



**Anotaciones sobre algunos métodos
de cálculo de la resistencia
de puesta a tierra**

Anotaciones sobre algunos métodos de cálculo de la resistencia de puesta a tierra

Germán Moreno Ospina
Gispat-Departamento Ingeniería Eléctrica
Universidad de Antioquia

Resumen

Se presentan tres métodos de cálculo de la resistencia de puesta a tierra, de diferente alcance en su aplicabilidad y de uso difundido: un método gráfico, un conjunto de expresiones analíticas simplificadas y un método matricial. Los métodos se aplican a unas series de mallas de tierra, los resultados se comparan y se hacen algunas anotaciones sobre los mismos. El método matricial, aplicado a través de un programa computacional que permite además un análisis amplio del comportamiento de la malla (tensiones de toque y de paso, etc.), muestra ser el más confiable, particularmente porque sus resultados varían siempre en consonancia con las variaciones físicas de las mallas.

1. Introducción

Un sistema de puesta a tierra tiene por objeto garantizar la seguridad de los equipos de una instalación y de las personas que se encuentran en su vecindad, sirviendo como medio para la conducción de corrientes, principalmente las derivadas de fallas del aislamiento, las cuales deben ser difundidas en la tierra sin que, como consecuencia de los gradientes de tensión generados, las personas reciban choques eléctricos peligrosos.

Para la difusión de las corrientes en la tierra se usan diversas configuraciones de electrodos, siendo las más utilizadas las constituidas por conductores horizontales enmallados (mallas de puesta a tierra, o más simplemente "mallas de tierra"), por electrodos verticales (varillas de puesta a tierra o "varillas de tierra") y por combinaciones de las dos anteriores.

Cuando los electrodos inyectan corriente en la tierra sufren una elevación de potencial que es directamente proporcional a la resistencia de puesta a tierra o "resistencia a tierra" del electrodo y, por tanto, obtener valores bajos de esa resistencia es deseable en el diseño de mallas de tierra. Para tal efecto, para un cálculo más o menos preciso de las tensiones de toque, se requiere utilizar un método de cálculo de la resistencia a tierra de aceptable confiabilidad.

En los numerales siguientes se considerarán tres métodos de cálculo de la resistencia a tierra y se mostrarán sus posibles limitaciones.

2. Resistencia de la puesta a tierra

La resistencia a tierra de un electrodo está constituida por tres partes:

- La resistencia del conductor que conecta el electrodo al sistema.
- La resistencia de contacto entre el electrodo y el suelo.
- La resistencia del suelo que rodea al electrodo.

La resistencia del conductor (usualmente cobre) es generalmente muy baja y puede despreciarse; la resistencia de contacto, si el electrodo y la tierra inmediatamente circundante están libres de grasas, barnices y componentes orgánicos, es también despreciable.

La resistencia del suelo que rodea al electrodo es la que constituye esencialmente la resistencia a tierra del electrodo. En principio correspondería a un suelo con área superficial prácticamente infinita; sin embargo, puede demostrarse (1, cap. 10) que un porcentaje muy alto de la resistencia total, del orden del 95 a 98%, y por tanto el de interés práctico, queda confinado en un área relativamente reducida.

Una consecuencia inmediata de lo expuesto, es que la resistencia a tierra está marcadamente influenciada por la resistividad del suelo en que está inmerso el electrodo. El cálculo de la resistencia, entonces, estará determinado por el modelo de suelo asumido. Los modelos más usuales son el de suelo homogéneo y el de suelo de dos capas.

El modelo de suelo homogéneo supone una resistividad uniforme ρ en todo el medio. El modelo de dos capas supone una capa superficial de resistividad ρ_1 y espesor D y una capa profunda de resistividad ρ_2 y espesor infinito a partir de la profundidad D . Este modelo, aunque introduce algunas complicaciones de cálculo en relación con el primero, lleva a resultados más confiables en el análisis de mallas de tierra.

La elevación de tensión, en relación a tierra remota (de potencial cero) que sufren la malla de tierra y las partes metálicas sólidamente conectadas a ella, al inyectar corriente en el suelo, está dada por:

$$V_T = I_T R_T$$

donde:

V_T = elevación del potencial a tierra de la malla

I_T = corriente inyectada por la malla

R_T = resistencia a tierra de la malla

Para el cálculo de I_T existen varias metodologías (2-5) que consideran no sólo la corriente de falla del sistema sino las posibles derivaciones por cables de guarda y por las resistencias de tierra de las torres de las líneas que confluyen a la subestación (que es la instalación que más típicamente utiliza mallas de tierra). Estas metodologías no son objeto de este artículo.

Para el cálculo de R_T , tres metodologías frecuentemente usadas son:

- Utilización de gráficos
- Aplicación de expresiones analíticas
- Métodos matriciales

De éstas, se trata en los siguientes numerales.

3. Cálculo de R_T mediante gráficos

E.B. Joy et al (6) presentaron un conjunto de gráficos, levantados con base en el análisis de más de 2.300 mallas cuadradas, con conductores igualmente espaciados y en suelo homogéneo, que permiten el cálculo de mallas rectangulares con conductores igualmente espaciados y también en suelo homogéneo. La inclusión de varillas de tierra no es considerada en este método.

De la serie de gráficos para cálculo de R_T , se reproduce uno en la figura 1. La interpretación no ofrece ninguna dificultad y la resistencia a tierra de la malla es dada por:

$$R_T = \frac{\rho \times \text{Valor}}{1000} \quad (\Omega)$$

donde:

ρ = resistividad del suelo ($\Omega.m$)

Valor = el leído en la escala vertical para el punto correspondiente.

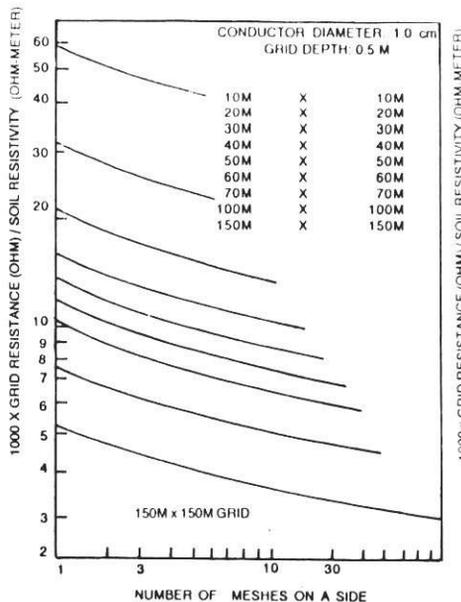


FIGURA 1 - Gráfico para cálculo de la resistencia de puesta a tierra. (Tomado de 6)

4. Cálculo de R_T por expresiones analíticas

Desde años atrás, se han hecho esfuerzos por obtener expresiones analíticas que permitan un cálculo relativamente fácil y rápido de la resistencia de mallas de tierra, sin sacrificar mucho la precisión. Para mallas de geometría sencilla, específicamente rectangulares, **Schwarz** (7) desarrolló en 1954 expresiones analíticas simplificadas que, hasta hoy, son de uso frecuente. Las expresiones, válidas sólo para suelo homogéneo, se presentan a continuación.

Resistencia de tierra de una malla horizontal rectangular:

$$R_M = \frac{\rho}{\pi L} \left(\ln \frac{2L}{h'} + K_1 \frac{L}{\sqrt{A}} - K_2 \right) \quad (1)$$

Resistencia de un sistema de varillas de tierra:

$$R_V = \frac{\rho}{2\pi ml} \left[\ln \frac{8l}{d} - 1 + \frac{2K_1 l}{\sqrt{A}} (\sqrt{m} - 1)^2 \right]$$

Resistencia mutua malla-varillas:

$$R_m = \frac{\rho}{\pi L} \left(\ln \frac{2L}{l} + K_1 \frac{L}{\sqrt{A}} - K_2 + 1 \right)$$

Resistencia del sistema combinado:

$$R_T = \frac{R_M R_V - R_m^2}{R_M + R_V - 2R_m}$$

Siendo, en estas expresiones:

$$h' = \begin{cases} \sqrt{2hr_c} & \text{para } h > 0 \\ r_c & \text{para } h = 0 \end{cases}$$

r_c = radio del conductor

h = profundidad de enterramiento de la malla

L = longitud total de los conductores que forman la malla.

A = área cubierta por la malla

d = diámetro de las varillas

l = longitud de una varilla

m = número de varillas

K_1, K_2 = factores que dependen de la geometría de la malla.

Los valores K_1 y K_2 fueron presentados por **Schwarz** en forma de curvas en función de b/a , siendo:

- b = longitud de la malla (dimensión del lado mayor)
- a = anchura de la malla (dimensión del lado menor)

En 1981, **Kercel** (8) presentó ecuaciones para el cálculo analítico de K_1 y K_2 y mostró además que la ecuación 1 es válida sólo para:

$$L > \frac{h'}{2} e^{(1.5 + k_2)}$$

En 1984 y 1986 Nahaman y Salamón (9,10) propusieron modificaciones a las expresiones de **Schwarz**, para hacerlas aplicables a suelos modelados de dos capas. Por la extensión de las fórmulas y la necesidad de utilización de gráficas, no se reproducen y más bien se remite al lector a las referencias.

5. Cálculo de R_T por métodos matriciales

La utilización de métodos matriciales para el estudio de mallas de tierra, incluyendo el cálculo de la resistencia a tierra, ha sido tratada en varios trabajos en los últimos años (11-17) y ha ganado amplia aceptación, entre otras cosas por permitir el análisis de mallas no rectangulares. A continuación se presenta una forma de aplicación de estos métodos.

La malla (que puede incluir varillas de tierra) es dividida en n segmentos de conductor, iguales entre sí o no, en los cuales se asume densidad lineal de corriente uniforme, pero diferente de uno para otro segmento.

Sea R_{ij} la resistencia mutua entre los elementos i y j . La tensión en el segmento i ($i = 1, 2, \dots, n$) debida a la corriente en otros segmentos y en él mismo es:

$$V_i = \sum_{j=1}^n R_{ij} I_j$$

La relación de tensiones y corrientes entre todos los segmentos puede entonces expresarse matricialmente como:

$$[V] = [R] [I]$$

Donde:

- $[V]$ = Vector de tensiones de los segmentos, de dimensión n .
- $[R]$ = Matriz de resistencias propias y mutuas entre los segmentos, de dimensión $n \times n$.
- $[I]$ = Vector de corrientes inyectadas por los segmentos, de dimensión n .

En mallas de dimensiones usuales y a frecuencia industrial, puede desprejarse la resistencia longitudinal de los conductores. Como consecuencia, pueden considerarse todos los segmentos a una misma tensión V con lo cual todos los elementos V_i del sector $[V]$ quedan iguales entre sí.

La corriente total I_T (corriente a tierra) es la suma de los elementos I_j del vector $[I]$ o sea:

$$I_T = \sum_{j=1}^n I_j$$

La resistencia a tierra R_T se calcula de la forma siguiente:

1. Se asume un valor arbitrario V para todos los elementos V_i .
2. Se calculan las resistencias propias y mutuas de los segmentos, formando la matriz $[R]$.
3. El sistema lineal $[R][I] = [V]$ se resuelve para $[I]$ por un método adecuado (por ejemplo por eliminación de Gauss o por LDU), obteniéndose las corrientes I_j .
4. La resistencia a tierra es dada por:

$$R_T = V/I_T$$

$$\text{o sea, } R_T = V / \sum_{j=1}^n I_j$$

6. Potenciales inducidos por inyección de corriente en un medio homogéneo infinito. Resistencias propias y mutuas.

En un medio homogéneo infinito, el potencial en un punto P debido a la corriente I inyectada por un electrodo j que se comporta como una fuente de corriente uniformemente distribuida en un segmento de recta de longitud L_j , puede expresarse (16, ítem 7) en un sistema de ejes ortogonales como el mostrado en la figura 2 por:

$$V_{pi} = \frac{\rho I}{4\pi L_j} \ln \frac{\left[\left(\frac{L_j}{2} - x \right)^2 + r^2 \right]^{1/2} + \frac{L_j}{2} - x}{\left[\left(\frac{L_j}{2} + x \right)^2 + r^2 \right]^{1/2} - \left(\frac{L_j}{2} + x \right)}$$

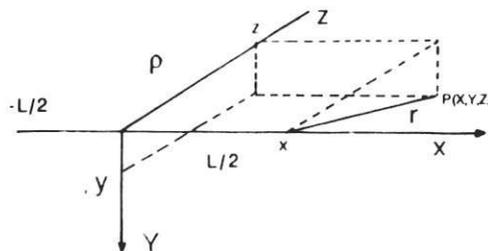


FIGURA 2.
Sistema de coordenadas para cálculo de potencial.

Donde:

$$r = (y^2 + Z^2)^{1/2}$$

El potencial en un conductor i, de longitud L_i , aproximado como el valor medio del potencial a lo largo del eje del conductor i, producido por la inyección de corriente I en el conductor j es:

$$V_{ij} = \frac{\int I}{4\pi L_i L_j} M \quad (2)$$

Donde:

$$M = \int_{L_i}^{L_j} \frac{\left[\left(\frac{L_i}{2} - x_i \right)^2 + r^2 \right]^{1/2} + \frac{L_i}{2} x_i}{\left[\left(\frac{L_i}{2} + x_i \right)^2 + r^2 \right]^{1/2} - \frac{L_i}{2} + x_i} dl$$

Siendo:

$$r_i = (Z^2 + Y^2)^{1/2}$$

x_i, y_i, z_i = Coordenadas de puntos del conductor i.

dl = Diferencial de longitud del conductor i.

Esta integral tiene una solución sencilla para trayectorias paralelas al eje x ($dl = dx$), esto es, cuando el conductor i es paralelo al j.

Para conductores no paralelos, Heppe (12) presentó soluciones analíticas que se obtienen de la geometría relativa de los segmentos.

En todo caso de la ecuación (2) puede observarse que M es función de la geometría del conductor i vista desde el centro del conductor j y de la longitud L_i : $M(L_i, x_i, y_i, z)$.

Puesto que las resistencias mutuas R_{ij} se pueden interpretar como "tensión que aparece en i por causa de la inyección de corriente en j", éstas se pueden calcular mediante la ecuación (2), haciendo $I=1$

7. Aplicación del método de las imágenes.

Si se asume suelo homogéneo, las tensiones y resistencias mutuas de conductores enterrados pueden estudiarse considerando un medio semi-infinito de resistividad ρ , limitado por un plano que representa la superficie del suelo, teniendo del otro lado un medio de resistividad infinita correspondiente al "vacío". Los efectos de reflexión del campo eléctrico y la corriente (asociados a la inyección de corriente por los electrodos) por causa de la discontinuidad del medio, pueden llevarse en cuenta suponiendo un medio infinito de resistividad ρ y adicionando un conductor imagen del que inyecta

corriente, colocado equidistante del otro lado de la superficie del suelo e inyectando la misma corriente, como se ilustra en la figura 3.

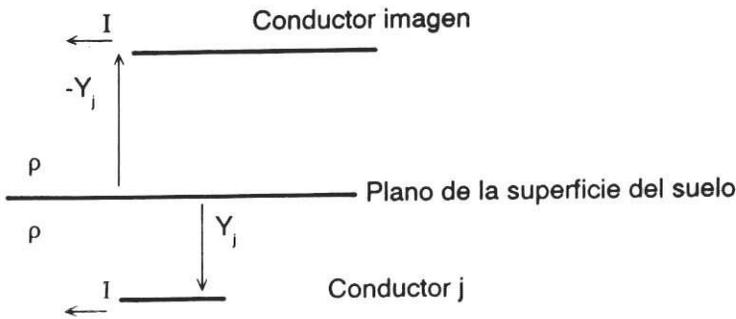


FIGURA 3.
Mapa de imágenes en suelo homogéneo.

Si se adopta el modelo de suelo de dos capas, los efectos de reflexión y refracción en las superficies límite de los medios obligan a considerar una serie infinita de imágenes inyectando corrientes cuyo valor es función del coeficiente de reflexión y cuya posición es función de la profundidad de los electrodos y del espesor de la capa superficial (15;16, items 3-6). A continuación se ilustra la localización de las imágenes de un conductor j y se anotan las respectivas corrientes “vistas” por un conductor i según la posición relativa de los dos en las dos capas constitutivas del suelo (figura 4).

Haciendo $I=1$ en la ecuación 2 y considerando la figura 4, en la cual j es el conductor que inyecta corriente, las resistencias mutuas se pueden expresar como:

- Para conductores i y j en la capa superficial:

$$R_{ij} = \frac{\rho_1}{4\pi L_i L_j} \{M(Y_i - Y_j) + M(Y_i + Y_j) + \sum_{n=1}^{\infty} K^n [M(2nD + Y_i - Y_j) + M(2nD + Y_i + Y_j) + M(2nD - Y_i - Y_j) + M(2nD - Y_i + Y_j)]\}$$

- Para conductor i en la primera capa y j en la segunda:

$$R_{ij} = \frac{\rho_1}{4\pi L_i L_j} (1+K) \{M(Y_i - Y_j) + M(Y_i + Y_j) + \sum_{n=1}^{\infty} K^n [M(2nD - Y_i + Y_j) + M(2nD + Y_i + Y_j)]\}$$

- Para conductores i y j en la segunda capa:

$$R_{ij} = \frac{\rho_2}{4\pi L_i L_j} \{M(Y_i - Y_j) - KM(Y_i + Y_j - 2D) + (1-K^2)M(Y_i + Y_j) + (1-K^2) \sum_{n=1}^{\infty} K^n M(2nD + Y_i + Y_j)\}$$

- Para conductor i en la segunda capa y j en la primera:

$$R_{ij} = \frac{\rho_2}{4\pi L_i L_j} (1-K) [M(Y_i - Y_j) + M(Y_i + Y_j) + \sum_{n=1}^{\infty} K^n [M(2nD + Y_i - Y_j) + M(2nD + Y_i + Y_j)]]$$

Donde:

$$K = (2-1)/(2+1) \text{ Coeficiente de reflexión.}$$

Puede observarse en la figura 4 que las relaciones geométricas entre un electrodo i y un electrodo j son las mismas que entre el electrodo i y las imágenes del j, excepto la distancia vertical. Por esto, en las expresiones anteriores se ha utilizado la notación M(y) para significar que para un par de conductores i, j -específicos- las expresiones de M, que toman en cuenta el efecto de las imágenes, deben ser evaluadas tomando para la distancia vertical la anotada entre el paréntesis y manteniendo constantes todos los demás términos de M. Se entiende que, Y_i, Y_j son las coordenadas en Y de los centros de los respectivos segmentos, en un sistema de coordenadas cartesianas, con los ejes X, Z en la superficie del suelo y Y positivo hacia dentro de la tierra.

8. Comparación de cálculos de resistencias de puesta a tierra por diferentes métodos.

En este numeral se presentan los valores de resistencias de puesta a tierra de algunas mallas sencillas, obtenidos mediante los tres métodos de cálculo descritos en los numerales 3 a 5.

La aplicación del método matricial se hizo mediante el programa MATER1 (18) que permite estudiar el comportamiento de mallas de tierra, aun de geometrías irregulares y en suelos de dos capas, y el cual lleva en consideración lo expuesto en los numerales 6 y 7.

Los casos analizados, permiten confrontar las variaciones de los resultados de los cálculos con las variaciones físicas en las mallas y además evidencian las limitaciones de los métodos considerados.

8.1 Comparaciones para mallas en suelo homogéneo.

Se consideran mallas cuadradas de 10m de lado, con lazos* internos cuadrados, de conductores de 0.01m de diámetro, colocados a 0.5m de profundidad. Las varillas son de 3m. de longitud y 0.01m de diámetro. El suelo es homogéneo, con resistividad de 100Ωm.

En la tabla No. 1 se presenta la comparación de resultados abreviando los nombres de los métodos así:

Gráfico: GR

Expresiones Analíticas: EA

Matricial-Programa MATER1: MATER1

* Se llamará lazo a cada retículo o malla interna formada por dos conductores paralelos consecutivos y otras dos perpendiculares a los anteriores y también consecutivos de la malla de tierra.

TABLA 1
Comparación de cálculos de resistencias a tierra de mallas
en suelo homogéneo

Malla Número	Número de Varillas	Número de Lazos	$R_T (\Omega)$		
			GR	EA	Mater1
1	-	1	5.75	5.36	5.45
2	-	4	5.00	5.17	4.84
3	-	16	4.60	4.92	4.42
4	-	25	4.45	4.84	4.33
5	4	1	-	4.83	4.64
6	4	4	-	4.90	4.27
7	4	16	-	4.81	4.01
8	4	25	-	4.76	3.95
9	8	1	-	4.45	4.22
10	8	4	-	4.63	4.00
11	8	16	-	4.66	3.82
12	8	25	-	4.65	3.77

8.2 Comparación para mallas en suelo de dos capas.

Se consideran mallas cuadradas de 10m de lado, con lazos internos cuadrados, conductores de 0.01m de diámetro, enterrados a 0.5m de profundidad. Las varillas son de 2 m de longitud y 0.01m de diámetro.

8.2.1 Capa Superior de mayor resistividad que la profunda.

Suelo de dos capas con las siguientes características:

$$\rho_1 = 228 \Omega \text{ m} \quad \rho_2 = 12 \Omega \text{ m.} \quad D = 1\text{m}$$

En la tabla No. 2 se presenta la comparación de resultados para los métodos aplicables.

8.2.2 Capa superior de menor resistividad que la inferior.

Suelo de dos capas con las siguientes características:

$$\rho_1 = 100^{\Omega\text{m}} \quad \rho_2 = 186 \Omega \text{ m.} \quad D = 1\text{m}$$

Comparación de resultados en la tabla No. 3

9. Anotaciones sobre las comparaciones

- a. La utilización de los gráficos presentados por Joy et al (6) sólo pudo ser comparada para los casos más simples, debido a sus propias restricciones de aplicación: mallas horizontales rectangulares, conductores igualmente espaciados, sin inclusión de

varillas y en suelo homogéneo. En los casos en que la comparación fue posible (mallas 1 a 4 de la tabla No.1) las resistencias resultantes fueron mayores que las obtenidas mediante el método matricial (más exacto) usado en MATER1; sin embargo, los resultados son más próximos que los logrados mediante las expresiones analíticas utilizadas.

TABLA 2
Comparación de cálculos de resistencias a tierra de mallas en suelo de dos capas. ($\rho_1 > \rho_2$)

Malla Número	Número de Varillas	Número de Lazos	$R_T (\Omega)$	
			EA	Mater1
1	-	1	6.21	5.53
2	-	4	4.77	3.98
3	-	16	3.52	2.81
4	4	1	1.79	1.59
5	4	4	1.73	1.46
6	4	16	1.62	1.31
7	8	1	1.09	1.04
8	8	4	1.09	1.00
9	8	16	1.09	0.94

TABLA 3
Comparación de cálculos de resistencias a tierra de mallas en suelo de dos capas. ($\rho_1 < \rho_2$)

Malla Número	Número de Varillas	Número de Lazos	$R_T (\Omega)$	
			EA	Mater1
1	-	1	6.57	7.63
2	-	4	6.81	7.08
3	-	16	6.90	6.72
4	4	1	6.55	7.28
5	4	4	6.81	6.82
6	4	16	6.85	6.52

- b. Cuando la malla incluye varillas, las expresiones analíticas para suelo homogéneo pueden producir valores de resistencias que varían opuestamente a las variaciones físicas. Así, en la tabla No. 1 se observa un valor de resistencia mayor para la malla 6 (con 4 lazos) que para la malla 5 (de 1 lazo); sin embargo, la última es la que tiene una mayor cantidad de conductor en la misma área (o "densidad de conductor") por lo cual debe tener menor resistencia. Lo mismo puede observarse entre las mallas 9 y 11.

Los ejemplos presentados y otros estudiados por el autor, sugieren la existencia de un valor mínimo de la relación (longitud total de conductor horizontal/longitud total de conductor vertical) a partir del cual las expresiones analíticas producen valores de resistencias que varían en concordancia con las variaciones de densidad de conductor de la malla.

- c. En el caso de suelo de dos capas, con capa superficial de resistividad mayor, la conclusión anterior es también válida. Los resultados en los casos de las mallas 7 (de 1 lazo) y 8 (de 4 lazos) de la tabla No. 2, ya comienzan a presentar el comportamiento comentado en b.
- d. En el caso de suelo de dos capas, con capa superficial de resistividad menor, las expresiones analíticas producen valores de resistencias que aumentan con la densidad de conductor en el área, aunque no se incluyan varillas, como puede verse en la tabla No. 3. Se insinúa en este caso la existencia de un límite mínimo de longitud total de conductor a partir del cual las expresiones producen resultados que varían en concordancia con las variaciones de densidad de conductor.
- e. El programa MATER1, mediante el método matricial presentado en los numerales 5 a 7, calcula valores de resistencia de puesta a tierra, cuya variación con las modificaciones físicas en la malla (en los casos considerados, densidad de conductor y número de varillas) es consistente.

10. Conclusiones

Se ha destacado la conveniencia de obtener bajas resistencias a tierra en las mallas de tierra y la importancia de un cálculo adecuado de ellas. Tres métodos de cálculo, frecuentes en la literatura, han sido presentados: gráficos obtenidos mediante análisis de múltiples casos, expresiones analíticas y métodos matriciales.

Se han aplicado los tres métodos a varias mallas relativamente simples y en suelos de diferentes constituciones.

La utilización de gráficos considerados ha evidenciado sus limitaciones de aplicación, las cuales son advertidas por sus autores, al presentarlas.

Las expresiones analíticas, tanto las propuestas por Schwarz, como las más recientes de Nahman y Salamon, producen valores que para ciertas relaciones de longitud total de conductor horizontal a conductor vertical varían en forma no concordante con las variaciones físicas en la malla.

El método matricial aplicado mediante el programa MATER1 se muestra consistente en el comportamiento de sus resultados ante las variaciones físicas en las mallas y adicionalmente permite el cálculo de mallas irregulares, lo cual lo hace más confiable y general.

Bibliografía

1. Tagg., G.F. *Earth Resistances*, New York, Pitman Publishing Corporation, 1964.
2. Endrenyl, J. "Fault-Current Analysis for Station Grounding Design". Ontario Hydro Research Quarterly, Second Quarter, pp. 16-21, 1967.
3. Meliopoulos, A.P.; Webb, R.P.; Joy, E.B.; Patel, S. "Computation of Maximum Earth Current in Substation Switchyards" IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-102, No. 9 pp. 3131-3139, September 1983.
4. Dawalibi, F.; Niles, G. "Measurements and Computations of Fault Current Distribution on Overhead Transmission Lines", IEEE Trans. on PAS. Vol. PAS-103, No. 3, pp. 553-560, March 1984.
5. Wwizenfeld, G. "Power System Ground Fault Current Distribution Using the Double Sided Elimination Method", IEEE Trans. on Power System, Vol. PWRS-1, No. 1, pp. 17-25, February 1986.
6. Joy, E.B.; Paik N.; Brewer, T.E.; Wilson, R.E.; Webb, R.P.; Meliopoulos A.P. "Graphical Data for Ground Grid Analysis". IEEE Trans. on PAS. Vol. PAS-102, No. 9, pp. 3038-3048, September 1983.
7. Schwarz, S.J. "Analytical Expressions for the Resistance of Grounding Systems" AIEE Transactions. Vol. 73, pp. 1011-1016, August 1954.
8. Kerckel, S.W. "Design of Switchyard Grounding Systems Using Multiple Grids" IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-100, No. 3 pp.1341-1350, March 1981.
9. Nahman J.; Salomón D. "Analytical Expressions for the Resistance of Grounding Grids in Nonuniform Soil" IEEE Trans. on PAS Vol. PAS-103, No. 4 pp. 880-885, April 1984.
10. Nahman, J.; Salomón, D. "Analytical Expressions for the Resistance of Rodbeds and of Combined Grounding Systems in Nonuniform Soil" IEEE Trans. on PWRD, Vol. 1 PWRD-1, No. 3, pp. 90-97 July 1986.
11. Dawalibi, F; Mukhedkar, D. "Optimum Design of Substation Grounding in a Two-Layer Earth Structure. Part I, Analytical Study", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-94, No. 2, pp. 252-272, March/April, 1975.
12. Heppel, R.J. "Computation of Potential of Surface Above an Energized Grid or Other Electrode, Allowing for Non-Uniform Current Distribution", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-98, No. 6, pp. 1978-1989, Nov./Dec.1979.
13. Garret, D.L.; Holley, H.J. "Calculation of Substation Grounding System Resistance Using Matrix Techniques", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-99, No. 5, pp. 2008-2011, September/October 1980.
14. Kouteynokoff, P. "Numerical Computation of the Grounding Resistance of Substation and Towers" IEEE Trans. PAS, Vol. PAS-99 No. 3 pp. 957-965, May/June 1980.
15. Ewy, K.A.; Smolleck, H.A. "A Graphical Explanation of the Resistance and Surface Potential Calculations for Grounding Systems in Two-Layer Earth", IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-103, No. pp. 631-639, March 1984.

16. Portela, C.M. "Cálculo de Parametros e Comportamento de Malhas de Terra". ABNT-Curso Aterramento em Sistemas de Potencia COBEI-IEEE Secao Rio, Rio de Janeiro, 1984, 1985.
17. Nagar, R.P.; Velásquez, R.; Loeloeian, M.; Mukhedkar D; Gervais, Y. "Review of Analytical Methods for Calculating the Perfomance of Large Grounding Electrodes" IEEE Trans. on PAS, Vol. PAS-104, No. 11 pp. 3124-3141, November, 1985.
18. Moreno, G. "Comportamento de Malhas de Terra a Freqüência Industrial. Projeto e Construcao da Malha de Terra para o Laboratório de Corona e Descargas Parciais da COPPE/UFRJ". Tese de M.Sc. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1987.