

## Aproximación a las funciones de distribución de temperatura de un regenerador térmico de lecho empacado, 2

Ricardo Mejía Álvarez\*, Pedro Rivero Forero\*\* y Héctor Daniel Mejía Arango\*\*\*

(Recibido el 21 de febrero de 2002)

### Resumen

Se presentan las primeras aproximaciones a las funciones de distribución de temperatura que describen la historia térmica de los gases y la pared refractaria de un regenerador térmico de lecho empacado sometido a convección forzada transitoria. Junto con el anterior artículo sobre el mismo estudio [1], se completa la serie de funciones de distribución de temperatura en regeneradores térmicos. Es de anotar que, dado que esta es la segunda parte de un mismo estudio, no se profundizará en el análisis teórico. Para ello se recomienda al lector referirse al primero de estos dos artículos [1]. No obstante, se hace un recuento del planteamiento teórico ya presentado [1] y se procede al análisis de datos experimentales. Finalmente, se obtienen las siguientes funciones de temperatura:

$$T_p(x,t) = 89,64 + (39,27 \cdot e^{-2,663 \cdot x} - 83,71) \cdot e^{-(0,001+0,004 \cdot e^{-4,315 \cdot x})t}, \text{ para la pared}$$
$$T_\infty(x,t) = 122,80 + (69,72 \cdot e^{-3,605 \cdot x} - 105,52) \cdot e^{-(0,003+0,007 \cdot e^{-157,247 \cdot x})t}, \text{ para los gases}$$

----- *Palabras clave:* lecho poroso empacado, regenerador térmico, porosidad, convección forzada, estado transitorio, transferencia de calor, historia térmica, función de temperatura.

## Approximation to the temperature distribution functions for a packed bed thermal regenerator, 2

### Abstract

In this paper, first approaches to the temperature functions describing a thermal history of gases and refractory wall of a thermal regenerator under unsteady-state forced convection are presented. Joined to the previous paper issued on the same

---

\* Grupo de Investigaciones Pirometalúrgicas y de materiales, Gipimme, Universidad de Antioquia. erkidesh@epm.net.co.

\*\* Grupo de Investigación en Ingeniería y Ciencias Térmicas, DRAGÓN. Universidad Nacional. privero@perseus.unalmed.edu.co.

\*\*\* Grupo de Investigaciones Pirometalúrgicas y de Materiales, GIPIMME. Universidad de Antioquia. danme@udea.edu.co.

study [1], the series of temperature distribution functions on thermal regenerators is completed. Because of this is the second part of a study, the complete theoretical analysis will not shown in this issue. The reader must refer to the first paper [1] to know the complete theoretical analysis. Nevertheless, the theoretical layout from [1] is given again and then, an experimental data analysis is done. The following equations were obtained:

$$T_p(x,t) = 89,64 + (39,27 \cdot e^{-2,663 \cdot x} - 83,71) \cdot e^{-(0,001+0,004 \cdot e^{-4,315 \cdot x})t}, \text{ for wall}$$

$$T_\infty(x,t) = 122,80 + (69,72 \cdot e^{-3,605 \cdot x} - 105,52) \cdot e^{-(0,003+0,007 \cdot e^{-157,247 \cdot x})t}, \text{ for gases}$$

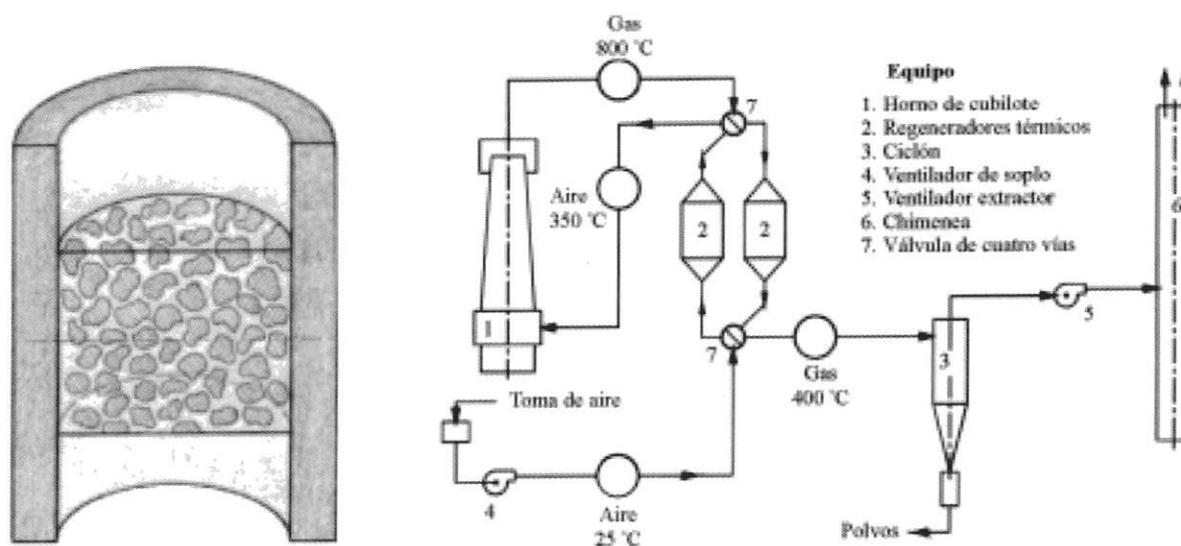
----- *Key words:* packed bed, thermal regenerator, porosity, forced convection, transient state, unsteady state, heat transfer, thermal history, temperature function.

### Antecedentes

En 1999 se inició el proyecto *Optimización planta piloto eco-eficiente para horno de cubilote*, que buscó mejorar los aspectos termo-mecánicos de un sistema de recuperación de calor, con el fin de reducir costos para ponerlo al alcance de la *pequeña y mediana industria (PYME)* del sub-sector fundición. La planta eco-eficiente se utiliza para recuperar calor desde los gases de chimenea de un horno de cubilote y devolverlo al hogar de combustión del mismo mediante dos regeneradores de lecho poroso empacado. Son necesarios dos regeneradores para que se cumpla el proceso de recuperación de calor, puesto que mientras uno de los dos hace las veces de *acumulador* absorbiendo calor de la corriente de gases, el otro cumple el papel de *fuentes* entregando calor al horno. Esto se cumple durante un período limitado de tiempo, al cabo del cual los regeneradores intercambian su papel, de modo que el acumulador se torna en fuente y viceversa. Estas características de funcionamiento son cíclicas a lo largo de todo el tiempo de operación de la planta, lo que la convierte en un sistema de intercambio de calor en estado transitorio. En la figura 1 se presenta un esquema de la planta y un

dibujo detallado de la estructura general de un regenerador de lecho poroso empacado.

El proyecto *Optimización planta piloto eco-eficiente para horno de cubilote* trajo entre sus resultados el rediseño de varios de los subsistemas implicados en la recuperación y el inicio de un estudio profundo sobre los fenómenos termodinámicos de la convección forzada transitoria en lechos empacados, ya que los desarrollos teóricos que hasta el momento se tenían no llenaban las expectativas del proyecto [3, 4, 5, 6 y 7]. Fue así como se dio inicio al proyecto *Resolución y validación experimental de modelo matemático para regeneradores térmicos de lecho poroso empacado*, que actualmente se adelanta mediante un convenio de investigación entre la Universidad Nacional y la Universidad de Antioquia en cabeza de tres grupos: *Grupo de Investigación en Ingeniería y Ciencias Térmicas DRAGÓN (Universidad Nacional)*, *Grupo de Investigaciones Pirometalúrgicas y de Materiales GIPIMME (Universidad de Antioquia)* y el *Grupo de Ciencia y Tecnología del Gas y Uso Racional de la Energía (Universidad de Antioquia)*. En este proyecto se trabaja sobre el modelamiento



**Figura 1** Izquierda: detalle interior de un regenerador térmico de lecho empacado. Derecha: Planta Eco-eficiente, 1) horno de cubilote, 2) regeneradores térmicos, 3) ciclón, 4) ventilador, 5) extractor, 6) chimenea, 7) válvulas de cuatro vías [2]

teórico, experimental y computacional de los fenómenos de convección forzada transitoria en lechos empacados. Con miras a abordar los problemas de diseño y optimización de sistemas de recuperación de calor con mejores perspectivas en cuanto al rendimiento exergético. Naturalmente, los resultados deben contribuir al desarrollo de una industria nacional económica y ambientalmente viable.

## Introducción

El modelamiento teórico de los fenómenos convectivos que se hace con este artículo, se basa principalmente en la observación experimental del desarrollo del proceso térmico de convección forzada transitoria en uno de los regeneradores térmicos de la Planta Eco-eficiente. Los resultados experimentales se utilizan para construir las funciones de distribución de temperatura en los gases que fluyen a través del lecho y en la pared que lo contiene. En el primer artículo de esta serie [1] se modeló la distribución de temperatura en los elementos empacados del lecho, con base en los puntos medidos que se ilustran en la figura 2. Los resultados del presente artículo se fundamentan en ese estudio previo, por tanto, el lector debe referirse a [1] para profundizar en el mencionado análisis. Sin embargo, en la siguiente sección se hará una breve revisión de los tópicos más importantes de la fundamentación teórica que se utiliza para el desarrollo del presente estudio.

## Descripción del modelo matemático

Todo el desarrollo teórico se basó en la similitud de comportamiento que tiene cada elemento del regenerador con un cuerpo de resistencia térmica interna despreciable [8], de allí se obtuvo que la función que modela a cada elemento tiene la forma:

$$T(x, t) = A + [f(x) - A] \cdot e^{-g(x)t} \quad (1)$$

La función (1) es válida para el calentamiento mediante un flujo de gases a condiciones estables a la entrada del regenerador. El calentamiento

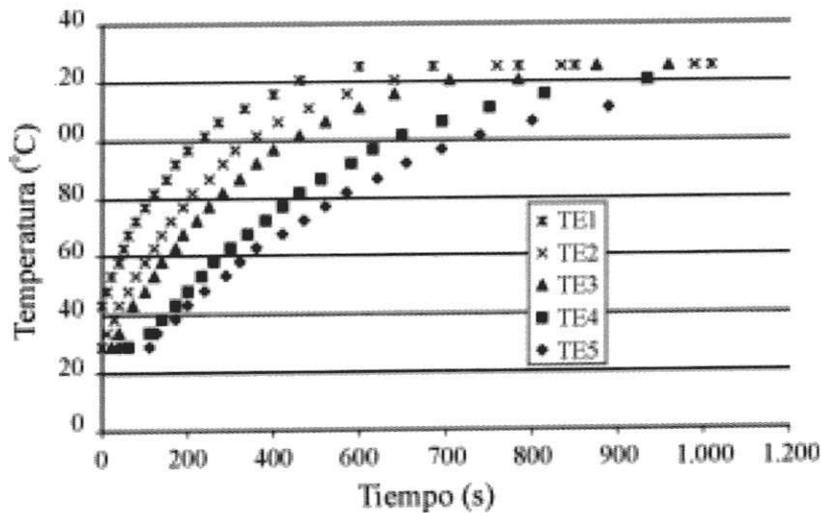
del lecho es un fenómeno transitorio y, para las condiciones de flujo impuestas en esta experimentación, alcanzó el estado estacionario después de 2.000 s (30' 20"). El significado de cada término de (1) se describe a continuación:  $x$  es la posición longitudinal dentro del lecho, cuyo valor es cero a la entrada del regenerador y  $L$  a la salida del mismo, que para el caso actual es  $L = 60$  cm.  $t$  es la variable de tiempo. El parámetro  $A$  corresponde a la temperatura promedio de los gases a la entrada del regenerador,  $T_{\infty}$ , cuyo valor será reportado más adelante. Los términos  $f(x)$  y  $g(x)$  se llamaron respectivamente función de *temperatura inicial hipotética* y función del *exponente temporal*. La primera de ellas se ajusta a una distribución hipotética de temperatura en el regenerador al iniciar el proceso de calentamiento. Esta distribución no corresponde a la real, sino que es dada por el ajuste estadístico de funciones. Es decir, si se extrapolan las funciones ajustadas a las curvas de muestreo de la figura 2 hasta intersectar el eje de las ordenadas, se encontrarán los puntos con los que se hará el ajuste de  $f(x)$ . Por otra parte, la función  $g(x)$  encierra las características de convección del sistema. Tras un análisis numérico y estadístico del comportamiento de estas dos funciones [9], se determinó que tienen la siguiente forma [2]:

$$F(x) = D + B \cdot e^{-C \cdot x} \quad (2)$$

La función (1) resulta ser una superficie para la temperatura  $T$  dependiente de las coordenadas  $x$  y  $t$ , de la que se conocen las trazas paralelas al plano  $t$ - $T$ , que son justamente las funciones de ajuste a las curvas de muestreo que se ilustran en la figura 2. Una traza de la función (1), contenida en un plano cualquiera paralelo al plano  $t$ - $T$  es de la forma:

$$T(a, t) = A + [f(a) - A] \cdot e^{-g(a)t} \quad (3)$$

Donde  $a$  es la posición  $x$  en la que está ubicado el sensor de medida, correspondiente a alguna de las curvas de muestreo de la figura 2. De allí que las funciones de ajuste para cada punto de medición sean dependientes únicamente de la variable temporal  $t$ .



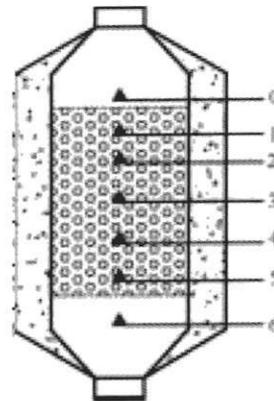
**Figura 2** Curvas de muestreo de temperatura. Cada curva corresponde a los valores entregados por un termopar a lo largo del tiempo de muestreo. TE: temperatura de elementos, el número que acompaña esta designación corresponde al lugar de ubicación dentro del lecho, de acuerdo con la figura 3 [2]

Una vez determinadas las funciones de ajuste de las curvas de muestreo, usando la ecuación (3), se tendrá una colección de valores para  $f(a)$  y  $g(a)$ , que junto con el valor  $x = a$  correspondiente a la posición del termopar en cuestión conformarán pares ordenados del tipo  $(a, f(a))$  y  $(a, g(a))$ . Con estos pares ordenados y la ecuación de ajuste (2) se determinan las funciones  $f(x)$  y  $g(x)$ . Estas se reemplazan en la ecuación (1) y de esa forma queda absolutamente determinada la función de temperatura.

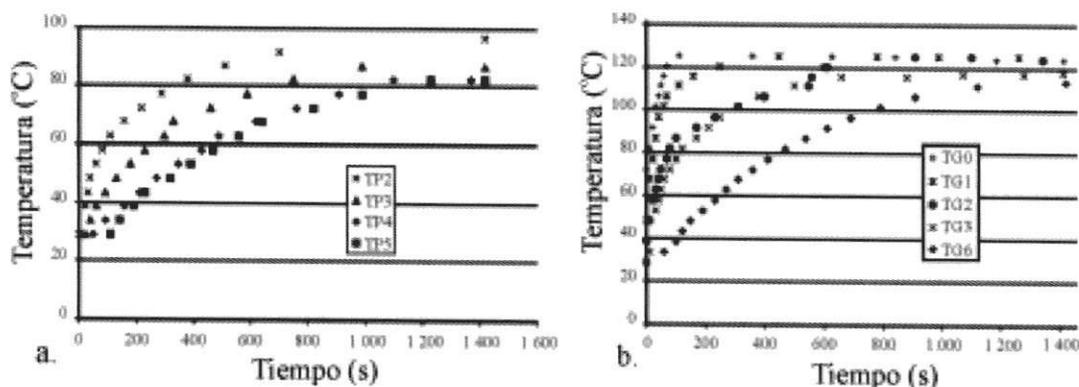
### Descripción del método experimental

Para realizar la medición de temperatura en el regenerador térmico, se ubicaron catorce termopares, de los cuales cinco se utilizaron para medir la temperatura de elementos, otros cinco para los gases y los cuatro restantes para medir la temperatura interna de la pared refractaria que encierra el lecho empacado. El sistema fue sometido a un flujo constante de gases de combustión, procurando que la temperatura a la entrada del regenerador permaneciera estable en un valor de  $126 \pm 0,5$  °C. Las señales de los termopares fueron captadas por una tarjeta de adquisición de datos y almacenadas en un computador.

Se trabajó con intervalos de muestreo de diez segundos, en donde se tomaron simultáneamente todas las medidas de temperatura. Con estos datos se construyeron las gráficas de temperatura vs tiempo que se presentan en la figura 2 y en la figura 4. Se utiliza en tales figuras un código para denominar la ubicación y el tipo de dato que toma cada sensor. Los termopares de elementos se han denominado con la letra E, los de pared con la letra P y los de gases con la letra G. El número que se encuentra inmediatamente después de la letra corresponde a la sección de medida en el sistema, como lo ilustra la figura 3.



**Figura 3** Posiciones en las que se ubicaron termopares dentro del regenerador [1]



**Figura 4** Curvas de muestreo de temperatura. Cada curva corresponde a los valores entregados por un termopar a lo largo del tiempo de muestreo. *TP*: temperatura de pared, *TG*: temperatura de gases, el número que acompaña esta designación corresponde al lugar de ubicación dentro del lecho, de acuerdo con la figura 3. a) Pared, b) gases [2]

Cada curva de muestreo corresponde al proceso de calentamiento que sigue uno de los puntos de medición, verbigracia elemento, punto de pared o sensor de temperatura de gas.

### Hipótesis de comportamiento, cálculos y análisis de resultados

Si se compara la figura 2 con la figura 4, se observa gran similitud en la morfología de la sucesión de datos experimentales, además se sabe que los elementos, gases y pared son sistemas acoplados térmicamente. De allí se lanza como hipótesis que la función (1) sirve también para modelar el comportamiento de los gases y la pared. A continuación se hace el ejercicio de ajustar los datos de pared y gases a la función (1) a modo de comprobación experimental de la hipótesis.

Siguiendo el proceso descrito anteriormente para la construcción de las funciones de distribución de temperatura, se realiza primero un ajuste de la ecuación (3) a los datos experimentales. Al ajustar a los datos de la figura 4a, se obtienen las siguientes correlaciones para los respectivos puntos de pared:

$$TP1(t) = 93,07 - 56,10 \cdot e^{-0,004t} \quad (4)$$

$$TP2(t) = 87,39 - 60,15 \cdot e^{-0,003t} \quad (5)$$

$$TP3(t) = 90,00 - 67,84 \cdot e^{-0,002t} \quad (6)$$

$$TP4(t) = 88,11 - 70,85 \cdot e^{-0,002t} \quad (7)$$

de las que se extraen los datos necesarios para determinar la ecuación general para la temperatura de pared, que se listan en la tabla 1.

**Tabla 1** Parámetros de ajuste de las correlaciones para los puntos de pared

Punto	$x = a$ (m)	$A$ (°C)	$f(a) - A$ (°C)	$g(a)$	$f(a)$ (°C)
1	0,090	93,07	-56,10	0,004	36,97
2	0,220	87,39	-60,15	0,003	27,24
3	0,350	90,00	-67,84	0,002	22,16
4	0,455	88,11	-70,85	0,002	17,26

Con los datos de la tabla 1 se determinó  $A$  promedio:

$$A_{\text{promedio}} = 89,64 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Se determinaron las correlaciones para  $g(x)$  y la temperatura inicial hipotética en la pared:

$$g(x) = 0,001 + 0,004 \cdot e^{-4,315 \cdot x} \quad (8)$$

$$f(x) = 5,93 + 39,27 \cdot e^{-2,663 \cdot x} \quad (9)$$

Al tomar  $A_{\text{promedio}}$  (8) y (9) e introducirlos en la ecuación (1), se llega a la ecuación de distribución de temperatura en la pared:

$$T_p(x, t) = 89,64 + (39,27 \cdot e^{-2,663 \cdot x} - 83,71) \cdot e^{-(0,001 + 0,004 \cdot e^{-4,315 \cdot x})t} \quad (10)$$

Se sabe que la temperatura de entrada fue constante desde el principio de la experimentación, por ello  $TGO$  presenta una curva de gran pendiente al inicio del ciclo (ver figura 4b. Esta curva corresponde al tiempo de respuesta del termopar respectivo, lo que obliga a descartar los datos de temperatura de gases tomados durante los primeros 110 s para eliminar este error de la correlación. Para los puntos de medición de temperatura de gases se obtuvieron las siguientes correlaciones:

$$TGO(t) = 126,50 \quad (11)$$

$$TGI(t) = 123,17 - 45,17 \cdot e^{-0,010t} \quad (12)$$

$$TG2(t) = 126,92 - 59,08 \cdot e^{-0,003t} \quad (13)$$

$$TG3(t) = 118,30 - 61,56 \cdot e^{-0,004t} \quad (14)$$

$$TG6(t) = 119,13 - 98,66 \cdot e^{-0,002t} \quad (15)$$

En la tabla 2 están los parámetros de ajuste de las correlaciones anteriores, que se usarán para encontrar la función de temperatura de los gases.

Con los datos de la tabla 2 se determinó  $A$  promedio:

$$A_{\text{promedio}} = 122,80 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Se determinaron las correlaciones para  $g(x)$  y la temperatura inicial hipotética de gases:

$$g(x) = 0,003 + 0,007 \cdot e^{-157,247 \cdot x} \quad (16)$$

$$f(x) = 17,29 + 69,72 \cdot e^{-3,605 \cdot x} \quad (17)$$

Al introducir  $A_{\text{promedio}}$  (16) y (17) en (1), se llega a la ecuación de distribución de temperatura de gases:

$$T_{\infty}(x, t) = 122,80 + (69,72 \cdot e^{-3,605 \cdot x} - 105,52) \cdot e^{-(0,003 + 0,007 \cdot e^{-157,247 \cdot x})t} \quad (18)$$

Observando los resultados obtenidos, puede decirse que el comportamiento de los gases y la pared refractaria se ajusta bastante bien al modelo exponencial propuesto. O sea que la hipótesis planteada al inicio de esta sección se puede considerar válida.

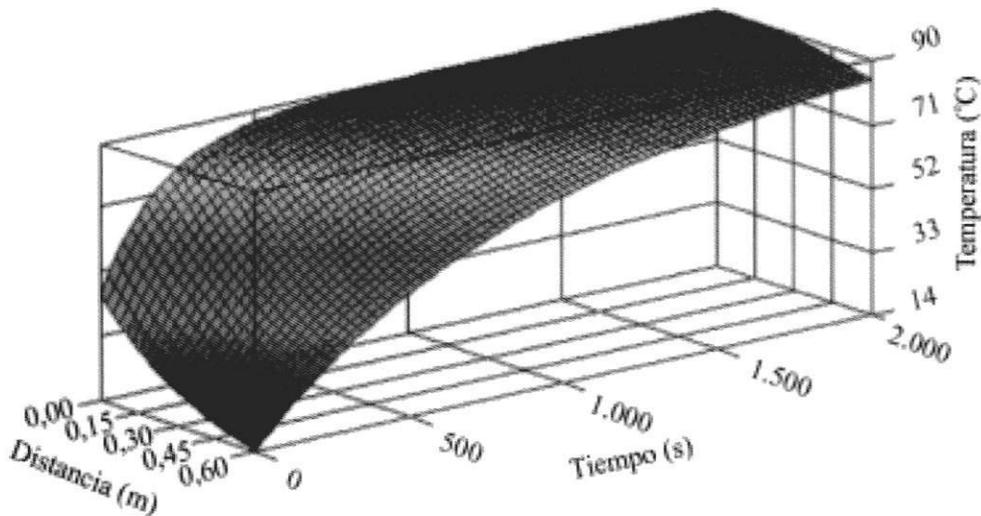
Si bien se conoce ahora la forma general de la distribución de temperatura en un regenerador térmico (figura 5), todavía queda por resolver el significado de algunas constantes de ajuste en las ecuaciones (10) y (18), para de esa manera simular nuevos comportamientos al cambiar las características del lecho empacado y someterlo a otras condiciones de flujo, o bien para optimizar cualquier diseño de regenerador con base en los fenómenos convectivos que se presentarán en la convección forzada. Los trabajos que se adelantan en la actualidad buscan llenar los vacíos que aún quedan en esta teoría.

**Tabla 2** Parámetros de ajuste de las correlaciones para los puntos de gases

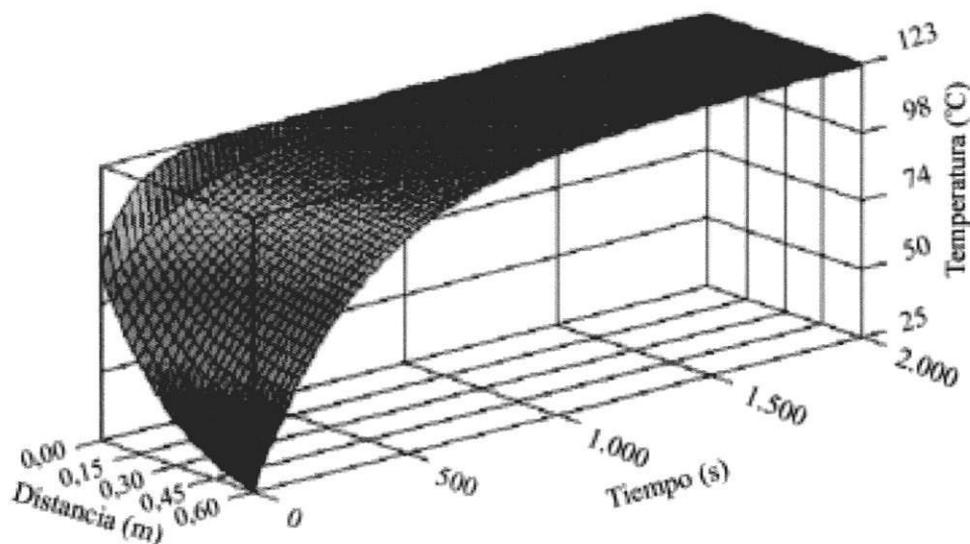
<i>Punto</i>	<i>x = a (m)</i>	<i>A (°C)</i>	<i>f(a) - A (°C)</i>	<i>g(a)</i>	<i>f(a) (°C)</i>
0	-0,115	126,0	0,00	-	12,50
1	0,000	123,17	-45,17	0,010	53,48
2	0,090	126,92	-59,08	0,003	56,63
3	0,220	118,30	-61,56	0,004	39,43
6	0,685	119,13	-98,66	0,002	20,23

### Conclusiones

- Tanto los gases que fluyen a través de un lecho empacado, como la pared que lo rodea, tienen funciones de distribución de temperatura transitoria similares a la de los elementos que componen el lecho (figura 6). Esto es debido a que son sistemas acoplados térmicamente.
- La temperatura de un regenerador sometido a convección forzada transitoria, se distribuye como una función exponencial de las coordenadas espaciales y temporal. Como una primera aproximación, en este trabajo se determinó la distribución de temperatura como función de las coordenadas axial  $x$  y temporal  $t$ .
- La existencia de esta función de temperatura marca un cambio en las concepciones generales de diseño de los regeneradores térmicos, pues se evidencia que el clásico modelo de correlaciones empíricas [3], de estado estacionario es realmente un caso particular de la historia térmica de un lecho empacado, cuan-



**Figura 5** Gráfica de la función para dar la temperatura de pared como una función dependiente del tiempo y la posición [2]



**Figura 6** Gráfica de la función para dar la temperatura de gases como una función dependiente del tiempo y la posición [2]

do el tiempo tiende a infinito o se hace infinitesimalmente pequeño. La teoría que aquí se propone facilitará el diseño y optimización de regeneradores térmicos de estado transitorio con base en resultados más acordes con la realidad fenomenológica.

- Los resultados del presente artículo son apenas una aproximación al modelamiento general de la termodinámica de los regeneradores de lecho empacado, pues las mediciones se hicieron para un solo caudal de gases de combustión, que aunque es suficiente para evidenciar la naturaleza de estos sistemas, se hace necesario ampliar más el panorama experimental. Para ello, actualmente el grupo DRAGON (Universidad Nacional), el grupo GIPIMME y el Grupo Ciencia y Tecnología del Gas y Uso Racional de la Energía (Universidad de Antioquia), adelantan investigaciones con el objetivo de reforzar y ampliar los resultados obtenidos.

### Referencias

1. Mejía, Ricardo; Pedro Rivero y Héctor Daniel Mejía. "Aproximación a la función de distribución de tempera-

tura de un regenerador térmico de lecho empacado". En: *Revista Facultad de Ingeniería*. No. 23. Universidad de Antioquia. Medellín Sep. de 2001. pp. 91-102.

2. Mejía, Ricardo. *Planteamiento de un modelo teórico de cálculo para regeneradores térmicos*. Trabajo dirigido de grado. Universidad Nacional. Medellín 2000. pp. 147-148.
3. Bejan, Adrian. *Convection heat transfer*. 2ª. ed. New York. John Wiley & Sons. 1995. pp. 515-568.
4. Nield, Donald A. y Adrian Bejan. *Convection in porous media*. 2ª. ed. New York. Springer-Verlag. 1999.
5. Kimura, S. "Transient heat transfer from a circular cylinder with constant heat flux in a saturated porous layer, application to underground water velocimetry". En: *International Symposium of Geothermal Energy*. Kumamoto y Beppu. Japón. Nov. 10-14. 1998
6. Kimura, S. "Transient forced convection heat transfer from a circular cylinder in a saturated porous medium". En: *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*. No. 32. 1989. pp. 192-195.
7. Nakayama, A. y Ebinuma, C. D. "Transient non-Darcy forced convective heat transfer from a flat plate embedded in a fluid-saturated porous medium". En: *Int. Journal of Heat Fluid Flow*. No. 11. 1990. pp. 249-263.
8. Karlekar, B. V. y Desmond, R. M. *Transferencia de Calor*. 2ª. ed. McGraw-Hill. México. 1995. 794 pp.

9. Burden, Richard L. y Faires, J. Douglas. *Análisis Numérico*. Grupo Editorial Iberoamérica. México, 1994. pp. 393-444.
10. Canavos, George C. *Probabilidad y Estadística (Aplicaciones y Métodos)*. McGraw Hill. México. 1988. pp. 532-547.
11. Whitaker, Stephen. "Forced Convection Heat Transfer Correlations for Flow in Pipes, Past Flat Plates, Single Cylinders, Single Spheres, and for Flow in Packed Beds and Tube Bundles". En: *AIChE Journal*. Vol. 18. No. 2. Marzo, 1972. pp. 361-371.