

EL MODELO MATEMÁTICO COMO NOCIÓN, CONCEPTO Y CATEGORÍA.
REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA AL CAMPO DE LA MODELACIÓN EN
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Presentado por:

Yadira Marcela Mesa

Asesores:

Jhony Alexander Villa Ochoa

Carlos Mario Jaramillo López

Luis Carlos Arboleda Aparicio

Trabajo de grado para optar al título de Magíster en Educación: Línea de Educación
Matemática

FACULTAD DE EDUCACIÓN
UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
MEDELLÍN

2013

El modelo matemático como noción, concepto y categoría. Reflexiones desde la filosofía al campo de la Modelación en Educación Matemática.

Yadira Marcela Mesa

Universidad de Antioquia

Yadira Mesa, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia. Este trabajo se presenta como trabajo de grado para el título de Magíster en Educación, línea Educación Matemática y se desarrolló dentro del Grupo de Investigación en Educación Matemática e Historia, Instituto de Matemáticas.

Contenido

3.5	<i>Constitución de conceptos a partir de una práctica. El caso de la variación cuadrática en fenómenos de caída libre.....</i>	101
3.6	El modelo matemático como Categoría.....	104
3.7	Actividades de modelación bajo esta comprensión.....	107
3.8	Categoría positiva del modelo matemático.....	108
4.	CONSIDERACIONES FINALES.....	110
4.1	Reconocimiento de la historicidad de los modelos.....	111
4.2	Resignificación de la modelación.....	112
5.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	116

RESUMEN

Este trabajo de maestría aborda algunas reflexiones producidas a partir de un análisis filosófico sobre el modelo matemático, sus formas de constitución en las prácticas científicas. Tales reflexiones permitieron identificar los vínculos que se presentan entre dicho objeto matemático y la modelación en Educación Matemática.

El análisis filosófico se basó en la comprensión sobre el modelo matemático, producida por Alain Badiou (1972/2007) en el texto: *“El concepto de Modelo. Bases para una epistemología materialista de las matemáticas”*. En este texto el autor aborda el modelo desde dos instancias epistemológicas, una referida al campo de las representaciones y, por tanto, de una región ideológica (noción) de este objeto. La otra instancia está referida a la producción científica en la que emerge el concepto de modelo. Adicionalmente, este filósofo, plantea dos categorías filosóficas, el positivismo lógico y el materialismo dialéctico, sobre el modelo en las que puede identificarse las relaciones entre la noción y el concepto de modelo.

Si bien el trabajo de Badiou es de naturaleza filosófica, también es cierto que la filosofía posibilita unas posturas y análisis sobre la naturaleza de los objetos matemáticos, los cuales plantea implicaciones al desarrollo de la Educación Matemática como disciplina científica. En este sentido, este trabajo indagó por las comprensiones de diversos autores e investigadores frente al modelo matemático y a la modelación matemática en este campo disciplinar y científico, con el fin de ponerlo en diálogo con la construcción filosófica ya mencionada. Por lo anterior, esta actividad dialógica posibilitó algunas reflexiones teóricas sobre la modelación en la Educación Matemática, las cuales son desarrolladas a lo largo de los tres capítulos de este documento.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

En el primer capítulo se presenta una revisión de la literatura, apoyada en otros investigadores, sobre el estado de la Modelación Matemática escolar en el que se evidencia una dialéctica entre la comprensión de modelación y modelo matemático.

En el segundo capítulo, se plantean la producción de Badiou (1972/2007) sobre el modelo matemático y se hace un desarrollo sobre una filosofía del modelo matemático en actividades científicas en las cuales es posible identificar los paradigmas o categorías para analizar las prácticas científicas.

Finalmente, el capítulo 3 sintetiza los elementos más relevantes de la modelación matemática escolar y establece un análisis conjunto con la producción filosófica analizada en el capítulo 2. Adicionalmente, se plantean algunas actividades concretas que ya se han publicado sobre modelación para ser analizado a la luz de las reflexiones planteadas desde la filosofía sobre el modelo matemático.

De esta manera, este informe se convierte en un conjunto de tres artículos los cuales atienden al interrogante *¿Cómo una comprensión sobre el Modelo matemático, como noción, concepto y categoría, puede proporcionar algunas reflexiones teóricas en relación con la Modelación en Educación Matemática?* Al respecto se pudo concluir, entre otras cosas, que la comprensión histórica y filosófica sobre la naturaleza del modelo matemático, plantea puntos de reflexión muy importantes para maestros e investigadores en esta materia, ya que en la dialéctica modelo y modelación matemática hay discursos que operan y permean las prácticas modeladoras, sobre los cuales su concientización o reconocimiento transforma la práctica de quienes plantean estas actividades y de quienes modelan, por ende, para el maestro es relevante en la medida en que develar estos usos de los modelos, conlleva a una (re)significación sobre las

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

matemáticas y en consecuencia, aporta a su autonomía intelectual posibilitando otras instancias de actuación intencionada en las actividades planteadas.

PALABRAS CLAVE

Modelación Matemática, Modelo Matemático, Filosofía y Educación Matemática, Historia y Filosofía de las ciencias.

INTRODUCCIÓN

La Educación Matemática como disciplina científica ha mostrado cómo su objeto de estudio¹ puede ser abordado desde multiplicidad de perspectivas, enfoques, paradigmas, intereses, relaciones, entre otros elementos que constituyen la práctica pedagógica. Por esta razón, puede considerarse que la investigación en este campo disciplinar y pedagógico (Runge, s.f) no está referido exclusivamente a la práctica escolar de intervención del profesor en las aulas escolares.

En este trabajo no se encontrará una propuesta de intervención didáctica, ya que mi interés es indagar por los vínculos que pueden establecerse desde una mirada filosófica sobre un objeto matemático, el *modelo matemático*, y sobre el uso mismo que de él hacen los educadores matemáticos. Por lo tanto, puede considerarse un trabajo de tipo teórico, en el cual se apuesta a escribirlo en primera persona dado que en las investigaciones en Ciencias Sociales y Humanas la producción no está ajena al sujeto investigador que la realiza. Asimismo, las normas *American Psychological Association* (APA, 2011) recomiendan redactar en primera persona cuando los autores son quienes realizan la acción, en este trabajo fueron acciones que tienen que ver con el ejercicio de las investigaciones documentales o teóricas, como la de indagar, inferir, plantear, analizar, concluir, defender, entre otras. Por ello, no se desconoce el carácter de

¹ Proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

² La Pedagogía como una de estas ciencias y dentro de la cual la Educación Matemática está inmersa.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

objetividad que debe considerarse. Con respecto al criterio de objetividad en las investigaciones realizadas en el campo de la Educación Matemática Kilpatrick (1996, p. 4)³ dice:

(...) yo afirmo que nosotros necesitamos interpretar la objetividad, cualquiera que sea nuestra visión del conocimiento, como un esfuerzo por clarificar nuestros propios '*preconceito*'⁴ y su posible efecto en nuestro trabajo y el esfuerzo de refutar nuestras propias conclusiones como medio para examinar nuestra visión subjetiva de las mismas.

Ahora, por considerarse un trabajo de tipo teórico y reflexivo, mis asesores y yo hemos planteado una forma distinta de redactar este informe en tres principales capítulos, con el fin de que el vínculo entre la filosofía y epistemología de las matemáticas con la modelación matemática pueda ser comprendido a partir de las reflexiones planteadas en este trabajo de investigación.

³ Traducción del portugués realizada por la autora.

⁴ En portugués significa: preconceito (pre- + conceito) s. m.

1. Idea o concepto formado anticipadamente y sin fundamento serio o imparcial.
2. Opinión desfavorable que no es basada en datos objetivos.

También podría traducirse como preconceptos en el uso del lenguaje en español.

JUSTIFICACIÓN

Históricamente la Educación Matemática se ha estado constituyendo como disciplina científica (Godino 2010) evidenciándose una multiplicidad de problematizaciones desde diferentes ópticas sobre la naturaleza de los problemas, los cuales son inherentes a cualquier proceso educativo en relación con las matemáticas. Dicha constitución científica, propone una comprensión más amplia de los procesos de enseñanza y aprendizaje dentro del aula escolar, permitiendo vincularlos a otros aspectos que están dentro del contexto y los que constituyen la naturaleza de los saberes matemáticos. Por esto, reflexiones que tengan que ver con la formación de maestros, el currículo, la historia, la filosofía y la epistemología de la Educación Matemática y de las matemáticas, son pertinentes por su aporte a la constitución y fortalecimiento de esta disciplina científica y dentro de la cual se han constituido como líneas de investigación activas en este campo.

De manera particular, la modelación matemática viene constituyéndose en las tres últimas décadas como un dominio de investigación al interior de la Educación Matemática (Blum, et al, 2007).

Al interior de este dominio, investigadores como Kaiser y Sriraman (2006) han señalado que no existe una comprensión homogénea sobre lo que significa modelación matemática y sus implicaciones en el aula de clase, así mismo estos investigadores han agrupado los resultados de investigaciones bajo diversas perspectivas (Kaiser & Sriraman, 2006; (Kaiser, Sriraman & Blomhoj; 2006a, 2006b. Kaiser, Sriraman, Blomhoj & García, 2007) como una manera de diferenciar los alcances, propósitos y limitaciones que desde la investigación se tienen frente a la

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

modelación matemática y a los conceptos o procesos que en ella se involucran, a saber: modelación, modelo, realidad, práctica, proceso, estrategia, herramienta, entre otros.

Frente a esta diversidad de comprensiones sobre la modelación matemática en Educación y, por tanto, frente a los conceptos que en ella se implican; considero relevante indagar por esas comprensiones y analizarlas a la luz de referentes conceptuales alternativos y más amplios frente a la actividad científica, de tal manera que emerjan *insights* que posibilite otras miradas frente a dichas conceptualizaciones en dialogía con los procesos de enseñanza y aprendizaje a través de la modelación.

Desde la literatura en este campo, mis asesores y yo hemos identificado estudios que han adoptado posturas filosóficas para cuestionar nociones al interior de la modelación matemática, en particular rescato las discusiones sobre la noción de realidad que han desarrollado investigadores como Araujo (2007, 2009), Gerosky (2010), Villa-Ochoa, Rojas y Cuartas (2010) entre otros, quienes me han planteado vínculos entre la actividad de modelación y la relación con la noción de modelo con el mundo “extra-matemático”. Emergiendo de esta manera nuevas discusiones académicas frente a los significados del término “realidad” (Araujo, 2002; 2007; Villa-Ochoa, Bustamante, y Berrio, 2010; Villa-Ochoa, Rojas, y Cuartas, 2010; entre otros).

En ese sentido, para Araujo (2009) la discusión sobre la matemática y la realidad es importante porque, de manera general, la modelación puede ser entendida como una manera de resolver problemas de la realidad usando matemática; sin embargo, la autora se apoya en sus trabajos previos (Araujo, 2002, 2007) para señalar que en las diferentes aproximaciones al estudio de las relaciones entre realidad y modelación dos concepciones son hegemónicas, a saber: la platónica y la formalista.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Al respecto la investigadora afirma que la realidad inspirada en el platonismo involucra una concepción de modelación como una manera de describir una realidad pre-existente a través de las matemáticas; por su parte, una relación inspirada en el formalismo implica ver la modelación como el uso de una teoría matemática formal existente para la construcción de alguna nueva teoría para actuar en un problema de la realidad. Lo anterior me introduce en la explicitación de la dialéctica Modelo y Modelación, de acuerdo con una finalidad apoyada en las concepciones hegemónicas a las que se refería Araujo (2002, 2007) y que se signa en el modelo, dado que la actividad de producción de modelos (Modelación) está orientada por una finalidad que le permite su constitución, que está regida por principios y paradigmas (Modelo), que a su vez orienta y posibilita las condiciones para que se dé dicha práctica productora (Modelación).

En relación con modelación -una de las instancias de la *dialéctica modelo y modelación*- ya se han planteado elementos y relevantes para su comprensión y constitución como dominio de investigación. Sin embargo una discusión teórica sobre la naturaleza del modelo -en tanto objeto matemático- referida a esa dialéctica aún está incipiente o por lo menos, corresponde a otra instancia del discurso que tiene que ver con la filosofía, la epistemología o la historia.

En el sentido de un estudio sobre la naturaleza del modelo desde las últimas disciplinas mencionadas, Badiou (1972/2007) ofrece una comprensión filosófica y epistemológica sobre el modelo, particularmente, el modelo matemático y, a través de dicha comprensión, propone una instancia categórica del discurso sobre modelo con base en los presupuestos del Materialismo Dialéctico e Histórico⁵; lo cual posibilitó una comprensión diferente sobre la modelación como

⁵ Es importante aclarar que esta postura filosófica fue abordada en este trabajo limitándose únicamente a lo que Alain Badiou recurría para exponer su planteamiento con respecto del término modelo. Por lo tanto este trabajo no puede considerarse de orden materialista.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

proceso, al reconocer una producción distinta del concepto de modelo en este marco epistemológico.

Tal comprensión fue el objeto de esta investigación de tal manera que permitiera ponerlo en diálogo con algunos de los desarrollos teóricos sobre modelación en Educación Matemática.

En ese orden de ideas, en esta investigación me propuse analizar y reflexionar sobre los significados que Badiou (1972/2007) le atribuye al *modelo matemático* como: noción, concepto y categoría desde un discurso filosófico, dado que dichos significados -desde mis interpretaciones de los trabajos de este filósofo- le atribuye comprensiones alternativas a los modelos matemáticos, de los cuales pueden derivarse otras comprensiones sobre el proceso de modelación mismo al interior de la Educación Matemática ya que, al ser el modelo un elemento clave del proceso de modelación matemática, cualquier comprensión sobre dicho elemento ofrece matices en la manera de concebir tal proceso. Por esta razón a lo largo de este estudio, me propuse generar reflexiones que atendiera a los siguientes cuestionamientos: ¿cómo está comprendido el modelo matemático dentro de las actividades de modelación matemática escolar? ¿Qué discursos teóricos y pragmáticos, permean las actividades de modelación matemática en el aula escolar? ¿De dónde la Educación Matemática adopta el término modelo matemático y lo traslada al campo de la práctica pedagógica? ¿Qué sentido tiene para educadores e investigadores reconocer la naturaleza histórica y filosófica del modelo matemático, a partir de lo que está producido en este campo investigativo? Estos interrogantes constituyeron el problema de investigación que plantea la siguiente pregunta a resolverse: *¿Cómo una comprensión sobre el Modelo matemático, como noción, concepto y categoría, puede proporcionar algunas*

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

reflexiones teóricas en relación con la Modelación en Educación Matemática? Tales cuestionamientos serán atendidos en cada uno de los tres capítulos de este documento.

Capítulo 1: Modelo y Modelación en Educación Matemática: Una reflexión desde su dialéctica

Introducción

En este capítulo presento un panorama sobre la modelación en Educación Matemática a partir de la clasificación de Kaiser & Sriraman (2006) y la posterior reorganización propuesta por Kaiser, Sriraman, Blomhoj & García (2007). Desde dicho panorama analizo aspectos asociados a los procesos de modelación, así como la identificación de las comprensiones sobre modelo matemático que subyacen a las distintas maneras de concebir la modelación matemática en las aulas escolares.

Para abordar este capítulo, inicialmente haré un recorrido por las distintas perspectivas en modelación matemática escolar, en las cuales pude identificar algunas tensiones internas que se generan en este dominio de investigación y que, además, se muestran en *resonancia* con una filosofía y racionalidad sobre las matemáticas. En ese sentido, el estudio que reporto en este documento se constituye en una propuesta alternativa para observar la modelación matemática al interior de la Educación Matemática.

A renglón seguido, expondré algunos planteamientos sobre el vínculo de las reflexiones históricas, filosóficas y epistemológicas con la Educación Matemática, de tal manera que al evidenciarse dicho vínculo quede abierta la oportunidad para que el lector pueda adentrarse en el estudio epistemológico y filosófico sobre el modelo matemático en dialéctica con la modelación en el campo Conceptual Pedagógico de la Educación Matemática (Arboleda y Castrillón; 2012).

Modelación matemática en Educación Matemática

En las investigaciones y producciones indagadas, entre ellas y de manera particular (Kaiser & Sriraman, 2006. Kaiser et al., 2007; Trigueros, 2009) quienes a partir de un estudio de las publicaciones más relevantes en esta materia, han planteado un estado de la cuestión, en el que fue posible identificar la modelación matemática en una acepción más amplia y que tiene que ver con procesos en el aprendizaje, competencias, metodologías de enseñanza, estrategias didácticas, formas de ver la Educación Matemática, entre otros elementos relevantes a la hora de analizar la producción académica en este campo.

Comprensiones o acepciones sobre Modelación en Educación Matemática se han divulgado en uno de los principales referentes internacionales, la *International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA), organización adscrita al ICMI, que se reúne con una periodicidad bianual desde el año 1983, y que se ha venido consolidando a partir de la socialización en eventos y textos sobre diversas preocupaciones por parte investigadores de una gran diversidad de países, en relación con las aplicaciones y la modelación matemática en la Educación Matemática.

Como ya he mencionado en la introducción, Kaiser y Sriraman (2006); Kaiser *et al.* (2007) y Kaiser & Swartz (2010), en análisis de publicaciones realizadas en algunos de los principales eventos académicos y particular de la revista científica *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM) han reportado una variedad de enfoques o perspectivas al abordar la Modelación Matemática. En esta diversidad de miradas se plantean objetivos, intencionalidades, recursos, presupuestos epistemológicos de investigadores y maestros, así como las maneras de concebir la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en relación con sus finalidades.

El Análisis de contenido como camino metodológico

Con el fin de analizar las ideas subyacentes a estas diversas comprensiones, el análisis de contenido fue el camino metodológico para realizar el estudio de los textos rastreados. Con respecto a esta estrategia metodológica, Berelson citado por Andreu (2011, p. 3) afirma que “*el análisis de contenido es una técnica de investigación para formular inferencias identificando de manera sistemática y objetiva ciertas características específicas dentro de un texto*”. Por tanto y de acuerdo con estos autores, pertenecen al campo del análisis de contenido todo el conjunto de técnicas tendientes a explicar y sistematizar el contenido de los mensajes comunicativos de textos, sonidos e imágenes y la expresión de ese contenido con ayuda de indicios cuantificables o no. Todo ello con el objetivo de efectuar deducciones lógicas justificadas concernientes a las fuentes - el emisor y su contexto - o eventualmente a sus efectos.

Para lograr una comprensión amplia de los textos, realicé un fichaje⁶ de las definiciones, ideas, propuestas, características, nociones y tipos de actividades que se abordaron, para comprender, de modo profundo, las propuestas sobre Modelación matemática escolar que se circunscriben a la literatura anteriormente mencionada.

Para lograr realizar el análisis retomé los artículos de la Revista *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* (ZDM) volumen 38, números 2 y 3, en los cuales se escribieron artículos sobre diversas maneras de concebir la Modelación en el campo de la Educación Matemática. Estos artículos fueron objeto del análisis para la producción de Kaiser y los otros autores, y en este trabajo los consideré relevantes para la identificación de algunas concepciones asociadas a la modelación, entre ellos: el papel de los modelos en contraste con la realidad, como la traducción

⁶ En el anexo 1 se encuentra la ficha realizada para este análisis.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

en un lenguaje distinto, y el papel de la representación en los procesos mismos y en el producto esperado.

En un segundo momento⁷, analizaron los hallazgos de estos dos números de la ZDM, con otras referencias bibliográficas las cuales fueron recomendadas por expertos de la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática -RECOMEM en discusión con mis asesores de esta investigación. Por ello, este capítulo presenta la revisión de la literatura con una intencionalidad clara de presentar un panorama sobre las comprensiones sobre modelación desde las distintas perspectivas y dando sostén al planteamiento que dio lugar a este trabajo investigativo.

Perspectivas en Modelación matemática en Educación Matemática

En las tablas No. 1 y No. 2 presento una adaptación y traducción de las ideas planteadas por Kaiser & Sriraman (2006) en relación con las perspectivas planteadas así como los objetivos reconocidos al interior de las mismas, en la tercera columna se relaciona con otras perspectivas más amplias dentro del campo de la educación y la filosofía de las ciencias, y en una cuarta columna se establecen los antecedentes o raíces de las perspectiva planteada, lo cual permite una visión mucho más general de las actividades propuestas al interior de las perspectivas .

Conforme mencioné en el apartado anterior, en estos artículos indagué por una comprensión, al interior de estas perspectivas sobre *modelo matemático* y una aproximación de

⁷ Este segundo momento, se verá su análisis más detallado en el capítulo 3 con base en el objetivo de esa capítulo, para este capítulo es solo interés una reconstrucción del panorama actual de la modelación en Educación Matemática

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

mi parte, con respecto a los sentidos implícitos sobre este objeto que pude recuperar del análisis de los textos se encuentra plasmada en la misma tabla. Cabe destacar que el reconocimiento de las concepciones en los autores no fue automático, en tanto no se referían de manera explícita en los textos estudiados a la expresión: “*modelo es... “se comprende por modelo matemático...”*etc . Fue entonces, a partir de los intereses tenidos por los autores e investigadores en relación con las actividades y los productos esperados de una tarea de modelación que pude aproximarme a conjeturar sobre las ideas de los autores sobre el modelo matemático, en tanto representación, desde el conocimiento matemático y las estructuras más usadas en este campo.

Nombre de la perspectiva	Objetivo central	Relaciones con las anteriores perspectivas	Antecedentes
Modelación realística o aplicada	Está orientada a objetivos de carácter pragmático y utilitario, enfocada a la solución de problemas y comprensión del mundo real. Promueve el desarrollo de competencias modeladoras.	Perspectiva Pragmática de Pollak	Pragmatismo Anglosajón y matemáticas aplicadas
Modelación contextual	Objetivos psicológicos y relacionados al tema de estudio, por ejemplo problemas de resolución de palabras.	Enfoques de Procesamiento de la información que conducen a enfoques de sistemas	Debate norteamericano de Resolución de Problemas como una práctica escolar cotidiana y experiencias psicológicas
Modelación Educativa diferenciada en:	Objetivos pedagógicos y relacionados con el tema:	Perspectivas integradoras (Blum, teorías Niss) y otros	Teorías didácticas y del

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

<ul style="list-style-type: none"> a. Modelación didáctica y b. Modelación conceptual 	<ul style="list-style-type: none"> a. estructura de los procesos de aprendizaje y su promoción. b. Introducción de un concepto y su desarrollo. 	<p>desarrollos del aprendizaje. científico- de humanista</p>	
<p>Modelación socio-crítica</p>	<p>Objetivos pedagógicos, tales como la comprensión crítica del mundo que le rodea.</p>	<p>Perspectiva emancipatoria</p>	<p>Enfoques socio-críticos en la sociología política</p>
<p>Modelación teórica o epistemológica</p>	<p>Objetivos orientados a la teoría, por ejemplo el fomento de la teoría del desarrollo.</p>	<p>Perspectiva Científico-humanista de la Romana "temprana" Freudenthal</p>	<p>Epistemología</p>

Tabla 1 Clasificación de las perspectivas actuales en la modelación

La siguiente perspectiva se puede describir como una especie de meta-perspectiva:

<p>Modelación cognitiva</p>	<p>La investigación tiene por objetivo:</p> <ul style="list-style-type: none"> a. Análisis de procesos cognitivos que tienen lugar en los procesos de modelación y la comprensión de los procesos cognitivos. b. Promoción de los procesos de pensamiento matemático usando modelos como imágenes mentales o imágenes físicas, haciendo énfasis en la modelación como un proceso mental como la abstracción o la generalización 	<p>Psicología cognitiva</p>
------------------------------------	---	-----------------------------

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Tabla 2: Clasificación de las perspectivas actuales en la modelación. Kaiser y Sriraman (2006, p. 304)

La clasificación de Kaiser y Sriraman (2007) sirvió como base para que Kaiser y sus colaboradores (2007) se propusiera ejemplificar tales perspectivas y agregaran una perspectiva adicional denominada “*Model eliciting approach*” la cual, Trigueros (2009, p.79) interpreta como “*una línea de investigación en la que el interés se centra en que los estudiantes desarrollen formas flexibles y creativas de pensar que les permitan abordar las situaciones que se les presentan*”. Para Trigueros:

[...] trabajar en estos problemas —llamados actividades que elicitán modelos— en donde los estudiantes no producen únicamente respuestas a las cuestiones planteadas por el problema, sino que desarrollan herramientas conceptuales que pueden ser manipuladas, modificadas, comunicadas y reutilizadas en otras situaciones. (2009, p. 79)

De esta manera, es posible identificar la forma en que una situación puede ser abordada desde distintas perspectivas y en la cual también se identifican distintas intencionalidades con las tareas propuestas.

Perspectiva**Objetivos****Tarea****Característica**

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Modelación Realística	Está orientada a objetivos de carácter pragmático y utilitario, enfocada a la solución de problemas y comprensión del mundo real. Promueve el desarrollo de competencias modeladoras	Crear una estructura de precios para un conductor de taxi.	Esta es una tarea abierta. Tú tienes que crear un modelo y por lo tanto necesitas el ciclo completo de la modelación ⁸
Modelación contextual	Objetivos psicológicos y relacionados al tema de estudio, por ejemplo problemas de resolución de palabras.	Un taxista tiene un precio fijo de 2,00 € y el precio / km es de € 0,15. La edad del conductor del taxi es de 43 y su taxi es de 7 años de edad. ¿Cuánto cuesta una unidad de 6 km?	Esto es principalmente, un problema de palabras.
Modelación Educativa	Objetivos pedagógicos y relacionados con el tema: a. estructura de los procesos de aprendizaje y su promoción. b. Introducción de un concepto y su desarrollo. c. Desarrollo motivacional y mejoramiento de las actitudes hacia las matemáticas. d. Promoción del pensamiento crítico en los procesos de modelación y desarrollo de los modelos.	La misma tarea que en la modelación contextual	Un profesor puede utilizar una tarea de modelación para explorar las funciones lineales. El profesor utiliza la comprensión del contexto para desarrollar conceptos matemáticos. La cuestión es cómo una tarea debe ser situada en el plan de estudios.

⁸ Este ciclo de la Modelación se abordará más adelante, en el apartado de la modelación como proceso.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Modelación Sociocrítica	Promoción de una comprensión crítica de los procesos de modelación y los modelos desarrollados como objetivo general, relacionado con el reconocimiento de la dependencia cultural de los ejemplos y enfoques desarrollados de modelación.	¿Cómo debe ser pagado un conductor de taxi?	Usted puede pensar sobre diferentes estructuras de precios, pero la intención también es pensar en la cuestión social. Se podría argumentar que un taxista debe ser pagado por cada hora que trabaja.
Modelación Epistemológica	Promoción de conexiones entre las actividades de modelación y actividades matemáticas, reconceptualización de las matemáticas y reorganización de las matemáticas escolares desde una perspectiva de la modelación.	¿Cuánto dinero gana un taxista al final de un día?	En esta pregunta muchos conceptos están ocultos. Usted tiene que pensar sobre la estructura de precios... ¿cuántos clientes? ¿Cuánta gasolina se necesitó? ¿El costo original del auto? Para un análisis profundo es necesario considerar varias perspectivas.

Tabla 3. Perspectivas en Modelación matemática. Kaiser et al. (2007)

(Traducción realizada por la autora)

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

asociadas a la motivación, aspectos cognitivos, crítica del contexto, vivir en ciudadanía, como una herramienta para comprender el mundo, u otro aspecto en el que se pueda vincular las matemáticas con un elemento nombrado realidad, en la cual tiene sustento y validez.

De la última idea planteada se sigue que la idea de modelo, de alguna manera, refleja la actividad modeladora en un registro matemático, es decir, se matematiza un fenómeno o situación que le es *dada*⁹ al modelador.

Al respecto, la naturaleza de *eso* que es dado no se discute más allá de catalogarlo o no con la realidad, la cual también es *dada*. La realidad al estar *dada* se escapa a la producción de la misma y se ubica en una instancia de su reconocimiento y comprensión. Las actividades planteadas parten de eventos que ocurren “cotidianamente”, lo cual no quiere decir que tenga que esa concepción de cotidiano, también lo sea para los estudiantes (modeladores). Hay una realidad externa al estudiante que pertenece a la reflexión de los “adultos”¹⁰ sobre su cotidianidad y la cual no necesariamente tiene que coincidir.

Adicional a las perspectivas relacionadas en la tabla 1, Kaiser & Sriraman (2006) identificaron tres perspectivas más generales sobre la Modelación matemática y que se resumen a continuación:

1. **Perspectiva pragmática:** relacionada con la capacidad de los alumnos para aplicar las matemáticas al resolver problemas prácticos.

⁹ Lo dado es aquello que antes de que el sujeto lo nombre, preexiste a dicha nominación, que no tiene posibilidad de crearlo, construirlo o producirlo, sino que se somete a una (re)creación, (re)construcción o reproducción.

¹⁰ Con adultos, me refiero a la población que tiene un conocimiento y experiencia socialmente denominado como mayor, con respecto a los estudiantes de la Educación Básica y Media. Estos adultos pueden ser profesores, familias, investigadores, etc.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

2. **Perspectiva científico-humanista** se orienta más hacia las matemáticas como una ciencia y a los ideales humanísticos de la educación, con especial atención a la capacidad de los alumnos para crear relaciones entre las matemáticas y la realidad.
3. Perspectiva emancipadora o crítica, en la cual, desde una mirada de la Educación Matemática socio-crítica, se centra en la formación de los sujetos para la democracia o la ciudadanía. Esta perspectiva hace énfasis en el papel de las matemáticas en la sociedad y en un pensamiento crítico sobre la relación entre la naturaleza y los modelos matemáticos, develando “una función” de la modelación matemática en la sociedad.

Otra perspectiva llamada por Kaiser & Sriraman (2006) como integradora, plantea que las aplicaciones y las técnicas de modelación están sujetas a diferentes niveles de objetivos, los cuales no se restringen al servicio de científicos y matemáticos con fines pragmáticos, sino que la modelación propicia relaciones armoniosas entre los sujetos que integran una sociedad o comunidad.

La identificación anteriormente mencionada, evidencia los distintos propósitos, intereses y fines de investigadores en relación con la modelación matemática en contextos escolares. En esta diversidad de enfoques y perspectivas, Kaiser & Sriraman (2006) afirman que no hay una homogeneidad en las comprensiones sobre modelación matemática, por lo tanto, considerando su vínculo con la idea de modelo, se creería que tampoco hay homogeneidad alguna en la comprensión sobre el modelo matemático.

En este sentido, encontré elementos comunes y que tienen que ver con la naturaleza del modelo matemático, una de ellas, y la más fuerte, es que da cuenta de una realidad

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

colectivamente asumida como tal, por ejemplo, problemas asociados con diversas situaciones cotidianas que *podrían* ser vividas o experimentadas por alguna persona.

A pesar de muchas divergencias frente a la forma de concebir la modelación matemática en relación con los intereses planteados, hay un punto de encuentro sobre el modelo matemático, sobre el cual no se discute su acepción en los textos pero se plantea una unanimidad en cuanto a su representación convencional y formal. En relación con esto, el hecho de que no se profundice sobre la concepción de modelo, una construcción de su concepto, puede deberse a que se da por sobre-entendida su acepción y tiene que ver con la comprensión de modelo que subyace a cada postura. En los textos revisados, se han centrado en el *cómo* y *para qué* de la modelación matemática, aunque corresponda a distintas perspectivas, pero pensar en el *qué* de la modelación y de su *epistemología* propone un análisis desde otras instancias, entre ellas de la filosofía.

Propósitos en la Modelación matemática

Frente al anterior panorama de la Modelación matemática, la literatura estudiada sugiere diversas dimensiones¹¹, en relación con los objetivos perseguidos con estos procesos, entre los que se distinguen:

Propósitos pedagógicos encaminados a desarrollar habilidades que puedan permitir a los estudiantes comprender aspectos centrales del mundo que les rodea.

Propósitos psicológicos: planteados con el fin de fomentar y mejorar la motivación y la actitud de los estudiantes hacia las matemáticas y su aprendizaje.

¹¹ Dimensiones comprendidas por Kaiser et al (2007) como pedagógicos, psicológicos y científicos. No tiene que ver con una comprensión de mi parte de verlo como pedagógico, ya que reconozco que la pedagogía tiene una comprensión mucho más amplia que la que aquí se cita.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Propósitos científicos: se centran en impartir una imagen realista de las matemáticas como ciencia, diferenciando los contextos extra-matemáticos que se pueden explicar a partir de las matemáticas. Uno de los más reconocidos autores que respalda esa postura es Blum (1996).

Modelación matemática en actividades científicas

Históricamente la presencia de la modelación matemática en el discurso teórico de la Educación Matemática, da cuenta de diferentes usos que ha hecho de la misma, la modelación como proceso de producción matemática escolar, así como estrategia de enseñanza y aprendizaje, como metodología didáctica o como metodología de investigación escolar. Además la modelación matemática en tanto “proceso” es implementado en la Educación Matemática inspirada, generalmente, en las “prácticas” derivadas de las ciencias aplicadas; entre ellas la matemática aplicada, ingeniería, medicina, ciencias económicas; las cuales han demostrado, en sus ejercicios investigativos, estar interesadas en resolver situaciones problema que expliquen, describan, formulen leyes y tendencias de los fenómenos propios de sus objetos de estudio, por medio de la construcción de modelos matemáticos que fuesen verificables y aplicables a la tal *“realidad”*.

La modelación matemática en las prácticas científicas ha estado presente desde inicios del siglo XX, las matemáticas aplicadas se han dirigido particularmente a áreas de la ingeniería y la economía, así lo afirma Biembengut (2009, p. 8) ¹²quién además dice que

El debate sobre modelación y las aplicaciones en la Educación Matemática en el escenario internacional ocurre, en especial, en la década de 1960, con un movimiento llamado “utilitarista”, definido

¹²Traducción del portugués realizada por la autora.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

como aplicación práctica de los conocimientos matemáticos para la ciencia y la sociedad.

De esta manera se promovieron trabajos de investigación sobre el tema, y hoy este campo es conocido por *Modelación matemática y Aplicaciones en la Educación Matemática*.

Modelación matemática como proceso

Una mirada histórica a las actividades científicas permite identificar la modelación como un *proceso* que involucra ciertas acciones o actividades que llevan a la construcción o producción de modelos que dan cuenta de los fenómenos estudiados por investigadores o científicos.

La modelación como *proceso* en la actividad científica, y en el aula de clase, muchas veces no va más allá de una semántica propia que se agota en la descripción “temporal” de una serie de pasos o fases para equiparar dos dominios “filosóficamente” disyuntos, a saber, el dominio de las matemáticas y del mundo extra-matemático (comúnmente denominado “mundo real”). Por ejemplo, Rodríguez (2010, p.193) señala que “la descripción final del *proceso de modelación* está representada en la figura [siguiente]¹³”

¹³Las cursivas de esta cita son ubicadas por la autora de este texto para resaltar la descripción del proceso de modelación.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

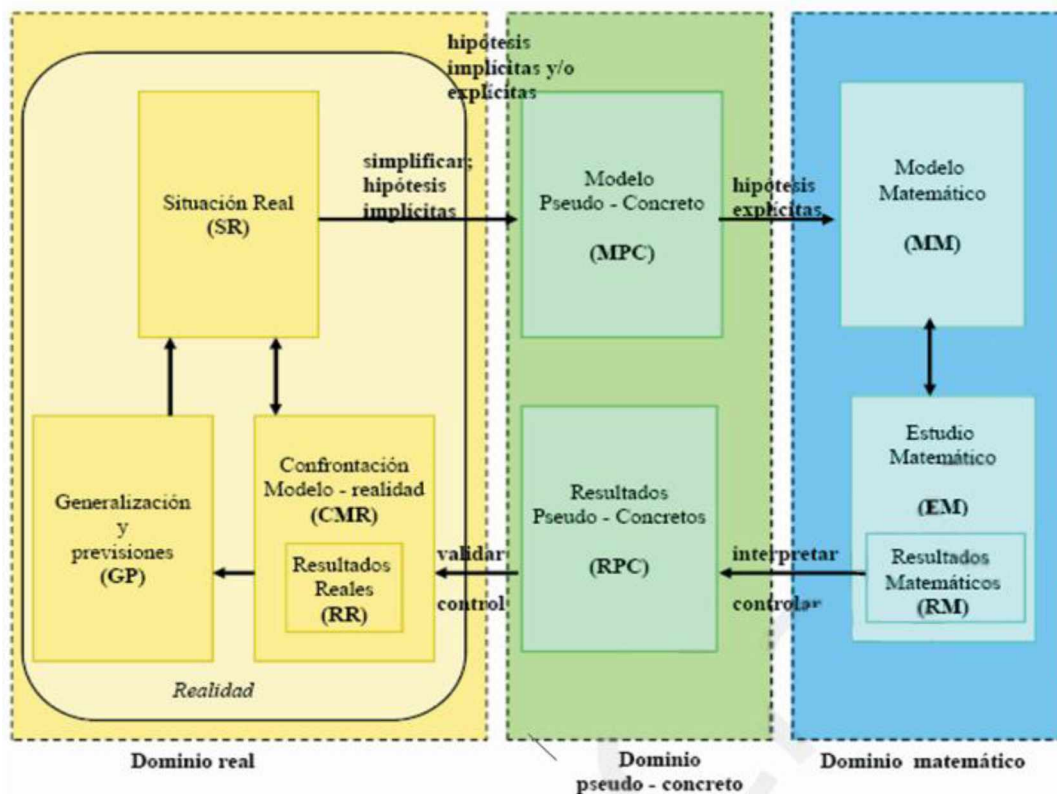


Ilustración 1. Ciclo de la modelación para Rodríguez (2010, p.193)

Como menciona Rodríguez (2010), este tipo de ilustraciones del *ciclo de la modelación*, se usan con frecuencia como una manera de “modelar” la actividad de modelación matemática misma. Es decir, desde la misma literatura, se reconoce que un modelo solo logra dar cuenta de algunas relaciones que se hacen “conscientes” por el modelador. Todo proceso de modelación lleva consigo una simplificación, la cual, hace que sea “utópico” encapsular en un modelo toda la complejidad de un fenómeno. En ese sentido, los ciclos de la modelación como *modelos* de este tipo de actividades supone el registro de los momentos globales por los que se espera, generalmente, que se recurra en la modelación.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Sin embargo, por su misma naturaleza plausible de modelo, se supone cierta *transparencia* frente a la complejidad misma de la modelación. Entre todos los aspectos que constituyen esa complejidad, muchos de ellos se invisibilizan en este tipo de ciclos y que tiene que ver con la naturaleza en la que emerge la necesidad de modelar, como uno de los ejemplos, pero a lo que quiero llamar la atención en este punto es que en un ejercicio modelador, que podría pasar por dicho ciclo, subyace una *filosofía* e ideología de la práctica que lo orienta y la cual, como mencioné anteriormente, siempre está implícita o explícitamente en una mirada frente a las matemáticas escolares. De igual manera, aspectos como *el carácter mediador* y los *propósitos y fines* de la modelación matemática también quedan transparentes frente a este tipo de ciclos.

Lo anterior puede traer como consecuencia una *tecnificación* de la actividad de modelación, es decir, se corre el riesgo de caer en consideraciones de la modelación como secuencias lineales y rígidas de procedimientos para atender un fin.

Conforme mencioné anteriormente, la modelación matemática, de la manera más general en que pude ver en las investigaciones, supone *un tránsito* por dos dominios (la realidad y las matemáticas). Esa “realidad” es asumida generalmente como punto de partida de la actividad de modelación. De esa manera, la modelación matemática, en tanto *proceso* se inicia en una realidad *dada*, la cual para ser conocida, descrita, resuelta, interpretada, etc. plantea unas condiciones dadas las cuales son tomadas por el modelador para llevar a cabo su actividad.

En coherencia con los elementos anteriormente presentados, Blum & Borromeo-Ferri (2009, p.45) comprenden la modelación matemática como “*el proceso de traducción entre el*

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

mundo real y las matemáticas, en ambos sentidos"¹⁴. Estos procesos de traducción pretenden establecer una correspondencia entre realidad y matemáticas; de lo que puede interpretarse que la realidad puede dejarse escribir o, mejor, describir en términos matemáticos y éstos, a su vez, son producidos en la medida en que logre articularse con una lectura de la misma, lo cual conlleva a que algunos maestros reconozcan en la modelación la posibilidad de propiciar espacios para aprendizajes significativos de conceptos matemáticos. Esta idea la desarrollaré mejor en el siguiente apartado sobre Modelación como Metodología de Enseñanza y Aprendizaje.

Estos últimos autores mencionados plantean un ciclo de modelación como se ilustra en el siguiente diagrama:

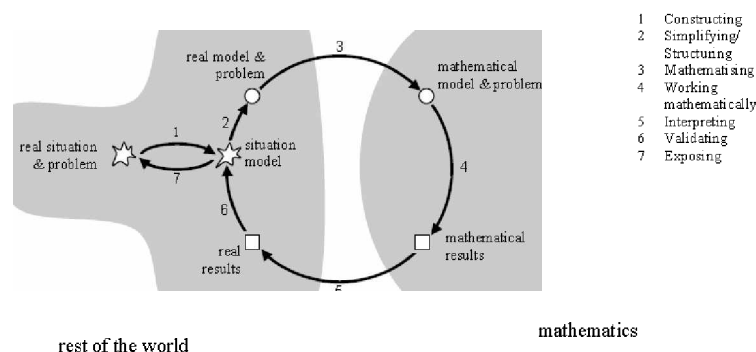


Figure 1 – Modelling cycle

Ilustración 2 Ciclo de la Modelación propuesto por Blum y Borromeo-Ferri (2009, p. 46)

¹⁴... "the process of translating between the real world and mathematics in both directions"

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

El ciclo planteado en la ilustración 2 puede ejemplificarse a partir de una de las situaciones planteadas por los mismos autores con el fin de hacerlo más explícito en relación tanto del proceso, como de las concepciones de matemáticas y la *realidad*:

Ejemplo 2: "Llenado"

La señora Stone vive en Trier, a 20 km de la frontera de Luxemburgo.

Para llenar su Volkswagen Golf ella conduce a Luxemburgo, donde inmediatamente detrás de la frontera hay una estación de gasolina.

Allí tendrá que pagar 1,10 euros por un litro de gasolina mientras que en Trier tendrá que pagar 1,35 euros. ¿Vale la pena que la señora Stone conduzca a Luxemburgo? Dar razones de su respuesta. (p. 46)

Vinculando la propuesta del ciclo de la modelación mostrado en el diagrama, los autores ejemplifican con la situación planteada a un estudiante, el proceso de modelación. Del proceso, afirman¹⁵:

En primer lugar, la situación del problema tiene que ser entendida por quien debe resolver el problema y que se refiere a un modelo de situación que tiene que ser construido. Luego, la situación debe simplificarse, estructurarse y precisarlo hasta lograr un modelo real de la situación. En particular, quien resuelve el problema tiene que definir la información relevante. En el

¹⁵ La siguiente referencia es una traducción realizada por la autora. Los subrayados también es realizado por la autora para señalar y destacar procesos que intervienen en el ciclo para pasar de un punto a otro de la modelación.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

modelo estándar, esto significa sólo "la minimización de conducción y los costos de llenado"¹⁶. (p.46)

La Matematización transforma el modelo real en un modelo matemático que consiste en este problema de ciertas ecuaciones. El trabajo matemático (cálculo, la solución de las ecuaciones, etc.) produce resultados matemáticos, que se interpretan en el mundo real ya que los resultados reales, para terminar en una recomendación a la señora Stone sobre qué hacer. Una validación de estos resultados puede indicar que es necesario dar la vuelta al ciclo una segunda vez. Por ejemplo, se puede encontrar que es necesario tener en cuenta más factores como el tiempo o la contaminación del aire, pues dependiendo de los factores que se han tomado, las recomendaciones para la señora Stone podría ser muy diferente.

Este ciclo, propio de identificar un proceso y además aceptado dentro de la comunidad académica, plantea una caracterización pre-establecida de los procesos esperados y dispuestos para ser modelados. Dicho proceso, parte de una situación real y retorna a la misma con una comprensión distinta como una derivación o consecuencia del proceso. Frente a la condición de realidad de las situaciones diversas, podría decirse que las distintas perspectivas divergen, además de sus propósitos.

En este diagrama se reconoce una separación muy notoria entre lo que los autores denominan asuntos asociados con la realidad y las matemáticas *per se*, en ese sentido tiene cabida la expresión extra-matemático referida a una situación de la vida diaria que no pertenece

¹⁶ De acuerdo con la traducción realizada de la fuente

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

en su naturaleza al campo de las matemáticas, y que además la matematización es un proceso que permite la validez de la modelación.

Anteriormente, había mencionado el papel de la modelación matemática en la historia de las ciencias, en la cual fue posible identificar cómo la modelación matemática de las ciencias sociales también obedeció a un paradigma positivista que pretendía unificar el discurso de las ciencias. Pero en este punto me parece interesante la pregunta sobre ¿por qué las ciencias se vuelcan a las matemáticas para defender su estatus de científicidad y no a otras disciplinas? Pero, para nuestra reflexión es más pertinente preguntarnos ¿por qué, si históricamente el ciclo planteado por Blum & Borromeo-Ferri puede evidenciarse en actividades históricas modeladoras, continuamos haciendo lo mismo en las aulas escolares?

La modelación es considerada por algunos investigadores (Bassanezi, 2002, Villa-Ochoa, 2007) como una actividad científica en matemáticas que se involucra en la obtención de modelos propios de las demás ciencias. Dicha obtención es producto de la preocupación por la comprensión de un problema o fenómeno del “mundo real” del cual parte. El modelador pone en juego sus conocimientos matemáticos, el conocimiento del contexto y de la situación, así como sus habilidades para describir, establecer y representar las relaciones existentes entre las “cantidades” de tal manera que se pueda *construir* un nuevo objeto matemático.

En relación con la modelación como proceso, se consideran aspectos que constituyen distintas etapas o fases, de esta manera se plantea un ciclo que se da en una serie de etapas. Aunque algunos autores difieren en cuanto a éstas, y en otras convergen, se puede recoger en común las siguientes etapas: formulación o declaración del problema en el mundo real; formulación de un modelo; solución matemática; interpretación de los resultados; evaluación

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

de la solución; refinamiento del modelo y [nuevamente] la declaración del problema en el mundo real. La figura citada anteriormente también da cuenta de la modelación como un ciclo. Al respecto, Villa-Ochoa, Bustamante & Berrio (2010, p. 1089) proponen ver el ciclo propuesto por Blum & Borromeo-Ferri, “*de manera flexible no como una estructura rígida que debe ser reproducida de manera lineal en el aula de clase por todos los estudiantes, sino como un conjunto de “momentos globales”*”. Sin embargo, es necesario tener cuidado, ya que se corre el riesgo de ser un *formato dado* sobre el cual puede caer una visión (pre)determinista de la actividad de modelación y con un ideal muy claro de formalización tendientes a la reproducción.

Modelación como método de enseñanza y aprendizaje

Como ya lo he expuesto, la modelación matemática ha sido reconocida y valorada por sus posibilidades en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este sentido, presento una breve descripción de los aspectos más relevantes que defienden esta postura.

En relación con los procesos de enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, investigadores como Biembengut y Hein (2004), Villa-Ochoa (2007), entre otros, han identificado en la modelación matemática algunos aspectos relevantes a ser tomados en cuenta en las aulas escolares por parte de los profesores y tienen que ver con el planteamiento de situaciones diversas, la naturaleza de los problemas y sus vínculos con la realidad, herramientas involucradas, entre otros que facilitan los procesos de aprendizaje de los estudiantes

Biembengut y Hein (2004) afirmaron que la relevancia de la modelación radica en las posibilidades que da al alumno no solamente para aprender matemáticas de manera aplicada a las otras áreas de conocimientos, sino que también mejora otros procesos, capacidades y

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

habilidades, entre ellos las capacidades para leer, formular y solucionar situaciones problema. Esta última idea, está asociada a las ideas de la modelación como una competencia, en la cual su desarrollo va encaminado a las formas de actuar matemáticamente en los contextos sociales y académicos en los cuales se encuentran inmersos los sujetos.

La conexión de las matemáticas con la realidad por medio de una estrategia, proceso, recurso o competencia de modelación permite una respuesta en el contexto escolar al sentido que otorgan los estudiantes a las matemáticas y está relacionada con la forma en que los sujetos se apropian de algunos saberes o conocimientos para “aplicarlos” al entorno.

Córdoba (2011, p. 22) afirma, citando a Molyneux-Hodgson et al, que “la modelación permite enriquecer la comprensión de fenómenos extra matemáticos ya que proporciona diversas representaciones de dichos fenómenos y dota de sentido las diferentes actividades matemáticas”. En esta misma línea, he encontrado en la literatura un gran número de trabajos, entre ellos Bassanezi (2002), y Blomhøj (2004), que nombran en los procesos de modelación una realidad que no es matemática (extra-matemático), y el papel de las matemáticas radica en hacer posible una comprensión de fenómenos o situaciones de la realidad a modelar.

Esta manera de concebir los contextos extra-matemáticos y su vínculo a los procesos de modelación matemática, plantea una mirada artificial de las matemáticas y supone unas miradas de las matemáticas ajenas a la realidad misma, pero que se ajusta a ellas para cumplir con el fin de matematizar una *situación cualquiera*. Al respecto, cabría preguntarse ¿qué significan los contextos extra-matemáticos? ¿cuál es la comprensión de matemáticas que lleva a diferenciar y denominar situaciones que no lo son?

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Según Blomhøj (2004) la modelación tiene como finalidad *describir* y analizar algunos fenómenos de la vida diaria. Esta aserción es similar a la de otros investigadores, que ubican a las matemáticas como un medio para la comprensión, análisis, *descripción*, *explicación* y comprensión de las situaciones de la cotidianidad.

Modelación como Metodología de Investigación

La modelación, como práctica científica, es vista como una forma para producir nuevos saberes. Particularmente cuando se refiere a la modelación matemática se ve como una actividad científica e que produce saber matemático. De esta manera, el modelador indaga, cuestiona, formula, aplica, reformula, describe, entre otros, procesos que le permiten al sujeto ver y explicar una realidad que es de su interés.

Varios investigadores, entre ellos Villa-Ochoa (2007, p.67) han afirmado que “La modelización puede ser considerada como herramienta de representación de situaciones o fenómenos del “mundo real”, el cual se convierte en el sistema objeto de estudio”. También ha afirmado que el proceso de modelización matemática, visto desde el campo profesional del matemático aplicado, puede considerarse como una “*actividad científica en matemáticas que se involucra en la obtención de modelos propios de las demás ciencias* ” (p. 65). A partir de esta manera de mirar la modelación matemática, surge una pregunta pertinente¹⁸ ¿son los problemas reales de las demás ciencias? ¿Cuál es la idea de realidad que se debe tener para hablar de esto? Yo agregaría otra pregunta, a mi modo de ver interesante, si a menudo se habla de contexto

¹⁷ El uso que Villa-Ochoa hace del término *modelización* está afin a la actividad profesional y científica del matemático aplicado.

¹⁸ Pregunta surgida de la lectura de Villa-Ochoa de lo planteado hasta aquí y desde su conocimiento de la literatura.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

extra-matemático, ¿cuál es la comprensión de matemáticas y de actividad matemática que tienen quienes se refieren a dichos contextos y que además la despojan de su *idea* de realidad?

Con base en las anteriores aserciones, en el campo educativo, esta posición puede ser discutida en términos de los contextos, problemas, intereses y fines que tendría la modelación en las aulas escolares. La visión de la modelación en la Educación Matemática, como una actividad afín al que-hacer del profesional en matemáticas, pone un especial énfasis en una relación entre dos dominios disyuntos, a saber, el dominio de las matemáticas con otro que parece estar articulado a otros saberes (el mundo real) o a un saber del entorno en el que habitamos y en el cual el conocimiento está compartimentalizado.

Como se ha identificado en la literatura, la modelación matemática se presenta como un proceso de *producción* del saber, que lo vincula a actividades científicas. De acuerdo con los fines pedagógicos de la modelación en Educación Matemática, la modelación se presenta como una oportunidad para una supuesta¹⁹ producción de saber matemático escolar.

Otros investigadores, Bassanezi y Biembengut (1997) han concebido a la Modelación matemática como el método de enseñanza-aprendizaje que utiliza el proceso de modelación en cursos regulares y, a su vez, la asumen como una estrategia didáctica que promueve investigación en el aula escolar, posibilitando espacios para el aprendizaje.

Por otro lado, una mirada a estas comprensiones sobre modelación matemática permite una mirada sobre los procesos que subyacen a las mismas y, a su vez, de las ideas que hay sobre modelo, ya que para construirlo, habría que tener claro que entiende por él, hay que conocer el objeto a ser construido o producido y dicho conocimiento no se da por sí solo, se

¹⁹ En el último capítulo ampliaré y defenderé esta idea sobre la suposición o de su producción.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

requiere de una reflexión profunda sobre el mismo. Y con reflexión no se quiere decir que sea una opinión²⁰ sobre el tema, es una consideración y análisis detenido sobre el asunto en cuestión.

Modelos matemáticos: Otra mirada filosófica

En los anteriores apartados presenté algunas de las perspectivas de modelación en Educación Matemática. Así mismo, señalé que cada perspectiva aborda elementos cuya epistemología y filosofía posibilitan una comprensión más significativa de tales elementos, por ejemplo, el modelo matemático, como un objeto constituido por una historia en la cual se evidencian procesos, no sólo de las ciencias, sino también de los procesos educativos que se han implementado. En este sentido, planteo la necesidad de profundizar en su epistemología y filosofía y sus implicaciones en relación con la disciplina *Educación Matemática*.

Basada en los anteriores argumentos, observé en el texto: “*El concepto de modelo: bases para una epistemología materialista de las matemáticas*”, del filósofo Alain Badiou (1972/2007), cómo el autor plantea una reflexión filosófica sobre el concepto de modelo (en general) para la ciencias; pero, de manera particular, para el *modelo matemático* la cual permea las posturas planteadas sobre la ciencia y los ideales de la misma. De esta manera, en los planteamientos que siguen en relación con la construcción “*Baudiana*” sobre modelo, haré extensiva dicha comprensión al *modelo matemático*, y así, reconocer en éste una clase de la generalidad de la palabra modelo.

²⁰ La "opinión" o "doxa" es el título que da Platón a una de las formas de conocimiento. Este conocimiento se fundamenta en la percepción, se refiere al Mundo Sensible, a las cosas espacio-temporales, a las entidades corporales, y, en la escala de los conocimientos, es el género de conocimiento inferior e incluye lo que llama “conjetura” y la “creencia”. Tomado de Diccionario de filosofía.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

A continuación presentaré algunos planteamientos desde los cuales se puede generar una reflexión que, desde la filosofía en relación con el modelo matemático, se dirija hacia la comprensión de las formas de constitución del mismo dentro del acervo de conocimientos de las culturas en las que tiene cabida; para ello, retomo las tres tesis de Badiou (1972/2007) en relación con el modelo:

Tesis 1: Existen dos instancias epistemológicas de la palabra “modelo”. Una es una noción descriptiva de la actividad científica; otra, un concepto de la lógica matemática.

Esta tesis plantea que, hay dos posturas en la manera de reconocer al modelo matemático en el panorama general de las ciencias. Por un lado, el modelo matemático se *presenta* mediante un lenguaje matemático para dar cuenta de la síntesis de una actividad científica. En este caso, una expresión algebraica re-presenta el objeto de interés de los científicos. Por otro lado, el concepto de modelo matemático se constituye al interior de la “lógica”, la cual puede denominarse como una meta-teoría de las matemáticas; por lo tanto, el concepto de modelo matemático, si bien es un concepto de la lógica matemática no por ello se aísla de la actividad matemáticamente distinguible, en términos pragmáticos de la lógica.

Tesis 2: Cuando la segunda instancia sirve de sostén a la primera, tenemos una cobertura ideológica de la ciencia, vale decir, una categoría filosófica: la categoría de modelo.

En la primera tesis se identificaron las dos instancias epistemológicas del modelo matemático, ahora bien, ambas están vinculadas en una dialéctica. En este sentido, concepto

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

(ciencia)-noción (ideología)²¹ están referidos a una actividad científica que se fundamenta en la producción, la cual al institucionalizarse se vale de los modos de representación para garantizar su permanencia en el contexto del cual fue objeto su práctica. En este sentido, *la categoría* evidencia la forma en que la pareja concepto-noción están vinculadas, y devela los usos que se hacen los modelos matemáticos en las prácticas sociales.

Vale la pena aclarar, que la categoría de modelo matemático no debe confundirse con categoría de análisis de la información en un proceso de investigación.

Tesis 3: La tarea actual de la filosofía consiste en desentrañar, dentro de los usos de la categoría de modelo, un uso supeditado, que no es más que una variante, y un uso positivo, investido en la teoría de la historia de las ciencias.

Esta categoría de modelo identifica los discursos dominantes en las actividades científicas a nivel histórico, por ello, señala que el positivismo lógico es un paradigma que ha permeado y dominado la producción y (re)producción científica. Hoy en día, los usos que hacemos de los modelos matemáticos, ya sea en producción o (re)producción de los mismos, no corresponde hacerlo explícito ni al campo ideológico (nociones) ni al científico (conceptos), ya que ambas instancias están concentradas en sus propias empresas. Por ello, el papel de la filosofía denominada mediante la categoría filosófica de modelo matemático, al reconocer en éste una constitución y validación permeada fuertemente por una ideología y unos procesos específicos

²¹ Se ampliará la comprensión de esta pareja noción-concepto; ideología-ciencia en el segundo capítulo, en el apartado de ciencia e ideología y se ejemplificará en el análisis de la categoría.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

de constitución; plantea elementos propios para la reflexión sobre la naturaleza de los modelos matemáticos.

Como una apuesta de Badiou (1972/2007, p. 64) en una categoría del modelo matemático, distinta al positivismo lógico²², propone llamar modelo, “(...) dentro del proceso histórico de una ciencia, al estatuto que asigna retrospectivamente a sus primeras instancias prácticas su transformación experimental mediante un dispositivo formal²³”. Así, se puede observar que esta manera de nombrar el modelo, particularmente modelo matemático, tiene inmersa una reflexión más allá de las comprensiones más generales sobre el modelo en las diferentes perspectivas de modelación, las cuales presenté en los anteriores apartados, en la cual puede resumirse o simplificarse al modelo como transformación de “una realidad” en lenguaje matemático.

Puede identificarse que una postura como la de Badiou plantea una reflexión sobre la historicidad de las prácticas de transformación de esa realidad, la cual fue simplificada, traducida, descrita, interpretada mediante un ejercicio de modelación.

Todo lo anterior hace necesario poner en diálogo a la filosofía y epistemología de las ciencias, en particular de las matemáticas, con las concepciones en Educación Matemática, ya que ambos campos disciplinares y científicos, mantienen un vínculo permanente de apoyo y co-construcción, la razón de ser de la filosofía y de la epistemología es el saber mismo y la de la Educación Matemática es un saber que permite ser abordado por estas dos disciplinas.

²² Categoría dominante en las producciones de modelos (modelaciones).

²³ Se entiende por dispositivo formal, una expresión matemáticamente legítima.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

A partir del panorama en modelación matemática en el campo de la Educación Matemática, y con base en los planteamientos de Badiou (1972/2007) surgen interrogantes frente a las prácticas de modelación. Estas preguntas tienen que ver con planteamientos que han quedado abiertos por otros investigadores, entre ellos Vila-Ochoa: *¿si se considera que los modelos dan cuenta de una realidad, cuál sería la naturaleza de dicha realidad? ¿Cómo puede caracterizarse la realidad para garantizar legitimidad del modelo que la representa? ¿Qué comprensiones sobre el modelo matemático se han o no considerado en las perspectivas de modelación en Educación Matemática? Y si se considerara una mirada alternativa como la de Badiou, ¿qué elementos aportaría esta mirada para la reflexión sobre la práctica de los maestros en relación con la modelación matemática?* Si bien pueden surgir muchas preguntas, éstas son traídas a colación para mostrar que en la constitución de la disciplina científica de la Educación Matemática todavía hay un campo de acción e investigación por explorar, y algunas de ellas las abordaré en los dos capítulos siguientes.

De modo particular, quiero plantear la siguiente pregunta como cuestionamiento central en este trabajo de investigación, que podría aportar a las otras, pero de una manera más tangencial, ya que indagar por sus respuestas exige pensar en procesos de investigación más amplios, he incluso pertinentes para abrir otras investigaciones posteriores, dado que hemos identificado la necesidad de abordar desde lo analítico y reflexivo, el modelo matemático, y sobre este objeto he planteado la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo una comprensión sobre el Modelo matemático, como noción, concepto y categoría, puede proporcionar algunas reflexiones teóricas en relación con la Modelación en Educación Matemática?

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Asimismo, para dar consistencia a este cuestionamiento me propongo: *Analizar las relaciones e implicaciones que una comprensión del modelo matemático como noción, concepto y categoría; puede proporcionar a los referentes teóricos de la Modelación en Educación Matemática.*

Lo anterior plantea algunas acciones a desarrollar para llevar a cabo este fin, entre ellas:

- Identificar en la literatura más común en modelación matemática en las aulas escolares, la comprensión de modelo matemático así como los procesos involucrados en su construcción o producción.
- (Re) construir las comprensiones de Badiou sobre el modelo (en general en las ciencias) y *modelo matemático* que posibiliten una comprensión de la naturaleza de este objeto matemático.

A modo de cierre de estas primeras reflexiones, me permito señalar que, en las distintas perspectivas y comprensiones sobre modelación matemática en Educación Matemática, se pueden reconocer diferencias entre las posturas frente a los usos que se hacen de los mismos en las aulas escolares; así mismo, aunque exista una dialéctica entre las consideraciones sobre modelo y la modelación, también es necesario develar las características de dicha dialéctica así como las diferencias que pueden develarse frente a las intencionalidades en dichos aspectos.

De otro modo, frente a la comprensión de modelo, vale la pena resaltar que éste se asume o se presupone a partir de la comprensión más general que existe, y desde esta revisión el “concepto” de modelo empleado, es propio de la comprensión de modelo de las matemáticas. Por ejemplo, con frecuencia en las matemáticas aplicadas, un modelo matemático está asociado

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

una representación o producción matemática. Por ejemplo, Rutherford (1978, p. 5) señala que un Modelo matemático de un sistema prototipo S (físico, biológico, social, químico, etc.) a un completo y consistente sistema de ecuaciones matemáticas Z , que es formulado para expresar las leyes de S y su solución intenta representar algún aspecto de su comportamiento; de esta comprensión, puede derivarse una reflexión del modelo como un objeto que puede pre-existir en la comprensión del profesor y en la cual se debe tratar de ajustar a una situación de la “vida real” que el estudiante debe reconstruir.

Lo anterior sugiere la necesidad de reflexionar sobre el *status* de ese objeto matemático en relación con el *valor cultural* que ha sido constituido y validado por el campo científico. Ahora, como todos los otros *objetos* en Educación Matemática, es susceptible de un análisis de su historia, epistemología o filosofía para identificar elementos importantes para los procesos propios en Educación Matemática.

Finalmente, una mirada filosófica al término modelo, desde la perspectiva de Badiou, podría ofrecer, a la concepción del proceso de modelación matemática, nuevos enfoques y significados desde una postura materialista ²⁴ de las matemáticas. A su vez, posibilitaría elementos alternativos en la mirada que podría aportar de manera significativa, a la reflexión sobre los procesos involucrados al interior del aula de clase que tengan como objetivo una actividad de modelación, facilitando la construcción de conocimiento matemático.

²⁴ Corriente filosófica en la que Althusser (1967, p. 13) afirma que es “una teoría de la historia de la producción de los conocimientos, es decir, una teoría de las *condiciones reales* (materiales y sociales por una parte, internas a la práctica científica por la otra) del proceso de esta producción”. Sin embargo, como lo he mencionado anteriormente, este trabajo no puede entenderse como materialista dado que no hay un análisis desde las instancias epistemológicas de esta postura filosófica, sólo me baso en los planteamientos de Alain Badiou (1972/2007) para establecer su vínculo con una práctica concreta de modelación matemática.

CAPÍTULO 2: PLANTEAMIENTOS DE ALAIN BADIOU SOBRE LA PRODUCCIÓN DE MODELOS MATEMATICOS

Introducción

En el capítulo anterior dejé planteada la necesidad de reflexionar en el modelo matemático desde su historia, filosofía y epistemología, de tal manera que posibilite posturas de tipo didáctico, considerando que dicho objeto matemático está vinculado a un proceso con el cual se establece una dialéctica. Esto es, el modelo matemático está vinculado dialécticamente²⁵ con la modelación matemática.

En este sentido, la historia de las matemáticas ha dado cuenta de que los objetos matemáticos institucionalizados (saber sabio)²⁶ son susceptibles de transposición didáctica como objetos del saber enseñando. Por lo tanto, y de acuerdo con el objetivo planteado en esta investigación, el reconocimiento del modelo matemático como objeto matemático en dialéctica con el proceso de modelación matemática²⁷ demanda que una reflexión desde la filosofía posibilite instancias de reflexión sobre la práctica de modelación en contextos escolares.

En este capítulo presento una comprensión sobre el modelo matemático a partir de la producción filosófica de Alain Badiou (1972/2007), la cual favorece una reflexión mucho más

²⁵ La dialéctica en este trabajo se comprende como concepción que defiende la multilateralidad de relaciones implicadas en cualquier proceso real. El término significa que todo está interconectado y que hay un proceso continuo de cambio en esta interrelación. Tomado del sitio: <http://www.filosofia.org/filomat/df096.htm>

²⁶ Teoría de la Transposición Didáctica. Chevallard (1998).

²⁷La modelación matemática es una concepción más general, consiste en la producción, obtención o construcción de modelos matemáticos. De esta manera, se identifica una dialéctica entre modelo o modelación, lo cual implica identificar que de acuerdo con las acepciones del modelo consideradas corresponden unos procesos particulares.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

amplia de este objeto en un contexto distinto a la producción *per se* como es el campo de la Educación Matemática.

2.2 Metodología

Para el desarrollo de este capítulo, utilicé el Análisis de Contenido²⁸ como técnica de investigación la cual me facilitó el acercamiento, principalmente, a los significados del texto Badiou (1972/2007). *El concepto de modelo. Bases para una epistemología materialista de las matemáticas*. Sin embargo, las técnicas empleadas se aplicaron a los otros documentos que sirvieron de soporte a la comprensión más holística de lo que se plantea en el texto inicial.

Como lo he mencionado en el capítulo anterior, se trata de tomar una producción en el campo filosófico, en la que tuvo origen y sentido, para situarla en el horizonte pedagógico de la Educación Matemática en relación con la modelación matemática. Por esta razón, el análisis de contenido fue pertinente para facilitar la comprensión de dicha producción.

Al respecto, Andréu (2011) afirma que el propósito fundamental del análisis de contenido es realizar “inferencias que se refieren fundamentalmente a la comunicación simbólica o mensaje de los datos, que tratan en general, de fenómenos distintos de aquellos que son directamente observables” (p. 3). Estas inferencias no fueron de carácter pragmático sino de

²⁸ Andréu (2011, p. 2) entiende el análisis de contenido como: (...) una técnica de interpretación de textos, ya sean escritos, grabados, pintados, filmados... , u otra forma diferente donde puedan existir toda clase de registros de datos, transcripción de entrevistas, discursos, protocolos de observación, documentos, videos,... el denominador común de todos estos materiales es su capacidad para albergar un contenido que leído e interpretado adecuadamente nos abre las puertas al conocimiento de diversos aspectos y fenómenos de la vida social.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

carácter reflexivo sobre el estado de la comprensión sobre modelación, el cual he identificado en el capítulo anterior y lo que significaría a la luz de los planteamientos “Baudianos”.²⁹

Organización de la información y la sistematización

De acuerdo con Andréu (2011) la sistematicidad hace referencia a unas *pautas ordenadas que abarcan el total de contenido observado*; en ese sentido, procuré encontrar relaciones entre las unidades de registro³⁰, de contexto³¹ que posibilitaran la comprensión del surgimiento del sistema de categorías para el análisis y síntesis de la información.

Por ello, palabras como *ciencia, realidad, práctica científica, modelo, ideología*, entre otras, están escritas en el texto de Badiou (1972/2007) dando cuenta de las posturas del autor frente a estos mismos términos. En esta medida dichas palabras se convirtieron en unidades de registro³² en primera instancia, con el fin de identificar los contextos en los que emergieron, así como a las situaciones a las que estaban referidas, permitiendo una mayor significación de los registros para la interpretación y comprensión del texto.

A partir de las unidades de registro, se establecieron las siguientes categorías a priori:

- Modelo como noción descriptiva de la actividad científica;
- Modelo como concepto y

²⁹ Me refiero a este término con el fin de nombrar las cosas (términos, posturas, comprensiones) como son concebidas por Alain Badiou en su producción textual y que es referenciada en este trabajo.

³⁰ puede considerarse como la parte de la unidad de muestreo que es posible analizar de forma aislada. Hostil (1969) citado por Andreu, define una unidad de registro “*como el segmento específico de contenido que se caracteriza al situarlo en una categoría dada*”. Para otros autores las unidades de registro en un texto pueden ser palabras, temas, caracteres (personas o personajes), párrafos, conceptos (ideas o conjunto de ideas), símbolos semánticos (metáforas, figuras literarias), etc,

³¹ Se refiere al pasaje donde se encuentra la unidad de registro y que se examina para caracterizarla.

³² De acuerdo con la técnica de análisis de contenido.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

- Modelo como categoría³³.

Resultado de estas operaciones surgió la siguiente tabla, en la que además, ejemplifico las categorías con el modelo *Función Cuadrática*³⁴, sin embargo puede verse cómo desde las dos categorías (materialismo y positivismo) en relación con la noción y el concepto son similares, en la categoría se diferencia. De esta manera, se pueden identificar diversas maneras de representación de las actividades científicas.

Categoría/**Positivismo****Materialismo Dialéctico****Instancia de análisis****Noción-
ideología**

Según Badiou (1972/2007, p.57): “*El conocimiento es representación por modelos de lo real -empírico-dado*”. Por lo tanto, en esta instancia, los modelos tienen existencia en la medida en que (re)presentan un saber sobre una situación o fenómeno dado. Puede reconocerse en el modelo un saber institucionalizado de una práctica.

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

**Noción de
Función cuadrática**

La expresión algebraica presentada formaliza el trabajo matemático a partir de su lenguaje. Asimismo, re-presenta una producción científica, lo cual plantea que los usos del mismo para comprender el concepto re-presentado es una re-producción. De esta manera, las parábolas abiertas hacia arriba y hacia abajo son también nociones descriptivas de dicha actividad, y se admiten otros registros válidos en las matemáticas.

³³ El modelo como categoría se refiere a la naturaleza de la cobertura ideológica de los conceptos que sostienen las nociones. No debe confundirse con una categoría de análisis a nivel metodológico. Si bien son homónimas se refieren a dos cosas distintas.

³⁴ Se recoge la producción realizada por Mesa & Villa-Ochoa (2007, 2008) sobre la construcción histórica del concepto de función cuadrática.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Concepto-ciencia

El concepto está legitimado dentro de las matemáticas, y se “cristaliza” en un objeto matemático llamado modelo.

El modelo es un indicador epistemológico que posibilita descifrar la dialéctica experimental de la producción matemática, recuperando al sujeto productor de saber (modelador). Badiou (1972/2007. p.57)

Función cuadrática como concepto

El concepto de función cuadrática es una producción científica que signa *la*³⁵ relación entre dos cantidades de magnitud cuya razón de cambio varía linealmente y de la cual “la noción” es la representación de dicha producción.

Categoría-Filosofía

En relación con el modelo matemático, lo real empírico dado suministra la semántica y la sintaxis también *dadas* y suministradas por las ciencias “puras”. La experimentación es una evaluación-realización. La categoría positivista del modelo no dará razones sobre la producción del mismo en relación con un fenómeno o situación, le interesa a esta categoría es que el modelo funcione y dé cuenta de esa realidad.

Para Badiou (1972/2007, p.65) esta categoría, la del materialismo dialéctico, plantea que “*El modelo matemático es el estatuto que asigna retrospectivamente a sus primeras instancias prácticas su transformación experimental mediante un dispositivo formal definido*”. Según Badiou lo que interesa al materialismo son las prácticas que ha posibilitado la constitución del modelo, y su validez en tanto saber. En esta medida, los modelos dan cuenta de un proceso histórico que los constituyeron, por lo tanto, tienen mucho que decir de los objetos, y que al develar dicha historia provee herramientas para su comprensión en tanto producto social.

³⁵ Expresa la generalización (síntesis) de la actividad científica en relación con este modelo.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

<p>Categorías del modelo cuadrática</p> <p>Función</p>	<p>El Modelo sirve en la solución de problemas de caída libre. El fenómeno permite ser comprendido a partir de su escritura lo cual evidencia que ha cumplido el objetivo planteado por el positivismo lógico en relación con los cánones de representación del evento, la actividad científica que ha planteado el modelo garantiza su validez gracias a los dispositivos formales válidos en las épocas en que se produce.</p>	<p>Indaga por las prácticas de constitución histórica del modelo: <i>Función Cuadrática</i></p>
--	--	---

Tabla 4: Categorías e Instancias Epistemológicas del Modelo

Cada una de las categorías presentadas permitió identificar elementos relevantes en relación con los usos de los modelos en las dos instancias epistemológicas. Además se identificaron otros elementos como, relaciones entre categorías, por ejemplo el vínculo entre la ciencia y la ideología, en esa misma medida evidenciar la relación y diferenciación entre noción y concepto, como las dos instancias epistemológicas en la que Badiou (1972/2007) ubica al modelo. De esta manera, se logró mayor comprensión del discurso producido por Badiou de tal manera que facilitara su interpretación en otro contexto distinto.

Una comprensión sobre ciencia a partir de la diferenciación entre lo empírico y lo formal

En una mirada histórica a la actividad científica pueden reconocerse dos elementos, la teoría y la práctica; una pareja que, en su contradicción³⁶ y en su complemento, han constituido el saber del que dispone nuestra cultura. Al respecto, Badiou (1972/2007) da por sabida una formación ideológica particular, una diferencia entre realidad empírica, construida a partir de las relaciones de los hombres con los entornos a partir de prácticas, y forma teórica, materializadas en registros simbólicos que institucionalizan la actividad científica. Badiou identifica una pareja sobre las cuales se distribuye el discurso ideológico de la ciencia de acuerdo con la naturaleza de tal diferencia.

2.3.1 Realidad empírica y forma teórica

La diferencia entre realidad empírica y forma teórica ha gobernado una imagen de la ciencia, la cual Badiou (1979, p. 9) afirma que se presenta; “*como representación formal de su objeto dado*”. De esta aserción, se puede plantear que la representación es un artificio de la “realidad” del objeto, el cual se localiza en el campo empírico, que a su vez está designado por la presencia efectiva u “objetiva” del objeto. Sin embargo, dicha presencia es posible gracias a ciertos dispositivos formales, en particular para el caso del campo matemático, la presencia y

³⁶ Es común dentro de la práctica científica aislar u oponer estos dos términos :Teoría y Práctica,, en este sentido Badiou reconoce tal diferencia pero también plantea una dialéctica entre la práctica y la teoría.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

existencia de los *objetos* es posible gracias a los códigos matemáticos que representan los objetos ‘presentes’ y esto se denomina como un formalismo³⁷.

Esto quiere decir, que los registros de representación, sean códigos, icónicos, simbólicos o cualquiera que sea su formato, son necesarios para dar cuenta de una práctica productora en la sociedad. Si continuamos con estas ideas de base se puede decir que los *artificios*, al ser construcciones o producciones humanas que se validan en una sociedad o cultura, signan modos de ver el mundo, los cuales no se escapan a cualquier discurso ideológico, sea cual sea.

Sin embargo, al concentrarnos en la ciencia y su reproducción, negamos su construcción y su reflexión a posteriori de las prácticas y actividades que le dieron emergencia. Por eso, desconocemos el carácter ideológico de los artificios mencionados. Los registros escriturales para dar cuenta de los fenómenos ya existen, solo hay que hacer variaciones de los mismo en la particularidad del fenómeno.

Lo anterior permite plantear las siguiente preguntas, que se impone como un reto que no está al alcance de este estudio y por lo tanto no se responderá en este trabajo, pero su planteamiento es pertinente para contribuir a la reflexión: ¿para comprender los fenómenos o los contextos de manera matemática, podrían existir otros registros de representación distintos a los existentes? ¿es posible escaparnos a la representación del concepto de función, por ejemplo, para vincular una comprensión del entorno de manera regular, generalizable y consistente?

Ahora, si a partir de una práctica se necesitan nuevos símbolos para representar el acontecimiento, ¿quién o quienes insertan estos símbolos a la institucionalidad de las

³⁷ En este trabajo se entiende el formalismo como el acto de usar los dispositivos matemáticos para representar un objeto.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

matemáticas? ¿es posible que algún sujeto logre representar de manera distinta a los registros actuales si desde la escuela se supedita a la reproducción de los símbolos y reglas de formación? En fin, como lo he mencionado, el mero establecimiento de la pregunta posibilita una reflexión sobre nuestra práctica pedagógica, y la misma logra situarnos en otras posturas frente a la misma.

2.3.2 *Ciencia*

La ciencia, en su construcción histórica como concepto (Pérez, 1998), materializa en sus prácticas las posturas filosóficas hegemónicas de cada época y de cada investigador. En este sentido, puede decirse que la actividad científica está permeada por una ideología acerca de las formas de concebir los objetos y en una relación pragmática con el mundo. La ciencia como actividad científica obedece, de manera implícita, a la ideología dominante de cada época y cultura, aunque sus producciones se inserten en otros o los mismos entramados ideológicos que da existencia a los objetos, por medio de las representaciones; tales representaciones son convenciones que posibilitan el uso social de lo que por medio de la producción se constituyó en saber.

Una vez el saber se constituye, o mejor, lo constituyen³⁸, hace parte de un entramado de conocimientos de las comunidades que lo legitimaron. Por lo tanto, los saberes son relativos a las culturas o sociedades³⁹ en las que tuvieron origen y constitución “epistemológica” o filosófica; sin embargo, las ideologías permiten que estos saberes se exporten a otras comunidades, pueblos culturas o sociedades.

³⁸La práctica por sí sola no constituye el saber, es el Hombre quien le otorga el estatus de constitución en tanto saber y que hará parte del entramado de saberes de una cultura. Por eso la producción de conocimiento es una producción social.

³⁹No abordaré la distinción entre cultura, sociedad, pueblo y comunidad. Las abordaré en el sentido de la Real Academia de la Lengua Española en la acepción de estos términos.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Como ya lo he mencionado, los saberes están en dialéctica con las prácticas que los producen, por eso dicha dialéctica ha sido objeto de interés para muchos filósofos de la ciencia, particularmente, la llamada tensión entre *teoría y práctica*, asignando al saber lo que se institucionaliza con la constitución teórica.

Badiou (1975, p. 22) plantea la contradicción teoría/práctica como una dialéctica de producción del conocimiento, en la cual, “la teoría es el aspecto principal de la contradicción; que la sistematización de las experiencias (...) prácticas es lo que permite avanzar”; y señala que dicha sistematización de experiencias es de naturaleza cualitativa, interesándose en las respuestas a los porqués de las prácticas.

Otro punto de gran importancia en la constitución de la ciencia, es el estatuto de verdad que ha pretendido la práctica científica. En este sentido, Badiou (1975, p.22) afirma que “la práctica es interior al movimiento racional de la verdad. En su oposición a la teoría, hace parte del conocimiento”.

De esta manera, conocimiento y verdad parecen estar vinculadas, la primera como producto de la práctica y, la segunda, como idealización-materialización del paradigma científico. De esta manera, si se reconoce en los modelos una materialización y legitimidad del conocimiento de los sujetos sobre sus prácticas, entonces la reflexión sobre la naturaleza y sentido de la práctica es relevante también para identificar algunos procesos que constituyen a la práctica de la que se producen los modelos.

Situando el conocimiento en relación con la teoría, y la manera en que éste se opone dialécticamente a la práctica referido al campo empírico, se puede decir que Teoría y Práctica

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

forman una unidad, es decir, para la dialéctica la unidad de dos contrarios⁴⁰. De esta manera, Badiou (1975, p. 20) aclara, “[...] el proceso de conocimiento tiene por naturaleza interna la contradicción⁴¹, teoría/práctica. O aún: la práctica, que en tanto tal, se opone dialécticamente al conocimiento (a la teoría), es sin embargo parte integrante del conocimiento como proceso”. Si dicha contradicción posibilita la producción de los sujetos, se reconocen dos instancias de legitimación, la práctica *per se* en la que se origina y se valida, y una instancia institucional, la cual podemos nombrar como ciencia.

Para este mismo autor el conocimiento, en su proceso de producción, “solo puede entenderse o comprenderse a la luz de la correlación dialéctica entre teoría y práctica, y que tal movimiento contradictorio entre dichos elementos de la pareja es un proceso en conjunto de dicha dialéctica” (1975, p. 20). Por lo anterior puede concebirse que *el conocimiento es el proceso dialéctico práctica/teoría*.

Así como Badiou (1975) habla de teoría y práctica, Althusser (1969) habla de Teoría y Método, sin embargo, este último par, el método es el “camino” para llegar a una teoría, afirmando:

Teoría y método están profundamente unidos, y no constituyen más que dos aspectos de una misma realidad: la disciplina científica en su cuerpo de conceptos (teoría) y en su vida, su práctica misma (método). Sin embargo, es muy importante insistir a la vez en esta identidad y en esta distinción.

(p15)

⁴⁰Expresión de Badiou en la Teoría de la Contradicción.

⁴¹ La contradicción representa el constante movimiento de la pareja que se opone, lo cual constituye una dialéctica entre los elementos opuestos.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Efectivamente, en la actualidad vemos prevalecer corrientemente una concepción “metodologista” (luego ideológica) de las ciencias: la existencia de un simple método suficiente para conferir a una disciplina sus títulos de cientificidad”, dice Althusser Refiriéndose al método científico, como legado de la modernidad, “*en la cual las ciencias se legitiman a partir de procesos propios de dicho método, además de ser un método universal. En realidad todo método conlleva una teoría, ya sea explícita o implícita*”.

2.4 Concepción de Ciencia e Ideología en el (Re)Comienzo Del Materialismo Dialéctico

Para Badiou (1979) la ciencia es la práctica productora de conocimientos sobre diversos objetos, cuyos medios de producción⁴² son los conceptos. La existencia de tales objetos está indicada por una región determinada a la ideología. Por ideología, el autor comprende “. un sistema de representaciones, cuya función es práctico-social y que se autodesigna dentro de un conjunto de nociones⁴³ ”. Una gran diferencia entre la ciencia y la ideología radica en que la primera, es un proceso de transformación (producción), mientras que la ideología es un proceso de repetición (reproducción) de lo ya producido. Vemos aquí que la “noción” misma de ideología es distinta a asociarla a un discurso político, aunque tiene que ver, pero no es objeto de nuestra discusión centrarnos en la comprensión total de esta cuestión política, sino que al

⁴²Se entiende por medios de producción "*todas esas cosas con la ayuda de la que el hombre actúa sobre el tema de la mano de obra, y lo transforma*"

⁴³Ciertos conocimientos que están ya representados en un conjunto del saber, se entiende por noción las comprensiones que tenemos de un objeto a partir de la forma en que se nos es presentada, por ejemplo, una expresión simbólica, un gráfico, entre otras.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

referirlo como sistema semiótico⁴⁴ de los saberes producidos nos permite abordar lo que pretendo en relación con los modelos matemáticos.

En ese sentido, al reconocer en la Historia los modelos matemáticos vinculados a las actividades científicas, es necesaria una mirada, no tan somera, de lo que significa la ciencia, y su razón filosófica o la naturaleza de su discurso, es posible desde los planteamientos del Materialismo Dialéctico y el Materialismo Histórico, desde Badiou, pero que en este trabajo haré uso de ella para reflexionar sobre las comprensiones sobre el modelo matemático.

De esta manera, una comprensión dialéctica entre ciencia e ideología es necesaria, gracias a que la una no es posible sin la otra, puede decirse que corresponden a instancias filosóficas distintas. Badiou (1979) en relación con esto afirma que “la ciencia es ciencia de la ideología y la ideología es siempre ideología para una ciencia” en este sentido, al reconocer en la ideología un sistema de representaciones producido a partir de una práctica transformadora (la ciencia) se puede afirmar entonces que la ideología se presenta como una materialización de la ciencia.

La ideología permite articular lo vivido por los hombres de una sociedad con las maneras en que vivimos en relación con nuestras condiciones de existencia, las cuales, en tanto condiciones ya están establecidas. Al respecto, ingresamos a una sociedad y la misma tiene, a partir de las prácticas que le han dado emergencia, unos saberes institucionalizados ingresados al sistema de representaciones (ideología) como verdades. De esta manera, las “realidades” son establecidas, y las relaciones posibles para habitar en esas realidades están mediadas por lo producido en la historia de esa misma sociedad.

⁴⁴ En tanto representación corresponde a la ideología y a las nociones.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Al reconocer en la filosofía una instancia de reflexión sobre los objetos de los que hoy disponemos en nuestros acervos culturales, Badiou (1972, p.70) dice que “La tarea del filósofo sería, por un lado, la de descubrir la determinación histórica de las concepciones del mundo; por el otro, la de individualizar la racionalidad dominante en un cierto periodo histórico”; de esta manera, los objetos mismos no son tan ingenuos como aparecen dentro del sistema de representaciones al cual me referí hace un momento, los *objetos* son *objetos históricos*, se han constituido bajo ciertas circunstancias dadas. Los objetos, en tanto objetos históricos develan las formas en que los sujetos hemos concebido el mundo, por eso se nombran como paradigmas dominantes que median en los procesos de producción de saber. Por lo tanto, las matemáticas signan la historia misma de las sociedades, de las prácticas que las constituyen, de los paradigmas o ideologías dominantes, además de develar el camino que las instauró como dominantes con respecto a otros saberes o a otras prácticas.

2.5 El modelo matemático y sus acepciones

Para una postura materialista, las matemáticas no representan directamente la realidad dada, los objetos matemáticos son fruto de la abstracción, según lo afirma Ribnikov (1981). En el transcurso de las matemáticas se consideran cada vez, objetos más abstractos, incluidos en la clase de las relaciones cuantitativas y formas espaciales. Lo abstracto del objeto de las matemáticas en ocasiones se percibe como elemento inicial e independiente de su contenido. Así mismo, Ribnikov (1981) afirma que lo abstracto del objeto de las matemáticas solo ensombrece el surgimiento de todos los conceptos de la matemática a partir de la realidad material, pero en ningún caso lo suprime.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

A partir de un reconocimiento histórico de la lógica de la matemática, en la cual surge la Teoría de Modelos como respuesta ante la “crisis de las matemáticas” a inicios del S. XX (Kline, 1992) en relación con la consistencia y completitud de las teorías mismas, es posible identificar de manera explícita la nominación como modelo a un objeto propio de la Teoría de Modelos.

Con esta misión de dar consistencia y completitud al cuerpo de las matemáticas, el modelo se inserta como un objeto verdadero de lo que representa. Y por ello, Badiou (1972/2007) reconoce diversos usos de la palabra modelo asociados a las actividades científicas y por lo tanto, identifica una coherencia entre la actividad y su materialización por medio de representaciones; las cuales se dan mediante registros simbólicos propios de las matemáticas.

Que los registros simbólicos sean propios de las matemáticas, aún cuando las ciencias sociales y humanas (Levi Strauss citado por Badiou, 1972/2007) son usuarios y a la vez productores de los mismos registros, evidencia una ideología que subyace a dichos procesos; y es una ideología dominante sobre la actividad científica la cual ha servido para la constitución misma de las matemáticas occidentales.

Lo que acabo de mencionar, aunque es un tema mucho más amplio e interesante desde la historia y la filosofía, servirá para mostrar que Badiou en este reconocimiento histórico puede identificar las dos instancias epistemológicas del modelo, como noción y como concepto y la categoría como una cobertura que hace la ciencia sobre la ideología.

En el caso de las matemáticas, el conocimiento matemático está “materializado” en expresiones simbólicas, consensuadas en el entorno en que tienen cabida. De ahí que, dispongamos de unos símbolos establecidos, reglas de formación, en otras palabras, disponer de

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

una sintaxis y una semántica de los objetos matemáticos. A esto Badiou (1972/2007) lo denomina *un stock de marcas* que posibilitan la comunicación y la representación que le dan su naturaleza material y que son producto de construcciones históricas, que tuvieron sentido y significado dentro de las actividades de constitución. De esta manera, podemos afirmar que un fenómeno de la física como el de *caída libre*, puede dejarse escribir como una expresión algebraica, pictórica, simbólica, etc.

En este sentido, una reflexión desde la filosofía en relación con el Modelo matemático está encaminada a identificar las formas de constitución de dicho objeto dentro del acervo de conocimientos de las culturas en las que tiene cabida; por ello retomo las tres tesis de Badiou (1972/2007) en relación con el modelo:

Tesis 1: Existen dos instancias epistemológicas de la palabra “modelo”. Una es una noción descriptiva de la actividad científica; otra, un concepto de la lógica matemática.

Tesis 2: Cuando la segunda instancia sirve de sostén a la primera, tenemos una cobertura ideológica de la ciencia, vale decir, una categoría filosófica: la categoría de modelo.

Tesis 3: La tarea actual de la filosofía consiste en desentrañar, dentro de los usos de la categoría de modelo, un uso *supeditado*, que no es más que una variante, y un uso positivo, investido en la teoría de la historia de las ciencias.

A continuación paso a desarrollar las tres tesis planteadas, en relación con las categorías de análisis explicadas en la metodología.

2.5.1 El modelo matemático como noción descriptiva de la actividad científica

En este apartado presento los planteamientos de Badiou (1972/2007) sobre modelo, como objeto de las ciencias, particularizando este discurso al modelo matemático. Para la

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

comprensión de estos enunciados tuve que remitirme a otras producciones del filósofo que tiene que ver con la comprensión de ideología, de ciencia, la identificación, más a fondo pero suficiente, de su postura epistemológica y filosófica.

2.5.1.1 La ideología y las nociones:

Este apartado se hace necesario en la medida en que según Badiou (1972/2007) las nociones, en particular la noción de modelo, está determinado en un campo específico de la ideología. Por lo tanto, para iniciar esta manera de abordar el modelo como noción, deberá referirse a la comprensión general de ideología, como ya lo he mencionado en antes.

Desde las diferentes culturas es posible identificar la representación como una forma de acceso a los saberes producidos y legitimados culturalmente, pero también la representación es la instancia para garantizar la perdurabilidad del saber y su comprensión en relación con la función social que cumple *lo* representado y que es (re)conocido como un objeto.

La comprensión sobre ideología en este trabajo no pretende desarrollarse desde su forma teórica, pero sí desde los elementos que permitan analizar la noción de modelo matemático y que tiene que ver con los sistemas semióticos sobre los saberes producidos que permiten su institucionalización en el campo del saber matemático.

La ideología permite articular lo vivido por los hombres de una sociedad con las maneras en que vivimos en relación con nuestras condiciones de existencia, las cuales, en tanto condiciones ya están establecidas, han estado en la historia previa establecidas.

Para ilustrar lo que quiero decir, sugiero pensar en un sujeto que “ingresa” a una sociedad y que sea la nuestra, ésta dispone de unos saberes institucionalizados (legitimados) e inseridos en un sistema de representaciones (ideología) como verdades, las cuales han sido producidas por

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

sujetos (académicos) que en periodos anteriores las han producido, lo cual condiciona las prácticas legítimas en la sociedad. El sujeto que ingresa, al “insertarse” en la sociedad hereda dichas prácticas para su reproducción. Históricamente, en la sociedad occidental, ha sido la escuela la institución por excelencia para garantizar la inserción de los sujetos en la sociedad desde los saberes, conocimientos⁴⁵ y prácticas. De esta manera, si los sujetos somos productores a partir de prácticas transformadoras ¿cómo están definidos los modos de producción del sujeto en su relación con el mundo?

Para el reconocimiento se requiere una legitimidad cultural o social garantizada en las reglas de formación, en los significados construidos alrededor de un objeto y en las prácticas en las que tiene lugar. Esa instancia que determina la existencia y el modo de la misma, corresponde a un campo ideológico.

Una vez el saber se constituye, o mejor, lo constituyen⁴⁶, hace parte de un entramado de conocimientos de las comunidades que lo legitimaron. Por lo tanto, los saberes son relativos a las culturas o sociedades en⁴⁷ las que tuvo origen y constitución “epistemológica” o filosófica. Sin embargo, las ideologías permiten que estos saberes se exporten a otras comunidades, pueblos culturas o sociedades.

2.5.2 El Modelo matemático como Noción

⁴⁵ Los conocimientos hacen referencia a los saberes institucionalizados desde la ciencia.

⁴⁶La práctica *per se* no constituye el saber, es el Hombre quien le otorga el estatus de constitución en tanto saber y que hará parte del entramado de saberes de una cultura. Por eso la producción de conocimiento es una producción social.

⁴⁷No abordaré la distinción entre cultura, sociedad, pueblo y comunidad. Las abordaré en el sentido de la Real Academia de la Lengua Española en la acepción de estos términos.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Para iniciar este apartado, es necesario advertir que, de acuerdo con lo planteado por Badiou (1972/2007), la referencia a la expresión “*el modelo en tanto noción*” está asociada a un campo ideológico en el cual tiene sentido y significado. Sin embargo, la palabra ideología tiene aquí una acepción distinta a los sentidos y significados que comúnmente se le atribuyen al término y que tiene que ver con una postura política, convicciones de alguna persona frente a las acciones colectivas, posturas sociales etc.

El sentido de la ideología está apoyado en la comprensión althusseriana de la misma y que, en el sentido más sencillo, se refiere a un sistema de representaciones de *algo*; por ejemplo un objeto sobre el cual tenemos un conocimiento o un saber, en este caso, el modelo matemático signa tal sistema de representaciones del conocimiento producido a partir de la práctica científica que lo constituyó.

Una vez realizada esta claridad sobre la ideología, al referirme al modelo en tanto noción, estoy asociándolo dialécticamente con representación: por lo tanto me centro en la identificación de las representaciones posibles en un proceso de modelación matemática, así como la naturaleza de las mismas. De esta manera, tratar de responder sobre el uso de las representaciones mismas que están involucradas de manera muy clara una vez se plantean los ejercicios modeladores, posibilita develar un poco las prácticas que subyacen a la práctica modeladora, y me interesa ponerlo en reflexión para el maestro de matemáticas que recurre a esta estrategia de enseñanza y aprendizaje con el fin de que sirva como un elemento adicional para reflexionar un poco más sobre la naturaleza de la misma y la identificación de posibles caminos que aporten a otorgar de otros sentidos las prácticas mismas.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Desde el sentido aquí expuesto, nuestra práctica docente está permeada por una ideología, unas creencias y unos saberes que se ponen en juego y de dicha sinergia se producen cosas “materiales”⁴⁸ que dan cuenta de ese pasado o de ese sustento de su existencia. Una idea central de este trabajo se centra en considerar que la toma de conciencia sobre algunos de estos elementos (saberes, creencias, presupuestos, ideologías, etc) transforma las prácticas pedagógicas que se ven permeadas por los mismos.

2.5.3 Usos “nocionales ” de la palabra modelo

Como ya lo he presentado anteriormente, en “*El concepto de Modelo*” Badiou (1972/2007, p. 27) plantea una primera tesis en la que afirma que la palabra modelo tiene una instancia epistemológica referida al modelo como **noción** y que se refiere a la descripción de una actividad científica realizada; pero la dialéctica noción-concepto, permite inferir que el concepto, asociado un concepto de la lógica matemática está vinculado a dichas actividades científicas realizadas y que permiten describirse en un campo ideológico gracias a las representaciones “usadas” para tal fin.

En esta dirección, se han identificado algunos usos de los modelos en algunas actividades científicas. Para el análisis, Badiou (1972/2007) da una mirada a la práctica científica de Lévi-Strauss en el desarrollo de su propuesta de Antropología Estructural. En dicha práctica se evidencia una recurrencia a los modelos matemáticos para la producción de sus teorías en este campo del saber y asimismo para la legitimación científica de sus prácticas.

⁴⁸ No se refiere a lo manipulable, o lo que pueda ser perceptible, se refiere a lo material en el sentido de que es algo que hace parte de la realidad del sujeto.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Sobre estas actividades científicas, el autor dice que *“para Lévi-Strauss, lo formal, el artefacto, es modelo con respecto a un campo empírico dado”*, desde esta afirmación se evidencian dos elementos: una realidad empírica y un campo formal que le permite el “vestuario” para la presentación de la misma. En este sentido, para la práctica modeladora en las ciencias sociales y humanas la materialización se lograba con el registro formal que podía producirse a partir de las realidades en las que estaba inmerso el “objeto” a modelar. Como punto seguido a la afirmación sobre Lévi- Strauss, Badiou dice que:

Para la semántica positivista, el modelo es una interpretación de un sistema formal. Por lo tanto, los modelos del artificio sintáctico⁴⁹ son lo empírico y lo dado [correspondencia entre ambos]. Así se hace presente una especie de reversibilidad de la palabra “modelo” (p. 27).

Lo anterior puede evidenciar cierta complicidad entre la lógica formal a la actividad científica y de manera recíproca, en la medida en que la lógica matemática se ve forzada a producir las expresiones (sintaxis y semántica) que se dispondrán en las explicaciones de las investigaciones empíricas y que tendrán que ser formalizadas y “enjuiciadas” como prácticas rigurosas o no, dependiendo de la consistencia y completitud que dichas expresiones logren demostrar. Luego, cualquier sintaxis matemática validada gracias al rigor lógico se constituye para dar respaldo a la actividad científica y afirmar si eso que muestra el modelo producido es una verdad.

⁴⁹ **Construcción de fórmulas bien formadas, y esto quiere decir que sea consistente y completo desde la escritura de la expresión formal conforme a las reglas de validez.**

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

De esta manera, el formalismo lógico provee las marcas o registros a los que se someterán los saberes producidos con el fin de cristalizarlos para la historia y para su legitimidad.

Regresando a la idea de reversibilidad a la que se refiere Badiou en relación con lo formal y la realidad empírica, se puede decir que su propósito es reconocer una dialéctica entre lo “real” y algunas estructuras pre-existentes con el fin de coadyuvar en la producción científica y matemática⁵⁰. En relación con la realidad, la historia ha intentado ubicarla en términos de la posibilidad de asirse, o experimentarse y, por ello, la formalización de la misma (traducción) permite que se establezca como científica o no una práctica, o como verdad o no un saber producido a partir de la misma.

Desde una historia de la ciencia, se podría afirmar que la verdad tiene apariencia matemática. Esto ha sido centro de mi atención en el transcurso del desarrollo de este trabajo porque el fin de la producción científica se ha materializado en la producción de conocimiento, que al hacerse “social” garantizaba un acceso a la verdad; además, si estas verdades tenían una apariencia matemática era necesario tener un dominio del saber matemático para la producción de conocimiento, así como del acceso al mismo. Aunque se esforzara en la práctica por mantener una fidelidad a la realidad a partir de una traducción de la misma (lenguajes vernáculos) para que hiciera posible al “pueblo” el conocimiento producido por sus científicos, la traducción misma estaba pensándose en términos de las producciones cuantitativas del entorno.

⁵⁰Hago distinción entre los dos tipos de producción, no porque conciba que la producción matemática no es científica, las diferencio con el fin de mostrar cómo las matemáticas, principalmente la lógica formal, se pone en relación con cualquier práctica científica a la cual se dispone de un armazón conceptual para constituirse como tal.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

De esta manera, la escuela reconoce dichos saberes (saber sabio) y los transpone (transposición didáctica) con el fin de realizar una reproducción de los mismos. De esta manera, se hacen varias traducciones, la primera tiene que ver con la realidad tal y como es percibida por los sujetos que producen saber, dichas percepciones o producciones se matematizan (traducción al lenguaje matemático) y luego para hacerlo público se realiza una transposición en la escuela (“transposición” didáctica) para que esos saberes se reproduzcan.

2.6 El positivismo lógico y la producción de modelos.

Badiou (1972/2007) afirma que la tesis del positivismo lógico se apoya de manera explícita en una ciencia: la lógica matemática. De esta manera, la producción científica se ha desarrollado en el marco de los planteamientos de dicha ciencia. Por lo tanto, no es gratuito que estemos hablando de modelos matemáticos en estrecha relación con el ejercicio científico (modelación) de producción de los modelos.

Reconociendo que la noción de modelo matemático se hace presente gracias a las formas de representación de las cuales se dispone para dar a conocer una verdad sobre algún acontecimiento, fenómeno, realidad, problema, etc; se puede decir que dichas representaciones son históricas, es decir, el modelo en tanto representación tiene una existencia legítima dentro del sistema de conocimientos. Sin embargo, aunque este trabajo no se centra en la semiótica u ontosemiótica (Font & Godino, 2012) sí es pertinente aclarar que estas representaciones también son históricas y subjetivas. Dan cuenta de la materialización del sujeto-naturaleza-sociedad en particular con algunos problemas o fenómenos.

2.7 El modelo matemático como noción en Badiou

Badiou recoge de la historia de la ciencia una distinción entre ciencia formal y ciencia empírica, de esta manera, también se habla de una práctica experimental como medio de verificación de la práctica teórica. Sin embargo, en dicha contradicción hay una dialéctica evidente pero no para el positivismo de manera explícita.

El positivismo lógico (Badiou, 1972/2007) *“intenta encontrar reglas de reducción que puedan permitir convertir los términos de una ciencia empírica en los de otra ciencia”*. De esta manera, surge el proyecto de unidad de la ciencia a partir de su lenguaje, y por lenguaje se comprende la sintaxis y la semántica que lo constituye, y los modelos se construyen en estas reglas establecidas por la lógica matemática para su legitimación.

Tal legitimación de las expresiones y objetos matemáticos se dan por “dadas” dentro de las ciencias, así que una vez construido y validado el modelo es verdad dentro del campo matemático y se inserta en los saberes de los matemáticos que serán usuarios de dicho objeto o expresión, dependiendo de la naturaleza de los problemas que deba resolver.

2.8 El modelo matemático como Concepto

En este apartado, se aborda la producción de Badiou (1972/2007) con respecto al modelo en tanto concepto. Por lo tanto, presento un resumen de lo que el autor en mención construye en su texto de tal manera que posibilite su comprensión. Procuré ser fiel al texto, lo que podría entenderse como una paráfraseo retomando los elementos más relevantes que desarrollan una comprensión compleja, que tiene que ver con planteamientos desde la lógica formal y en particular la teoría de modelos.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Por esta razón he modificado algunas afirmaciones para hacerlo comprensible para el lector en relación con lo que me interesa en este trabajo.

2.8.1 El modelo matemático como concepto en Badiou

Al abordar el modelo como concepto, Badiou (1972/2007, p. 29) recurre a los usos del lenguaje en los procesos de investigación científica, en este sentido afirma que “*nuestra lengua calculable - nuestro juego con las escrituras- apunta a ser un dispositivo experimental matemático, es decir, un sistema de inscripciones que obedece a condiciones específicas” . De las cuales se vale la lógica para la materialización de los saberes y de manera recíproca los saberes deben inscribirse en dichos dispositivos para garantizar su existencia “real”.*

En tanto proceso, el lenguaje posibilita dos cosas, la primera designar la diferencia *fija* de los objetos, sin que “objeto” signifique aquí nada más que lo que se encadena a la experimentación que es susceptible de ser escrita. La segunda cosa que posibilita es la admisión de predicados capaces de marcar una constante por vez únicamente, correspondencia entre marca y objeto dentro de una generalidad del campo objetivo.

En la sintaxis matemática, usualmente se admiten predicados binarios -o relaciones- en el sistema de predicados entre objetos y relaciones posibilita de forma general la construcción del concepto de modelo.

Con base en lo anterior, al disponerse de los objetos y las relaciones, es posible la *formación* de ciertas expresiones o series de marcas que no se producen de manera azarosa, están determinadas por un sentido sintáctico y semántico de las *reglas de formación*. Como es sabido, el establecimiento de dichas reglas es competencia de la lógica matemática formal, que puede decirse que éstas autorizan las escrituras y las insertan en un campo ideológico, para este caso, el

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

proyecto de unidad de lenguaje de las ciencias tiene una comprensión de la realidad y de la ciencia que no se abstrae solo a la producción de saber.

Una vez planteada una afirmación de un hecho, objeto o fenómeno pasa a la prueba de la demostración matemática *se prueba* en la regulación explícita de las marcas. En matemáticas la escritura representa el momento de verificación.

Una vez instituidas las reglas de deducción, hay que elegir fórmulas iniciales. Esta elección caracteriza a la teoría considerada y le imprime su particularidad, ya que todas las demás reglas de nuestro lenguaje (formación y deducción) son generales. Ahora disponemos, en efecto, de un concepto de la *deducción*.

El resultado experimental por lo que atañe a la presunta “tranhistoricidad” de la lógica. (...) no hay contradicción alguna entre la *práctica* lógica inherente a toda demostración y la construcción de *sistemas* lógicos especiales. O, mejor dicho, la contradicción no es en tal caso más que la dialéctica viva de la demostración (semántica) y de la experimentación (sintáctica).

Procuramos decir que en realidad la lógica es en sí misma una construcción histórica, doblemente articulada en principios activos de las demostraciones concretas y figuras explícitas de un montaje formal. El “círculo” se despeja con la separación de la práctica demostrativa respecto de la inscripción experimental (o “formal”), separación que constituye el *motor* de la historia de esta ciencia.

Según Bachelard (citado por Badiou; 1972/2007) los instrumentos científicos como “teorías materializadas” se aplican con todo derecho a esos dispositivos escriturales que son las sintaxis formalizadas. Sintaxis que en realidad son *medios de producción matemáticos*. La necesidad técnica -acerca del cual tanto hemos insistido -de un control efectivo de los

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

procedimientos sintácticos y el carácter explícito de los criterios para la verificación-rectificación atribuida a los sistemas formales; trátase de una materialidad “rígida”, manipulable y abierta.

Y además hay que comprender que la materialidad no comienza con las máquinas “propiamente dichas”. Un sistema formal *es* una máquina matemática, una máquina *para* la producción matemática y se sitúa dentro de ésta. El instrumento científico, medio de encadenamiento de la prueba, es asimismo un *resultado* científico.

Hemos mostrado, en efecto, que las operaciones semánticas requieren un material matemático conjuntista no formalizado, pero fácilmente se podría mostrar que también el estudio de las propiedades sintácticas requiere fragmentos de la teoría de los números enteros y sobre todo un uso constante del razonamiento por concurrencia sobre la longitud de las escrituras. He ahí regiones, entre otras de la ciencia matemática *incorporadas* a los dispositivos materiales en que ésta se experimenta.

Los medios matemáticos de producción, también son matemáticamente producidos, raíz misma de la “doble circunstancia” de las matemáticas en nuestra definición del concepto de modelo. Lejos de señalar un exterior del pensamiento formal, la teoría de los modelos da normas a una dimensión de la *inmanencia práctica* de las ciencias.

Dentro de la unidad de este proceso, la distinción entre sintaxis y semántica tiene la fragilidad de la distinción entre *existencia* y *uso* de un dispositivo experimental, la distinción pertinente entre semántica y sintaxis remite a la elección de la parte de las matemáticas admitida para que figure *en el metalenguaje*. Badiou llama “metalenguaje” a todo lo que se le requiere al lenguaje corriente (no formalizado), inclusive la matemática “intuitiva” para que las operaciones sintácticas y semánticas puedan ser racionalmente explicadas y practicadas.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

De la diferencia -unidad del modelo y lo formal de la semántica y la sintaxis como la relación intramatemática entre un material de base aritmético y un material de base conjuntista que el concepto de modelo articule esa diferencia, y hay que atenerse al hecho de que los resultados teóricos que le incumben *adhieren* a la práctica matemática y no autorizan la menor exportación, no sólo porque esos resultados atañen la regla de uso de la palabra “modelo” y los principios que consultan las demostraciones en las que ésta figura remiten a los sistemas conceptuales de las matemáticas.

Quiere decir que toda exportación fuera del campo propio de la experimentación matemática es ilegítima, al menos si se pretende conservar el rigor de las propiedades del concepto y no degradarlas en variantes de una noción ideológica.

2.9 El modelo matemático como Categoría

Badiou (1972/2007, p. 64) se refiere al modelo que en tanto objeto matemático, da cuenta de un proceso de investigación científica y en este sentido, propone llamar modelo, “(...) *dentro del proceso histórico de una ciencia, al estatuto que asigna retrospectivamente a sus primeras instancias prácticas su transformación experimental mediante un dispositivo formal*”.

Se puede observar que esta manera de nombrar el modelo, particularmente, modelo matemático tiene inmersa una reflexión más allá de las comprensiones más generales sobre el modelo en las diferentes perspectivas de modelación, en la cual puede resumirse o simplificar al modelo como transformación de una realidad en lenguaje matemático. Puede identificarse que una postura como la de Badiou plantea una reflexión sobre la historicidad de las prácticas de transformación de esa realidad, la cual fue simplificada, traducida, descripta, interpretada mediante un ejercicio de modelación.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Badiou (1972/2007, p. 27) dice que *“para Lévi-Strauss, lo formal, lo bricolé, el artefacto, es modelo con respecto a un campo empírico dado”* en este sentido para la práctica modeladora en las ciencias humanas se lograba materializar en el registro formal que podía producirse a partir de las realidades en las que estaba inmerso el “objeto” a modelar. Como punto seguido a la afirmación sobre Lévi- Strauss, Badiou dice que *“Para la semántica positivista, el modelo es una interpretación de un sistema formal. Por lo tanto, los modelos del artefacto sintáctico son lo empírico y lo dado. Así se hace presente una especie de reversibilidad de la palabra “modelo”*. Como lo he afirmado antes y de acuerdo con Badiou, estos artificios evidencian una complicidad de la lógica formal a la actividad científica, en la medida en que la lógica matemática provee de herramientas y estrategias al estatus de verdad científico de una práctica. Luego cualquier sintaxis matemática, validada gracias al rigor lógico, da respaldo a la actividad científica para afirmar que aquello que muestra o representa el modelo es una verdad.

Esta especie de reversibilidad a la que se refiere Badiou está dada en reconocer una dialéctica entre lo “real”, lo cual la historia ha intentado ubicar lo real en términos de lo que puede asirse, o experimentarse de lo cual se parte a la vez que está en juego con estructuras pre-existentes con el fin de coadyuvar en la producción científica y matemática. Hago distinción entre las dos, no porque conciba que la producción matemática no es científica, claro que creo que lo es, las diferencio con el fin de mostrar cómo las matemáticas, principalmente la lógica formal⁵¹ se pone en relación con cualquier práctica científica y que le da el armazón para

⁵¹No pienso hacer distinción sobre lógica formal y matemáticas, una discusión que preocupó a muchos filósofos de la ciencia. Sin embargo sólo quiero nombrar que desde la lógica formal se propusieron los modelos matemáticos y su razón histórica está vinculado con la validez de las ciencias, en la medida en que para producción científica había un modelo que la representaba y la legitimaba.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

constituirse como tal. Al respecto Badiou afirma que la tesis del positivismo lógico se apoya de manera explícita en una ciencia: la lógica matemática.

El problema de saber qué ocurre finalmente con la *categoría* de modelo se desenvuelve íntegramente en la diferencia entre Carnap y Lévi-Strauss⁵², es decir, en el exacto alcance epistemológico del *concepto* lógico, científico del modelo, alcance que representa lo único capaz de validar o de no validar su exportación a los fines de construir una categoría filosófica

El asunto relevante de la categoría filosófica estriba en poner a la luz epistemológica una construcción (científica) del concepto. De la práctica de esta construcción se aguarda sobre todo una exacta captación de la diferencia entre el concepto de modelo y la noción (ideológica) homónima.

En el proceso de la construcción demostrativa de una verdad que se defiende, sirve para hacer válida otra diferencia, que desglosa dos usos categoriales (filosóficos) de la palabra “modelo”. En otros términos al poner la ciencia en relación con la ideología se plantea una distancia que es dada desde un discurso filosófico en dicha relación. Al respecto, Badiou plantea dos estilos antagónicos de discursos *sobre* la ciencia, dos formas de reapropiación ideológica de la ciencia, y finalmente, dos *políticas* de la ciencia: una progresista (positivismo) y una reaccionaria (materialismo dialéctico e histórico).

La oposición entre la investigación empírica - para hablar como Carnap - y la necesidad matemática es pertinente, pudiendo señalársela en los tipos de compulsión que ejerce sobre el lenguaje adoptado. Toda medición será, luego, expresable en el lenguaje formal.

⁵² Citados por Badiou

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Parecerá legítimo basar una epistemología de los modelos en el estudio sistemático de las correspondencias entre conceptos sintácticos y conceptos semánticos.

De esta manera hemos establecido que la categoría filosófica del modelo es, tal cual funciona en el discurso del positivismo lógico, doblemente inadecuada. Y lo es, sobre todo, por el hecho de pretender revestir la ideología empirista con palabras que designan los momentos de un proceso matemático. En efecto, “lenguajes formales” y “hechos empíricos” quedan confrontados dentro de su discurso, como dos regiones heterogéneas. Que los segundos sean eventualmente “modelo” de los primeros, es este un hecho que permite “pensar” la confrontación como relación.

Pero sucede, precisamente que en matemáticas el dispositivo formal es aquello gracias a lo cual, al advenir como modelo, una región matemática se ve transformada, probada, experimentada por lo que concierne al estatuto de su rigor o de su generalidad. Resulta inconcebible que semejante transformación sea la de cosa alguna distinta de lo que, siendo ya siempre matemático, es semánticamente asignable, como susceptible de articularse con el dispositivo sintáctico. Justamente porque también él es teoría materializada, resultado matemático, puede el dispositivo formal entrar en el proceso de producción de los conocimientos matemáticos y dentro de este proceso el concepto de modelo no designa un exterior por formalizar, sino un material por experimentar.

En este sentido vale la pena traer a colación la pregunta formulada por Badiou a partir de la construcción de su propuesta realizada hasta entonces, ¿vale decir que ningún empleo epistemológico de la palabra “modelo” es admisible? considero que tiene relevancia citarla, así como su respuesta, ya que al leer el texto se puede caer en la tentación de satanizar el término

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

modelo en relación con las comprensiones sobre ideología y sus nexos con el positivismo. La respuesta a esta pregunta es “No. Desde luego, si enfocamos la historicidad de las matemáticas justamente con la forma de su dialéctica experimental. La categoría de modelo sirve entonces para pensar el tiempo -particularísimo- de esa historia”.

La Historia de las Matemáticas puede apropiarse de la categoría de modelo por lo mismo que ya ha gobernado de una manera implícita tanto la polémica contra los usos nocionales (ideológicos) del término como la lectura del concepto (científico).

Lo único que digo es esto: si se asume dentro del marco del materialismo dialéctico una doctrina de la producción histórica de los conocimientos científicos, entonces uno tiene el derecho de reconocer en el concepto de modelo un índice epistemológico, desde que se entra a descifrar la dialéctica experimental de la producción matemática y se arranca, pues, a ésta de su estatuto idealista de conocimiento “puro”, “formal”, “a priori”, etc.

El examen riguroso del concepto científico de modelo permite trazar una línea de deslinde entre dos usos categoriales (filosóficos) de este concepto, uno positivista, que lo somete a la noción (ideológica) de la ciencia como representación de lo real; otro materialista, que al conciliarlo con la teoría de la historia de las ciencias -región específica de materialismo histórico-, hace indirectamente más fácil su integración eficaz en la ideología proletaria.

En primer lugar la teoría de los modelos permite, como hemos mostrado, diferenciar matemáticamente a la lógica de las matemáticas. Regula un uso de los dispositivos formales que permite señalar las fórmulas que especifican las matematicidad de una estructura, cuales son las que fuerzan a ciertas estructuras a no ser modelos para el sistema.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Por otro lado, el principal uso de los modelos se aplica a la producción de pruebas de coherencia relativa y de independencia. Al mismo tiempo, el modelo pone fin a la práctica que juzga.

Suponiendo asumida una configuración matemática inscrita en la historia de esta ciencia, hacerla aparecer como modelo de un sistema formal, es decir, tratarla mediante este mecanismo, produce el efecto principal de ubicar su particularidad, de exportarla -fuera de las ilusiones inmediatas de su producción singular- a un espacio matemático más general, cual es el de los modelos del sistema: el dispositivo experimental es una encrucijada de prácticas. Tales operaciones de desplazamiento pueden ser históricamente decisivas.

Este uso de la palabra modelo libera una categoría epistemológica fecunda. Badiou (1972/2007, p. 64) Propone llamar modelo, dentro del proceso histórico de una ciencia, al estatuto que asigna retrospectivamente a sus primeras instancias prácticas su transformación experimental mediante un dispositivo formal definido.

A la inversa, la historicidad conceptual, es decir, el valor “productor” del formalismo, le viene tanto de su dependencia teórica a título de instrumento como de lo que tiene de los modelos: le viene del hecho de incorporarse doblemente a las condiciones de producción y de reproducción de los conocimientos. Tal es la garantía práctica de los montajes formales.

Al respecto, afirma que la categoría de modelo ha de designar, así, un sistema de casusas que le dieron emergencia al formalismo sobre su propia historia científica, que es la historia conjunta de un objeto y de un uso. Y la historicidad del formalismo será la inteligibilidad anticipadora de aquello a lo que éste constituye retrospectivamente como su modelo. Esta afirmación es una de las más poderosas del texto El concepto de Modelo, dado que reconocer en

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

los objetos matemáticos una causalidad de hechos que le dan existencia, implica la comprensión histórica de los mismos, y desde allí es que los mismos tienen sentido en relación con la producción de saber. Cada saber tiene una historia que da cuenta de prácticas, hechos, paradigmas, etc., sobre el mundo y los modelos matemáticos posibilitan esa comprensión del pasado de los objetos de tal manera que modifiquen el presente.

Por eso, el problema no es ni puede ser el de las relaciones representativas del modelo con lo concreto, o de la forma con los modelos. El problema es el de la historia de la formalización. “Modelo” designa la red entrecruzada de las retracciones y anticipaciones que tejen esta historia, o sea, lo que se ha designado, en cuanto a la anticipación, como corte, y como refundición en cuanto a retroacción. Badiou (1972/2007, p. 64)

Ningún dispositivo formal escapa a la necesidad de poder inscribir su propia finitud, o sea, la materialidad discreta de las marcas que despliegan en su seno el proceso de inscripción. Un montaje experimental es siempre, al mismo tiempo, experimentación del montaje.

De esta manera, una categoría filosófica desde el positivismo demanda usos del modelo que promuevan el desarrollo científico en relación con el acervo intelectual que da cuenta de las realidades en las cuales funciona. Una mirada desde el materialismo indagaría el cómo y el por qué los objetos se constituyeron en saber.

CAPÍTULO 3: FILOSOFÍA DEL MODELO MATEMÁTICO Y MODELACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

3.1 Introducción

La filosofía de las matemáticas, al abordar la naturaleza de los objetos matemáticos, plantea reflexiones que posibilitan diferentes comprensiones sobre los objetos y los fenómenos, dependiendo del interés por el que se recurre a ella. De manera particular, una mirada desde la Educación Matemática posibilita una reflexión que contribuya al mejoramiento de las prácticas pedagógicas en este campo científico.

En el capítulo anterior, realicé una aproximación al planteamiento de Badiou sobre el modelo, en particular del modelo matemático. La metodología empleada, y que describí en el capítulo anterior, me acercó a la comprensión planteada de tal manera que facilitara la vinculación entre una reflexión filosófica y el campo de la Modelación matemática en contextos escolares. Este es el objetivo de este capítulo, vincular la reflexión planteada en el capítulo anterior con comprensiones sobre modelación matemática, la cual *grosso modo* se planteó en el primer capítulo.

Por lo tanto, en este capítulo abordaré definiciones, caracterizaciones, entre otros elementos que ilustran los ejercicios de modelación en el campo de la Educación Matemática, además tomaré un ejemplo de una situación de modelación sobre el cual trabajé con el Dr. Villa-Ochoa⁵³ en años pasados, y que permita hacer más asible los planteamientos realizados

⁵³ Asesor de este trabajo de investigación

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

en este trabajo en la medida en que recoge nuestras consideraciones del momento en que fueron plantados y como esta postura se ha (re)significado a partir de la reflexión lograda en el marco de este trabajo..

3.2 Historia de la Ciencia y Modelación Matemática

Al identificar en la modelación matemática, una instauración de la legitimidad de la ciencia y al comprender la modelación como una práctica productora de modelos, vale la pena una mirada a la naturaleza de dichas prácticas, las cuales están insertadas en los contextos culturales, sociales, científicos en las que se legitiman. Por esto, una mirada a la naturaleza de la modelación implica identificar en la Historia los contextos, problemas, conocimientos, paradigmas imperantes, el estado de la ciencia, entre otros aspectos que influyeron en esas producciones de saber.

Aunque en el capítulo anterior se abordó desde una comprensión más filosófica y epistemológica del modelo, la modelación y la ciencia, entre otros elementos; en este apartado quiero mostrar cómo actividades modeladoras constituyeron la producción de saber científico. Para lograrlo, sigo la misma línea del planteamiento de las tres tesis de Badiou, que ya han sido discutidas en los capítulos anteriores, y constituyen sub-apartados de este escrito.

3.2.1 El modelo matemático como una noción descriptiva de la actividad científica

Al referirme al modelo en tanto *noción descriptiva de la actividad científica*, estoy asociándolo dialécticamente con representación a partir del análisis realizado sobre los trabajos

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

de Badiou. Y esto hace que me enfoque en identificar las representaciones posibles en un proceso de modelación matemática, así como la naturaleza de las mismas.

De esta manera, la modelación responde a la exigencia de responder ante la pregunta por el entorno haciendo uso de las representaciones establecidas. Pero, ¿de cuáles representaciones estamos hablando? ¿Cómo hacer uso de los símbolos legítimos para explicar la situación planteada? ¿cómo debe ser el modelo construido?.

La representación ha sido un proceso necesario en la vida social de los sujetos, en ella se signa las cosmogonías y cosmovisiones del entorno que le es problemático. De esta manera, si uno reconoce tales visiones en los registros de representación, vale la pena preguntarse por su constitución y legitimidad, ya que tales registros propician el espacio para la constitución de otros saberes que son posteriores.

En este sentido, la modelación matemática recurre a las representaciones establecidas para significar las actividades o prácticas matemáticas. De esta manera, un sujeto involucrado en un problema de variación, y con un conocimiento matemático suficiente en cálculo, podría identificar las variables, realizar tablas y gráficos, construir una expresión algebraica para generalizar su manera de abordar el problema. Pero vale la pena preguntarse, ¿Por qué recurre a estas formas de representación?

Esta pregunta me interesa, porque abre una reflexión en relación con las actividades propuestas en las aulas escolares, considerando que un maestro de matemáticas plantee una situación, considerando la modelación como una estrategia de enseñanza y aprendizaje. Una reflexión sobre esto, propone reconocer la naturaleza de la modelación y la identificación de caminos que posibiliten la reflexión sobre los sentidos de las prácticas mismas.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Ahora, como maestra y desde la producción que he realizado en este trabajo investigativo de maestría, nuestra práctica docente está permeada por una ideología, unas creencias y unos saberes que se ponen en juego y de dicha sinergia se producen cosas “materiales”⁵⁴ que dan cuenta de ese pasado o de ese sustento de su existencia. Este trabajo se centra en considerar que la toma de conciencia sobre algunos de estos elementos (saberes, creencias, presupuestos, ideologías, etc) transforma las prácticas pedagógicas que se ven permeadas por los mismos.

A manera de ejemplo, cito una actividad planteada por Mesa & Villa (2008) para favorecer el aprendizaje de la función cuadrática y que estuvo diseñada teniendo en cuenta unos momentos y procesos de la modelación planteados desde Bassanezi (2002); así como tomando una situación histórica que tenía que ver con las situaciones cuadráticas como el caso de la caída libre.

3.3 ACTIVIDAD DE MODELACIÓN

Para la actividad se propusieron tres momentos a saber:

Primer momento: Idea mental de la situación.

En este primer momento se les presenta el fenómeno de caída de un cuerpo y luego se les pide que describan las características del movimiento, con lo cual deben procurar establecer y validar diferentes regularidades. De esta manera se espera que los estudiantes reconozcan las diversas cantidades que intervienen en la situación. (v.g. la altura del objeto, la velocidad con que cae, la aceleración, la resistencia del aire...) de igual forma se puede orientar a los estudiantes hacia el reconocimiento de relaciones de dependencia entre las cantidades. En este momento se

⁵⁴ No se refiere a lo manipulable, o lo que pueda ser perceptible, se refiere a lo material en el sentido de que es algo que hace parte de la realidad del sujeto, que le posibilite su relación con el entorno.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

pretende dejar en claro la capacidad de los estudiantes para comunicar las relaciones matemáticas lo cual se hace evidente con la descripción cualitativa con diferentes usos del lenguaje y los diferentes sistemas de representación.

En este primer momento, es evidente que la situación es pensada con el fin de propiciar un espacio adecuado para posibilitar el establecimiento de relaciones, de identificación de las magnitudes y su comportamiento, y tenemos conciencia de dichos procesos en relación con la importancia en el desarrollo de las matemáticas porque un análisis de su constitución epistemológica develó estos procesos.

Por ello, al reconocerlos en su constitución se proponen estrategias que pensamos necesarias para los conceptos, y de allí que un estudio de tipo histórico y epistemológico sea pertinente en la formación de los educadores matemáticos. En el papel de educadora matemática, en este primer momento este tipo de situaciones se interesan por otorgar sentido a la matemática que está involucrada en la situación demandando su “descubrimiento”.

El problema de la caída libre en tanto objeto de interés para un modelador, es un problema traído de la época del siglo XVI, que le interesó a Galileo Galilei, como a otros científicos en la historia de la ciencia. Sin embargo, la pregunta por la naturaleza del problema debe pensarse en términos de la inteligibilidad de los estudiantes que van a abordar la situación, de esta manera es posible que otros registros de representación distintos a los establecidos, hagan presencia en las actividades modeladoras de los estudiantes, como también es posible que todos los medios de representación establecidos, como gráficas cartesianas, tablas de datos, expresiones algebraicas, no sean necesarios para lograr la comprensión del fenómeno.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Una mirada histórica permite situar y reflexionar la inteligibilidad de Galileo, no para reproducirlas, sino que al situarla y reflexionarla nos permita identificar sus condiciones y modos de producción, los cuales pueden darnos información importante para la práctica del maestro. Por ejemplo, identificar los heurísticos de los estudiantes, sus comprensiones previas sobre el mundo en el que tiene sentido para él el problema planteado. Los registros simbólicos se agotan ante la mirada de reconocer que los que existen hasta hoy, reconocidos como valores culturales, son esos, como si la historia de los objetos perteneciera a un pasado del que no hacemos parte.

Esto quiere decir, que si pensamos que las situaciones de modelación promueven ejercicios de investigación en las aulas escolares, debemos estar expuestos a la producción, a las rupturas, transgresiones, resistencia, entre otros eventos que pueden ocurrir en los ámbitos de producción.

Segundo momento: experimentación

Se les plantea la experimentación con una guía directa de laboratorio con materiales especializados; para ello se les pedirá a los estudiantes que lleven un control de la situación mediante un cronómetro y regla graduada y que construyan una tabla de la situación. Con base en la tabla construida y en la trayectoria dejada por el objeto los estudiantes deben reflexionar y conjeturar sobre el problema; de igual manera se espera construir un gráfico cartesiano del comportamiento de las cantidades. Inicialmente los estudiantes podrían entender la razón de cambio constante no como un cociente de diferencias, sino como el cociente aritmético entre los valores de una tabla. Esto permitirá proponer algunas ideas que ayuden a los estudiantes a identificar esta característica de la razón de cambio en el momento de la intervención.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

En este segundo momento, la puesta en escena de lo producido en el primer momento, es lo que cobra importancia en la medida en que los instrumentos son medios para la producción de saber que al conjugarlos con los conocimientos matemáticos dan cuenta de la apropiación de los estudiantes con respecto al problema planteado. Los gráficos, las tablas, las expresiones, los conceptos y nociones de los que se vale el estudiante para comunicar las ideas que va elaborando, dan cuenta del papel “universal” y verdadero de las matemáticas como un medio de producción de verdades.

La razón por la que demandamos que los estudiantes usen ciertos dispositivos, recursos, medios, para la modelación de un fenómeno tiene su origen en su constitución histórica, esto quiere decir, que en la historia del concepto de función cuadrática, la naturaleza de las representaciones tuvieron mucho que ver para su legitimidad, los estudiantes están en la reproducción de un proceso o de una inteligibilidad de un problema que le fue significativo a uno y a varios más, pero los llevamos (transponemos) a la escuela con el fin de considerar que son las mismas inteligibilidades comunes a todas las hacen proponer estrategias globales, aunque los conocimientos ya construidos sean válidos para los fenómenos de nuestros contextos.

Tercer momento: Simulación-Validación

Incluye la simulación del fenómeno en el software *modellus*, con el cual se pretende que los estudiantes puedan interactuar mostrando simultáneamente las gráficas cartesianas de la posición, velocidad y aceleración. En este momento se espera la construcción de un modelo algebraico de las relaciones entre las magnitudes.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Este es un momento de confrontación o validación con la realidad, y en la cual se confirma una idea platonista y pitagórica de la realidad, al estar escrita en lenguaje matemático, pues es el momento de verificar que las relaciones planteadas, su cuantificación y predicción en la realidad funcionan. En este sentido el tercer momento plantea la constitución del objeto, en tanto modelo matemático, en un proceso de enseñanza y aprendizaje.

Ficheiro Editar Caso Ventana Ayuda

Casos: E3

r' 1

Rcheiro Editar Caso Ventana Ayuda

Casos: 0

35
30
56

Ahora, la pregunta por la naturaleza de la realidad está en juego, y aunque no se plantea una discusión en este trabajo en este sentido, sí es necesario anotar que el hecho de que el fenómeno propuesto para el estudio tenga una existencia “universal” en las realidades, es necesario un primer paso que tiene que ver con el reconocimiento del fenómeno mismo por parte de las realidades de los estudiantes.

Ahora, estos tres momentos planteados se dan para cualquiera de las situaciones que se proponen para un ejercicio de modelación matemática. Pero de manera particular, una actividad como la propuesta, según Mesa & Villa (2008), tienen el siguiente desarrollo de la situación:

ACTIVIDAD N° 1. Reconocimiento y descripción de la variación [captación cualitativa] Se le entrega a cada equipo de estudiantes una pelota y se les pide que describan el movimiento del objeto cuando se deja caer a cierta altura.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Se orienta el trabajo con el siguiente

conjunto de preguntas:

**Ilustración 3 Tabla
Generada en el software Modellus**

- ¿Qué cantidades intervienen en la situación?
- ¿Cuáles de ellas son constantes y cuáles varían en las condiciones del problema?
- Presente un argumento del porqué el movimiento puede o no ser lineal.
- Realice una gráfica aproximada que represente la relación entre el tiempo y la distancia recorrida por el objeto.

Esta actividad se plantea para el re-conocimiento de un fenómeno muy común en su cotidianidad, vinculando elementos que desde su formación en matemáticas el estudiante ha ido construyendo con el fin de que la situación le demande una mayor actividad que pone en juego los saberes previos.

ACTIVIDAD N° 2. Cuantificación de la Variación.

[Captación numérica de la razón de Cambio] En este momento se pide a los estudiantes que observen los valores mostrados por el software en la tabla No 1. Se les pide que:

Observen la tabla y describan la forma en cómo cambia la altura del objeto con respecto al tiempo.

- ¿Varía Linealmente? Justifique su respuesta.
- Copie los valores de la tabla y péguelos en un archivo de Excel.
- Calcule la Razón de Cambio de la altura del objeto con respecto al tiempo. ¿Observa alguna regularidad?
- Describa la forma en que *cambia* la *razón de Cambio*, y representela simbólicamente. (A esta razón de cambio se le llama velocidad).

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

- Calcule la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo.

(A este valor se le llama aceleración).

En esta segunda actividad se observa una mayor actividad en relación con la producción camino a la formalización de la situación. Se espera que esta actividad propicie las condiciones para identificación de las constantes, variables, reconozca la forma de su escritura en la que intervenga toda la información que la situación le presenta. Dado que el modelo, es modelo para una situación que se conforma de toda la información necesaria, por ende el modelo debe dar cuenta de todos los asuntos de la realidad que se quiere modelar.

ACTIVIDAD N° 3. Construcción del modelo.

En este momento se espera que el estudiante alcance a construir el modelo matemático de la situación determinando las gráficas cartesianas y las expresiones simbólicas.

- Construya en Excel una gráfica de la altura, velocidad y aceleración con respecto al tiempo.
- Compare los gráficos obtenidos con los presentados en el software *modellus*.
- Determine una expresión simbólica que represente la variación entre la velocidad y el tiempo.
- Determine una expresión simbólica que represente la variación entre la posición y el tiempo.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

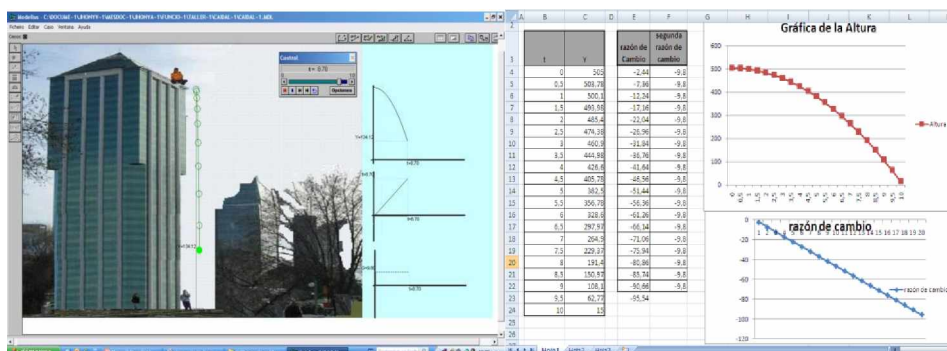


Ilustración 4. Animación en el software modellus y de las tablas y gráficas construidas en Excel.

En esta tercera actividad, las acciones propuestas están encaminadas a plantear una explicación del fenómeno en relación con el entramado de conocimientos ya constituidos de las matemáticas, sabemos desde la disciplina misma de las matemáticas el poder de las gráficas cartesianas, previo reconocimiento de las variables, así como la formulación de su expresión algebraica a la cual se llega con el fin de nombrar una existencia generada en el proceso mismo.

Hasta este momento, la preocupación en las actividades se basa en la forma en que el proceso de aprendizaje del concepto de función cuadrática puede facilitarse, así como de nombrar el fenómeno mismo a partir de las expresiones ya dadas para el fin.

En ningún momento en la situación hay una toma de conciencia del carácter reproductor de la situación. Esto no quiere decir que haya un juicio de valor en relación con lo que es lo mejor o no de los procesos, el carácter reproductor no tiene una connotación peyorativa, sólo que estos ejercicios modeladores están encaminados a apropiarse cada vez más de un saber ya dado, que según Badiou este mismo saber está ya permeado por una ideología dominante y que la manera más fácil de develar su presencia en los discursos pedagógicos es mediante la representación de los objetos propios de la ciencia.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

3.4 El positivismo lógico y la producción de modelos.

Badiou (1972/2007) afirma que la tesis del positivismo lógico se apoya de manera explícita en una ciencia: la lógica matemática. De esta manera, la producción científica se ha desarrollado en el marco de los planteamientos de dicha ciencia. Por lo tanto, no es gratuito que estemos hablando de modelos matemáticos en estrecha relación con el ejercicio científico (modelación) de producción de los modelos.

Reconociendo que la noción de modelo matemático se hace presente gracias a las formas de representación de las cuales se dispone para dar a conocer una verdad sobre algún acontecimiento, fenómeno, realidad, problema, etc; se puede decir que dichas representaciones son históricas, es decir, el modelo en tanto representación tiene una existencia legítima dentro del sistema de conocimientos. Sin embargo, aunque este trabajo no se centra en la semiótica u ontosemiótica (Font & Godino, 2012) sí es pertinente aclarar que estas representaciones también son históricas y subjetivas. Dan cuenta de la materialización del sujeto-naturaleza-sociedad en particular con algunos problemas o fenómenos.

En relación con el concepto de Función Cuadrática, hoy podemos referirnos a su expresión algebraica, $f(x) = ax^2 + bx + c$, reconocemos una gráfica cartesiana de la misma (una parábola), reconocemos los fenómenos que permiten representarse por ella, se reconoce en su historia como objeto matemático (en su epistemología) pero un conocimiento de tipo sociohistórico. Y como tal, la historia de la epistemología de dicho concepto tiene otras cosas que decir del objeto mismo. En este sentido, vale la pena preguntarse: ¿de qué sirve la representación? o mejor, ¿Por qué históricamente se ha evidenciado la necesidad de representar el conocimiento? aunque éstas son preguntas que no se responderán en este texto, el poder de la

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

representación permite la historicidad de lo representado que remite a pensar en relación con el uso social del mismo. Por ello la representación es un elemento esencial para la reproducción de ese saber.

El positivismo lógico (Badiou, 1972/2007) “*intenta encontrar reglas de reducción que puedan permitir convertir los términos de una ciencia empírica en los de otra ciencia*”. De esta manera, surge el proyecto de unidad de la ciencia a partir de su lenguaje, y por lenguaje se comprende la sintaxis y la semántica que lo constituye, y los modelos se construyen en estas reglas establecidas por la lógica matemática para su legitimación.

Tal legitimación de las expresiones y objetos matemáticos se dan por “dadas” dentro de las ciencias, así que una vez construido y validado el modelo es verdad dentro del campo matemático y se inserta en los saberes de los matemáticos que serán usuarios de dicho objeto o expresión, dependiendo de la naturaleza de los problemas que deba resolver.

3.4 El modelo y la modelación en el campo de la Educación Matemática

En coherencia con lo anterior y llevándolo a la práctica pedagógica en matemáticas, es posible identificar en la Historia de la Educación Matemática, una recurrencia en la implementación de estrategias que busquen la obtención de modelo es una práctica necesaria para abordar el aprendizaje de las matemáticas de manera significativa, dado que el interés en la modelación está dado por el carácter “contextual” por medio de una práctica realizada por los estudiantes

3.4.1 Algunas comprensiones sobre el modelo matemático en la literatura

Con el fin de ilustrar algunas actividades de modelación que permitan relacionar la propuesta realizada por Badiou del modelo como noción. Consideré para el análisis, algunos elementos que me permitieron construir las reflexiones que emergen en el transcurso del trabajo de campo. Por ello, para cada autor cito su concepción de modelo, modelación, los procesos que identificó y algunas actividades que suelen plantearse desde esta postura; con el fin de que contribuya reflexión desde las instancias epistemológicas mencionadas en relación con algunas de las comprensiones sobre Modelación.

Ninguna de las citas tiene en sus originales el subrayado, éste fue realizado por mí para facilitar el análisis de acuerdo con las unidades de análisis que se desarrollaron y que tienen que ver con los vínculos con la realidad, los usos implícitos o explícitos de los modelos, una comprensión de matemáticas que subyace a los planteamientos de las actividades.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Biembengut: Esta investigadora ha trabajado la modelación como herramienta para la enseñanza de las matemáticas proponiendo tipos de problemas, situaciones, procesos que interviene en la modelación y que el maestro tiene en cuenta en su aula para posibilitar: "... el proceso que involucra la obtención de un modelo". En relación con la comprensión sobre modelo matemático, Biembengut (2007) dice que: "Un modelo puede ser formulado en términos familiares, se utilizan expresiones numéricas o fórmulas, diagramas, gráficos o representaciones geométricas, ecuaciones algebraicas, tablas, programas computacionales, etc (...) un modelo retrata, aunque en una visión simplificada, aspectos de la situación investigada".

En este sentido el modelo matemático tiene la función de dar cuenta de una realidad dada al modelador, el cual dispone de unos saberes que ya funcionan en la práctica cotidiana y de algunas formas de representación que son reconocidas como matemáticas y que al ser usadas hay una convencionalidad que le atribuye los significados.

De acuerdo con esta comprensión el modelo matemático tiene un campo más amplio que el mero simbolismo algebraico, posibilitando la modelación en todos los niveles educativos, aunque plantee que tanto mayor es el conocimiento matemático, mayores serán las posibilidades de resolver cuestiones que exijan una matemática más sofisticada.

También afirma que la modelación pone a interactuar la aparente dualidad matemáticas-realidad, y además permite representar una situación "real" con herramientas matemáticas (modelo matemático). Para representar las situaciones, Biembengut considera una serie de procedimientos agrupados en las siguientes subetapas:

1. **Interacción:** en la cual se da el reconocimiento de la situación problema, familiarización con el asunto a ser modelado.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

2. Matemización: formulación del problemas, surgimiento de las hipótesis, resolución de problemas en términos del modelo.
3. Modelo matemático; interpretación de la solución y validación y evaluación del modelo.

De esta manera, se identifican procesos muy poderosos para utilizarlos dentro de las aulas escolares, en el intento de recrear ambientes científicos. Sin embargo la (re)creación sugiere partir de procesos que se dieron en la historia o en contextos distintos. Esto es algo de lo que algunos investigadores, han insistido en que la modelación en educación se diferencia de la actividad de los matemáticos, porque estos últimos se ubican en la producción de conocimiento y que este no es el interés de la modelación en la educación defendiendo un carácter formativo en las mismas.

Blomhaj: Para este investigador, “*Un modelo matemático es una relación entre ciertos objetos matemáticos y sus conexiones por un lado, y por el otro, una situación o fenómeno de naturaleza no matemática*” al respecto dice que este concepto de modelo tiene estas significativas implicaciones didácticas:

En primer lugar, esto implica que, cuando la matemática es aplicada a una situación extra-matemática, algún tipo de modelo matemático está involucrado explícita o implícitamente en ella.

Segundo, para que un alumno experimente con un modelo matemático y sea capaz de reflexionar sobre las relaciones existentes en él, es una precondition epistemológica que este alumno sea capaz de percibir la

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

situación o fenómeno modelado y la matemática en juego, como dos objetos separados pero al mismo tiempo interrelacionados

En esta comprensión sobre modelo se distingue una situación o fenómeno que da cuenta de una “realidad”, y tomar conciencia que la misma no es matemática, sugiere que las matemáticas son un medio, instrumento o herramienta que permite el conocimiento de dicha realidad. ¿Por qué para conocer la realidad se requieren las matemáticas? ¿no es ésta una idea muy platónica de las matemáticas?

Por otro lado, la aplicación de las matemáticas sugiere otro contexto con el cual está en relación. No me interesa señalar la naturaleza ideal o ideológica del modelo, sino como esa idea de aplicación está inmersa en una idea de validación y ésta tiene cabida en la medida en que hay “algo” con lo cual validar, y ese “algo” es el stock de marcas, conceptos, expresiones que son legitimados y que desde su acepción la aplicación conlleva a un proceso de reproducción.

Para este mismo autor, la modelación matemática *“puede ser vista como una práctica de enseñanza que coloca la relación entre el mundo real y la matemática en el centro de la enseñanza y el aprendizaje, y esto es relevante para cualquier nivel de enseñanza”*(p.1). Esta comprensión guarda coherencia con la idea de modelo que posibilita la relación señalada, pero además deja ver que lo que llama el “mundo real” es lo que nombra como “situación extramatemática”.

Con respecto a este proceso de modelación, se reconocen seis subprocesos a saber:

1. Formulación del problema
2. Sistematización

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

3. Traducción
4. Uso de métodos matemáticos
5. Interpretación
6. Validez

En este sentido, dichos subprocesos están orientados al aprendizaje de las matemáticas de tal manera que sea fiel a la estructura matemática en relación con la existencia misma del objeto matemático por la “cosa” de la cual se representa.

Ministerio de Educación Nacional-MEN: Para el MEN (1998) la modelación es uno de los procesos generales, es decir, tiene que ver con el aprendizaje de las matemáticas y además están presentes en toda la actividad matemática. Al respecto, define a la modelación como “la forma de describirla interrelación entre el mundo real y las matemáticas”. (p. 76).

Esta manera tan sucinta de definir la modelación evidencia que el modelo materializa la interrelación presentada con el fin de describir⁵⁵ aspectos del mundo real, y esa singularidad para nombrar la realidad ya es en sí misma (en palabras de Badiou) un síntoma ideológico. Pero retomando la comprensión que sobre la modelación se ha propuesto desde el MEN, el punto de partida es una situación problemática real de la cual se dice que debe ser simplificada⁵⁶, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones y suposiciones y debe precisarse más de acuerdo

⁵⁵Según la RAE, *describir es Representar a alguien o algo por medio del lenguaje, refiriendo o explicando sus distintas partes, cualidades o circunstancias. Me interesa mostrar cómo la intencionalidad de describir sugiere una representación que es a lo que estoy apuntando con la idea de que en el modelo es una representación.*

⁵⁶ 1. tr. Hacer más sencillo, más fácil o menos complicado algo.

2. tr. Mat. Reducir una expresión, cantidad o ecuación a su forma más breve y sencilla.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

con los intereses del que resuelve el problema. La formulación del problema contiene las características esenciales de la situación original, y por otra parte está ya tan esquematizada que permite una aproximación con medios matemáticos.

Los datos, conceptos, relaciones, condiciones y suposiciones del problema enunciado matemáticamente deben trasladarse a las matemáticas, es decir, deben ser matematizados y así resulta un modelo matemático de la situación original. Dicho modelo consta esencialmente de ciertos objetos matemáticos, que corresponden a los “elementos básicos” de la situación original o del problema formulado, y de ciertas relaciones entre esos objetos, que corresponden también a relaciones entre esos “elementos básicos”.

La resolución de problemas es una estrategia que posibilita la modelación, en la medida en que al darse un problema, este debe ser resuelto siguiendo una sistematicidad que posibilite la solución de la misma. De esta manera, cuando se parte de una situación problematizadora real, la cual demanda ser resuelta, y se sigue un camino para su solución puede verse en las matemáticas una herramienta que “facilita” el camino, en la medida en que las explicaciones se demandan desde un campo matemático, por eso quien haga un uso adecuado de las matemáticas tendrá soluciones más claras desde la matematización. Pero una vez obtenido el resultado, expresión matemática, el MEN dice que:

Estos resultados tienen que ser validados, es decir, se tienen que volver a trasladar al mundo real, para ser *interpretados* en relación con la situación original. De esta manera, el que resuelve el problema también valida el modelo, si se justifica usarlo para el propósito que fue construido.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

De esta afirmación se puede pensar que si para cada fenómeno de la realidad (mundo material) se tiene una expresión simbólica-matemática que dé cuenta de su existencia, no estamos alejados de la cosmovisión de Galileo, así como la de Platón. Dicha garantía, que para la solución del problema había una instancia matemática que le daba legitimidad, establece una relación más clara entre validez del modelo en relación con su aplicación.

Cuando se valida el modelo pueden ocurrir discrepancias que conducen a una modificación del modelo o a su reemplazo por uno nuevo. En otras palabras, los procesos de resolución de problemas pueden requerir devolverse o retornar varias veces. Sin embargo, en ocasiones, ni siquiera varios intentos conducen a resultados razonables y útiles, tal vez porque el problema simplemente no es accesible al tratamiento matemático desde el nivel de conocimientos matemáticos del que trata de resolverlo.

Una precisión mayor de la modelación matemática desde los lineamientos curriculares no se aleja de la idea de realidad, a la cual no solo considera sino a la cual se debe, y por lo tanto la conexión realidad-matemáticas es posible gracias a las prácticas científicas de explicación de los fenómenos y objetos de la realidad, así como una mirada

(...)El proceso de modelación no solamente produce una imagen simplificada sino también una imagen fiel de alguna parte de un proceso real pre-existente. Más bien, los modelos matemáticos también estructuran y crean un pedazo de realidad, dependiendo del conocimiento, intereses e intenciones del que resuelve el problema.

Reconozco que este texto fue escrito antes de una mayor profundidad en los estudios sobre la Modelación matemática en la Educación Matemática, por lo tanto carece de discusiones

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

que se han realizado hasta el momento, pero lo considero de suma importancia ya que es el documento rector expedido por el Ministerio de Educación Nacional que los maestros y directivos tienen en cuenta a la hora de planificar las prácticas pedagógicas en esta área de la formación.

Sin embargo, es un muy buen ejemplo que da cuenta de cómo la modelación, incluso después de muchas investigaciones y aportes, sigue concibiéndose como un proceso que posibilita el aprendizaje de las matemáticas, al poner los objetos matemáticos materializando la tensión entre realidad y conocimiento matemático para su legitimación, aunque detrás de esta forma de ver la modelación está la función de reproducción de los saberes a los cuales aspira la formación en matemáticas. Así, criterios de buenos modelos están basados en el uso de los símbolos pre-existentes a la situación y modelación y como desde allí se aprende en esa relación con dichos símbolos.

Bassanezi: Para este investigador, la modelación matemática es un proceso dinámico utilizado para la obtención y validación de modelos matemáticos. Es una forma de abstracción y generalización con la finalidad de previsión de tendencias. La modelación consiste, esencialmente, en el arte de transformar situaciones de la realidad en problemas matemáticos cuyas soluciones deben ser interpretadas en el lenguaje usual. (2002, p. 24)

En consecuencia, comprende el modelo matemático como *“un conjunto de símbolos y relaciones que representan de alguna forma el objeto estudiado”*.

Como los otros investigadores, Bassanezi propone unas fases o momentos de la modelación en los cuales se evidencian procesos muy similares a los otros investigadores, que tiene que ver con la comprensión del enunciado en el mundo real, matematización, validación,

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

etc. La transformación, así como la traducción tiene vinculado un ajuste a lenguaje establecido, que reduce la mirada de tal manera que sea legible para el público que legitima y valida, en este caso son los investigadores.

Skovsmose: Desde una postura de la Educación Matemática crítica, Skovsmose (1999, p. 112) concibe la modelación⁵⁷“como una manera potente por medio de la cual las matemáticas ejercen su poder formativo. En un proceso de modelaje las matemáticas no sólo tocan la realidad sino que también la exprimen y la transforman. Las abstracciones se materializan”. Esta mirada se diferencia sustancialmente de las otras propuestas en la medida en que reconoce en la modelación la posibilidad de que las matemáticas escolares vayan más allá de la reproducción y aplicación de un saber, aunque se vale del mismo para pensar en el carácter formativo de las matemáticas.

De esta manera, sigue existiendo la consideración de una realidad dada, en la cual el sujeto se inserta y las matemáticas le posibilitan otros escenarios de acción. En este sentido se puede ver que aunque los intereses explícitos de la modelación son un poco distintos, no aclara sobre la comprensión de matemáticas que se tiene y de su papel en las prácticas de los sujetos.

Bajo esta comprensión identifica dos tipos de modelación; de tipo puntual y de tipo extendido. El primer tipo se refiere a la transformación del problema al cual se enfrenta en un lenguaje formal en el cual se soluciona el problema. En el segundo tipo, la terminología matemática no se usa para describir un problema específico, sino que se usa para proveer una base genérica para un proceso tecnológico (Skovsmose, p. 113).

⁵⁷Aunque el autor habla del término modelaje yo lo llamo modelación dado que se refiere a lo que aquí he llamado como tal y con el fin de evitar confusiones de tipo epistemológico.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Lo anterior muestra cómo en el sentido de la transformación en un lenguaje formal, desde una perspectiva crítica puede seguirse viendo un uso dominante de un saber que no se pone en cuestionamiento en relación con sus formas de producción y socialización de los saberes. Me refiere a la naturaleza de la representación. Desde este sentido, vale la pena preguntarse ¿por qué los ejercicios de modelación deben llegar a una formalización matemática (occidental) de sus prácticas? para responderlo la ideología que reviste al modelo da cuenta de una respuesta.

Araujo: es una de las investigadoras sobre modelación desde una perspectiva sociocultural, ella dice que en términos generales, la modelación matemática puede ser comprendida como el uso de los modelos matemáticos para resolver problemas de la realidad, lo que significa, encontrar una representación matemática de una situación real, tratando de entender y de resolver algún problema relacionado con esa situación.

Además, esta investigadora, defiende la modelación matemática como una estrategia que promueva la participación crítica de los estudiantes/ciudadanos en una sociedad, discutiendo cuestiones políticas, económicas, ambientales, en las cuales la matemática sirve como soporte tecnológico. Desde esta perspectiva, no se preocupa sólo por el desarrollo de habilidades en cálculos matemáticos sino también como una crítica hacia la matemática como tal y los usos en la sociedad.

3.5 Constitución de conceptos a partir de una práctica. El caso de la variación cuadrática en fenómenos de caída libre.

La filosofía de las matemáticas al abordar la naturaleza de los objetos matemáticos, plantea reflexiones que posibilitan diferentes comprensiones en los procesos de enseñanza y

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

aprendizaje de las matemáticas, en particular, cuando estos procesos se ven influenciados por las consideraciones epistemológicas que pueden hacerse de tales objetos.

Hacer consciente que la ciencia es un producto cultural, implica dar una mirada desde la historia y la filosofía a los propósitos de la actividad científica misma y de que sus razones históricas da cuenta de hechos que no circunscriben al objeto dado sino que devela su constitución, y más valor todavía cuando dichas constituciones de los objetos matemáticos están en dialéctica con las prácticas productoras, éstas pueden ser prácticas sociales, discursivas, culturales, entre otras pero por no ser el centro de mi interés más que reconocer que hay una actividad que se realiza con una intencionalidad que se inscribe en una comunidad.

Ya no es secreto de cómo la historia de la ciencia, en este caso de las matemáticas, puede producir un tipo de entendimiento sobre de la estructura y función de la investigación científica.

Por ejemplo, en Galileo se observa la forma en que recurre a sistemas de representación a partir de gráficas rectangulares, es una demanda además de la comprensión geométrica del gnómon, como dirían los griegos clásicos, o el concepto de perpendicular y ángulo recto, como distancia, altura, etc. Ésta a su vez relaciona este segmento con la media proporcional o la raíz cuadrada, por lo que le da un valor agregado a las consideraciones de Oresme respecto a la perpendicular.

Una fase en el proceso de modelización radica en la toma de datos y para ello se escribe el proceso de modelización de Galileo⁵⁸:

- Dado un cuerpo

⁵⁸⁵⁸ Tomado de Mesa & Villa-Ochoa (2008)

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

- Se toma un plano inclinado, este supone dos rectas una sobre la que se desliza un cuerpo y la otra servirá para calcular el tiempo transcurrido.
- Registro de datos relacionando las dos variables involucradas en el fenómeno: La distancia y el tiempo.
- Análisis de los datos recolectados
- Concluye con una tercera variable resultado de la razón entre las otras dos, y dada la
- relación constante entre estas magnitudes permite generalizarlas.
- Formulación de problemas en los que se plantean ecuaciones de carácter funcional como “...hallar la distancia en el instante t ”, lo que suponía para cualquier tiempo corresponde una distancia.

Realizando una transposición didáctica de lo anterior podría sugerirse como:

- Experimentación y toma de datos
- Disponer de los conocimientos previos con el fin de relacionarlos.
- Indagar por otros conocimientos, en este caso aritméticos para establecer relaciones
- numéricas que permitan validarse.
- Identificación de la variación
- Crear un modelo matemático que dé cuenta del fenómeno.

Al interior del aula no significa repetir las situaciones de Galileo, si no de vincularlas con los procesos analíticos para la (re)construcción del concepto, por ello, se habla de que no basta con propiciar estos momentos identificados en la historia, al llevarlos a una situación didáctica para que logre fines previamente establecidos, puede negar la posibilidad de producción y por lo tanto de transformación, lo cual sería más cercano a referirse al sentido del modelo para los estudiantes.

De estas actividades “modeladoras” Galileo generó muchos aportes al conocimiento de la sociedad frente a su entorno, realizó actividades no convencionales para la época en relación con la verificación, registro, experimentación. También propició un espacio de investigación en el

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

que sin hacerlo explícito motivó el posterior y no lejano desarrollo matemático, representado en la creación o descubrimiento de la geometría analítica y el cálculo infinitesimal con los trabajos de Descartes, Newton, etc. Él también provocó la investigación sobre un conjunto numérico continuo, ya que con el fin de que el concepto de función cuadrática pudiese ser considerado como tal, era necesario que realmente para cualquier punto en movimiento a éste le correspondiese un espacio, un tiempo y una velocidad determinado, estableciendo así una correspondencia biunívoca y con esto ya se haría evidente que estas situaciones tendrían: Variables, relación de dependencia, correspondencia biunívoca y adicionalmente están presentes constantemente en el entorno para provocar su estudio en un proceso de modelización matemática para el estudiante y en modelación matemática para el docente que puede encontrar el entorno como motivo de aprendizaje y construcción matemática particularmente del concepto de función cuadrática.

3.6 El modelo matemático como Categoría

Las categorías filosóficas de la palabra Modelo matemático, las cuales Badiou distingue dos, una categoría positivista del modelo, y una categoría materialista del mismo.

En este sentido, indagar por una categoría de modelo no implica su traducción en un ejercicio de modelación en las aulas escolares. La categoría de modelo, sea cual fuere, ofrece información al respecto de la actividad productora de los modelos, dicha información tiene que ver con los imperativos a los que respondemos a la hora de modelar, y por lo tanto, a la hora de pensar en ejercicios de modelación en contextos escolares.

Por un lado, está el discurso desde la Educación Matemática de los beneficios de la modelación en las aulas escolares, debemos reconocer que tales beneficios son tomados de la

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

mirada que hacemos como educadores o investigadores, de las actividades científicas de las ciencias exactas y naturales, tal vez algunas miradas sobre las ciencias sociales y humanas, pero una mirada a la modelación que permita “simular” contextos científicos ya dota de una irrealidad a los procesos modeladores en la escuela, ya que la realidad es impuesta.

Si reconocemos que la ciencia es una producción social y cultural, gracias a las relaciones con el entorno y además de las necesidades humanas de sobrevivir y trascender (D’Ambrosio), por qué habría de “simular” una realidad que no les es propia y las forzamos a las realidades de otros que reconocemos como científicos a partir de ciertas prácticas e instituciones que dan dichos certificados de validez de las producciones.

En un artículo (Mesa & Villa, 2011) desarrollado en el marco de este trabajo, y (Mesa, 2008), se identifica en la Historia, de manera anacrónica, procesos de modelación de algunos matemáticos, físicos, físico-matemáticos, filósofos etc que produjeron comprensiones sobre la realidad. Uno de los ejemplos más destacados fue el estudio sobre Galileo Galilei, tanto por su aporte a la comprensión de lo que hoy conocemos por ciencia, como por su producción física y matemática, de manera particular en la caída libre.

Retomo el ejemplo de Galilei como sujeto histórico, el cual su inteligibilidad anticipadora posibilitó conocimiento que hoy, casi 400 años después es fundamental para la comprensión de algunos fenómenos naturales. Más aún, se reconoce en Galileo, así como en Descartes (Koyré 1966/2005) los aportes en relación con el camino (método) para producir los modelos de las realidades en las que estamos inmersos, y por lo tanto, tales modelos describen nuestras formas de relacionarnos.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

En este caso, las miradas de ambos sujetos (Galileo y Descartes) acerca de las matemáticas y la realidad permearon sus prácticas científicas. Las rupturas que establecieron con su pasado “epistemológico” y los llevaron a la producción de saber es tema de interés para una categoría de modelo desde el positivismo como del materialismo.

En efecto, reconozco el poder formativo de la modelación matemática, pero desde una categoría de modelo matemático se indaga la razón de la existencia del modelo, y en el campo educativo, la categoría de modelo tiene inmersa las formas en que nosotros nos relacionamos con dicha existencia.

En este sentido, una categoría positivista del modelo le da el estatus de validez a los modelos y plantea la ruta de procesos que le dan emergencia a los objetos, nos induce a reproducir caminos para la legitimidad del saber, y desde la historia es reconocida la emergencia del método para la investigación, y que ésta aparece como un medio de control de la producción.

Cuando me refiero a método, identificamos que en relación con los procesos, algunas acciones siguen siendo las mismas: reconocer una realidad o fenómeno, identificar relaciones y la forma en que se dan, las cantidades que intervienen, hay un ejercicio de “traducción” en un lenguaje validado, y hay un mundo real al cual al aplicar lo producido genera una validez al reconocer cómo se inserta dentro de la realidad estudiada.

Mesa & Villa (2008) han mostrado la importancia de Galileo para la construcción histórica del concepto de función cuadrática, en tanto formuló algunos estudios y experimentos que permitió al análisis matemático ocuparse de tales hechos y ser abordada posteriormente como objeto matemático formal. De tal manera, que las observaciones de Galileo y sus

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

experimentos son reconocidas por investigadores, como generadoras de este paso a la formalidad del concepto.

Hablar de función cuadrática, no es sólo referirse a la ecuación como tal, es interesante preguntarse qué hay detrás de esa ecuación, ¿cómo fue la constitución de la misma hasta llegar a tener esta forma general? ¿De dónde surge y por qué? Son algunos cuestionamientos que harían mucho significativo el aprendizaje de este concepto.

3.7 Actividades de modelación bajo esta comprensión

La categoría filosófica del modelo, consiste en develar los usos del modelo en cuestión. Por lo tanto, proponer una actividad científica de reproducción del ideal del lenguaje universal de las ciencias, y procurar que todos los dispositivos y montajes se propicien de tal manera que los modeladores construyan imágenes de la realidad de acuerdo a unos cánones de rigor establecidos, cierra la posibilidad de producción, centrándose en la reproducción en relación con el saber matemático, aunque se generen otras producciones en otro sentido y que tienen que ver las propuestas por las ideologías dominantes.

De esta manera, al referirme a categoría filosófica del modelo, necesariamente debo volver a los dos capítulos anteriores sobre el modelo en tanto noción, y como concepto, ya que la ciencia e ideología son imposibles de contraponer como elementos disyuntos. Como dijo Badiou, cuando la ideología le sirve de sostén a la ciencia se tiene una cobertura ideológica, y de esta manera se reconocen en una unidad que desde la categoría es posible visibilizar.

De esta manera, y en coherencia con los planteamientos de Badiou, se consideraron dos categorías filosóficas de modelo, una es una categoría positivista y la otra, una categoría materialista.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

3.8 Categoría positiva del modelo matemático

Esta categoría ubica al modelo como un consecuente de las ideas de unificación y universalización del lenguaje científico y de las prácticas productoras de saber. De esta manera, el modelador conoce unos elementos que le son dados, y con los cuales debe operar para la materialización de su práctica productora y se inserta en su práctica discursiva. De esta manera, su discurso está amparado en la ideología dominante de su contexto temporo-espacial.

El positivismo se preocupó por el conocimiento de las realidades para transformarlas, aún sin saber por qué y cómo se da una transformación

Pensar al interior del aula cómo abordar la Modelación matemática sugiere propiciar un ambiente científico al interior del aula (MEN, 1998). Pero esta mera comprensión no basta, un ambiente científico debe dar lugar a la producción y no a la reproducción (repetición) de registros ya constituidos, aunque se valga de ellos.

Propiciar procesos propios de la investigación como la argumentación, creación, entre otros, sugiere a veces salirse de los paradigmas existentes, sugiere formas de representación alternativas a las dadas. Sugiere “crear”⁵⁹ matemáticas, solucionar problemas que le son inteligibles a los estudiantes, y eso conlleva a la diversidad de inteligibilidades dentro de un mismo fenómeno. De esta manera, ¿dónde están los procesos de ruptura epistemológica, en palabras de Bachelard. Las rupturas sirven para la producción de conocimiento científico.

⁵⁹Se entiende por crear de acuerdo con la RAE: Establecer, fundar, introducir por vez primera algo; hacerlo nacer o darle vida, en sentido figurado.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Desde esta mirada, el maestro no se centra en los procesos de reproducción de saber, caracterizado con diseñar y mediar situaciones en las que están determinadas las expresiones algebraicas, los símbolos a utilizar, los conceptos involucrados y predeterminado el modelo.

4. CONSIDERACIONES FINALES

Al finalizar este trabajo y considerar que la modelación matemática tiene diferentes matices en relación con los objetivos planteados, por el maestro, el currículo, el Estado, la sociedad, etc es posible reconocer que los discursos que tienden a la unificación de procesos y criterios en las actividades productoras de saber han desconocido la historia misma de la ciencia, en la cual el motor es una lucha de posturas, paradigmas, comprensiones y realidades que demandan de los investigadores el conocimiento de cada dimensión que constituyen estas realidades.

Por ello, históricamente puede afirmarse que el investigador se resigna a la imposibilidad de saberlo todo, pero reconoce la infinidad en la que está inmerso en un colectivo social y cultural que le posibilita el establecimiento de diversas maneras o modos de habitar sus realidades.

Reconociendo algunas de las propuestas en modelación es posible identificar diferencias, pero también similitudes, y la principal radica en el deseo por reflexionar constantemente la práctica pedagógica en matemáticas de tal manera que se dispongan algunos elementos para los educadores matemáticos quienes no se deben limitar a reproducir los saberes sino que la propuesta radica en situar al educador en una instancia reflexiva de su práctica y en esta medida, reflexionar sobre el objeto llamado “modelo matemático” le quita ingenuidad con la que suele aparecer en los ejercicios modeladores al no develar la historia de su constitución en relación de los usos de los modelos.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

4.1 Reconocimiento de la historicidad de los modelos

Reconocer los procesos constitutivos de los objetos matemáticos, generan miradas diferentes de los mismos, identificar obstáculos, procesos, contextos, obras, y que la matemática de hoy es un resultado de muchos siglos de construcción, implica también reconocer que éstas son dinámicas, que cobran relevancia cuando hace parte del interés intrínseco de quien desea construirlas, por ello, los procesos de modelación existen siempre y cuando esta característica exista, ya que está asociado a un espíritu investigativo, de explorar cuanto sea posible para dar significatividad a eso con lo que se está relacionando.

Modelación es investigación, por ello resulta importante identificar las formas en que se puede presentarse un objeto matemático, en qué tipo de situaciones, cómo propiciar ambientes propios de construcción y producción matemática por medio de la investigación, de tal manera en que se realicen experimentos en los que se relacionen magnitudes, se establezcan hipótesis con el fin de predecir, analizar, validar, refutar y todos los procesos propios de la ciencia.

La modelación matemática no consiste en matematizar el entorno, precisamente, analizar la obra de Galileo muestra que modelación en la historia no es traducir en términos matemáticos, si no en los procesos que llevó a cabo para lograr algunos desarrollos en matemáticas y en física, con esta mirada, se enriquece la Modelación matemática al ser considerada como método de investigación, como lo han formulado diversos investigadores entre ellos, los aquí citados. Por lo tanto el concepto de modelo también se re-significa y se encuentra una dialéctica entre este concepto y los procesos subyacentes a la modelación.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Este reconocimiento de la dialéctica posibilita que una reflexión juiciosa sobre el modelo plantee otros caminos para propiciar la producción significativa de conocimiento matemático escolar. En este sentido, puede tomar en cuenta distintas representaciones no convencionales de lo que los estudiantes perciben de sus realidades. También puede que el educador reconozca algunas prácticas cotidianas de los estudiantes que les posibilita otras comprensiones sobre la matemática.

En este último aspecto mencionado, cabe resaltar que la comprensión de matemáticas que tenemos como educadores es todavía muy occidentalizada en la medida en que suele considerarse la unidad en la comprensión de los conceptos y de los métodos, ya se han develado tanto las matemáticas que es posible establecer la correspondencia entre los objetos matemáticos y su exterior natural.

De esta manera, la posibilidad de reconocer otras expresiones de las matemáticas demanda el establecimiento de rupturas epistemológicas, una forma de iniciar este camino es acompañado de la historia de los objetos mismos.

4.2 Resignificación de la modelación

Aunque es muy pretensioso referirme a una resignificación de un proceso, puedo dar cuenta que como educadora al reconocer en la historia y en la filosofía los usos de los modelos matemáticos, así como el reconocimiento de cómo históricamente los modelos han hecho parte de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas; es que puedo afirmar que mi mirada sobre la modelación no está reducida a concebirla como un proceso que posibilita la representación de una situación dada a partir de ciertos elementos ya dados

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

por la sociedad que los reproduce, porque están abrigados por un ideología que impone “esas cosas dadas”, las cuales pasan desapercibidas comúnmente.

Por ello, al ponerlas en evidencia, no me queda más que defender la idea de que los objetos matemáticos susceptibles de modelación, deben ser vistos en retrospectiva, como el producto de una convergencia histórica de prácticas que le dieron emergencia.

Por otro lado, el concepto está cimentado en la producción de saber. Saber que como producto de unas prácticas puede ser modelo sin su restricción exclusiva al campo formal que ha sido establecido por la lógica formal. De esta manera el modelo se re-significa en la medida en que si la semántica y la sintaxis, que lo constituye fuesen otras, lo que nombramos modelo también lo sería y ante esta esperanza de que las prácticas discursivas posibilitan la producción de saber el aula escolar es un punto de convergencia de muchas prácticas de las cuales los ejercicios de modelación matemática pueden partir, desde los procesos inteligibles de los sujetos. El modelo matemático hace la ruptura de práctica social y pasa a ser una práctica discursiva sobre la práctica productora.

La develación del carácter histórico o categorial del modelo matemático no vienen dado en el modelo, la actividad de los modeladores implica un acercamiento a ella.

En cada una de las perspectivas sobre modelación matemática se puede identificar una relación muy marcada entre la descripción de la relación entre un lenguaje que “describe un mundo” y “los objetos (conceptuales) del mundo”. Por ello el papel de la representación es fundamental para la comprensión del fenómeno como para el uso social de la producción derivada de allí.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

En esta medida, el enfoque ontosemiótico (Godino & Font, 2012) se considera como un conjunto de nociones teóricas que configuran un enfoque ontológico y semiótico de la cognición e instrucción matemática, por el papel central que asignan al lenguaje, a los procesos de comunicación e interpretación y a la variedad de objetos intervinientes.

Por lo tanto, cualquier actividad humana hace un uso de la posibilidad de re-presentar sus miradas del mundo, sin embargo este trabajo posibilitó hacer un alto en el camino de las formas en que hacemos uso de los códigos, gráficas, significados que se le atribuyen a los objetos con el fin de insertarse en el acervo de saberes culturales⁶⁰.

En este sentido, la toma de conciencia sobre la modelación matemática y sus finalidades deja ver que pueden existir otros procesos de representación frente a las realidades, y así como ha ocurrido históricamente, pueden surgir en ejercicios productores a nivel escolar. Dar una respuesta en cuáles serían otros procesos es algo para pensar a partir de esta toma de conciencia, dado que nuestra mirada occidentalizada de la naturaleza y por lo tanto de las matemáticas nos ha hecho desviarnos de otras formas posible de entender y comprender el mundo, y nos han propuesto unas matemáticas, que si bien son históricas son propias de las culturas en las cuales emergieron, y el hecho de que hoy tengamos que hablar de un discurso griego de las matemáticas, por citar alguno de los ejemplos, y que hoy hablemos de esas matemáticas en la educación de nuestros estudiantes, podríamos pensar que así como nuestra lengua, las matemáticas fueron impuestas por los procesos de colonización.

⁶⁰Considero los saberes científicos como saberes culturales, en coherencia con una mirada de la ciencia como institución cultural y social.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

El propósito de mi afirmación anterior sólo quiere plantear las posibilidades que existen de reconocer otras formas de producción matemática en relación con las posibilidades inteligibles de los modeladores o posibles modeladores. Y si bien ya hacemos parte de esa cultura occidental, como sujetos históricos estamos convocados a la producción de saberes a partir las actividades cotidianas en las distintas dimensiones de lo humano y lo social.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

American Psychological Association (APA, 2011). Manual de Estilo de Publicación. México: El Manual Moderno, 6ª edición. Algunos documentos disponibles en: <http://www.cibem.org/paginas/img/apa6.pdf>, www.apastyle.com;

Andreu, J. (2011). *Las técnicas de Análisis de Contenido*: Una revisión actualizada.

Araújo, J. L. (2002). *Cálculo, tecnologías e modelagem matemática: As discussões dos alunos*. Rio Claro-SP: Instituto de Geociencias e Ciências Exatas-Universidade Estadual Paulista.

Araújo, J. L. (2007). Relajo entre matemática e realidade em algumas perspectivas de Modelagem Matemática na Educado Matemática. En J. Barbosa, A. Caldeira, & J. Araújo (Edits.), *Modelagem Matemática na Educagao Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais* (págs. 17-32). Recife: SBEM.

Araújo, J. L. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educado matemática crítica. *A LEXA NDRTA Revista de Educagao em Ciencia e Tecnologia*, 2 (2), 55-68.

Andreu, J. (2011). *Las técnicas de Análisis de Contenido: Una revisión actualizada*.

Arboleda & Castrillón (2012). La historia y la Educación Matemática en el “horizonte” conceptual de la pedagogía. *Revista Quipu*. Volumen 14. No. 1 enero-abril de 2012. pp. 13-32

Badiou, A. (1972/2007). *El concepto de modelo. Bases para una epistemología materialista de las matemáticas* (Tercera ed.). (H. Acevedo, Trad.) México: Siglo XXI editores. Traducción.

Badiou, A. (1975). *Teoría sobre la contradicción*. Ediciones Paragrama: Medellín. Traducción.

Badiou, A(1979). *El (re)comienzo del materialismo dialéctico*. (Séptima Edición). México Siglo XXI editores. Traducción

Barbosa, J.C (2001). Modelagem na Educado Matemática: contribuciones para o debate teórico. In: *REUNTAO ANUAL DA ANPED*, 24. 2001, Casaba. *Anis...* Rio Janeiro: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

Bardin, L. (1996, 3a e). *Análisis de contenido*. Akal.

Bassanezi, R. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática*. Sao Paulo, Brasil: Contexto.

Biembengut, M., Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16 (002), 105-125.

Biembengut, M., & Hein, (2007). *Modelagem Matemática no Ensino*. Sao Paulo, Brasil: Contexto.

Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study*. New York: Springer.

Blomhoj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics. National Center for Mathematics Education*. Suecia, p. 145-159.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

- Blum, W., & Borromeo-Ferri, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1 (1), 45-58.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (Eds.). (2007). *Modelling and applications in mathematics education. The 14thTCMTStudy*. New York: Springer.
- Chevallard, Y (1998) La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Tercera edición. AIQUE grupo editor. Traducción
- Córdoba, F. J (2011). La modelación en matemática educativa: una práctica para el trabajo en ingeniería. Tesis de Maestría no publicada CICATA-IPN, México
- Donizetti Caldeira, A. (2009). Modelagem Matemática: umoutroolhar. *ALEXANDRTA Revista de EducagaoemCiencia e Tecnologia*, v.2, n.2, p.33-54, jul. 2009.
- Galileo, G (1638). *Diálogos acerca de dos nuevas ciencias*. Traducción. Buenos Aires: Editorial
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques desMathematiques*, 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Recuperable en, <http://www.ugr.es/~jgodino/fundamentos teoricos/perspectiva ddm.pdf>

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

- Hein, N., Biembengut, M. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas. In M. Murillo (Ed.), *Memorias del V festival internacional de matemática* (pp. 1-25). Puntarenas: Colegio universitario de Puntarenas.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 38 (3), 302-310.
- Kaiser, G. Sriraman, B. Blomhoj, M. García, F. (2007) Report from the working group modelling and applications- differentiating perspectives and delineating commonalities. Pp. 2035-2041. Cerme 5
- Kaiser, G., Blomhoj, M., & Sriraman, B. (Eds). (2006). Mathematical modelling and applications: empirical and theoretical perspectives. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2).
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.
- Kaiser, G., & Schwarz, B. (2006). Mathematical modelling as bridge between school and university. *ZDM*, 38 (2), 196-207.
- Kilpatrick, J. (1998). Investigación en Educación Matemática: Su historia y algunos temas de actualidad. En GÓMEZ, P., KILPATRICK, J & RICO L. *Errores y dificultades de los*

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

estudiantes. Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en:
<http://funes.uniandes.edu.co/679/1/KilpatrickEducacion.pdf>

Kilpatrick, J. (1996). Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. *Zetetiké*, vol. 4, nº 5. Campinas.). Disponible en: <http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewarticle.php?id=210>

Kline, M. (1992). *El pensamiento Matemático en la antigüedad a nuestros días. I y II*. Madrid: Alianza editorial.

Koyre, A. (1981). *Estudios Galileanos*. México: Siglo veintiuno editores.

Krippendorff, K.(1990). Metodología de análisis de contenido. Teoría y Práctica. Paidós Comunicación.

Leal, S. (1999). *Modelagao matemática uma proposta metodológica para o curso deeconomia*. Tesis de maestría no publicada. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina.

Leiss, D., Schukajlow, S., Blum, W., Messner, R., & Pekrun, R. (2010). The Role of the Situation Model in Mathematical Modelling—Task Analyses, Student Competencies, and Teacher Interventions. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31 (1), 119-141.

Mesa, Y., & Villa, J.A (2008). *El Concepto de Función Cuadrática: Análisis histórico, epistemológico y didáctico*. Monografía no publicada. Medellín: Universidad de Antioquia

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

- Mesa, Y. M., & Villa, J. A. (2008a). Construcción histórica y epistemológica del concepto de función cuadrática: Algunas reflexiones e implicaciones didácticas. In C. Tzanakis (Ed.), *Proceedings of History and Pedagogy of Mathematics. The HPM Satellite Meeting of ICME*. México: CIMATES.
- Mesa, Y. M., & Villa, J. A. (2008b). Elementos Históricos, epistemológicos y didácticos del concepto de función cuadrática. *Actas Latinoamericanas de Matemática Educativa*. 21. Buenos Aires: Clame.
- Mesa, Y. M., & Villa, J. A. (2007). Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 21, 1-18.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Bogotá: Magisterio.
- Perez, C (1998). Sobre un concepto histórico de ciencia. De la epistemología actual a la dialéctica. LOM Ediciones. Santiago de Chile
- Porta, L. y Silva, M. (2003). "La investigación cualitativa: El Análisis de Contenido en la investigación educativa" [en línea]. <http://www.uccor.edu.ar/paginas/REDUC/porta.pdf>
- Rodríguez, R. (2010). Aprendizaje y enseñanza de la modelación. El caso de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, 13 (4-1), 191-210.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la Educación Matemática crítica*. Bogotá: Una empresa docente y Universidad de los Andes.

Sriraman, B., Kaiser, G., & Blomhøj, M. (Eds.) (2006). Modelling perspectives from around the world. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3).

Sutharssan, T. (s.f). *An Introduction to Mathematical Modelling* .Londres. DOI: <http://staffweb.cms.gre.ac.uk/~st40/Books/MathematicalModelling>

Villa-Ochoa, J. A., Bustamante, C., & Berrio, M. (2010). Sentido de realidad en la modelación matemática. En P. Leston (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*.23. México D.F: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Villa-Ochoa, J. A., Rojas, C., & Cuartas, C. M. (2010). ¿Realidad en las matemáticas escolares?: Reflexiones acerca de la “realidad” en modelación en Educación Matemática. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte* (29), 1-17.

Ribnikov, K (1987). *Historia de las Matemáticas*. Moscú. Mir. Traducción

Runge, A y Muñoz, D (s.f). *Concepciones de la pedagogía contemporánea en Colombia:*

Un análisis a las principales orientaciones teórico-disciplinarias y a los planteamientos de sus autores más representativos. Manuscrito no publicado. Universidad de Antioquia.

REFLEXIONES DESDE LA FILOSOFÍA A LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Trigueros Gaisman, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Innovación Educativa*, 75-87. vol. 9, núm. 46, enero-marzo. pp. 75-87 Instituto Politécnico Nacional México.
<http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=179414894008>