



**Diseño, simulación y adaptación de captadores  
piezoeléctricos en vigas tipo voladizo para bajas frecuencias**

Sofía Naranjo Ríos

Trabajo de grado presentado para optar al título de Ingeniero Mecánico

Asesor externo

PhD. Cody Gonzalez

University of Texas at San Antonio, TX, EE. UU.

Asesor interno

PhD. Junes Abdul Villarraga Ossa

Universidad de Antioquia, Antioquia, Colombia

Universidad de Antioquia

Facultad de Ingeniería

Ingeniería Mecánica

Medellín, Antioquia, Colombia

2024



---

<b>Cita</b>	Naranjo Ríos [1]
-------------	------------------

---

<b>Referencia</b>	[1] Naranjo Ríos, “Diseño, simulación y adaptación de captadores piezoeléctricos en vigas tipo voladizo para bajas frecuencias”, Trabajo de grado, Ingeniería mecánica, Universidad de Antioquia, Medellín, Antioquia, Colombia, 2024.
-------------------	--

---

Estilo (2020)	IEEE
------------------	------



Grupo de diseño mecánico



Centro de Documentación Ingeniería (CENDOI)

**Repositorio Institucional:** <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - [www.udea.edu.co](http://www.udea.edu.co)

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

## **Dedicatoria**

*A mis padres, Carlos Mario Naranjo Echeverri y Gloria Janeth Rios Montoya, y a mi hermana y compañera de vida Valentina Naranjo Ríos, quienes siempre han sido mi apoyo incondicional en todo momento y mi mayor motivación para persistir en este camino. Les agradezco por siempre estar pendientes de mi proceso, darme ese ejemplo de sabiduría y rectitud, inspirarme a amar la ciencia y la tecnología e inculcar en mí todos los valores que hoy definen quien soy como persona. Finalmente, por ayudarme a cumplir mi sueño de realizar este trabajo de grado en la Universidad de Texas en San Antonio, Estados Unidos e impulsarme siempre a abrir mis horizontes y superarme tanto personal como profesionalmente. Los amo.*

## **Agradecimientos**

*Con este trabajo de grado cierro una de las etapas más importantes de mi vida académica. Sin duda, la más retadora, pero a la vez satisfactoria. Por ello, me gustaría dar las gracias a todas las personas que me han acompañado a lo largo de estos años y han sido fundamentales a lo largo de toda mi carrera. Especialmente al profesor PhD. Junes Abdul Villarraga Ossa por estar siempre acompañándome y guiándome en este proceso como mi mentor y asesor de este trabajo de grado a quien le agradezco profundamente toda la confianza que ha depositado en mí. A mi asesor externo, el profesor PhD. Cody Gonzalez por brindarme la oportunidad de poner en práctica todos mis conocimientos y acompañarme como mentor de un gran proceso de aprendizaje en la Universidad de Texas en San Antonio. Al profesor PhD. John Ramiro Agudelo Santamaria por ser ese ejemplo a seguir durante mi carrera y apoyar mi sueño de realizar la pasantía. Finalmente, al profesor Pedro León Simancas por cumplir una extraordinaria labor, preocupándose por cada uno de sus estudiantes y siempre impulsándolos a superarse en todos los ámbitos, brindándoles las mejores oportunidades y la mejor formación posible. Gracias a todos.*

## TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	11
ABSTRACT .....	12
<b>I. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>13</b>
<b>II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....</b>	<b>17</b>
<b>Antecedentes .....</b>	<b>18</b>
<b>III. JUSTIFICACIÓN.....</b>	<b>21</b>
<b>IV. OBJETIVOS.....</b>	<b>23</b>
<b>A. Objetivo general .....</b>	<b>23</b>
<b>B. Objetivos específicos.....</b>	<b>23</b>
<b>VI. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>24</b>
<b>A. Materiales inteligentes .....</b>	<b>24</b>
<b>B. Materiales piezoeléctricos.....</b>	<b>25</b>
<b>C. El PZT como material piezoeléctrico.....</b>	<b>27</b>
<b>D. Aplicaciones de los materiales piezoeléctricos .....</b>	<b>28</b>
<b>E. Limitaciones de los materiales piezoeléctricos.....</b>	<b>30</b>
<b>F. Ecuaciones Fundamentales.....</b>	<b>30</b>
<b>1) Ecuación constitutiva piezoeléctrica directa:.....</b>	<b>30</b>
<b>2) Ecuación constitutiva piezoeléctrica inversa: .....</b>	<b>31</b>
<b>G. Mumetal .....</b>	<b>31</b>
<b>1) Composición: .....</b>	<b>31</b>
<b>2) Alta permeabilidad magnética <math>\mu</math>: .....</b>	<b>31</b>
<b>3) Baja coercitividad: .....</b>	<b>32</b>
<b>4) Aplicaciones del Mu-metal .....</b>	<b>32</b>

<b>H.</b>	<b>Frecuencias del entorno y recolección de energía .....</b>	<b>32</b>
<b>I.</b>	<b>Viga en Voladizo.....</b>	<b>33</b>
<b>J.</b>	<b>Influencia de la masa y el espesor .....</b>	<b>34</b>
<b>VII.</b>	<b>METODOLOGÍA .....</b>	<b>36</b>
<b>A.</b>	<b>Diseño de soporte para acoplamiento de las vigas al shaker.....</b>	<b>36</b>
<b>1)</b>	<b>Identificación de la necesidad.....</b>	<b>36</b>
<b>2)</b>	<b>Desarrollo de prototipos .....</b>	<b>36</b>
<b>3)</b>	<b>Selección del soporte .....</b>	<b>39</b>
<b>B.....</b>		<b>39</b>
<b>B.</b>	<b>Selección de materiales .....</b>	<b>39</b>
<b>1)</b>	<b>Material activo.....</b>	<b>39</b>
<b>2)</b>	<b>Material inactivo .....</b>	<b>40</b>
<b>C.</b>	<b>Simulaciones en COMSOL.....</b>	<b>41</b>
<b>1)</b>	<b>Configuración inicial del software .....</b>	<b>41</b>
<b>2)</b>	<b>Variación de parámetros .....</b>	<b>41</b>
<b>3)</b>	<b>Ajuste de la masa y dimensiones .....</b>	<b>42</b>
<b>4)</b>	<b>Optimización de frecuencia de resonancia.....</b>	<b>42</b>
<b>5)</b>	<b>Selección de resistencias.....</b>	<b>43</b>
<b>D.</b>	<b>Diseño del experimento.....</b>	<b>44</b>
<b>1)</b>	<b>Definición de factores y niveles .....</b>	<b>45</b>
<b>2)</b>	<b>Definición de réplicas para cada configuración .....</b>	<b>46</b>
<b>3)</b>	<b>Cálculo de pruebas .....</b>	<b>46</b>
<b>E.</b>	<b>Desarrollo del experimento.....</b>	<b>47</b>
<b>1)</b>	<b>Preparación de las vigas .....</b>	<b>47</b>
<b>2)</b>	<b>Configuración del montaje experimental.....</b>	<b>48</b>

3) Realización de pruebas y recolección de datos .....	51
<b>VIII. RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....</b>	<b>52</b>
X. CONCLUSIONES.....	57
XI. REFERENCIAS.....	59

## LISTA DE TABLAS

TABLA I. PROPIEDADES MATERIALES PIEZOELECTRICOS. ....	40
TABLA II. PARÁMETROS DE LA SIMULACIÓN. ....	42
TABLA III. CONFIGURACIÓN DE CAPAS PARA VIGA PIEZOELÉCTRICO. ....	46
TABLA IV. DISEÑO DE ELEMENTOS.....	52

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 1. Estadísticas energéticas.....	14
Fig. 2. Materiales inteligentes. ....	25
Fig. 3. Efecto piezoeléctrico con cargas mecánicas .....	25
Fig. 4. Efecto piezoeléctrico.....	26
Fig. 5. Aplicación piezoeléctrica en encendedores. ....	27
Fig. 6. Rangos de frecuencia de diferentes fuentes de energía mecánica. ....	33
Fig. 7. a) Esfuerzo máximo de una viga en voladizo y b) deformación máxima de una viga en voladizo. ....	34
Fig. 8. Distribución de la capa piezoeléctrica. ....	37
Fig. 9. a) Prototipo 1 y b) Prototipo 2. ....	38
Fig. 10. Comparación de prototipos del soporte. ....	38
Fig. 11. Soporte de acoplamiento número 2.....	39
Fig. 12. Geometría 2D de la simulación.....	41

## SIGLAS, ACRÓNIMOS Y ABREVIATURAS

<b>EH</b>	Energy Harvesting
<b>IAE</b>	International Energy Agency
<b>RMS</b>	Root Mean Square
<b>PhD</b>	Philosophiae Doctor
<b>UdeA</b>	Universidad de Antioquia
<b>LED</b>	Light Emissor Diode
<b>TEMS</b>	Toyota Electronic Modulated Suspension

---

## RESUMEN

Debido a la necesidad actual de aprovechar y generar nuevas fuentes de energía para suplir los elevados consumos que requiere el mundo y su constante crecimiento, han surgido nuevas fuentes de recolección y almacenamiento como lo son los materiales o cristales piezoeléctricos. Para utilizar estos materiales como fuentes o recolectores de energía, ya que no la generan, sino que la transforman, aprovechando las vibraciones mecánicas del ambiente, es necesario evaluar la respuesta que tienen estos materiales a diferentes condiciones como sus geometrías, espesores y configuraciones, con el fin de obtener la mejor combinación que permita aumentar su eficiencia al aprovechar su frecuencia de resonancia, en este caso, de una viga en voladizo que es la geometría estudiada. Para incrementar el voltaje de salida al aplicar vibraciones de bajas frecuencias que generan presión y deformaciones mecánicas sobre la capa activa del material.

Para esta investigación se utiliza un vibrómetro laser de efecto doppler, un acelerómetro, un amplificador de señal, una caja de resistencias y un shaker, además del software de simulación numérica COMSOL, proporcionando tanto de manera experimental como por medio de simulaciones, la mejor combinación de los factores anteriormente considerados para proporcionar una viga en voladizo de 45x18mm con 2 capas inactivas y una activa, una frecuencia de resonancia de 59Hz y un voltaje de salida de 8 Voltios

***Palabras clave*** — Piezoeléctricos, Vibraciones, Voltaje, Frecuencia de resonancia, Recolectores de energía.

---

## ABSTRACT

Due to the current need to increase and generate new sources of renewable energy to supply the high consumption demands of the world and its constant growth, new methods of energy collection and storage have emerged, such as piezoelectric materials or crystals. In order to use these materials as sources or collectors of energy, since they do not generate it but transform it by harnessing mechanical vibrations from the environment, it is necessary to evaluate the response of these materials to different conditions such as their geometries, thicknesses, and configurations. The aim is to find the best combination that allows using the resonance frequency, in this case, of a cantilever beam, which is the geometry studied, to increase efficiency, or in this context, output voltage when low frequency vibrations are applied to generate pressure on the active layer of the material.

For this research a Doppler Effect Laser Vibrometer, an accelerometer, a signal amplifier, a resistor box and a shaker are used, in addition to the numerical simulation software COMSOL, providing both experimentally and through simulations, the best combination of the factors previously considered to obtain a 45x18mm cantilever beam with two inactive layers and one active layer, a resonance frequency of 59 Hz and an output voltage of 8 Volts.

***Keywords* — Piezoelectric, vibrations, voltage, resonance frequency, energy harvesting.**

---

## I. INTRODUCCIÓN

La industria energética ha sido fundamental para el desarrollo industrial y para el crecimiento económico mundial en la era moderna. En tal efecto, los combustibles fósiles, primero el carbón, facilitando la primera revolución industrial, y luego el petróleo, a partir del surgimiento del motor de combustión interna y el desarrollo del automóvil, han resultado insumos claves y activos geopolíticos estratégicos para el desarrollo económico global durante el siglo XX [1], [2]. También ha sido de gran relevancia el desarrollo de la energía eléctrica. Si bien en sus orígenes la generación de electricidad ha sido altamente dependiente de los combustibles fósiles, a medida que su uso fue creciendo y expandiéndose geográficamente, ha dado lugar a nuevas tecnologías de generación, entre las que se encuentran la hidroeléctrica, la nuclear y los últimos años el despegue de las energías renovables [3]. En los dos últimos siglos, el mundo ha vivido tres revoluciones industriales y tecnológicas, en las que incluso se han cambiado por completo las fuentes de energía básicas, el tipo de actividades industriales y los medios de comunicación y transporte disponibles para desplazar mercancías, personas e información.

En el contexto actual de la creciente demanda energética, que según la International Energy Agency (IEA) aumentará casi un 80% entre 2012 y 2040, la necesidad de recurrir a nuevas fuentes y la búsqueda de tecnologías innovadoras para la recolección y almacenamiento de energía se ha intensificado. Esto se refleja en las estadísticas mundiales tanto de consumo como de producción de energía (ver Fig. 1). Para abordar este incremento y reducir los niveles de CO<sub>2</sub> emitidos anualmente, la implementación de energías más limpias y renovables ha ganado prominencia, destacándose la energía solar, eólica e hídrica como las más conocidas y utilizadas. Sin embargo, es fundamental mencionar la intensa investigación que se lleva a cabo, tanto en la industria como en la academia, dirigida a la producción eficiente y sostenible de energías a partir de otras diversas fuentes renovables, no solo las anteriormente mencionadas.

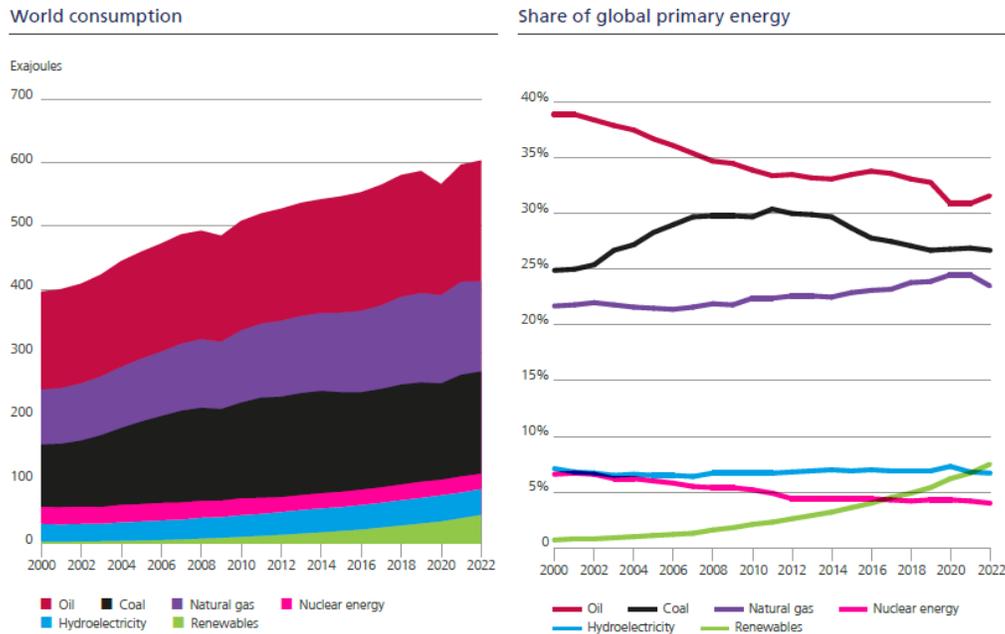


Fig. 1. Estadísticas energéticas.

Energy Harvesting (EH) o captación de energía, es un proceso por el cual la energía derivada de fuentes externas, tales como energía luminosa, energía térmica o energía mecánica, son convertidas a energía eléctrica, que se almacena para poder servir como fuente en la alimentación de sistemas electrónicos de bajo consumo. Un ejemplo de estos sistemas son las redes de sensores inalámbricas. Aunque muchas veces no es posible conseguir mediante el EH una alimentación completamente autónoma, sí se puede alargar la vida de las baterías de los sistemas electrónicos, por lo que se justifica la motivación de esta técnica de alimentación. Los sistemas de EH son muy interesantes en entornos en los que no existe red de suministro eléctrico, donde se debe minimizar al máximo la sustitución de baterías o donde no puedan instalarse baterías por motivos de seguridad. En algunos casos un sistema de alimentación basado en EH puede ser la mejor solución desde un punto de vista basado en la fiabilidad del sistema [4].

Los dispositivos de recolección de energía compuestos por materiales piezoeléctricos representan una solución prometedora debido a su capacidad para transformar las vibraciones mecánicas del entorno en energía eléctrica. Un fenómeno particularmente útil al permitir aprovechar fuentes de energía ya existentes normalmente desperdiciadas. Estos pequeños dispositivos serán el enfoque principal de este trabajo de grado, cuyo objetivo principal es

---

optimizar el diseño de captadores piezoeléctricos en vigas tipo voladizo para maximizar el voltaje de salida ante vibraciones de bajas frecuencias ya que la eficiencia de estos dispositivos representa uno de los mayores desafíos para su implementación.

La integración de materiales piezoeléctricos en sistemas de recolección de energía podría ser una parte esencial para contribuir a satisfacer la creciente demanda energética. Estos materiales no generan energía directamente, sino que la transforman a partir de las vibraciones mecánicas del ambiente. Actualmente, los materiales piezoeléctricos se utilizan en diversas aplicaciones, por ejemplo, se emplean en sensores inalámbricos ubicados en lugares remotos, donde el reemplazo de baterías es impráctico; en dispositivos médicos implantables, como marcapasos, para eliminar la necesidad de intervenciones quirúrgicas frecuentes para reemplazar baterías; y en relojes y pequeños dispositivos electrónicos que aprovechan el movimiento del usuario para prolongar la vida útil de la batería o incluso eliminarla, como se menciona en [5], donde se pueden llegar a rectificar los pulsos de captadores piezoeléctricos, almacenarlos en un condensador y finalmente convertir esa salida en una fuente DC.

Además, son fundamentales en infraestructuras inteligentes, como puentes y carreteras, donde recolectan energía del tráfico vehicular para alimentar sistemas de monitoreo estructural. En la industria del calzado y ropa inteligente, estos materiales transforman la energía del movimiento humano en electricidad para dispositivos portátiles. También se utilizan en sistemas de monitoreo ambiental en entornos remotos y en vehículos, recolectando energía de las vibraciones del motor o del movimiento del vehículo para mejorar la eficiencia energética.

Evaluar la respuesta de estos materiales bajo diferentes condiciones como variaciones en geometría, espesor y configuración es crucial para identificar la mejor combinación que permita utilizar la frecuencia de resonancia de las vigas, incrementando la eficiencia en la generación de voltaje. Este estudio se enfoca en realizar dicha evaluación para vigas tipo voladizo, buscando optimizar su desempeño como captadores piezoeléctricos y maximizar su utilidad en estas y otras aplicaciones prácticas.

---

Para llevar a cabo este objetivo se inicia por diseñar un soporte de acoplamiento de las vigas en el shaker o excitador de vibración [6], para el análisis de estas con el vibrómetro láser de efecto Doppler [7], esto teniendo en cuenta que es necesario realizar mediciones experimentales de las frecuencias de resonancia de las vigas ajustándolas mediante la adición de masas de prueba para obtener el mayor voltaje de salida posible y simultáneamente simular el comportamiento vibracional de las vigas utilizando el software COMSOL.

La metodología empleada en esta investigación se desarrolla en varias etapas clave. Después de seleccionar el mejor acoplamiento y definidos los parámetros experimentales, como geometría, masa de prueba, espesor y configuración de cada viga, se seleccionó una metodología factorial para el diseño del experimento. Los resultados de las simulaciones se compararon posteriormente con las mediciones experimentales realizadas con el vibrómetro láser y se analizaron todos los datos obtenidos.

Los resultados demuestran que es posible definir una configuración óptima de captadores piezoeléctricos en vigas tipo voladizo. La geometría final obtenida es de 18 x 45 mm, con un espesor de 0.6 mm en una configuración de dos capas inactivas y una activa. Al ser excitadas por una frecuencia de 60 Hz, estas vigas generaron un voltaje de salida significativo, demostrando que el objetivo principal del trabajo ha sido alcanzado. Esta configuración eficiente permite transformar vibraciones mecánicas en energía eléctrica, proporcionando una fuente de energía limpia, renovable y sostenible para diversas aplicaciones tecnológicas.

Este trabajo de grado no solo aborda un problema técnico específico, sino que también tiene un impacto significativo en el campo de la generación de energía. Proporciona soluciones innovadoras y prácticas que pueden ser aplicadas en diversas industrias, contribuyendo al avance del conocimiento en el uso de materiales piezoeléctricos y en la implementación de técnicas de captación de energía mecánica para vibraciones usualmente disponibles. Los resultados obtenidos ofrecen una base sólida para futuras investigaciones y aplicaciones prácticas en el ámbito de la recolección y aprovechamiento de energía mecánica.

---

## II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema central que aborda este trabajo de grado radica en la identificación y optimización de las configuraciones de captadores piezoeléctricos en vigas tipo voladizo que maximicen el voltaje de salida ante vibraciones de bajas frecuencias. Este problema se desglosa en varias consideraciones.

- Es necesario evaluar cómo diferentes combinaciones de estos parámetros pueden influir en el rendimiento de los materiales piezoeléctricos.
- La identificación de un método eficaz para medir y ajustar las frecuencias de resonancia mediante la adición de masas de prueba es crucial para optimizar la eficiencia energética.
- La implementación de herramientas de simulación es fundamental y una gran ventaja para predecir el comportamiento de las vigas y realizar ajustes de diseño antes de proceder con experimentos físicos.
- Es necesario investigar la disposición y combinación de capas activas e inactivas para identificar la configuración que genere el mayor voltaje de salida bajo condiciones de vibración específicas.

Es esencial aumentar la eficiencia de los captadores de energía piezoeléctrica para que su implementación sea viable y sostenible. Resolver este problema podría revolucionar muchas industrias, ya que las vibraciones mecánicas, que son una fuente común de energía desperdiciada, están presentes en numerosos entornos. Si se logra aprovechar un alto porcentaje de esta energía, se podría reducir considerablemente el tamaño de las baterías en muchos dispositivos y sistemas, prolongar su vida útil, e incluso, en algunos casos, eliminarlas por completo, además de varios costos adicionales. Esto abriría nuevas posibilidades para el diseño y funcionamiento de tecnologías más eficientes y sostenibles.

---

## *Antecedentes*

A continuación, se presenta un resumen de algunos estudios y desarrollos clave en el campo de la recolección de energía mediante materiales piezoeléctricos que fueron parte de la investigación previa, motivación e inspiración para realizar este trabajo de grado, además de las principales fuentes de conocimiento en los que a continuación se desarrolla.

- **Principios de la Piezoelectricidad:** Francisco Gutiérrez, en [8], expone los principios fundamentales de la piezoelectricidad, explicando cómo ciertos materiales, como el cuarzo, se polarizan eléctricamente bajo una tensión mecánica. Además, describe cómo las cerámicas piezoeléctricas, que incluyen materiales como el PZT (titanato de zirconato de plomo), pueden ser moldeadas en diferentes formas y tamaños para aprovechar sus propiedades en diversas aplicaciones industriales.
- **Reseñas y métodos de recolección de energía piezoeléctrica:** En [9] realizaron una revisión exhaustiva sobre los materiales, métodos y circuitos utilizados en la recolección de energía piezoeléctrica, destacando la importancia de los cristales piezoeléctricos en diversas aplicaciones tecnológicas. Este estudio subraya la necesidad de optimizar las configuraciones para mejorar la eficiencia energética bajo diferentes condiciones operativas.
- **Efectos de concentración de estrés en la recolección de energía:** Sharpes, en [10], investigó los captadores de vibraciones piezoeléctricos de baja frecuencia concentrados en dos dimensiones. Su estudio mostró que la concentración del estrés en ciertos puntos de los materiales piezoeléctricos puede incrementar significativamente la cantidad de energía recolectada, lo cual es crucial para aplicaciones que requieren dispositivos pequeños y eficientes.
- **Recolección de energía en campos magnéticos y vibraciones débiles:** Zhonghui, en [11], examinó la recolección de energía en campos magnéticos extremadamente débiles

---

mediante el uso de compuestos ferroeléctricos ferromagnéticos. Este estudio demostró que la combinación de efectos de concentración de flujo magnético y estrés puede mejorar notablemente la eficiencia de recolección de energía en ambientes con bajas densidades de campo magnético.

- **Amplificación de potencia en recolectores magneto-mecano-eléctricos:** En [12] exploraron la amplificación de potencia en cosechadores de energía magneto-mecano-eléctricos a través de la distribución de la masa magnética a lo largo de una viga compuesta. Este enfoque permitió mejorar la generación de energía en comparación con arquitecturas tradicionales, mostrando un incremento del 280% en la salida de potencia al mantener una frecuencia de resonancia constante.
- **Vigas inteligentes con actuadores piezoeléctricos:** En [13], desarrollaron modelos analíticos y soluciones exactas para vigas con actuadores piezoeléctricos de extensión y corte de espesor. Su investigación destaca la eficacia de los actuadores en modo de corte para su uso en vigas inteligentes, demostrando que pueden ofrecer ventajas significativas sobre los actuadores en modo de extensión en términos de eficiencia y sensibilidad a las condiciones ambientales.
- **Desarrollo y aplicaciones de materiales piezoeléctricos en actuadores y sensores:** Investigadores han contribuido significativamente al entendimiento y desarrollo de materiales piezoeléctricos para aplicaciones en actuadores y sensores [14]. Estos estudios han permitido mejorar la eficiencia y funcionalidad de dispositivos que emplean materiales piezoeléctricos, impulsando su integración en tecnologías avanzadas y sistemas inteligentes. Incluso [15], desarrolla un banco de ensayos para materiales piezoeléctricos en aplicaciones viales, demostrando la versatilidad que estos materiales pueden llegar a tener al recolectar energía de las vibraciones inducidas por el tráfico. Este estudio subraya también el potencial de estos para aplicaciones en infraestructura, y demás, donde las vibraciones mecánicas son abundantes y constantes.

---

Estos estudios resaltan la importancia de investigar y optimizar diversas configuraciones y métodos para la recolección de energía mediante materiales piezoeléctricos. Proveen una base sólida de información y modelos desarrollados o en proceso de implementación, con el objetivo de maximizar las propiedades de estos materiales. La integración de estos sistemas permitiría aprovechar vibraciones mecánicas que en la actualidad son ignoradas cuando realmente son una potencial fuente de energía, contribuyendo a satisfacer la creciente demanda. Los avances en este campo tienen el potencial de revolucionar la eficiencia energética en una amplia gama de aplicaciones tecnológicas por medio de energías limpias y sostenibles.

---

### III. JUSTIFICACIÓN

En la búsqueda de soluciones innovadoras para la generación y recolección de energía, la adopción de tecnologías que sean tanto sostenibles como eficientes es una prioridad constante. Muchas industrias, laboratorios y universidades han incrementado sus investigaciones y desarrollos en estos campos. Entre las tecnologías emergentes, los materiales piezoeléctricos destacan por la capacidad de sus cristales de polarizarse eléctricamente cuando son sometidos a presión, lo que les permite transformar las vibraciones mecánicas del entorno en energía eléctrica. Este proceso de conversión es particularmente útil en sensores inalámbricos, dispositivos electrónicos pequeños y sistemas de monitoreo remoto

Sin embargo, la optimización de la eficiencia de estos materiales en la generación de voltaje bajo condiciones específicas de vibración presenta un desafío significativo por las bajas frecuencias disponibles generalmente y esto requiere una investigación detallada. Las variaciones en geometría, espesor y configuración de los captadores piezoeléctricos pueden influir drásticamente en su desempeño, y la identificación de la mejor combinación de estos factores es esencial para optimizar su conversión energética.

Para abordar este problema, se empleará una metodología integral que combina diseño, simulación y experimentación, aprovechando diversos campos del conocimiento adquiridos durante la formación académica en ingeniería mecánica para solucionar los desafíos presentados por esta investigación. El diseño se enfocará en crear configuraciones óptimas de vigas tipo voladizo, además de desarrollar un acoplamiento eficiente al shaker para las pruebas experimentales. La simulación utilizará herramientas avanzadas como el software COMSOL para predecir el comportamiento vibracional de las vigas bajo diferentes condiciones, permitiendo realizar ajustes de diseño antes de proceder con las pruebas físicas. Finalmente, la experimentación incluirá mediciones detalladas de las frecuencias de resonancia y del voltaje generado, utilizando equipos de alta precisión como el vibrómetro láser de efecto Doppler.

Esta investigación no solo proporcionará resultados confiables que optimicen la configuración de los captadores piezoeléctricos, sino que también contribuirá significativamente al

---

conocimiento técnico en el campo de la generación de energías limpias. Los hallazgos de este estudio ofrecerán soluciones prácticas aplicables en diversas industrias tecnológicas, mejorando la eficiencia de sistemas energéticos sostenibles y promoviendo el uso de nuevas fuentes de energía. Además, la implementación de estos avances puede tener un impacto positivo en la reducción de la huella de carbono y en la mitigación de los efectos del cambio climático, alineándose con los objetivos globales de sostenibilidad y protección ambiental.

---

## IV. OBJETIVOS

### *A. Objetivo general*

Diseñar, simular y adaptar captadores piezoeléctricos en vigas tipo voladizo con el fin de optimizar su voltaje de salida para rangos de bajas frecuencias.

### *B. Objetivos específicos*

- Diseñar soporte de acoplamiento para realizar el análisis experimental de las vigas en voladizo en el shaker para el vibrómetro láser.
- Realizar mediciones experimentales de las frecuencias de resonancia de las vigas ajustándolas mediante la adición de masas de prueba con el fin de maximizar el voltaje de salida obtenido al someterlas a excitaciones de bajas frecuencias.
- Simular el comportamiento vibracional de las vigas con los captadores piezoeléctricos utilizando el software de COMSOL.

---

## VI. MARCO TEÓRICO

### A. Materiales inteligentes

En la actualidad, se considera material inteligente a cualquier material que tenga la capacidad de recibir, transmitir o procesar estímulos y responder a ellos alterando significativamente una o varias de sus propiedades de manera predecible y reproducible. Estos materiales pueden constituir la base de una estructura inteligente o ser utilizados en el diseño de sensores y actuadores.

Los sensores fabricados con materiales inteligentes utilizan campos mecánicos como señal de entrada y, a través del correspondiente fenómeno físico, transforman estas señales en campos eléctricos o magnéticos como salida. Por otro lado, los actuadores emplean señales de entrada en forma de campos eléctricos, térmicos o magnéticos, y mediante las propiedades del material activo, convierten estas señales en una respuesta mecánica [16].

Entre los diferentes materiales inteligentes, mencionando solo algunos de ellos, las aleaciones de forma presentan una respuesta relativamente lenta a los cambios, alcanzan un valor moderado de la variación de rigidez y poseen limitada vida en fatiga. Estas pueden emplearse como actuadores, pero no como sensores. Los fluidos reológicos se emplean principalmente en aplicaciones muy específicas relacionadas con el amortiguamiento activo de vibraciones y los MEMS son empleados principalmente como sensores, Fig. 2. Dentro de los más versátiles están los magnetostrictivos, que se deforman en presencia de un campo magnético exterior y se utilizan generalmente para el control de vibraciones en el sector aeronáutico y los materiales piezoeléctricos, que se describirán a continuación ya que serán los utilizados en el posterior estudio y se dedicará una especial atención a su descripción. Estos dos tipos anteriormente mencionados son los únicos que se pueden utilizar como sensores o como actuadores ya que por sus propiedades poseen la capacidad de transformar las señales en ambos sentidos.

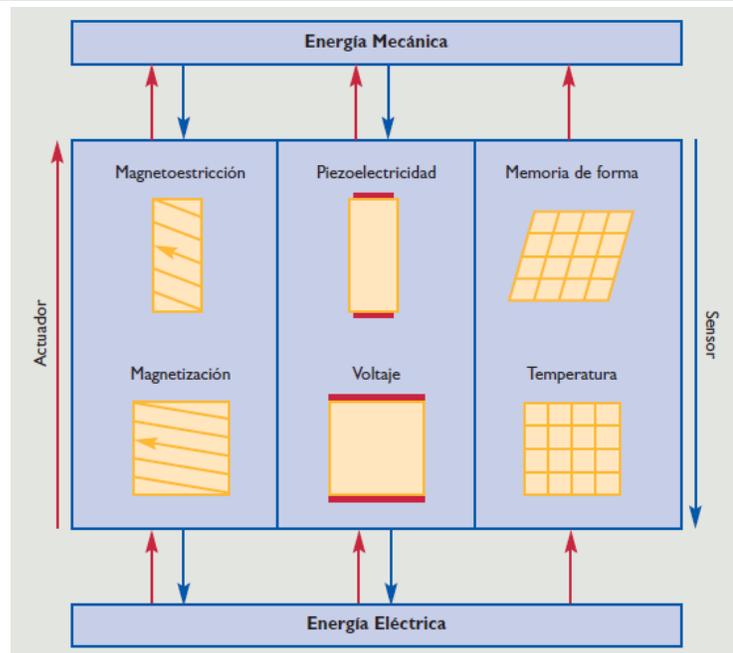


Fig. 2. Materiales inteligentes.

## B. Materiales piezoeléctricos

La palabra “piezo” se deriva del griego que significa “prensar” o “presionar” y el efecto piezoeléctrico es la producción de electricidad mediante la presión. Este describe la interacción entre tensión mecánica y carga eléctrica en ciertos sólidos. Este fenómeno se manifiesta en la capacidad de algunos materiales, como cristales, minerales, cerámicos y ciertos polímeros, para generar una carga eléctrica cuando se les aplica una fuerza mecánica como se logra identificar por su distribución asimétrica de cargas en la Fig. 3.

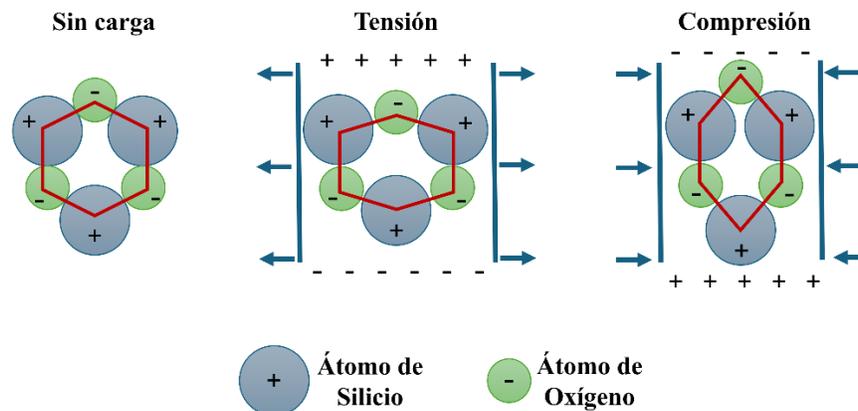


Fig. 3. Efecto piezoeléctrico con cargas mecánicas

Inversamente, estos materiales también se deforman al ser expuestos a un campo eléctrico. Este efecto fue descubierto en 1880 por los hermanos Pierre y Jacques Curie. Los materiales que exhiben piezoelectricidad poseen una estructura cristalina anisotrópica, caracterizada por una disposición atómica asimétrica que carece de centro de simetría. Esta configuración permite que, bajo la aplicación de una tensión mecánica, los centros de carga positiva y negativa se desplacen, creando un dipolo eléctrico y, consecuentemente, una diferencia de potencial eléctrico. Por lo general se trata de un efecto reversible ya que cuando se elimina el estímulo externo desaparece tanto el campo eléctrico como la deformación existente, Fig. 4 [17].

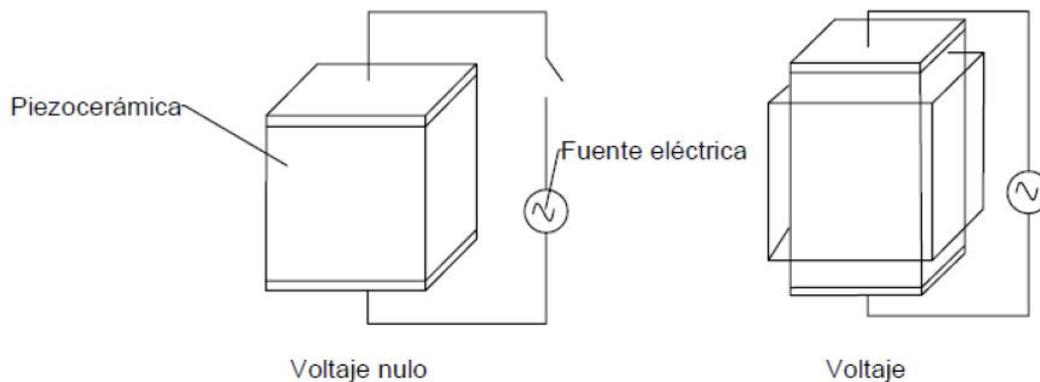


Fig. 4. Efecto piezoeléctrico.

El efecto piezoeléctrico ha sido conocido por más de un siglo y utilizado durante décadas en aplicaciones cotidianas, como encendedores portátiles, calefactores y cocinas, además de gran cantidad de sensores. Por ejemplo, en un encendedor portátil, al presionar el pulsador, se aplica una fuerza mecánica a un material piezoeléctrico, como el cuarzo. Esta deformación mecánica genera una carga eléctrica, que produce una chispa o arco eléctrico. Esta chispa es aprovechada para encender la llama del encendedor, como se muestra a continuación en laboratorio, Fig. 5 .

Los materiales piezoeléctricos más comunes incluyen cristales naturales como el cuarzo y la turmalina, han sido utilizados durante muchos años como transductores en diversas aplicaciones. Sin embargo, el descubrimiento de materiales cerámicos piezoeléctricos ha ampliado significativamente las posibilidades de aplicación ya que son químicamente resistentes a la humedad y otras condiciones atmosféricas. Sus propiedades mecánicas son comparables a las de las cerámicas aislantes más conocidas y se fabrican mediante procesos similares, aunque con un control más riguroso sobre las propiedades eléctricas. Debido a su naturaleza cerámica, estos materiales pueden moldearse en cualquier forma o tamaño con una dirección de polarización libremente elegida, lo que permite satisfacer diversas necesidades de diseño. Además, son extremadamente resistentes, capaces de generar o soportar grandes esfuerzos.

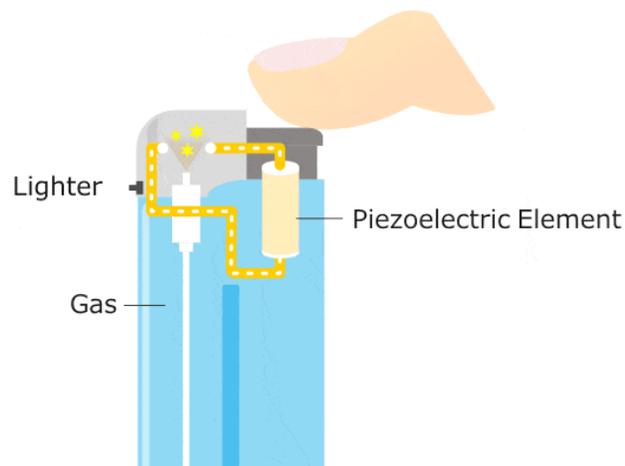


Fig. 5. Aplicación piezoeléctrica en encendedores.

Nota. Fuente <https://ingenieriabasica.es/efecto-piezoelctrico/>

### C. El PZT como material piezoeléctrico

El titanato de zirconato de plomo (PZT) es la cerámica piezoeléctrica más comúnmente utilizada debido a sus propiedades físicas robustas, su inercia química y su costo relativamente bajo de fabricación. El PZT, desarrollado por científicos del Instituto de Tecnología de Tokio en 1952, se destaca por su estructura cristalina de perovskita, en la que una pequeña estructura de iones de metal tetravalente (generalmente titanio o circonio) se sitúa en un entramado de iones metálicos divalentes grandes. tetragonal, romboédrica o cúbica dependiendo de la temperatura a la que se

encuentre el material. La temperatura a la que el cristal pasa a tener estructura tetragonal se denomina la temperatura de Curie. Cuando esto ocurre el centro de simetría de las cargas positivas deja de coincidir con el de las cargas negativas, creando el dipolo eléctrico, lo que le confiere sus propiedades piezoeléctricas. Además estas cerámicas pueden ser fácilmente modificadas para cumplir con los requisitos específicos de diversas aplicaciones y se caracterizan por su alta sensibilidad y capacidad de operar a temperaturas más elevadas en comparación con otras cerámicas piezoeléctricas [17].

Al principio la orientación de los dipolos creados no es aleatoria, sino que algunos se van alineando con otros cercanos creando grupos alineados entre ellos, estas áreas son conocidas como dominios de Weiss. A pesar de que existan estos dominios, estos no estarán alineados entre ellos, por lo que es necesario polarizarlos. Para polarizarlos se le aplicará un alto campo eléctrico a una temperatura alrededor de la de Curie para que solidifiquen en estas condiciones. De esta manera todos los dipolos del material se alinearán, cuando desaparezca el campo eléctrico los dipolos quedarán alineados creando en el material una polarización y deformación definitivas. El tratamiento de polarización suele ser aplicado en el último paso de fabricación del PZT [18].

#### **D. Aplicaciones de los materiales piezoeléctricos**

Los materiales piezoeléctricos tienen una amplia gama de aplicaciones actualmente, incluyendo:

- **Sensores inalámbricos:** Utilizados en monitoreo ambiental y estructural, los materiales piezoeléctricos pueden recolectar energía de vibraciones ambientales para alimentar sensores que monitorean condiciones como temperatura, presión y humedad. Estos sensores se benefician de la capacidad de los materiales piezoeléctricos para generar energía in situ, lo que reduce la necesidad de baterías externas y aumenta la durabilidad y autonomía de los dispositivos.
- **Dispositivos médicos implantables:** En dispositivos como marcapasos, los materiales piezoeléctricos pueden recolectar energía del movimiento del cuerpo,

---

eliminando la necesidad de reemplazar baterías y mejorando la vida útil del dispositivo. Esto es especialmente importante en aplicaciones médicas, donde la fiabilidad y la reducción de intervenciones quirúrgicas son cruciales.

- **Dispositivos electrónicos pequeños:** Relojes, controles remotos y otros dispositivos portátiles pueden beneficiarse de la recolección de energía a partir de movimientos cotidianos, lo que permite una mayor autonomía y reduce la dependencia de baterías desechables.
- **Infraestructuras inteligentes:** Los materiales piezoeléctricos pueden integrarse en puentes, carreteras y edificios para recolectar energía de las vibraciones producidas por el tráfico y otros movimientos estructurales, proporcionando energía para sistemas de monitoreo y control. Esta aplicación es clave para el desarrollo de ciudades inteligentes y sostenibles, donde la eficiencia energética y la monitorización continua son esenciales.
- **Calzado y ropa Inteligente:** La energía generada por los materiales piezoeléctricos en calzado y ropa puede usarse para alimentar dispositivos portátiles como podómetros o luces LED. Esta tecnología puede mejorar la experiencia del usuario al proporcionar fuentes de energía integradas y mejorar la funcionalidad de los dispositivos portátiles.
- **Caso real:** En la industria automotriz son utilizados para el control activo de la suspensión. Toyota ha desarrollado el sistema TEMS (Toyota Electronic Modulated Suspension) que busca la mejora del manejo y la estabilidad del vehículo. Se añaden cinco láminas de material compuesto piezoeléctrico a la barra del pistón amortiguador de choques para detectar la tensión causada por un choque, enviando el voltaje producido a un actuador hecho de 88 capas de material piezoeléctrico [19].

---

## E. Limitaciones de los materiales piezoeléctricos

A pesar de sus múltiples aplicaciones, los materiales piezoeléctricos también presentan algunas limitaciones que aún siguen siendo un campo amplio para la investigación y optimización de estos materiales:

- **Eficiencia limitada:** La cantidad de energía recolectada puede ser insuficiente para aplicaciones de alta potencia, lo que limita su uso en ciertos dispositivos y sistemas. La eficiencia de conversión de energía piezoeléctrica depende en gran medida de la magnitud y frecuencia de las vibraciones mecánicas, lo que puede ser un desafío en entornos con bajas amplitudes de vibración.
- **Dependencia de la Frecuencia:** La eficiencia de conversión depende de la frecuencia de las vibraciones mecánicas. Los materiales piezoeléctricos son más eficientes en convertir energía cuando la frecuencia de las vibraciones coincide con su frecuencia de resonancia. Esto significa que la optimización del diseño del sistema es crucial para maximizar la eficiencia energética.
- **Durabilidad:** La vida útil de los materiales piezoeléctricos puede verse afectada por el uso continuo y las condiciones ambientales, lo que puede reducir su efectividad a largo plazo. Factores como la fatiga del material, la exposición a temperaturas extremas y la humedad pueden degradar las propiedades piezoeléctricas con el tiempo.

## F. Ecuaciones Fundamentales

La relación entre el estrés mecánico aplicado y la carga eléctrica generada en un material piezoeléctrico se describe mediante las siguientes ecuaciones:

### 1) Ecuación constitutiva piezoeléctrica directa:

$$D = d \cdot T + \epsilon \cdot E \quad (1)$$

Donde:

- $(D)$  es el desplazamiento eléctrico.
- $(d)$  es la constante piezoeléctrica.
- $(T)$  es el estrés mecánico.
- $(\epsilon)$  es la permitividad del material.
- $(E)$  es el campo eléctrico.

## 2) Ecuación constitutiva piezoeléctrica inversa:

$$S = s \cdot T + d \cdot E \quad (2)$$

Donde:

- $(S)$  es la deformación mecánica.
- $(s)$  es la constante de elasticidad mecánica.

## G. Mumetal

El Mu-metal es una aleación de níquel-hierro especialmente diseñada para ofrecer una alta permeabilidad magnética, lo que le permite desviar o absorber eficazmente los campos magnéticos. Sus características incluyen:

- 1) **Composición:** generalmente está compuesto por aproximadamente 77% de níquel, 16% de hierro, y pequeñas cantidades de cobre y molibdeno. Esta combinación específica de elementos le confiere sus propiedades magnéticas únicas.
- 2) **Alta permeabilidad magnética ( $\mu$ ):** esta le permite desviar o absorber los campos magnéticos, proporcionando un escudo efectivo contra la interferencia magnética. Cuanto mayor sea la permeabilidad, más fácil es para las líneas de flujo magnético pasar a través del material.

- 3) **Baja coercitividad:** asegura que el material no retenga magnetismo residual, lo cual es importante para aplicaciones que requieren un rendimiento consistente y repetible en ambientes de campos magnéticos variables donde puede ser fácilmente magnetizado y desmagnetizado.
- 4) **Aplicaciones del Mu-metal:** El Mu-metal se utiliza ampliamente en la protección de componentes y dispositivos sensibles a los campos magnéticos, estableciendo una ruta para las líneas de campo magnético alrededor de la zona blindada tales como:
- **Transformadores:** Para evitar la interferencia electromagnética y mejorar la eficiencia.
  - **Dispositivos electrónicos sensibles:** Como discos duros, sensores, y equipos médicos, donde la protección contra campos magnéticos externos es crucial.
  - **Equipos de laboratorio e investigación:** Donde se requiere un entorno controlado libre de interferencias magnéticas para realizar mediciones precisas.

La combinación de alta permeabilidad y baja coercitividad del Mu-metal lo convierte en una herramienta esencial en la ingeniería y la ciencia al proporcionar una ruta de baja resistencia para el flujo magnético, minimizar la interferencia magnética y proteger equipos sensibles [20].

## H. Frecuencias del entorno y recolección de energía

Las vibraciones mecánicas en el entorno suelen estar en rangos de bajas frecuencias debido a la naturaleza de las fuentes de vibración, como el tráfico vehicular, los movimientos humanos y las maquinarias industriales. Estas actividades tienden a generar este tipo de vibraciones debido a su dinámica y magnitud. Por ejemplo, los movimientos humanos, como caminar o correr, y el tráfico vehicular generan vibraciones en el rango de unos pocos hercios a decenas de hercios. Asimismo, las maquinarias pesadas, debido a su masa y modo de operación, también producen vibraciones en estos rangos. Los dispositivos piezoeléctricos deben ser optimizados para captar estas bajas frecuencias debido a que la eficiencia en la conversión de energía es mayor cuando la

frecuencia de la vibración coincide con la frecuencia de resonancia del dispositivo piezoeléctrico, esto gracias a que la frecuencia resonante es aquella en la que el componente presenta la impedancia eléctrica más baja. Esta coincidencia permite maximizar el voltaje generado, aprovechando mejor las vibraciones disponibles en el entorno [21], [22].

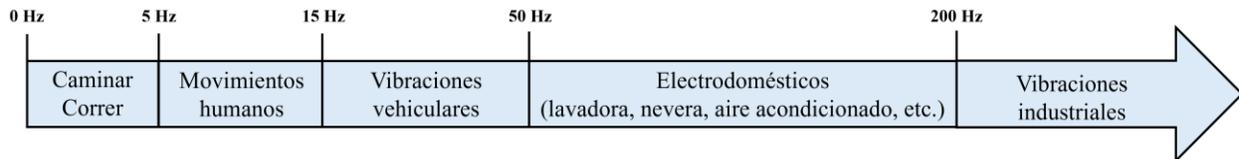


Fig. 6. Rangos de frecuencia de diferentes fuentes de energía mecánica.

## I. Viga en Voladizo

Una viga en voladizo es una estructura caracterizada por estar fijada en un extremo y libre en el otro, lo que permite su deformación bajo la acción de una carga o masa en este caso. Este tipo de viga es comúnmente utilizado en ingeniería estructural y en aplicaciones de recolección de energía debido a su capacidad para amplificar las vibraciones en su extremo libre. Además, es crucial mencionar que el esfuerzo máximo en una viga en voladizo se encuentra en su extremo fijo, lo que implica que esta zona es crítica para el diseño y rendimiento estructural de la viga.

La frecuencia de resonancia de una viga en voladizo puede calcularse utilizando la siguiente fórmula:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3)$$

Donde:

- $(f_n)$  es la frecuencia natural.
- $(k)$  es la rigidez de la viga.
- $(m)$  es la masa de la viga.

La rigidez ( $k$ ) de una viga en voladizo está determinada por sus propiedades materiales y geométricas, y puede calcularse mediante:

$$k = \frac{3EI}{L^3} \quad (4)$$

Donde:

- ( $E$ ) es el módulo de elasticidad del material.
- ( $I$ ) es el momento de inercia de la sección transversal.
- ( $L$ ) es la longitud de la viga.

La ubicación del esfuerzo máximo en el extremo fijo y el mayor desplazamiento de la viga obtenido en su extremo libre, como se puede observar en la Fig. 7, obtenidas de [23] son particularmente importantes para el diseño de captadores piezoeléctricos, ya que esto afecta la distribución y ubicación de las capas activas e inactivas de la viga, restringiendo así todo el diseño.

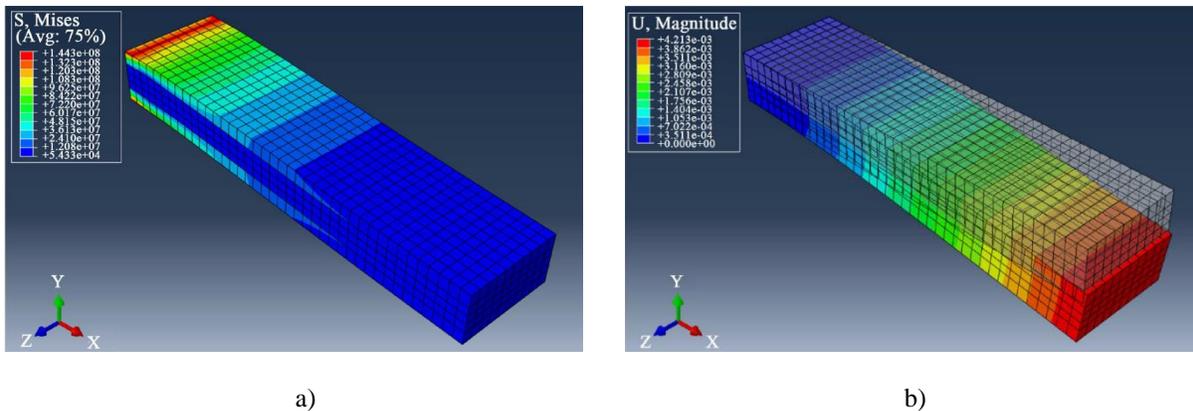


Fig. 7. a) Esfuerzo máximo de una viga en voladizo y b) deformación máxima de una viga en voladizo.

## J. Influencia de la masa y el espesor

La adición de masas de prueba en la punta de la viga y el cambio en su espesor pueden modificar significativamente la frecuencia de resonancia. Al aumentar la masa en el extremo libre, se reduce la frecuencia de resonancia, ya que la masa adicional incrementa la inercia del sistema.

De manera similar, un aumento en el espesor de la viga incrementa su rigidez, lo que puede aumentar la frecuencia de resonancia. Estas modificaciones permiten ajustarla para que coincida con el rango de las frecuencias de vibración presentes en el entorno, optimizando así la recolección de energía [24]. Adicionalmente al revisar la ecuación (3) se puede concluir que el aumento de espesor y rigidez en la viga aumenta proporcionalmente su momento de inercia, además después se remplazarla en la ecuación (4) también se logra evidenciar como el incremento de la masa es inversamente proporcional a su frecuencia natural.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{mL^3}} \quad (5)$$

---

## VII. METODOLOGÍA

A continuación, se detallarán los pasos y procedimientos diseñados para llevar a cabo este trabajo de grado. La metodología incluye desde el planteamiento del problema y la identificación de necesidades iniciales, hasta el diseño de prototipos, la simulación de parámetros óptimos, la selección de materiales y la ejecución de experimentos. Este enfoque integral busca garantizar la obtención de datos precisos y confiables, que permitan optimizar el diseño de captadores piezoeléctricos en vigas tipo voladizo para maximizar el voltaje de salida ante vibraciones de bajas frecuencias.

### A. Diseño de soporte para acoplamiento de las vigas al shaker

#### 1) Identificación de la necesidad

Inicialmente se identificó la necesidad de diseñar un soporte de acoplamiento para el shaker que permitiera sujetar las vigas de ensayo al realizar las mediciones experimentales, ya que era necesario sujetar las vigas al soporte y este al shaker. El objetivo era asegurar una conexión firme y estable que permitiera un cambio rápido y sencillo de las vigas durante las pruebas.

#### 2) Desarrollo de prototipos

Teniendo en cuenta el objetivo principal del proyecto, que era la obtención del mayor voltaje de salida posible, se realizaron varios diseños en el software de Solid Works y prototipos mediante impresión 3D en material de fibra de carbono y un alto porcentaje de relleno. Estos prototipos permitieron probar y seleccionar la mejor opción, considerando los siguientes parámetros:

- **Rapidez y facilidad de cambio de vigas:** Era crucial que el cambio de una viga a otra fuese rápido y sencillo, dado el elevado número de mediciones a realizar. Este parámetro se evaluó mediante la cantidad de tornillos que tenía cada diseño y se escogió como

límite aceptable un máximo de 2 tornillos, ya que el uso de más retrasaría bastante el cambio de las vigas, incrementando el tiempo de montaje de cada una considerablemente.

- **Conexión de electrodos:** La capa de material piezoeléctrico cuenta con dos electrodos que se encuentran antes del inicio de la placa activa del material como se logra observar en la Fig. 8, esto representó un desafío de diseño ya que debían quedar expuestos al exterior con el fin de poder realizar la conexión, sin embargo, al estar antes de la placa activa se identificó en los primeros diseños del soporte que en caso de que la sujeción se realizara antes de estos, el esfuerzo máximo de la viga no se localizaría en la parte activa y se desperdiciaría gran parte de la energía. Por lo tanto, se definió diseñar los prototipos con el espacio necesario para la conexión de los electrodos, siempre y cuando se lograra la mayor sujeción posible de la viga hasta la placa activa para concentrar el esfuerzo máximo allí.

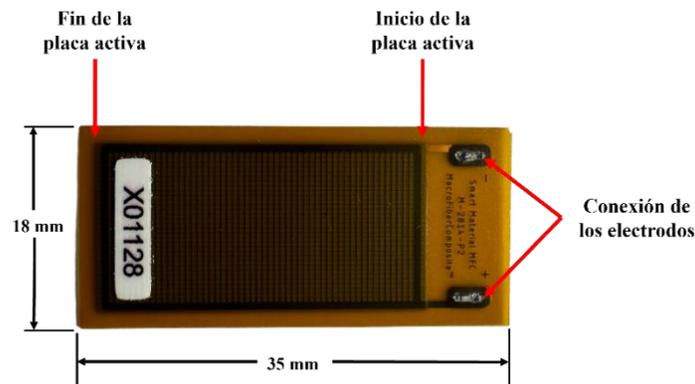


Fig. 8. Distribución de la capa piezoeléctrica.

- **Distancia de separación entre el shaker y la viga:** Se debía mantener una distancia prudente para evitar interferencias magnéticas, ya que las masas de prueba que se utilizan para los ajustes de frecuencia de las vigas son imanes y el shaker es de un material magnético también. Así que se realizaron varias pruebas para determinar la distancia óptima a la cual se debían ubicar las vigas, teniendo en cuenta su longitud y la ubicación de los imanes.

- **Voltaje obtenido:** Finalmente y como parámetro más decisivo se midió el voltaje obtenido en los dos mejores prototipos, Fig. 9 a) y b) a una misma viga, manteniendo todos los parámetros lo más parecidos posibles con el fin de seleccionar el que ofrecía los mejores resultados. Se utilizó un láser vibrómetro de efecto Doppler, dispositivo de medición de alta precisión para asegurar la fiabilidad de los datos, se configuró una frecuencia de resonancia de 60 Hz para la viga, una masa de prueba de 9.3 gr y se procedió a graficar los resultados obtenidos como se puede evidenciar en la Fig. 10.



Fig. 9. a) Prototipo 1 y b) Prototipo 2.

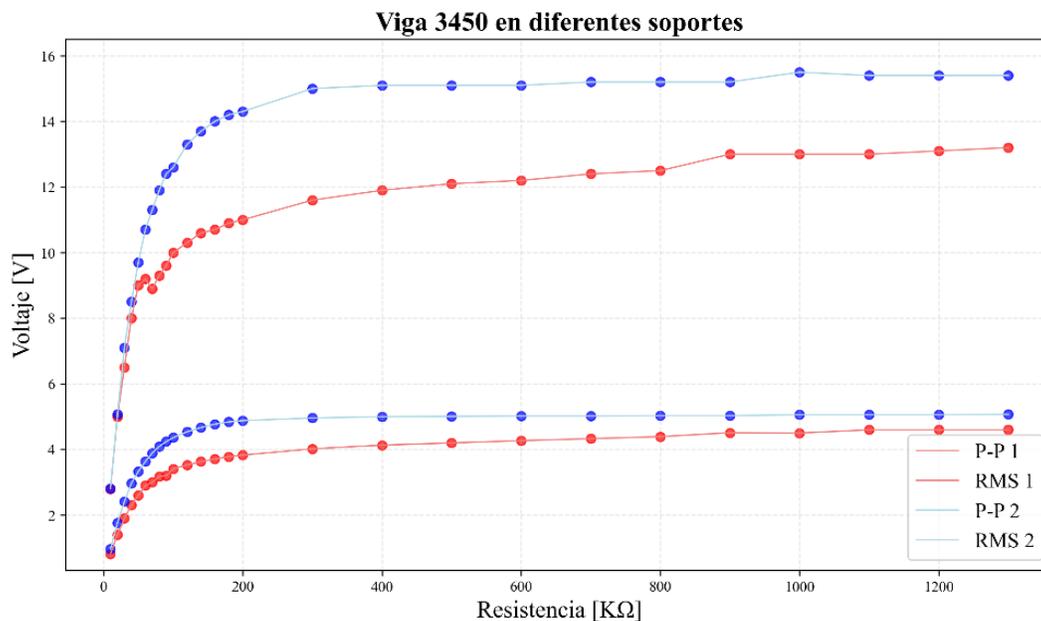


Fig. 10. Comparación de prototipos del soporte.

### 3) Selección del soporte

Basados en los datos de la Fig. 10 donde se evalúa una viga, manteniendo todos sus parámetros constantes con dos diferentes soportes, se logra claramente identificar que el rendimiento del soporte número 1 es inferior al del soporte número 2, tanto para las mediciones de voltaje RMS como las de voltaje pico a pico. Por esto se decide finalmente utilizar el soporte número 2, como acople entre las vigas y el shaker.

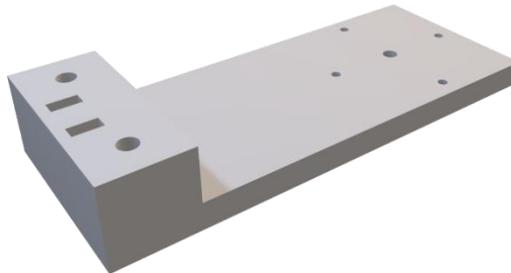


Fig. 11. Soporte de acoplamiento número 2.

## B. Selección de materiales

### 1) Material activo

En el siguiente apartado se presenta una tabla comparativa TABLA I, [25], [26], [27], que analiza los principales materiales piezoeléctricos en términos de sus características clave. Para esta comparación, se evaluaron aspectos como la constante piezoeléctrica ( $pC/N$ ), que mide la capacidad del material para generar carga eléctrica en respuesta a una fuerza mecánica; la temperatura de Curie ( $^{\circ}C$ ), que indica la temperatura máxima a la que el material mantiene sus propiedades piezoeléctricas; el costo, donde se compara la accesibilidad económica de cada material; y las propiedades físicas, que incluyen la robustez, flexibilidad o estabilidad térmica de cada material. Finalmente, se detallan las aplicaciones típicas de cada material. Esta tabla permite visualizar de manera clara y concisa las ventajas y desventajas de cada uno.

TABLA I. PROPIEDADES MATERIALES PIEZOELECTRICOS.

Material	Constante Piezoeléctrica	Tempe. Curie	Costo	Prop. Físicas	Aplicaciones
PZT (Titanato de Zirconato de Plomo)	-250	-50	Relativamente bajo	Robustas, inercia química, resistencia térmica	Sensores, actuadores, recolectores de energía
BaTiO3 (Titanato de Bario)	-50	-10	Moderado	Frágil, químicamente estable	Sensores, condensadores cerámicos, transductores
PVDF (Polifluoruro de Vinilideno)	-10	-	Alto	Flexible, baja densidad	Dispositivos portátiles, sensores flexibles
Quartz (Cuarzo)	-1	-	Moderado	Muy estable, estable, buena resistencia térmica, frágil	Relojes, sensores de presión, transductores
ZnO (Óxido de Zinc)	-5	-	Bajo	Resistente, poca eficiencia	Sensores de presión

El titanato de zirconato de plomo (PZT) ha sido seleccionado como material piezoeléctrico debido a su excelente combinación de propiedades físicas, rendimiento y costo. A diferencia de otros materiales piezoeléctricos, el PZT presenta una constante piezoeléctrica alta (250-500 pC/N), lo que lo convierte en una opción ideal para aplicaciones que requieren una conversión eficiente de energía mecánica en energía eléctrica. Además, su robustez y resistencia a altas temperaturas (con una temperatura de Curie de 300-350 °C) le permite operar en condiciones extremas sin perder efectividad. Estos factores, junto con su bajo costo relativo en comparación con otros cerámicos, hacen del PZT una opción altamente competitiva en aplicaciones tecnológicas como sensores, actuadores y sistemas de recolección de energía. Por su versatilidad y eficiencia, el PZT es el material seleccionado para el desarrollo del estudio.

## 2) Material inactivo

El mumetal ha sido seleccionado como material inactivo para la viga debido a su alta permeabilidad magnética y baja impedancia, lo que permite absorber o desviar eficientemente los campos magnéticos. Estas propiedades hacen del mumetal una opción ideal para aplicaciones que podrían involucrar la inclusión de campos magnéticos en futuros

desarrollos, con el fin de mejorar la eficiencia del material piezoeléctrico. La capacidad del mumetal para interactuar con campos magnéticos lo convierte en una excelente opción para optimizar el rendimiento de la viga en proyectos donde se busque maximizar la recolección de energía mediante la combinación de efectos piezoeléctricos y magnéticos.

### C. Simulaciones en COMSOL

#### 1) Configuración inicial del software

Se ajustaron las propiedades del material mumetal en la simulación, ya que no estaba disponible en la librería de materiales del software y se realizó una geometría 2D, observada en la Fig. 12, para simplificar un poco el uso de las ecuaciones del circuito eléctrico en COMSOL.

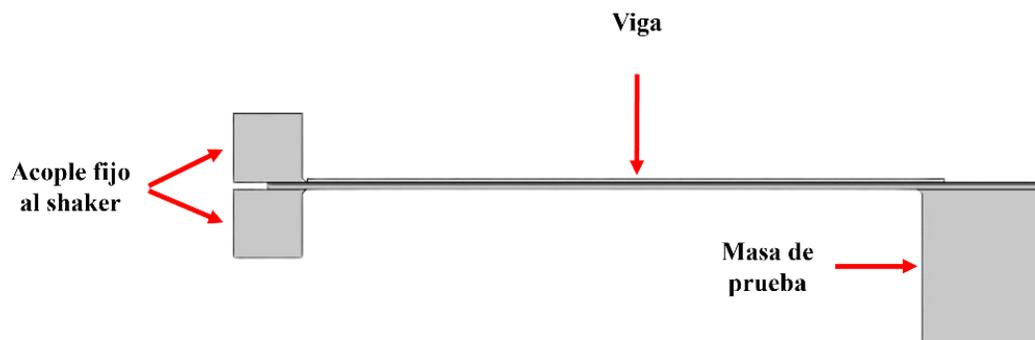


Fig. 12. Geometría 2D de la simulación.

#### 2) Variación de parámetros

Después de obtener una longitud y masa aproximadas con ayuda de la ecuación (3), se realizaron simulaciones variando las dimensiones de la viga, su longitud, su espesor, la cantidad de capas y la masa adicional, todos los parámetros finalmente seleccionados se muestran en la TABLA II. Con esta simulación se buscaba hallar un rango de valores que redujera un poco los límites de cada parámetro con el fin de optimizar la cantidad de vigas y experimentos físicos que se debían realizar. También brindó un punto de partida muy satisfactorio que permitiría tener una idea de los resultados esperados de los experimentos.

TABLA II. PARÁMETROS DE LA SIMULACIÓN.

Parámetros	Expresión	Valor
Aceleración ( $a_{cc}$ )	1	1
Resistencia ( $R_{load}$ )	10 [kohm]	0.009 [ $\Omega$ ]
Longitud en voladizo ( $L_v$ )	37 [mm]	0.037 [m]
Longitud de soporte ( $L_s$ )	4 [mm]	0.004 [m]
Longitud de base ( $L_b$ )	45 [mm]	0.045 [m]
Longitud de piezoeléctrico ( $L_p$ )	37 [mm]	0.037 [m]
Longitud de masa ( $L_m$ )	7 [mm]	0.007 [m]
Altura de soporte ( $h_c$ )	4 [mm]	0.004 [m]
Altura de base ( $h_b$ )	0.4 [mm]	0.0004 [m]
Altura de masa ( $h_m$ )	0.2 [mm]	0.0002 [m]
Altura de piezoeléctrico ( $h_p$ )	9 [mm]	0.0009 [m]
Masa ( $M$ )	0.0168 [kg]	0.0168 [kg]

### 3) Ajuste de la masa y dimensiones

Se encontró que una geometría óptima de 18x45 mm con un espesor de aproximadamente 0.6 mm [28] para las capas inactivas y una distribución de 2 a 3 capas lograba una baja frecuencia de resonancia dentro del rango deseado al adicionar aproximadamente 16 gramos como masa de prueba en el extremo libre.

### 4) Optimización de frecuencia de resonancia

Se evaluó cómo las diferentes combinaciones de espesor y masa afectaban la frecuencia de resonancia, buscando maximizar la eficiencia de recolección de energía. Finalmente se seleccionó un rango entre 45 y 65 Hz como frecuencias óptimas para las pruebas experimentales basados en la Fig. 13, donde cómo se puede observar a continuación, son las frecuencias de mayor voltaje obtenido con esta geometría.

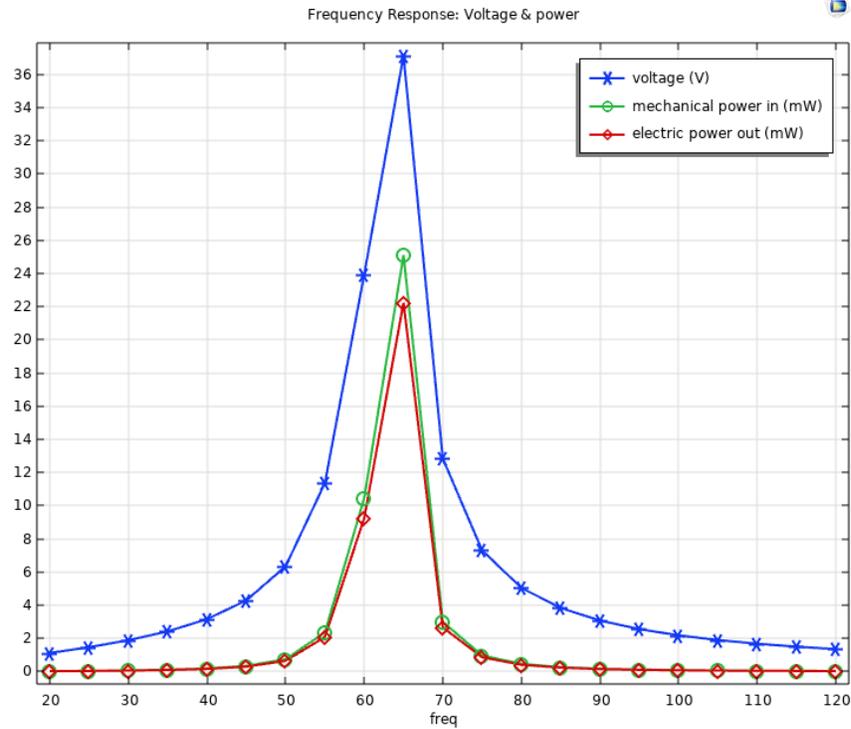


Fig. 13. Frecuencias de respuesta.

### 5) Selección de resistencias

Se obtuvo el rango de resistencias eléctricas que incrementaban el voltaje, teniendo en cuenta que no debía ser excesivamente alta ya que finalmente se alcanzaría un circuito abierto donde no se lograría una variación de voltaje. Al ser un rango tan amplio de resistencias, la gráfica no se ajustó a ninguna tendencia, por lo cual en la TABLA III, se evidencian los valores de resistencias registrados en la Fig. 14, expresadas en el eje X como solution numbers.

TABLA III. CORRELACIÓN ENTRE VALORES.

Solution Number	Resistencia [kΩ]
1	100
2	177
5	316
10	562
20	1000

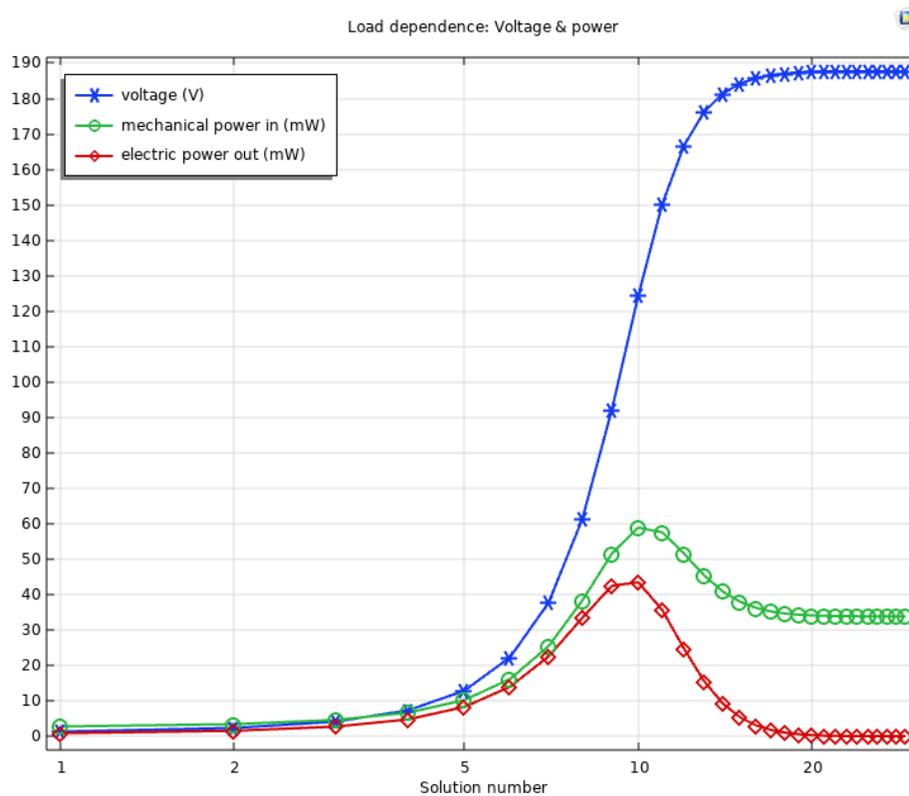


Fig. 14. Dependencia de Carga vs. Voltaje.

#### D. Diseño del experimento

Para analizar el voltaje de salida de diferentes espesores y configuraciones de vigas piezoeléctricas, se utilizó la metodología factorial según el enfoque descrito en el libro "Diseño y Análisis de Experimentos" de Montgomery [29]. Este enfoque es particularmente útil ya que el diseño factorial permite estudiar múltiples factores simultáneamente y evaluar cómo interactúan entre sí para influir en la variable de respuesta, que en este caso es el voltaje de salida generado por las vigas piezoeléctricas. La metodología factorial no solo facilita el análisis de los efectos principales de cada factor, como el espesor de las vigas y su configuración, sino también las interacciones entre estos factores, que pueden revelar combinaciones óptimas o inesperadas que maximicen el rendimiento.

---

Se seleccionaron diferentes niveles para cada factor, como el espesor de la viga y la disposición de las capas activas e inactivas, lo que permite realizar un análisis integral de todas las posibles combinaciones. El diseño factorial también garantiza que las conclusiones obtenidas sean más precisas y estadísticamente significativas, al tiempo que minimiza la necesidad de realizar un número excesivo de experimentos. Además, este enfoque permite observar cómo variaciones en un factor, como el espesor, pueden amplificar o mitigar los efectos de otro factor, como la configuración de las capas piezoeléctricas, lo que proporciona una comprensión más profunda y detallada del comportamiento del sistema bajo estudio.

### 1) Definición de factores y niveles

Basado en los datos de simulación y estudios previos, se definieron configuraciones específicas para las vigas con espesores de 0.5, 0.6 y 0.7 mm y diferentes cantidades de capas.

- Factor 1: Espesor de la viga.
  - Niveles: 0.5 mm, 0.6 mm, 0.7 mm
  
- Factor 2: Configuración de la viga.
  - Niveles: Configuración A, Configuración B

Dado que cada factor tiene 3 niveles para el espesor y 2 niveles para la configuración, esto constituye un diseño factorial ( $3 \times 2$ ), resultando en 6 combinaciones diferentes de factores como se evidencia a continuación en la TABLA IV. Donde se define la composición de cada configuración, siendo A la configuración de menor cantidad de capas inactivas y B la configuración con mayor cantidad de capas inactivas, teniendo en cuenta que el espesor de las láminas disponibles de material eran únicamente de 0.3, 0.2 y 0.1 mm.

TABLA IV. CONFIGURACIÓN DE CAPAS PARA VIGA PIEZOELÉCTRICO.

Espesor	Configuración	Capas	Descripción
0.5	A	2	0.2 + 0.3
	B	3	0.2 + 0.2 + 0.1
0.6	A	2	0.3 + 0.3
	B	3	0.3 + 0.2 + 0.3
0.7	A	3	0.3 + 0.3 + 0.1
	B	4	0.3 + 0.2 + 0.1 + 0.1

## 2) Definición de réplicas para cada configuración

Para obtener resultados confiables y detectar efectos significativos, se realizaron réplicas de cada combinación de factores. La cantidad de réplicas se determinó con base en el nivel de precisión deseado y los recursos disponibles. Para este diseño factorial, se sigue una regla general ampliamente aceptada que sugiere realizar al menos tres réplicas por cada combinación de factores. Esto asegura que los resultados sean estadísticamente significativos. Además, realizar múltiples réplicas permite minimizar el error experimental, proporcionando mayor robustez y confianza en los resultados, ya que se pueden aislar mejor los efectos reales de los factores en estudio y reducir la variabilidad inherente a los experimentos. De esta manera, se logra una evaluación precisa del rendimiento de las configuraciones analizadas, maximizando la eficiencia del experimento dentro de los recursos disponibles.

## 3) Cálculo de pruebas

En el experimento se deben realizar un total de 18 pruebas. Este número surge de la combinación de los factores y niveles seleccionados: dado que se tienen 6 combinaciones diferentes de espesores y configuraciones de las vigas piezoeléctricas, y que para cada combinación se realizarán 3 réplicas para garantizar la confiabilidad de los resultados.

---

## **E. Desarrollo del experimento**

### **1) Preparación de las vigas**

El desarrollo del experimento físico comenzó con la medición y corte de todas las láminas de mumetal (material inactivo). Estas láminas fueron cuidadosamente cortadas según las dimensiones especificadas para asegurar su correcta integración en la viga piezoeléctrica. A continuación, las láminas se unieron utilizando resina epóxica como capa intermedia, aplicando un espesor despreciable que no afectara las propiedades mecánicas de la viga. Luego, les dio un tiempo de secado aproximado de 24 horas, con la ayuda de una prensa que mantuvo las láminas firmemente unidas durante este período para garantizar una adhesión óptima.

Una vez que la resina estuvo completamente seca, se procedió a la adhesión de la capa activa de material piezoeléctrico, PZT, asegurándose de mantener su alineación y ubicación adecuada para maximizar su rendimiento ya que esta debía posicionarse justo después de la parte de donde se sujetaría la viga al soporte Fig. 15. Vigas experimentales. Finalmente, se soldaron cuidadosamente los dos electrodos necesarios para las mediciones experimentales de la viga, lo que permitió preparar la muestra, además de realizar una pequeña base de datos con ayuda del código del material activo para diferenciar las vigas a la hora de las pruebas de voltaje bajo condiciones de vibración, ya que la variación de espesores era imperceptible a simple vista. Cada paso del proceso fue ejecutado con precisión para garantizar la integridad de las capas.



Fig. 15. Vigas experimentales.

## 2) Configuración del montaje experimental

El montaje experimental fue cuidadosamente diseñado para garantizar la obtención de datos precisos y confiables durante el análisis de las vibraciones inducidas en las vigas piezoeléctricas. En primer lugar, se creó un diagrama de conexiones detallado que permitiera definir claramente las entradas y salidas del sistema. Para este experimento, se utilizó un vibrador de barrido de efecto Doppler QTec de Polytec, una tecnología de última generación capaz de realizar mediciones rápidas y precisas de ruido y vibraciones en aplicaciones de investigación y desarrollo. Esta tecnología no solo permite obtener las formas de deflexión operativas de las estructuras, sino también identificar los modos propios de las dinámicas estructurales, todo ello mediante ensayos no destructivos y sin contacto, lo cual es crucial para mantener la integridad del montaje y de las vigas analizadas.

Como se puede observar en la Fig. 16, se hizo uso del generador de señales integrado en el dispositivo, lo que permitió minimizar cualquier retraso en la señal y asegurarse de obtener una fuente de vibraciones lo más precisa posible. Esto es fundamental, ya que un control preciso de la frecuencia de vibración es esencial para evaluar la respuesta de las vigas bajo distintas frecuencias debido a su alta sensibilidad y la necesidad de replicar repetidas veces las condiciones lo más exactas posibles.

---

Inicialmente para verificar que las frecuencias generadas estuvieran dentro del rango esperado y evitar cualquier tipo de daño o sobrecarga en los materiales activos o el shaker, la señal inicial fue amplificada y luego retornada a una entrada analógica del sistema. Este paso permitió una verificación temprana de la señal generada, asegurando su consistencia antes de ser conectada al resto del montaje.

Una vez que las señales y frecuencias fueron verificadas, se conectó el amplificador al shaker, y se procedió a sujetar la viga en el soporte diseñado específicamente para este experimento. Los dos electrodos de la viga fueron conectados a una caja de resistencias variables, ya que este sería un parámetro por ajustar y controlar durante el experimento. La salida de esta caja se conectó tanto a un osciloscopio, para monitorear en tiempo real las señales generadas, como al PSV, utilizado como entrada analógica para medir con alta precisión los voltajes obtenidos durante el experimento y las frecuencias de resonancia.

Para garantizar un control preciso sobre las condiciones de vibración, también se conectó un acelerómetro directamente al soporte de la viga. Este acelerómetro permitió monitorear las fuerzas G o aceleraciones a las que se sometieron las vigas durante las vibraciones generadas por el shaker. Este paso fue crucial para asegurar que las condiciones de prueba estuvieran controladas y dentro de los límites esperados, además de proporcionar un dato adicional sobre las cargas mecánicas inducidas en la estructura.

Este proceso permitiría la medición precisa de los voltajes en las distintas configuraciones de la viga, al variar las resistencias, y facilitaría el análisis comparativo de los datos recogidos durante las pruebas de las diferentes réplicas. Por último, se ajustó la posición de la cabeza del láser de barrido, asegurándose de que apuntara directamente a la viga montada en el shaker. Esta cabeza de láser fue conectada exclusivamente al PSV, lo que permitió medir sin contacto y de manera muy precisa las respuestas vibracionales de la viga sometida a distintas frecuencias, todo esto sin interferir con la integridad física del montaje. El sistema así configurado Fig. 17 garantizó que los datos obtenidos fueran lo más precisos y replicables posible, facilitando un análisis detallado de las características piezoeléctricas de las vigas bajo estudio.

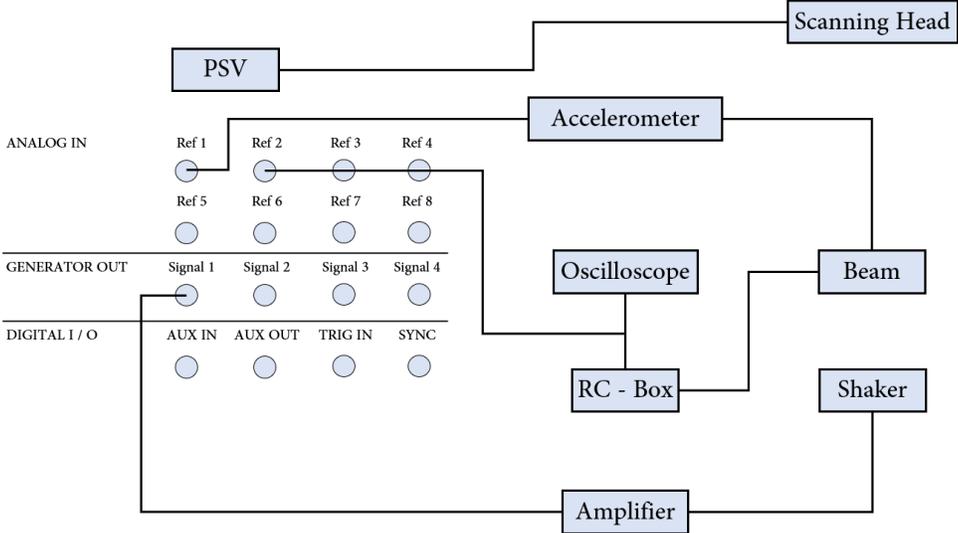


Fig. 16. Diagrama de Conexiones.

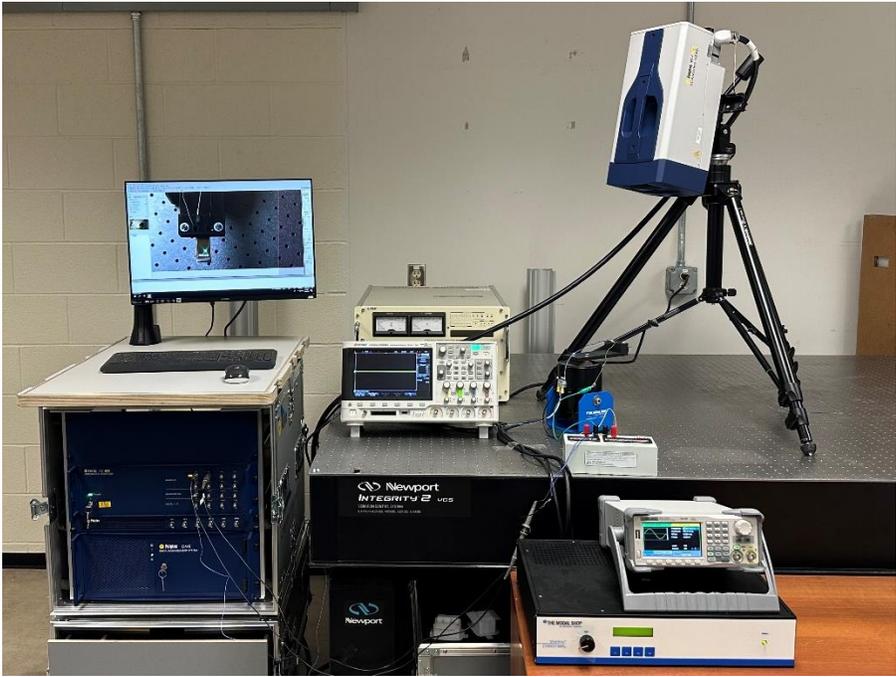


Fig. 17. Montaje Experimental.

---

### **3) Realización de pruebas y recolección de datos**

Se ejecutaron todas las pruebas correspondientes a cada combinación de factores y réplicas, midiendo esencialmente con el PSV el voltaje de salida al variar las resistencias en cada configuración de la viga. Estas mediciones se realizaron en un rango de frecuencias comprendido entre 50 y 70 Hz, ajustado para asegurar la resonancia de las vigas. Durante el proceso, se recolectaron todos los datos relevantes, lo que permitió capturar de manera precisa el comportamiento de las vigas bajo diferentes condiciones, datos que posteriormente fueron organizados y analizados para evaluar el rendimiento de cada configuración.

## VIII. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Basados en los datos obtenidos durante las simulaciones, Fig. 17, y al corroborarlo experimentalmente, se define que el rango de frecuencias óptimo para obtener la mayor salida de voltaje está entre [400 y 600 kΩ], sin embargo se define este parámetro como fijo en 500 kΩ con el fin de llevar a cabo el experimento con una variable menos y así asegurar la repetitividad de la mayor cantidad de condiciones posibles en él.

Se presenta un análisis detallado de las pruebas realizadas para cada configuración de las vigas piezoeléctricas. Inicialmente, se tabularon los voltajes máximos obtenidos en cada una de las pruebas TABLA V, para cada configuración de viga, realizando tres réplicas por cada combinación de espesores y configuraciones. Esta información se presentó en una tabla que muestra los datos específicos de cada réplica, lo cual permite evaluar la consistencia de los resultados y observar la variabilidad de los voltajes obtenidos.

TABLA V. DISEÑO DE EXPERIMENTOS.

Esesor	Configuración	Réplica	Voltaje Máx. [V]
0.5	A	1	8.9
0.5	A	2	7.9
0.5	A	3	8.0
0.5	B	1	6.9
0.5	B	2	9.6
0.5	B	3	7.4
0.6	A	1	7.2
0.6	A	2	5.5
0.6	A	3	6.4
0.6	B	1	4.1
0.6	B	2	4.6
0.6	B	3	4.0
0.7	A	1	4.6
0.7	A	2	4.3
0.7	A	3	4.1
0.7	B	1	6.1
0.7	B	2	5.8
0.7	B	3	6.2

Posteriormente, para facilitar el análisis de todos los datos, se calculó el promedio de los voltajes obtenidos en cada configuración para cada valor de frecuencia dentro del rango estudiando.

---

Este cálculo permitió realizar una gráfica comparativa, donde se evidenciaron las diferencias en los voltajes de salida para cada uno de los espesores analizados. Esta visualización, Fig. 18, Fig. 19, **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**, resultó fundamental para identificar patrones en el rendimiento de las vigas según su espesor y configuración, además de simplificar en gran medida el volumen de datos, ya que da la posibilidad de seleccionar la mejor configuración de cada espesor.

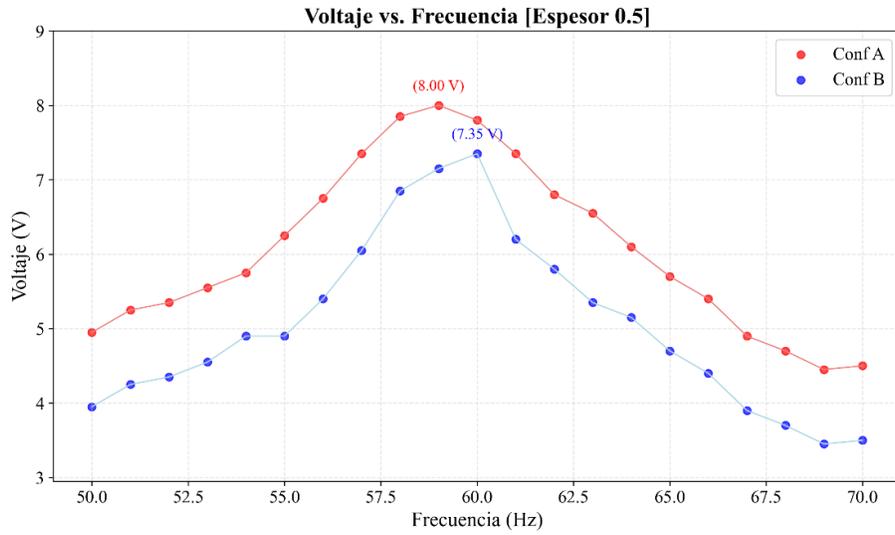


Fig. 19. Gráfica resultados espesor 0.5, diferentes configuraciones.

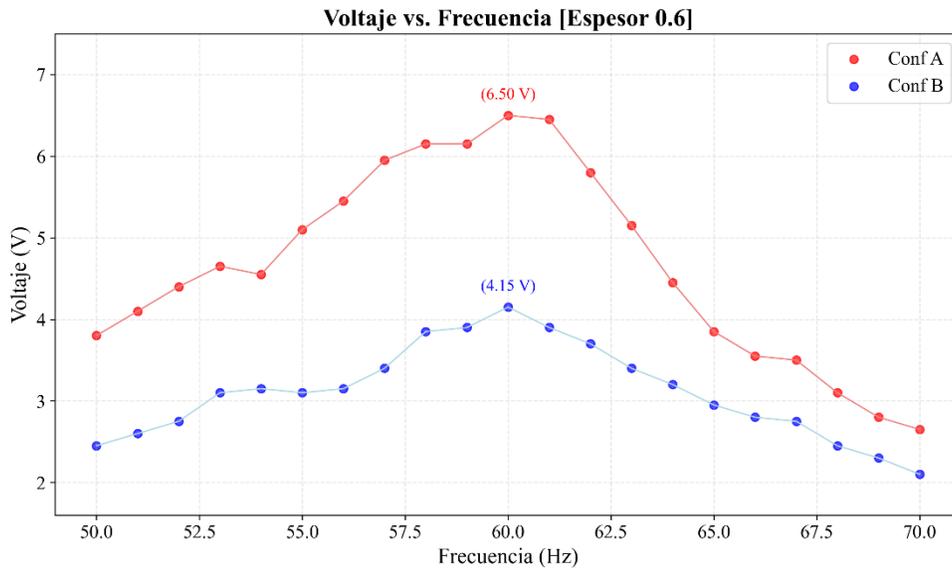


Fig. 18. Gráfica resultados espesor 0.6, diferentes configuraciones.

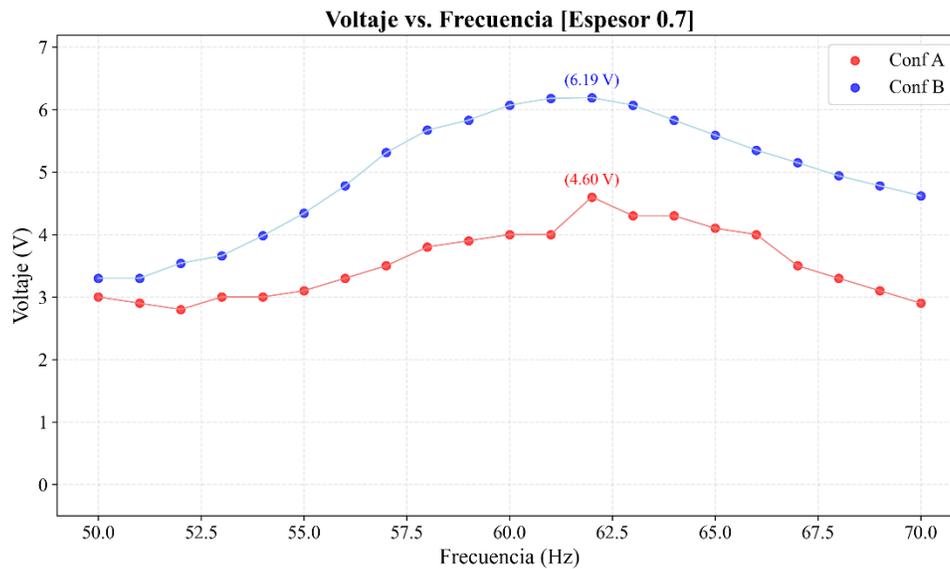


Fig. 20. Gráfica resultados espesor 0.7, diferentes configuraciones.

Además de la comparación general de los espesores, se graficó la mejor configuración de cada espesor frente a las demás configuraciones Fig. 21 lo que permitió seleccionar la combinación que presentaba el mejor rendimiento en términos de voltaje de salida. Este enfoque fue clave para optimizar el diseño de las vigas piezoeléctricas y seleccionar la configuración más eficiente para el rango de frecuencias evaluado.

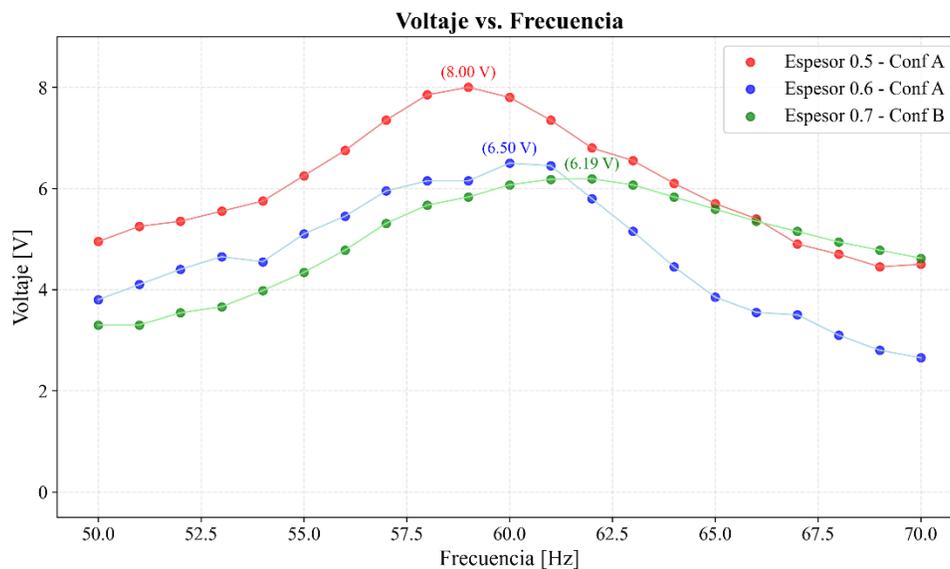


Fig. 21. Gráfica comparación de espesores.

---

El análisis final de los resultados mostró que la configuración A del espesor 0.5, la cual consiste en dos capas inactivas y una capa activa, y que además posee el menor espesor experimental, obtuvo el mejor rendimiento en términos de voltaje de salida. Este excelente desempeño puede explicarse por varias razones clave relacionadas con la interacción entre la rigidez y la flexibilidad de la viga piezoeléctrica.

Al ser la configuración de menor espesor, la viga presenta una baja rigidez, lo que le permite deformarse más fácilmente bajo la acción de las vibraciones inducidas. Esta flexibilidad incrementa la deformación en la viga, especialmente en su extremo libre, haciendo así que se concentre la mayor parte de los esfuerzos en el extremo fijo donde se encuentra la capa activa del material piezoeléctrico. La mayor deformación en esta zona crítica favorece la generación de voltaje, ya que el material piezoeléctrico responde directamente a las tensiones mecánicas aplicadas. Al reducir el momento de inercia de la viga, este menor espesor permite una mayor amplitud de vibración, lo que también contribuye a que el voltaje de salida sea más elevado en comparación con las configuraciones de mayor espesor.

Otro factor importante es que, debido a la baja rigidez, la frecuencia de resonancia de esta configuración A se encuentra en un rango más bajo, lo que genera un pico de voltaje a frecuencias menores que en las configuraciones con mayor espesor. La estructura de capas inactivas y una activa en la configuración A también jugó un papel clave, ya que esta distribución parece ser óptima para captar las vibraciones y maximizar la eficiencia de conversión de energía mecánica en energía eléctrica.

En resumen, la combinación de un bajo espesor, una menor rigidez, y una frecuencia de resonancia adecuada permitió que esta configuración alcanzara el mejor rendimiento. Este comportamiento pone de manifiesto que, al disminuir el espesor de la viga con una geometría de 18 x 45 mm y optimizar la disposición de las capas, es posible incrementar significativamente la deformación y, por lo tanto, los esfuerzos mecánicos en la capa activa piezoeléctrica, maximizando así la generación de voltaje.

---

La estructura de dos capas inactivas combinada con una sola capa activa también contribuyó a distribuir los esfuerzos mecánicos de manera eficiente, reduciendo la disipación innecesaria de energía a lo largo de la viga. Este diseño ayudó a concentrar los esfuerzos en la capa piezoeléctrica, maximizando así su capacidad para convertir la energía mecánica en energía eléctrica. Además, al operar en un rango de frecuencia de resonancia más bajo, la configuración A del espesor 0.5 pudo aprovechar al máximo las vibraciones generadas durante el experimento, obteniendo el mejor rendimiento entre todas las configuraciones estudiadas.

---

## X. CONCLUSIONES

- El estudio logró optimizar el diseño de captadores piezoeléctricos mediante la experimentación y simulación de diferentes espesores y configuraciones de vigas tipo voladizo. La configuración con dos capas inactivas y una capa activa (configuración A, de espesor 0.5) demostró ser la más eficiente para la conversión de energía mecánica en eléctrica, debido a su baja rigidez, lo que facilitó una mayor flexibilidad y deformación, maximizando los esfuerzos mecánicos en la capa activa.
- El análisis experimental y los resultados obtenidos mostraron que las vigas con menor espesor lograron alcanzar un mayor voltaje de salida en frecuencias de resonancia más bajas. Esto se debe a la menor rigidez y el reducido momento de inercia, lo que permitió una mayor amplitud de vibración. La configuración A, con su estructura de capas, influyó en la distribución de esfuerzos y, por ende, en la eficiencia de la recolección de energía. Las configuraciones con menos capas inactivas resultaron ser más eficientes optimizando la generación de voltaje.
- Las simulaciones numéricas realizadas en COMSOL predijeron con precisión el comportamiento vibracional de las vigas piezoeléctricas, lo que permitió diseñar y realizar un experimento eficiente con el vibrómetro láser y el shaker. Los resultados experimentales no solo confirmaron la precisión de las simulaciones, sino que también validaron el diseño experimental, reduciendo el número de pruebas necesarias y asegurando datos confiables.
- Esta metodología integral asegura un enfoque riguroso y sistemático para el desarrollo y optimización de captadores piezoeléctricos, contribuyendo significativamente al campo de la recolección de energía de vibraciones mecánicas. Al seguir estos pasos meticulosamente, se garantiza la validez y confiabilidad de los resultados obtenidos, permitiendo avanzar en la implementación de soluciones energéticas sostenibles y eficientes.
- La investigación sienta las bases para explorar futuras aplicaciones que involucren la combinación de efectos piezoeléctricos y magnéticos. El uso de materiales como el mumetal, con su alta permeabilidad magnética, plantea la posibilidad de aumentar la eficiencia del

---

sistema mediante la inclusión de campos magnéticos. Esto podría ampliar aún más las aplicaciones tecnológicas de las vigas piezoeléctricas optimizadas en la recolección de energía y en otros sistemas de generación eléctrica de alta eficiencia.

---

## XI. REFERENCIAS

- [1] V. Smil, “Energy and Civilization: A History,” *MIT Press*, pp. 1–3, 2017, [Online]. Available: <https://mitpress.mit.edu/books/energy-and-civilization>
- [2] D. Yergin, “The Prize: The Epic Quest for Oil, Money, and Power,” pp. 1–4, 1990, [Online]. Available: <https://www.simonandschuster.com/books/The-Prize/Daniel-Yergin/>
- [3] M. Cuoto, “Impacto de las energías renovables y del automóvil eléctrico en la demanda de petróleo y gas,” 2021.
- [4] K. Uchino, “Piezoelectric energy harvesting systems-Essentials to successful developments-,” 2017. doi: 10.1016/B978-0-12-815732-9.00044-9.
- [5] C. A. Howells, “Piezoelectric energy harvesting,” *Energy Convers. Manag.*, vol. 50, no. 7, pp. 1847–1850, 2009, doi: 10.1016/j.enconman.2009.02.020.
- [6] T. M. SHOP, “Vibration Test Shaker 75 lb.” [Online]. Available: <https://www.modalshop.com/vibration-test/products/vibration-test-shakers/75-lbf-exciter>
- [7] Polytec, “Laser Doppler Vibrometry.” [Online]. Available: <https://www.polytec.com/int/vibrometry/technology/laser-doppler-vibrometry>
- [8] F. Gutiérrez, “Principios de Piezoelectricidad,” 2010.
- [9] S. Priya *et al.*, “A review on piezoelectric energy harvesting materials, methods, and circuits,” *Energy Harvest. Syst.*, pp. 1–37, 2017, doi: 10.1515/ehs-2016-0028.
- [10] N. Sharpes, A. Abdelkefi, and S. Priya, “Sharpes-two-dimensional concentrated-stress low-frequency piezoelectric vibration energy harvesters,” *Appl. Phys. Lett.*, pp. 1–6, 2015, doi: 10.1063/1.4929844.
- [11] Z. Yu, Z. Li, and X. Yuan, “Zhonghui-enhanced extremely weak-field energy harvesting via magnetic flux and stress concentration effects in ferromagnetic ferroelectric composite,” *Appl. Phys. Lett.*, vol. 121, pp. 1–8, 2022, doi: 10.1063/5.0099731.
- [12] R. Sriramdas *et al.*, “Large power amplification in magneto-mechano-electric harvesters through distributed forcing,” *Adv. Energy Mater.*, vol. 10, pp. 1–8, 2020, doi: 10.1002/aenm.201903689.
- [13] O. J. Aldraihem and A. A. Khdeir, “Smart beams with extension and thickness-shear piezoelectric actuators,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 9, pp. 1–10, 2000, doi: 10.1088/0964-1726/9/1/301.

- 
- [14] A. M. Elhalwagy, M. Y. M. Ghoneem, and M. Elhadidi, “Feasibility Study for Using Piezoelectric Energy Harvesting Floor in Buildings’ Interior Spaces,” *Energy Procedia*, vol. 115, pp. 114–126, 2017, doi: 10.1016/j.egypro.2017.05.012.
- [15] M. Vázquez Rodríguez, F. Jiménez Martínez, and J. De Frutos, “Modelización de materiales piezoeléctricos como generadores de energía,” *Bol. la Soc. Esp. Ceram. y Vidr.*, vol. 51, no. 1, pp. 1–12, 2012, doi: 10.3989/cyv.052012.
- [16] R. Ruiz, A. Carnicero, and O. Lopez, “Materiales inteligentes(II): aplicaciones tecnológicas,” 2004.
- [17] E. Fischer and G. Duarte, “Generación de energía con materiales piezoeléctricos,” 2011.
- [18] C. A. Correa-betanzo, “Fabricación y aplicación de cerámicos PZT por la ruta sol-gel - Manufacture and application of PZT ceramics by the sol-gel route Instituto Tecnológico de Celaya,” no. January, pp. 3–6, 2008.
- [19] A. Sisamón and E. Barbero, “Smart Structures Analisis Application To Sandwich Structures,” Universidad Carlos III De Madrid, 2015.
- [20] H. B. Nie, A. B. Pakhomov, X. Yan, X. X. Zhang, and M. Knobel, “Giant magnetoimpedance in crystalline Mumetal,” Hong Kong University of Science and Technology, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 1999. doi: 10.1016/S0038-1098(99)00350-6.
- [21] M. Feldmann *et al.*, “Design of floor structures for human induced vibrations,” 2009.
- [22] APC, “Ceramic Manufacturing Series – Testing and Packing PZT Ceramics.” [Online]. Available: <https://www.americanpiezo.com/blog/ceramic-manufacturing-series-testing-and-packing-pzt-ceramics/>
- [23] T. Hu, “Optimizing the sandwich composite structure in the cantilever beam,” *Mod. Mech. Eng.*, vol. 07, no. 04, pp. 1–17, 2017, doi: 10.4236/mme.2017.74009.
- [24] T. Irvine, “Bending frequencies of beams, rods, and pipes,” *Available web site http://www.Vib.*, pp. 1–61, 2012, [Online]. Available: <http://www.vibrationdata.com/tutorials2/beam.pdf>
- [25] B. Jaffe, W. Cook, and H. Jaffe, *Piezoelectric Ceramics*. London , New York, 1971. doi: 10.1007/978-3-319-03961-9\_2.
- [26] G. Haertling, *Ferroelectric ceramics: history and technology*. Journal American Ceramic Society, 1999. doi: doi:10.1111/j.1151-2916.1999.tb01840.x.

- 
- [27] K. Uchino, *Advanced Piezoelectric Materials: Science and Technology*. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2010. doi: <https://doi.org/10.1533/9781845699758>.
- [28] K. Cho, H. Park, J. Heo, and S. Priya, “Structure-performance relationships for cantilever-type piezoelectric energy harvesters,” *J. Appl. Phys.*, vol. 115, no. 20, pp. 0–7, 2014, doi: 10.1063/1.4879876.
- [29] D. Montgomery, *Diseño y análisis de experimentos*, 2nd ed. 2005.