticas que cursa y desarrolla la práctica docente identificado con el número de documento de identidad que aparece junto a mi firma, declaro que se me ha informado ampliamente sobre los posibles beneficios, riesgos y molestias derivados de mi participación en proyecto **Análisis de la práctica docente (PD) del programa de licenciatura en matemáticas en la perspectiva del modelo de conocimientos y competencias didáctico matemáticos del profesor**, y que se me ha asegurado que la información que entregue estará protegida por el anonimato y la confidencialidad, siendo usada únicamente con fines académicos e investigativos. Luego de haber conocido y comprendido en su totalidad, la información sobre dicho proyecto, en el entendido de que: No habrá ninguna sanción para mí en caso de no aceptar la invitación. Puedo retirarme del proyecto si lo considero conveniente a mis intereses, aun cuando el investigador responsable no lo solicite, informando mis razones para tal decisión en la Carta de Revocación respectiva si lo considero pertinente; pudiendo si así lo deseo, recuperar toda la información obtenida de mi participación. Mi participación como estudiante no repercutirá en mis evaluaciones programadas en el curso. No haré ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por la participación en el estudio. Se guardará estricta confidencialidad sobre los datos obtenidos producto de mi participación, con un número de clave que ocultará mi identidad. Si en los resultados de mi participación como estudiante se hiciera evidente algún problema relacionado con mi proceso de enseñanza – aprendizaje, se me brindará orientación al respecto. Puedo solicitar, en el transcurso del estudio información actualizada sobre el mismo, al investigador responsable. El Investigador Juan Alberto Barboza Rodríguez, responsable del proyecto se ha comprometido a responder cualquier pregunta y aclarar cualquier duda que le plantee acerca de los procedimientos que se llevarán a cabo, riesgos, beneficios o cualquier otro asunto relacionado con la investigación. Los resultados de este proyecto pueden presentarse en documentos como informes, libros o artículos, así como ser socializados en eventos académicos bajo condiciones de anonimato y la confidencialidad.

Conforme lo anterior, manifiesto de forma libre y voluntaria que acepto participar en este proyecto

Lugar y Fecha: Sincelejo, octubre 13 de 2020

Firma del participante:



D.I No.1103119842

Nombre y firma de quien proporcionó la información para fines de consentimiento: Juan Alberto Barboza Rodríguez

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Título del proyecto: ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA DOCENTE (PD) DEL PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS EN LA PERSPECTIVA DEL MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO MATEMÁTICOS DEL PROFESOR-APDOC-LIMA

Estimado estudiante, el presente proyecto de investigación institucional está aprobado mediante resolución de Consejo Académico No 520 de 2020 de la universidad de Sucre, y el cual está asociado a la tesis doctoral titulada **LA COMPETENCIA DOCENTE DE ANÁLISIS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA DESARROLLADA POR PROFESORES DE MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA REFLEXIÓN SOBRE SU PRÁCTICA**. El objetivo es analizar las competencias que desarrollan los profesores en formación y egresados del programa de Licenciatura en Matemáticas al abordar la práctica docente en términos del modelo de conocimientos y competencias didáctico-matemáticos del profesor, cuando planifican e implementan la enseñanza de las matemáticas. Con la información presentada y socializada se pone en consideración el siguiente consentimiento informado:

Yo **Iván Danilo Carrascal López**, estudiante del programa de Licenciatura en Matemáticas que cursa y desarrolla la práctica docente identificado con el número de documento de identidad que aparece junto a mi firma, declaro que se me ha informado ampliamente sobre los posibles beneficios, riesgos y molestias derivados de mi participación en proyecto **Análisis de la práctica docente (PD) del programa de licenciatura en matemáticas en la perspectiva del modelo de conocimientos y competencias didáctico matemáticos del profesor**, y que se me ha asegurado que la información que entregue estará protegida por el anonimato y la confidencialidad, siendo usada únicamente con fines académico e investigativos. Luego de haber conocido y comprendido en su totalidad, la información sobre dicho proyecto, en el entendido de que: No habrá ninguna sanción para mí en caso de no aceptar la invitación. Puedo retirarme del proyecto si lo considero conveniente a mis intereses, aun cuando el investigador responsable no lo solicite, informando mis razones para tal decisión en la Carta de Revocación respectiva si lo considero pertinente; pudiendo si así lo deseo, recuperar toda la información obtenida de mi participación. Mi participación como estudiante no repercutirá en mis evaluaciones programadas en el curso. No haré ningún gasto, ni recibiré remuneración alguna por la participación en el estudio. Se guardará estricta confidencialidad sobre los datos obtenidos producto de mi participación, con un número de clave que ocultará mi identidad. Si en los resultados de mi participación como estudiante se hiciera evidente algún problema relacionado con mi proceso de enseñanza – aprendizaje, se me brindará orientación al respecto. Puedo solicitar, en el transcurso del estudio información actualizada sobre el mismo, al investigador responsable. El Investigador Juan Alberto Barboza Rodríguez, responsable del proyecto se ha comprometido a responder cualquier pregunta y aclarar cualquier duda que le plantee acerca de los procedimientos que se llevarán a cabo, riesgos, beneficios o cualquier otro asunto relacionado con la investigación. Los resultados de este proyecto pueden presentarse en documentos como informes, libros o artículos, así como ser socializados en eventos académicos bajo condiciones de anonimato y la confidencialidad.

Conforme lo anterior, manifiesto de forma libre y voluntaria que acepto participar en este proyecto

Lugar y Fecha: octubre 13 de 2020



Firma del participante:

D.I No. 1069499512

Nombre y firma de quien proporcionó la información para fines de consentimiento: Juan Alberto Barboza Rodríguez

Anexo 2. Resolución de aprobación para proyectos de investigación institucionales en la Universidad de Sucre en el marco de la tesis doctoral

UNIVERSIDAD DE SUCRE
SINCELEJO – SUCRE
RECTORÍA
RESOLUCIÓN No.520 DE 2020

"Por medio de la cual se aprueba el proyecto de investigación: "Análisis de la práctica docente del programa de Licenciatura en Matemáticas en la perspectiva del modelo de conocimientos y competencias didáctico matemáticos del profesor"

EL CONSEJO ACADÉMICO DE LA UNIVERSIDAD DE SUCRE,
en uso de sus facultades legales y estatutarias, y

CONSIDERANDO:

Que la Ley 30 de 1992 establece como un componente sustantivo de la misión social de la Universidad Pública la investigación;

Que de conformidad con el Artículo 1o. del Acuerdo No.06 de 2005, la investigación, en procura de la generación de nuevos conocimientos, desarrollo tecnológico e innovación de procesos y productos, para la búsqueda de soluciones a los problemas de la región y el país, constituye uno de los principios fundamentales de la política de investigación de la Universidad de Sucre;

Que es menester priorizar y apoyar a los grupos de investigación institucionales que participan en las convocatorias internas en pro de incrementar la capacidad investigadora del Alma Mater;

Que el proyecto de investigación titulado: "Por medio de la cual se aprueba el proyecto de investigación: "Análisis de la práctica docente del programa de Licenciatura en Matemáticas en la perspectiva del modelo de conocimientos y competencias didáctico matemáticos del profesor", cuyo investigador principal es el docente de planta, adscrito al departamento de Matemáticas, Juan Alberto Barboza Rodríguez, fue presentado al Comité Central de Investigación para su aval y posterior recomendación al Consejo Académico;

Que el Consejo Académico en sesión del 15 y 16 de abril de 2019, avaló dicha propuesta, pues el mismo cumple con los ítem establecidos en el formato FOR-IN-001 para la presentación de proyectos, teniendo en cuenta lo establecido en el Artículo 19 del Acuerdo No.06 de 2005, el cual estipula que "Los fondos de investigación sólo podrán invertirse para: a) Financiar programas y proyectos que presenten directamente los grupos de investigación de la Universidad, acorde a las políticas y prioridades establecidas institucionalmente", y recomendó a la Administración el trámite respectivo para la financiación de este proyecto, siempre y cuando exista la disponibilidad presupuestal y que se considere como un proyecto de necesidad Institucional;

Que en atención a la propuesta presentada;

RESUELVE:

ARTÍCULO 1o. Aprobar el proyecto de investigación: "Por medio de la cual se aprueba el proyecto de investigación: "Análisis de la práctica docente del programa de Licenciatura en Matemáticas en la perspectiva del modelo de conocimientos y competencias didáctico matemáticos del profesor", cuyo presupuesto total es de Treinta Millones de Pesos (\$30.000.000) discriminados de la siguiente manera:



UNIVERSIDAD DE SUCRE
SINCELEJO – SUCRE
CONSEJO ACADÉMICO
RESOLUCIÓN No.38 DE 2021

“Por medio de la cual se aprueban los resultados de la primera convocatoria de apoyo a proyectos de investigación de docentes de planta de la Universidad de Sucre, en procesos de formación a nivel de Doctorado”

3	Evaluación de la capacidad estabilizadora de fibras naturales (aserrín) para el reforzamiento de un suelo arcillo arenoso.	Ingeniería	Grupo de Investigación Medio Ambiente y Aguas (GIMAGUAS)	Carlos José Medina Martínez	70	18	10	98
4	Efectos de la aplicación de ultrasonido y pulsos eléctricos en la eficiencia del proceso de deshidratación osmótica y secado del bagazo de Yuca.	Ingeniería	Desarrollo e Innovación de Procesos Alimentarios "DESINPA"	José Gabriel Serpa Fajardo	70	17	10	97
5	Evaluación de la pérdida efectiva de humedales costeros y su capacidad de secuestro de Carbono en el Golfo de Morrosquillo, Colombia y en el Golfo de México, mediante imágenes de sensores remotos y sistemas de información geográfica.	Ingeniería	Grupo de Investigación Medio Ambiente y Aguas (GIMAGUAS)	Gastón Antonio Ballut Dajud	70	18	9	97
6	La competencia docente de análisis de idoneidad didáctica desarrollada por profesores de matemáticas a partir de la reflexión sobre su práctica.	Educación y Ciencias	Proyecto Pedagógico-ProPed	Juan Alberto Barboza Rodríguez	70	17	10	97

Anexo 3. Instrumentos de recolección de información. Instrumento I-1**Instrumento 1 (I-1):***Planificando mi clase, con acciones y razones*

El plan de clase es una herramienta importante en la labor docente, porque permite sistematizar las acciones que orientarán el desarrollo e intervención del profesor en la clase, por tanto es el guion de la escena que será puesta en marcha durante todo el proceso de enseñanza y mediante el cual se dinamiza el acontecer de la clase. En este sentido el plan de clases permite anticipar el acontecer y ambiente en aula, mediante la generación de acciones y decisiones para orientar el proceso de enseñanza.

Para realizar este ejercicio de mejor manera, se recomienda tener en cuenta las siguientes orientaciones:

1. Con base en tu formación, aprendizajes y experiencia en el programa de Licenciatura en Matemáticas, elabora un plan de clase conforme se le ha orientado y bajo las directrices, criterios y elementos que se emplean en las planificaciones para la Práctica Docente. Por ello es necesario que en dicha planificación, estén presentes elementos como: identificación general para el plan, tema objeto-objeto de la clase, estándar de competencias básicas, derechos básicos de aprendizaje, desempeños, contenido disciplinar a desarrollar, proceso metodológico (actividades, estrategias y recursos didácticos), evaluación y referentes bibliográficos.

En cualquier caso lo importante es que este plan responda al modelo de planificación que utilizas o utilizarías para desarrollar tu clase de matemáticas, en los tres momentos inicio, desarrollo y cierre.

2. Al diseñar la planificación, se deben asociar a cada acción o decisión proyectada en el plan, la razón por lo cual se debe realizar, así por ejemplo: si la acción es *“Llamado a lista la razón sería para controlar la asistencia; si la acción es, se propone como desempeño o estándar esperado, resolver problemas en diferentes contextos, la razón podría ser, para incentivar el pensamiento creativo, la toma de decisiones y el trabajo en equipos.* Las acciones deben estar secuenciadas y en el orden, como ha proyectado ejecutar la clase
3. Para organizar mejor el plan según lo que se orienta, se sugiere trabajar el plan en dos columnas, una con acciones-decisiones y la otra con razones, como se presenta:

Identificación del plan		
No.	Acciones-decisiones	Razones
1	<i>INICIO Llamado a lista</i>	<i>Razón sería para controlar la asistencia;</i>
2	<i>Se propone como desempeño o estándar esperado, resolver problemas en diferentes contextos</i>	<i>Para incentivar el pensamiento creativo, la toma de decisiones y el trabajo en equipos</i>
3		
.		
.		
.		

Instrumento I-2

Instrumento 2:
Reflexionando sobre la planificación en mi clase de matemáticas¹²

Estimado profesor, el plan de clase es una herramienta importante en la labor docente, así como también es importante la reflexión que sobre él se haga, en términos de valorarlo y determinar mejoras que evidencien en la práctica de enseñanza.

Orientación: Con base en el plan de clase diseñado para la clase, realice las siguientes tareas y responde las cuestiones:

Tarea 2

- 1. Revisa el plan elaborado y subraya los puntos que consideres especialmente atractivos**
- 2. Indica las características de las matemáticas que se consideras valiosas en el plan**
 - 2.1. Explica por qué la consideras valiosas.
 - 2.2. ¿Qué otros rasgos de las matemáticas consideras valiosos desde el punto de vista educativo?
- 3. Indica las características del aprendizaje matemático que se consideran valiosas en el Plan**
 - 3.1. Explica por qué la consideras valiosas.
 - 3.2. ¿Qué otros rasgos del aprendizaje consideras valiosos desde el punto de vista educativo?
- 4. Indica qué características se mencionan en el Plan relacionadas con los aspectos afectivos en el estudio de las matemáticas.**
 - 4.1. Explica por qué la consideras valiosas.
 - 4.2. ¿Qué otros rasgos de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas consideras valiosos desde el punto de vista de la afectividad?
- 5. Indica los modos de interacción entre profesor y estudiantes que se consideran valiosos en el Plan.**
 - 5.1. Explica por qué se consideran valiosos dichos modos de interacción
 - 5.2. ¿Qué otros modos de interacción en el aula consideras valiosos para optimizar el aprendizaje matemático?
- 6. Indica qué características de la clase de matemáticas se consideran valiosas relativas al uso de recursos tecnológicos.**
 - 6.1. Explica por qué se consideran valiosas dichas características
 - 6.2. ¿Qué otros aspectos del uso de recursos consideras valiosos para favorecer el aprendizaje matemático?
- 7. Identifica los factores externos a la clase que al momento de diseñar el plan fueron para ti condicionantes de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.**
 - 7.1. Explica por qué se consideran factores condicionantes
 - 7.2. ¿Qué otros factores consideras que condicionan el logro de una clase ideal de matemáticas?
- 8. Cuáles aspectos son para ti necesarios atender e incorporar al elaborar un plan para orientar una Clase de matemáticas, justifica cada aspecto indicado.**
- 9. Considerando la planeación ¿cuál valoración le asignarías al plan diseñado y por qué?**

¹² Este instrumento es una adaptación del cuestionario denominado *Reflexión sobre una clase de matemáticas*, diseñado y utilizado por Giacomone (2018).

Instrumento I-3

Universidad de Sucre, Programa de Licenciatura en Matemáticas
Proyecto APDOC-LIMA- Curso Análisis Didáctico y Diseño de Tareas para Enseñar Matemáticas-ADDTEM

Rubrica para valoración de idoneidad didáctica en plan de clase

ESCALA: Nivel bajo: menor o igual a 2.5; nivel medio-bajo: de 2.6 a 3.2, nivel medio: 3.3 a 4; nivel alto: de 4.1 a 5

Instrumento 3. Rubrica para la valoración de la Idoneidad Didáctica				
3.1. Rubrica para la valoración Idoneidad Epistémica				
Componentes	Descriptores	Valoración Nivel de cumplimiento	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto a mejorar
Errores	No se observan prácticas que se consideren incorrectas desde el punto de vista matemático.			
Ambigüedades	No se observan ambigüedades que puedan llevar a la confusión a los alumnos: definiciones y procedimientos clara y correctamente enunciados, adaptados al nivel educativo al que se dirigen, adecuación de las explicaciones, comprobaciones, demostraciones al nivel educativo a que se dirigen, uso controlado de metáforas, etc.			
Riqueza de procesos	La secuencia de tareas contempla la realización de procesos relevantes en la actividad matemática (modelización, argumentación, resolución de problemas, conexiones, etc.).			
Representatividad	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar contemplada en el currículo)			
	Los significados parciales (definiciones, propiedades, procedimientos, etc.) son una muestra representativa de la complejidad de la noción matemática que se quiere enseñar.			
	Para uno o varios significados parciales, muestra representativa de problemas.			
	Para uno o varios significados parciales, uso de diferentes modos de expresión (verbal, gráfico, simbólico...), tratamientos y conversaciones entre los mismos.			
Valoración global				

Universidad de Sucre, Programa de Licenciatura en Matemáticas
Proyecto APDOC-LIMA- Curso Análisis Didáctico y Diseño de Tareas para Enseñar Matemáticas-ADDTEM

Rubrica para valoración de idoneidad didáctica en plan de clase

ESCALA: Nivel bajo: menor o igual a 2.5; nivel medio-bajo: de 2.6 a 3.2, nivel medio: 3.3 a 4; nivel alto: de 4.1 a 5

Instrumento 3. Rubrica para la valoración de la Idoneidad Didáctica				
3.2. Rubrica para la valoración Idoneidad cognitiva				
Componentes	Descriptores	Valoración Nivel de cumplimiento	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto a mejorar
Conocimientos previos (Componentes similares a la idoneidad epistémica)	Se prevén que los alumnos tengan los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio).			
	Los significados pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes.			
Adaptación curricular a las diferencias individuales.	Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo.			
Aprendizaje	Los diversos modos de evaluación permiten identificar la apropiación de los conocimientos / competencias pretendidas o implementados.			
Alta demanda cognitiva	Se activan procesos cognitivos relevantes (generalización, conexiones intra-matemáticas, cambios de representación, conjeturas, etc.)			
	Promueve procesos meta-cognitivos			
Valoración global				

Universidad de Sacre, Programa de Licenciatura en Matemáticas
Proyecto APDOC-LIMA- Curso Análisis Didáctico y Diseño de Tareas para Enseñar Matemáticas-ADDTM

Rubrica para valoración de idoneidad didáctica en plan de clase

ESCALA: Nivel bajo: menor o igual a 2.5; nivel medio-bajo: de 2.6 a 3.2, nivel medio: 3.3 a 4; nivel alto: de 4.1 a 5

Instrumento 3 Rubrica para la valoración de la Idoneidad Didáctica				
3.3 Rubrica para la valoración Idoneidad Interaccional				
Componentes	Descriptores	Valoración Nivel de cumplimiento	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto a mejorar
Interacción docente - discente	El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.)			
	Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los alumnos (se interpretan correctamente los silencios de los alumnos, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuado, etc.)			
	Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento			
	Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión.			
Interacción entre discentes	Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes.			
	Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.			
Autonomía	Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formulación y validación).			
Evaluación formativa	Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos.			
Valoración global				

Universidad de Sacre, Programa de Licenciatura en Matemáticas
Proyecto APDOC-LIMA- Curso Análisis Didáctico y Diseño de Tareas para Enseñar Matemáticas-ADDTM

Rubrica para valoración de idoneidad didáctica en plan de clase

ESCALA: Nivel bajo: menor o igual a 2.5; nivel medio-bajo: de 2.6 a 3.2, nivel medio: 3.3 a 4; nivel alto: de 4.1 a 5

Instrumento 3 Rubrica para la valoración de la Idoneidad Didáctica				
3.3 Rubrica para la valoración Idoneidad Mediacional				
Componentes	Descriptores	Valoración Nivel de cumplimiento	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto a mejorar
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido			
	Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones			
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida			
	El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora)			
	El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido			
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje	El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida			
	Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema			
	Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión			
Valoración global				

Universidad de Sucre, Programa de Licenciatura en Matemáticas
Proyecto APDOC-LIMA- Curso Análisis Didáctico y Diseño de Tareas para Enseñar Matemáticas-ADDTEM

Rubrica para valoración de idoneidad didáctica en plan de clase

ESCALA: Nivel bajo: menor o igual a 2.3; nivel medio-bajo: de 2.6 a 3.2; nivel medio: 3.3 a 4; nivel alto: de 4.1 a 5

Instrumento 3. Rubrica para la valoración de la Idoneidad Didáctica				
3.2 Rubrica para la valoración Idoneidad Ecológica				
Componentes	Descriptor	Valoración Nivel de cumplimiento	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto a mejorar
Adaptación al currículo	Los contenidos, su implementación y evaluación se corresponden con las directrices curriculares			
Apertura hacia la innovación didáctica	Innovación basada en la investigación y la práctica reflexiva			
	Integración de nuevas tecnologías (calculadoras, ordenadores, TIC, etc.) en el proyecto educativo			
Adaptación socio-profesional y cultural	Los contenidos contribuyen a la formación socioprofesional de los estudiantes			
Los contenidos contribuyen a la formación socioprofesional de los estudiantes	Se contempla la formación en valores democráticos y el pensamiento crítico			
Conexiones intra e interdisciplinarias	Los contenidos se relacionan con otros contenidos intra e interdisciplinarios			
Valoración global				

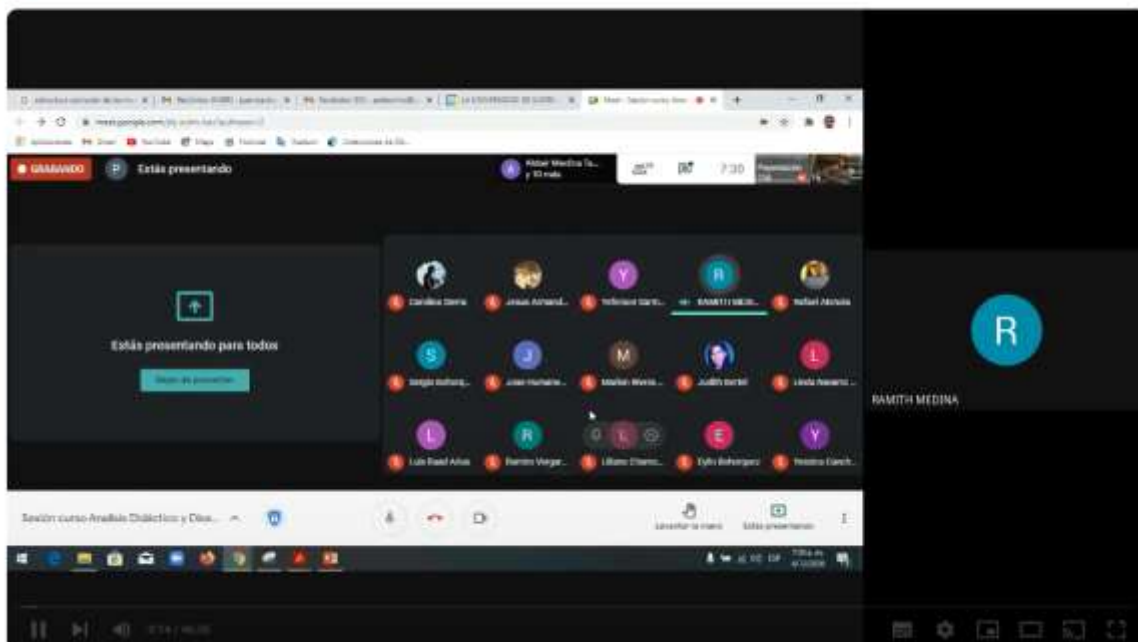
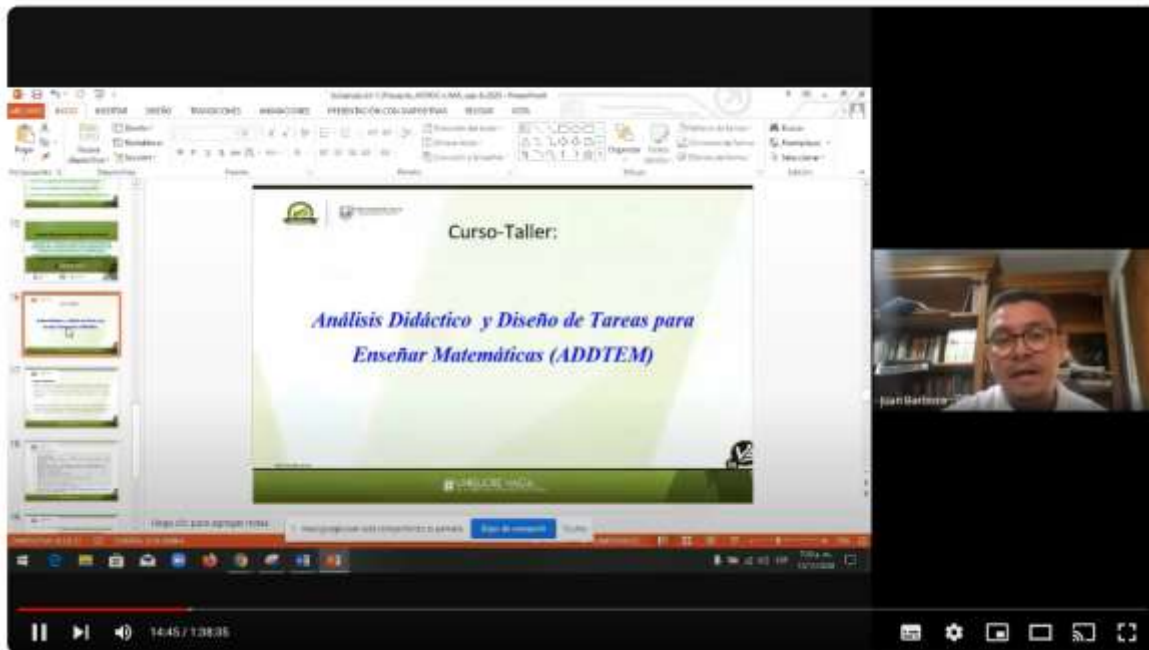
Universidad de Sucre, Programa de Licenciatura en Matemáticas
Proyecto APDOC-LIMA- Curso Análisis Didáctico y Diseño de Tareas para Enseñar Matemáticas-ADDTEM

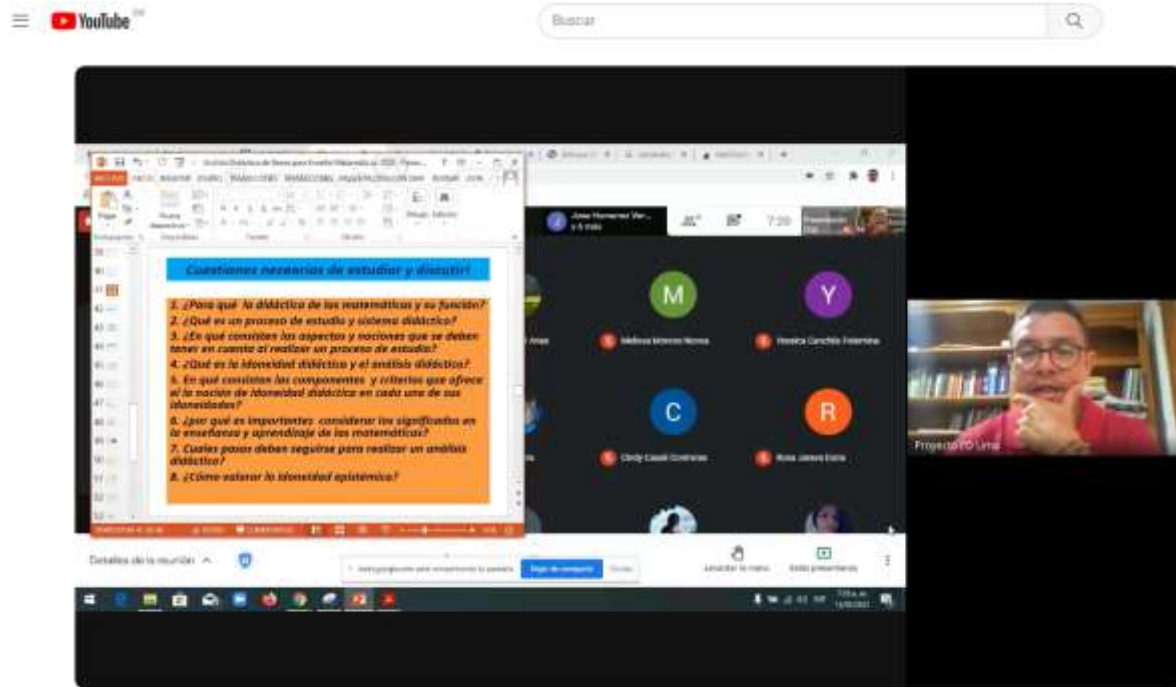
Rubrica para valoración de idoneidad didáctica en plan de clase

ESCALA: Nivel bajo: menor o igual a 2.5; nivel medio-bajo: de 2.6 a 3.2; nivel medio: 3.3 a 4; nivel alto: de 4.1 a 5

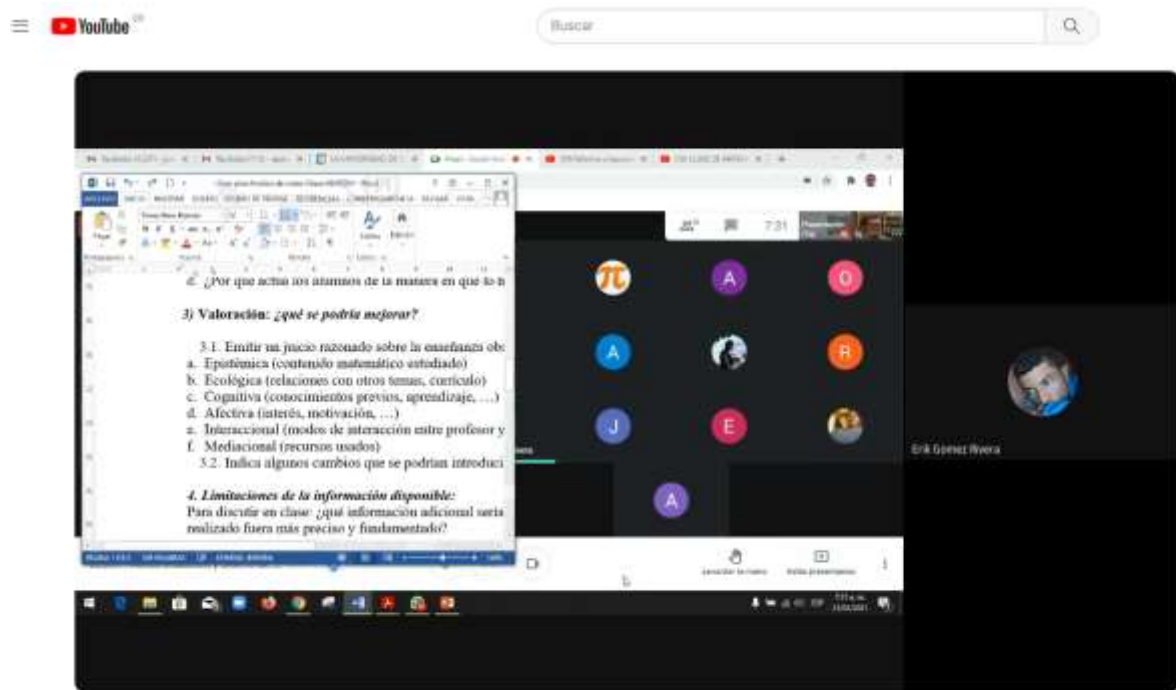
Instrumento 3. Rubrica para la valoración de la Idoneidad Didáctica				
3.2 Rubrica para la valoración Idoneidad Afectiva				
Componentes	Descriptor	Valoración Nivel de cumplimiento	Razones asociadas a la valoración	Propuesta de aspecto a mejorar
Intereses y necesidades	Las tareas tienen interés para los alumnos			
	Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional			
Actitudes	Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc.			
	Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.			
Emociones	Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas.			
	Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.			
Valoración global				

Anexo 4. Imágenes de algunos videos de las sesiones desarrolladas dentro del curso ADDTEM (2020-2021)





18sesión ADDTEM 2021 01 15 at 04 09 GMT 8



22sesión ADDTEM 2021 01 21 at 04 14 GMT 8

Anexo 5. Elementos curriculares que hacen parte de la propuesta del curso ADDTEM diseñado y constituido como diplomado institucional en la Universidad de Sucre

Diplomado: ANÁLISIS DIDÁCTICO Y DISEÑO DE TAREAS PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS (ADDTEM)

Propuesta elaborada por: Mg Juan A. Barboza Rodríguez.

Decana Universidad de Sucre

1. PRESENTACIÓN

La cualificación docente es un proceso además de necesario y muy importante para la mejora de la calidad educativa y la formación de los ciudadanos en todos los niveles. El diplomado **ANÁLISIS DIDÁCTICO Y DISEÑO DE TAREAS PARA ENSEÑAR MATEMÁTICAS-ADDTEM**, se constituye por un lado en un escenario de formación profesional y por otro, en una herramienta con intenciones didáctico-prácticas que los profesores en ejercicio que orientan la enseñanza de las matemáticas o están en proceso de formación inicial, pueden emplear para desarrollar los conocimientos y competencias necesarias que permitan realizar procesos de análisis didáctico y con ellos propuesta de mejora sobre la enseñanza de esta área del currículo escolar, y siempre apoyados en las principales perspectivas teóricas que ofrecen la didáctica de las matemáticas y con especial atención al *Enfoque Onto-genético* (EOS) de conocimiento y la instrucción matemática, la *teoría de idoneidad didáctica* (ID) y el modelo del conocimiento y competencias didáctico-matemáticas (CCDM).

Por otra parte se reconoce entre los investigadores que estudian la formación de profesores de matemáticas, por un lado la complejidad de este tema y por el otro, que aún hay mucho camino por recorrer, especialmente para indagar sobre los conocimientos que debería tener y las competencias que debe desarrollar un profesor de matemáticas para desempeñarse de manera eficiente en el aula. *Este curso retoma acciones para que los profesores usen criterios que le permitan valorar la adecuación y la pertinencia de los procesos de instrucción que desarrolla y guiar su mejora, esto en el contexto de la educación matemática, se considera como una importante herramienta para el análisis didáctico, denominada Idoneidad Didáctica*¹.

También se ha logrado consenso, en la comunidad académica, sobre el hecho que los currículos de matemáticas están diseñados por competencias, lo que "confirma el problema de cómo conseguir que los profesores integren la competencia profesional que les permita el desarrollo y la evaluación de las competencias matemáticas" (Giacomone, 2018, p.51). Surge la preocupación sobre las consecuencias que tendría en el desarrollo curricular el hecho que el profesor no logre ser competente en el análisis didáctico, por ello es plausible considerar el riesgo latente para la enseñanza de las matemáticas, si se tiene en cuenta que el

¹ La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como el grado en que dicho proceso (o una parte del mismo) reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo (óptimo o adecuado) para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales presentados o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las características y recursos disponibles (entorno) (Godino, Baturo y Fort, 2007; Godino, Guerrero y Fort, 2009; Godino, 2011).

enseñanza depende de que los profesores cambien sus formas de enseñanza (Rimberg y Carpenter, 1986).

Este diplomado aportará acciones y brindará respuesta a varios aspectos, necesidades y compromisos institucionales que se han identificado dentro de los planes de mejoramiento y particularmente del programa de Licenciatura en Matemáticas, destacándose los siguientes aspectos:

- Se contribuye en los procesos de proyección social y externa, mediante la oferta de formación dirigida a la cualificación de profesores en formación y en ejercicio que desarrollen su labor en el área de matemáticas
- Se atiende la necesidades de cualificación continuada y permanente para los egresados del programa
- Se cumplen los compromisos de retroalimentación académica señalados en los convenios interinstitucionales firmados con instituciones educativas en el marco de la práctica docente
- Se genera una nueva oportunidad de formación *postgrado* a los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemáticas que estén articulado con el currículo del programa
- Se ofrece formación a profesores atendiendo a las tendencias internacionales en temas de formación continuada y desarrollo profesional de profesores de matemáticas
- Visibilizar a la facultad de Educación y Ciencias en su labor y compromiso social y académico de aportar acciones para el mejoramiento de la calidad educativa del departamento y la región

3. OBJETIVOS

3.1. Generales

- Promover el desarrollo de la competencia de análisis didáctico en los profesores de matemáticas en formación inicial o en ejercicio que enseñan matemáticas en el nivel de educación básica y media mediante la reflexión guiada sobre sus prácticas.
- Estudiar las herramientas teóricas y metodológicas necesaria para realizar procesos de análisis didáctico, diseños tareas e innovación que apunten a la mejora de la planificación e implementación de la enseñanza de las matemáticas escolares

3.2. Específicos

- Tener acercamiento a las principales referentes teóricos y curriculares sobre la enseñanza de las matemáticas
- Estudiar herramientas teóricas y metodológicas para realizar procesos de análisis e intervención didáctica permanente con los contextos escolares donde se enseña matemática.
- Discutir sobre la importancia de los conocimientos y competencias que debe tener el profesor de matemáticas

docente "dará la espalda al currículo por competencias, ignorándolo o bien limitándose a tenerlo en cuenta sólo para los documentos oficiales". (Fort, 2011, p.23)

Por otra parte este diplomado es producto de la investigación adelantada en los proyectos institucionales

- **ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA DOCENTE DEL PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS EN LA PERSPECTIVA DEL MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO MATEMÁTICAS DEL PROFESOR APDOCLIMA**, aprobado por Consejo Académico mediante resolución No. 530 de 2020.
- **LA COMPETENCIA DOCENTE DE ANÁLISIS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA DESARROLLADA POR PROFESORES DE MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA-CIDAD-LIMA**, aprobado por Consejo Académico mediante resolución No 038 de 2021

Ambos dentro de los productos e espacio proyectado, planean el diseño e implementación de un proceso de formación para estudiantes y egresados del programa de LIMA, pero también se proyecta beneficiar a corto plazo a docentes que orientan matemáticas de la región, egresados y estudiantes de los programas de ciclos de formación complementaria de las Normales Superiores.

Este diplomado se desarrollará mediante seis módulos con un total 120 horas de clases, las cuales serán presenciales en ambientes apoyados con trabajo virtual y según las condiciones y orientaciones que para este tipo de cursos establezca la Universidad de Sucre en atención a los protocolos establecidos

2. JUSTIFICACIÓN

El papel del profesor y su incidencia en los procesos de formación matemática de los estudiantes es reconocido (Ball, Hill & Bass, 2005; ICSES, 2016), los profesores reorganizan y reconstruyen, adaptan, reestructuran o simplifican tanto el contenido como los objetivos instruccionales para adecuar el contenido matemático a las necesidades y requerimientos de los estudiantes. Esta gestión se realiza a partir de las experiencias que el profesor adquiere y desarrolla en dos momentos: durante la formación inicial - conocimientos y prácticas académicas institucionalizadas- y luego durante el ejercicio profesional mediante la práctica docente o profesional.

En este sentido la formación y actuación profesional del profesor, es particular, en el área de matemáticas es un tema de gran interés para la comunidad de educadores matemáticos y administradores de política educativa, tanto por los efectos que tiene su labor en la formación matemática de los estudiantes como por la mejora de procesos de enseñanza y aprendizaje ofrecidos en las instituciones educativas. Este interés está asociado con tensiones pragmáticas, puesto que, el objetivo de mejorar los procesos de enseñanza e aprendizaje de las matemáticas está en la base de cualquier esfuerzo de investigación e innovación (Godino, Bencomo, Fort & Wilhelm, 2006), pero mejorar la instrucción e impactar cambios en la

- Analizar los planteamientos del enfoque EOS y el modelo de CCDM, la incidencia que tienen en la enseñanza de las matemáticas y las prácticas de los profesores
- Aplicar sistemáticamente herramientas y técnicas y metodológicas para planificar y desarrollar clases y ambientes de enseñanza-aprendizaje en el área matemáticas
- Aportar instrumentos y técnicas de planificación que favorezcan mejores estrategias de enseñanza de las matemáticas
- Promover el desarrollo de prácticas reflexivas sobre la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas escolares.
- Realizar procesos de análisis didáctico sobre los aspectos involucrados en la planificación e intervención para la enseñanza de las matemáticas
- Proponer y utilizar criterios didácticos y procedimientos para valorar y mejorar los procesos de enseñanza de las matemáticas.
- Orientar la implementación de acciones didácticas que promuevan la investigación en el aula y la reflexión sobre las prácticas de enseñanza
- Diseñar tareas y planificaciones para enseñar matemáticas utilizando los criterios e indicadores de Idoneidad Didáctica

4. DIRIGIDO A:

- Licenciados en Matemáticas
- Estudiantes matriculado en 7º u 8º semestre del programa de Licenciatura en Matemáticas de la universidad de Sucre
- Estudiantes y egresados del ciclo de formación complementario de las Normales superiores
- Profesionales no licenciados en matemáticas que se desempeñan como profesores de matemáticas en la educación básica y media

5. REQUISITOS DE ADMISIÓN

1. Tener el perfil indicado para quienes está dirigido el diplomado
2. Diligenciar el formulario de inscripción, entregar los documentos requeridos por la oficina de postgrado y
3. Presentar el recibo o volante de consignación del valor de matrícula

6. CONTENIDOS ACADÉMICOS

Los contenidos académicos se organizan en ejes temáticos, temas y subtemas que son necesarios para el desarrollo de los objetivos establecidos en el curso, cada uno de los cuales está relacionada con los interrogantes que problematizan la dinámica metodológica del proceso de formación

Preguntas problematizadoras

- ¿Para qué la didáctica de las matemáticas y su función?
- ¿Cuáles son las principales perspectivas que orientan la enseñanza de las matemáticas?
- ¿Cuáles deben ser los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas?

- ¿Cuáles criterios debes considerar para tener una buena enseñanza de las matemáticas?
- ¿En qué consisten y cuáles son los principales aspectos del enfoque EOS y su modelo del conocimiento y las competencias didáctico-matemáticas?
- ¿Qué es un proceso de estudio y sistema didáctico?
- ¿En qué consisten los aspectos y acciones que se deben tener en cuenta al realizar un proceso de estudio?
- ¿Qué es el análisis didáctico y la idoneidad didáctica?
- ¿En qué consisten las competencias y criterios que ofrece el la acción de idoneidad didáctica en cada una de las idoneidades?
- ¿Por qué es importante considerar las significados en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?
- ¿Cuáles pasos deben seguirse para realizar un análisis didáctico?
- ¿Cómo valorar las diferentes idoneidades?
- ¿Cuáles elementos se deben tener en cuenta para planificar una clase?
- ¿Qué aspectos te hacen pensar que se ha planificado una buena clase?
- ¿Qué aspectos te permiten considerar que se ha desarrollado una buena clase?

Contenidos por módulos

Módulo/eje temático	Temáticas	No horas/% de exámenes
Módulo 1: Generalidades sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • Algunos aspectos relevantes sobre la didáctica de las matemáticas • Perspectivas teóricas sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en un marco tradicional • Análisis sobre la enseñanza de las matemáticas en un marco moderno e innovador 	30 hrs / 7
Módulo 2: Competencias y conocimientos del profesor de matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • El rol del conocimiento y competencias del profesor en sus prácticas de enseñanza • Competencias y conocimientos generales para profesores • Competencias y conocimientos para el profesor de matemáticas • Conocimientos y competencias propios per sí enfoque EOS y el modelo CCDDM 	10 hrs / 1
Módulo 3: Principios didácticos y orientaciones para la enseñanza de las matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • Principios didácticos en el currículo de matemáticas (fundamentos curriculares, estructura, derechos básicos) • Orientaciones para enseñar matemáticas según referentes internacionales (NTCM, PISA, ESO) 	10 hrs / 1

Trabajo presencial, espacio grupal para la socialización y confrontación de los productos obtenidos en el estudio individual generando una participación activa, que permita profundizar en los temas y aclarar dudas sobre las diferentes situaciones abordadas, mediante la realización de diversas actividades.

Las estrategias metodológicas para desarrollar se basarán en seminario, análisis de videos, estudio de casos, talleres, lecturas comentadas y mesas de discusión entre otras.

Para ofrecer espacios de acompañamiento y orientaciones a los estudiantes, se desarrollarán por cada módulo, sesiones de clases y asesorías virtuales y/o presenciales. En tal caso, el diplomado para cada módulo tendrá a su disposición un aula virtual de apoyo, donde los estudiantes y docentes interactúan mediante los compromisos asumidos como lecturas, talleres, informes y videos entre otros (se propone que cada módulo tenga una dedicación por parte del profesor orientado en lo virtual, de al menos el 40% del tiempo programado)

8. EVALUACIÓN

Para la evaluación de los aprendizajes dentro del diplomado se tendrán en cuenta el logro de las competencias y los desempeños de cada participante, además se consideran los siguientes criterios:

Criterios para evaluación y aprobación:

- Asistencia, permanencia y participación en las sesiones (haber cumplido al menos el 80% de asistencia)
- Solución y entrega de tareas y actividades desarrolladas en los módulos, a nivel individual y colaborativas (haber realizado al menos el 90% de las actividades programadas)
- Apreciación conceptual y metodológica de los principales elementos teóricos del curso (evidenciar con suficiencia oral, escrita y procedimental el dominio de las principales temáticas estudiadas)
- Trabajo central de curso: Propuesta de enseñanza (haber realizado el 100% de la propuesta de enseñanza asignada, incluida la planificación, intervención y análisis, entrega del documento y su sustentación)
- Socialización de trabajo del curso (presentación y sustentación del trabajo del curso)
- Para aprobar el diplomado debe acumular como mínimo una calificación de 3.5 en cada módulo sobre un máximo de 5. Además de realizar y sustentar el trabajo central del curso, que consiste en la realización un proceso de estudio (apoyados con la metodología de estudio de clase) que permita mejorar la enseñanza de algún objeto matemático a partir de la implementación de los herramientas que ofrece la idoneidad didáctica.

	<ul style="list-style-type: none"> • Las orientaciones y principios en el marco de la planificación de la clase en matemáticas 	
Módulo 4: El enfoque EOS y su modelo CCDDM	<ul style="list-style-type: none"> • Definiciones y aspectos teóricos • Estructura del EOS y el CCDDM • Herramientas y constructos • De la didáctica descriptiva y explicativa, a la normativa y prescriptiva • El proceso de estudio y la planificación de la enseñanza 	30 hrs / 7
Módulo 5: Análisis Didáctico y Diseño de Tareas para Enseñar Matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • El para qué del análisis didáctico • Análisis didáctico en el EOS • Diseño de tareas como acción de mejora en el contexto de la acción de idoneidad didáctica • Análisis didáctico como y la planificación de la enseñanza de las matemáticas. 	30 hrs / 3
Módulo 6: Idoneidad didáctica como herramienta para la mejora en la enseñanza de las matemáticas	<ul style="list-style-type: none"> • Planificar la enseñanza de las matemáticas en la perspectiva de la idoneidad didáctica • Análisis didáctico y procesos de estudio aplicando las herramientas de la idoneidad didáctica y su sistema de componentes e indicadores • Orientaciones para mejorar de la enseñanza de las matemáticas en la perspectiva de la idoneidad didáctica • Socialización de trabajo del curso 	30 / 3
		Total 120 horas / 12 sesiones

7. METODOLOGÍA

El diplomado ha sido diseñado bajo la metodología de módulos en una perspectiva teórico-práctica apoyados en escenarios virtuales de aprendizaje, y en cuyo desarrollo se consideran varios momentos y acciones de aprendizaje que pretenden fomentar y optimizar simultáneamente el trabajo individual y colaborativo, a fin de vincular los referentes conceptuales de cada participante con la discusión colectiva, para que en un punto de encuentro se llegue a la construcción grupal del conocimiento. El desarrollo metodológico y didáctico del diplomado, estará guiado por los principios orientadores de la metodología de estudio de Clases y la investigación acción reflexión, todo dentro del marco que propone el enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemático-EOS su modelo de competencia y conocimientos didáctico matemático-MCCDDM

En cuanto a los momentos de aprendizaje tenemos estudio independiente, que consiste en actividades previas para que los participantes puedan contar con referentes teórico-conceptuales que le permitan reflexionar sobre sus propios saberes y puntos de vida.

9. DOCENTES

El equipo de docentes que orientará el diplomado estará integrado por los profesionales que cumplen con el perfil y las competencias que la universidad de Sucre determina para este tipo de cursos.

10. FINANCIACIÓN

El diplomado en su primera cohorte, estará financiado en lo concerniente a la contratación de los docentes, con recursos de los proyectos de investigación:

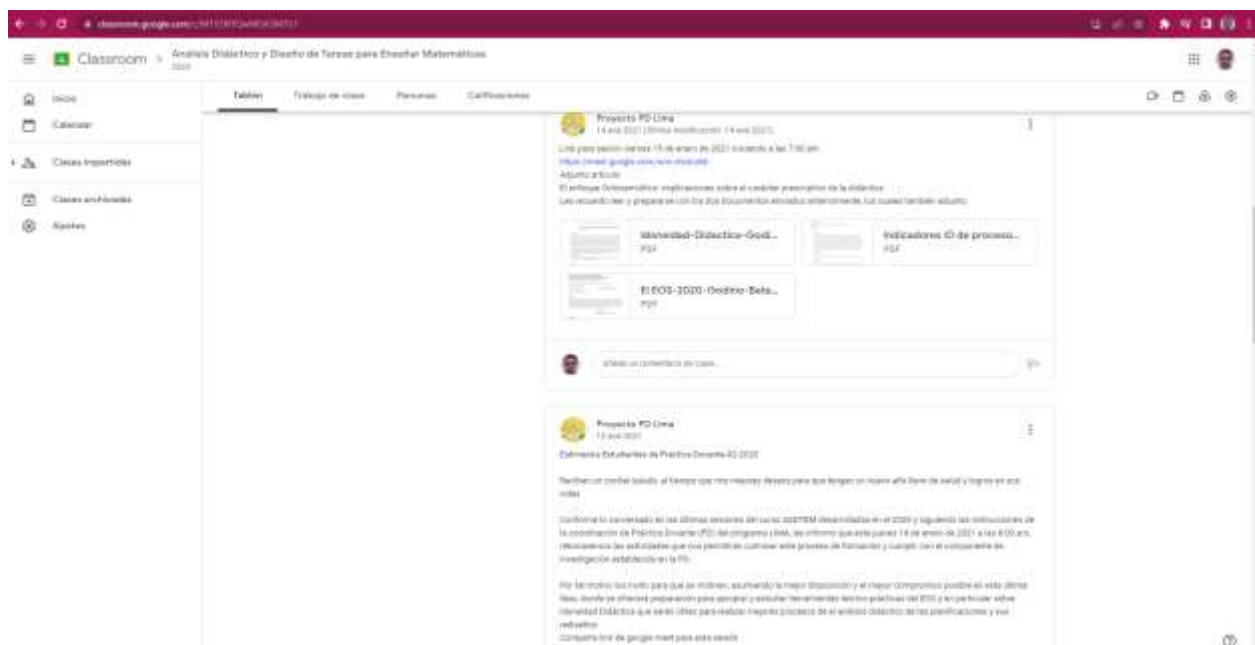
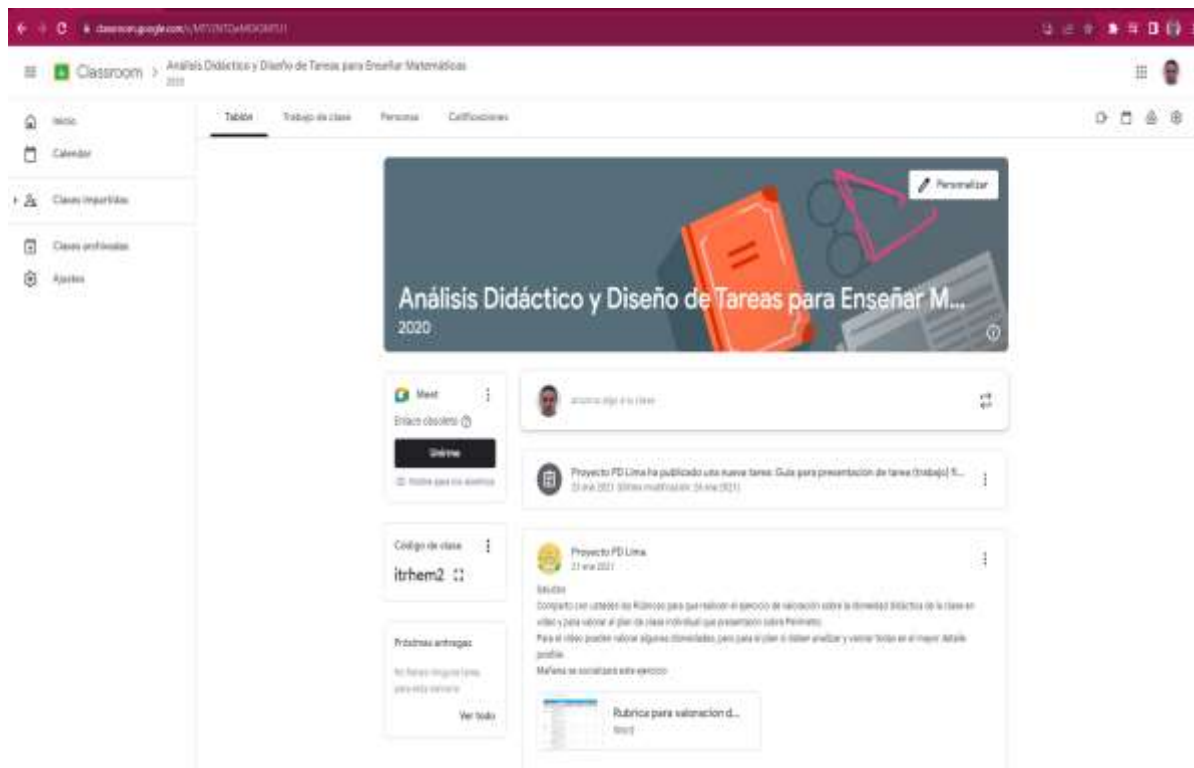
• ANÁLISIS DE LA PRÁCTICA DOCENTE DEL PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS EN LA PERSPECTIVA DEL MODELO DE CONOCIMIENTOS Y COMPETENCIAS DIDÁCTICO MATEMÁTICOS DEL PROFESOR APDOC-LIMA, aprobado por Consejo Académico mediante resolución No. 520 de 2020.

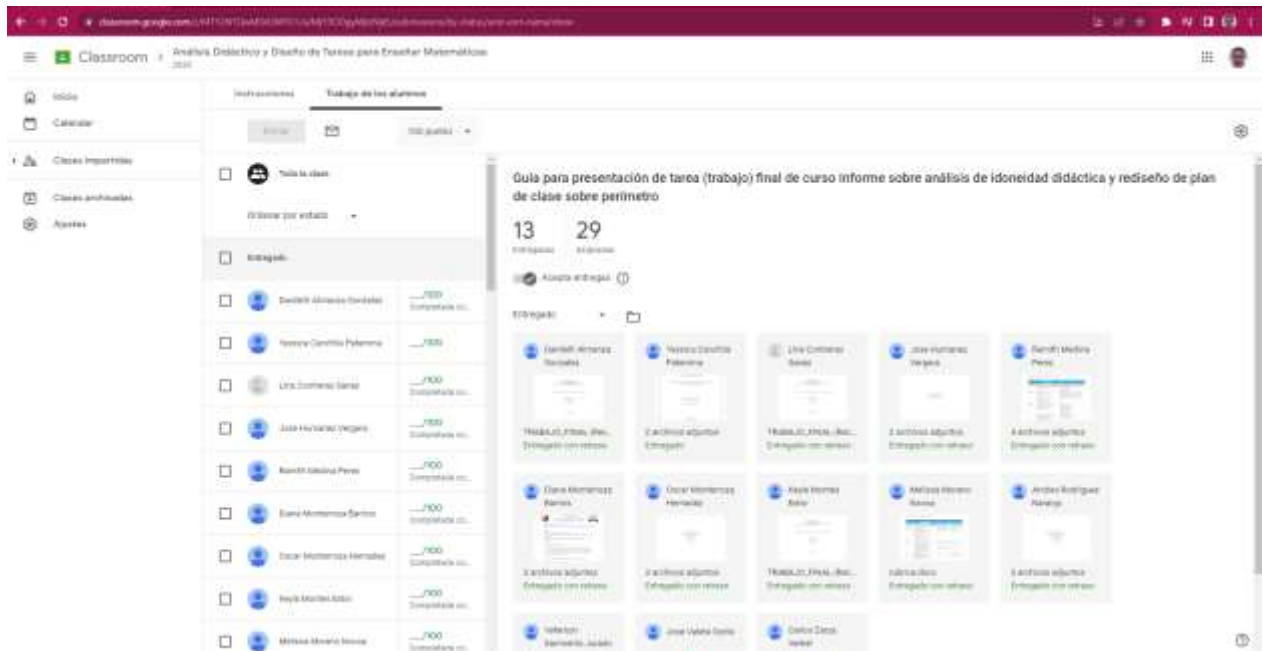
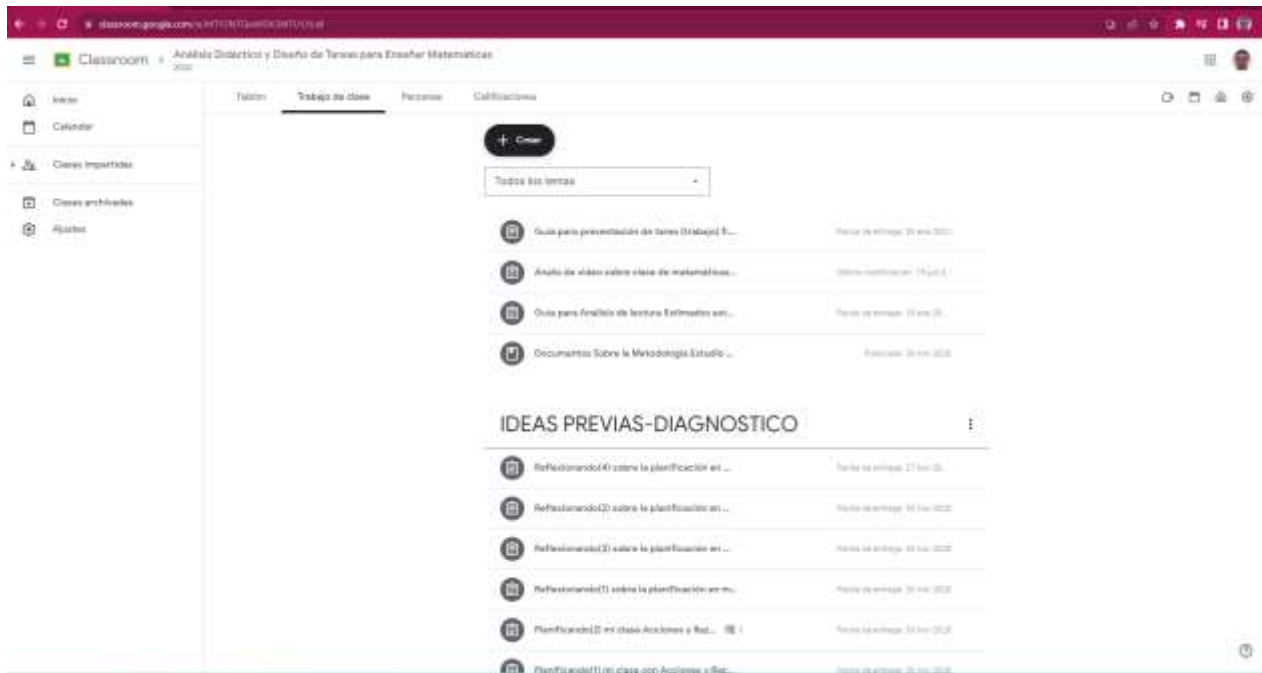
• LA COMPETENCIA DOCENTE DE ANÁLISIS DE IDONEIDAD DIDÁCTICA DESARROLLADA POR PROFESORES DE MATEMÁTICAS A PARTIR DE LA REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA- CDAID-LIMA, aprobado por Consejo Académico mediante resolución No.038 de 2021

Para las cohortes siguientes, la financiación corresponde al pago de matrículas según la Universidad lo tiene reglamentado

Propuesta de Diplomado elaborada por:
Mg. Juan Alberto Barboza Rodríguez
Docente categoría Asociado
Líder GI Proyecto Pedagógico
Investigador principal, Proyectos APDOC-LIMA y CDAID-LIMA

Anexo 6. Imágenes del aula Classroom organizada y utilizada en el desarrollo del curso ADDTEM





Anexo 7: Imágenes de algunos planes de clase diseñados y analizados**INSTITUCIÓN EDUCATIVA**

"ANTONIO LENIS"

Carrera 16B N° 28-36 Tel. 2821597 Telefax: (095)2813986

N Nit N°:892200156-5 Email: [REDACTED]

Sincelejo- Sucre

**LINK REUNIÓN GRUPAL:**

<https://drive.google.com/file/d/1jn5AdgWeaSMAJxOPqZAQD5tf2agimxQY/view?usp=sharing>

GRADO: 5°

TEMA: PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS

DOCENTE TITULAR: [REDACTED]

CEL:

[REDACTED]

DOCENTE EN FORMAACIÓN: [REDACTED]

CEL:

[REDACTED]

2. Horizonte del trabajo en el aula

ESTANDAR:

- Reconozco el uso de algunas magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, peso y masa, duración, rapidez, temperatura) y de algunas de las unidades que se usan para medir cantidades de la magnitud respectiva en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

COMPONENTE: PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

COMPETENCIA: RESOLUCION

APRENDIZAJE:

- Justifica relaciones entre superficie y volumen, respecto a dimensiones de figuras y sólidos, y elige las unidades apropiadas según el tipo de medición (directa e indirecta), los instrumentos y los procedimientos.

EVIDENCIA DE APRENDIZAJE:

- Determina las medidas reales de una figura a partir de un registro gráfico (un plano).
- Mide superficies y longitudes utilizando diferentes estrategias (composición, recubrimiento, bordeado, cálculo).
- Construye y descompone figuras planas y sólidos a partir de medidas establecidas.

Anexo 8. Imágenes de algunos planes de clase diseñados y analizados

- Realiza estimaciones y mediciones con unidades apropiadas según sea longitud, área o volumen.

NIVELES DE DESEMPEÑO

- Identifica el contorno de figuras planas regulares e irregulares.
- Construye estrategias para determinar la medida del contorno de figuras planas.
- Reconoce el proceso para hallar el perímetro.
- Resuelve problemas de su vida cotidiana aplicando las propiedades de perímetro.
- Formula situaciones problemas en su entorno utilizando el concepto de perímetro.
- Valora la opinión de los compañeros para la realización de las actividades grupales.

3. Descripción metodológica del trabajo en el aula

Se realizarán encuentros virtuales por medio de la plataforma Meet, a través del cual se orientarán las clases de manera sincrónica. Atendiendo al modelo pedagógico desarrollista adoptado por la institución.

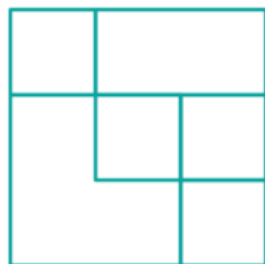
4. Inicio:

Se presentan los siguientes retos mentales para que todos lo intenten resolver, luego se aparta un espacio para que los estudiantes compartan las respuestas y los procedimientos aplicados, para su posterior explicación.

Razón: La idea es que los estudiantes desarrollen la habilidad de identificar, específicamente características de figuras planas y tridimensionales.

Reto # 1

¿Cuántos cuadrados hay en la figura?



Reto # 2

¿Cuál es la vista desde arriba de esta pirámide?



Como actividad introductoria, se presenta el video denominado "Pruebas de pista" el cual, está ambientado en una pista de fórmula 1. Un piloto está llevando a cabo el reconocimiento de la pista, la cual tiene forma de polígono irregular y se indican las medidas de la longitud (la pista se va a mostrar durante toda la animación desde una vista

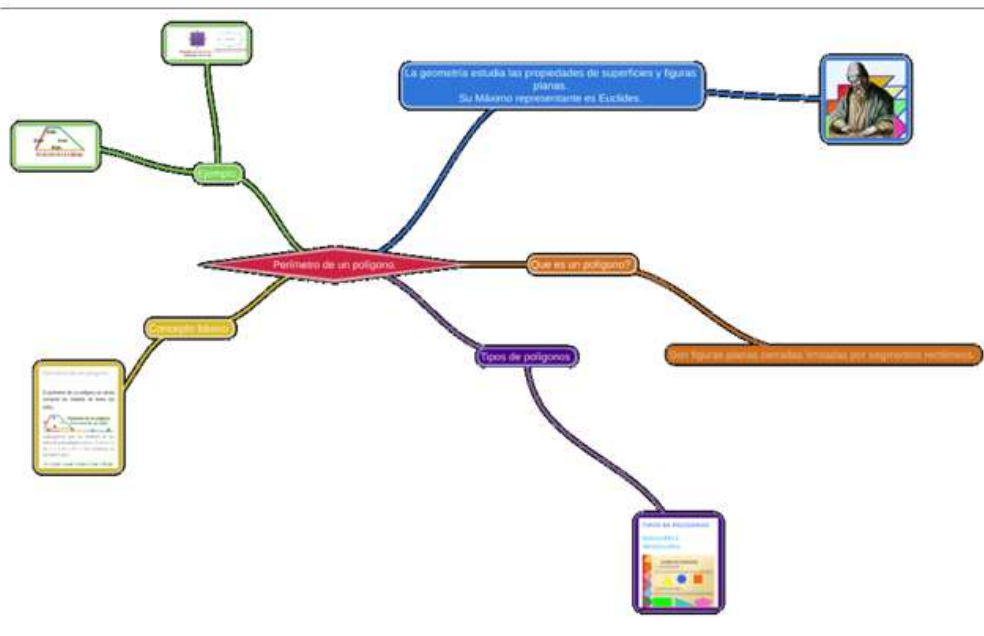
superior), al terminar el reconocimiento el piloto indica el total de la distancia recorrida y realiza la invitación para que los estudiantes trabajen en el material del estudiante. El objetivo de la animación es que los estudiantes observen de forma preliminar que toda figura tiene una medida de su contorno.

De este modo se abre el espacio para debatir las respuestas a las siguientes preguntas relacionadas a la animación. ¿Cuál fue la distancia total recorrida por el piloto? ¿Cómo determinaste la distancia del punto anterior?

Razón: *presentar de manera dinámica una situación problema retadora, relacionado con la temática a trabajar. Esto apoyado en la teoría de situaciones didácticas.*

5. Desarrollo de la clase:

Desarrollo temático concerniente al tema: perímetro de figuras planas, tomando que **EL PERÍMETRO DE UNA FIGURA PLANA** corresponde a la medida lineal de su contorno. Se calcula mediante la Adición de las medidas de sus lados.



Razón: *presentan la temática a trabajar de manera organizada a través de un diagrama, de tal manera que sea más fácil de incluir los nuevos conocimientos en las estructuras mentales.*

Se incluirán dentro de la consecución de la clase, 4 actividades prácticas (recurso interactivo), dirigidas por el docente y resueltas con la participación de estudiantes. Para organizar las participaciones se implementará una aplicación de sorteo, la cual aleatoriamente escogerá el nombre de un estudiante.

Razón: los estudiantes deben permanecer activos en el proceso de aprendizaje, por tal razón con la ayuda de la aplicación para seleccionar nombres aleatoriamente, se organizan las participaciones, además de ser motivación.

Actividad # 1: contorno de los polígonos

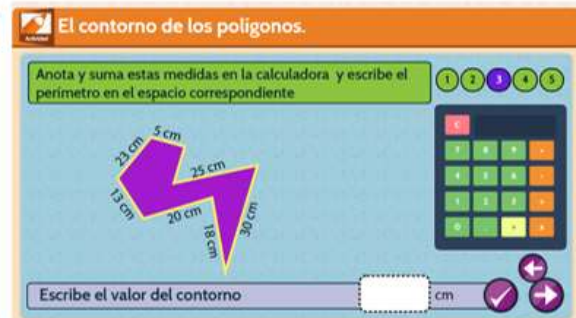
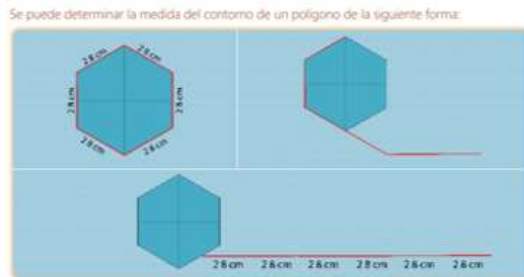
Se muestra a los estudiantes que es el perímetro de un polígono, teniendo en cuenta que los estudiantes ya tienen una noción de perímetro. Guiando de esta manera a los estudiantes a determinar qué tipo de operación matemática deben utilizar al momento de abordar el perímetro de una figura, así como la aplicación que tiene este en diferentes contextos.

Inicialmente se presentan figuras del entorno tales como una cancha de fútbol, el contorno de un colegio, la cabina de un camión vista desde uno de sus caras, el contorno de un automóvil, la arquitectura y arte de diversas estructuras; con la participación de los estudiantes se debe determinar a qué tipo de polígono apuntan estas imágenes dependiendo de opciones de polígonos mostradas.



Razón: para que los estudiantes identifiquen el contorno de figuras en imágenes.

Seguidamente se muestran polígonos tanto regulares como irregulares, al escoger uno de ellos se resaltan los lados y se alinean mostrando sus medidas y la sumatoria de estos. Al finalizar se muestra: “la suma de todas las medidas de los lados de un polígono se denomina **perímetro**” posteriormente se presenta una serie de polígonos a los cuales le deberán calcular el perímetro.



Razón: para que los estudiantes construyan inicialmente de manera práctica la noción de perímetro, luego se acerca a la definición oficial. De esta manera se tiene en cuenta el proceso de adquisición de nuevos conocimientos mediante asimilación y acomodación propuesto por Piaget.

Actividad# 2: perímetro del círculo

El docente les dice a los estudiantes que en la tabla de la parte 1 de esta actividad, se muestra una circunferencia y un círculo inicialmente, y en ambas figuras se muestra su centro. La idea es que el estudiante identifique el contorno como la circunferencia y el interior de ésta es como el círculo. También se muestra una tercera grafica que corresponde a una circunferencia con sus respectivas partes (centro, radio y diámetro). De esta manera se resuelven los siguientes puntos con la participación de los estudiantes.

Razón: del mismo modo se pretende que los estudiantes se acerquen inicialmente a la concepción de perímetro, específicamente en este caso al perímetro de un círculo.

The image displays four screenshots from a digital learning interface. The top-left screenshot, titled 'Observa', shows a circle with labels for 'Centro' (center), 'Circunferencia' (circumference), 'Radio' (radius), and 'Diámetro' (diameter). The top-right screenshot, titled 'Perímetro y área del círculo', shows instructions for drawing a circle and measuring its diameter. The bottom-left screenshot shows the formula for the perimeter of a circle: $C = 2\pi r = 2 \times 3,1416 \times 3\text{cm} = 18,85\text{cm}$, with a diagram of a circle with a 3 cm radius. The bottom-right screenshot shows a quiz with four questions about the center, diameter, and radius of a circle.

Actividad # 3: se invitará a los estudiantes a realizar una prueba online, por medio de la plataforma QUIZZZ. La dinámica de esta actividad consiste en jugar con los compañeros de clase, obteniendo puntos cada vez que se acierte una pregunta, al final se elegirán los ganadores a través de la tabla de puntuación que maneja el juego, paralelamente el docente podrá observar el desempeño de los estudiantes desde otra ventana. De esta manera el docente acompañara en la actividad práctica de los estudiantes, quienes competirán sanamente con sus propios compañeros.

Las preguntas contenidas en La actividad práctica son las siguientes:

- ¿Qué es el perímetro?
 - a) Es el contorno de una figura geométrica
 - b) Es la resta de sus lados de un rombo
 - c) Es multiplicar el largo de una figura

- ¿Cómo se calcula el perímetro de una figura?
 - a) dividiendo todos sus lados
 - b) sumando todos sus lados
 - c) restando y dividiendo todos sus lados
- Perímetro de un cuadrado cuyo lado es 3cm.
 - a) $P= 6\text{cm.}$
 - b) $P= 9\text{cm.}$
 - c) $P= 12\text{cm.}$
- Si un triángulo mide por lado 6 m. su perímetro es:
 - a) $P= 18\text{ m.}$
 - b) $P= 16\text{ m.}$
 - c) $P= 9\text{ m.}$
- Un pentágono mide por lado 3cm. ¿Cuánto es su perímetro?
 - a) $P= 13\text{ cm}$
 - b) $P= 21\text{cm}$
 - c) $P= 15\text{cm}$
- Si un hexágono tiene 4cm. de lado ¿Cuál es el perímetro?
 - a) $P= 34\text{ cm.}$
 - b) $P= 24\text{ cm.}$
 - c) $P=14\text{ cm.}$
- Si una ventana cuadrada mide por lado 20 cm. ¿Cuánto será el perímetro?
 - a) $P= 30\text{ cm.}$
 - b) $P= 40\text{ cm.}$
 - c) $P= 80\text{ cm.}$
- El perímetro de un triángulo es igual al perímetro de un rombo
 - a) Falso
 - b) Verdadero
 - c) Igual
- El perímetro de un cuadrado es igual al perímetro de un rectángulo
 - a) Verdadero
 - b) Falso
 - c) Igual

Razón: momento del saber hacer, practicar con los conocimientos adquiridos, de manera que desde la virtualidad pueda existir la conexión de jugar con los compañeros de clase, y a la vez aprender.

Link para acceder al juego:

<https://quizizz.com/admin/quiz/5f00cf74b16b5e001b8bc864/per%C3%ADmetro-de-figuras-planas>

Actividad # 4 de ejercitación: En virtud de la situación presentada a nivel mundial por la pandemia que nos acoge. Al momento de la clase vista, percibimos que no se ha podido trabajar de manera palpable con algunos objetos o figuras. De acuerdo a esto, tomar tres objetos del medio que te rodea, y por medio de algún instrumento de medición logra identificar la longitud de sus lados. Luego con papel y lápiz hallar su perímetro.

Por otra parte, teniendo en cuenta tus conocimientos y lo que comprendiste del tema. Observando el lugar en que te encuentras o un lugar del cual quieras hablar, proponer una situación problema donde se plantea el cómo puedes hallar esa longitud; ya sea de tu casa, de una calle, de una represa o cualquier lugar u objeto que esté en tu mente.

Para la siguiente sesión (clase) tendremos en cuenta esta actividad. Se tomarán dos estudiantes de manera voluntaria o al azar para hacer la respectiva socialización. De igual forma, se resolverán algunas inquietudes y dificultades presentadas al momento del desarrollo de la actividad.

Razón: teniendo en cuenta que la resolución y formulación de problemas es uno de los procesos generales de la matemática, se pretende desarrollar competencias a los estudiantes que le permitan formular situaciones problemas contextualizadas.

6. Cierre de la clase:

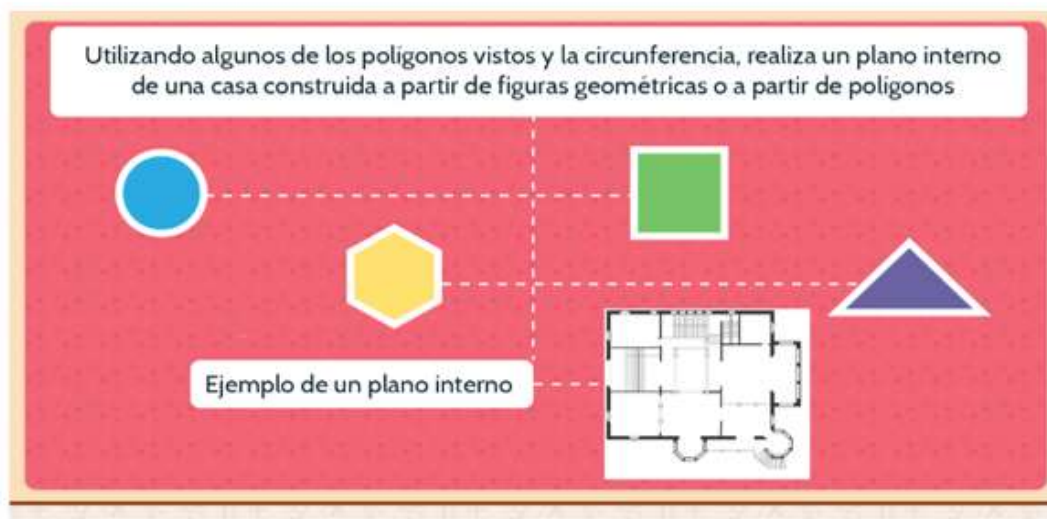
Con el objetivo de concluir todo lo trabajado, se presenta un video resumen presente en el siguiente link:

https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_5/M/M_G05_U02_L02/M_G05_U02_L02_04_01.html

Razón: resumir todo lo visto, de manera que los estudiantes comparen lo que tienen en sus estructuras mentales con el conocimiento.

De esta manera se propone el trabajo de la **Actividad # 5**, la cual contiene los siguientes puntos que intentaran resolver con ayuda de padres de familia:

- I. Con la ayuda de una cuerda, mide el contorno de objetos que encuentres en casa: mesa, televisor, computador, reloj, puerta, etc. De este modo utiliza la unidad de medida más apropiada para hallar el perímetro de la figura representada en cada objeto.
- II. Utilizando lo visto en clase, realiza el plano interno de tu casa, a partir de figuras geométricas, dibuja y mide el contorno para hallar el perímetro.



Razón: teniendo en cuenta el modelo desarrollista adoptado por la institución, se precisan actividades en las que los estudiantes aprendan y desarrollen competencias haciendo, practicando y acercándose a la realidad e interactuando con el contexto.

Además, para desarrollar los aprendizajes propuestos en el horizonte institucional, a desarrollar

Posteriormente se realiza la **Actividad # 6**, la cual consiste en realizar preguntas a los estudiantes, las cuales se escogerán aleatoriamente de un banco de preguntas con la ayuda de una aplicación de selección aleatoria, se espera la participación activa de los estudiantes en el conversatorio, en el que tendrá gran importancia la opinión personal de cada uno. Las preguntas dinamizadoras son las siguientes:

- ¿En las actividades socializadas cómo fue el desempeño de tus compañeros?
- ¿En qué actividades tuvieron más dificultades tus compañeros?
- ¿Qué aprendiste en la clase?
- ¿Cómo te sentiste en la realización de actividades?
- ¿Que valoras y que crees que se podría mejorar de la clase?
- ¿Que y como aplicarías lo aprendido en tu vida diaria?

Razón: *la evaluación siendo un proceso debe integrar la heteroevaluación, Coevaluación y autoevaluación, de esta manera se implementara una valoración integral, con el propósito de realizar seguimiento y mejora de los procesos de enseñanza aprendizaje*

7. **Recursos:** (Guías, plataformas digitales, talleres, videos, Juegos didácticos, dinámicas, regla, cartulina, tijeras).
8. **Evaluación:** siguiendo las directrices propuestas en el sistema de evaluación institucional, se evaluarán las dimensiones praxiológicas, cognitivas y actitudinales del estudiante.
9. **Reflexiones:**
10. **Anexos:**

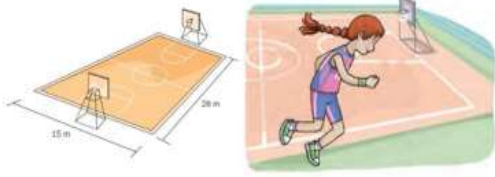








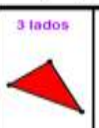
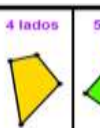
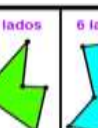
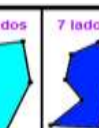










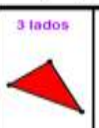
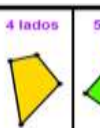
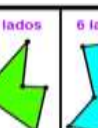
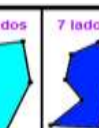










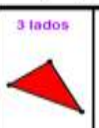
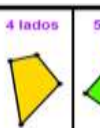
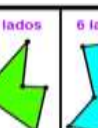
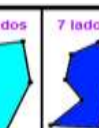


Link para acceder a ruleta de nombres aleatorios: <https://app-sorteos.com/es/apps/la-ruleta-decide>

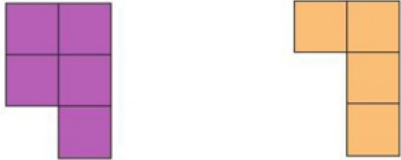
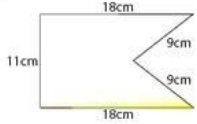
Link para acceder a las actividades interactivas:

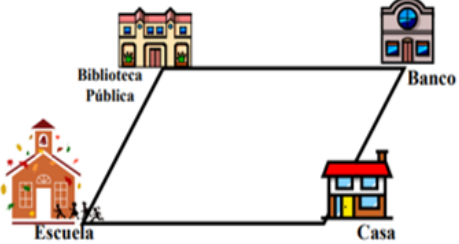
https://contenidosparaaprender.colombiaaprende.edu.co/G_5/M/M_G05_U02_L02/M_G05_U02_L02_03_01.html

Anexo 9: Imágenes de algunos planes de clase diseñados y analizados

Instrumento 1: Planificando mi clase, con acciones y razones		
Identificación del plan		
Docente en formación: [REDACTED]		
Docente titular: Juan A. Barboza R		
Área o asignatura: Matemáticas Grado: 5°		
Fecha: ----- N° Horas: 2 horas Tema:		
Perímetro de figuras planas.		
Estándar: Comprendo la definición de perímetro y la utilizo para resolver situaciones (Creación propia)		
Componente: Espacial métrico Competencia(s):		
Razonamiento y Resolución Aprendizajes:		
<ul style="list-style-type: none"> • Describir y argumentar acerca del perímetro y el área de un conjunto de figuras planas cuando una de las magnitudes se fija. • Resolver problemas utilizando diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes. 		
Evidencias de aprendizajes:		
<ul style="list-style-type: none"> • Reconocer en un conjunto de figuras planas aquellas que tienen igual área o igual perímetro. • Resolver problemas que requieran determinar área, perímetro o volumen conociendo las dimensiones de la figura y/o sólido o viceversa. 		
No.	Acciones-decisiones	Razones
1	INICIO Saludo de bienvenida y llamado a lista.	<ul style="list-style-type: none"> • Generar un ambiente de confianza y organización. • Verificar la asistencia.
2	Se propone como desempeños, reconozco en un conjunto de figuras planas aquellas que tienen igual perímetro y resuelvo problemas que requieran el uso del perímetro.	<ul style="list-style-type: none"> • Para que los estudiantes identifiquen que figuras distintas pueden tener el mismo perímetro. • Para incentivar el desarrollo de las competencias razonamiento y resolución, la toma de decisiones y establecer relaciones entre las matemáticas y la vida real.

<p>3</p>	<p>Presentar la situación problema en una cartelera: Durante la clase de educación física, el profesor le ha dicho a Sofía que le diera una vuelta alrededor de la cancha de Baloncesto. ¿cuántos metros recorrió Sofía en total?</p> 	<ul style="list-style-type: none"> • Explorar los saberes previos de los estudiantes y motivarlos hacia un nuevo aprendizaje. 														
<p>4</p>	<p>Se invita a los estudiantes a responder de manera voluntaria las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) ¿Habías escuchado antes la palabra perímetro? 2) ¿En qué situaciones la habías escuchado? 3) ¿Para ti qué es el perímetro? 4) ¿En qué situaciones podrías utilizar el perímetro? 	<ul style="list-style-type: none"> • Conocer qué sabe el estudiante sobre perímetro. 														
<p>5</p>	<p>Se da a conocer el concepto de polígono y sus formas representativas, tanto polígonos regulares e irregulares.</p> <p>El polígono es una figura cerrada que tienes varios lados, existen dos clases de polígonos entre ellos están: polígonos regulares e irregulares.</p> <p>POLÍGONOS REGULARES: Es una figura geométrica que tiene todos sus lados y ángulos iguales. Podemos clasificar los polígonos por número de lados, es decir:</p> <table border="1" data-bbox="250 1073 764 1283"> <tr> <td> 3 lados triángulo</td> <td> 4 lados cuadrado</td> <td> 5 lados pentágono</td> <td> 6 lados hexágono</td> </tr> <tr> <td> 7 lados heptágono</td> <td> 8 lados octágono</td> <td> 10 lados decágono</td> <td> 12 lados dodecágono</td> </tr> </table> <p>POLÍGONOS IRREGULARES: Son las figuras geométricas que tienen todos sus lados y ángulos diferentes.</p> <table border="1" data-bbox="250 1367 764 1524"> <tr> <td> 3 lados triángulo</td> <td> 4 lados cuadrilátero</td> <td> 5 lados pentágono</td> <td> 6 lados hexágono</td> <td> 7 lados heptágono</td> <td> 8 lados octógono</td> </tr> </table>	 3 lados triángulo	 4 lados cuadrado	 5 lados pentágono	 6 lados hexágono	 7 lados heptágono	 8 lados octágono	 10 lados decágono	 12 lados dodecágono	 3 lados triángulo	 4 lados cuadrilátero	 5 lados pentágono	 6 lados hexágono	 7 lados heptágono	 8 lados octógono	<ul style="list-style-type: none"> • Se comparte dicho concepto para que los estudiantes recuerden sobre las clases de polígono y sus características, ya que en el desarrollo de la clase se utilizará dichas figuras.
 3 lados triángulo	 4 lados cuadrado	 5 lados pentágono	 6 lados hexágono													
 7 lados heptágono	 8 lados octágono	 10 lados decágono	 12 lados dodecágono													
 3 lados triángulo	 4 lados cuadrilátero	 5 lados pentágono	 6 lados hexágono	 7 lados heptágono	 8 lados octógono											

6	<p>Se presenta la definición de perímetro.</p> <p>El perímetro es la medida del contorno de una figura. Es decir, la suma de las longitudes de sus lados. Dos o más figuras pueden tener el mismo perímetro, aunque su forma sea diferente.</p>  <p>Las dos figuras tienen 10 unidades de perímetro.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Compartir la definición de perímetro para que los estudiantes verifiquen si tenía o no idea de lo que es perímetro y qué tan lejos o cerca estaban de la definición. • De igual modo es importante brindar el contenido disciplinar a desarrollar para que se trabaje con una misma definición y evitar ambigüedades o errores conceptuales.
7	<p>A continuación, se mostrará dos ejemplos para ampliar el concepto anterior.</p> <p>Ejemplo #1 Halla el perímetro de la siguiente figura irregular.</p>  <p>Solución: Se halla el perímetro de dicha figura sumando todas las longitudes de su contorno o sumando todas las medidas de sus lados, es decir: $P = 11\text{cm} + 18\text{cm} + 9\text{cm} + 9\text{cm} + 18\text{cm}$ $P = 65\text{cm}$ Respuesta: El perímetro de la figura anterior es 65cm.</p> <p>Ejemplo #2:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • La explicación de estos ejemplos va a ayudar a los estudiantes a entender un poco más la definición y el procedimiento a ejecutar. • El ejemplo con la situación problema tiene como objetivo ir desarrollando la habilidad de interpretar o modelar la situación, llevando el problema a nuestra vida diaria y así se les facilite llegar a la solución esperada.

	<p>Problema matemático: Elena tiene un hijo que va a la escuela, de la casa a la escuela hay 1000 metros. Esa, también, es la distancia entre la Biblioteca Pública y el Banco. El jueves va por su hijo a la escuela, pero, después irán a la Biblioteca Pública, que quedan a 500m de la escuela. Al salir de la Biblioteca Pública deben ir al Banco, para luego ir a la casa. La disposición de tales edificios es así: Este ejercicio será realizado en clase con la ayuda de los estudiantes y la solución que a continuación se muestran es a la que deberían llegar.</p>  <p>a. El camino que Elena va a recorrer tiene forma de un cuadrilátero, ¿cómo se llama ese cuadrilátero? Respuesta: Es un paralelogramo</p> <p>b. Calcule el perímetro del cuadrilátero descrito. Solución: $P = 1000m + 500m + 1000m + 500m$ $P = 3000m$ Respuesta: El recorrido que hace Elena para llegar a su casa es de 3000 metros.</p>	
8	<p>Se presentan ejemplos de calcular perímetro, entre ellos calcular el perímetro del tablero</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Comprender la definición. • Que los estudiantes puedan aclarar dudas o por si no entienden la definición.
	<p>Realización del taller #1 (Verificamos las respuestas con la aplicación Geometría Calculadora) Indicaciones a seguir para la entrega y socialización del taller:</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Verificar la comprensión del concepto y desarrollar los desempeños propuestos. • Incentivar el trabajo en equipo.

9	<ol style="list-style-type: none"> 1. Deberán conformar 7 grupos de 4 integrantes, saliendo dos grupos de 5 estudiante para la realización del trabajo, ya que hay 30 estudiantes matriculado. 2. La actividad será entregada de forma escrita. 3. Se escogerá un estudiante al azar de cada grupo utilizando una ruleta en PowerPoint, que será proyectada por medio un video beam para que socialice un punto escogido por el docente. 4. Al finalizar la actividad se dará un espacio para que puedan preparar una presentación en cartulina del ejercicio asignado por el docente y posteriormente ser socializado. 5. Tiempo de socialización 5 minutos. 	<ul style="list-style-type: none"> • Implementar el uso de las TIC'S • Se debe compartir a los estudiantes las indicaciones a seguir para que se puedan guiar y tengan claro el comienzo y el final de actividad. • Con las indicaciones se fomenta la buena disciplina en el aula y ayuda a que los estudiantes se concentren en el trabajo impidiendo cualquier factor de distracción que impidan el buen desempeño de los estudiante.
	<ol style="list-style-type: none"> 1. Construir en el geoplano figuras que tenga el mismo perímetro que las de muestra, posteriormente dibujarla en el cuaderno. 	<ul style="list-style-type: none"> • Por la importancia del uso de material concreto. • Reconocer que existen figuras con distintas formas, pero que tienen igual perímetro.
	<ol style="list-style-type: none"> 2. Calcular perímetro de figuras planas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Ejercitación y afianzamiento.
	<ol style="list-style-type: none"> 3. Calcular el perímetro de la parte restante de una figura que se le ha recortado un cuadrado. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resolver situaciones que requieran el uso de perímetro. • Reconocer propiedad de polígonos regulares

	4. Calcular la longitud de los lados de polígonos regulares teniendo en cuenta su perímetro.	
	5. Resolver situación de la vida real y cálculo de perímetro de objetos del entorno.	<ul style="list-style-type: none"> Contextualizar situaciones para la comprensión de la definición de perímetro y su utilización.
10	Socialización del taller.	<ul style="list-style-type: none"> Compartir las soluciones a los ejercicios propuestos en el taller. Aclarar dudas
11	Propuesta de actividad en casa.	<ul style="list-style-type: none"> Reforzar lo visto en clase y vincular a los padres o acudientes en el proceso de aprendizaje.
12	Se invita a la reflexión y evaluación de la clase respondiendo las siguientes preguntas: ¿Cómo te pareció la clase? ¿Qué dificultades y qué fortalezas tuviste durante el desarrollo de las actividades?	<ul style="list-style-type: none"> Para tener en cuenta lo que sienten los estudiantes para así mejorar procesos de enseñanza y diseños de actividades.
13	<p>EVALUACIÓN</p> <p>Se tendrá en cuenta cada avance que tengan los estudiantes es post a mejorar la adquisición de sus conocimientos. En este sentido, se evaluará durante toda la clase el desempeño y la actitud con la que trabaje cada estudiante el desarrollo de las actividades propuestas.</p> <p>Para llevar a cabo la evaluación, se tendrá en cuenta los siguientes criterios:</p> <ul style="list-style-type: none"> Apuntes en el cuaderno completos, caligrafía y ortografía. Organización y desenvolvimiento en la clase: forma de trabajar en grupo e individual. Presentación de la actividad: Se va tener en cuenta los recursos o materiales que utilizan, organización, participación y el manejo del lenguaje apropiado al exponer. Se evaluará de forma grupal e individual. Plantea estrategias para resolver los problemas que surgen en el desarrollo de la clase. Se valorará el hecho de tener materiales y recursos para el desarrollo de la clase. 	<ul style="list-style-type: none"> Verificar los conocimientos obtenidos por los estudiantes. Valorar la actitud y disposición de los estudiantes durante el desarrollo de la clase.

	<ul style="list-style-type: none"> Muestra apropiación del tema y se desenvuelve en el cálculo del perímetro de figuras planas. Resuelve situaciones problemas que requieran el uso del perímetro. Tiene en cuenta propiedades de figuras y cuerpos geométricos necesarios para calcular su perímetro. <p>Evidencias de evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> Evaluación de las actividades propuestas (taller #1) Participación activa en clases (anotación en la lista de seguimiento en la que estarán los nombres de todos los estudiantes). <p>Auto-evaluación:</p> <p>Para este proceso se plantearán las siguientes preguntas y una rúbrica de auto-evaluación.</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué he aprendido sobre perímetro? ¿Cómo lo he aprendido? ¿Cómo lo puedo mejorar? ¿Qué me resultó fácil y qué me resultó difícil? ¿Para qué sirve lo aprendido? 	
--	--	--

Bibliografía:

Libro de matemáticas 5° Santillana

Ministerio de educación. (2006). *Estándares básicos de competencia en matemáticas*. Bogotá.

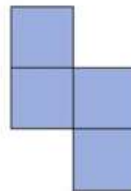
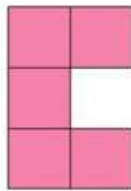
Ministerio de educación. *Matriz de referencia matemáticas*. Bogotá.

<https://www.compartirpalabramaestra.org/matematicas/materiales-y-recursos-para-el-tema-de-perimetro>

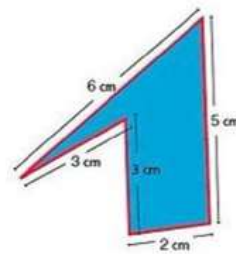
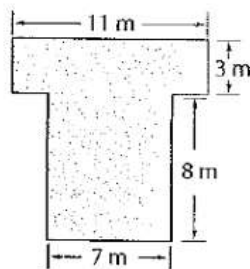
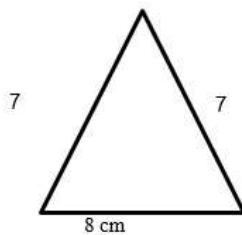
Recursos: Cartelera, geoplano, taller, marcadores, tablero, borrador, dispositivo tecnológico.

Anexos**Taller #1**

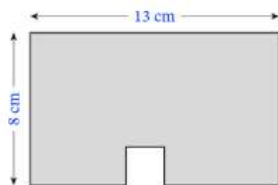
1. En cada caso construye en el geoplano una figura que tenga el mismo perímetro que la de la muestra, luego dibújala en tu cuaderno.



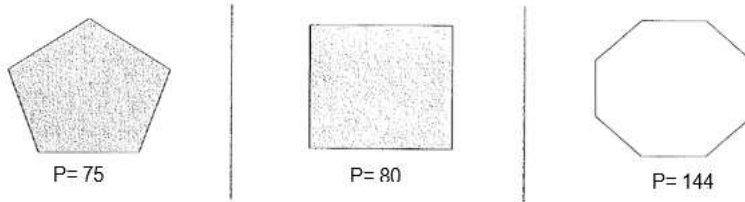
2. Calcula el perímetro de cada figura



3. La figura siguiente muestra un rectángulo del que se ha recortado un cuadrado de 2 cm de lado. Calcula el perímetro de la parte restante.



4. Calcula la longitud del lado de cada polígono regular. Ten en cuenta su perímetro



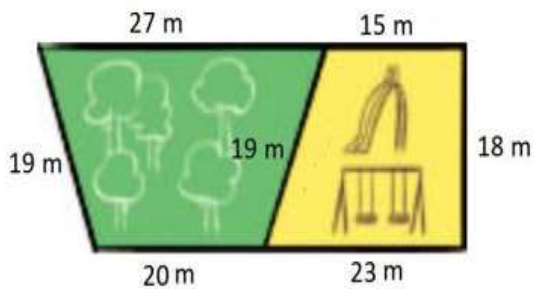
5. A.) El señor Ramiro debe cercar un terreno como el que muestra la figura. ¿cuánto alambre necesita?



B.) Con ayuda de la regla, calcula el perímetro de la base del geoplano, de las libretas de matemáticas de sus compañeros y del espaldar de sus sillas.

Taller #2.

1. Un campo tiene forma de pentágono y sus lados miden 12 m, 9 m, 10 m, 7 m y 5 m. Le vamos a poner una valla alrededor. ¿Cuántos metros de valla necesitamos?
2. Este es un croquis del parque que va a construir el ayuntamiento de una ciudad.



- a) ¿Cuál es el perímetro de la zona verde? ¿Y del parque infantil?
 - b) ¿Cuántos kilómetros caminamos si damos 5 vueltas al parque?
3. Con ayuda de tus papás o acudientes calcula el perímetro de los siguientes objetos de tu casa, realiza un dibujo de ellos con sus respectivas medidas.
 - a) La mesa
 - b) Televisor
 - c) Celular de tu papá