

Sector informal como amortiguador del ciclo económico: el papel de la aversión a la pérdida

**Wilman Gómez M.
Cristian Castrillón G.
Jaime Montoya A.**

El presente artículo es resultado del compromiso con del programa inclusión productiva y social: programas y políticas para la promoción de una economía formal, código 60185 del Programa Colombia Científica – Alianza EFI– Economía Formal Inclusiva



**UNIVERSIDAD
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

**FACULTAD DE CIENCIAS
ECONÓMICAS**

**DEPARTAMENTO DE
ECONOMÍA**

Medellín - Colombia

Comité editorial:

Carlos Andrés Vasco Correo M.Sc
Ramon Javier Mesa Callejas



© Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Antioquia. 2021

Jair Albeiro Osorio Agudelo
Decano de Facultad

Ramon Javier Mesa Callejas
Jefe de Departamento de Economía

Carlos Andrés Vasco Correa
Director Revista Lecturas de Economía.

*Sector informal como amortiguador del ciclo económico: el papel de la aversión a la pérdida**

Wilman Gómez M.[†]
Cristian Castrillón G.[‡]
Jaime Montoya A.[§]

Introducción. – I. Literatura – II. Un modelo DSGE con aversión a la pérdida e informalidad laboral – III. Calibración y resultados de estado estacionario – IV. Simulaciones y dinámica transicional – V. Conclusiones. – Referencias – Anexos

Resumen

Este trabajo presenta la aversión a la pérdida como el mecanismo de transmisión mediante el cual los agentes recurren al mundo informal para amortiguar la pérdida de bienestar que sufren las familias durante una recesión. Si bien no busca determinar las causas ya bien conocidas de la informalidad, la asume como un hecho estructural de largo plazo y trata los aumentos de la informalidad laboral y productiva como una reacción de racional de escampadero de corto plazo que brinda alternativas de ingreso para quienes son expulsados del mundo formal, en espera de una recuperación económica que los reconecte nuevamente con el mundo formal. La estructura analítica del modelo construido en este trabajo permite no solo capturar la interacción entre el mercado laboral formal y el informal, sino también la interacción ente los sectores productivos de ambos mundos. Los parámetros del modelo se calibran con datos para la economía colombiana tomados de cuentas nacionales y de GEIH. Los resultados de la calibración permiten conocer el tamaño de la economía informal en variables como capital, consumo, inversión, salarios, PIB, así como sus mediciones análogas en el mundo formal.

* Los autores agradecen al Programa Colombia Científica – Alianza EFI por el apoyo financiero del programa inclusión productiva y social: programas y políticas para la promoción de una economía formal, código 60185, que conforma la Alianza EFI – Economía Formal Inclusiva, bajo el Contrato de Recuperación Contingente No FP44842-220-2018. Agradecen también los aportes de Mariana Londoño (estudiante avanzada del programa de economía de la Universidad de Antioquia), la revisión y comentarios de Eduardo Bustamante y los comentarios y sugerencias de los asistentes al Seminario del Departamento de Economía de la Universidad de Antioquia. Cualquier error y omisión es de estricta responsabilidad de los autores.

[†] Profesor Departamento de Economía Facultad de Ciencias Económicas Universidad de Antioquia, wilman.gomez@udea.edu.co, Director Grupo de Macroeconomía Aplicada

[‡] Profesor Departamento de Economía Facultad de Ciencias Económicas Universidad de Antioquia, cristian.castrillon@udea.edu.co

[§] Profesor Departamento de Economía Facultad de Ciencias Económicas Universidad de Antioquia, jaime.montoyaa@udea.edu.co

Los ejercicios de impulso respuesta mostraron dos comportamientos interesantes: i) los choques negativos sobre el mundo formal (una recesión) generan un auge (vía reasignación de recursos de inversión y trabajo) en el mundo informal, pero dado que su tamaño es sustancialmente menor con respecto al formal, no logra amortiguar completamente la caída de la economía en su conjunto; ii) cuando la economía recibe un choque positivo en el sector informal, se genera un auge de consumo, trabajo, inversión y generación de ingreso en este sector, pero a costa del detrimento del sector formal, de nuevo resultado de una reasignación factorial.

Palabras clave: Informalidad, ciclos económicos, aversión a la pérdida, suavización del ciclo, reasignación factorial, estimación bayesiana, PIB informal.

Abstract

This work shows loss aversion as the transmission mechanism by which the agents go to the informal market to dampen the loss of wellbeing suffered by families as they go through a recession. Although the aim of this work is not to determine the well-known causes of informality, it assumes it as a structural fact in the long run and treats the increases of labor and entrepreneurial informality as a reaction to a rainy day in the short run that offers income alternatives to those who were expelled from the formal world, while waiting for an economic recovering which reconnect them to the formal world. The analytical structure of the model built in this work allows not only capturing the interaction between formal and informal market, but also the interaction between productive sectors in both worlds. The parameters of the model are calibrated and estimated from data for the Colombian economy taken from national accounts and GEIH. Calibration results allow to know the size of the informal economy by means of variables as physical capital, consumption, investment, wages, GDP as well as their analogs measurements for the formal world. Impulse response simulations showed two interesting behaviors: i) negative shocks on the formal sector (a recession) generate a boom (by means of investment and labor resource reallocation) in the formal world, but given its small size compared to the formal sector, it cannot completely dampen the fall in the economy as a whole; ii) as the economy is positively shocked in the informal sector, a boom is generated in consumption, labor, investment and income generation in the sector, but generating a detriment in the formal sector, again as a result of factor reallocation.

Key words: Informality, business cycles, loss aversion, cycle smoothing, factor reallocation, Bayesian estimation, informal PIB.

Clasificación JEL: E26, E32

Introducción

La informalidad en el empleo y en la operación empresarial son variables de interés en todos los países sin importar su estadio de desarrollo o nivel de ingreso. Su existencia no solo es un fenómeno de interés para los economistas, sino también para los ciudadanos y empresarios pues un indicador de calidad de los gobiernos y de las políticas de empleo, es la cifra de empleo conjuntamente con la proporción de informalidad presente en este. Diversos trabajos se centran en la definición de informalidad tanto empresarial y laboral y se puede encontrar un amplio rango de definiciones y mediciones de la misma (Castrillón, Gómez y Montoya (2023a y 2023b) y Camargo, Ramírez, Torres y López (2023) presentan una revisión muy interesante de estos aspectos), sin embargo, pueden encontrarse rasgos comunes que nos permiten proponer una definición de informalidad para empresas y trabajadores y por tanto emprender un ejercicio de modelación entendible, tratable y sobre todo compatible con los datos de que se disponen para la mayoría de las economías. De esta manera, y de acuerdo con lo convencional de la literatura, se entenderá por informalidad como el conjunto de actividades que toma lugar fuera del sector burocrático y establecimientos privados (Hart, 2008). La economía informal es aquella que produce bienes legales, pero no cumple o satisface las regulaciones gubernamentales (Ihrig and Moe, 2004). También se puede entender la economía informal como todas las actividades económicas que contribuyen al producto interno bruto calculado de forma oficial (observado) pero que actualmente no son registrados (Schneider and Enste, 2013).

Aceptando que la informalidad empresarial es una situación en la cual las unidades productivas no pagan impuestos, no dan cubrimiento de seguridad social a sus empleados, no acceden al mercado de crédito formal y no enfrentan ningún tipo de costos de ajuste, en este trabajo se construye un modelo de dos sectores uno de empresarios formales y otro de empresarios informales. Por su lado, los individuos (las unidades familiares) tienen un pie en la formalidad y otro en la informalidad y son por tanto el nodo central de una especie de mercado de dos lados: provee oferta de trabajo y de financiamiento al sector formal de la economía por un lado y desarrolla actividades productivas, de acumulación capitalista y de trabajo en el mundo informal, de hecho, de acuerdo con la Conferencia Internacional de Estadísticos del Trabajo (CIET), (2003) identificó los negocios informales como pequeños y familiares o que son dirigidos por un solo empresario. Esta estrategia de modelación, entre otras cosas, posibilita capturar el papel que tiene el sector informal como bisagra que une el mundo legal (formal) y el ilegal. Otro resultado de interés es la posibilidad de estimar no solo el PIB de la economía informal sino también su stock de capital acumulado lo cual es otro avance con respecto a la literatura sobre informalidad que supone que el PIB informal es generado únicamente con trabajo. Por último, el elemento tal vez más novedoso es la caracterización de la informalidad como recurso de suavización del ingreso, del consumo y por tanto del bienestar ante choques adversos del ciclo económico, esto último se logra modelando una función general de prospectos. En las secciones siguientes de este trabajo se presenta un modelo DSGE con aversión a la pérdida en una economía dual, seguidamente se presenta una sección con los resultados de calibración y estado estacionario, además de la estimación de los parámetros con métodos bayesianos, una tercera sección presenta los

resultados de los ejercicios de impulso respuesta y dinámica transicional, y por último las conclusiones.

I. Literatura

Los trabajos sobre ciclos económicos e informalidad son diversos y en particular se encuentra una cantidad de ellos en la metodología DSGE bastante interesantes que abordan diferentes áreas de interés. Sobre estos y lo que podríamos llamar una tipología de modelos DSGE e informalidad, Fernández (2015) y Shapiro (2013) ofrecen revisiones interesantes y amplias de esta literatura, pero vale la pena mencionar los trabajos que han centrado su análisis en economías pequeñas y abiertas con sector formal y sector informal, con el fin de analizar no solo los efectos sobre la variabilidad agregada de las variables a lo largo del ciclo, ante la exposición a choques externos (de comercio por ejemplo) sino también para conocer la capacidad del sector informal de absorber los desbalances del mercado formal y por tanto su efecto de amortiguación de los períodos de desempleo y de reducciones del consumo y la inversión; Restrepo-Echavarría (2014)).

Los modelos de corte estructural como los modelos DSGE atienden no solo interés por modelar los comportamientos de las variables clave de la informalidad y su relación con las variables del mundo formal, sino también, se ocupan de en alguna medida poder medir, aunque de manera indirecta, la informalidad, como Elgin et al. (2019). Lambert et al. (2020) presentan un modelo DSGE calibrado para Colombia en el cual incluyen fricciones del mercado de trabajo para medir la respuesta cíclica de la economía ante choques, el análisis contempla tres escenarios (a) la situación actual de Colombia, (b) una Colombia con un mercado laboral más flexible (menores costos de entrada para las empresas, impuestos laborales y costos de contratación), y (c) una Colombia con mayor productividad en el sector formal (TFP). Se demuestra que para lograr la misma reducción en la informalidad laboral que se obtiene con un incremento del 25% en la productividad laboral del sector formal, es necesario reducir en un 50% todas las fricciones del mercado laboral. Esto subraya que, aunque ambos canales son fundamentales, las reducciones en la informalidad estarán siempre limitadas si no se logran mejoras en la productividad.

Ahmed et al. (2012) desarrollan un modelo DSGE para la economía pakistaní, que refleja las características económicas clave de esta economía por lo cual el modelo incorpora la informalidad en los mercados de trabajo y de productos como primer acercamiento. Una vez calibrado el modelo se estudia la respuesta ante tres tipos de choques: en tecnología, aumento del gasto y choques en la tasa de interés. Los resultados obtenidos son teóricamente sólidos y coinciden con los patrones presentes en la literatura existente, en particular, los efectos de desplazamiento sobre la inversión privada son significativos, mientras que los efectos de contagio de los choques en la economía informal son relativamente modestos, sugiriendo que la economía informal podría actuar como un amortiguador frente a los choques.

Para el caso de México el empleo informal juega un papel crucial en explicar por qué el empleo total presenta menor ciclicidad y variabilidad en comparación con Canadá, una economía desarrollada con tasas mucho más bajas de informalidad. Fernández y Meza (2015) construyen un modelo de ciclo económico para una pequeña economía abierta, que incluye los dos mercados y es calibrado para esta economía. Teóricamente, el modelo muestra que la introducción del mercado laboral informal amplifica los efectos de los choques de productividad. Además, se subraya la importancia de una correcta medición de la actividad económica informal para comprender la variabilidad en la actividad económica agregada.

Siguiendo el modelo propuesto por (Fernández y Meza, 2015), Coçkun, 2022 incluye los costos de ajuste laboral (Labour Adjustment Costs) en el análisis. La inclusión de las LACs busca reflejar o captar las penalizaciones o costos que se asumen al ajustar la mano de obra debido a la existencia de leyes de protección del empleo aplicables en estas economías. Posteriormente, se examina el efecto de los cambios en el grado de protección del empleo sobre el empleo informal y los ciclos económicos en las economías de mercados emergentes (EMEs), y en qué medida el empleo informal actúa como un amortiguador para el mercado laboral frente a choques adversos.

También se encuentran empíricos como (Restrepo-Echavarría, 2014) donde se explica que cómo la volatilidad relativa del consumo en comparación con el PIB se ve afectada por la presencia de una economía sumergida y la cuantifica en un modelo DSGE de dos sectores con bienes de consumo formales e informales. Se encuentra que incluir la economía informal explica la volatilidad relativa del consumo.

El estudio de (Horvath, 2018) documenta una relación positiva entre la volatilidad relativa del consumo y el tamaño de la economía informal, destacando que gran parte de este sector permanece sin ser medido. En este estudio también encuentran que los agentes tienden a sustituir el consumo formal por el informal, invirtiendo menos en el sector formal y dedicando más trabajo al sector informal. Además, un incremento en las tasas de interés eleva los costos de endeudamiento para las empresas formales, lo que reduce las horas trabajadas y la producción en ese sector. De esta manera el estudio sugiere que la razón principal por la cual las economías emergentes se enfrentan a una mayor volatilidad del consumo con relación al producto es debido a la presencia de un considerable sector informal sin medir.

De manera similar en (Ferreira-Tiryaki, 2008) se muestra que países con economías informales considerables también tienen una tendencia a experimentar fluctuaciones más pronunciadas en la actividad económica. El método empleado para medir esta relación se basa en el método generalizado de momentos y es aplicado a una muestra considerable de países divididos por nivel de ingresos, se utilizan variables instrumentales que reflejan las características institucionales de los países. Se concluye que la volatilidad del componente cíclico del producto, la inversión y el consumo aumenta a medida que crece la participación de la economía informal. Adicionalmente, se señala que, debido al tamaño de las firmas del sector informal, estas no son lo suficientemente productivas y enfrentan restricciones para acceder al mercado de crédito, la ausencia del crédito hace que estas firmas sean más vulnerables a las fluctuaciones de la actividad económica.

El estudio de da Veiga Pereira, 2017 resalta el papel de la economía informal en la volatilidad del producto y argumenta que el sector informal está positivamente relacionado con la prociclicidad de la política fiscal. Utilizando un modelo de equilibrio general determinístico de dos sectores y una muestra de 105 países (37 de bajos ingresos, 46 emergentes y 22 de altos ingresos), se concluye que la economía informal está positivamente correlacionada con el gasto gubernamental, especialmente en países pobres y emergentes.

Owolabi et al., 2022 se examina si la economía informal es procíclica o contracíclica utilizando datos de panel de 123 países entre 1991 y 2017. Los autores aplican un filtro Hodrick- Prescott para separar las fluctuaciones cíclicas de la tendencia a largo plazo del PIB real per cápita, y emplean modelos de efectos fijos para controlar la heterogeneidad entre países y el tiempo. El estudio encuentra que la economía informal tiende a ser contracíclica, especialmente en los países no pertenecientes a la OCDE, actuando como un amortiguador económico durante las recesiones. Además, en el corto plazo, la economía informal responde más a las expansiones que a las recesiones, mientras que en el largo plazo la respuesta es simétrica.

La visión del empleo informal como amortiguador del ciclo es bastante destacada en la literatura, Otro ejemplo es expuesto en Albertini et al., 2019 donde se analizan los determinantes de las fluctuaciones del desempleo y los cambios a corto plazo de la tasa de informalidad para el caso de Argentina. Cada trimestre el 8.99% de los trabajadores informales se convierten en trabajadores formales en el trimestre siguiente. Mientras que esta tasa implica un proceso de formalización lento, sigue siendo significativa cuando se compara con la probabilidad de encontrar un empleo formal desde el desempleo (UF en 5.46 %) y desde la no participación (NF en 1.32 %), comparando con el ciclo económico las tasas de transición parecen tener un comportamiento cíclico sugiriendo que empleo informal funciona como una clase de “trampolín” al sector formal y a su vez como un amortiguador contra la pérdida de ingresos en periodos de recesión.

Para responder a la pregunta de cómo la regulación laboral y la informalidad afectan la volatilidad macroeconómica y la propagación de choques en economías emergentes (Leyva y Urrutia, 2020) proponen un modelo de ciclo económico de una pequeña economía abierta con mercados laborales friccionales, participación laboral endógena y un sector informal. El modelo fue calibrado para la economía mexicana entre los años 2005 y 2016 contribuyendo a la caracterización del mercado laboral a lo largo del ciclo económico para este país. El modelo genera fluctuaciones en el ciclo en respuesta a dos choques: shocks tecnológicos y shocks de la tasa de interés real extranjera. Los autores encuentran que la informalidad es contracíclica, actuando como un amortiguador durante las recesiones, especialmente cuando los choques en la tasa de interés extranjera afectan la creación de empleo formal. La presencia de un sector informal añade flexibilidad a la economía, permitiendo una mejor adaptación a los choques económicos, aunque a costa de una mayor volatilidad del producto y menor productividad. Además, reducir la rigidez de la regulación laboral en el sector formal podría disminuir la volatilidad del producto y mejorar la eficiencia en la asignación de recursos.

El artículo de Yépez, 2019 examina el papel de la producción informal en la transmisión internacional de choques económicos. La investigación propone que la informalidad tiene un impacto significativo en las propiedades cíclicas observadas del consumo, el empleo y el comercio en economías emergentes, diferenciándose de las economías avanzadas. El autor desarrolla un modelo que adapta el enfoque de Restrepo-Echavarría (2014) y lo extiende a un contexto de economía abierta con dos países: una economía avanzada y una economía emergente. El estudio se centra en la relación entre México y Estados Unidos, mostrando que la informalidad actúa como un mecanismo de seguro frente a choques de productividad. Este mecanismo opera a través de la reubicación del gasto y el trabajo entre los sectores formal e informal, lo que tiene implicaciones importantes para el consumo, el empleo y la producción agregada. Los resultados cuantitativos subrayan la importancia estructural del sector informal, sugiriendo que su presencia puede influir en la efectividad de las políticas de estabilización y del mercado laboral en economías emergentes. El estudio encuentra que la presencia de un sector informal significativo contribuye a la mayor volatilidad observada en el consumo y la inversión en las economías emergentes en comparación con las avanzadas.

El artículo de (Shapiro, 2013) analiza la conexión entre la estructura de los mercados laborales y las dinámicas del ciclo económico, con un enfoque en la informalidad. Utiliza un modelo de ciclo económico (DSGE) con fricciones de búsqueda en el mercado laboral que incorpora tanto empleo asalariado formal como informal, permitiendo explorar cómo la calidad institucional y las políticas de regulación laboral afectan la volatilidad agregada y los resultados macroeconómicos. La calidad institucional se representa mediante dos parámetros: uno que afecta la productividad general de la economía y otro que refleja la eficacia en la aplicación de regulaciones en el sector informal. Los principales hallazgos muestran que una mejora en la calidad institucional que afecta tanto al sector formal como al informal puede reducir la informalidad y aumentar los niveles de producción, pero también incrementar la volatilidad del desempleo. Por otro lado, una mayor aplicación de las regulaciones en el sector informal disminuye la informalidad, reduce la volatilidad del desempleo, pero puede llevar a resultados macroeconómicos contradictorios. Estos resultados subrayan la importancia de identificar las causas específicas de la informalidad para caracterizar correctamente su impacto en las dinámicas del ciclo económico, para capturar la relación entre el tamaño del sector informal y la volatilidad del consumo y la inversión, destacando que la causa subyacente del tamaño del sector informal es crucial para determinar su impacto en los resultados macroeconómicos a largo plazo y en la volatilidad agregada.

El artículo Horvath y Yang, 2022 examina cómo la presencia de un sector informal grande en economías de mercado emergentes (EMEs) afecta las dinámicas del desempleo y las características del ciclo económico. Utilizando un modelo de economía abierta pequeña que combina fricciones de búsqueda en el sector formal con un sector informal sin fricciones, los autores encuentran que un sector informal más grande amplifica el impacto de los shocks de productividad y de tasa de interés en la producción, consumo y empleo formal, mientras amortigua el impacto en la tasa de desempleo. Los autores demuestran que la informalidad actúa como un amortiguador de los shocks económicos, haciendo que las tasas de desempleo en las EMEs sean menos volátiles y menos contracíclica en comparación con las de las

economías avanzadas. Además, destacan que el tamaño del sector informal permite una mayor flexibilidad en la reasignación de la fuerza laboral, reduciendo la dependencia de ajustes en el margen de desempleo.

II. Un modelo DSGE con aversión a la pérdida e informalidad laboral

Gómez (2014) explora cómo las asimetrías en los ciclos económicos pueden explicarse mediante la introducción de aversión a la pérdida en los modelos económicos. Utilizando un modelo DSGE con funciones de utilidad que incorporan aversión a la pérdida, el estudio muestra que los agentes económicos tienden a ser más reacios a perder durante las recesiones, lo que provoca un comportamiento asimétrico en los ciclos económicos. El desarrollo de la aversión a la pérdida se modela a través de una función de utilidad que combina aversión al riesgo, formación de hábitos y aversión a la pérdida mediante una función de transición suave. El estudio sugiere que los agentes suavizan excesivamente el consumo y las decisiones de ocio durante las recesiones para evitar desviaciones significativas del nivel de referencia de utilidad. En contraste, durante los periodos de auge, los agentes solo suavizan sus decisiones de consumo y ocio para maximizar su distancia respecto al nivel de referencia de utilidad. Esta aversión a la pérdida resulta en rigideces a la baja en precios y salarios, lo que genera una caída más persistente del empleo en las recesiones en comparación con los auges.

La informalidad laboral ha sido un campo de investigación de gran interés recientemente, por sus implicaciones en bienestar, generación de políticas y por sus implicaciones en términos de desarrollo económico. Uno de los enfoques de la literatura sobre informalidad ha concentrado esfuerzos en estudiar este fenómeno como el resultado de estrategias transicionales que asumen los agentes con el fin de amortiguar caídas de bienestar en una situación de pérdida de empleo formal inducida por una recesión económica. En este trabajo abordaremos la perspectiva de la economía descentralizada por dos motivos fundamentales: i) la existencia de impuestos que distorsionan y ii) la existencia de un sector informal que evade impuestos a la nómina y al capital, cosa que sería poco probable o difícil de defender en un modelo con planificador central o de dictador benévolo⁵.

1. El sector productivo

Supondremos que esta economía tiene dos sectores productivos uno dedicado a producción formal y otro dedicado a producción informal. El sector formal está representado por una firma que produce bienes formales en condiciones formales y que además enfrenta costos de ajuste del trabajo, paga impuestos por sus ingresos y paga una fracción de los costos laborales adicionales al salario (contribuciones a la seguridad social, al sistema pensional, parafiscales) y acumula capital. Su función de producción está determinada por:

⁵ Conviene recordar que uno de los supuestos fundamentales del planificador central es que además de información perfecta y completa, es que “all mighty”, amén de que también tiene una función de utilidad igual a la de los ciudadanos.

$$Y_{ft} = A_{ft} K_{ft}^{\alpha} N_{ft}^{1-\alpha} \quad (1)$$

La función de beneficios viene dada por:

$$\Pi_t^f = (1 - \tau_K) Y_{ft} - r_t K_{ft} - \delta K_{ft} - W_{ft} N_{ft} (1 + \sigma \tau_N) - \frac{\psi}{2} W_{ft} (N_{ft} - N^*)^2 \quad (2)$$

El capital es acumulado como en todos los modelos:

$$K_{ft+1} = (1 - \delta_f) K_{ft} + I_{ft} \quad (3)$$

Las condiciones de primer orden para el sector formal son:

$$\frac{\partial \Pi_t^f}{\partial K_{ft}} = pmg K_{ft} (1 - \tau_K) - r - \delta_f = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Pi_t^f}{\partial N_{ft}} = pmg N_{ft} (1 - \tau_K) - W_{ft} (1 + \sigma \tau_N) - \psi W_{ft} (N_{ft} - N^*) = 0 \quad (5)$$

El sector informal ha sido visto siempre como algo residual en la economía, sin embargo, en este trabajo planteamos una visión opuesta y lo tratamos como un sector complementario puesto que no solo absorbe una cantidad importante del trabajo de la economía (que de alguna manera sí puede verse como residual) sino que también puede acumular capital (en menor escala por supuesto) y es poseedor de tecnología, que no necesariamente es comparable a la del sector formal puesto que es un sector que no está expuesto a las externalidades positivas de la formalidad ni del acceso a los diversos servicios institucionales a los que sí puede acceder el empresario que paga impuestos y cubre a sus empleados con mecanismos de seguridad social asociados a la formalidad. Así las cosas, el sector informal también tendrá una función de producción y una dinámica de acumulación de capital análogas a las del sector formal, pero con diferencias importantes: no paga impuestos, no contribuye al sistema de seguridad social, y su acumulación de capital no está intermediada por el sistema formal crédito. En este sector por tanto el trabajo informal que aquí asimilamos al trabajo “cuenta propia” es ejecutado por el empleado informal en su propia unidad productiva, por lo que apropia todo el producto del sector y no paga impuestos, ni debe pagar tasa de interés al mercado financiero porque no accede a él, así que todo este producto es dedicado al componente informal del consumo y la acumulación de nuevo capital, Así las cosas, la tecnología, la restricción de recursos y la ecuación de acumulación capitalista del sector informal está dado por:

$$Y_{it} = A_{it} K_{it}^{\varphi} N_{it}^{1-\varphi} \quad (6)$$

El trabajo informal que aquí asimilamos al trabajo “cuenta propia” es ejecutado por el empleado informal en su propia firma, por lo que apropia todo el producto del sector y como no acumula capital ni paga impuestos, ni debe pagar tasa de interés al mercado financiero porque no accede a él, así que todo este producto es dedicado al componente informal del consumo:

$$C_{it} = Y_{it} - I_{it} = A_{it}K_{it}^{\varphi}N_{it}^{1-\varphi} - I_{it} \quad (7)$$

Siendo

$$I_{it} = K_{it+1} - (1 - \delta_i)K_{it} \quad (8)$$

Para efectos de calibración y análisis, es de utilidad reconocer que, si bien todo el producto de la economía informal es apropiado por la familia, puede establecerse la valoración del trabajo (salario informal) y la valoración de costo de uso del capital o de la renta del capital⁶:

$$W_{it} = pmgN_{it} = (1 - \varphi)A_{it}K_{it}^{\varphi}N_{it}^{-\varphi} \quad (9)$$

$$pmgK_{it} = \varphi A_{it}K_{it}^{\varphi-1}N_{it}^{1-\varphi} \quad (10)$$

Esta forma de modelar la producción y la demanda de trabajo difiere otras estrategias de modelación que suponen, de manera tal vez más realista, que la producción está dividida en dos segmentos: Bienes finales y bienes intermedios, y que los bienes intermedios son producidos usando trabajo formal e informal, mientras que las familias están divididas entre formales e informales.

2. El agente representativo

La perspectiva de análisis que proponemos en este trabajo recoge esta hipótesis para construir un modelo DSGE que explota las propiedades de las funciones de aversión a la pérdida y de los puntos de referencia. concretamente, este trabajo se basa principalmente en Gómez (2014). La teoría de prospectos está basada en el hecho de que una pérdida de unidades de consumo no solo genera una reducción de utilidad, sino que es una pérdida exacerbada, es decir, la pérdida en unidades de utilidad experimentada por una unidad menos de consumo es más grande (en valor absoluto) que la utilidad adicional ganada al tener una unidad más de consumo (**Tverski and Kanemann 1972, y Kanemann and Tverski 1979**). Así, la teoría de la utilidad de prospectos no solo da cuenta de este comportamiento diferencial de los individuos para las dos fases del ciclo, sino que también acoge la teoría de la determinación de la utilidad basa en puntos de referencia en las pautas de consumo de los individuos.

⁶ Naturalmente, puesto que el ritmo de acumulación capitalista que se hace en el sector informal es residual y por tanto mucho menor, se espera que el producto marginal del capital en el sector informal sea más alto que en el sector formal.

El grueso de los trabajos (que no son muchos) sobre aversión a la pérdida, se ha enfocado en la trayectoria del consumo en modelos mayoritariamente de equilibrio parcial (Gómez, 2014). Estos trabajos, econométricos casi todos, han explorado los efectos de la aversión a la pérdida y su influencia sobre las variables macroeconómicas como el consumo de los hogares (citar).

El modelo original de Gómez (2014) propone una función de utilidad bastante general que anida aversión a la pérdida, aversión al riesgo, punto de referencia y la transición entre auge y recesión que implica el cambio de comportamiento de los agentes.

Supongamos inicialmente que el agente representativo de la economía hipotética tiene un comportamiento de aversión al riesgo cuando la economía se encuentra en auge y que cuando la economía se encuentra en una recesión el agente tiene una desutilidad (o pérdida de utilidad) superior a la ganancia que tendría en auge con un aumento (disminución) del consumo de igual magnitud en valor absoluto. Puesto que el nivel de referencia es importante para determinar el umbral de pérdidas o ganancias de utilidad, definiremos también, un agregador de utilidad que servirá para determinar ese umbral de bienestar por encima del cual habrá ganancias de bienestar y por debajo del cual habrá pérdidas de bienestar, y que tiene la virtud de que no solo está definido sobre el estado estacionario de la economía, sino que también es lo suficientemente flexible como para cambiar en el tiempo.

$$U = \begin{cases} (-(C - \bar{C}))^\eta & \text{Si la economía transita por una recesión} \\ (C - \bar{C})^\omega & \text{Si la economía transita por un auge} \end{cases} \quad (11)$$

La parametrización de esta función de utilidad inicialmente definida sobre el consumo exclusivamente por tramos será tal que:

$$U = \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial C} > 0, \frac{\partial^2 U}{\partial (C)^2} < 0, & \text{Si la economía transita por una recesión} \\ \frac{\partial U}{\partial C} > 0, \frac{\partial^2 U}{\partial (C)^2} > 0, & \text{Si la economía transita por un auge} \end{cases} \quad (12)$$

Sin embargo, al introducir decisiones de ocio y de consumo dentro de la función de utilidad requerimos del uso de un agregador de consumo y de una forma funcional que incorpore el nivel de referencia y que además nos libere de la posibilidad de valores negativos para los cuales no estaría definida una función de potencia como las referidas en la ecuación (12).

$$U = \begin{cases} (Z_c^\gamma Z_l^{1-\gamma})^\eta, & \text{Si la economía transita por una recesión} \\ (Z_c^\gamma Z_l^{1-\gamma})^\omega, & \text{Si la economía transita por un auge} \end{cases} \quad (13)$$

Siendo $Z_{ct} = \frac{C_t}{\bar{C}_t}$ y $Z_{lt} = \frac{L_t}{\bar{L}_t}$

$$\bar{C}_t = \chi C_{t-1} + (1 - \chi)\bar{C}_{t-1} \quad (14)$$

$$\bar{L}_t = \nu L_{t-1} + (1 - \nu)\bar{L}_{t-1} \quad (15)$$

Esta definición de argumentos para la función agregador de utilidad tiene dos virtudes: i) está libre de unidades de medida y ii) garantiza funciones definidas en los números reales para todo el dominio del consumo y del ocio.

Ahora bien, puesto que tenemos como objetivo estudiar la evolución del trabajo informal a lo largo de las diferentes fases del ciclo, habremos de definir un agregador de trabajo total del individuo representativo que incorporará su *trade off* entre trabajo formal e informal:

$$N_t = \Omega_N \left[\kappa (N_{ft})^{-\rho} + (1 - \kappa) (N_{it})^{-\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}}, -1 < \rho < \infty \quad (16)$$

Este agregador tiene la virtud de que si al permitir soluciones de esquina en alguno de los dos tipos de trabajo, es posible seguir teniendo niveles positivos de trabajo agregado.

Consecuentemente y siendo H la dotación de tiempo del individuo representativo, el ocio de la familia representativa estará dado por:

$$L_t = H - N_t \quad (17)$$

$$L_t = H - \Omega_N \left[\kappa (N_{ft})^{-\rho} + (1 - \kappa) (N_{it})^{-\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}}, -1 < \rho < \infty \quad (18)$$

Los individuos tienen una cesta de consumo total que se compone de bienes producidos en el mercado formal y bienes que se consumen en el mercado informal.

$$C_t = \Omega_C \left[\vartheta (C_{ft})^{-\xi} + (1 - \vartheta) (C_{it})^{-\xi} \right]^{-\frac{1}{\xi}}, -1 < \xi < \infty \quad (19)$$

Pero dado el equilibrio de la ecuación (8) el agregador de consumo pasa a ser una función de la cantidad de trabajo informal que la familia dedique a producir en el sector informal y de la inversión en nuevo capital para la producción informal:

$$C_t = \Omega_C \left[\vartheta (C_{ft})^{-\xi} + (1 - \vartheta) (A_{it} K_{it}^\varphi N_{it}^{1-\varphi} - K_{it+1} + (1 - \delta_i) K_{it})^{-\xi} \right]^{-\frac{1}{\xi}}, -1 < \xi < \infty \quad (20)$$

El resultado de la ecuación (20) recoge un resultado preliminar muy interesante: para mantener un nivel dado de consumo agregado, cuando el consumo de bienes producidos en

el mundo formal decrece (por perder el empleo en el sector formal o por que la economía sufre un choque negativo en el sector formal), la familia tiene que dedicar más tiempo a actividades informales para solventar niveles de consumo que le permita amortiguar la caída de bienestar impuesta por la caída en C_{ft} .

En esta economía hipotética, el agente representativo tiene dos restricciones de presupuesto dadas por:

$$r_t B_t + W_{ft} N_{ft} (1 - (1 - \sigma) \tau_N) = (1 + \tau_C) C_{ft} + B_{t+1} - B_t \quad (21)$$

Se debe cumplir, además, que

$$C_{it} = Y_{it} - I_{it} = A_{it} K_{it}^\varphi N_{it}^{1-\varphi} - K_{it+1} + (1 - \delta_i) K_{it} \quad (22)$$

Así las cosas, la función de utilidad instantánea de las familias estará dada por:

$$U = \begin{cases} \left(\left(\frac{C_t}{\bar{C}_t} \right)^\gamma \left(\frac{L_t}{\bar{L}_t} \right)^{1-\gamma} \right)^\eta, & \text{Si la economía transita por una recesión} \\ \left(\left(\frac{C_t}{\bar{C}_t} \right)^\gamma \left(\frac{L_t}{\bar{L}_t} \right)^{1-\gamma} \right)^\omega, & \text{Si la economía transita por un auge} \end{cases} \quad (23)$$

Ahora bien, retomando la definición por tramos de nuestra función de utilidad, es necesario tener una estrategia de modelación para hacerla diferenciable en todo el dominio del consumo y del ocio, particularmente en la transición que hace que el individuo pase de una fase del ciclo a la otra y por tanto cambie su comportamiento. Apegándonos a Gómez (2014) usaremos una función de transición logística que mapea las desviaciones del punto de referencia de la utilidad en el intervalo cerrado $[0,1]$, esto es, definiremos una función de transición tal que:

$$\phi_t = \frac{1}{1 + e^{s(z_c^\gamma z_l^{1-\gamma} - 1)}} \quad (24)$$

Así, la función de utilidad general que contiene todos los elementos hasta ahora elaborados y así mismo el comportamiento diferencial de los agentes en las dos fases del ciclo será:

$$U = \phi_t \left(\left(\frac{C_t}{\bar{C}_t} \right)^\gamma \left(\frac{L_t}{\bar{L}_t} \right)^{1-\gamma} \right)^\eta + (1 - \phi_t) \left(\left(\frac{C_t}{\bar{C}_t} \right)^\gamma \left(\frac{L_t}{\bar{L}_t} \right)^{1-\gamma} \right)^\omega \quad (25)$$

O también se expresa de la siguiente manera:

$$u_t = \phi_t \underline{u}_t + (1 - \phi_t) \bar{u}_t = \bar{u}_t + \phi_t (\underline{u}_t - \bar{u}_t) \quad (26)$$

Conviene recordar que, en este punto, para esta función logística, si $\zeta = 0$, $\phi = 0.5$, si $0 < \zeta < \infty$, ϕ es una función de comportamiento suave y si $\zeta \rightarrow \infty$, ϕ tiende a una función índice que definida $\phi = 1$ para $(Z_c^\gamma Z_l^{1-\gamma}) - 1 < 0$ o $\phi = 0$ para $(Z_c^\gamma Z_l^{1-\gamma}) - 1 > 0$.

El problema del agente representativo será elegir la cantidad de trabajo formal e informal, así como las cantidades de consumo formal e informal, y el stock de activos que llevará como depósito de valor para el próximo período⁷:

$$\begin{aligned} & \max_{\{C_{ft}, C_{it}, N_{ft}, N_{it}, B_{t+1}, K_{it+1}\}} U = E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(Z_{Ct}, Z_{lt}) \right\} \\ \text{S.A. } & r_t B_t + W_{ft} N_{ft} (1 - (1 - \sigma)\tau_N) = (1 + \tau_C) C_{ft} + B_{t+1} - B_t \\ & C_{it} = Y_{it} - I_{it} = A_{it} K_{it}^\varphi N_{it}^{1-\varphi} - K_{it+1} + (1 - \delta_i) K_{it} \end{aligned}$$

La función lagrangiana para este problema con dos restricciones viene a ser:

$$\mathcal{L} = E_t \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[u(Z_{Ct}, Z_{lt}) + \lambda_t \left((r_t B_t + W_{ft} N_{ft} (1 - (1 - \sigma)\tau_N) - ((1 + \tau_C) C_{ft} + B_{t+1} - B_t)) \right) + \mu_t (A_{it} K_{it}^\varphi N_{it}^{1-\varphi} - K_{it+1} + (1 - \delta_i) K_{it}) - C_{it} \right] \right\} \quad (27)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_t} = \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{lt})}{\partial Z_{Ct}} \frac{\partial Z_{Ct}}{\partial C_{ft}} + \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{lt+1})}{\partial Z_{Ct+1}} \frac{\partial Z_{Ct+1}}{\partial C_{ft}} \right\} - \lambda_t (1 + \tau_C) = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_{ft}} = \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{lt})}{\partial Z_{lt}} \frac{\partial Z_{lt}}{\partial N_{ft}} + \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{lt+1})}{\partial Z_{lt+1}} \frac{\partial Z_{lt+1}}{\partial N_{ft}} \right\} + \lambda_t W_{ft} N_{ft} (1 - (1 - \sigma)\tau_N) = 0 \quad (29)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{t+1}} = -\lambda_t + \beta E_t \{ \lambda_{t+1} (1 + r_{t+1}) \} = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial C_{it}} = \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{lt})}{\partial Z_{Ct}} \frac{\partial Z_{Ct}}{\partial C_{it}} + \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{lt+1})}{\partial Z_{Ct+1}} \frac{\partial Z_{Ct+1}}{\partial C_{it}} \right\} - \mu_t = 0 \quad (31)$$

⁷ No es interés de este trabajo estudiar los efectos tributarios ni distributivos de la política fiscal, así que supondremos que el recaudo del gobierno financia completamente el gasto de la economía que se supone no es más que un pedazo de PIB tirado al mar.

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial N_{it}} = \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{It})}{\partial Z_{It}} \frac{\partial Z_{It}}{\partial N_{it}} + \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{It+1}} \frac{\partial Z_{It+1}}{\partial N_{it}} \right\} + \mu_t pmg N_{it} = 0 \quad (32)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial B_{t+1}} = -\mu_t + \beta E_t \{ \mu_{t+1} (pmg K_{it} + 1 - \delta_i) \} = 0 \quad (33)$$

Así las condiciones de optimalidad intertemporal para esta familia quedarán de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{It})}{\partial Z_{It}} \frac{\partial Z_{It}}{\partial N_{ft}} + \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{It+1}} \frac{\partial Z_{It+1}}{\partial N_{ft}} \right\} = - \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{It})}{\partial Z_{Ct}} \frac{\partial Z_{Ct}}{\partial C_{ft}} + \right. \\ \left. \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{Ct+1}} \frac{\partial Z_{Ct+1}}{\partial C_{ft}} \right\} \right\} \frac{W_{ft} N_{ft} (1 - (1 - \sigma) \tau_N)}{(1 + \tau_c)} \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{It})}{\partial Z_{Ct}} \frac{\partial Z_{Ct}}{\partial C_{ft}} + \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{Ct+1}} \frac{\partial Z_{Ct+1}}{\partial C_{ft}} \right\} = \beta E_t \left\{ \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{Ct+1}} \frac{\partial Z_{Ct+1}}{\partial C_{ft+1}} + \right. \right. \\ \left. \left. \beta E_{t+1} \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+2}, Z_{It+2})}{\partial Z_{Ct+2}} \frac{\partial Z_{Ct+2}}{\partial C_{ft+1}} \right\} \right\} (1 + r_{t+1}) \right\} \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{It})}{\partial Z_{It}} \frac{\partial Z_{It}}{\partial N_{it}} + \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{It+1}} \frac{\partial Z_{It+1}}{\partial N_{it}} \right\} = - \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{It})}{\partial Z_{Ct}} \frac{\partial Z_{Ct}}{\partial C_{it}} + \right. \\ \left. \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{Ct+1}} \frac{\partial Z_{Ct+1}}{\partial C_{it}} \right\} \right\} pmg N_{it} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(Z_{Ct}, Z_{It})}{\partial Z_{Ct}} \frac{\partial Z_{Ct}}{\partial C_{it}} + \beta E_t \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{Ct+1}} \frac{\partial Z_{Ct+1}}{\partial C_{it}} \right\} = \beta E_t \left\{ \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+1}, Z_{It+1})}{\partial Z_{Ct+1}} \frac{\partial Z_{Ct+1}}{\partial C_{it+1}} + \right. \right. \\ \left. \left. \beta E_{t+1} \left\{ \frac{\partial u(Z_{Ct+2}, Z_{It+2})}{\partial Z_{Ct+2}} \frac{\partial Z_{Ct+2}}{\partial C_{it+1}} \right\} \right\} (pmg K_{it+1} + 1 - \delta_i) \right\} \end{aligned} \quad (37)$$

Las condiciones de primer orden recogidas en las ecuaciones (34) y (35) son a la vista muy similares a las condiciones de primer orden para el consumo y el trabajo en un modelo DSGE standard, aunque contienen de manera anidada la asimetría propia de la función de utilidad propia de los modelos con aversión a la pérdida. Las ecuaciones (36) y (37) contienen las decisiones de la familia con respecto a la informalidad, dentro de las que podemos destacar algunos elementos importantes: i) puesto que las unidades productivas informales pertenecen

a la familia, esta no recibe salario por su trabajo informal, sino que recibe su producto marginal, pero más interesante aún, ; ii) en cuanto a la elección intertemporal de consumo (acumulación de activo informal) es claro que la familia representativa valora intertemporalmente usando el mismo factor subjetivo de descuento, y si bien, su actividad informal está completamente al margen del mercado formal de trabajo y de capital el costo de oportunidad y los criterios de eficiencia aplican y son similares a aquellos del mundo formal y más aún, se anticipa, que en el estado estacionario:

$$\beta = \frac{1}{pmgK_f(1-\tau_K)+1-\delta_f} = \frac{1}{1+r} = \frac{1}{pmgK_i+1-\delta_i} \quad (38)$$

Este resultado, naturalmente, es consecuencia del hecho de que se ha modelado una familia que tiene un pie en la formalidad y otra en la informalidad.

3. Equilibrio y cierre del modelo

El equilibrio en este modelo comprende las asignaciones de consumos de bienes del sector formal y del sector informal, de trabajo en cada uno de estos sectores, de acumulación de capital en estos sectores y de producción en cada uno de estos sectores, dados los salarios y remuneraciones de capital en un mundo de competencia perfecta.

Más concretamente, un equilibrio en este modelo será el conjunto de asignaciones $\{C_{ft}, C_{it}, N_{ft}, N_{it}, K_{ft}, K_{it}, N_t\}_{t=0}^{\infty}$ que para el caso de las familias satisfacen:

Condiciones de optimalidad recogidas en las ecuaciones (34), (35), (36) y (37)

Junto con las condiciones de optimalidad para el sector formal que satisfacen:

$$r = pmgK_f(1 - \tau_K) + \delta \quad (39)$$

$$W_{ft} = \frac{pmgN_f(1-\tau_K)}{(1+\sigma\tau_N)+\psi(N_{ft}-N^*)} \quad (40)$$

La ecuación (39) recoge la condición tradicional de optimalidad de una firma representativa competitiva sin costos de ajuste del capital, en la que se resalta el carácter distorsionante del pago de impuestos por parte del capitalista y que muestra como quienes están en el mundo formal de la producción del crédito, deben pagar impuestos por ser visibles ante el estado, así, las tasas de interés que las familias reciben sobre sus activos financieros ya están reducidas por el pago impuestos sobre la producción de la firma.

La ecuación (40) por su parte contiene tres fuentes de reducción de los salarios de equilibrio: los costos de ajuste del trabajo (asociados a entrenamientos, enganche, selección de personal, indemnizaciones, entre otros), los impuestos de contribución sobre la nómina, de los cuales

la firma paga una fracción σ , equivalente al 66% para el caso de la economía colombiana y los impuestos sobre la producción de la firma. Sin embargo, contiene solo una fuente de incremento sobre los salarios: las ganancias de productividad del trabajo.

Para el caso del mercado de bienes, su vaciado requiere el cumplimiento de las restricciones de recursos de la familia:

$$r_t B_t + W_t N_t = C_t + B_{t+1} - B_t \quad (41)$$

$$C_{it} = Y_{it} - I_{it} = A_{it} K_{it}^\varphi N_{it}^{1-\varphi} - K_{it+1} + (1 - \delta_i) K_{it} \quad (42)$$

Y los procesos de acumulación del capital en cada sector

$$K_{t+1} = (1 - \delta) K_t + I_t \quad (43)$$

Y si además casa unidad de activo de la familia en el mundo formal es usada para pagar una unidad de capital destinado a producir en el mundo formal, se cumple que

$$K_{ft} = B_t \quad (44)$$

Esto implica que $B_t - B_{t-1} = K_t - K_{t-1}$ y consecuentemente también debe cumplirse que:

$$r_t K_t + W_t N_t = C_t + I_t - \delta K_t \quad (45)$$

Y puesto que en esta economía hay competencia perfecta, debe cumplirse también que:

$$(1 - \tau_K) Y_{ft} = r_t K_{ft} + \delta K_{ft} + W_{ft} N_{ft} (1 + \sigma \tau_N) + \frac{\psi}{2} W_{ft} (N_{ft} - N^*)^2 \quad (46)$$

III. Calibración y resultados de estado estacionario

Para la calibración de parámetros de este modelo se tuvo en cuenta principalmente el cumplimiento de las principales identidades macroeconómicas, dentro de las cuales tenemos en cuenta el tamaño del Gasto público, el tamaño del consumo total de las familias y el tamaño de las remuneraciones salariales como proporción del ingreso total de la economía.

En primer lugar, y reconociendo el hecho de que el consumo de las familias se financia tanto con ingreso proveniente del mundo formal como informal, se debe garantizar en primer lugar que

$$C_t = C_{ft} + C_{it} \quad (47)$$

Y consecuentemente

$$0.69Y_t = C_{ft} + C_{it} \quad (48)$$

Por el lado de la remuneración factorial, dado que el Excedente Bruto de Explotación de la economía Colombia oscila alrededor del 40%, tendremos que los ingresos laborales serían alrededor del 60% y en ese sentido, las remuneraciones salariales de todos los trabajadores en esos sectores deberán igualar la “masa salarial” total de la economía por lo que se debe cumplir:

$$0.60Y_t = W_{ft}N_{ft} + W_{it}N_{it} \quad (49)$$

Siendo que

$$W_{it} = pmgN_{it} = (1 - \varphi)K_{it}^\varphi N_{it}^{-\varphi} = \frac{(1-\varphi)Y_{it}}{N_{it}} \quad (50)$$

Y tomando en cuenta el salario de equilibrio del sector formal

$$0.6Y = \frac{(1-\alpha)A_{ft}K_{ft}^\alpha N_{ft}^{1-\alpha}(1-\tau_K)}{(1+\sigma\tau_N)+\psi(N_{ft}-N^*)} + W_{it}N_{it} \quad (51)$$

En el equilibrio de largo plazo también debe cumplirse

Usando estas ecuaciones en estado estacionario y tomando valores para η y ω tales que garanticen aversión a la pérdida y aversión al riesgo, encontramos los valores de v y χ

En cuanto a la función de producción del sector informal, puesto que no tenemos mediciones precisas del PIB de la economía informal se podría aproximar este con trabajos como el del Arango, Misas y López (1996) que estiman que el PIB de la economía subterránea puede estar entre 40 y 58% del PIB medible. Sin embargo, puesto que la economía subterránea contiene a la economía informal, usar estas estimaciones, nos llevaría a una sobre valoración del PIB informal. Por otro lado, no tenemos razones para pensar que la participación de la remuneración laboral en el mundo informal difiera grandemente de su análoga en el mundo formal, aunque tampoco podamos suponer a priori que sea igual, y puesto que disponemos de salarios informales e informales y cifras trabajo formal e informal (Cifras DANE), podremos calcular los parámetros de α y φ , usando las ecuaciones 34, 37 y las restricciones de recursos de los hogares.

El PIB de la economía informal por tanto se podrá calcular de la siguiente forma:

$$Y_{it} = \frac{W_{it}N_{it}}{1-\varphi} \quad (52)$$

Y puesto que en el equilibrio de estado estacionario se cumple que

$$\beta = \frac{1}{pmgK_i+1-\delta_i} = \frac{1}{1+r} = \frac{1}{1+pmgK_f+\beta(1-\tau_K)-\delta_i} \quad (53)$$

Podemos calcular el stock de capital del sector informal y posteriormente también calcular el stock de tecnología de este sector vía residuo de Solow

$$A_{it} = \frac{Y_{it}}{K_{it}^{\phi} N_{it}^{1-\phi}} \quad (54)$$

Los parámetros de los agregadores de los consumos y de los trabajos formal e informal se calibraron suponiendo que las familias maximizan un agregador de salarios y minimizan un costo agregado de consumos que suponemos igual a uno y que por tanto el precio del bien de consumo formal es superior al bien de consumo en el monto de la tasa de impuesto que se paga por el consumo formal.

Con base en los cierres propuestos por estas ecuaciones dinámicas en estado estacionario la calibración queda resumida en la tabla 1.

Posteriormente y usando datos trimestrales (luego de quitarles tendencia), los parámetros del modelo fueron estimados con métodos bayesianos con el software Dynare, para lo cual se tomaron como priors los valores calibrados de la tabla 1, véase tabla 3.

Tabla 1. Parámetros calibrados

Parámetros			
Producción		Utilidad	
α	0.45	γ	0.90
ϕ	0.22	β	0.94
δ_f	0.06	η	1.50
δ_i	0.06	ω	0.70
A_f	1.08	ϑ	0.84
A_i	0.70	ξ	0.32
Ψ	1.80	Ω_C	1.61
σ	0.66	κ	0.76
ρ_f	0.60	ρ	-0.83
ρ_i	0.60	Ω_N	1.93
P_{Ci}	0.93	χ	0.50
τ_C	0.08	ν	0.50
τ_K	0.08	ϱ	150
τ_N	0.08		

Fuente: Cálculos de los Autores con base en el modelo e información DANE

Tabla 2. Variables de estado estacionario

Variables observadas		Informal/formal		Informal/total		Total/Y	
Salario agregado	Wagrss	"datos"	modelo	"datos"	modelo	"datos"	modelo
salario informal	Wfss						
salario formal	Wiss	0.40	0.39	0.57	0.64	0.60	0.55
Consumo formal	Cfss						
consumo informal	Ciss	0.30	0.26	0.15	0.18	0.67	0.68
producto formal	Yfss						
producto informal	Yiss	0.21	0.25	0.18	0.20	---	---
Capital Formal	Kfss						
Capital informal	Kiss	0.11	0.13	0.10	0.12	2.90	2.86
inversión formal	Ifss						
inversión informal	Iiss	0.11	0.13	0.10	0.12	0.188	0.19
trabajo formal	Nfss						
trabajo informal	Niss	0.86	1.02	0.46	0.52	---	---

Fuente: Cálculos de los Autores con base en el modelo e información "DANE"

Tabla 3: Priors (calibrados) y posteriors estimados

			90% HPD		prior	pstdev
	prior mean	post. mean	interval			
beta	0.926	0.9315	0.9268	0.9368	beta	0.003
alfa	0.45	0.4218	0.4065	0.4382	beta	0.0096
psi	0.22	0.2364	0.2233	0.2498	beta	0.0081
deltaf	0.087	0.09	0.081	0.0985	beta	0.0053
deltai	0.087	0.0813	0.0748	0.0877	beta	0.0039
IAfbarr	1.124	1.1217	1.0918	1.1506	norm	0.0178
IAibarr	1.065	1.0482	0.9932	1.1067	norm	0.0349
Psi	3	3.7738	2.9152	4.5917	gamm	0.5242
rhof	0.8	0.8087	0.7964	0.8206	beta	0.0075
rhoi	0.8	0.8265	0.8136	0.8388	beta	0.0076
gamma	0.89	0.9054	0.8973	0.914	beta	0.0051
rho	0.827	0.9773	0.9561	0.9986	beta	0.0149
ipsil	0.322	0.5488	0.4117	0.6753	beta	0.0802
thetad	0.844	0.5856	0.5207	0.6438	beta	0.037
kapa	0.76	0.9147	0.9044	0.9249	beta	0.0063
OmegaC	1.609	1.7419	1.6469	1.8321	gamm	0.0565
OmegaN	1.931	1.9484	1.8575	2.0427	gamm	0.0567
eta	1.5	1.086	0.9749	1.1889	gamm	0.0648
omega	0.7	0.7119	0.6966	0.728	beta	0.0095
varsig	180	135.0899	117.1627	153.0194	gamm	10.758
standarddeviation of shocks						

	prior mean	post. mean	90% HPD	interval	prior	pstdev
ef	0.024	0.0365	0.0261	0.0473	invg	0.0066
ei	0.242	1.3965	1.1438	1.6351	invg	0.1526
EIF	0.134	0.0679	0.0329	0.1019	invg	0.0247
EII	0.5	0.7517	0.6387	0.857	invg	0.0671
ENF	0.05	0.0884	0.0694	0.1068	invg	0.0117
ENI	0.5	0.3707	0.3062	0.4335	invg	0.0391
EY	0.325	0.0912	0.0648	0.1171	invg	0.0165
EK	0.68	0.2158	0.1457	0.2846	invg	0.0441
EI	0.134	0.0687	0.0333	0.1041	invg	0.0238

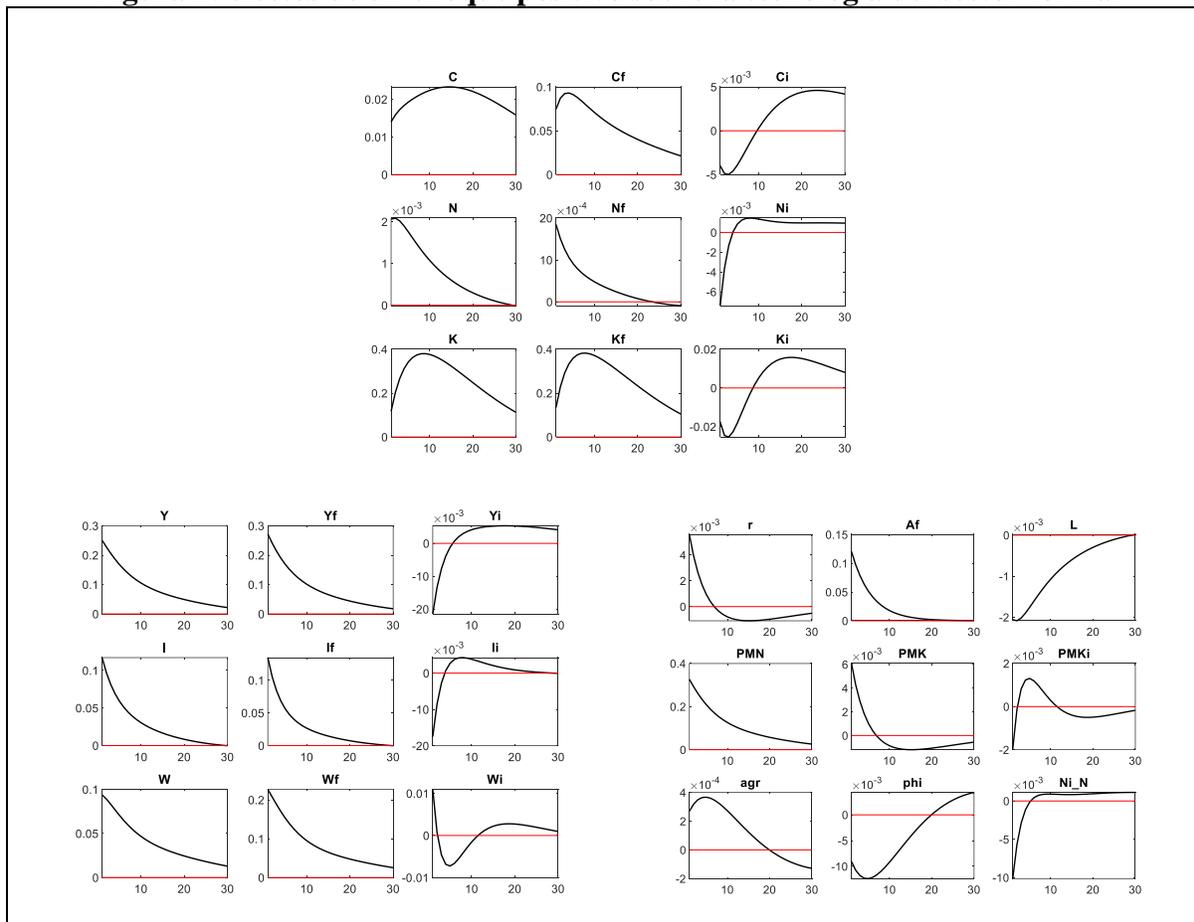
Fuente: estimaciones usando Dynare con datos DANE.

IV. Simulaciones y dinámica transicional

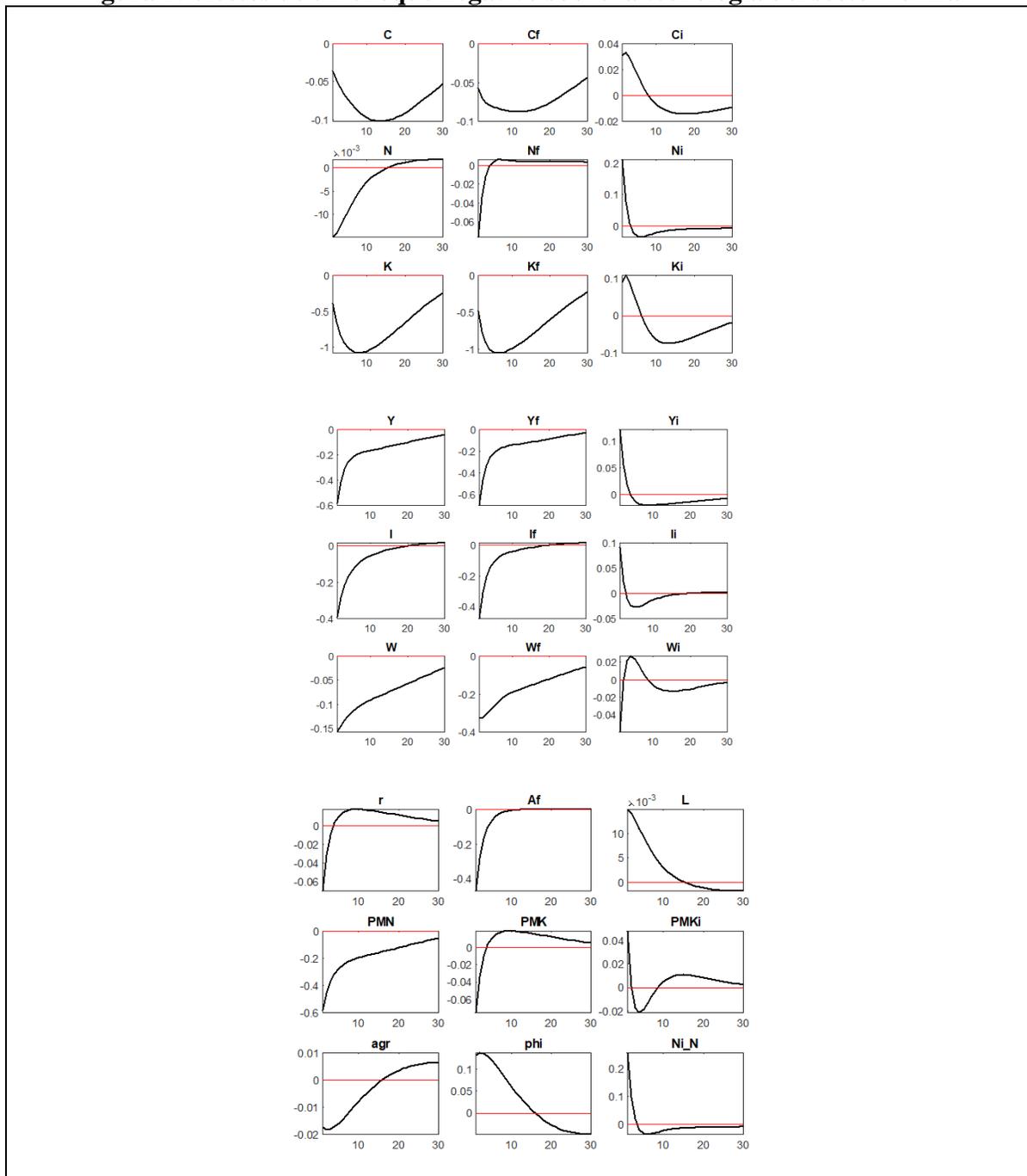
1. Choques a la tecnología formal

El primer ejercicio consistió en simular un choque positivo tal que hiciera que el coeficiente tecnológico del sector formal disminuyera en un 10% (figura 1), un segundo ejercicio consistió en un choque de la misma magnitud, pero con signo negativo en el mismo coeficiente tecnológico (figura 2). Como es ya conocido en la literatura, un choque positivo de tecnología genera aumentos en el producto, la inversión, el consumo, el capital, los salarios y el rendimiento del capital (a nivel agregado), pero lo interesante y uno de los principales aportes de este trabajo es los efectos diferenciales que se generan en el mundo formal y en el mundo informal. El mundo formal explica los movimientos ascendentes en el agregado de la economía, mientras que el mundo informal muestra un claro detrimento: caídas del consumo, del empleo, de la inversión y de la acumulación capitalista y por supuesto del producto informal.

Figura 1: efectos de un choque positivo sobre la tecnología del sector formal



Cuando la economía recibe un choque negativo ocurre todo lo contrario, y en esta situación es que resalta el papel amortiguador del mundo informal como generador de ingresos para las familias y, aunque no alcanza a compensar completamente la caída de ingreso y bienestar inducida por la depresión del mundo formal, si evita que está caída seas demasiado profunda.

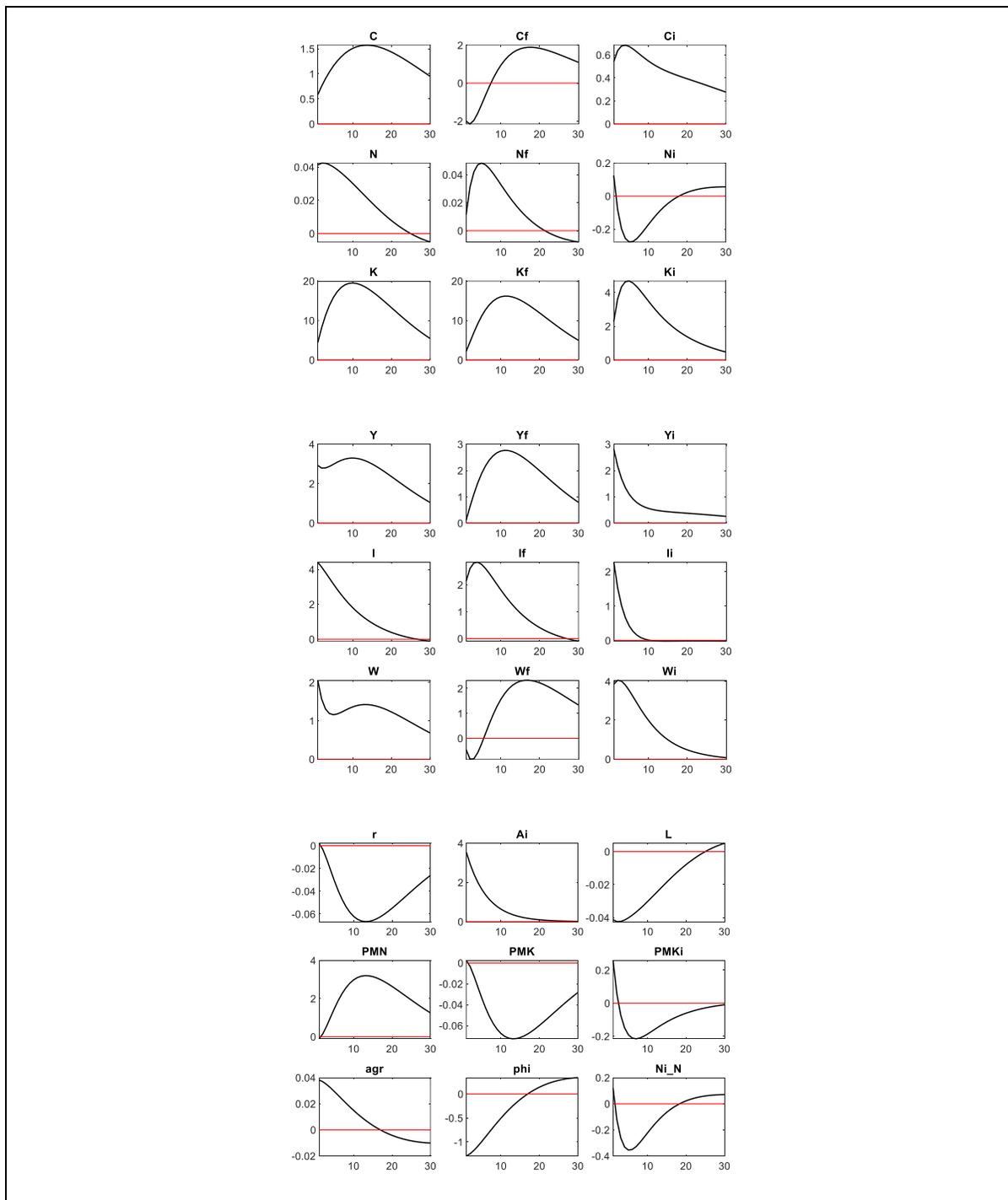
Figura 2: efectos de un choque negativo sobre la tecnología del sector formal

2. Choques a la tecnología informal

En el hipotético caso en que la economía informal recibiera un choque positivo sobre su coeficiente tecnológico, los efectos son cualitativamente parecidos a los exhibidos por la economía cuando recibe un choque negativo sobre el coeficiente tecnológico en el sector

formal; caída del empleo formal, caída de la acumulación capitalista formal, caída de la producción formal, caída de la rentabilidad del capital formal, aumento del empleo informal, aumento de la producción informal, aumento del producto informal aumento del salario formal (también del salario formal), aumento de la rentabilidad del capital informal. A diferencia del choque negativo sobre el mundo formal, se presenta un aumento en el consumo agregado, en el producto agregado, en el empleo agregado (aunque tímido), y aumento en el producto agregado, acompañado con un aumento de la inversión en el mundo informal, aunque en detrimento de la inversión formal.

Figura 3: Efectos de un choque negativo sobre la tecnología del sector informal



¿Qué tan improbable puede ser un choque positivo sobre el sector informal? Si pensamos que el sector informal por sus características es más un seguidor que un líder y que por su

baja acumulación capitalista no es necesariamente un generador muy dinámico de tecnología, si podemos permitirnos reconocer que este sector es una bisagra que actúa como unión entre la economía legal (¿asimilable al sector formal?) y la economía ilegal. Un cálculo escueto podría ser el siguiente: si en la economía subterránea tenemos 45 a 58% más de PIB y si en este modelo hay 30% más de PIB por actividades informales, entonces entre un 15 y un 28% más de PIB sería generado por parte de las actividades ilícitas de todo tipo. Consecuentemente, si bien puede ser poco probable un choque tecnológico en el mundo informal, si pueden darse choques en el mundo ilegal que terminarían pasando al resto de la economía por medio de la economía informal. Estos resultados develan el efecto negativo que tiene la actividad informal (y de la mano de ella de las actividades ilícitas) sobre el sector formal de la economía, sector que genera efectos positivos amplificados y de larga duración en la economía.

V. Conclusiones

En este trabajo construimos una economía hipotética que tiene dos sectores productivos, el formal y el informal. En el sector formal las firmas producen cumpliendo con todas las contribuciones e impuestos y financian su acumulación de capital tomando recursos del mercado de crédito formal y contratan trabajo bajo esquemas de formalidad (la parte descentralizada del modelo). El sector informal por su lado está directamente vinculado a las familias sin intermediación del mercado formal de crédito, las cuales deciden directamente cuanto capital y cuanto trabajo dedicar a actividades de producción informales que le generen ingresos.

Una de las contribuciones de este trabajo es la posibilidad de estimar el tamaño del sector informal de la economía: su producto, su stock de capital, su nivel de coeficiente PTF. Estos resultados nos permiten conocer más allá de la presunción de la mayoría de los trabajos en este campo, que el sector formal no solo tiene una baja agregación de valor, sino también que es un sector atrasado tecnológicamente y que genera bajísimos niveles de acumulación capitalista. Nuestras estimaciones indican que el PIB informal es alrededor del 20-25% del PIB formal, que el capital informal es casi el 13% del capital formal, que la tecnología del sector informal es alrededor del 65% de la tecnología del sector formal y que el salario informal es el 40% del salario de la economía formal, mientras que el empleo informal podría estar por encima del 50% del empleo total de la economía.

La dinámica de esta economía hipotética muestra como cuando aumenta el desempleo con un choque negativo sobre el sector formal, aumenta la informalidad (laboral y empresarial) mientras que los choques al mundo formal generan todo lo contrario. Los resultados obtenidos son consistentes con los hechos cíclicos de las variables macroeconómicas de la economía empírica.

Los resultados de un choque positivo sobre el sector informal de la economía muestran que un auge de este deprime la economía formal y por tanto lesiona el entramado formal y legal

que genera impuestos, seguridad social, acumulación capitalista de gran escala y sobre todo altos niveles de productividad multifactorial.

Finalmente, los resultados de este trabajo muestran el origen de la correlación negativa entre el mundo forma y el informal a lo largo del ciclo, así como la capacidad del sector informal (gracias a su flexibilidad), para absorber trabajo que en recesión es expulsado del mundo formal, convirtiéndose así, en un amortiguador de los hogares ante choques adversos en la economía. El principal canal de transmisión y por tanto reasignador de factores es la aversión a la pérdida que exige a las familias una mayor suavización del consumo y por tanto una búsqueda alterna de recursos e ingresos, es decir, el mundo informal, más flexible, menos costoso, menos regulado, pero menos generador de valor.

Referencias

Adjemian, Stéphane, Houtan Bastani, Michel Juillard, Frédéric Karamé, Junior Maih, Ferhat Mihoubi, George Perendia, Johannes Pfeifer, Marco Ratto and Sébastien Villemot (2011), "Dynare: Reference Manual, Version 4," Dynare Working Papers, 1, CEPREMAP.

Ahmed, S., Ahmed, W., Khan, S., Pasha, F., & Rehman, M. (2012). Pakistan economy DSGE model with informality.

Albertini, J., Poirier, A., & Sopraseuth, T. (2019). Informal work along the business cycle: evidence from Argentina. *IZA Journal of Development and Migration*, 11 (1).

Andries, Marianne (2011). Consumption-based asset pricing with loss aversion. Chicago booth school of business, PhD student.

Arango, Carlos A. & Martha Misas & Enrique López, 2006. "Economía subterránea en Colombia 1976-2003: una medición a partir de la demanda de efectivo," *Revista ESPE - Ensayos Sobre Política Económica*, Banco de la República - ESPE, vol. 24(50), pages 154-211, June.

Bowman, David, Minehart, Deborah and Rabin, Matthew (1999). Loss aversion in a consumption-savings model. *Journal of economic behavior and organization*. Vol. 38, pp.155-178.

Bosch, M., & Maloney, W. (2008). Cyclical movements in unemployment and informality in developing countries. World Bank Publications.

Camargo, Yennifer; Ramírez, Carlos; Torres, Edwin; López, Mauricio (2023). Análisis crítico sobre definiciones de informalidad. En: *Aproximaciones formales a la informalidad*. Editorial Universidad del Rosario. Bogotá D.C.

Castillón G., Cristian; Gómez M., Wilman; Montoya A., Jaime (2023a). Aspectos macroeconómicos de la medición de la informalidad, En: Aproximaciones formales a la informalidad. Editorial Universidad del Rosario. Bogotá D.C.

Castillón G., Cristian; Gómez M., Wilman; Montoya A., Jaime (2023b). Revisión de la modelación macroeconómica de la informalidad, En: Aproximaciones formales a la informalidad. Editorial Universidad del Rosario. Bogotá D.C.

Carrol, Christopher D. and Weil, David N. (2000). Saving and Growth with Habit Formation. *American Economic Review*.

Coçkun, S. (2022). Informal employment and business cycles in emerging market economies. *Journal of Macroeconomics*, 74, 103452.

Da Veiga Pereira, E. (2017). Informal Sector, Business Cycles, and Fiscal Policy [Tesis doctoral, Universidade do Porto (Portugal)].

Elgin, C., Kose, A., Ohnsorge, F., & Yu, S. (2019). Shades of grey: Measuring the informal economy business cycles. *Seventh IMF Statistical Forum*. <https://www.imf.org/~/media/Files/Conferences/2019/7thstatistics-forum/session-ii-yu.ashx>.

Elgin, C., Kose, M. A., Ohnsorge, F., & Yu, S. (2021). Growing apart or moving together? Synchronization of informal and formal economic cycles. *CAMA Working Paper*.

Fernández, A., & Meza, F. (2015). Informal employment and business cycles in emerging economies: The case of Mexico. *Review of Economic Dynamics*, 18 (2), 381-405.

Ferreira-Tiryaki, G. (2008). The informal economy and business cycles. *Journal of Applied Economics*, 11 (1), 91-117.

Foellmi, Reto, Rosenblatt-Wisch. Rina and Schenk-Hoppé, Klauss Reiner (2010). Consumption paths under prospects utility in an optimal growth model. *Discussion papers*, august 2010.

Gaffeo, Edoardo, Pretella, Ivan, Pjajfar, Damjan and Santoro, Emiliano (2010). Loss-aversion and the transmission of monetary policy.

Gómez M., Wilman A. (2014). Asymmetries in business cycle. Department of economics, University Colegio Mayor de Nuestra Señora del Rosario. Ph.D. Dissertation.

Horvath, J. (2018). Business cycles, informal economy, and interest rates in emerging countries. *Journal of Macroeconomics*, 55, 96-116.

Horvath, J., & Yang, G. (2022). Unemployment dynamics and informality in small open economies. *European Economic Review*, 141, 103949.

Lambert, F. J., Pescatori, A., & Toscani, F. (2020). Labor market informality and the business cycle.

Leyva, G., & Urrutia, C. (2020). Informality, labor regulation, and the business cycle. *Journal of International Economics*, 126, 103340.

Loayza, N., & Rigolini, J. (2006). Informality trends and cycles (Vol. 4078). World Bank Publications.

Kahneman, Daniel and Tversky, Amos (1979). Prospect theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, vol. 47, No. 2, mar.1979, pp. 263-292.

Kavkler, Alenka; Mikek, Peter; Böhm, Bernhard and Borsic, Darja (undated document). Nonlinear econometric models: the smooth transition regression approach.

King, Robert, Plosser, Charles and Rebelo, Sergio (2001). Production, growth and business cycles: technical appendix, june 6.

Köbberling, Veronika and Wakker, Peter P. (2005). An index of loss aversion. *Journal of economic theory*, 122. pp. 119-131.

Koszegi, Botond and Rabin, Matthew (2006). A model of reference-dependent preferences. *The quarterly journal of economics*. Vol. CXXI November 2006 Issue 4. pp. 1133-1165.

Maya, L., & Pereira, G. (2020). Informality, Risk Premia, and the Business Cycle.

Owolabi, A. O., Berdiev, A. N., & Saunoris, J. W. (2022). Is the shadow economy procyclical or countercyclical over the business cycle? *International evidence. The Quarterly Review of Economics and Finance*, 84, 257-270.

Restrepo-Echavarría, P. (2014). Macroeconomic volatility: The role of the informal economy. *European Economic Review*, 70, 454-469.

Rosenblatt-Wisch. Rina (2005). Optimal capital accumulation in a stochastic growth model under loss aversion. Working paper 222, National centre of competence in research, financial valuation and risk management. September.

Rosenblatt-Wisch. Rina (2008). Loss aversion in aggregate macroeconomic time series. *European economic review*, 52, pp. 1140-1159.

Shapiro, A. F. (2013). The business cycle consequences of informal labor markets [Tesis doctoral, University of Maryland, College Park].

Shea, J., 1995a. Union contracts and the life-cycle/permanent-income hypothesis. *American Economic Review* 85, 186-200.

Tversky, Amos and Kahneman, Daniel (1992). Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of risk and uncertainty*, 5:279-323.

Yépez, C. A. (2019). Informality and international business cycles. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 62, 252-263.

Anexo: Derivadas y formas funcionales

$$\begin{aligned} \frac{\partial u(Z_{ct}, Z_{lt})}{\partial C_{ft}} &= \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{ft}} + \frac{\partial \phi_t}{\partial C_{ft}} (\underline{u}_t - \bar{u}_t) + \phi_t \left(\frac{\partial \underline{u}_t}{\partial C_{ft}} - \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{ft}} \right) \\ \frac{\partial u(Z_{ct}, Z_{lt})}{\partial C_{it}} &= \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{it}} + \frac{\partial \phi_t}{\partial C_{it}} (\underline{u}_t - \bar{u}_t) + \phi_t \left(\frac{\partial \underline{u}_t}{\partial C_{it}} - \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{it}} \right) \\ \frac{\partial u(Z_{ct}, Z_{lt})}{\partial N_{ft}} &= \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{ft}} + \frac{\partial \phi_t}{\partial N_{ft}} (\underline{u}_t - \bar{u}_t) + \phi_t \left(\frac{\partial \underline{u}_t}{\partial N_{ft}} - \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{ft}} \right) \\ \frac{\partial u(Z_{ct}, Z_{lt})}{\partial N_{it}} &= \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{it}} + \frac{\partial \phi_t}{\partial N_{it}} (\underline{u}_t - \bar{u}_t) + \phi_t \left(\frac{\partial \underline{u}_t}{\partial N_{it}} - \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{it}} \right) \end{aligned}$$

Recordando que $agr_t = Z_c^\gamma Z_l^{1-\gamma}$, las derivadas relevantes para el periodo t son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial C_{ft}} &= \eta agr^{\eta-1} \frac{\partial agr}{\partial Z_c} \frac{\partial Z_c}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_{ft}} \\ \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{ft}} &= \omega agr^{\omega-1} \frac{\partial agr}{\partial Z_c} \frac{\partial Z_c}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_{ft}} \\ \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial C_{it}} &= \eta agr^{\eta-1} \frac{\partial agr}{\partial Z_c} \frac{\partial Z_c}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_{it}} \\ \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{it}} &= \omega agr^{\omega-1} \frac{\partial agr}{\partial Z_c} \frac{\partial Z_c}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_{it}} \\ \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial N_{ft}} &= \eta agr^{\eta-1} \frac{\partial agr}{\partial Z_l} \frac{\partial Z_l}{\partial L_t} \frac{\partial L_t}{\partial N_t} \frac{\partial N_t}{\partial N_{ft}} \\ \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{ft}} &= \omega agr^{\omega-1} \frac{\partial agr}{\partial Z_l} \frac{\partial Z_l}{\partial L_t} \frac{\partial L_t}{\partial N_t} \frac{\partial N_t}{\partial N_{ft}} \\ \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial N_{it}} &= \eta agr^{\eta-1} \frac{\partial agr}{\partial Z_l} \frac{\partial Z_l}{\partial L_t} \frac{\partial L_t}{\partial N_t} \frac{\partial N_t}{\partial N_{it}} \\ \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{it}} &= \omega agr^{\omega-1} \frac{\partial agr}{\partial Z_l} \frac{\partial Z_l}{\partial L_t} \frac{\partial L_t}{\partial N_t} \frac{\partial N_t}{\partial N_{it}} \\ \frac{\partial \phi_t}{\partial agr_t} &= -\zeta \phi_t^2 e^{\zeta(Z_c^\gamma Z_l^{1-\gamma} - 1)} = -\zeta \phi_t^2 e^{\zeta(agr_t - 1)} \end{aligned}$$

Las derivadas relevantes para el periodo $t + 1$ son:

$$\frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial C_{ft}} = \eta agr_{t+1}^{\eta-1} \frac{\partial agr_{t+1}}{\partial Z_{ct+1}} \frac{\partial Z_{ct+1}}{\partial \bar{C}_{t+1}} \frac{\partial \bar{C}_{t+1}}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_{ft}}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial C_{ft}} &= \omega agr_{t+1}^{\omega-1} \frac{\partial agr_{t+1}}{\partial Z_{ct+1}} \frac{\partial Z_{ct+1}}{\partial \bar{C}_{t+1}} \frac{\partial \bar{C}_{t+1}}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_{ft}} \\
 \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial C_{it}} &= \eta agr_{t+1}^{\eta-1} \frac{\partial agr_{t+1}}{\partial Z_{ct+1}} \frac{\partial Z_{ct+1}}{\partial \bar{C}_{t+1}} \frac{\partial \bar{C}_{t+1}}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_{it}} \\
 \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial C_{it}} &= \omega agr_{t+1}^{\omega-1} \frac{\partial agr_{t+1}}{\partial Z_{ct+1}} \frac{\partial Z_{ct+1}}{\partial \bar{C}_{t+1}} \frac{\partial \bar{C}_{t+1}}{\partial C_t} \frac{\partial C_t}{\partial C_{it}} \\
 \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial N_{ft}} &= \eta agr_{t+1}^{\eta-1} \frac{\partial agr_{t+1}}{\partial Z_{lt+1}} \frac{\partial Z_{lt+1}}{\partial \bar{L}_{t+1}} \frac{\partial \bar{L}_{t+1}}{\partial L_t} \frac{\partial L_t}{\partial N_t} \frac{\partial N_t}{\partial N_{ft}} \\
 \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial N_{ft}} &= \omega agr_{t+1}^{\omega-1} \frac{\partial agr_{t+1}}{\partial Z_{lt+1}} \frac{\partial Z_{lt+1}}{\partial \bar{L}_{t+1}} \frac{\partial \bar{L}_{t+1}}{\partial L_t} \frac{\partial L_t}{\partial N_t} \frac{\partial N_t}{\partial N_{ft}} \\
 \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial N_{it}} &= \eta agr_{t+1}^{\eta-1} \frac{\partial agr_{t+1}}{\partial Z_{lt+1}} \frac{\partial Z_{lt+1}}{\partial \bar{L}_{t+1}} \frac{\partial \bar{L}_{t+1}}{\partial L_t} \frac{\partial L_t}{\partial N_t} \frac{\partial N_t}{\partial N_{it}} \\
 \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial N_{it}} &= \omega agr_{t+1}^{\omega-1} \frac{\partial agr_{t+1}}{\partial Z_{lt+1}} \frac{\partial Z_{lt+1}}{\partial \bar{L}_{t+1}} \frac{\partial \bar{L}_{t+1}}{\partial L_t} \frac{\partial L_t}{\partial N_t} \frac{\partial N_t}{\partial N_{it}} \\
 \frac{\partial \phi_{t+1}}{\partial agr_{t+1}} &= -\zeta \phi_{t+1}^2 e^{\zeta(Z_{ct+1}^\gamma Z_{lt+1}^{1-\gamma} - 1)} = -\zeta \phi_{t+1}^2 e^{\zeta(agr_{t+1} - 1)}
 \end{aligned}$$

Usando las formas funcionales específicas podemos escribir:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial C_{ft}} &= \eta \gamma agr^{\eta-1} Z_c^{\gamma-1} Z_l^{1-\gamma} \frac{\Omega_C}{\bar{C}_t} \left[\vartheta (C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1 - \vartheta) (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} \vartheta (C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\
 \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{ft}} &= \gamma \omega agr^{\omega-1} Z_c^{\gamma-1} Z_l^{1-\gamma} \frac{\Omega_C}{\bar{C}_t} \left[\vartheta (C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1 - \vartheta) (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} \vartheta (C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\
 \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial C_{it}} &= \eta \gamma agr^{\eta-1} Z_c^{\gamma-1} Z_l^{1-\gamma} \frac{\Omega_C}{\bar{C}_t} \left[\vartheta (C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1 - \vartheta) (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (1 - \vartheta) (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\
 \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{it}} &= \gamma \omega agr^{\omega-1} Z_c^{\gamma-1} Z_l^{1-\gamma} \frac{\Omega_C}{\bar{C}_t} \left[\vartheta (C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1 - \vartheta) (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (1 - \vartheta) (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\
 \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial N_{ft}} &= -\eta agr^{\eta-1} (1 - \gamma) Z_c^\gamma Z_l^{-\gamma} \frac{\Omega_N}{\bar{L}_t} \left[\kappa (N_{ft})^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \kappa) (N_{it})^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} \kappa (N_{ft})^{\frac{1}{\rho}-1} \\
 \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{ft}} &= -\omega agr^{\omega-1} (1 - \gamma) Z_c^\gamma Z_l^{-\gamma} \frac{\Omega_N}{\bar{L}_t} \left[\kappa (N_{ft})^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \kappa) (N_{it})^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} \kappa (N_{ft})^{\frac{1}{\rho}-1} \\
 \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial N_{it}} &= -\eta agr^{\eta-1} (1 - \gamma) Z_c^\gamma Z_l^{-\gamma} \frac{\Omega_N}{\bar{L}_t} \left[\kappa (N_{ft})^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \kappa) (N_{it})^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (1 - \kappa) (N_{it})^{\frac{1}{\rho}-1} \\
 \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{it}} &= -\omega agr^{\omega-1} (1 - \gamma) Z_c^\gamma Z_l^{-\gamma} \frac{\Omega_N}{\bar{L}_t} \left[\kappa (N_{ft})^{\frac{1}{\rho}} + (1 - \kappa) (N_{it})^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (1 - \kappa) (N_{it})^{\frac{1}{\rho}-1}
 \end{aligned}$$

Las derivadas relevantes para el período $t + 1$ son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial C_{ft}} &= -\eta\gamma\vartheta\chi\Omega_C agr_{t+1}^{\eta-1} Z_{ct+1}^{\gamma-1} Z_{lt+1}^{1-\gamma} \frac{C_{t+1}}{C_{t+1}^2} \left[\vartheta(C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial C_{ft}} &= -\omega\gamma\vartheta\chi\Omega_C agr_{t+1}^{\omega-1} Z_{ct+1}^{\gamma-1} Z_{lt+1}^{1-\gamma} \frac{C_{t+1}}{C_{t+1}^2} \left[\vartheta(C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial C_{it}} &= -\eta\gamma(1-\vartheta)\chi\Omega_C agr_{t+1}^{\eta-1} Z_{ct+1}^{\gamma-1} Z_{lt+1}^{1-\gamma} \frac{C_{t+1}}{C_{t+1}^2} \left[\vartheta(C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial C_{it}} &= -\omega\gamma(1-\vartheta)\chi\Omega_C agr_{t+1}^{\omega-1} Z_{ct+1}^{\gamma-1} Z_{lt+1}^{1-\gamma} \frac{C_{t+1}}{C_{t+1}^2} \left[\vartheta(C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial N_{ft}} &= \eta(1-\gamma)v\kappa\Omega_N agr_{t+1}^{\eta-1} Z_{ct+1}^{\gamma} Z_{lt+1}^{-\gamma} \frac{L_{t+1}}{L_{t+1}^2} \left[\kappa(N_{ft})^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_{it})^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_{ft})^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial N_{ft}} &= \omega(1-\gamma)v\kappa\Omega_N agr_{t+1}^{\omega-1} Z_{ct+1}^{\gamma} Z_{lt+1}^{-\gamma} \frac{L_{t+1}}{L_{t+1}^2} \left[\kappa(N_{ft})^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_{it})^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_{ft})^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial N_{it}} &= \eta v(1-\gamma)(1-\kappa)\Omega_N agr_{t+1}^{\eta-1} Z_{ct+1}^{\gamma} Z_{lt+1}^{-\gamma} \frac{L_{t+1}}{L_{t+1}^2} \left[\kappa(N_{ft})^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_{it})^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_{it})^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial N_{it}} &= \omega v(1-\gamma)(1-\kappa)\Omega_N agr_{t+1}^{\omega-1} Z_{ct+1}^{\gamma} Z_{lt+1}^{-\gamma} \frac{L_{t+1}}{L_{t+1}^2} \left[\kappa(N_{ft})^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_{it})^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_{it})^{\frac{1}{\rho}-1} \end{aligned}$$

Resultados de estado estacionario

Definiremos el estado estacionario como aquella situación en la cual las variables no cambian por lo que su tasa de crecimiento es cero. Para calibrar este modelo

$$\begin{aligned} \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial C_{ft}} &= \eta\gamma\vartheta \frac{\Omega_C}{C} \left[\vartheta(C_f)^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_i)^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_f)^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{ft}} &= \omega\gamma\vartheta \frac{\Omega_C}{C} \left[\vartheta(C_f)^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_i)^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_f)^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial C_{it}} &= \eta\gamma(1-\vartheta) \frac{\Omega_C}{C} \left[\vartheta(C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial C_{it}} &= \gamma\omega(1-\vartheta) \frac{\Omega_C}{C} \left[\vartheta(C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \underline{u}_t}{\partial N_{ft}} &= -\eta(1-\gamma)\kappa \frac{\Omega_N}{L} \left[\kappa(N_f)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_i)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_f)^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{ft}} &= -\omega(1-\gamma)\kappa \frac{\Omega_N}{L} \left[\kappa(N_f)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_i)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_f)^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \underline{u}_t}{\partial N_{it}} &= -\eta(1-\gamma)(1-\kappa) \frac{\Omega_N}{L} \left[\kappa(N_f)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_i)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_i)^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_t}{\partial N_{it}} &= -\omega(1-\gamma)(1-\kappa) \frac{\Omega_N}{L} \left[\kappa(N_f)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_i)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_i)^{\frac{1}{\rho}-1}\end{aligned}$$

Las derivadas relevantes para el período $t + 1$ son:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial C_{ft}} &= -\eta\gamma\vartheta\chi \frac{\Omega_C}{\bar{C}} \left[\vartheta(C_f)^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_i)^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_f)^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial C_{ft}} &= -\omega\gamma\vartheta\chi \frac{\Omega_C}{\bar{C}} \left[\vartheta(C_f)^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_i)^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_f)^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial C_{it}} &= -\eta\gamma(1-\vartheta)\chi \frac{\Omega_C}{\bar{C}} \left[\vartheta(C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial C_{it}} &= -\omega\gamma(1-\vartheta)\chi \frac{\Omega_C}{\bar{C}} \left[\vartheta(C_{ft})^{\frac{1}{\zeta}} + (1-\vartheta)(C_{it})^{\frac{1}{\zeta}} \right]^{\zeta-1} (C_{it})^{\frac{1}{\zeta}-1} \\ \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial N_{ft}} &= \eta(1-\gamma)v\kappa \frac{\Omega_N}{L} \left[\kappa(N_f)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_i)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_f)^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial N_{ft}} &= \omega(1-\gamma)v\kappa \frac{\Omega_N}{L} \left[\kappa(N_f)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_i)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_f)^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \underline{u}_{t+1}}{\partial N_{it}} &= \eta v(1-\gamma)(1-\kappa) \frac{\Omega_N}{L} \left[\kappa(N_f)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_i)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_i)^{\frac{1}{\rho}-1} \\ \frac{\partial \bar{u}_{t+1}}{\partial N_{it}} &= \omega v(1-\gamma)(1-\kappa) \frac{\Omega_N}{L} \left[\kappa(N_f)^{\frac{1}{\rho}} + (1-\kappa)(N_i)^{\frac{1}{\rho}} \right]^{\rho-1} (N_i)^{\frac{1}{\rho}-1}\end{aligned}$$

Anexo: el problema intratemporal

$$\min P_f C_f + P_i C_i$$

$$\text{Sujeto a; } C = \Omega_C \left[\vartheta (C_{ft})^{-\xi} + (1 - \vartheta) (A_{it} K_{it}^\varphi N_{it}^{1-\varphi} - I_{it})^{-\xi} \right]^{\frac{-1}{\xi}}$$

De acuerdo con esto, la condición de optimalidad requiere que:

$$C_f = \left[\frac{P_i \vartheta}{P_f (1 - \vartheta)} \right]^{\frac{1}{1+\xi}} C_i$$

Posteriormente, dado el nivel de consumo agregado, C_t , las elecciones de consumo formal e informal óptimos está dada por:

$$C_{ft} = \frac{C_t}{\Omega_C} \left[\vartheta + (1 - \vartheta) \left(\frac{P_f (1 - \vartheta)}{P_i \vartheta} \right)^{\frac{-\xi}{1+\xi}} \right]^{\frac{1}{\xi}}$$

$$C_{it} = \frac{C_t}{\Omega_C} \left[\vartheta \left(\frac{P_i \vartheta}{P_f (1 - \vartheta)} \right)^{\frac{-\xi}{1+\xi}} + (1 - \vartheta) \right]^{\frac{1}{\xi}}$$

Estas demandas óptimas nos permiten obtener el índice de precios del agregador del consumo, el cual podemos normalizar a 1:

$$P_t^C = \frac{1}{\Omega_C} \left\{ P_f \left[\vartheta + (1 - \vartheta) \left(\frac{P_f (1 - \vartheta)}{P_i \vartheta} \right)^{\frac{-\xi}{1+\xi}} \right]^{\frac{1}{\xi}} + P_i \left[\vartheta \left(\frac{P_i \vartheta}{P_f (1 - \vartheta)} \right)^{\frac{-\xi}{1+\xi}} + (1 - \vartheta) \right]^{\frac{1}{\xi}} \right\}$$

Finalmente, y teniendo en cuenta que el consumo formal puede diferenciarse del consumo informal, a lo sumo en el pago de impuestos del primero, podemos proponer que:

$$P_f = P_i (1 + \tau_c)$$

Por lo que el precio relativo del consumo formal en términos del bien de consumo informal será

$$\frac{P_f}{P_i} = p_{if} = (1 + \tau_c)$$

De acuerdo con esto, las elecciones óptimas de consumos y el índice de precios del agregador de consumo quedarán como:

$$C_{ft} = \frac{C_t}{\Omega_C} \left[\vartheta + (1 - \vartheta) \left(\frac{P_f(1 - \vartheta)}{P_i\vartheta} \right)^{\frac{-\xi}{1+\xi}} \right]^{\frac{1}{\xi}}$$

$$C_{it} = \frac{C_t}{\Omega_C} \left[\vartheta \left(\frac{P_i\vartheta}{P_f(1 - \vartheta)} \right)^{\frac{-\xi}{1+\xi}} + (1 - \vartheta) \right]^{\frac{1}{\xi}}$$

$$1 = \frac{1}{\Omega_C} \left\{ P_f \left[\vartheta + (1 - \vartheta) \left(\frac{P_f(1 - \vartheta)}{P_i\vartheta} \right)^{\frac{-\xi}{1+\xi}} \right]^{\frac{1}{\xi}} + P_i \left[\vartheta \left(\frac{P_i\vartheta}{P_f(1 - \vartheta)} \right)^{\frac{-\xi}{1+\xi}} + (1 - \vartheta) \right]^{\frac{1}{\xi}} \right\}$$

Suponiendo sin pérdida de generalidad que, además, $P_i = 1$.

De manera similar, una vez que el agente elige la cantidad de trabajo óptima N_t elige las cantidades óptimas de trabajo formal e informal, maximizando los ingresos salariales netos de impuestos:

$$\max \quad NW_t = N_{ft}W_{ft}(1 - (1 - \sigma)\tau_N) + N_{it}W_{it}$$

$$\text{Sujeto a} \quad N_t = \Omega_N \left[\kappa(N_{ft})^{-\rho} + (1 - \kappa)(N_{it})^{-\rho} \right]^{\frac{-1}{\rho}}$$

La condición de optimalidad para este problema es:

$$N_f = \left[\frac{W_i\kappa}{W_f(1 - (1 - \sigma)\tau_N)(1 - \kappa)} \right]^{\frac{1}{1+\rho}} N_i$$

Las soluciones óptimas para las ofertas de trabajo óptimas en los dos sectores son:

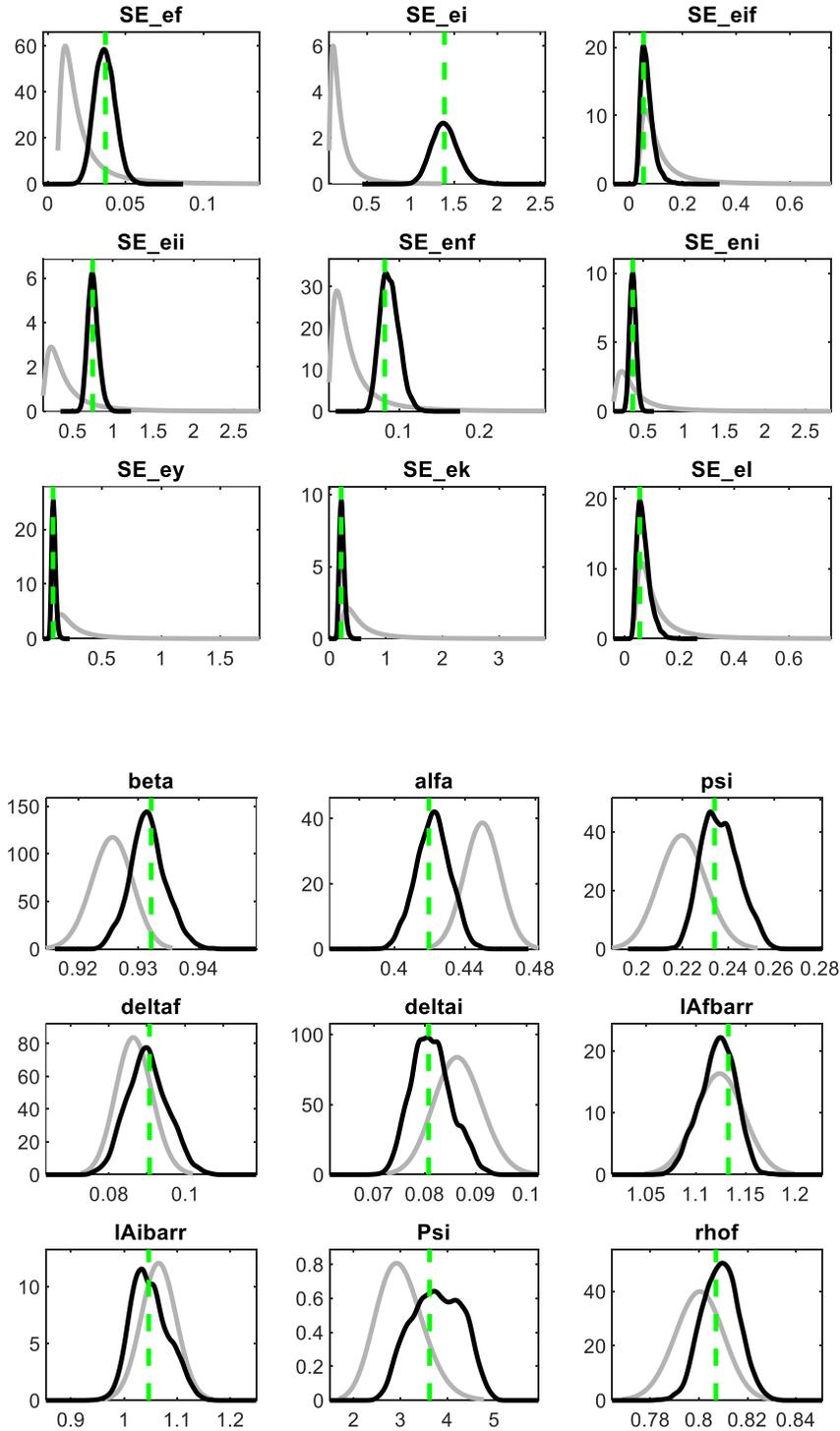
$$N_{ft} = \frac{N_t}{\Omega_N} \left[\kappa + (1 - \kappa) \left(\frac{W_f(1 - (1 - \sigma)\tau_N)(1 - \kappa)}{W_i\kappa} \right)^{\frac{-\rho}{1+\rho}} \right]^{\frac{1}{\rho}}$$

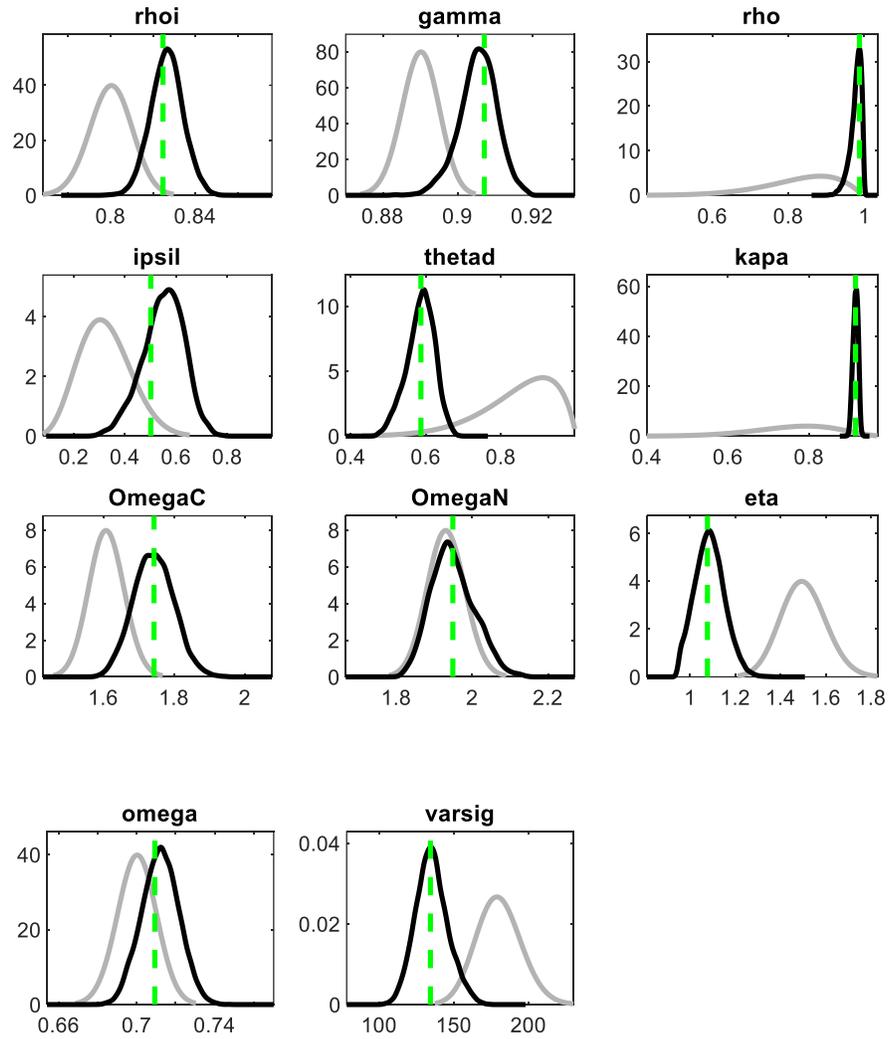
$$N_{it} = \frac{N_t}{\Omega_N} \left[\kappa \left(\frac{W_i \kappa}{W_f (1 - (1 - \sigma) \tau_N) (1 - \kappa)} \right)^{\frac{-\rho}{1+\rho}} + (1 - \kappa) \right]^{\frac{1}{\rho}}$$

Por lo tanto, el agregador de salarios estará dado por:

$$W_t = \frac{1}{\Omega_N} \left\{ W_f (1 - (1 - \sigma) \tau_N) \left[\kappa + (1 - \kappa) \left(\frac{W_f (1 - (1 - \sigma) \tau_N) (1 - \kappa)}{W_i \kappa} \right)^{\frac{-\rho}{1+\rho}} \right]^{\frac{1}{\rho}} \right. \\ \left. + W_i \left[\kappa \left(\frac{W_i \kappa}{W_f (1 - (1 - \sigma) \tau_N) (1 - \kappa)} \right)^{\frac{-\rho}{1+\rho}} + (1 - \kappa) \right]^{\frac{1}{\rho}} \right\}$$

Anexo: distribuciones prior y posterior de los parámetros estimados





Borradores del CIE

No.	Título	Autor(es)	Fecha
01	Organismos reguladores del sistema de salud colombiano: conformación, funcionamiento y responsabilidades.	Durfari Velandia Naranjo Jairo Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Agosto de 2002
02	Economía y relaciones sexuales: un modelo económico, su verificación empírica y posibles recomendaciones para disminuir los casos de sida.	Marcela Montoya Múnera Danny García Callejas	Noviembre de 2002
03	Un modelo RSDAIDS para las importaciones de madera de Estados Unidos y sus implicaciones para Colombia	Mauricio Alviar Ramírez Medardo Restrepo Patiño Santiago Gallón Gómez	Noviembre de 2002
04	Determinantes de la deserción estudiantil en la Universidad de Antioquia	Johanna Vásquez Velásquez Elkin Castaño Vélez Santiago Gallón Gómez Karoll Gómez Portilla	Julio de 2003
05	Producción académica en Economía de la Salud en Colombia, 1980-2002	Karem Espinosa Echavarría Jairo Humberto Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Agosto de 2003
06	Las relaciones del desarrollo económico con la geografía y el territorio: una revisión.	Jorge Lotero Contreras	Septiembre de 2003
07	La ética de los estudiantes frente a los exámenes académicos: un problema relacionado con beneficios económicos y probabilidades	Danny García Callejas	Noviembre de 2003
08	Impactos monetarios e institucionales de la deuda pública en Colombia 1840-1890	Angela Milena Rojas R.	Febrero de 2004
09	Institucionalidad e incentivos en la educación básica y media en Colombia	David Fernando Tobón Germán Darío Valencia Danny García Guillermo Pérez Gustavo Adolfo Castillo	Febrero de 2004
10	Selección adversa en el régimen contributivo de salud: el caso de la EPS de Susalud	Johanna Vásquez Velásquez Karoll Gómez Portilla	Marzo de 2004
11	Diseño y experiencia de la regulación en salud en Colombia	Jairo Humberto Restrepo Zea Sandra Rodríguez Acosta	Marzo de 2004
12	Economic Growth, Consumption and Oil Scarcity in Colombia: A Ramsey model, time series and panel data approach	Danny García Callejas	Marzo de 2005
13	La competitividad: aproximación conceptual desde la teoría del crecimiento y la geografía económica	Jorge Lotero Contreras Ana Isabel Moreno Monroy Mauricio Giovanni Valencia Amaya	Mayo de 2005
14	La curva Ambiental de Kuznets para la calidad del agua: un análisis de su validez mediante raíces unitarias y cointegración	Mauricio Alviar Ramírez Catalina Granda Carvajal Luis Guillermo Pérez Puerta Juan Carlos Muñoz Mora Diana Constanza Restrepo Ochoa	Mayo de 2006
15	Integración vertical en el sistema de salud colombiano: Aproximaciones empíricas y análisis de doble marginalización	Jairo Humberto Restrepo Zea John Fernando Lopera Sierra Sandra Rodríguez Acosta	Mayo de 2006
16	Cliometrics: a market account of a scientific community (1957-2005)	Angela Milena Rojas	Septiembre de 2006
17	Regulación ambiental sobre la contaminación vehicular en Colombia: ¿hacia dónde vamos?	David Tobón Orozco Andrés Felipe Sánchez Gandur Maria Victoria Cárdenas Londoño	Septiembre de 2006

18	Biology and Economics: Metaphors that Economists usually take from Biology	Danny García Callejas	Septiembre de 2006
19	Perspectiva Económica sobre la demanda de combustibles en Antioquia	Elizeth Ramos Oyola María Victoria Cárdenas Londoño David Tobón Orozco	Septiembre de 2006
20	Caracterización económica del deporte en Antioquia y Colombia: 1998-2001	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Ana Milena Olarte Cadavid Carlos Mario Londoño Toro Juan David Gómez Gonzalo Valderrama	Octubre de 2006
21	Impacto Económico de los Juegos Deportivos Departamentales 2004: el caso de Santa Fe De Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Ana Milena Olarte Cadavid Nini Johana Marín Rodríguez Mauricio A. Hernández Monsalve Rodrigo Arboleda Sierra	Octubre de 2006
22	Diagnóstico del sector deporte, la recreación y la educación física en Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Juan Francisco Gutiérrez Betancur Mauricio López González Nini Johana Marín Rodríguez Nelson Alveiro Gaviria García	Octubre de 2006
23	Formulación de una política pública para el sector del deporte, la recreación y la educación física en Antioquia	Ramón Javier Mesa Callejas Rodrigo Arboleda Sierra Juan Francisco Gutiérrez Betancur Mauricio López González Nini Johana Marín Rodríguez Nelson Alveiro Gaviria García	Octubre de 2006
24	El efecto de las intervenciones cambiarias: la experiencia colombiana 2004-2006	Mauricio A. Hernández Monsalve Ramón Javier Mesa Callejas	Octubre de 2006
25	Economic policy and institutional change: a context-specific model for explaining the economic reforms failure in 1970's Colombia	Angela Milena Rojas	Noviembre de 2006
26	Definición teórica y medición del Comercio Intraindustrial	Ana Isabel Moreno M. Héctor Mauricio Posada D	Noviembre de 2006
Borradores Departamento de Economía			
27	Aportes teóricos al debate de la agricultura desde la economía	Marleny Cardona Acevedo Yady Marcela Barrero Amortegui Carlos Felipe Gaviria Garcés Ever Humberto Álvarez Sánchez Juan Carlos Muñoz Mora	Septiembre de 2007
28	Competitiveness of Colombian Departments observed from an Economic geography Perspective	Jorge Lotero Contreras Héctor Mauricio Posada Duque Daniel Valderrama	Abril de 2009
29	La Curva de Engel de los Servicios de Salud En Colombia. Una Aproximación Semiparamétrica	Jorge Barrientos Marín Juan Miguel Gallego Juan Pablo Saldarriaga	Julio de 2009
30	La función reguladora del Estado: ¿qué regular y por qué?: Conceptualización y el caso de Colombia	Jorge Hernán Flórez Acosta	Julio de 2009
31	Evolución y determinantes de las exportaciones industriales regionales: evidencia empírica para Colombia, 1977-2002	Jorge Barrientos Marín Jorge Lotero Contreras	Septiembre de 2009
32	La política ambiental en Colombia: Tasas retributivas y Equilibrios de Nash	Medardo Restrepo Patiño	Octubre de 2009
33	Restricción vehicular y regulación ambiental: el programa "Pico y Placa" en Medellín	David Tobón Orozco Carlos Vasco Correa Blanca Gómez Olivo	Mayo de 2010

34	Corruption, Economic Freedom and Political Freedom in South America: In Pursuit of the missing Link	Danny García Callejas	Agosto de 2010
35	Karl Marx: dinero, capital y crisis	Ghislain Deleplace	Octubre de 2010
36	Democracy and Environmental Quality in Latin America: A Panel System of Equations Approach, 1995-2008	Danny García Callejas	Noviembre de 2010
37	Political competition in dual economies: clientelism in Latin America	Angela M.Rojas Rivera	Febrero de 2011
38	Implicaciones de Forward y Futuros para el Sector Eléctrico Colombiano	Duvan Fernando Torres Gómez Astrid Carolina Arroyave Tangarife	Marzo de 2011
39	Per Capita GDP Convergence in South America, 1960-2007	Danny García Callejas	Mayo de 2011
40	Efectos del salario mínimo sobre el estatus laboral de los jóvenes en Colombia	Yenny Catalina Aguirre Botero	Agosto de 2011
41	Determinantes del margen de intermediación en el sector bancario colombiano para el periodo 2000 – 2010	Perla Escobar Julián Gómez	Septiembre de 2011
42	Tamaño óptimo del gasto público colombiano: una aproximación desde la teoría del crecimiento endógeno	Camilo Alvis Cristian Castrillón	Septiembre de 2011
43	Estimación del stock de capital humano bajo la metodología Jorgenson-Fraumeni para Colombia 2001-2009	Juan David Correa Ramírez Jaime Alberto Montoya Arbeláez	Septiembre de 2011
44	Estructura de ingresos para trabajadores asalariados y por cuenta propia en la ciudad de Ibagué	José Daniel Salinas Rincón Daniel Aragón Urrego	Noviembre de 2011
45	Identificación y priorización de barreras a la eficiencia energética: un estudio en microempresas de Medellín	Juan Gabriel Vanegas Sergio Botero Botero	Marzo de 2012
46	Medición del riesgo sistémico financiero en estudios de historia económica. Propuesta metodológica y aplicación para la banca libre en Antioquia, 1888	Javier Mejía Cubillos	Mayo de 2012
47	El tiempo, el éter que lo cubre todo: Un análisis de la temporalidad en la economía política de Karl Marx	Germán Darío Valencia Agudelo	Septiembre de 2012
48	Características de la Población Ocupada en Colombia: Un análisis del perfil de los formales e informales	José Daniel Salinas Rincón Sara Isabel González Arismendy Leidy Johana Marín	Octubre de 2012
49	Desarrollo económico Territorial: El caso del Cluster TIC, Medellín y Valle de Aburrá. Propuesta de fomento y consolidación de la industria de Contenidos Digitales	Felipe Molina Otálvaro Pablo Barrera Bolaños Tulio Montemiranda Aguirre	Noviembre de 2012
50	Análisis de la interacción entre las autoridades monetaria y fiscal en Colombia (1991-2011). Una aplicación desde la teoría de juegos	Sebastián Giraldo González Edwin Esteban Torres Gómez Ana Cristina Muñoz Toro	Enero de 2013
51	Tangible Temptation in the Social Dilema: Cash, Cooperation, and Self Control	Kristian Ove R. Myrseth Gerhard Riener Conny Wollbrant	Mayo de 2013
52	Análisis de las disparidades regionales en Colombia: una aproximación desde la estadística espacial, 1985 – 2010	Jhonny Moncada Osmar Leandro Loaiza Quintero	Octubre de 2013
53	Modelo VECM para estimar relaciones de largo plazo de un indicador de liquidez y sus determinantes	Wilman A. Gómez John F. Lopera	Noviembre de 2013
54	Informality and Macroeconomic Volatility: Do Credit Constraints Matter?	Catalina Granda Carvajal	Enero de 2015
55	¿Debería la Historia del Pensamiento Económico ser incluida en los Planes de Estudio de Economía en Pregrado?	Alessandro Roncaglia	Junio de 2015
56	A Comparative Analysis of Political Competition and Local Provision of Public Goods: Brazil, Colombia and Mexico (1991-2010)	Ángela M. Rojas Rivera Carlos A. Molina Guerra	Octubre de 2015

57	Economía, gestión y fútbol: de la pasión a la sostenibilidad financiera	Ramón Javier Mesa Callejas Jair Albeiro Osorio Agudelo Carlos Eduardo Castaño Ríos	Julio de 2016
58	Desarrollo económico y espacial desigual: panorama teórico y aproximaciones al caso colombiano	Angela Milena Rojas Rivera Juan Camilo Rengifo López	Noviembre de 2016
59	Extent of Expected Pigouvian Taxes and Permits for Environmental Services in a General Equilibrium Model with a natural capital constraint	David Tobón Orozco Carlos Molina Guerra John Harvey Vargas Cano	Noviembre de 2016
60	Riesgo idiosincrático y retornos en el mercado accionario de Colombia	Carlos Andrés Barrera Montoya	Enero de 2017
61	Incidencia de los flujos de capital en la política monetaria de Colombia, 1996-2011	Deivis Agudelo Hincapié Alexis Arias Saavedra Julián Jiménez Mejía	Enero de 2017
62	Sobre los fundamentales del precio de la energía eléctrica: evidencia empírica para Colombia	Jorge Barrientos Marín Monica Toro Martínez	Marzo de 2017
63	Desarrollo económico local y género en ámbitos territoriales rurales: el caso de la zona Liborina-Sabanalarga, Antioquia, Colombia	Harold Cardona Trujillo Jorge Lotero Contreras Paula Andrea Galeano Morales Alix Bibiana Gómez Robinson Garcés Marín	Mayo de 2017
64	Recursos y capacidades para el desarrollo económico local en Buriticá Antioquia	Tatiana María Colorado Marín Juan David Franco Henao Yesica Rangel Villada	Junio de 2017
65	Panel de VAR: Una aplicación en la movilidad de factores de producción en la integración económica Alianza del Pacífico	Carlos Andrés Villarreal Restrepo	Junio de 2017
66	Cálculo de un WACC diferenciado por región para proyectos de generación de electricidad con fuentes renovables en Colombia	Jorge Barrientos Marín Fernando Villada Duque	Agosto de 2017
67	La determinación de los precios en la teoría económica de Sir James Steuart	Alexander Tobon Arias	Agosto de 2017
68	La teoría macroeconómica de John Maynard Keynes	Ghislain Deleplace	Octubre de 2017
69	Revisión general de la producción académica en historia empresarial colombiana publicada en revistas académicas 1984-2016	Tatiana González Lopera	Noviembre de 2017
70	Una regla empírica de tasa de interés de política monetaria para una economía emergente, pequeña y abierta	Jaime Montoya Ramirez	Noviembre de 2017
71	Los salarios y la fatiga acumulada: una revisión de la teoría de la oferta de trabajo	Carlos Andrés Vasco Correa	Diciembre de 2017
72	Modelo cualitativo para estudiar la internacionalización de las multilatinas colombianas	Ramón Javier Mesa Callejas Mauricio Lopera Castaño Paola Melisa Valencia Guzmán Mónica Andrea Álvarez Marín Paula Andrea Uribe Polo	Febrero de 2018
73	Mediciones del crecimiento económico regional y local en Colombia, 1950-2017: una revisión	Jaime Vallecilla G.	Febrero de 2018
74	Planteamiento de la cuestión agraria en la historiografía agraria colombiana: 1936 – 2016	Juan Carlos Velásquez Torres	Marzo de 2018
75	Los estudios en historia fiscal de Colombia sobre el siglo XX	Angela Milena Rojas R.	Noviembre de 2018
76	Can environmental taxes and payments for ecosystem services regulate pollution when the resilience of water bodies is surpassed?	David Tobón-Orozco Carlos Molina Harvey Vargas	Noviembre de 2018
77	Sobre la estructura de gasto y la curva de Engel de los hogares urbanos: evidencia empírica para Medellín	Jorge Barrientos Marín Efraín Arango Sánchez	Noviembre de 2018

78	Determinantes de la productividad multifactorial: los casos de las principales economías latinoamericanas y emergentes de Asia (1960 - 2015)	Wilman Arturo Gómez Carlos Esteban Posada Remberto Rhenals	Diciembre de 2018
79	Implementación de una evaluación por competencias académicas en el pregrado de Economía de la Universidad del Magdalena, Colombia	Rafael García José González Porto Luz Helena Díaz Álvaro Acevedo Alexander Tobón	Mayo de 2019
80	Determinantes del ahorro interno en Colombia: un acercamiento desde las Cuentas Nacionales Trimestrales para el período 1994-2017	Jaime Montoya Ramirez	Junio de 2019
81	Álgebra de un modelo simple IS-MR-AD-AS: Notas de clase	Jaime Alberto Montoya Remberto Rhenals	Agosto de 2019
82	¿Las diferencias importan? Heterogeneidad y dilemas sociales en recursos naturales, aportes desde la Economía experimental y del comportamiento	Yady Marcela Barrero	Septiembre de 2019
83	Concentración de tierras, paz territorial e impuesto predial rural en Antioquia	Cristian Sánchez Salazar	Septiembre de 2019
84	Una breve aplicación a la predicción de la fragilidad de empresas colombianas, mediante el uso de modelos estadísticos	Jorge Iván Pérez García Mauricio Lopera Castaño Fredy Alonso Vásquez Bedoya	Septiembre de 2019
85	Diseño e implementación de resultados de aprendizaje para pregrados en Economía	Alexander Tobón	Octubre de 2019
86	Corrupción, incentivos y contrabando técnico en Colombia, 1998 – 2013	Edwin Esteban Torres Gómez Luis Ricardo Argüello Cuervo	Noviembre de 2019
87	Efecto de los programas educativos en pruebas estandarizadas. Un análisis por cuartiles de la política educativa "Antioquia la más educada".	Diana Lucia López López Edwin Esteban Torres Gómez Cristian Sánchez Salazar	Diciembre de 2019
88	Identificación de las principales restricciones operativas al crecimiento en Antioquia, Caldas, Risaralda y Quindío	Harold Cardona-Trujillo Estefany Peña Rojas	Diciembre de 2020
89	La teoría económica: ¿un monumento en peligro?	Jean Cartelier	Febrero de 2021
90	Caída y convergencia mundial de las tasas de inflación	Wilman Gómez Carlos Esteban Posada Remberto Rhenals	Marzo de 2021
91	¿Es posible explicar la crisis colombiana de 1998-2003 a partir de la teoría austríaca del ciclo económico?	Andrés Mauricio Rosero Sánchez	Mayo de 2021
92	La estructura de la propiedad de la tierra y su relación con la inversión social local en Colombia, 2000 – 2010	Mariana Rincón Orozco	Junio de 2021
93	Conferencia de Carlo Benetti con motivo de su investidura como Doctor Honoris Causa de la Universidad Metropolitana de México en 2015	Carlo Benetti	Septiembre de 2021
94	Crédito, producción y consumo en la teoría monetaria de Hawtrey (1919)	Carlos Andrés Villarreal Restrepo	Octubre de 2021
95	Entre el poder y la resistencia. Asesinato de líderes sociales y restitución de tierras en Colombia	Juan Fernando Zabala Hincapié	Diciembre de 2021
96	La estructura lógica de la teoría del equilibrio general dinámico estocástico	Alexander Tobón	Agosto de 2022
97	Transición demográfica, acumulación y uso del capital humano: ¿por qué muchos países siguen siendo pobres?	Ana Isabel Suárez García	Octubre de 2023
98	Metodología para la construcción y evaluación de resultados de aprendizaje para programas de pregrado y posgrado	Alexander Tobón Arias	Abril de 2024
99	La interacción gráfica en Python como herramienta para mejorar el aprendizaje en microeconomía y macroeconomía	Carlos Andrés Palacio Gómez	Octubre de 2024

100	Sector informal como amortiguador del ciclo económico: el papel de la aversión a la pérdida	Wilman Gómez M. Cristian Castrillón G. Jaime Montoya A.	Octubre de 2024
-----	--	---	-----------------

**LECTURAS
DE
ECONOMÍA**

Universidad de Antioquia
Facultad de Ciencias Económicas
Departamento de Economía