



**Influencia del efecto primacía en la comprensión del número cero.
El caso de los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez
Correa**

Angie Álvarez Fernández
Camila Zapata Rendón

Trabajo de grado presentado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Asesor
René Alejandro Londoño Cano, Doctor (PhD) en Educación (Línea de Formación en Educación
Matemática)

Universidad de Antioquia
Facultad de Educación
Licenciatura en Matemáticas
Medellín, Antioquia, Colombia
2024

Cita	(Álvarez Fernández Y Zapata Rendón, 2024)
Referencia	Álvarez Fernández, A., Y Zapata Rendón, C. (2025). <i>Influencia del efecto primacía en la comprensión del número cero. El caso de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa</i> [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.
Estilo APA 7 (2020)	



Grupo de Investigación Educación Matemática e Historia (Edumath).

Centro de Investigaciones Educativas y Pedagógicas (CIEP).



Centro de Documentación Educación

Repositorio Institucional: <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - www.udea.edu.co

Rector: John Jairo Arboleda Céspedes.

Decano/Director: Wilson Antonio Bolívar Buriticá.

Jefe departamento: Cártul Valerico Vargas Torres

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

Agradecimientos

En primer lugar, queremos agradecer a todas las personas que nos apoyaron en la realización de este trabajo; a nuestro asesor René Alejandro Londoño por su gran paciencia y comprensión. A nuestros profesores cooperadores, que siempre estuvieron dispuestos a brindarnos todos los espacios que necesitáramos; a todos los estudiantes con los que compartimos las diferentes prácticas pedagógicas, porque cada día nos enseñaron cosas nuevas. Y, por supuesto, un agradecimiento a la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa, por permitirnos vivir todas estas experiencias maravillosas alimentando nuestro quehacer de maestras.

Yo, Angie Álvarez Fernández, quiero agradecer y dedicarle este trabajo de grado, principalmente a Dios, quien me dio la sabiduría y la fuerza para salir adelante durante todo mi proceso educativo, especialmente en esta última etapa. También agradezco a todas las mujeres que me rodean porque siento pedacitos de cada una de ellas; a mi abuela Rubiela de Jesús Bedoya, mi mamá Angela María Fernández, mis tías Gloria Eugenia Fernández y Sandra Milena Fernández, y a mi prima Manuela Montoya, quienes son mi ejemplo a seguir y mi mayor motivación para salir adelante. Gracias a mi novio y compañero de vida Bryan Velásquez Charlot, que ha estado durante todo el proceso, quien me ha escuchado, apoyado y ayudado en todo momento; a él que siempre estuvo recordándome lo orgulloso que estaba de mí, le manifiesto mi deseo de seguir siendo parte de cada logro y mi gratitud por estar en todas las batallas. A mi compañera y mejor amiga Camila Zapata Rendón, quien aceptó recorrer este camino juntas, gracias por no rendirte y por llegar a mi vida a enseñarme tantas cosas; anhelo que sigamos alcanzando metas juntas, eres una parte fundamental por la cual hoy me encuentro donde estoy. Asimismo, quiero agradecer a mi hermano José Carlos Álvarez por ser un gran apoyo y creer en mí desde el primer día. A todos y cada uno de los que hicieron parte de este proceso, gracias, sin ustedes esto no hubiera sido posible.

Yo, Camila Zapata Rendón, quiero agradecerle especialmente a mi pareja Juan Pablo, a mis padres Martha y Carlos, a mis tías Marcela y Sandra, y a mi abuela Luz Dary. Sin su apoyo incondicional y constante en todos los aspectos de mi vida, esto no hubiera sido posible. Espero algún día retribuir todo lo que me han dado. A mi mejor amiga y compañera de trabajo, Angie, esto es para tí, sin ti nada tendría sentido. Gracias.

Tabla de contenido

Resumen.....	8
Abstract.....	9
Introducción	10
Capítulo I. Planteamiento del problema	12
1.1 Problema de investigación	12
<i>1.1.1 Justificación del problema</i>	12
1.1.2 Formulación del problema	13
1.2 Pregunta de Investigación	13
1.3 Objetivos de Investigación	13
1.3.1 Objetivo general	13
1.3.2 Objetivos específicos	14
1.4 Objeto de estudio	14
1.5 Objeto del saber específico	14
1.6 Antecedentes.....	14
1.6.1 Acerca de la comprensión	14
1.6.2 Acerca del número cero	16
1.6.3 Acerca de los conceptos intuitivos y contraintuitivos	18
1.6.4 Acerca del efecto primacía.....	20
1.6.5 Acerca de los modelos intuitivos.....	22
Capítulo II. Marco Referencial	25
2.1 Marco contextual	25
2.2 Marco legal.....	27
2.2.1 Ley General de Educación (Ley 115 de 1994).....	27
2.2.2 Lineamientos Curriculares	28

2.2.3 Estándares Básicos de Competencias	30
2.2.4 Derechos Básicos de Aprendizaje	31
2.3 Marco teórico.....	32
2.3.1 Comprensión	32
2.3.2 El efecto primacía	33
2.3.3 Intuición y concepto contraintuitivo	35
2.3.4 Modelos Intuitivos	36
2.4 Marco conceptual.....	38
Capítulo III. Metodología	43
3.1 Enfoque cualitativo	43
3.2 Método de estudio de caso	44
3.3 Selección de la población.....	45
3.4 Ruta metodológica	45
3.5 Diseño de los instrumentos	47
3.5.1 Cuestionario	47
3.5.2 Entrevista semi-estructurada	48
3.6 Recolección de la información	50
3.7 Consideración éticas	53
Capítulo IV. Análisis de la información	54
4.1 Unidades de análisis.....	54
4.2 Análisis de datos por Fases	54
4.2.1 Categorías.....	55
4.2.1.1 Categoría 1 (C1) Abstracción vs. Intuición	55
4.2.1.2 Categoría 2 (C2): Explicito vs. Implícito	55
4.2.1.3 Categoría 3 (C3): Analógico vs. Paradigmático	56

4.2.2 Fases.....	56
4.2.2.1 Fase 1. Caso 1: El número cero como representación.....	57
4.2.2.2 Fase 2. Caso 2: El número cero como primera impresión.....	62
4.2.2.2 Fase 3. Caso 3: El número cero en la multiplicación como suma abreviada.....	65
Capítulo V. Conclusiones	69
5.1 Consecución de los objetivos: general y específicos	69
5.2 Nuevas perspectivas encontradas	70
5.3 Futuras líneas de investigación.....	71
5.4 Discusión.....	71
Referencias.....	73
Anexos	75

Lista de tablas

Tabla 1	14
Tabla 2	16
Tabla 3	18
Tabla 4	21
Tabla 5	22
Tabla 6	31
Tabla 7	57
Tabla 8	59
Tabla 9	60
Tabla 10	62
Tabla 11	65
Tabla 12	66

Resumen

El presente estudio indaga cómo el efecto primacía influye en la comprensión del número cero en los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa. La problemática surge a partir de la observación de que los estudiantes tienden a repetir errores en las operaciones matemáticas básicas cuando está involucrado el número cero, lo que sugiere una comprensión inicial un tanto errónea de este concepto clave. Esta dificultad puede estar relacionada con las primeras impresiones que los estudiantes reciben sobre el cero, las cuales moldean su manera de abordarlo en ejercicios posteriores.

El marco teórico explora el desarrollo histórico del concepto del cero en diversas culturas, así como su rol en las operaciones aritméticas y su interpretación tanto simbólica como operativa. Se profundiza en el efecto primacía, que describe cómo las primeras interacciones con un tema pueden influir fuertemente en las creencias y concepciones futuras, y se discuten conceptos intuitivos y contraintuitivos relacionados con el aprendizaje matemático.

En cuanto a la metodología, se optó por un enfoque cualitativo basado en el estudio de casos, que con el diseño y aplicación de cuestionarios y entrevistas semi-estructuradas como instrumentos, se constituyen en aspectos fundamentales para recoger las percepciones y habilidades de los estudiantes en relación con el número cero. Estas herramientas permitieron analizar cómo las primeras impresiones impactan la comprensión de los estudiantes y permiten explorar posibles estrategias pedagógicas para mejorar el aprendizaje del número cero, proporcionando una visión más integral del fenómeno.

El estudio concluye que el efecto primacía sí influye en la comprensión del número cero por medio de los modelos intuitivos, ya que las primeras impresiones del cero tienen un impacto duradero, por lo que es crucial que se enseñe correctamente desde el inicio. Es claro que una vez adquiridas concepciones erróneas, los estudiantes son resistentes a cambiarlas. Explicaciones contextualizadas y ejemplos concretos mejoran la comprensión y manejo del número cero.

Palabras clave: efecto primacía, número cero, modelos intuitivos, intuición, matemáticas.

Abstract

This study investigates how the primacy effect influences the understanding of the number zero in third grade students at the Pedro Luis Álvarez Correa Educational Institution. The problem arises from the observation that students tend to repeat errors in basic mathematical operations when the number zero is involved, suggesting a somewhat erroneous initial understanding of this key concept. This difficulty may be related to the first impressions that students receive about zero, which shape their way of approaching it in subsequent exercises.

The theoretical framework explores the historical development of the concept of zero in various cultures, as well as its role in arithmetic operations and its symbolic and operational interpretation. The primacy effect is explored, which describes how the first interactions with a topic can strongly influence future beliefs and conceptions, and intuitive and counterintuitive concepts related to mathematical learning are discussed. As for the methodology, a qualitative approach based on case studies was chosen, which, with the design and application of questionnaires and semi-structured interviews as instruments, constitute fundamental aspects to collect the perceptions and skills of students in relation to the number zero. These tools allowed us to analyze how first impressions impact students' understanding and allow us to explore possible pedagogical strategies to improve the learning of the number zero, providing a more comprehensive view of the phenomenon.

The study concludes that the primacy effect does influence the understanding of the number zero through intuitive models, since first impressions of zero have a lasting impact, so it is crucial that it is taught correctly from the beginning. It is clear that once misconceptions are acquired, students are resistant to changing them. Contextualized explanations and concrete examples improve the understanding and handling of the number zero.

Keywords: primacy effect, number zero, intuitive models, intuition, mathematics.

Introducción

El presente documento tiene como finalidad analizar la influencia del efecto primacía en la comprensión del número cero en estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa, mediante modelos intuitivos. Esta investigación surge a raíz de la observación de que, pese a que el número cero es un concepto fundamental en las matemáticas, muchos estudiantes manifiestan dificultades al utilizarlo en operaciones aritméticas básicas como la suma, la resta y la multiplicación. En efecto, estas dificultades parecen estar directamente relacionadas con las primeras impresiones (Fischbein, 2002) que los estudiantes reciben sobre el cero, ya que dichas impresiones moldean su forma de comprender y abordar el número en ejercicios posteriores.

El problema radica entonces, en cómo los primeros acercamientos al número cero afectan la capacidad de los estudiantes para operarlo correctamente. Es necesario comprender de qué manera estos primeros aprendizajes influyen en la formación de ideas intuitivas o, en algunos casos, de conceptos contraintuitivos, que impiden una adecuada comprensión y aplicación del número cero. Por consiguiente, esta investigación se propone analizar la relación entre el efecto primacía y la comprensión de este número.

La justificación de este trabajo radica en la importancia de una adecuada comprensión del número cero para el desarrollo de competencias matemáticas más complejas. Dado que el número cero es esencial en diversas áreas de las matemáticas, su comprensión desde los primeros años de escolarización es crucial. Así pues, este estudio identifica los errores conceptuales más comunes relacionados con el cero, y también propone estrategias educativas que permitan corregir dichos errores desde una etapa temprana del aprendizaje.

El estudio concluye que el efecto primacía tiene una influencia significativa en la comprensión del número cero, y que las primeras impresiones de los estudiantes sobre este

concepto son determinantes para su capacidad de usarlo correctamente en operaciones matemáticas. Los modelos intuitivos desempeñan un papel central en este proceso, y una enseñanza adecuada desde el inicio puede ayudar a evitar la formación de concepciones erróneas que son difíciles de corregir más adelante.

Este trabajo también ofrece recomendaciones pedagógicas que pueden ayudar a los docentes a mejorar la enseñanza del número cero, aprovechando el efecto primacía de manera positiva. Además, se sugieren líneas futuras de investigación sobre la influencia del efecto primacía en otros conceptos matemáticos abstractos.

Capítulo I. Planteamiento del problema

En este capítulo se plantea la problemática del presente trabajo de investigación, los propósitos para su desarrollo y la pregunta de investigación.

1.1 Problema de investigación

1.1.1 Justificación del problema

Este trabajo de grado parte de la trayectoria de las autoras en relación con el número cero en las matemáticas durante su propio proceso educativo, ejercicio que permitió encontrar las dificultades latentes en el aula de clase desde sus prácticas pedagógicas, lo que motivó a la realización de la investigación.

Partiendo de su experiencia, en los inicios de la enseñanza de este concepto, usualmente hay un vacío teórico que no permite su debida comprensión, ocasionando que los estudiantes repliquen mecánicamente y, a su vez, concurren en errores operativos dentro algunas operaciones básicas (suma, resta y multiplicación) y diferentes tópicos en los cuales se involucra al número cero.

A partir de esta problemática, se identifica el efecto primacía como un aspecto susceptible de abordar, puesto que las diferentes construcciones que se hacen sobre determinados conceptos están mediadas por la información temprana que abstrae cada individuo cuando tiene su primer acercamiento a dichos conceptos. Por medio del efecto primacía, se pueden desarrollar ideas intuitivas o conceptos contraintuitivos, dependiendo de las experiencias de enseñanza y aprendizaje del concepto presentado en diversos escenarios, que para el caso particular, se trata del número cero.

Finalmente, este texto aportará consideraciones sobre la presencia de conceptos intuitivos y contraintuitivos en la enseñanza de las matemáticas, lo que es aprovechado para generar la construcción de conocimiento en los estudiantes.

1.1.2 Formulación del problema

Por medio de la observación en las prácticas pedagógicas de las autoras, se evidenció que los estudiantes del grado tercero de primaria de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa presentan dificultades cuando manipulan el número cero en la solución de diversas situaciones, lo que hace que incurran en errores operacionales. Algunas de estas situaciones se presentan cuando no hay una clara comprensión por parte de los estudiantes en las propiedades relacionadas con las operaciones básicas en las que se encuentra involucrado el cero, tales como:

1. La propiedad de la adición, en la que el número cero es el elemento neutro de la adición (para cualquier número x , $x + 0 = x$);
2. La propiedad de la multiplicación: el número cero es el elemento absorbente (para cualquier número x , $x * 0 = 0$).

1.2 Pregunta de Investigación

¿De qué manera el efecto primacía influye en la comprensión del concepto de número cero en los estudiantes de tercero de primaria de la I.E. Pedro Luis Álvarez Correa, a través de modelos intuitivos?

1.3 Objetivos de Investigación

1.3.1 Objetivo general

Analizar cómo el efecto primacía influye en la comprensión del concepto del número cero en los estudiantes de tercero de primaria de la I.E Pedro Luis Álvarez Correa, a través de modelos intuitivos.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar las primeras impresiones de los estudiantes de tercer grado sobre el número cero.
- Establecer categorías para los modelos intuitivos de tal manera que permitan evidenciar el efecto primacía.

1.4 Objeto de estudio

Influencia del efecto primacía en la comprensión del concepto de número cero.

1.5 Objeto del saber específico

Concepto de número cero.

1.6 Antecedentes**1.6.1 Acerca de la comprensión**

En la tabla 1 que se encuentra líneas abajo, están plasmadas algunas citas de autores centrados en la comprensión, específicamente en el área de matemáticas. En ellos se podrán encontrar algunas posturas sobre la comprensión en relación con el conocimiento, evidenciando la importancia de no solo replicar, sino también de desarrollar habilidades desde el conocimiento, como también posturas de comprensión en matemáticas, desde un contexto de normas sociales y significados que se le puedan dar a un determinado concepto.

Tabla 1

Antecedentes acerca de la Comprensión

Título del trabajo	Autor(es)	Citas por destacar	Aportes de los investigadores
---------------------------	------------------	---------------------------	--------------------------------------

La Enseñanza para la Comprensión	Martha Stone Wiske (compiladora) (1999)	<p>“Comprender un tópico quiere decir ni más ni menos que ser capaz de desempeñarse flexiblemente en relación con el tópico: explicar, justificar, extrapolar, vincular y aplicar de maneras que van más allá del conocimiento y la habilidad rutinaria” (p. 5).</p> <p>“Aprender hechos puede ser un antecedente crucial para la comprensión, pero aprender hechos no es aprender para la comprensión” (p. 4)</p>	La comprensión no se basa en que los estudiantes repliquen información almacenada en el cerebro, sino que requiere de una habilidad a desarrollar a partir de sus conocimientos. De aquí la diferencia entre comprensión y conocimiento.
Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas	V. Font (2007)	<p>“...entender la <i>comprensión</i> como <i>proceso mental</i> (...), como <i>comprender las normas sociales</i>” (p. 427, 428)</p> <p>“En general, los estudios citados anteriormente han puesto de manifiesto que las matemáticas informales e idiosincrásicas son las dominantes en la resolución de problemas en la vida cotidiana y en el mundo laboral, mientras que las matemáticas más formales son las que predominan en la escuela.” (p. 432)</p>	En cuanto a la comprensión de las matemáticas desde los procesos mentales de los estudiantes, se consideran dos posturas: una consiste en analizar la mente del sujeto aprendiendo y la otra desde una competencia, ya que se analiza el uso del sujeto a determinadas prácticas, visto desde un contexto de normas sociales.

<p>Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior</p>	<p>Esther María Morales Urbina (2009)</p>	<p>“Y es, precisamente, el docente, uno de los actores que, debía cambiar, pasando de ese papel transmisor a uno de mediador activo y promotor de toma de decisiones y autonomía en sus estudiantes, para facilitar en ellos el aprender a aprender” (s. p.)</p>	<p>Es indispensable que un docente tenga en consideración los saberes previos que traen los estudiantes, ya que desde allí se empieza la construcción del conocimiento que se pretende enseñar, además de que va a permitir desarrollar actividades más focalizadas a las necesidades de los estudiantes, lo que llevará a una mejor comprensión de determinados temas matemáticos.</p>
--	---	--	---

1.6.2 Acerca del número cero

En la tabla 2 presentada a continuación, se exhiben los aportes de algunos autores con respecto a la comprensión del número cero, ya que, al parecer, no es tan natural comprender este número de la misma manera en la que se comprenden los demás números naturales, por lo que en ocasiones los estudiantes harán uso de sus experiencias para tratar de darle un sentido. Sin embargo, algunos autores sugieren conocer en primer lugar la historia del número cero y su recorrido por diferentes culturas, de tal manera que se conozca el origen de la necesidad de este número, puesto que surge mucho después de los demás números naturales.

Tabla 2

Antecedentes acerca del número cero

Título del trabajo	Autor(es)	Citas por destacar	Aportes de los investigadores
"Where Mathematics Comes From"	Lakoff y Núñez (2000)	<p>“La metáfora conceptual enriquece enormemente las matemáticas. Pero también genera confusión y aparente paradoja si las metáforas no se aclaran o se toman como verdades literales. ¿Es el cero un punto de una recta? ¿O es el conjunto vacío? ¿O ambas cosas? O ¿es sólo un número y ni un punto ni un conjunto? No hay una respuesta única. Cada respuesta constituye una elección de metáfora, y cada elección de metáfora proporciona y determina un tema diferente”.</p>	<p>Los autores argumentan que la comprensión del cero es fundamental para la conceptualización del espacio y el tiempo. Sugieren que las ideas matemáticas, incluida la noción de cero, están vinculadas a experiencias físicas y conceptuales más amplias. Además, enfatizan que el cero es un elemento clave en la estructuración de sistemas numéricos y en la formación de conceptos más avanzados en matemáticas.</p>
Estudio didáctico del cero	Alma María Cataño Barrera (2007)	<p>“En un acercamiento histórico observamos que los seres humanos se han dedicado a explicar los fenómenos de la naturaleza a partir de lo “contable” con lo que impulsó a muchas culturas a construir nuevos conceptos, como por ejemplo el cero” (p.13).</p> <p>“En el desarrollo del trabajo nos hemos podido dar cuenta</p>	<p>A menudo, no se logra una comprensión adecuada del concepto de número cero. Cuando se les pregunta a los estudiantes sobre su entendimiento o las asociaciones que hacen, es común recibir respuestas variadas, algunas incluso relacionadas con situaciones cotidianas. Sin embargo, al trasladar el concepto al</p>

<p>de que efectivamente fue la misma necesidad de explicar ciertos procesos y el desarrollo de las matemáticas el que impulsó a que este concepto surgiera. El cero es un número especial, es un número que guarda las características esenciales de todo número entero, pero cuenta además con particularidades en cuanto a su naturaleza y su manejo”</p> <p>(p. 14)</p>	<p>contexto matemático, muchos no saben cómo manejarlo, especialmente cuando se trata de multiplicaciones o, de manera más problemática, divisiones. Por ello, antes de abordar el cero en el aula, es fundamental conocer su historia y explorar las diversas perspectivas que diferentes culturas han tenido sobre este número.</p>
--	---

1.6.3 Acerca de los conceptos intuitivos y contraintuitivos

En la tabla 3 que se muestra a continuación, se recopilan algunas citas de autores que tienen diferentes posturas sobre la noción de intuición, las cuales pueden mediar las concepciones de las personas frente a determinados conceptos, por lo que es necesario, en matemáticas, aprender a mediar entre dichas creencias que puedan estar respaldadas formalmente y las que simplemente sean erróneas. Asimismo, nos dan un panorama de lo que es un concepto contrario a la intuición y cómo estas situaciones no llegan a ser autoevidentes para los sujetos, por lo que necesitan un poco más de claridad para así llegar a comprenderlos.

Tabla 3

Antecedentes acerca de los conceptos intuitivos y contraintuitivos

Título del trabajo	Autor(es)	Citas por destacar	Aportes de los investigadores
Reflexiones para el uso de la intuición desde los aportes de Efraim Fischbein	Renata Teófilo de Sousa, Francisco Régis Vieira Alves, María José Araújo Souza (2021)	“Por tanto, una de las tareas fundamentales de la educación matemática es desarrollar en los estudiantes la capacidad de distinguir entre sentimientos intuitivos, creencias intuitivas y convicciones formalmente sustentadas. En matemáticas, la demostración formal es decisiva y siempre hay que recurrir a ella, porque las intuiciones pueden inducir a error. Esta es una idea que el estudiante debe aceptar teóricamente, pero también debe aprender a practicar de manera consistente su razonamiento matemático”.	Las intuiciones están presentes en los humanos, pero es necesario, especialmente desde las matemáticas, enseñarles a los estudiantes a distinguir entre lo que está formalmente demostrado y lo que posiblemente se esté mediando por las intuiciones propias, ya que a menudo pueden ser erróneas. Así que hacen un llamado a practicar el razonamiento matemático, más que dejarse llevar por creencias intuitivas.
La intuición y la matemática	Claudia López (2007)	“Las analogías en la matemática pueden ser beneficiosas si después de ser aceptadas intuitivamente pueden ser justificadas lógicamente. También pueden ser fuente de concepciones erróneas cuando se asumen correspondencias que no son parte del mapeo estructural de	Esta autora habla sobre la diferenciación entre intuiciones acertadas y erróneas, ya que en algunas ocasiones las intuiciones pueden estar respaldadas desde la lógica matemática, pero en muchos otros casos puede estar equivocada ya

		los dos sistemas. Generalmente, esos errores se generan por la incompatibilidad entre una propiedad formal del sistema que está siendo modelizado y una propiedad intuitiva del modelo de representación que, consciente o tácitamente, guía los procesos cognitivos”.	que va en contra de propiedades formales.
Intuición en Ciencias y Matemáticas	Efraim Fischbein (2002)	“Un número negativo es un concepto contrario a la intuición porque aparentemente contradice la noción de existencia misma, si se considera la existencia con su significado práctico. Pero la practicidad parece ser uno de los atributos fundamentales de una noción intuitivamente aceptable”.	El autor argumenta que la practicidad en algunos conceptos es lo que permite que intuitivamente se comprendan de una manera más fácil. Pero, en algunos casos, dicha practicidad no es tan evidente, entonces se requiere de una explicación más clara para poder ser entendidos; estos conceptos los denomina como contrarios a la intuición.

1.6.4 Acerca del efecto primacía

En la tabla 4 se presentan algunos puntos de vista de autores sobre el efecto primacía, que argumentan que es una tendencia a recordar y dar más importancia a la información inicial -las primeras impresiones-, lo que puede afectar la percepción y comprensión de conceptos en diferentes situaciones.

Tabla 4*Antecedentes acerca del efecto primacía*

Título del trabajo	Autor(es)	Citas por destacar	Aportes de los investigadores
Intuición en Ciencias y Matemáticas	Efraim Fischbein (2002)	“El efecto primacía significa que el hecho mismo de ser el primero -la primera impresión, la primera interpretación, etc.- influye en la perseverancia de la actitud inicial del sujeto. El individuo tiende a favorecer, a impulsar esta primera interpretación global, a veces en contra de otras alternativas e incluso sin tener en cuenta argumentos sensatos o informaciones posteriores que contradicen la primera decisión”.	Fischbein sostiene que el efecto primacía es uno de los componentes de la intuición. Este fenómeno está relacionado con la primera interpretación que los sujetos hacen al experimentar algo. En el ámbito educativo, comprender cómo funciona este efecto puede ser relevante para diseñar estrategias de enseñanza que aprovechen la predisposición de las personas a recordar lo que se les presenta inicialmente.
Aplicación de experimento principio de primacía y recencia, ejercicio realizado en formación de maestría	Sonia Nayibe Peña Fernández (2020)	“Primacía: se recuerdan mejor los elementos situados al principio (memoria a largo plazo): longitud de la lista, frecuencia de la palabra, tasa de presentación, estatus mental de los sujetos (Crowder, 1976)”.	La autora se centra en entender el funcionamiento de la memoria a corto plazo mediante la aplicación de un experimento de lista de palabras a través del recuerdo. El objetivo principal es explorar el efecto primacía y la

			recencia, dos conceptos relacionados con la forma en que recordamos información, la primacía (recordar las palabras iniciales) y la recencia (recordar las palabras finales).
Influencia del efecto primacía en la comprensión de la noción intuitiva de infinito actual	Iwan Alexis Aguirre Morales (2022)	“...es posible que el efecto primacía influya por sí mismo en la generación de creencias intuitivas (cristalización epistémica) y que las limitaciones intelectuales específicas y compromisos de tipo personal, intervengan también como factores relevantes en la generación de dichas creencias”.	Según el autor las creencias de los sujetos pueden estar mediadas por el efecto primacía, ya que este influye en las creencias intuitivas las cuales son perseverantes, lo que influirán en posteriores creencias o conceptos.

1.6.5 Acerca de los modelos intuitivos

En la siguiente tabla se presentan algunas posturas de autores con relación a los modelos intuitivos, los cuales ayudan a comprender mejor ciertas realidades y conceptos, en ocasiones abstractos, o que incluso no son tan fáciles de entender en un principio.

Tabla 5

Antecedentes acerca de los modelos intuitivos

Título del trabajo	Autor(es)	Citas por destacar	Aportes de los investigadores
Modelos intuitivos a través de la Educación STEM para la construcción de conocimiento en el fenómeno de la refracción	Juan Carlos Arroyave, Juan David Flórez Córdoba, Ana María Ramírez Carmona (2022)	“Un modelo intuitivo es una herramienta cognitiva que permite a una persona afrontar conceptos o conocimientos que intuitivamente son inaceptables, haciendo uso de un sustituto para la noción que es intuitivamente más comprensible y aceptable. Este sustituto proviene de un pensamiento intencionado o inconsciente” (pp. 29-30).	El trabajo de los autores está relacionado con la física, particularmente con el fenómeno de refracción, significa que es necesario de otros medios y otras herramientas para lograr el aprendizaje deseado, pero, la física se relaciona con muchos conceptos muy abstractos que en ocasiones es difícil para los estudiantes entender. Por lo tanto, este es un claro ejemplo de las bondades de los modelos intuitivos, los cuales van a realizar los participantes del trabajo de investigación para lograr el entendimiento necesario en su proceso educativo.
Influencia de los modelos intuitivos en la comprensión de la multiplicación y la división	M. Oliva Lago, Purificación Rodríguez, Ángela Zamora, Luz	“...la identificación de la operación que se necesita para resolver un problema se encuentra mediatizada por el modelo intuitivo correspondiente, que asigna una serie de imposiciones al proceso de búsqueda” (p.75).	Los modelos intuitivos pueden ser tan significativos en la mente de las personas que perduran incluso con información nueva suministrada. Por lo tanto, a pesar de que son una

Madroño (1999)	“Estos modelos intuitivos arraigan profundamente en la mente de los alumnos, ejerciendo un control inconsciente sobre su conducta, aun después de que hayan adquirido nociones matemáticas formales más sólidas, originándose dificultades cuando tienen que resolver problemas elementales con datos numéricos que conducen a conflictos entre la operación correcta y las imposiciones del modelo tácito correspondiente” (p. 75).	excelente herramienta para comprender muchas temáticas y conceptos, es importante que los profesores tengan en cuenta estos modelos que desarrollan los estudiantes para que no sea un impedimento y no genere conflictos con conceptos más avanzados.
-------------------	--	--

Capítulo II. Marco Referencial

Este capítulo expone las bases teóricas que sustentan el trabajo de investigación. Para ello, se presentan cuatro marcos, cada uno orientado a cubrir diferentes aspectos teóricos esenciales para el desarrollo del estudio. El marco contextual ofrece una visión general de la Institución donde se realizaron las prácticas pedagógicas de las autoras y el entorno que permitió llevar a cabo la investigación. El marco legal muestra los documentos normativos que regulan la educación en Colombia, con un enfoque específico en los fines de este trabajo. En el marco teórico se definen los conceptos clave como comprensión, efecto primacía, intuición y conceptos contraintuitivos. Finalmente, el marco conceptual trata sobre la historia del número cero y su desarrollo en diversas civilizaciones.

2.1 Marco contextual

Esta investigación se llevó a cabo en la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa (IEPLAC), ubicada en el municipio de Caldas, Antioquia. Es una institución de carácter oficial y mixta, con calendario A, como es el caso de la mayoría de las instituciones públicas en Colombia. Ofrece educación formal en los niveles de preescolar, educación básica (tanto el ciclo de primaria como el ciclo de secundaria), educación media académica, educación media técnica, e incluso, educación formal para adultos.

Actualmente, la institución realiza sus labores educativas en tres sedes diferentes del casco urbano del municipio, permitiendo una mayor cobertura y acogida del estudiantado en diferentes sectores. A estas sedes se les conoce como: sede principal, sede Goretti y sede Andalucía. Estas dos últimas, se enfocan en la educación preescolar y básica primaria, contando con dos jornadas para recibir a los diferentes grados; en la jornada de la mañana asisten los estudiantes de primero a tercero y en la jornada de la tarde los estudiantes de preescolar, cuarto y

quinto. La sede principal, a diferencia de las otras, dispone de tres jornadas, recibiendo en la mañana a los estudiantes de noveno, décimo y undécimo grado; en la tarde a los estudiantes de sexto, séptimo y octavo; y la jornada nocturna se enfoca en la educación formal para adultos.

En la sede principal se encuentra la administración de la institución, la secretaría, la rectoría y demás dependencias necesarias para su correcto funcionamiento. Hay cuatro coordinadores distribuidos de tal manera que tres de ellos están asignados a cada jornada de la sede principal, y otro encargado de coordinar los niveles de preescolar y primaria. Con respecto al personal docente, para el nivel de la básica secundaria se cuenta con 45 plazas y para los niveles de preescolar y primaria con 35.

Por otra parte, la IEPLAC se diferencia del resto de las instituciones educativas oficiales y privadas del municipio por ser la única que ofrece educación media técnica a sus estudiantes. En un principio su oferta apuntaba únicamente al comercio, lo que llevó a que la institución sea de igual modo conocida coloquialmente como “el comercial” por toda la comunidad del territorio caldeño, pero a medida que han pasado los años, han tratado de aumentar y diversificar las propuestas educativas para que los estudiantes tengan más opciones para elegir en futuros ámbitos laborales o de estudios superiores.

La institución considera formar personas de manera integral, sin hacer distinciones de ningún tipo y que puedan ser competentes en el mundo laboral y social. Su enfoque pedagógico es activo-desarrollista, en el cual los docentes dan gran importancia a propuestas didácticas activas, significativas y constructivas, con una apuesta desde la interdisciplinariedad para promover la conversación, el diálogo y el debate entre las disciplinas que aportan al campo pedagógico y la formación del sujeto. Sin embargo, este enfoque no se aplica de manera pura,

puesto que en algunas ocasiones se han presentado en el aula de clase otro tipo de prácticas, ya sean tradicionales, conductista, o incluso, desde tecnologías educativas.

La IEPLAC se fundó en el año 1978. Desde ese momento y hasta el año 1994 tuvo un desarrollo curricular desde las denominadas modalidades, las cuales se suprimen con la aparición de la ley 115 de dicho año. A partir de ese momento se inicia el proceso hacia la construcción de la educación Media Técnica y los diferentes procesos de articulación con instituciones de formación técnica y tecnológica del sector, las cuales debían cumplir con unas competencias laborales propuestas por el Ministerio de Educación Nacional-MEN (1994).

En el año 2002 se reorganiza el sistema educativo a nivel nacional, lo que implicó una integración de cuatro instituciones, tres de ellas ofrecían educación en básica primaria y la otra estaba comprometida con la educación de adultos. Antes de su incorporación se les conocía como Escuela Urbana Integral de Niñas Santa María Goretti, Escuela Urbana Inmaculada, Escuela Urbana Integral Andalucía y el Instituto nocturno José Cosme Zuleta. Esto generó una nueva identidad para la IEPLAC, pero no afectó la formación de media técnica que continuó como elemento distintivo de la institución dentro del municipio.

2.2 Marco legal

La educación en Colombia está regulada por la Ley General de Educación y unos documentos rectores como lo son los Lineamientos Curriculares-LC, los Estándares Básicos de Competencias-EBC (MEN, 1998) y los Derechos Básicos de Aprendizaje-DBA del área de matemáticas.

2.2.1 Ley General de Educación (Ley 115 de 1994)

La ley 115 de 1994 establece los principios y fines de la educación en Colombia, definiendo los niveles y modalidades del servicio educativo, y de la misma manera, los derechos

y deberes de los actores del sistema educativo, estableciendo las normas para regular el servicio público de la educación.

Artículo 1°. **Objeto de la ley.** Establece que la educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social, fundamentado en una concepción integral de la persona humana (MEN, Ley General de Educación. Ley 115 de febrero 8 1994, 2013).

Artículo 19°. “La educación obligatoria corresponde a la identificada en el artículo 356 de la Constitución Política como educación primaria y secundaria; comprende nueve (9) grados y se estructura en torno a un currículo común, formado por las áreas fundamentales del conocimiento y de la actividad humana.” Según la misma ley en su artículo 20, los objetivos de este nivel de educación son: **Literal c.** Ampliar y profundizar en el razonamiento lógico y analítico para la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, la tecnología y de la vida cotidiana (MEN, Ley General de Educación. Ley 115 de febrero 8 1994, 2013).

Decreto 1860 de 1994. Reglamenta parcialmente la Ley 115 de 1994, especificando aspectos relacionados con la organización y funcionamiento de las instituciones educativas, el currículo y la evaluación de los estudiantes.

Ley 715 de 2001. Regula la distribución de competencias y recursos entre la nación y las entidades territoriales en materia de educación, salud y otros servicios públicos, asegurando la financiación adecuada del sistema educativo.

2.2.2 Lineamientos Curriculares

Los lineamientos curriculares hacen parte de los documentos más importantes y relevantes de la educación en Colombia. Son directrices generales que plantean algunos criterios para orientar el currículo y apoyar los diferentes procesos pedagógicos, en este caso, del área de matemáticas.

El MEN (1998) menciona algunas corrientes de pensamiento que establecen concepciones acerca del conocimiento matemático escolar. Para el enfoque de este trabajo de investigación se hace mención del intuicionismo, el cual:

Considera las matemáticas como el fruto de la elaboración que hace la mente a partir de lo que percibe a través de los sentidos y también como el estudio de esas construcciones mentales cuyo origen o comienzo puede identificarse con la construcción de los números naturales. (MEN, 1998, p. 11)

Además, el documento resalta la problemática con la comprensión del concepto de número cero, puesto que “para los niños pequeños no tienen sentido ni el cero natural, ni el cero de conjuntos, ni el cero de comienzo de la recta” (MEN, 1998, p. 80). Por lo tanto, este trabajo de investigación tiene bases sólidas las cuales sustentan su pertinencia y relevancia.

Finalmente, el pensamiento numérico y los sistemas numéricos juegan un papel crucial en el desarrollo de habilidades matemáticas más amplias. El documento sugiere un enfoque de sistemas que permita a los estudiantes ver los números y las operaciones como parte de un todo interrelacionado, en lugar de elementos aislados. Esta visión sistémica es esencial para comprender la manera en que los números, incluidas entidades abstractas como el cero, funcionan como parte de un marco estructurado de relaciones y operaciones. Además, el desarrollo del pensamiento numérico requiere que los estudiantes profundicen en el sistema de numeración decimal y comprendan las relaciones que existen entre los diferentes números y las operaciones que los conectan. Esto no solo fomenta una comprensión técnica de los números, sino que también promueve la capacidad de aplicar este conocimiento en la resolución de problemas y en la vida cotidiana.

2.2.3 Estándares Básicos de Competencias

Los Estándares Básicos de Competencias en Colombia son criterios que establecen los niveles de conocimiento y habilidades que se espera que los estudiantes alcancen en diferentes áreas como matemáticas, ciencias, lenguaje, entre otras; asimismo, definen lo que los estudiantes deben aprender en cada etapa de su educación. A continuación, se especifican los estándares básicos de competencias en Matemáticas para el ciclo de primero a tercero que están relacionados con el cumplimiento de los propósitos del presente trabajo de investigación, centrados principalmente en el pensamiento y sistemas numéricos tomados desde el Ministerio de Educación Nacional (MEN, Estándares Básicos de Competencias de Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, 2006):

Pensamiento y sistemas numéricos.

- Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones (MEN, Estándares Básicos de Competencias, 2006).
- Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas (MEN, Estándares Básicos de Competencias, 2006).
- Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadoras, ábacos, bloques multibase, etc.) (MEN, Estándares Básicos de Competencias, 2006).
- Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos, aunque el valor siga igual (MEN, Estándares Básicos de Competencias, 2006).

2.2.4 Derechos Básicos de Aprendizaje

Los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en Colombia son una serie de conocimientos y habilidades esenciales que todos los estudiantes deben adquirir en cada grado escolar. Dichos derechos aseguran que todos los estudiantes, sin importar su contexto, tengan acceso a una educación de calidad y puedan desarrollar competencias fundamentales en diferentes áreas. En la siguiente tabla se podrán identificar los DBA en el área de matemáticas que deben ser alcanzados al finalizar el grado tercero propuestos por el Ministerio de Educación Nacional-MEN (2016).

Tabla 6

Derechos básicos de aprendizaje del área de matemáticas del grado tercero.

Derechos básicos de aprendizaje grado 3°	
Aprendizaje	Evidencia
Interpreta, formula y resuelve problemas aditivos de composición, transformación y comparación en diferentes contextos; y multiplicativos, directos e inversos, en diferentes contextos.	Resuelve problemas aditivos (suma o resta) y multiplicativos (multiplicación o división) de composición de medida y de conteo.
Propone, desarrolla y justifica estrategias para hacer estimaciones y cálculos con operaciones básicas en la solución de problemas.	Utiliza las propiedades de las operaciones y del Sistema de Numeración Decimal para justificar acciones como: descomposición de números, completar hasta la decena más cercana, duplicar, cambiar la posición, multiplicar abreviadamente por múltiplos de 10, entre otros.

2.3 Marco teórico

2.3.1 Comprensión

Algunos autores conciben la comprensión como un saber pensar y actuar con flexibilidad, puesto que según Perkins (1999) “Comprender un tópico quiere decir ni más ni menos que ser capaz de desempeñarse flexiblemente en relación con el tópico: explicar, justificar, extrapolar, vincular y aplicar de maneras que van más allá del conocimiento y la habilidad rutinaria” (p. 5). Por tanto, la comprensión no es solo recordar información, sino también poder usarla eficazmente en diferentes contextos, permitiendo a los estudiantes aplicar lo aprendido en situaciones reales, como un proceso activo, que implica su participación en la construcción del significado y la recepción pasiva de información.

Una estrategia para lograr evidenciar la comprensión en el área de matemáticas es pedir a los estudiantes que realicen cierta actividad en la cual se ponga en juego su comprensión, como explicar, resolver un problema o construir un argumento; en este sentido el estudiante podrá demostrar que puede pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe. Además, los docentes deben reflexionar sobre experiencias de desempeño que estén en pro de ampliar los conocimientos de los estudiantes y asimismo su comprensión, ya que están en un proceso esencial en el aprendizaje de las matemáticas. Se puede considerar el modelo de van Hiele como una herramienta que apoya todo lo dicho anteriormente, ya que este apunta a la comprensión global de las matemáticas a través de cinco niveles: visualización, análisis, abstracción, deducción y comprensión; cada nivel representa una fase en el proceso de construcción de la comprensión.

En el primer nivel -visualización-, los estudiantes reconocen formas y patrones, lo que es fundamental para establecer una base sólida en la comprensión posterior; en el análisis, descomponen y examinan sus propiedades, enfocándose en las relaciones entre los elementos. En

cuanto a la abstracción, los estudiantes pueden pensar de una manera más abstracta porque reconocen las propiedades y las relaciones que definen las formas y los patrones; más tarde, cuando los estudiantes utilizan el razonamiento para desarrollar una comprensión más sistemática, estarán en el nivel de deducción. Finalmente, los estudiantes adquieren una comprensión global y profunda de las matemáticas en el nivel de comprensión. Apoyados en el modelo de van Hiele, los docentes pueden desarrollar estrategias efectivas para apoyar el desarrollo de la comprensión de sus estudiantes al reconocer los cinco niveles de comprensión. Es importante mencionar que, para facilitar la comprensión de los estudiantes, es necesario considerar las nociones iniciales que poseen, ya que en ciertos casos pueden interferir con la asimilación de nuevos conceptos. Por lo tanto, es responsabilidad de los docentes, al momento de llevar este conocimiento inicial al aula, garantizar su veracidad y claridad. Perkins (1999) menciona al respecto:

El aprendizaje para la comprensión a menudo implica un conflicto con repertorios más viejos de desempeños de comprensión y con sus ideas e imágenes asociadas. A menudo la comprensión previa se interpone en el camino de la construcción de nuevas comprensiones. Uno de los obstáculos son las concepciones erróneas, especialmente en las ciencias. (p. 12)

2.3.2 El efecto primacía

Cuando se habla del efecto primacía, se hace referencia a las primeras impresiones o acercamientos que tenemos de algo en particular. Para Fischbein (2002):

El efecto primacía significa que el hecho mismo de ser el primero -la primera impresión, la primera interpretación, etc.- influye en la perseverancia de la actitud inicial del sujeto. El individuo tiende a favorecer, a impulsar esta primera interpretación global, a veces en

contra de otras alternativas e incluso sin tener en cuenta argumentos sensatos o informaciones posteriores que contradicen la primera decisión. (p.194)

Si la primera información obtenida es errónea o incompleta puede persistir en creencias incorrectas y de esta manera con la perseverancia logran que las intuiciones erróneas puedan convivir junto a interpretaciones conceptuales correctas toda la vida. De la misma manera, el sujeto puede resistirse a cambiar de opinión, incluso si la evidencia posterior sugiere que es necesario replantear la idea inicial. Con el efecto primacía, el foco central está en la impresión inicial, por lo que es posible, en muchos casos, que información relevante y nueva sobre un determinado tema se omita por aparecer, o conocerla, después de las primeras ideas concebidas y que, en muchas ocasiones, es importante para la comprensión del mismo.

Hacer referencia al efecto primacía en el ámbito educativo, implica que los estudiantes acostumbren a darle relevancia a la primera información que reciben sobre un tema o concepto, en comparación con la información que reciban posteriormente, lo que podría influir en su proceso de aprendizaje. Como ya se mencionó anteriormente, si esa primera impresión es incorrecta, los estudiantes construyen conceptos incorrectos que son difíciles de cambiar, incluso tenderán a resistirse a cambiar las comprensiones que en un principio se les enseñó sin importar que la nueva información sea precisa y veraz. Tal y como lo menciona Aguirre (2022), abandonar las creencias básicas puede ser difícil, ya que esto implica dudar sobre el proceso de razonamiento de cada sujeto, es así como los docentes pueden aprovechar el efecto primacía en el proceso de enseñanza y aprendizaje para mejorar su práctica educativa y generalizar los modelos de enseñanza de manera progresiva, pues no se trata de imponer conceptos complejos prematuramente, sino de preparar el desarrollo intelectual de los estudiantes hacia conceptos más generalizados, mediante métodos adecuados y ayudas didácticas para lograr que esas primeras

impresiones lleguen a los estudiantes de una manera significativa y les ayude a comprender de una manera satisfactoria los conceptos que el educador quiere transmitir.

En relación con el efecto primacía en el aula de clase, es fundamental que los docentes reconozcan la importancia de la información inicial que presentan, ya que tiene un impacto significativo en la manera en la que los estudiantes organizan y asimilan su aprendizaje. La primera exposición a un nuevo tema puede moldear de manera duradera la comprensión y actitud del estudiante hacia el contenido, influyendo tanto en su éxito como en posibles dificultades futuras. Por ello, es crucial que los docentes aseguren que la información inicial sea clara, precisa y adecuada, para que el aprendizaje se estructure de manera positiva desde el principio.

2.3.3 Intuición y concepto contraintuitivo

La intuición es, según Fischbein (2002), la capacidad de comprender y resolver problemas de manera inmediata sin necesidad de una justificación explícita, en otras palabras, hace referencia a todo aquello autoevidente para el sujeto que no necesita una demostración previa para su entendimiento y que implica la interacción entre la experiencia, la memoria y la capacidad de razonamiento, permitiendo de esta manera reconocer patrones, establecer conexiones y resolver problemas de manera eficiente. Se reconoce también como un proceso cognitivo fundamental en el aprendizaje y la comprensión de las matemáticas y las ciencias, que incluso en ocasiones puede ser influenciada por prejuicios y creencias erróneas, las cuales pueden persistir incluso con evidencia que demuestre lo contrario, generando de tal manera una comprensión errada de un concepto o una noción.

Por otra parte, tenemos también lo que es contrario a la intuición o conceptos contraintuitivos, los cuales dejan de ser autoevidentes para el sujeto y necesitan un poco más de claridad para así poder comprenderlos. Para llegar a esta comprensión, podemos utilizar modelos intuitivos, los cuales “representan una herramienta esencial para dar forma a cogniciones

intuitivamente aceptables” (Fischbein, 2002, p. 129). Es decir, una persona tiende a crear sustitutos de una noción que es intuitivamente más accesible cuando se tiene que enfrentar a una que es intuitivamente inaceptable, a veces con intención o a veces sin saberlo. Por ejemplo, los números negativos se pueden considerar como un concepto contraintuitivo, ya que es necesario hacer uso de modelos para lograr su comprensión; estos modelos intuitivos pueden ser tanto la asociación del número negativo a una deuda, como cuando se recurre directamente al uso de la recta numérica. Al respecto, Fischbein (2002) menciona:

Un número negativo es un concepto contrario a la intuición porque aparentemente contradice la noción de existencia misma, si se considera la existencia con su significado práctico. Pero la practicidad parece ser uno de los atributos fundamentales de una noción intuitivamente aceptable. (p. 97)

2.3.4 Modelos Intuitivos

Los modelos intuitivos, como se mencionó anteriormente, son una herramienta que facilita la comprensión de conceptos abstractos (o difíciles de aceptar intuitivamente) mediante representaciones más accesibles y manipulables. Estos modelos permiten transformar nociones complejas en imágenes o esquemas que se ajustan mejor a nuestra percepción sensorial, ayudando a visualizar y razonar sobre ideas que, de otra manera, serían difíciles de manejar.

Fischbein (2002) clasifica los modelos en tres categorías:

- Abstracto vs. Intuitivo
- Explícito vs. Implícito
- Modelos analógicos y paradigmáticos

La primera categoría se refiere a que los modelos abstractos representan conceptos formales, como por ejemplo ecuaciones matemáticas, mientras que los modelos intuitivos están

más arraigados en la percepción sensorial, como los diagramas o esquemas visuales que ayudan a comprender relaciones complejas.

En la segunda categoría, los modelos explícitos son aquellos creados deliberadamente para facilitar la comprensión de un concepto, mientras que los implícitos surgen de manera automática e inconsciente. Por ejemplo, cuando se piensa en un círculo, la mente puede asociarlo de manera implícita con la imagen de una rueda, facilitando así la comprensión del concepto geométrico abstracto.

Finalmente, en la última categoría, los modelos analógicos establecen comparaciones entre diferentes sistemas conceptuales para facilitar la comprensión, como la analogía entre el flujo de corriente eléctrica y el flujo de agua en una tubería. Los modelos paradigmáticos, por otro lado, representan ejemplos específicos que se utilizan como referencia para comprender una categoría más amplia de conceptos.

No obstante, para que estos modelos sirvan como estrategias de resolución de problemas, se deben cumplir unas condiciones para su eficacia y utilidad (Fischbein, 2002); por un lado, deben mantener una correspondencia estructural con el concepto que están representando, lo que permite que el modelo no solo simplifique el concepto, sino que lo haga manipulable y útil para la resolución de problemas, además, un buen modelo debe ser autónomo, es decir, debe ser capaz de funcionar por sí mismo sin depender constantemente del concepto original; por otro, el modelo debe alinearse con la forma en que las personas piensan y procesan datos de forma natural. Lo cierto es que los modelos intuitivos funcionan mejor cuando se ajustan a nuestras capacidades cognitivas, lo que facilita su uso y comprensión en tareas complejas.

Sin embargo, los modelos intuitivos también tienen sus limitaciones. Aunque son extremadamente útiles para simplificar conceptos y hacerlos más accesibles, pueden llevar a

errores si se confía demasiado en ellos sin un análisis crítico. Los modelos, al ser simplificaciones, no siempre capturan toda la complejidad de los conceptos que representan, lo que puede llevar a malinterpretaciones. Un ejemplo de esto es el estudio de Lago et al. (1999), que buscaba analizar el peso diferencial de los modelos en tres tipos de tareas enfocadas a la comprensión de la multiplicación y la división por medio de modelos intuitivos:

Estos modelos intuitivos se arraigan profundamente en la mente de los alumnos, ejerciendo un control inconsciente sobre su conducta aun después de que hayan adquirido nociones matemáticas formales más sólidas, originándose dificultades cuando tienen que resolver problemas elementales con datos numéricos que conducen a conflictos entre la operación correcta y las imposiciones del modelo tácito correspondiente. (p. 75)

2.4 Marco conceptual

En la historia de los números hay civilizaciones que resaltan más que otras, ya sea por el contexto en el que se desarrollaron o por la estructura creada que puede parecer muy sofisticada para la época. Por ejemplo, las civilizaciones del antiguo Egipto y los sumerios de Babilonia son las primeras (con evidencia) en introducir un sistema de recuento, aproximadamente en el 3000 a.C. Estos sistemas consistían en una serie de símbolos que representaban un valor diferente y los sumaban entre ellos para plasmar números mayores. Además, no contaban con un orden para escribir dichos símbolos, por lo que se podían leer hacia adelante o hacia atrás y no cambiaría en nada su valor final.

Los antiguos griegos, en el 500 a.C., manejaban un sistema de recuento base 10, en el cual existían símbolos para el uno, 10, 100, 1.000 y 10.000, aunque tiempo después crearon un símbolo adicional para representar el número cinco y de esta manera, al juntarlo con los ya establecidos, quedaban con un repertorio más amplio de simbología, añadiendo de esta manera,

los números 50, 500, 5.000 y 50.000. Por otro lado, otro sistema de recuento lo tenía la civilización Azteca, la cual manejaba un sistema base 20, con símbolos para los números 1, 20, $400=20 \times 20$, y $8.000=20 \times 20 \times 20$. No obstante, cabe aclarar que en la historia se han encontrado muchas más civilizaciones, las cuales usaron sistemas base 10; esto se debe a la cercanía con nuestros diez dedos de las manos, considerados los primeros contadores.

Lo curioso de estos sistemas es que no existía el número cero, posiblemente porque no veían una necesidad para volverlo explícito, como es el caso de los egipcios, o por la representación de vacío o “nada” que el cero implicaba y que iba en contra de sus propias creencias, como es el caso de los griegos. Lo que solían hacer para explicar dichas situaciones, era escribir con palabras que no había elementos, o, incluso, simplemente no hacían ningún comentario al respecto porque no lo consideraban relevante. No obstante, existieron tres civilizaciones (Barrow, 2000), las cuales le dieron un uso al cero, vieron su necesidad en sus sistemas de numeración e inclusive le dieron significados diferentes. Las civilizaciones babilónica, maya e india, son las primeras en darle un sentido al cero, aun estando muy alejadas unas de otras, existiendo en tiempos diferentes y sin tener ningún tipo de conexión entre ellas. Aun así, las tres crearon el cero y cumplían diferentes papeles en sus sistemas.

El cero en la civilización babilónica

La civilización babilónica, situada en Mesopotamia, fue una de las primeras en reconocer la necesidad de un símbolo para representar la ausencia de un valor numérico. Los babilonios desarrollaron un sistema de numeración sexagesimal, es decir, basado en el número 60, que combinaba elementos de adición y multiplicación. Este sistema era utilizado principalmente para cálculos administrativos, comerciales y astronómicos.

Inicialmente, los babilonios utilizaban una notación aditiva, en la cual los símbolos se sumaban para formar otros números. Además, los símbolos más grandes los conformaron con la unión de dos símbolos de menor valor, pero realizando una multiplicación entre ellos. Sin embargo, este sistema presentaba limitaciones cuando se trataba de representar números grandes o realizar cálculos más complejos, especialmente cuando el número no era múltiplo de 60. Aun así, mantuvieron este mismo sistema de recuento, pero en el año 2600 a.C., cambiaron su simbología debido a nuevas herramientas de escritura.

Posteriormente, aparece por primera vez, en el año 2000 a.C., un sistema posicional base 60 en Babilonia, en el que los números contarían con información posicional. Esto significa que, acorde a la posición, lo que representaba cierto símbolo debía ser multiplicado por 60 o un múltiplo de 60. En este caso, hacían las distinciones de posición dejando un espacio vacío, lo cual comienza a presentar algunas ambigüedades, puesto que, si no se comprendía bien el espaciado, entonces no se sabía con certeza si se debían de sumar o multiplicar. Es así como se crea un “marcador de separación para hacer inequívocas las divisiones” (Barrow, 2000, p. 42).

Con el tiempo, aparece la necesidad del cero, puesto que no tenían manera de representar los espacios vacíos, los lugares que no tenían ninguna entrada. Por ejemplo, no era muy claro si el número era un 25, o un dos-espacio-cinco, o un dos-espacio-espacio-cinco, y así sucesivamente a medida que el número fuera mayor. “Ésta es la razón de que los sistemas de notación posicional tuviesen que inventar finalmente un símbolo cero para marcar una ranura vacía en su representación posicional de un número” (Barrow, 2000, p. 43). Finalmente, los babilonios, en el siglo IV a.C., crean una variante para el marcador de separación con el que indicarían que en una posición no había entrada.

A pesar de este avance, el concepto de "cero" como un número con su propio valor no estaba presente en la civilización babilónica. Para ellos, el marcador de separación era simplemente una herramienta para denotar un espacio sin entrada, y no se utilizaba en cálculos aritméticos.

El cero en la civilización maya

La civilización maya, que floreció en Mesoamérica, desarrolló un sistema numérico notablemente avanzado en base 20 (vigesimal). Al igual que los babilonios, los mayas también utilizaban una notación posicional, pero su enfoque y uso del cero fue más sofisticado y cercano al que se conoce actualmente.

El sistema maya utilizaba tres símbolos básicos: un punto para representar el uno, una barra para representar el cinco, y una concha o caracola para representar el cero. Los mayas fueron una de las primeras civilizaciones en hacer uso del cero más allá de ser simplemente un marcador de posición, era usado por razones estéticas en los jeroglíficos. También se usaba en posiciones finales, además de que su uso más destacado estaba en la construcción de sus calendarios. Ellos representaban fechas con jeroglíficos, y si bien, en estos pictogramas el cero no era esencial, lo utilizaban para darle estética a la imagen y que no pareciera desequilibrada.

El cero en la civilización india

La civilización india es quizás la que más influyó en la forma en que entendemos y utilizamos el cero hoy en día. A diferencia de las civilizaciones babilónica y maya, los indios no solo desarrollaron un símbolo para el cero que indicara un espacio vacío, sino que también lo incorporaron completamente en su sistema matemático, dándole un valor numérico y reglas específicas para su uso en cálculos.

El sistema de numeración en la India evolucionó a partir del sistema brahmi, que inicialmente no era posicional. Con el tiempo, los matemáticos indios adoptaron un sistema decimal posicional, que se convirtió en la base de los números que utilizamos hoy. El símbolo para el cero, que al principio era un simple punto, evolucionó hacia un pequeño círculo, similar al que usamos en la actualidad.

En el siglo VII d.C., el matemático y astrónomo Brahmagupta definió el cero como el resultado de restar un número de sí mismo y estableció reglas para su uso en operaciones aritméticas (Barrow, 2000). Fue el primero en definir explícitamente el cero como un número en términos algebraicos y dio las primeras reglas que permitieron sumar, restar, multiplicar y dividir utilizando el número cero. En el caso de la división, “definió $0/0$ como 0, y cuando el numerador fuera distinto de cero, Brahmagupta afirmaba que se debía dejar como quedaba, ya que no era posible definirlo” (Villamil Y Riscanevo, 2020, p. 13). Sin embargo, sus aportes fueron sumamente significativos y sentaron las bases para que otros autores empezaran a ampliar la teoría del número cero en el álgebra.

El cero en la India no solo tenía un significado matemático, sino que también estaba profundamente ligado a la filosofía y la religión. Este enfoque filosófico reflejaba la noción de "shunya", que significa vacío o “nada”, un concepto central en las tradiciones religiosas y filosóficas indias, ya que creían que la nada, o el vacío, había dado origen al universo.

El impacto del cero indio fue tan significativo que, a través de las traducciones de textos matemáticos árabes, llegó a Europa, revolucionando las matemáticas y la ciencia. La incorporación del sistema decimal y del cero en Europa, facilitó el surgimiento del álgebra, el cálculo y numerosas otras ramas de las matemáticas.

Capítulo III. Metodología

En este capítulo se evidencian los componentes que conforman la metodología de este trabajo de investigación, se presenta el enfoque, el método de estudio de casos, la selección de la población, la ruta metodológica, la recolección de la información y las consideraciones éticas.

3.1 Enfoque cualitativo

Este trabajo de investigación se desarrolla bajo un enfoque cualitativo que se centra en la comprensión y análisis de datos, explorando fenómenos sociales, culturales y por supuesto educativos, buscando así comprender el trasfondo de los contextos y experiencias humanas. Tal y como lo define Zabala (2009):

La investigación cualitativa trata de identificar la naturaleza profunda de las realidades, su sistema de relaciones, su estructura dinámica, aquella que da razón plena de su comportamiento y manifestaciones. Por eso mismo, como lo señalamos, lo cualitativo (el todo integrado) no se opone a lo cuantitativo (que es sólo un aspecto), sino lo importante, es lo que implican e integran. (p. 115)

Además, se destaca la importancia de captar el contexto de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa, lo que permite una comprensión más profunda de los casos investigados, facilitando la identificación de factores que inciden en su desempeño educativo, su percepción del aprendizaje y las posibles barreras que enfrentan en su proceso formativo. Al respecto, Zabala (2009) afirma:

La educación para la investigación cualitativa es un formidable campo de estudio, desde luego no es una disciplina, se apoya en la pedagogía como ciencia, así como psicología, sociología, antropología y otros, para estudiar los problemas, hechos y fenómenos

educativos basados en la cotidianidad contextual de situaciones educacionales, siendo pertinente la aplicación de metodologías relacionadas con la educación. (p. 114)

3.2 Método de estudio de caso

El estudio de casos es una metodología que, según Stake (1999), logra emplearse en diversas situaciones, desde el análisis de un niño o un grupo de estudiantes hasta una determinada actividad de profesionales que realizan una exploración orientada en la infancia; el investigador puede pasar un día o un año observando y analizando dicho caso, lo importante es que estará sumergido en él, tratando de comprender sus complejidades y matices. Además, al estudiarlos, trata de no generalizarlos o compararlos con otros casos ya existentes sino de comprender este caso específico en profundidad, es así entonces que su objetivo principal, como ya se mencionó, no necesariamente es comprender a otros en un sentido general, sino comprender a fondo el caso específico en cuestión.

Frecuentemente, hay cierta similitud en los procesos y situaciones entre casos, permitiendo al investigador reflexionar sobre sus dudas por medio de la experiencia de los demás, lo que no implica necesariamente compararlo con otros, sino comprender en esencia su funcionamiento; esta particularización implica también una comprensión de otros casos, lo que ayuda a situar el caso en cuestión dentro de un contexto más amplio.

El trabajo de campo y el acceso a los casos suelen ser limitados, por lo tanto, se deben elegir casos que sean accesibles, en los cuales el rastreo sea bien recibido por personas o grupo de personas que estén dispuestas a proporcionar información clave que ayuden a la investigación. Es importante resaltar que no todos los casos se desarrollan de forma positiva, por lo que se considera relevante en las etapas iniciales evaluar el progreso obtenido para determinar si es viable continuar con el caso o, por el contrario, será más conveniente la selección de otro.

Stake (1999) menciona que los estudios de casos se dividen en tres tipos: intrínseco, instrumental y colectivo. Este trabajo de investigación se enfoca en un estudio de casos de tipo intrínseco, puesto que el interés es completamente el caso en sí y se pretende entenderlo lo mejor posible. Además, se caracteriza por comenzar la investigación con unos casos identificados, incluso sin haber comenzado el estudio. Cabe aclarar que los casos iniciales no necesariamente prevalecen hasta el final, ya que, a medida que se va conociendo y realizando la investigación, se pueden reestructurar, buscando una mejor comprensión del interés inicial (Denzin Y Lincoln, 2013).

3.3 Selección de la población

La población es un ámbito importante en cualquier investigación, es por esto que se hace necesario comentar y explicitar la población con la que se trabajó, que para este trabajo en particular, corresponde a algunos estudiantes del grado tercero de primaria de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa, sede Andalucía que forman parte de lo que se desarrolla en este trabajo de investigación.

Si bien el interés de las investigadoras surge en los niveles superiores de la institución, con situaciones en las que permitieron reflexionar sobre la conceptualización del número cero y su respectivo tratamiento en las diferentes operaciones matemáticas, innegablemente se convierte relevante considerar a estudiantes de niveles inferiores que permiten, posiblemente, evidenciar algunas manifestaciones del efecto primacía, especialmente porque están en proceso de aprendizaje de las diferentes operaciones básicas y sus primeros acercamientos al concepto de número cero.

3.4 Ruta metodológica

La ruta metodológica de este trabajo de investigación comenzó con la identificación del problema, el cual surge a partir de la observación de las dificultades que presentan algunos

estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa en la comprensión del número cero. Con este concepto tuvieron dificultades operacionales en el momento de realizar operaciones básicas como la suma, la resta y la multiplicación. Estas dificultades llevaron a las investigadoras a preguntarse por los primeros acercamientos y las primeras impresiones de los estudiantes con el número cero y la manera en que posiblemente pueden influir en dicha comprensión.

Para abordar esta problemática, se definió como población objeto de estudio a un grupo de 14 estudiantes de tercer grado. Se optó por un enfoque cualitativo, utilizando el método de estudio de casos, que permitió analizar en profundidad las particularidades de cada estudiante en su interacción con el tema, con lo cual se establecieron unos instrumentos de recolección de la información. Por medio de un cuestionario y entrevistas semi-estructuradas, se exploraron las percepciones y primeras impresiones de los estudiantes sobre el número cero.

Para el análisis de la información recolectada, se establecen tres casos en torno a las concepciones del número cero. Estos casos se agruparán en fases, cada una de ellas representando diferentes formas en que los estudiantes comprenden el número cero, de tal manera que en el primer caso se encuentran los estudiantes que representan el número cero de manera mental, física y pictórica. El segundo caso se compone de los estudiantes que logran verbalizar los primeros recuerdos que tienen con el número cero. Para el tercer y último caso, se pretende analizar el número cero en el contexto de la multiplicación, particularmente en las sumas abreviadas.

Finalmente, para realizar este análisis, se utilizará un marco teórico basado en los modelos intuitivos propuestos por Fischbein (2002), para establecer categorías claves para entender la influencia del efecto primacía en los estudiantes. Las categorías de estos modelos intuitivos

incluyen las dicotomías abstracción vs. intuición, explícito vs. implícito, y analógico vs. Paradigmático.

3.5 Diseño de los instrumentos

En un estudio de casos, los instrumentos pueden variar según el contexto y las necesidades que requiera la investigación. Es por esto que en esta ocasión, los instrumentos elegidos y llevados a cabo fueron el cuestionario y la entrevista semiestructurada, las cuales ayudarán a la recolección de datos y futuros análisis de los casos.

3.5.1 Cuestionario

Ruiz (2013) establece que “...un cuestionario es un instrumento de recolección de datos, de lápiz y papel, integrado por preguntas que solicitan información referida a un problema, objeto o tema de investigación, el cual es normalmente administrado a un grupo de personas”. (s. p.)

Por su parte, García (2003) expone la principal diferencia entre un cuestionario y una entrevista, de lo cual hace referencia a la segunda, enfatizando en que en ella se aprecia: “... la poca relación directa de los sujetos con la persona que los aplica, puesto que la persona encargada de su aplicación se limita a presentarlo al grupo, a dar ciertas normas generales y a crear un nivel de disposición favorable a la contestación sincera”. (s. p.)

Para esta investigación se realizó un cuestionario a los estudiantes que consta de 10 preguntas; con algunas se busca conocer la manera en la que operan el número cero en la suma, resta y multiplicación, además de comprender el valor posicional al tener el número cero en diferentes posiciones de un número natural, en otras, se quiere conocer la conceptualización y simbolización con relación al número cero.

En matemáticas se enfatiza mucho en que los estudiantes de segundo y tercero de primaria aprendan a operar, es decir, a sumar, restar, multiplicar y dividir (MEN, Estándares Básicos de Competencias, 2006). Para realizar la investigación, la población elegida ha estado

familiarizada constantemente con las operaciones de suma, resta y multiplicación, por lo que el cuestionario quiere evidenciar hasta qué punto logran la conceptualización del número cero para operarlo de manera adecuada y certera, así se podrán realizar análisis posteriores sobre el efecto primacía cuando tuvieron su primer acercamiento con el número cero y establecer la posible influencia entre dicha conceptualización y las operaciones de suma, resta y multiplicación en los números naturales.

3.5.2 Entrevista semi-estructurada

Corbetta (como se citó en Tonon, 2009) plantea que la entrevista semi-estructurada de investigación es un instrumento capaz de adaptarse a las diversas personalidades de cada sujeto, en la cual se trabaja con las palabras del entrevistado y con sus formas de sentir, no siendo una técnica que conduce simplemente a recabar datos acerca de una persona, sino que intenta hacer hablar a ese sujeto, para entenderlo desde dentro.

De acuerdo con lo anteriormente señalado, la entrevista semi-estructurada es una herramienta clave para la recolección y análisis de saberes sociales, permitiendo captar discursos que reflejan la experiencia directa y no mediada de los protagonistas. Este enfoque busca crear un espacio donde la confianza sea central, ya que este vínculo emocional es fundamental para establecer una relación que facilite un proceso reflexivo y profundo. La confianza no solo ayuda a generar ideas y pensamientos, sino que también crea un ambiente propicio para que el entrevistado se sienta cómodo y seguro al compartir sus experiencias y perspectivas.

El investigador, en este tipo de entrevista, pretende acceder a la perspectiva única del sujeto estudiado. Para lograrlo, adopta un rol más pasivo en cuanto a la verbalización, limitando su intervención a estimular al entrevistado para que exprese sus propias categorías mentales, sentimientos y razones detrás de sus acciones. Esta dinámica permite que el entrevistado tenga

plena libertad de expresión, lo que es crucial para que su punto de vista se destaque y para que se mantenga interesado y comprometido con la conversación.

Aunque la entrevista sigue un guion predefinido, este no se presenta como un cuestionario rígido. El guion sirve más bien como una guía flexible que el investigador puede ajustar en función del desarrollo de la conversación. Esto significa que, si bien los temas a tratar están claros desde el principio, el orden en que se abordan y la formulación de las preguntas pueden variar según la interacción con cada entrevistado. Esta flexibilidad es fundamental para asegurar que la conversación fluya de manera natural y que el entrevistado pueda responder desde su propia lógica comunicativa, lo que enriquece la calidad de la información obtenida, (Tonon, 2009).

Por lo anterior, es que este trabajo de investigación realizó entrevistas semi-estructuradas, ya que se considera necesario y relevante, al trabajar con niños de 8 y 9 años, que se puedan expresar libremente sin limitaciones y sin miedos; de esta manera las investigadoras podrán escudriñar los pensamientos, perspectivas y saberes de los estudiantes al momento de la entrevista y aprovechar cada comentario o gesto que lleven a cabo y que tal vez pueda ser de utilidad para la investigación. Esto se realiza después del cuestionario porque la verbalización de las ideas permite proporcionar más información sobre lo escrito, lo que a veces no es suficiente para plasmar el conocimiento, a diferencia de una conversación que les permite a los entrevistados expandirse más en sus ideas.

Por otro lado, el objetivo de esta investigación pretende analizar el efecto primacía con relación al número cero, por eso es necesario preguntar sobre los primeros recuerdos que tengan sobre este número, las primeras impresiones con los números naturales y las primeras interpretaciones sobre el número cero, ya sea desde una simple simbología o si hay una

conceptualización más profunda. Además, las preguntas del guion también se enfocan en conocer las relaciones entre el número cero y su papel en las diferentes operaciones básicas, particularmente en la suma, resta y multiplicación.

3.6 Recolección de la información

Para el análisis de la investigación se requiere de una recolección de la información la cual estará suministrada, como se mencionó anteriormente, por un cuestionario y una entrevista semi-estructurada, de tal manera que se pueda responder a la pregunta de investigación y cumplir con el objetivo propuesto para este trabajo. Es así como la información a recolectar apunta a un interés en la influencia del efecto primacía en la comprensión del número cero.

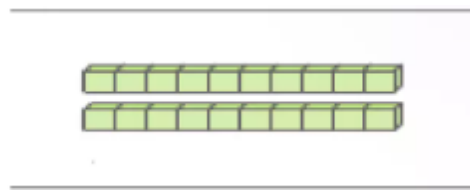
Las preguntas del cuestionario surgieron en la observación de la práctica, enfatizando en los errores recurrentes de los estudiantes. Estas fueron clasificadas en cuatro categorías: simbología y conceptualización del número cero, representación del cero como valor posicional, multiplicación como suma abreviada de sumandos iguales, y el número cero involucrado en las operaciones resta y suma.

Para la categoría de simbología y conceptualización del número cero se busca indagar el efecto primacía mediante la conceptualización que tengan en el momento de realizar el cuestionario, además de las posibles representaciones simbólicas con la que puedan asociar al número cero. Las preguntas son:

1. *“¿Qué te imaginas cuando hablamos del número cero?”*
2. *“Representa el número cero con un dibujo”.*

Para la categoría de representación del número cero como valor posicional, se pretende analizar los conocimientos sobre las posiciones que involucran al número cero en un número natural para analizar la conceptualización del número cero. Las preguntas son:

3. *“Queremos saber cuáles son las unidades, las decenas y las centenas del número 201, ¿podrías descomponer el número por nosotras?”.*
4. *“La profe Angie y la profe Cami descompusieron un número y les dio el siguiente el resultado: $40 + 0$. ¿Cuál es el número que las profes utilizaron?”*
5. *“Mira la siguiente imagen y completa en los espacios en blanco. ¿Cuántas decenas hay y cuántas unidades hay?”*



_____ Decenas y _____ unidades

Para la categoría de multiplicación como suma abreviada de sumandos iguales, se busca la conceptualización del número y si pueden llevarlo al entorno de la multiplicación de la misma manera que lo harían con el resto de los números naturales. Las preguntas son:

6. *“¿Cuánto es 4 veces 0? ¿Cómo representas esto con una multiplicación?”*
7. *“¿Cuánto es 0 veces 3? ¿Cómo representas esto como una multiplicación?”*

Para la categoría de resta y suma con el número cero involucrado, se busca conocer cómo llegan al resultado al momento de sumar o restar con el número cero en cada operación y si hay alguna diferencia con relación a los otros números. Las preguntas son:

8. *“Maia tiene 20 pesos y compró una manzana que costó 9 pesos ¿Cuánto dinero le quedó a Maia? Escribe cómo llegaste a ese resultado”.*
9. *“Si Matthew no tiene ningún caramelo, pero Sahomy le regala 5 caramelos, ¿entonces con cuántos caramelos quedará Matthew? Escribe cómo llegaste al resultado”.*

10. *“Si Austin tenía 8 galletas y se comió 0 galletas, ¿cuántas galletas le quedan? Escribe cómo llegaste al resultado”.*

En el caso de la entrevista semi-estructurada, se busca profundizar de manera verbal lo consignado en el cuestionario, por lo que hay unas preguntas iniciales las cuales apuntan especialmente a encontrar las primeras impresiones y los primeros encuentros de la población con relación al número cero, además de darles la oportunidad de expresarse y explicar la forma en la que estuvieron realizando los ejercicios del cuestionario, de tal manera que dichas respuestas tuvieran la oportunidad de ir acompañadas de un contexto, teniendo en cuenta cómo los estudiantes llevan a cabo sus esquemas mentales. Las preguntas son:

1. *“¿En qué situaciones has visto o usado el número cero?”*
2. *“¿Cuál es el primer número que piensas cuando escuchas “números”?”*
3. *“¿Crees que algunos números son más importantes o destacados que otros? ¿Cuáles y por qué?”*
4. *“¿Qué crees que significa el número cero en matemáticas?”*
5. *“¿Puedes explicar cómo se suma o resta cero a otros números?”*
6. *“¿Qué significa el cero en un número como 102 o 305?”*
7. *“¿Qué sucede cuando multiplicamos cualquier número por cero?”*
8. *“¿Cuál número es más grande, 0 o 5? ¿Por qué?”*

Por otro lado, se tiene en consideración que algunos estudiantes respondan la primera pregunta del cuestionario relacionándolo con la “nada”; para estos casos se tienen unas preguntas adicionales que se espera que profundicen los motivos y las aproximaciones a dicha conceptualización. Las preguntas son:

9. *“¿Qué significa "nada" en matemáticas? ¿Cómo se relaciona con el cero?”*

10. *“¿Puedes pensar en situaciones cotidianas donde el cero representa "nada"?”*

3.7 Consideración éticas

Para llevar a cabo la recolección de la información y la realización de las prácticas profesionales en la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa, se tendrán en cuenta los principios de responsabilidad y respeto hacia la información proporcionada por los participantes, la cual será obtenida durante la implementación y es fundamental para el avance de la investigación.

Para prevenir implicaciones o perjuicios, los participantes y acudientes deberán firmar un consentimiento informado de manera voluntaria (ver Anexo 1); considerando que se trabajará con una población menor de edad, se requiere el permiso de sus acudientes. Este documento servirá como prueba de que la información recopilada se utilizará exclusivamente con fines académicos.

Capítulo IV. Análisis de la información

En este capítulo se presentan los resultados de la investigación que se llevó a cabo con la información obtenida del análisis de los tres casos a través de los cuales se generan las distintas categorías y se establecen relaciones entre ellas para desarrollar la teoría; estos casos están conformados por 14 estudiantes quienes participaron durante la recolección de la información a través de los instrumentos. De esta forma, se busca que los datos obtenidos sean pertinentes con la pregunta y objetivos planteados en la investigación.

4.1 Unidades de análisis

Para el análisis fueron seleccionados 14 estudiantes (que serán las unidades de análisis) que corresponden a los tres casos, el caso uno se divide en tres subcasos y se conforman de la siguiente manera, subcaso 1: tres estudiantes, subcaso 2: dos estudiantes, subcaso 3: tres estudiantes; asimismo los casos dos y tres están conformados por tres estudiantes cada uno. A cada estudiante se le llamara estudiante 1 (E1), estudiante 2 (E2), ..., estudiante 14 (E14); las respuestas obtenidas se podrán analizar y clasificar dentro de las categorías establecidas (según la clasificación definida por Fischbein): abstracción vs. intuición (C1), explícito vs. implícito (C2) y analógico vs. paradigmático (C3), lo que proporcionará una base para desarrollar el modelo intuitivo.

4.2 Análisis de datos por Fases

En este apartado se busca justificar la selección de las categorías utilizadas para analizar los datos, sustentados en los referentes teóricos propuestos por Fischbein, y examinar la relación entre las fases y los instrumentos mencionados previamente. Teniendo en cuenta la clasificación definida por Fischbein, los tres casos conformados por las unidades de análisis, a través de las categorías

(modelos intuitivos), darán cuenta del alcance del objetivo general de la investigación mediante la recolección de la información con los instrumentos mencionados anteriormente, a saber, el cuestionario y la entrevista semiestructurada.

4.2.1 Categorías

Para definir las categorías (modelos intuitivos), se debe inicialmente recordar que los modelos intuitivos son sustitutos de nociones, que son intuitivamente más accesibles al aprendizaje. Es así entonces como Fischbein clasifica los modelos intuitivos:

4.2.1.1 Categoría 1 (C1) Abstracción vs. Intuición

Los modelos intuitivos abstractos son razonamientos que no están directamente relacionados con experiencias sensoriales; para estos se requiere un nivel de pensamiento más elevado y son comúnmente más difíciles de comprender sin una base sólida del tema. Fischbein (2002) ejemplifica estos dos modelos afirmando que: La gráfica de una función es un modelo intuitivo de esa función, y la función, a su vez, es el modelo abstracto de un fenómeno real; es así como se da a entender que el modelo intuitivo *intuición* involucra el uso de experiencias directas y concretas para entender conceptos y está más ligado al conocimiento inmediato y no al razonamiento lógico.

4.2.1.2 Categoría 2 (C2): Explícito vs. Implícito

Como ya se mencionó, los modelos intuitivos son sustitutos más accesibles y, en este caso, cuando hablamos del modelo explícito, se hace referencia a aquellos que se eligen o construyen de manera deliberada y consciente para facilitar la búsqueda de una solución; para estos usualmente

se hace uso de gráficos, diagramas e histogramas. Por su parte, los modelos implícitos son sustitutos que se producen automáticamente de manera práctica, sin una construcción consciente.

4.2.1.3 Categoría 3 (C3): Analógico vs. Paradigmático

Los modelos analógicos se basan en la comprensión de conceptos a través de analogías y ejemplos concretos; en palabras de Fischbein (2002), se considera que dos entidades están en una relación de analogía si hay algunas similitudes sistemáticas entre ellas, lo que daría derecho a una persona a asumir la existencia de otras similitudes también. Por otra parte, los modelos paradigmáticos se refieren a la comprensión de conceptos a través de reglas y principios generales, son prototipos establecidos que sirven como ejemplos o patrones a seguir que ayudan a estructurar el conocimiento y a aplicar conceptos a situaciones nuevas.

4.2.2 Fases

Se da inicio al análisis de los datos a través de las categorías antes mencionadas; en cada fase se analizan los tres casos por medio de la información obtenida de los 14 estudiantes y haciendo uso de los instrumentos del cuestionario y la entrevistas semi estructuradas. En la fase 1 se analizará el caso 1: *El número cero como representación*, el cual está dividido en tres subcasos: mental, físico y pictórico; en la fase 2, el caso 2: *El número cero en el efecto primacía* y, para finalizar, en la fase 3, el caso 3: *el número cero en la multiplicación como suma abreviada*. Cabe aclarar que en los momentos en los cuales no se presentaron respuestas de los estudiantes para clasificarlos en las categorías, se deja un espacio vacío.

4.2.2.1 Fase 1. Caso 1: El número cero como representación

En esta primera fase se evidencia la manera como los estudiantes logran relacionar el número cero con varias representaciones (mentales, físicas y pictóricas), las cuales se dan por lo complejo que es comprender el concepto de número cero. En este caso, los estudiantes lograron crear varios modelos intuitivos que les permitieron comprender desde su realidad este concepto. Este caso se divide en tres subcasos, los cuales son: subcaso 1 -Representación mental-, subcaso 2 -Representación física, subcaso 3 -Representación pictórica-. Estos serán analizados bajo la pregunta realizada en el cuestionario *¿Qué te imaginas cuando hablamos del número cero?*

Subcaso 1: Representación mental

Tabla 7

Registro de respuestas a la primera pregunta, subcaso 1

Categoría	Grupo	E1	E2	E3
	Abstracción vs Intuición			<p><i>“La nada es lo mismo del cero Porque si no tenemos nada y el cero tampoco tiene nada, es lo mismo, Si existe” (Abstracto)</i></p> <p><i>sumamos cero más nada, cero o nada” (Intuitivo)</i></p>

Explícito vs *“Que no vale nada”*

Implícito (*Implícito*)

Analógico vs

Paradigmático

El análisis de la información se hará teniendo en cuenta tanto el cuestionario como la entrevista semiestructurada, debido a que ambos están intencionados con el fin de indagar alrededor de las mismas preguntas. De esta manera, se logra evidenciar entonces que E1 relaciona el número cero con “nada”, pero a la hora de preguntarle qué significa esa “nada” no logra verbalizar claramente lo que quiere decir con su respuesta; es por esto que crea un modelo implícito en el que no es consciente de la relación entre estos dos, contrario a E2 que, aunque tiene un concepto de número cero en abstracto, logra desarrollar un modelo intuitivo sobre la “nada” basado en la experiencia directa, teniendo en cuenta que no es una abstracción matemática sino una comprensión intuitiva. En este mismo sentido, a E3 se le dificulta un poco más el comprender el concepto de la “nada” sin una referencia física concreta y es por esto que niega la existencia del número cero.

El hecho de que los niños se encuentren por primera vez el concepto de nada y lo relacionen con el número cero, puede establecer una base sólida para su comprensión futura, siempre y cuando los estudiantes aprenden primero que el cero representa la ausencia total de cantidad; esta idea puede convertirse en su referencia principal. Esto significa que, en situaciones posteriores, cuando se les presente el cero en diferentes contextos matemáticos, es probable que recurran a esta primera asociación de "nada" para entenderlo. Esta comprensión inicial (efecto primacía) puede facilitar la transición a conceptos más abstractos y complejos relacionados con el cero.

Ahora, se analiza el subcaso 2 con la misma pregunta *¿Qué te imaginas cuando hablamos del número cero?*

Subcaso 2: Representación física

Tabla 8

Registro de respuestas a la primera pregunta, subcaso 2

Categoría	Grupo	
	E4	E5
Abstracción vs Intuición	<i>ningún</i>	<i>dedo</i>
	<i>“Es como tener un puño sin levantado”(Intuitivo)</i>	
Explícito vs Implícito		<i>“Es como no tener ningún dedo levantado” (Explícito)</i>
Analógico	vs	
Paradigmático		

E4 logra crear un modelo intuitivo, debido a que los niños pueden ver y sentir físicamente el puño cerrado, lo que les ayuda a entender el concepto de número cero, más aun cuando usualmente los estudiantes aprenden a contar usando sus dedos y utilizando una intuición basada en experiencias sensoriales directas; con esto, la acción de contar físicamente ayuda a internalizar el

concepto de número y aunque E5 tiene una respuesta similar a E4, se evidencia que de igual manera, también se logra crear un modelo explícito en el que se construye de manera deliberada y consciente un sustituto para facilitar la relación del número cero con algo tangible para ellos.

En este caso, el efecto primacía puede hacer que la relación del número cero representada físicamente se grabe profundamente en la memoria de los niños, cuando inicialmente ven y entienden que un puño sin ningún dedo levantado representa cero; esta imagen puede convertirse en una herramienta visual poderosa para ellos.

De igual manera se analiza el subcaso 3 con la misma pregunta *¿Qué te imaginas cuando hablamos del número cero?*

Subcaso 3: Representación pictórica

Tabla 9

Registro de respuestas a la primera pregunta, subcaso 3

Categoría \ Grupo	E6	E7	E8
Abstracción vs Intuición	<i>“Imagino que es una flor con pétalos redondos” (Intuitivo)</i>		
Explícito vs Implícito	<i>“Yo me imagino que el número cero</i>		

	<i>podría ser un objeto”</i>
	<i>(Explícito)</i>
Analógico	<i>“balones, he podido</i>
vs	<i>ver las bolitas que</i>
Paradigmático	<i>saltan, trampolines</i>
	<i>también de las bolitas</i>
	<i>de béisbol, raquetas y</i>
	<i>micrófonos”</i>
	<i>(Analógico)</i>

En este subcaso, E6, E7 y E8 evidencian la manifestación de los tres modelos (categorías): intuitivos, explícitos y analógicos. Crean modelos intuitivos cuando pueden relacionar el número cero con objetos visuales y concretos que tienen forma circular, modelos explícitos cuando hacen una conexión entre ciertos objetos circulares para representar el número cero, y analógicos al usar objetos cotidianos como balones o flores con pétalos redondos para representar el número cero.

En el caso de la representación pictórica, donde el cero se asocia con objetos repetidamente circulares, el efecto primacía puede hacer que esta imagen visual sea la principal forma en que los niños conceptualizan el cero; si los niños ven repetidamente círculos para representar el cero al inicio de su aprendizaje, esta imagen se convierte en una referencia visual permanente.

Según la información y el análisis realizado en estos tres subcasos del caso 1, los estudiantes logran crear modelos en las diferentes categorías porque aún están en la etapa inicial de comprensión, estructurando sus aprendizajes y conocimientos sobre conceptos que subyacen al número cero, sin embargo, se puede evidenciar que en los tres subcasos hay una clasificación en el

modelo intuitivo, debido a que este involucra el uso de experiencias directas y concretas para entender conceptos; es por esto que los niños a esta edad relacionan el número cero con representaciones de su cotidianidad, objetos con los que interactúan en su entorno o palabras comúnmente escuchadas como “nada”; dicho en otras palabras, están explorando el efecto primacía a través de estos primeros acercamientos que tienen con el número cero.

4.2.2.2 Fase 2. Caso 2: El número cero como primera impresión

La fase dos se enfoca en analizar los primeros acercamientos que los estudiantes han tenido con respecto a los números, es por esto que se les realizó la pregunta: *Si te menciono la palabra números, ¿en qué número piensas de primero?*; durante la entrevista semiestructurada, en la que están involucrados los estudiantes del caso y entrevistador (P), para lograr ampliar las respuestas.

Tabla 10

Registro de respuestas a la segunda pregunta

Categoría	Grupo		
	E9	E10	E11
Abstracción Intuición	vs	<i>“E9: El cero</i> <i>P: ¿por qué?</i> <i>E9: Porque es el</i> <i>primer número 0,1...</i> <i>P: Entonces</i> <i>¿siempre que te</i>	

hablan de número

piensas en la

secuencia?

E9: Si''

(Abstracto)

E10: El cero.

P: ¿Por qué?

E10: Por qué siempre

va de primero

P: ¿Quién te enseñó

qué va de primero?

¿O de dónde

aprendiste eso?

E10: Yo aprendí

porque siempre

empezaba de cero.

P: ¿Quién decía que

empezaba de cero?

En la escuela o en tu

casa.

E11: El cero.

P: ¿El cero?, ¿Por

qué el cero?

E11: Porque es el

primer número.

P: Explícame eso,

¿cómo así que el

primer número?

E11: No sé.

(Implícito)

Explícito vs

Implícito

E10: En mi casa, mi

hermana decía que

empezaba de cero.

(Explícito)

Analógico vs

Paradigmático

La idea de que el cero es el primer número en una secuencia puede ser abstracta, especialmente si los niños no tienen una referencia concreta para entenderlo, ya que este concepto requiere que los estudiantes comprendan la noción de una secuencia numérica y la posición del cero en ella; es por esto que E9 logra crear un modelo abstracto, por otro lado E10 crea un modelo explícito al explicar que el cero es el primer número de una secuencia porque así se lo enseñaron en casa y hay una consciencia de esa explicación, contrario a E11 que no sabe dar respuesta a la información que proporciona.

En este caso, los estudiantes relatan que reconocen el número cero como el primer número, unos conscientes de esa información y otros probablemente replicando algo antes escuchado, no entendido conscientemente, pero si aprendido, posiblemente por medio del efecto primacía, pues en algún momento pudo ser mencionado el hecho de que el número cero es el primer número, algo usual en la escuela, y al ser un primer acercamiento al concepto, es replicado por los estudiantes.

4.2.2.2 Fase 3. Caso 3: El número cero en la multiplicación como suma abreviada

En la fase 3 se analiza la información de los estudiantes teniendo en cuenta la pregunta *¿Cuánto es 4 veces 0? ¿Cómo lo representas como una multiplicación? y ¿cuánto es 0 veces 3? ¿Cómo lo representas como una multiplicación?* Aquí es importante resaltar el hecho de que la materialización de la operación “cero veces tres” es de comprensión abstracta y difícil de comprender si no se cuenta con un análisis previo en el que se determine que no funciona de la misma manera que “tres veces cero”.

Observemos y analicemos inicialmente las respuestas a la pregunta *¿Cuánto es 4 veces 0? ¿Cómo lo representas como una multiplicación?*

Tabla 11

Registro 1 de respuestas a la tercera pregunta

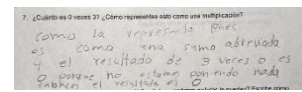
Categoría	Grupo	
	E12	E13
Abstracción vs Intuición	<p>(Intuitivo)</p>	<p>(Intuitivo)</p>
Explicito vs Implícito		

Analógico vs **Paradigmático**

Ahora, observemos las respuestas proporcionadas por los estudiantes a las preguntas *¿cuánto es 0 veces 3? ¿Cómo lo representas como una multiplicación?*

Tabla 12
Registro 2 de respuestas a la tercera pregunta

		Grupo		
		E12	E13	E14
Categoría	Abstracción	$0 + 0 =$ (Intuitivo)	$\begin{array}{r} 0 + \\ 0 \\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$ (Intuitivo)	“Como la represento pues es como una suma abreviada y el resultado de 3 veces 0 es 0 porque no estamos poniendo nada entonces el resultado es 0”
	Intuición			



(Abstracto)

Explícito vs

Implícito

Analógico vs

Paradigmático

La idea de que cualquier número multiplicado por cero es cero puede ser abstracta, especialmente cuando se trata de “0 veces cualquier número distinto de cero”. Los niños deben entender que multiplicar por cero significa que no hay grupos de ese número, sin embargo, podemos observar que E12 y E13 usaron un modelo intuitivo, basándose en su experiencia cotidiana y en la percepción inmediata de que multiplicar por cero siempre da cero; esta primera lección puede ser clara y directa, ayudando a los niños a recordar que multiplicar cualquier cantidad por cero siempre da como resultado cero. Esta comprensión inicial puede ser sólida debido al efecto primacía, ya que la información presentada primero tiende a ser recordada mejor y con más precisión, sin embargo, se observa que varios estudiantes no logran diferenciar entre “4 veces 0” y “0 veces 3”, ya que estas respuestas son más intuitivas y basadas en la repetición. Los estudiantes operaron con un conocimiento implícito, basado en la regla general de que cualquier número multiplicado por cero es cero, sin un análisis consciente y detallado, al contrario de E14, que utilizó un modelo abstracto, entendiendo la propiedad conmutativa de la multiplicación y aplicando un razonamiento más formal. En este caso, el efecto primacía sugiere que si los niños primero aprenden y entienden bien “4 veces 0”, esta comprensión inicial puede interferir con su capacidad

para entender "0 veces 3" correctamente, ya que su primera impresión (multiplicar por cero siempre da cero) puede no ser suficiente para abordar la abstracción de "0 veces cualquier número".

Capítulo V. Conclusiones

El presente capítulo expone los resultados más relevantes obtenidos a lo largo del desarrollo de esta investigación, enfocándose en la manera en que se lograron los objetivos planteados y el impacto del efecto primacía en la comprensión del número cero por parte de los estudiantes. Además, se presentan nuevas perspectivas y conocimientos emergentes a partir del análisis de los datos recolectados, lo que abre posibles líneas de investigación futuras. Finalmente, se reflexionará sobre las implicaciones del estudio y las posibles críticas que podrían surgir en torno a los enfoques y hallazgos obtenidos.

5.1 Consecución de los objetivos: general y específicos

A lo largo de este trabajo de investigación, se cumplió el objetivo general de analizar cómo el efecto primacía influye en la comprensión del número cero en los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa, a través de modelos intuitivos. Los datos obtenidos a través de los cuestionarios y entrevistas semi-estructuradas mostraron que las primeras impresiones que los estudiantes formaron respecto al número cero, tuvieron un impacto significativo en su capacidad para entender y trabajar con este concepto. Estas impresiones iniciales tienden a perdurar en el tiempo, haciendo difícil su modificación, lo que confirma la fuerte influencia del efecto primacía en su aprendizaje.

En cuanto a los objetivos específicos, se identificaron las primeras impresiones de los estudiantes sobre el número cero. El análisis de sus respuestas reveló que algunos de los estudiantes asociaban el número cero con la "nada" o la ausencia de algo tangible. Esta concepción inicial afecta su razonamiento matemático, especialmente en situaciones en las que se espera que comprendan el cero como un número con propiedades propias en lugar de simplemente como una representación de vacío.

El segundo objetivo específico, establecer categorías de modelos intuitivos que permitan evidenciar el efecto primacía, también fue alcanzado con éxito. A partir de las respuestas de los estudiantes, se establecieron categorías que ayudaron a clasificar sus respuestas en modelos como abstracción vs. intuición, explícito vs. implícito y analógico vs paradigmático. Estos modelos ofrecieron una visión más clara de la manera en que las primeras concepciones de los estudiantes sobre el cero influyen en su forma de procesar operaciones y conceptos más complejos, confirmando el impacto a largo plazo del efecto primacía.

5.2 Nuevas perspectivas encontradas

El análisis de los resultados reveló nuevas perspectivas que pueden generar conocimientos adicionales en la educación matemática. Uno de los principales descubrimientos fue el valor de los modelos intuitivos como herramienta cognitiva clave en el aprendizaje de conceptos abstractos. Estos modelos proporcionan a los estudiantes una forma accesible de aproximarse al número cero, lo que sugiere que, en lugar de ser una barrera, pueden servir como punto de partida para construir una comprensión más sólida y estructurada de este concepto. Así, el estudio sugiere que los educadores podrían beneficiarse de integrar conscientemente los modelos intuitivos en sus estrategias de enseñanza.

Otra perspectiva importante que surgió de este trabajo es que el efecto primacía puede convertirse en una ventaja pedagógica si se aprovecha adecuadamente. Las primeras impresiones de los estudiantes sobre cualquier concepto matemático, en este caso, el número cero, son duraderas, lo que implica que los maestros deben prestar especial atención a la forma en la que introducen un concepto. Asegurarse de que las primeras interacciones con el número cero sean correctas y claras puede facilitar el aprendizaje y prevenir malentendidos futuros. De esta manera, el efecto primacía, en lugar de ser un obstáculo, puede convertirse en una herramienta para guiar a

los estudiantes hacia una comprensión más profunda y duradera del número cero y otros conceptos matemáticos.

5.3 Futuras líneas de investigación

Este estudio abre varias puertas para futuras investigaciones. Una línea interesante sería explorar cómo el efecto primacía influye en la comprensión de otros conceptos abstractos dentro de las matemáticas, como el concepto de infinito. Al igual que con el número cero, el infinito es un concepto complejo que desafía la intuición de los estudiantes. Examinar cómo las primeras impresiones sobre el infinito y sus distintas manifestaciones afectan su comprensión podría arrojar luz sobre la manera en la que se podría introducir estos conceptos en el aula de manera efectiva y evitar malentendidos futuros.

Otra línea de investigación podría centrarse en el uso de modelos intuitivos en otras áreas de las matemáticas, como la geometría o el álgebra. Al igual que en el caso del número cero, los estudiantes podrían beneficiarse de la creación de modelos intuitivos que les ayuden a abordar conceptos difíciles de forma más tangible. Comprender cómo estos modelos afectan el aprendizaje en otras ramas de las matemáticas. podría permitir a los docentes adaptar mejor sus estrategias pedagógicas, haciendo que conceptos abstractos sean más accesibles y comprensibles para los estudiantes.

5.4 Discusión

Uno de los aspectos que podría generar controversia es la importancia dada en este trabajo a los modelos intuitivos en la enseñanza del número cero. Algunos podrían considerar que permitir a los estudiantes asociar el número cero con la "nada" o utilizar representaciones físicas simples para describirlo no tiene relevancia en el aprendizaje formal. Sin embargo, este estudio defiende que esas representaciones intuitivas iniciales son cruciales para que los estudiantes construyan una

base sólida de comprensión, lo que les permitiría abordar posteriormente conceptos matemáticos más abstractos con mayor facilidad.

Por otro lado, algunos educadores o teóricos podrían cuestionar el peso otorgado al efecto primacía en este estudio, argumentando que las primeras impresiones podrían ser corregidas fácilmente con una enseñanza adecuada. Sin embargo, los resultados obtenidos aquí sugieren lo contrario: las primeras concepciones que los estudiantes forman sobre el número cero tienen un impacto duradero y, en muchos casos, influyen en su desempeño matemático a lo largo del tiempo. Este hecho subraya la necesidad de prestar atención a cómo los estudiantes son introducidos a conceptos clave como el número cero, ya que esos primeros encuentros pueden tener repercusiones significativas en su comprensión futura.

Referencias

- Aguirre Morales, I. A. (2022). *Influencia del efecto primacía en la comprensión de la noción intuitiva de infinito actual*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Barrow, J. D. (2000). *El libro de la nada*. Barcelona: Editorial Planeta, S.A.
- Cataño Barrera, A. M. (2007). *Estudio didáctico del cero*. Ciudad de México: Instituto Politécnico Nacional.
- Denzin, N., & Lincoln, Y. (2013). Las estrategias de investigación cualitativa. En R. E. Stake, *Estudios de casos cualitativos* (págs. 154-197). Barcelona: Gedisa.
- Fischbein, E. (2002). *Intuición en Ciencias y Matemáticas*. Kluwer Academic Publishers.
- Font, V. (2007). Comprensión y contexto: una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *La Gaceta de la RSME*, 427-442.
- Lago, M., Rodríguez, P., Zamora, A., & Madroño, L. (1999). Influencia de los modelos intuitivos en la comprensión de la multiplicación y la división. *Anuario de Psicología*, 30(3), 71-89.
- Lakoff, G., & Núñez, R. E. (2000). *Where mathematics comes from*. Nueva York: Basic Books.
- López, C. (2007). La intuición y la matemática. *C&T - Universidad de Palermo*, 29-36.
- MEN. (1994). *Ley General de Educación*. Ley 115. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares*. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-339975_matematicas.pdf
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-340021_recurso_1.pdf
- MEN. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje (V2)*. Obtenido de https://wccopre.s3.amazonaws.com/Derechos_Basicos_de_Aprendizaje_Matematicas_1.pdf
- Morales Urbina, E. M. (2009). Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior. *SciELO*.
- Peña Fernández, S. N. (2020). *Aplicación de experimento principio de primacía y recencia, ejercicio realizado en formación de maestría*. Logroño: Universidad Internacional de la Rioja. Obtenido de <https://repository.ucc.edu.co/server/api/core/bitstreams/7939a12d-a056-43cd-b515-06c3e8e61eac/content>

- Perkins, D. (1999). ¿Qué es la comprensión? En M. S. Wiske, *La enseñanza para la comprensión* (págs. 69-95). Buenos Aires: PAIDÓS.
- Sousa, R., Alves, F., & Araújo, M. (2021). Reflexiones para el uso de la intuición desde los aportes de Efraim Fischbein. *Didasc@lia: Didáctica y Educación*, 1-13.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata, S.L.
- Villamil, J., & Riscanevo, L. (2020). Perspectivas históricas y epistemológicas del número cero. *Praxis & Saber*, 1-20.
- Zabala Espejo, M. (2009). El proceso de la investigación cualitativa en educación. *Rev Cient CEPIES*, 113-130.

Anexos

Anexo 1

Consentimiento informado práctica pedagógica.

CONSENTIMIENTO INFORMADO PARA PRÁCTICA PEDAGÓGICA Semestre 2024-1

En el marco del curso de Trabajo de Grado del Programa de Licenciatura en Matemáticas del Departamento de Enseñanza de las Ciencias y las Artes, solicitamos de su consentimiento en calidad de acudiente de un estudiante para realizar diferentes actividades pedagógicas e investigativas que requieren la grabación de audios, videos y la toma de imágenes.

Con el presente documento como consentimiento informado, usted autoriza:

1. La toma de fotografías, videos, audios para ser utilizados como material pedagógico e investigativo.
2. La toma de fotografías en actividades pedagógicas para ser utilizadas en la página web de la Universidad y/o Facultad, Boletines, Informes de Gestión y Presentaciones Académico-Administrativas.
3. Que el material fotográfico, videos, audios entren a ser parte del archivo de la Universidad de Antioquia y sus bases de datos.

Datos del Acudiente:

Nombres y Apellidos completos	
Identificación	
Firma	

Datos del estudiante:

Nombres y Apellidos completos	
Grado y Grupo	
Institución Educativa	
Firma	

Agradecemos su colaboración.
Cordial Saludo.

Atentamente,
Estudiantes del curso de Trabajo de Grado, DECA, FE, UdeA.

Anexo 2*Divulgación en el 7o. ENCUENTRO INTERNACIONAL DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA-EIEM 7*

Barranquilla, 03/06/2024

Estimados:

Lic(e) ANGIE ALVAREZ, Lic(e) CAMILA ZAPATA y Dr. RENÉ ALEJANDRO LONDOÑO

Ref.: Aceptación de trabajo para presentación en EIEM7

Saludo cordial,

Apreciados autores para el Comité Organizador del 7^{MO} Encuentro Internacional de Investigación en Educación Matemática-EIEM7, es un placer informarles que su trabajo *INFLUENCIA DEL EFECTO PRIMACÍA EN LA COMPRENSIÓN DEL NÚMERO CERO* ha sido evaluado y aceptado para ser presentado en la modalidad de Poster durante el evento, el cual se llevará a cabo el 24 y 25 de octubre del presente año en las instalaciones de la Universidad del Atlántico, Colombia.

En la página web del evento <https://www.uniatlantico.edu.co/encuentro-internacional-de-investigacion-en-educacion-matematica-eiem7/> estará disponible el formato para su presentación. Y para el mes de octubre encontrará la programación del evento con su Ponencia, habiendo surtido toda la información del pago de derechos para la presentación, publicación en Memorias de Evento con ISSN y posterior certificación de la ponencia aceptada y presentada en EIEM7. Agradecemos sea enviado este soporte a eiem@mail.uniatlantico.edu.co, con asunto: Soporte de Pago de PS-autores.

Agradecemos su atención y contribución.

Universitariamente,

Jesús Berrío Valbuena
Coordinador del programa de Licenciatura en Matemáticas
Coordinador -EIEM7
eiem@mail.uniatlantico.edu.co
licenciaturamatematicas@mail.uniatlantico.edu.co
Cel. 304 5909627 - 316 4036229

Anexo 3

Divulgación en el IV. CONGRESO INTERNACIONAL VIRTUAL DE EDUCACIÓN-IV CIVE





América Latina, octubre de 2023

Respetada,
Angie Álvarez Fernández
Universidad de Antioquía

Asunto: Aceptación ponencia IV Congreso Internacional Virtual de Educación
Desafíos pedagógicos y apuestas políticas para la construcción, apropiación y comunicación del conocimiento en América Latina

Cordial saludo.

El comité organizador de Colombia, México y República Dominicana se ha reunido alrededor del *tejido*, es decir, del resultado de entrelazar hilos para construir, desde la diferencia, una composición que aporte a la teoría, a la ciencia y a la investigación en América Latina y el mundo.

Teniendo en cuenta este propósito conjunto y los ejes de trabajo establecidos para el mismo, le notificamos que hemos revisado su ponencia titulada "CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LAS COGNICIONES INTUITIVAS" y ha sido seleccionada para ser presentada como **video-ponencia** durante el congreso y ser publicada como artículo, en un volumen especial de nuestra revista EURITMIA: Investigación, Ciencia y Pedagogía, sobre Apropiación y construcción social del conocimiento.

Por lo anterior, le solicitamos grabar un video de máximo 5 minutos, formato horizontal y en buena calidad, en la que presente los aspectos clave de su investigación, y enviarlo a más tardar el 20 de octubre, dichos videos se subirán al canal de YouTube en el horario de presentación del eje programado en el congreso. Adicionalmente para la publicación, le solicitamos enviar el texto completo con el formato artículo a más tardar, el 20 de noviembre al correo congresoive@unac.edu.mx. No olvide inscribirse como asistente a los otros ejes que sean de su interés, pronto le enviaremos la información de acceso y toda la información pertinente.

Cordialmente,
Comité organizador internacional CIVE

