

Propuesta de número adimensional para optimización de procesos termomecánicos

Ricardo Mejía Álvarez *, Pedro Rivero Forero**,
Héctor Daniel Mejía Arango ***

Resumen

En el estudio de los regeneradores térmicos de lecho poroso que se tienen en la Planta Piloto Eco-eficiente para horno de cubilote en la Universidad de Antioquia, se propone un número adimensional que hemos denominado número de Ricardo (Ri) y que es la relación entre el flujo de energía térmica (Q) y el flujo de trabajo realizado por la presión neumática (Wp) necesario para efectuar la transferencia térmica: $Ri = Q/Wp$.

Como ambos términos dependen de las propiedades físicas del fluido, de su velocidad, de la geometría del sistema y para el caso de fenómenos transitorios, del tiempo de operación, es posible optimizar el proceso con respecto a cada una de estas variables.

Se explica un ejemplo para intercambiadores de calor de tubos concéntricos, hallándose el valor óptimo de longitud.

----- *Palabras clave:* Regeneradores térmicos de lecho poroso, número adimensional, flujo de energía térmica, flujo de trabajo, transferencia de calor.

Abstract

In a study about porous bed termical regenerators in the Eco-efficient Cupola Furnace Pilot Plant, at the Universidad de Antioquia, we propose an adimensional number called RICARDO'S NUMBER. This is a relation between thermal energy flow (Q) and pressure work (Wp) used in the thermal transfer process: $Ri = Q/Wp$.

Both expressions, numerator and denominator, can be writed as function of physical fluid properties, fluid velocity, system geometry and operation time (transient case), it is possible to find optimal values for each variable.

We explain a case for Concentrical Tubes Intercooler, optimized for lenght.

----- *Key word:* Porous bed thermal regenerators, adimensional number, thermal energy flow, work flow, heat transfer.

* Estudiante de Ingeniería Mecánica, Universidad Nacional.

** Profesor Asociado Universidad Nacional.

*** Profesor Titular Universidad de Antioquia.

Regeneradores térmicos

Los regeneradores térmicos son intercambiadores de calor conformados por lechos porosos, a través de los cuales fluyen alternadamente un fluido calefactor y uno refrigerante. Tal como se muestra en la figura 1, un lecho poroso típico puede estar compuesto por un empaquetamiento de objetos sólidos. El fluido calefactor entrega energía térmica a los elementos componentes del lecho, estos la van almacenando hasta que se interrumpa el flujo y la entregan al fluido refrigerante cuando llegue su turno de cruzar el lecho. La energía se intercambia principalmente mediante convección, que es el mecanismo predominante, debido a la alta turbulencia que se genera cuando se hace circular un fluido a través del intrincado laberinto de un lecho poroso. Por supuesto, tan alta turbulencia trae consigo un marcado aumento de irreversibilidades, que se traduce en pérdida de presión.

En la figura 1 se esquematiza un regenerador térmico general. El diámetro del ducto empacado con el lecho poroso se denota por D_T . Puede observarse que el lecho está conformado por elementos sólidos que pueden tener formas diversas, pero es común utilizar elementos de iguales dimensiones y formas (esferas, anillos, cilindros, cubos, sillas de Berl). Cada elemento tiene una dimensión característica que se define como la relación entre su volumen y su superficie así:

$$D_p = \frac{V_e}{S_e}$$

D_p : dimensión característica [m].

V_e : volumen del elemento [m^3].

S_e : superficie del elemento [m^2].

Los lechos porosos tienen como una de sus características principales la porosidad, que es la fracción de volumen vacío correspondiente al volumen total del lecho y se denota por e . Esta

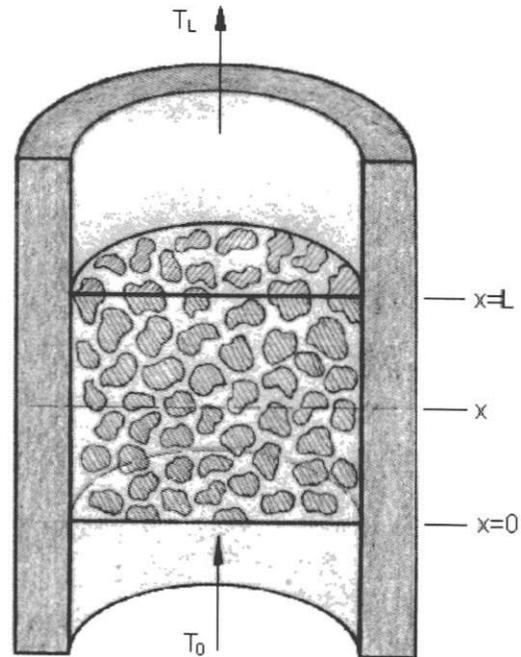


Figura 1 Estructura general de un regenerador térmico

Fuente: [1].

porosidad puede expresarse como una función dependiente del parámetro D_p/D_T . En lo referente a las consideraciones geométricas que en este trabajo se hacen respecto de los lechos porosos, puede encontrarse información más detallada en [3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 16 y 19].

Planta piloto Eco-eficiente

En 1995, la Universidad de Antioquia inició un estudio en eco-eficiencia, que se materializó con la creación de la Planta Piloto Eco-eficiente que se esquematiza en la figura 2. En esencia, la planta recupera calor de las emisiones de un horno de cubilote y lo devuelve al proceso precalentando el aire de combustión.

El intercambio de calor se efectúa mediante un regenerador térmico (ítem 2 en la figura 2). Para una revisión detallada del diseño y funcionamiento de la Planta Eco-eficiente, el lector puede remitirse a las referencias [3 y 4].

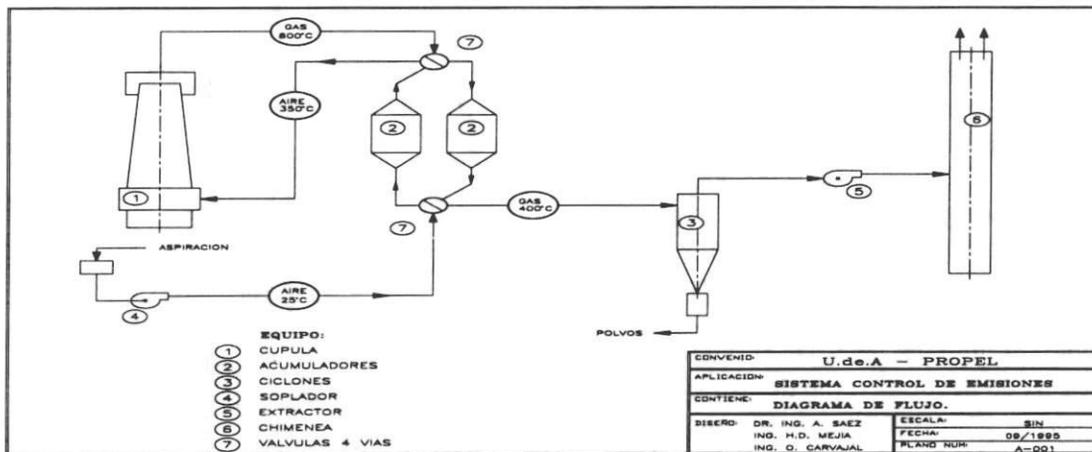


Figura 2 Esquema de la Planta Eco-eficiente

Fuente: [4].

La planta fue diseñada con miras a ser introducida en el subsector nacional de la fundición, pero para hacerla asequible a la PYME, ha sido necesario someterla a un proceso de optimización. Puesto que es el regenerador el que se encarga del proceso de recuperación de calor, puede tomarse como el corazón de la planta, motivo por el cual se convierte en el sistema termodinámico primordial a la hora de optimizarla.

Se tiene la necesidad de encontrar un punto óptimo de trabajo que signifique ahorro en el costo de operación, lo cual lleva a pensar en aprovechar al máximo posible la energía térmica con la menor inversión posible de trabajo sobre el sistema. Los regeneradores aprovechan la energía térmica mediante un intercambio de calor por convección, proceso que se logra haciendo fluir los gases mediante el trabajo mecánico de un ventilador. En esencia, el ventilador tiene como objetivo vencer las pérdidas de presión que supone el flujo a través del lecho poroso. Se considera óptimo un regenerador que transfiera la mayor cantidad posible de energía térmica, con la menor inversión de trabajo posible; pero estos dos procesos son antagónicos, puesto que para aumentar la convección es necesario aumentar la turbulencia y esto trae como resultado un

aumento en la caída de presión, por consiguiente en la demanda de trabajo mecánico. Todo esto llevó a la creación de un parámetro adimensional que permite modelar este tipo de problemas.

El número de Ricardo

Se tiene en el proceso termodinámico un flujo de energía en forma de calor y un flujo de trabajo en forma de pérdida de presión. Con estas dos expresiones puede establecerse una relación adimensional, que hemos denominado número de Ricardo¹, en la siguiente manera:

$$Ri = \frac{\text{Flujo de energía térmica}}{\text{Flujo de trabajo de presión}} = \frac{Q}{Wp}$$

Tanto el numerador como el denominador del anterior parámetro dependen de las propiedades físicas, velocidad de flujo, geometría del sistema y, si se trata de un proceso transitorio, del tiempo de operación. Este número, aunque fue encontrado en el estudio de los regeneradores térmicos, puede ser utilizado para modelar cualquier tipo de intercambiador de calor. Al optimizar el parámetro es posible que se encuen-

1. Ricardo Mejía es el autor de este número adimensional.

tren puntos extremos relativos, entre los cuales posiblemente habrá al menos un máximo absoluto; este punto, de existir, sería el punto óptimo de trabajo para un intercambiador de calor, puesto que establecería el mayor flujo de calor que mantenga la pérdida de presión lo más baja posible. No sobra anotar que para efectos de aplicaciones prácticas, es conveniente que las variables del sistema tomen valores dentro de intervalos física y económicamente razonables (dimensiones basadas en estándares comerciales, propiedades físicas acordes con la disponibilidad de fluidos de trabajo).

Veamos ahora el significado de optimizar con respecto a cada una de las variables gobernantes:

Las propiedades físicas se refieren a los fluidos de trabajo; optimizar Ri con respecto a cada una de estas propiedades, permitirá al diseñador, en caso de ser posible, hacer una selección de fluidos de trabajo para su sistema termodinámico.

Velocidad de flujo; optimizar con respecto a esta variable hace posible establecer un caudal volumétrico óptimo de trabajo, lo cual ayudará también a calcular el área de flujo correspondiente. Como se trata de un flujo con transferencia de calor, es evidente que habrá una variación en el volumen específico del fluido de trabajo, esto traerá como consecuencia que el área óptima de flujo será variable a lo largo del sistema (hecho que se acentúa en fluidos compresibles, en fluidos incompresibles la variación puede ser despreciable).

Geometría; aquí intervienen varios aspectos, que dependen del tipo de sistema en estudio. Ya con el punto anterior queda condicionada el área de flujo, pero todavía quedan por resolver aspectos geométricos como el diámetro hidráulico, la longitud del sistema y en lechos porosos la relación D_p/D_T . En un caso como el de los lechos porosos, la relación D_p/D_T condiciona a su vez la porosidad del lecho y la superficie específica de los elementos, conservando obviamente el área de flujo calculada previamente. Esto traerá un resultado bastante interesante: como el área de

flujo será variable, también variará el diámetro del ducto empacado D_T y al tener una relación D_p/D_T definida como óptima, será necesario hacer una distribución de tamaños de los elementos empacados D_p a lo largo del lecho, de tal manera que respeten las condiciones óptimas de área de flujo y porosidad. En los regeneradores objetivo de nuestro estudio, la anterior consideración producirá una estructura en la que el tamaño de elementos disminuirá gradualmente a partir de la entrada de gases calientes, hasta la salida de los mismos, en virtud de la disminución del volumen específico de los gases al enfriarse. Esa estructura también es favorable para el aire puesto que, en su respectivo ciclo, este ingresará a temperatura ambiente por la región de menor tamaño de elementos y a medida que fluya a lo largo del lecho se calentará gradualmente, aumentando su volumen específico a medida que también aumenta el tamaño de los elementos del lecho. Otro aspecto geométrico es la longitud total del sistema termodinámico; se sabe que a medida que crece la longitud del sistema, aumenta el área de transferencia de calor y con ella la cantidad total de energía transferida, pero la temperatura del fluido se acerca cada vez más a la temperatura de la superficie de transferencia de calor, por lo que la tasa de transferencia de calor es cada vez menor hasta que llegue a cero cuando se igualen estas dos temperaturas. Por otra parte, la pérdida de energía de presión aumenta también con la longitud del sistema y, a diferencia del caso anterior, la tasa de pérdida de presión no se atenúa con la longitud del sistema. Estos comportamientos llevan a pensar que debe existir una longitud óptima en la cual se transfiera la mayor cantidad de calor posible sin que la pérdida de presión sea dominante. Esta dimensión se encuentra maximizando con respecto a la longitud del sistema.

Tiempo de operación; según la ley cero de la termodinámica, es de esperarse que con el paso del tiempo el sistema tienda al equilibrio térmico. Esto lleva a pensar que la transferencia de calor será máxima al inicio del proceso, que es

cuando se tienen las mayores diferencias de temperatura. Según esto, es claro que Ri será máximo con respecto al tiempo cerca del inicio del proceso (por no decir que en el inicio mismo). Sin embargo, conociendo la variación de Ri con respecto al tiempo en las cercanías de su máximo, puede determinarse un intervalo de variación temporal en el que sea importante esta relación adimensional, de esta manera se tendrá definido un tiempo de operación adecuado para el proceso en cuestión. Esta consideración es importante en sistemas cíclicos como los regeneradores térmicos, pero puede no ser de gran importancia en sistemas de régimen estacionario.

Ejemplo de aplicación

Como ya se dijo, Ri es un parámetro en principio aplicable a intercambiadores de calor de cualquier tipo. Obviamente en unos será más determinante que en otros. La utilización de Ri en regeneradores reviste una complejidad tal que amerita otra publicación y, por tanto, será presentado más adelante. Por ahora se ha escogido un ejemplo más simple:

Se plantea optimizar únicamente la longitud de un intercambiador de tubos concéntricos con flujo en contradirección. Al tubo interior ingresa un flujo másico de benceno igual a $m_c = 0,03 \text{ kg/s}$ con una temperatura de $T_{c,0} = 360 \text{ K}$, y al externo ingresa un flujo másico de agua igual a $m_f = 0,02 \text{ kg/s}$ con una temperatura de $T_{f,L} = 290 \text{ K}$. Las propiedades promedio del benceno son: $\bar{\rho}_c = 830,3 \text{ kg/m}^3$ y $\bar{c}_{p,c} = 1.880 \text{ J/kgK}$ y las del agua:

$$\bar{\rho}_f = 994 \text{ kg/m}^3 \text{ y } \bar{c}_{p,f} = 4.206 \text{ J/kgK}$$

El coeficiente global de transferencia de calor promedio, con base en el perímetro externo del tubo interior es $U = 1.238 \text{ W/m}^2\text{K}$. Los tubos son de cobre y sus dimensiones son:

Diámetro externo del tubo interior, $d_e = 8 \text{ mm}$

Diámetro interno del tubo interior, $d^i = 6 \text{ mm}$

Diámetro externo del tubo exterior, $D_e = 18 \text{ mm}$

Diámetro interno del tubo exterior, $D_i = 16 \text{ mm}$

Diámetro interno de la entrada

y la salida de agua, $d_i, \text{ agua} = 15 \text{ mm}$

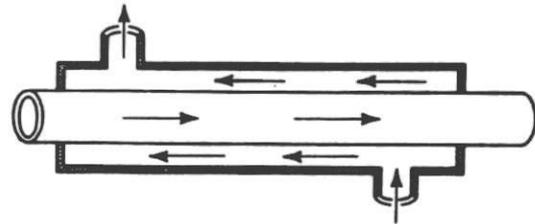


Figura 3 Intercambiador de calor de tubos concéntricos

Los subíndices c, f, 0 y L se refieren respectivamente a corriente caliente, corriente fría, entrada de corriente caliente o longitud cero y salida de corriente caliente o longitud total de intercambiador (L).

El flujo de calor a través de un intercambiador de calor de este tipo está dado por la expresión [5, 10 y 18]:

$$Q(L) = (T_{c,0} - T_{f,0}) \frac{1 - e^{-UP \left(\frac{1}{m_c c_{p,c}} - \frac{1}{m_f c_{p,f}} \right) L}}{\frac{1}{m_c c_{p,c}} - \frac{1}{m_f c_{p,f}}}$$

Siendo P el perímetro externo del tubo interior, $T_{f,0}$ la temperatura del agua cuando sale del intercambiador (a la misma distancia de la entrada del benceno) y las demás magnitudes como fueron definidas antes. Por su parte, el trabajo de presión está dado por la recta:

$$W_p(L) = 0,1128 L + 0,7198$$

Que se encuentra considerando las pérdidas por longitud en las dos corrientes y las pérdidas locales a la entrada y salida de la corriente de agua. Debido a la configuración del intercambiador, no se tienen en cuenta pérdidas locales en la corriente de benceno.

Dado que en el planteamiento del problema se pide optimizar el intercambiador de calor con base en la longitud, las expresiones anteriores están dadas en función de la variable L .

El número Ri queda entonces definido como:

$$Ri = \frac{Q(L)}{W_p(L)} = \left(\frac{T_{c,0} - T_{f,0}}{\frac{1}{m_c c_{p,c}} - \frac{1}{m_f c_{p,f}}} \right) \frac{1 - e^{-UP \left(\frac{1}{m_c c_{p,c}} - \frac{1}{m_f c_{p,f}} \right) L}}{0.1128L + 0.7198}$$

La temperatura del agua a la salida del intercambiador varía con la longitud de este y está dada por:

$$T_{f,0}(L) = T_{c,0} - (T_{c,0} - T_{f,0}) e^{-UP \left(\frac{1}{m_c c_{p,c}} - \frac{1}{m_f c_{p,f}} \right) L}$$

Para optimizar con base en la longitud del intercambiador, basta con derivar Ri con respecto a L y encontrar los puntos extremos, en este caso un máximo. Este problema es relativamente fácil de resolver analíticamente cuando U, c_{p,c} y c_{p,f} se consideran constantes. Pero la realidad es que sus valores promedio varían según la longitud L del intercambiador de calor, lo que complica

un tanto la solución analítica del problema, pero con aproximaciones numéricas puede salvarse esta dificultad. Como en este trabajo se busca solo mostrar la tendencia general y la utilidad del parámetro descubierto, nos limitaremos a mostrar la gráfica de Ri en la figura 4. Para construirla sí se tuvo en cuenta la variación de U, c_{p,c} y c_{p,f}.

Mediante simple observación, se aprecia que el máximo Ri se obtiene cerca de L = 4 m, para el problema específico. En esta longitud se obtiene una transferencia de energía térmica muy superior a la pérdida de presión, por lo que es el punto óptimo de trabajo.

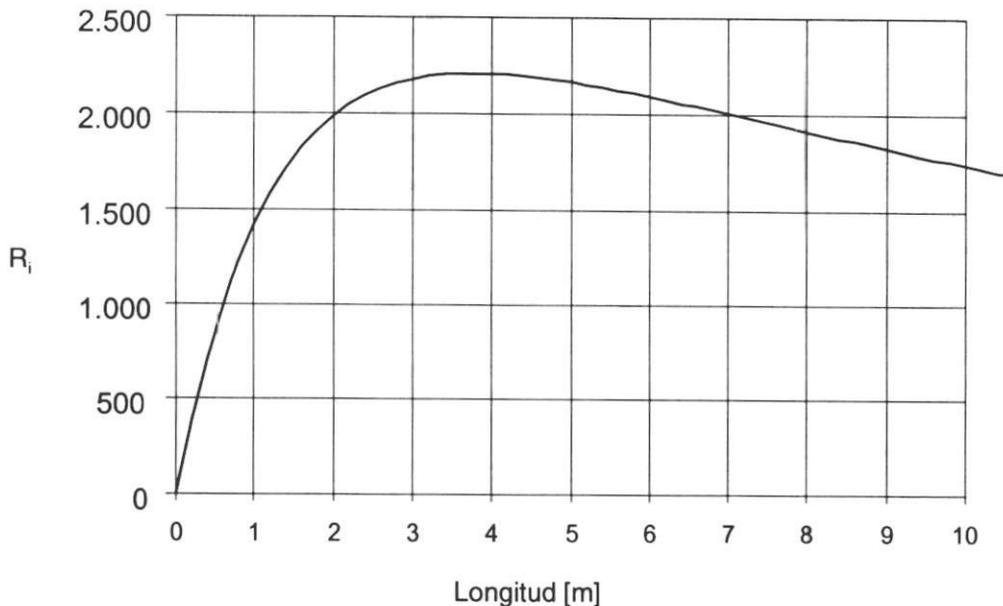


Figura 4 Número Ri para el intercambiador del ejemplo

Referencias

1. Mejía, Ricardo. *Modelamiento matemático del lecho*. (Informe académico de avance de la Investigación "Optimización Planta Piloto Eco-eficiente para un horno de cubilote"). Convenio Universidad Nacional-Universidad de Antioquia-Centro Ciencia y Tecnología de Antioquia, Medellín, 28 de febrero de 2000.
2. Mejía, Ricardo. *Número adimensional para calificar sistemas termodinámicos*. (Informe parcial trabajo de grado dirigido). Universidad Nacional (Sede Medellín), abril de 2000.
3. Mejía, Héctor Daniel. Gómez, Álvaro. Buitrago, Juan J. Oquendo, Ángel R. *Diseño de sistema de recuperación de calor y control de emisiones para horno de cubilote*. Universidad de Antioquia, Furima S.A., Fundación Propel. Medellín, 1996.
4. Mejía Arango, Héctor Daniel. Planta piloto para recuperación de calor y control de emisiones en horno de cubilote. Revista: *Moldeo y Fundición*. Asociación Mexicana de Fundidores. Diciembre, 1997.
5. Rivero Forero, Pedro. *Banco de Ensayos de Intercambiadores de Calor*. Informe de Especialización en Ingeniería Térmica. Suiza, 1980.
6. Leva, Max. Pressure Drop Through Packed Tubes, Part I. (A General Correlation). *Chemical Engineering Progress*. Vol. 43, No. 10, oct., 1947, pp. 549-554.
7. Leva, Max. Pressure Drop Through Packed Tubes, Part II. (Effect of Surface Roughness). *Chemical Engineering Progress*. Vol. 43, No. 11, nov., 1947, pp. 633-638.
8. Whitaker, Stephen. Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, Single Spheres, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles. *AIChE Journal*. Vol. 18, No. 2, march, 1972, pp. 361-371.
9. Bejan, Adrian. *Convection Heat Transfer*. 2nd ed., John Wiley & Sons, New York, 1995.
10. Karlekar, B. V., Desmond, R. M. *Transferencia de Calor*. 2^a ed., McGraw-Hill, México, 1995.
11. Gregorig, Romano. *Enciclopedia de la Tecnología Química, Técnica de Procesos en las Industrias Químicas y Derivadas*. Tomo 2, Cambiadores de Calor. Ediciones URMO, Bilbao (España), 1968, pp. 256-291.
12. Naranjo, Jorge Alberto. *Introducción a la mecánica de los medios continuos*. Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1992.
13. Wark, Kenneth Jr. *Termodinámica*. 5^a ed. (2^a en español), Ed. McGraw-Hill, México, 1996.
14. Fox, Robert W. y McDonald, Alan T. *Introducción a la mecánica de fluidos*. 2^a ed., Ed. Interamericana, México, 1984.
15. Streeter, Victor L., Wylie, E. Benjamin y Bedford, Keith W. *Mecánica de fluidos*. 9^a ed., Ed. McGraw-Hill, Colombia, 1999.
16. Mott, Robert L. *Mecánica de fluidos aplicada*. 4^a ed., Ed. Prentice Hall, México, 1996.
17. Muskat, M. *The Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media*. 1^a ed., Ed. J. W. Edwards Inc., Ann Arbor-Michigan (USA), 1946.
18. Mills. *Transferencia de calor*. Ed. McGraw-Hill.
19. Bird, Stewart y Lightfoot. *Fenómenos de transporte*. Tomos 2 y 3.
20. Mémento des Pertes de Charge.