

**EXPLORACIÓN Y DESCRIPCIÓN SOBRE LA ADQUISICIÓN DE LOS
CONCEPTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA EN ALUMNOS DE GRADO DÉCIMO**

Por

AMZOLICREYTH GALARCIO ARBOLEDA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA
MEDELLÍN

2008

**EXPLORACIÓN Y DESCRIPCIÓN SOBRE LA ADQUISICIÓN DE LOS
CONCEPTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA EN ALUMNOS DE GRADO DÉCIMO**

Por

AMZOLICREYTH GALARCIO ARBOLEDA

Asesor

Leonardo Ceballos Urrego

Trabajo de grado para obtener el título de Magíster en Educación Matemática

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA

MEDELLÍN

2008

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Ciudad y fecha

A mi madre Ana María.

A mi hermano Eitsemberg.

A mi novio.

A mis amigos.

Amzolicreyth

AGRADECIMIENTOS

La autora expresa sus agradecimientos a:

Leonardo Ceballos Urrego, Especialista y asesor de la presente investigación, por sus valiosas orientaciones y constante motivación del trabajo.

Carlos Mario Jaramillo López, Doctor en Matemáticas y orientador del área de Seminario de Investigación de la Universidad de Antioquia, por su constante apoyo y oportunas asesorías.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	7
1. PROBLEMA.....	10
1.1 ANTECEDENTES.....	10
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	16
1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN.....	16
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	18
2. OBJETIVOS.....	20
2.1 OBJETIVO GENERAL.....	20
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	20
3. MARCO DE REFERENCIA.....	22
4. MARCO TEÓRICO.....	25
4.1 MARCO LEGAL.....	25
4.1.1 LEY 115 DE 1994.....	25
4.1.2 LEY 30 DE DICIEMBRE 28 DE 1992.....	28
4.1.3 DECRETO 1120/96.....	29
4.1.4 DECRETO 0230 DE 2002.....	30

4.1.5	INCIDENCIAS DE LA LEGISLACIÓN EDUCATIVA COLOMBIANA EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.....	30
4.2	MARCO CONCEPTUAL.....	32
4.2.1	CONCEPTOS Y/O TEORÍAS GENERALES.....	32
4.2.1.1	Definición de álgebra.....	32
4.2.1.2	Reseña histórica del álgebra.....	33
4.2.1.3	Estado del arte sobre factores que influyen en el aprendizaje del álgebra.....	44
4.2.1.4	Los lineamientos curriculares en matemáticas.....	51
4.2.1.5	Cuando un estudiante es competente en matemáticas.....	58
4.2.1.6	Actitud y motivación para el estudio de las matemáticas.....	61
4.2.1.7	Aprendizaje eficiente.....	63
4.2.1.8	El papel del docente en el proceso de aprendizaje de matemáticas	68
5.	METODOLOGÍA PROPUESTA.....	70
5.1	POBLACIÓN REFERENCIADA.....	70
5.2	UNIDADES DE ANÁLISIS.....	71
5.3	FASES DE LA INVESTIGACIÓN.....	71
5.3.1	SELECCIÓN Y ELABORACIÓN DE INSTRUMENTOS.....	71

5.3.2	DISEÑO PARA ANÁLISIS DE ENCUESTAS.....	74
5.3.3	APLICACIÓN DE INSTRUMENTOS.....	80
5.3.4	RECOLECCIÓN, TABULACIÓN Y ORGANIZACIÓN DE LA INFORMACIÓN.....	81
5.3.5	PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	82
5.3.6	ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	85
6.	CONCLUSIONES	94
7.	RECOMENDACIONES.....	98
8.	BIBLIOGRAFÍA.....	100
9.	ANEXOS.....	107
	ANEXO 1	
	LISTADO DE ESTUDIANTES GRADO DÉCIMO 2007, I.E. LUIS EDUARDO ARIAS REINEL, BARBOSA – ANTIOQUIA.....	108
	ANEXO 2	
	ESCALA DE ACTITUDES HACIA LAS MATEMATICAS PARA ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO.....	112
	ANEXO 3	
	PRUEBA DE CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE ELEMENTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA.....	114
	ANEXO 4	
	PRUEBA SOBRE EL MANEJO ADECUADO DE LOS ELEMENTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA.....	116
	ANEXO 5	
	PRUEBA SOBRE TRIGONOMETRÍA CON APLICACIÓN DE ÁLGEBRA.....	117

ANEXO 6 FOTOGRAFÍAS DE LA REALIZACIÓN DE LAS DIFERENTES PRUEBAS.....	121
ANEXO 7 RESULTADOS DE ESCALA DE ACTITUD HACIA LAS MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO.....	123
ANEXO 8 RESULTADOS DE PRUEBA DE CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE ELEMENTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA.....	129
ANEXO 9 RESULTADOS PRUEBA SOBRE EL MANEJO ADECUADO DE LOS ELEMENTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA.....	133
ANEXO 10 RESULTADOS PRUEBA SOBRE TRIGONOMETRÍA CON APLICACIÓN DE ÁLGEBRA.....	135
GRÁFICAS SOBRE PRUEBA DE CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE ELEMENTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA.....	138
GRÁFICAS PRUEBA SOBRE TRIGONOMETRÍA CON APLICACIÓN DE ÁLGEBRA.....	146

INTRODUCCIÓN

En el momento de enseñar matemáticas en el grado décimo, se evidencian dificultades en los estudiantes, para abordar adecuadamente los elementos básicos y las aplicaciones de la *geometría analítica*, y la *trigonometría*. Las dificultades más comunes se encuentran en la falta de dominio de los conceptos básicos del álgebra, y por tanto de su correcta operatividad, en especial: la factorización, las operaciones con fracciones y los procesos de racionalización. Conscientes de la trascendencia de estos temas tanto en los cursos de nivel medio como en los primeros semestres de la universidad, resulta pertinente realizar una exploración y posteriormente una descripción de los elementos que dificultan el adecuado aprendizaje que sobre estos tópicos deben adquirir los estudiantes del grado décimo. Para lograr el objetivo propuesto se eligen tres grupos de la institución educativa Luis Eduardo Arias Reinel del municipio de Barbosa (Antioquia), y tres frentes pedagógicos estratégicos, presentes en el estudio de las matemáticas, y particularmente necesarios para el aprendizaje del álgebra: Actitud, conceptualización y manejo operativo; con el fin de recopilar, bajo estas tres formas y su correspondiente sustentación teórica, información con la cual se puedan identificar los elementos buscados en los grupos seleccionados, de tal manera que resulte posible no solo identificarlos, sino además, fortalecer la adquisición de conocimientos sólidos en el área de matemáticas en un posible estudio posterior.

Para determinar los elementos relacionados con la actitud de los estudiantes seleccionados, frente al estudio de las matemáticas, la claridad conceptual sobre los aspectos básicos del álgebra y el manejo operacional que tienen sobre tales conceptos, se parte del establecimiento de un marco teórico conceptual en el que:

- Se hace un recorrido rápido por la historia del álgebra, y se rastrean los factores que influyen en su aprendizaje, los aspectos legales y curriculares establecidos en Colombia para la enseñanza del álgebra, las pruebas ICFES y SABER en el área de matemáticas a nivel institucional, municipal, departamental y nacional; las teorías sobre competencias, actitud, motivación, eficiencia en el estudio de las matemáticas, y el papel del docente en el proceso de aprendizaje de las matemáticas.
- Se aplican varias pruebas diseñadas de acuerdo a las dificultades detectadas en el aula de clase con las que se evalúan actitud, interiorización de conceptos y aplicación operativa de los mismos conceptos.
- Se comparan y analizan los resultados obtenidos.
- Se establecen conclusiones de acuerdo al análisis realizado en las diferentes pruebas realizadas en la muestra elegida.
- Se plantean algunas hipótesis de investigación y se sugieren recomendaciones para estudios similares.

Si bien el estudio y sus resultados se circunscriben a una muestra que no resulta ser representativa de los estudiantes de grado décimo, ni siquiera de la ciudad de Medellín, la

validez de la misma está garantizada en la aleatoriedad de los datos, la experiencia y el resultado de las diferentes pruebas realizadas por el estado y las pruebas diseñadas en esta investigación.

PROBLEMA

1.1 ANTECEDENTES

En la clase de matemáticas de la media, en grado décimo, se observa que la mayoría de los estudiantes tienen dificultades para relacionar los procesos de factorización en la trigonometría, en temas como: identidades trigonométricas, secciones cónicas, y otros temas que son de gran importancia para la relación de conceptos matemáticos, es decir, que haya dominio del conocimiento, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas; para trabajar con dominio, se entiende por dominio un buen conocimiento de una ciencia en los diferentes temas, y sobre todo en los procesos de factorización para que no sea solo un proceso trabajado en el grado octavo como es clasificado tradicionalmente por la mayoría de educadores, estudiantes y padres de familia.

En las diferentes clases de matemáticas en grado décimo se ha hecho referencia acerca de los procesos de factorización más importantes con diferentes estrategias como: Repaso general, repaso de casos específicos, y utilización del álgebra geométrica¹. Estas estrategias incluyen métodos heurísticos como descomponer los

¹ El álgebra geométrica es una estrategia con material concreto donde se utiliza figuras geométricas como el rectángulo y el cuadrado, al juntar varias piezas se forma otra figura geométrica, el cual se le calcula el área y dicha área es la factorización de un polinomio

problemas en casos simples, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas y usar material manipulable.

Algunos estudios² sugieren que los estudiantes se gradúan de Educación Básica sin haber comprendido lo que aprendieron, además se aplican los conocimientos sin comprender la esencia de los problemas que se están resolviendo, de esta manera el proceso enseñanza - aprendizaje se ve truncado. Esta misma situación se observa en diferentes colegios no solo en el departamento de Antioquia sino en otras zonas del país, de acuerdo a los resultados pruebas ICFES³ en el área de matemáticas de los últimos años (a partir del año 2000), no se supera el promedio esperado que es de 50 (Ver cuadro uno), como también se observa en las pruebas SABER realizadas en el 2005 a los estudiantes de grado noveno (ver cuadro dos). Desde la parte teórica se nota la preocupación planteada en los lineamientos curriculares y estándares de matemáticas.

A continuación se observan los diferentes cuadros que dan cuenta del nivel de los estudiantes en algunas pruebas realizadas en nuestro país:

² Jaramillo, Rosario, en *Alegría de Enseñar*, Revista No. 31; pág. 28-37, 1997.

³ www.icfesinteractivo.gov.co, consultado el 26 de noviembre de 2006

CUADRO UNO
Resultados Pruebas ICFES⁴

Año	Resultado promedio en matemáticas nivel nacional	Resultado promedio en matemáticas nivel departamental	Resultado promedio en matemáticas nivel municipal	Resultado promedio en matemáticas nivel institucional
2000	42	42	42	No aparece resultado
2001	41	41	41	No aparece resultado
2002	43	43	42	41
2003	42	41.9	41.9	42
2004	41	41	40	40
2005	44	44	44	43
2006	45	45	44	44

CUADRO DOS
Resultado pruebas SABER, grado noveno, año 2005⁵

ENTIDAD	PROMEDIO	DESVIACIÓN ESTÁNDAR	COEFICIENTE DE VARIACIÓN
NACIONAL	59,86	8,55	14,3%
ANTIOQUIA	60,06	6,2	10%
BARBOSA	59,66	5,56	9,3%
I.E. LUIS EDUARDO ARIAS REINEL	59,03	6,05	10,2%

⁴ Los resultados de esta prueba se califican de 0-100, donde 60 se considera un desempeño aceptable.

⁵ Ibíd.

En el plano nacional desde los Lineamientos Curriculares en Matemáticas⁶ (1998), y actualmente afirmados con los Estándares Básicos de Matemáticas (2003), el Ministerio de Educación Nacional propone unos “nuevos elementos teóricos y metodológicos que pretenden actualizar la estructura curricular de la educación matemática en nuestro país”, pero sin menoscabar la autonomía curricular de las instituciones educativas consagrada en su Proyecto Educativo Institucional (PEI).

En los lineamientos, estos elementos se pueden identificar al menos en dos aspectos básicos: La introducción de los diferentes tipos de pensamientos matemáticos (numérico, espacial, métrico, variacional y aleatorio), y el llamado de atención sobre la importancia de implementar al interior del aula procesos como la modelación, comunicación, la resolución de problemas, el razonamiento y la ejercitación de procedimientos que permitan el aprendizaje de las matemáticas en contextos significativos para los estudiantes.

Con la publicación de los lineamientos y estándares de matemáticas, se tiene una propuesta para la orientación de lo relacionado con el álgebra escolar: los procesos de enseñanza, y el aprendizaje del álgebra escolar, (Se entiende por álgebra escolar lo visto sobre el pensamiento variacional durante la básica y la media) deben ser estructurados desde la perspectiva del estudio de la variación y el cambio, esto es, orientado en lo que allí se llama *pensamiento variacional*. En ese sentido no se trató de un simple cambio de nombre, sino de una reestructuración conceptual y metodológica del álgebra escolar, que pone el acento en los procesos de generalización, la comunicación, la argumentación y la

⁶ Lineamientos Curriculares. MEN .1998

modelación de situaciones de cambio, como ejes fundamentales en la construcción del razonamiento algebraico.

Los estándares de matemáticas, publicados en el año 2003⁷, dan fuerza a esta noción de pensamiento variacional como eje fundamental para dar estructura y sentido al aprendizaje del razonamiento algebraico en la escuela. En ellos se muestra como el desarrollo del pensamiento variacional tiene sus inicios en los primeros años de la educación básica, sobre todo centrando en lo que podríamos llamar el estudio de las regularidades y patrones. No se trata de un nuevo tema para incluir en estos grados, sino de reorganizar el trabajo que normalmente se realiza, fundamentalmente en aritmética y geometría, de tal forma que se haga énfasis en los procesos de identificación, caracterización, descripción, generalización, argumentación y justificación, a partir de actividades orientadas al análisis de regularidades y patrones.

Sin embargo, a lo largo de este trabajo se hará mención más al término razonamiento *algebraico*, y no tanto al término *pensamiento variacional*, no porque se esté en desacuerdo con la estructura conceptual y ruta metodológica propuesta en los lineamientos y estándares, sino para mostrar con más fuerza que el problema fundamental de la escuela es permitir a sus estudiantes la construcción de una serie de procesos que organizan y dan vida al pensamiento variacional.

⁷ Este documento se puede consultar a través de internet en la página del Ministerio de Educación Nacional de Colombia: www.mineducación.gov.co/estandares/

Con base en lo anterior y ante la posibilidad de implementar intervenciones metodológicas con estudiantes de grado décimo, se propone investigar desde el interior del aula y con los resultados de las diferentes pruebas propuestas por el estado, la actitud de los estudiantes frente al área de matemáticas y las dificultades conceptuales y procedimentales que presentan frente al razonamiento algebraico.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

¿Las dificultades manifiestas en los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Luis Eduardo Arias Reinel del municipio de Barbosa, Antioquia, para la comprensión de los conceptos propios del curso de matemáticas, estarán fundamentadas en una actitud negativa frente al estudio de las matemáticas, en una falta de claridad conceptual y en consecuencia una deficiente operatividad sobre los aspectos básicos del álgebra? Ahora: ¿Serán estas dificultades manifiestas, propias de los estudiantes de ésta institución en particular?, o por el contrario, los resultados que se obtengan, ¿de que manera reflejarán lo que ocurre al mismo nivel para las instituciones oficiales y privadas de la ciudad?; ¿del departamento?, ¿del país?

1.3 PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Como complemento del presente estudio se han formulado las siguientes preguntas de investigación las cuales se contrastarán sobre los resultados del trabajo de campo:

P₁ ¿La mayoría de los estudiantes objeto de estudio, tendrán una buena actitud hacia las matemáticas en el grado décimo?

P_{2i} ¿La mayoría de los estudiantes objeto de estudio, manejaran adecuadamente los elementos básicos del álgebra, específicamente: la factorización, las operaciones con fracciones y la racionalización?

P_{3i} ¿Los estudiantes objeto de estudio encuentran una relación efectiva de los conceptos del álgebra con los temas de matemáticas de grado décimo como: Resolución de triángulos rectángulos, identidades trigonométricas, ecuaciones trigonométricas, cónicas, entre otros ?

P_{4i} Los estudiantes objeto de estudio tendrán bases conceptuales claras y suficientes sobre factorización, operaciones con fracciones y racionalización?

1.4 JUSTIFICACIÓN

Enfrentar y encontrar alternativas de solución a un problema como el planteado se justifica en tanto los cursos básicos en matemáticas como su nombre lo indican, son la base para afrontar adecuadamente asignaturas de la educación media y para muchos de los programas de formación técnica, científica o tecnológica. Una baja fundamentación en álgebra se convierte en un escollo para comprender adecuadamente la trigonometría, el cálculo, el álgebra lineal y luego todas aquellas otras materias en las que se requiere la aplicación de los conceptos tratados en tales asignaturas, esto se ve reflejado en el bajo rendimiento académico tanto en la básica y media secundaria como en los primeros años de universidad.

Desde el 1994 el sistema educativo Colombiano ha tenido diferentes cambios curriculares dados por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia en sus documentos rectores, particularmente en lo que atañe a la educación en matemáticas, se presentaron los lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998) y los Estándares básicos de matemáticas (2003), con los que se pretende mejorar la calidad de la educación en esta área y en todos sus niveles. Tales documentos se caracterizan por el énfasis que otorgan a cinco aspectos denominados pensamientos, uno de los cuales definen como *pensamiento variacional*, en el que se enmarca, a su vez, el razonamiento algebraico.

Se pretende entonces, explorar sobre la importancia e incidencia que tiene el razonamiento algebraico en el desarrollo de las temáticas a través de la educación básica, media secundaria y en la educación superior con sus ejes principales: operaciones con fracciones algebraicas, procesos de racionalización y métodos de factorización, esta observación se hace con

determinación en los estudiantes del grado décimo de la institución educativa Luis Eduardo Arias Reinel del municipio de Barbosa (Antioquia) para saber cual es el impacto del razonamiento algebraico en las diferentes temáticas abordadas en este grado.

2. OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GENERAL

Realizar un estudio exploratorio y descriptivo que permita detectar la actitud frente al estudio de las matemáticas, y el dominio que sobre los conceptos básicos del álgebra y su correcta operacionalidad, poseen los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Luis Eduardo Arias Reinel del municipio de Barbosa, Antioquia.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para los estudiantes de grados décimo de la institución educativa Luis Eduardo Arias Reinel, del municipio de Barbosa (Antioquia), se pretende:

- 2.2.1 Determinar la actitud que tienen frente al estudio de las matemáticas, mediante la aplicación de una prueba bajo escala Lickert.
- 2.2.2 Identificar diferentes niveles de claridad conceptual sobre algunos aspectos básicos del álgebra, mediante el diseño y aplicación de una prueba escrita de selección múltiple.
- 2.2.3 Evaluar el manejo operacional que poseen los estudiantes sobre los métodos de factorización, los procesos de racionalización y el desarrollo de operaciones con fracciones algebraicas.

- 2.2.4 Identificar los elementos pedagógicos y/o metodológicos que permiten que los conocimientos adquiridos en matemáticas por un estudiante de grado octavo y noveno se reflejen como eficientes en el grado décimo.
- 2.2.5 Evaluar a finales del año escolar, la incidencia que sobre la conceptualización y operatividad, en los métodos de factorización, los procesos de racionalización y las operaciones con fracciones algebraicas, tiene la presente investigación.

3 MARCO DE REFERENCIA

La institución Educativa Luis Eduardo Arias Reinel está ubicada en el Municipio de Barbosa, posee la máxima población estudiantil del municipio, con 1800 estudiantes, 60 educadores, los profesores de matemáticas son dos en primaria en los grados cuartos y quintos ya que se maneja profesorado y cuatro profesores en bachillerato, solo tres de ellos son licenciados en matemáticas y física, los demás tienen su experiencia en forma empírica y tienen otros títulos, afectando el nivel académico de la institución ya que no poseen una formación en matemáticas.

La institución Educativa Luis Eduardo Arias Reinel atiende dos jornadas, en la mañana se encuentra bachillerato y en la tarde primaria, se encuentran dependencias como tienda escolar, tienda de helados, restaurante escolar que es único en el municipio y atiende a toda la población de primaria de la institución, además tiene la unidad especial UAI que no solo atiende a la institución sino a los estudiantes con discapacidad mental y motora del municipio de Barbosa.

El modelo pedagógico empleado en la institución es generalmente el tradicional, se apoya en textos con aplicación de estándares y competencias, estos textos son: matemática experimental⁸, espiral⁹, matemática de Santillana¹⁰.

⁸ Uros Editores Ltda. Julio Alberto Uribe Cálad. 2004. Medellín, Colombia.

⁹ Editorial Norma S.A. Vladimir Moreno Gutiérrez. 2005. Bogotá, Colombia

¹⁰ Editorial Santillana S.A.1998. Mauricio Bautista Ballén y otros. Bogotá, Colombia.

En pocas ocasiones se realizan actividades lúdicas como: laboratorios para los cuales los materiales son traídos por los estudiantes, el cubo de Soma¹¹, preguntas previas, origami, sudoku¹².

En la asignación académica respecto al área de matemáticas se suprime una hora en la básica y otra en la media, quedando cuatro horas y tres respectivamente, asignando una carga inferior establecida por el ministerio de Educación Nacional de Colombia, se da prioridad a las asignaturas que tienen que ver con la especialidad: turismo.

En los últimos años a partir del 2004 la población estudiantil de bachillerato de la institución viene en aumento debido a la gran demanda de estudiantes, restándole importancia a la básica primaria y como consecuencia se suprime al año dos grupos de primaria.

Los estratos económicos 1 y 2 son los predominantes en los estudiantes y sus familias, sus ingresos provienen del trabajo de fábricas como Tejicondor, Pollo Paisa y cuidado de fincas, entre otras.

Se observa todavía respeto de los estudiantes por los docentes y la institución, poseen sentido de pertenencia, amor por el estudio, pero, los resultados arrojados por rendimiento académico y pruebas saber e ICFES son bajos, así como el ingreso a la universidad, a tal punto que en los últimos cuatro años de las promociones de

¹¹ Juego pedagógico compuesto por siete piezas diferentes cuyo objetivo es armar un cubo.

¹² Tipo de crucigrama matemático.

bachilleres, solo dos estudiantes han ingresado inmediatamente a universidades públicas. Existe un convenio con el SENA para vincular a cincuenta egresados anualmente para realizar estudios como informadores o guías turísticos.

Para contrarrestar los bajos resultados se han implementado diferentes estrategias como:

- la participación en semilleros de matemáticas
- semilleros de ingeniería aero- espacial
- olimpiadas de matemáticas a nivel municipal y regional
- ayudas didácticas como: tangram, $\sqrt{10}$, cubos de soma, entre otros.

A pesar del esfuerzo, no se ha logrado una mejora significativa en los resultados de las diferentes pruebas y el rendimiento bajo se mantiene; lo que significa que tanto directivos como docentes tenemos el reto de continuar generando e implementando estrategias que propendan por el mejoramiento de las condiciones académicas en la institución.

4 MARCO TEÓRICO

El marco teórico de este trabajo de investigación comprende tres aspectos generales:

- La fundamentación legal que rige la educación básica y media en Colombia.
- Un marco conceptual que contiene los elementos teóricos en los que se fundamenta el trabajo,
- El contexto en el cual se pretende explorar y tratar de dar solución al problema planteado

4.1 MARCO LEGAL

Dado el cambio continuo de nuestra sociedad, de su crecimiento acelerado, se ve la necesidad de renovar la educación ya que ésta considerada como eje fundamental de la sociedad.

4.1.1 Ley 115 de 1994:

Esta ley señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución

Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público.

De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, define y desarrolla la organización y la prestación de la educación formal en sus niveles preescolar, básica (primaria y secundaria) y media, no formal e informal, dirigida a niños y jóvenes en edad escolar, a adultos, a campesinos, a grupos étnicos, a personas con limitaciones físicas, sensoriales y psíquicas, con capacidades excepcionales, y a personas que requieran rehabilitación social. En esta ley se observa en los siguientes artículos lo referente a aprendizaje:

Título I, artículo 9.

El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.

Artículo 11.

La formación en la práctica del trabajo, mediante los conocimientos técnicos y habilidades, así como en la valoración del mismo como fundamento del desarrollo individual y social.

Artículo 13.

La promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo.

Artículo 22.

Objetivos específicos de la educación básica en el ciclo de secundaria.

Los cuatro (4) grados subsiguientes de la educación básica que constituyen el ciclo de secundaria, tendrán como objetivos específicos los siguientes:

c) El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana;

d) El avance en el conocimiento científico de los fenómenos físicos, químicos y biológicos, mediante la comprensión de las leyes, el planteamiento de problemas y la observación experimental;

f) La comprensión de la dimensión práctica de los conocimientos teóricos, así como la dimensión teórica del conocimiento práctico y la capacidad para utilizarla en la solución de problemas.

4.1.2 LEY 30 DE DICIEMBRE 28 DE 1992

Por el cual se organiza el servicio público de la Educación Superior.

TITULO PRIMERO

Fundamentos de la Educación Superior

CAPITULO I

Principios

Artículo 1° La Educación Superior es un proceso permanente que posibilita el desarrollo de las potencialidades del ser humano de una manera integral, se realiza con posterioridad a la educación media o secundaria y tiene por objeto el pleno desarrollo de los estudiantes y su formación académica o profesional.

Artículo 4° La Educación Superior, sin perjuicio de los fines específicos de cada campo del saber, despertará en los educandos un espíritu reflexivo, orientado al logro de la autonomía personal, en un marco de libertad de pensamiento y de pluralismo ideológico que tenga en cuenta la universalidad de los saberes y la particularidad de las formas culturales existentes en el país. Por ello, la Educación Superior se desarrollará en un marco de libertades de enseñanza, de aprendizaje, de investigación y de cátedra.

CAPITULO III

Campos de acción y programas académicos.

Artículo 7° Los campos de acción de la Educación Superior, son: El de la técnica, el de la ciencia el de la tecnología, el de las humanidades, el del arte y el de la filosofía.

Artículo 9° Los programas de pregrado preparan para el desempeño de ocupaciones, para el ejercicio de una profesión o disciplina determinada, de naturaleza tecnológica o científica o en el área de las humanidades, las artes y la filosofía. También son programas de pregrado aquellos de naturaleza multidisciplinaria conocidos también como estudios de artes liberales, entendiéndose como los estudios generales en ciencias, artes o humanidades, con énfasis en algunas de las disciplinas que hacen parte de dichos campos.

4.1.3 DECRETO 1120 de 1996¹³

El SENA tiene la responsabilidad de liderar en el país el Sistema Nacional de Formación para el trabajo. Lo faculta para: proponer políticas y trazar directrices a nivel nacional sobre la formación profesional para el trabajo de modo que se garantice la calidad, pertinencia, eficacia y cobertura requeridas y la educación permanente a través de la cadena de formación.

¹³ Ministerio del trabajo y seguridad social, 1996.

4.1.4 DECRETO 0230 DE 2002¹⁴

En el artículo 9, **Promoción de los educandos**. “Los establecimientos educativos tienen que garantizar un mínimo de promoción del 95% de los educandos que finalicen el año escolar en cada uno de sus grados”.

Al finalizar el año, la comisión de evaluación y promoción de cada grado será la encargada de determinar cuáles educandos deberán repetir un grado determinado

4.1.5 INCIDENCIAS DE LA LEGISLACIÓN EDUCATIVA EN LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA APRENDIZAJE.

La evaluación educativa tal como se ha concebido hasta ahora es el resultado de una serie de discusiones que se dieron a lo largo del siglo XX¹⁵. Tales discusiones estuvieron marcadas por algunas tendencias de la investigación científica, particularmente fundamentadas en el positivismo que privilegia la medición, la cuantificación y la experimentación controlada. Hoy en día ha tomado fuerza la tendencia hacia la evaluación cualitativa, fundamentada en la teoría crítica, la epistemología genética¹⁶ y el racionalismo crítico.

¹⁴ Documento IX. CEID – ADIDA. 2005.

¹⁵ La evaluación en el aula y más allá de ella. Ministerio de Educación Nacional de Colombia. 1997.

¹⁶ Según Piaget, el acto de conocer plantea un escenario en que se mueven tres personajes que interactúan entre sí. **El sujeto y objeto** presente en el esquema tradicional de enseñanza - aprendizaje, se le agrega la presencia de una estructura inherente a todas las **relaciones de conocimiento**.

Esta nueva forma de evaluar ha perjudicado enormemente el rendimiento académico de los estudiantes ya que se preocupa por una promoción social y permitiendo ingresar a otro grado sin tener las bases suficientes o “pasar debiendo algunas materias”, esto se ve reflejado en los diferentes rendimientos en pruebas diseñadas por el estado y el pobre ingreso a la universidad.

4.2 MARCO CONCEPTUAL

4.2.1 CONCEPTOS Y/O TEORÍAS GENERALES

A continuación se presentan una serie de tópicos, definiciones, conceptos, teorías y planteamientos o proposiciones, que tienen que ver con las principales raíces del problema que se pretende abordar, como: la definición del álgebra y su reseña histórica, actitud y propuestas para mejorar la motivación para el estudio de las matemáticas, aprendizaje eficiente, lineamientos curriculares en matemáticas y competencia en matemáticas.

4.2.1.1 DEFINICIÓN DE ÁLGEBRA

(Del lat. tardío *algēbra*, y este abrev. del ár. clás. *alğabru walmuqābalaḥ*, reducción y cotejo)¹⁷. Rama de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática. Cuando alguno de los signos representa un valor desconocido se llama incógnita.

Al igual que en la aritmética, las operaciones fundamentales del álgebra son adición, sustracción, multiplicación, división y cálculo de raíces. La aritmética, sin embargo, no es capaz de generalizar las relaciones matemáticas, como el teorema

¹⁷ Enciclopedia Encarta. 2007.

de Pitágoras, que dice que en un triángulo rectángulo el área del cuadrado que tiene como lado la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados cuyos lados son los catetos. La aritmética sólo da casos particulares de esta relación (por ejemplo, 3, 4 y 5, ya que $3^2 + 4^2 = 5^2$). El álgebra, por el contrario, puede dar una generalización que cumple las condiciones del teorema: $a^2 + b^2 = c^2$.

El álgebra clásica, que se ocupa de resolver ecuaciones, utiliza símbolos en vez de números específicos y operaciones aritméticas para determinar cómo usar dichos símbolos. El álgebra moderna ha evolucionado desde el álgebra clásica al poner más atención en las estructuras matemáticas. Algunos matemáticos consideran al álgebra moderna como un conjunto de objetos con reglas que los conectan o relacionan. Así, en su forma más general, se dice que el álgebra es el idioma de las matemáticas.

4.2.1.2. RESEÑA HISTÓRICA DEL ÁLGEBRA

La historia del álgebra comenzó en el antiguo Egipto y Babilonia, donde fueron capaces de resolver ecuaciones lineales ($ax = b$) y cuadráticas ($ax^2 + bx = c$), así como ecuaciones indeterminadas como $x^2 + y^2 = z^2$, con varias incógnitas.

Los antiguos babilonios resolvían cualquier ecuación cuadrática empleando esencialmente los mismos métodos que hoy se enseñan.

Los matemáticos alejandrinos Herón y Diofante continuaron con la tradición de Egipto y Babilonia, siendo el libro *Las aritméticas* de Diofante es de bastante más nivel y presenta muchas soluciones sorprendentes para ecuaciones indeterminadas difíciles. Esta antigua sabiduría sobre resolución de ecuaciones encontró, a su vez, acogida en el mundo islámico, en donde se la llamó “ciencia de reducción y equilibrio”. (La palabra árabe *al-ḡabr* que significa ‘reducción’, es el origen de la palabra *álgebra*). En el siglo IX, el matemático al-Jwarizmi escribió uno de los primeros libros árabes de álgebra, una presentación sistemática de la teoría fundamental de ecuaciones, con ejemplos y demostraciones incluidas. A finales del siglo IX, el matemático egipcio Abu Kamil enunció y demostró las leyes fundamentales e identidades del álgebra, y resolvió problemas tan complicados como encontrar las x, y, z que cumplen $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 = z^2$, y $xz = y^2$.

En las civilizaciones antiguas se escribían las expresiones algebraicas utilizando abreviaturas sólo ocasionalmente; sin embargo, en la edad media, los matemáticos árabes fueron capaces de describir cualquier potencia de la incógnita x , y desarrollaron el álgebra fundamental de los polinomios, aunque sin usar los símbolos modernos. Esta álgebra incluía multiplicar, dividir y extraer raíces cuadradas de polinomios, así como el conocimiento del teorema del binomio. El matemático, poeta y astrónomo persa Omar Khayyam mostró cómo expresar las raíces de ecuaciones cúbicas utilizando los segmentos obtenidos por intersección de secciones cónicas, aunque no fue capaz de encontrar una fórmula para las raíces. La traducción al latín del *Álgebra* de al-Jwarizmi fue publicada en el siglo XII. A principios del siglo XIII, el

matemático italiano Leonardo Fibonacci consiguió encontrar una aproximación cercana a la solución de la ecuación cúbica $x^3 + 2x^2 + cx = d$. Fibonacci había viajado a países árabes, por lo que con seguridad utilizó el método arábigo de aproximaciones sucesivas.

A principios del siglo XVI los matemáticos italianos Scipione del Ferro, Tartaglia y Gerolamo Cardano resolvieron la ecuación cúbica general en función de las constantes que aparecen en la ecuación. Ludovico Ferrari, alumno de Cardano, pronto encontró la solución exacta para la ecuación de cuarto grado y, como consecuencia, ciertos matemáticos de los siglos posteriores intentaron encontrar la fórmula de las raíces de las ecuaciones de quinto grado y superior. A principios del siglo XIX el matemático noruego Niels Abel y el francés Évariste Galois demostraron la inexistencia de dicha fórmula.

Un avance importante en el álgebra fue la introducción, en el siglo XVI, de símbolos para las incógnitas y para las operaciones y potencias algebraicas. Debido a este avance, el Libro III de la *Geometría* (1637), escrito por el matemático y filósofo francés René Descartes se parece bastante a un texto moderno de álgebra. Sin embargo, la contribución más importante de Descartes a las matemáticas fue la creación de la geometría analítica, que reduce la resolución de problemas geométricos a la resolución de problemas algebraicos. Su libro de geometría contiene también los fundamentos de un curso de teoría de ecuaciones, incluyendo lo que el propio Descartes llamó la *regla de los signos* para contar el número de raíces verdaderas (positivas) y falsas (negativas) de una ecuación. Durante el siglo

XVIII se continuó trabajando en la teoría de ecuaciones y en 1799 el matemático alemán Carl Friedrich Gauss publicó la demostración de que toda ecuación polinómica tiene al menos una raíz en el plano complejo.

En los tiempos de Gauss, el álgebra había entrado en su etapa moderna. El foco de atención se trasladó de las ecuaciones polinómicas al estudio de la estructura de sistemas matemáticos abstractos, cuyos axiomas estaban basados en el comportamiento de objetos matemáticos, como los números complejos, que los matemáticos habían encontrado al estudiar las ecuaciones polinómicas. Dos ejemplos de dichos sistemas son los grupos y las cuaternas, que comparten algunas de las propiedades de los sistemas numéricos, aunque también difieren de ellos de manera sustancial. Los grupos comenzaron como sistemas de permutaciones y combinaciones de las raíces de polinomios, pero evolucionaron para llegar a ser uno de los más importantes conceptos unificadores de las matemáticas en el siglo XIX. Los matemáticos franceses Galois y Augustin Cauchy, el británico Arthur Cayley y los noruegos Niels Abel y Sophus Lie hicieron importantes contribuciones a su estudio. Las cuaternas fueron descubiertas por el matemático y astrónomo irlandés William Rowan Hamilton, quien desarrolló la aritmética de los números complejos para las cuaternas; mientras que los números complejos son de la forma $a + bi$, las cuaternas son de la forma $a + bi + cj + dk$.

Después del descubrimiento de Hamilton, el matemático alemán Hermann Grassmann empezó a investigar los vectores. A pesar de su carácter abstracto, el físico estadounidense J. W. Gibbs encontró en el álgebra vectorial un sistema de

gran utilidad para los físicos, del mismo modo que Hamilton había hecho con las cuaternas. La amplia influencia de este enfoque abstracto llevó a George Boole a escribir *Investigación sobre las leyes del pensamiento* (1854), un tratamiento algebraico de la lógica básica. Desde entonces, el álgebra moderna —también llamada álgebra abstracta— ha seguido evolucionando; se han obtenido resultados importantes y se le han encontrado aplicaciones en todas las ramas de las matemáticas y en muchas otras ciencias.

Los últimos treinta años han sido escenario de cambios muy profundos en la enseñanza de las matemáticas. Por los esfuerzos que la comunidad internacional de expertos en didáctica¹⁸ sigue realizando por encontrar modelos educativos adecuados está claro que vivimos actualmente una situación de experimentación y cambio.

El movimiento de renovación de los años 60 y 70 hacia la "matemática moderna" trajo consigo una honda transformación de la enseñanza, tanto en su estado por metodología como en los contenidos. Entre las principales características del movimiento y los efectos por él producidos se pueden contar los siguientes:

- Se subrayaron las estructuras abstractas en diversas áreas, especialmente en álgebra.

¹⁸ Se encuentra en el artículo situación actual de cambio en la didáctica de la matemática. Consultado en ciberdocencia.gob.pe/fórum/index.hpp?topic=1931.0;prev_next-76k-

- Se pretendió profundizar en el rigor lógico, en la comprensión, contraponiendo ésta a los aspectos operativos y manipulativos.
- Esto último condujo de forma natural al énfasis en la fundamentación a través de las nociones iniciales de la teoría de conjuntos y en el cultivo del álgebra, donde el rigor es fácilmente alcanzable.
- Con respecto a las actividades fomentadas, la consecuencia natural fue el de proponer problemas interesantes, en los que la geometría elemental tanto abunda, y su sustitución por ejercicios muy cercanos a la mera tautología y reconocimiento de nombres, que es, en buena parte, lo que el álgebra puede ofrecer a nivel elemental.

En los años 70 se empezó a percibir que muchos de los cambios introducidos no habían resultado muy acertados. Con la sustitución de la geometría por el álgebra la matemática elemental se vació rápidamente de contenidos y de problemas interesantes. La carencia de intuición espacial fue otra de las desastrosas consecuencias del alejamiento de la geometría de nuestros programas, defecto que hoy se puede percibir muy claramente en las personas que realizaron su formación en aquellos años. Se puede decir que los inconvenientes surgidos con la introducción de la llamada "matemática moderna" superaron con mucho las cuestionables ventajas que se había pensado conseguir como el rigor en la

fundamentación, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea.

Los años 70 y 80 han presentado una discusión sobre los valores y contravalores de las tendencias presentes y una búsqueda intensa de formas más adecuadas de afrontar los nuevos retos de la enseñanza matemática por parte de la comunidad matemática internacional¹⁹.

De acuerdo a estas ideas se mencionan los momentos históricos y las dificultades conceptuales de los tres ejes principales de este trabajo, son ellos:

4.2.1.2.1 OPERACIONES CON FRACCIONES²⁰

Los primeros vestigios sobre la utilización de las operaciones con fracciones lo muestran los egipcios, resolvían problemas de la vida diaria mediante operaciones con fracciones. Entre ellas la distribución del pan, el sistema de construcción de pirámides y las medidas utilizadas para estudiar la Tierra. Esto lo comprobamos en numerosas inscripciones antiguas como el Papiro de Ahmes.

Sin embargo, en el siglo VI después de Cristo, fueron los hindúes quienes establecieron las reglas de las operaciones con fracciones en el siglo IV después de

¹⁹ Ibid

²⁰ Fracciones, un poco de historia de Wendy & Witman.

Cristo. En esa época, Aryabhata se preocupó de estas leyes, y después lo hizo Bramagupta, en el siglo VII.

Posteriormente, otros estudiosos de origen hindú efectuaron estudios más amplios. Es así como las reglas que utilizamos en la actualidad para trabajar con fracciones, fueron obra de Mahavira- en el siglo IX- y Bháskara -en el siglo XII- .

Los fraccionarios son uno de los más complejos conceptos matemáticos que los niños encuentran por sus años en la educación primaria (Boulet, 1998, El Davis et al., 1993). Aunque durante las últimas tres décadas se han identificado varios factores sobre las dificultades que los estudiantes tienen al aprender fraccionarios, investigadores y estudiosos²¹ están de acuerdo que es uno de los factores predominantes que contribuyen a las complejidades de enseñar (Brousseau et al., 2004; Kieren, 1993, Lamon, 1999).

Kieren ²²(1976) fue el primero en cuestionar que los fraccionarios comprenden un solo concepto y recomienda que los fraccionarios se conceptúen como un juego de las estructuras interrelacionadas siguiendo: el parte-todo, la proporción, operador, el cociente. Después, Behr²³ (1988) desarrolló las ideas de Kieren, proponiendo las interpretaciones diferentes de fraccionarios a una vinculación ejemplar teórica a los

²¹ Drawing on a theoretical model to study students understandings of fractions. Charalambos y. Charalambous and Demetra Pitta-Pantazi.2006.

²² Kieren, T. On the mathematical, cognitive and instructional foundations o rational numbers. En R. Lesh (Ed.), Number and measurement (pp 101- 144). Columbus, Ohio.1976.

²³ Behr, M. Proportional reasoning. En J Hiebert & M: Behr (Eds), Number concepts and operations in the middle grades (pp 93 – 118) Reston, Virginia. 1988

funcionamientos en los fraccionarios, equivalencia del fragmento, y problemas de aplicación para resolver con fraccionarios.

4.2.1.2.2. RACIONALIZACIÓN²⁴

Desde la parte histórica la palabra raíz viene del latín *radix*, *radicis*, pero es indudable que los árabes conocían la radicación que habían tomado de los hindúes. Es decir, la radicación era conocida mucho antes que los romanos inventaran una palabra para nombrarla. Los árabes la designaban con la palabra *gidr*, una traducción de la palabra sánscrita *mula*, que significa vegetal y también raíz cuadrada de un número.

Las raíces²⁵ son una parte de la aritmética y por tanto del álgebra muy importante para el desarrollo matemático posterior. Muchos estudiantes realizan ejercicios de forma mecánica desconociendo el concepto sobre el que están trabajando y sin reflexionar sobre lo que están haciendo. Los procesos en los cuales los estudiantes presentan dificultades en el momento de realizar operaciones de temas de álgebra y trigonometría, son:

- Entender las raíces de cualquier índice como otra manera de representar las potencias.
- Expresar radicales en forma de potencia de exponente fraccionario
- Calcular mentalmente la raíz cuadrada de números sencillos

²⁴Aritmética. Aurelio Baldor. 1988

²⁵Unidad didáctica. Potencias, notación científica y raíces. Consultado en internet en mayo de 2008.

- Entender los conceptos de cuadrado de un número y de raíz cuadrada de un número.
- Reconocer y simplificar un radical.
- Realizar correctamente operaciones con radicales de igual o distinto índice
- Racionalizar.
- Relacionar la utilización de teorema de Pitágoras con la raíz cuadrada y sus aplicaciones geométricas.

4.2.1.2.3. FACTORIZACIÓN²⁶

En Egipto (5000- 500 a.c.), se encuentran los primeros vestigios del desarrollo de una ciencia matemática. Sus exigencias vitales, sujetas a las periódicas inundaciones del Nilo, los llevaron a perfeccionar la aritmética y la geometría. En el papiro del Rhin, debido al escriba Ahmes (1650 a.c.), el más valioso y antiguo documento matemático que existe, se presentan, entre múltiples problemas, soluciones de ecuaciones de segundo grado.

"La factorización se puede definir como la transformación de una expresión algebraica racional entera en el producto de sus factores racionales y enteros, primos entre sí." (Baldor, 1966). Es el primer método para obtener las raíces o ceros de la expresión. Con la factorización se desarrolla diferentes destrezas para aplicarlas a ejercicios de mayor dificultad.

²⁶ Álgebra de Aurelio Baldor (1988)

Para comprender el concepto de factorización²⁷ es necesario que el estudiante tenga unos conocimientos previos que le permitan: primero relacionar adecuadamente conceptos como suma, resta, multiplicación de polinomios, y segundo la aplicación de algunas propiedades de los números reales como la propiedad distributiva.

Al factorizar un polinomio lo que pretende es representarlo como el producto de dos o más polinomios o expresiones algebraicas más sencillas llamadas factores. Factores que al aplicarle la multiplicación de polinomios o la propiedad distributiva nos debe llevar al polinomio inicial.

En las memorias de un evento²⁸, se llega a la siguiente afirmación: “El desenvolvimiento y comprensión de los productos, cocientes y casos de factorización encierran un número de dificultades que el estudiante no ha encontrado anteriormente; tropiezan con ciertos obstáculos que ponen a prueba su imaginación y poder de captación, incurriendo por ende en errores de representación y desarrollo operativo debido a una concepción errada y defectuosa obra del trabajo incompleto de la imaginación”.

“La factorización es una herramienta fundamental en el desarrollo y construcción de conceptos matemáticos posteriores y su aplicación se puede observar en el

²⁷ Enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, dirigida a estudiantes de primer semestre del programa de contaduría pública de la Universidad del Quindío. Tesis de Maestría.

²⁸ Memorias XIV Encuentro de Geometría y II de Aritmética. Universidad Sergio Arboleda. Bogotá. 2003.

desarrollo de asignaturas como el cálculo, estadística y álgebra lineal. Por lo tanto el estudiante debe²⁹:

- Comprender el concepto de factorización.
- Ejemplificar procesos de factorización.
- Explicar y resolver el caso de factorización a utilizar.
- Aplicar cada caso acorde al problema que se le presente.
- Operar la factorización de manera reversible.

El hecho de no reconocer ni factorizar adecuadamente, impedirá que los estudiantes puedan realizar los ejercicios de simplificación de fracciones algebraicas, cálculo del m.c.m, adición, sustracción, multiplicación y división de fracciones algebraicas, esto se ve reflejado en el momento de tratar las temáticas de grado décimo y es el objeto de este trabajo de investigación.

4.2.1.3 ESTADO DEL ARTE SOBRE LOS FACTORES QUE INFLUYEN EN EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA.

De acuerdo a una consulta bibliográfica que se ha hecho se observa los siguientes trabajos, eventos y revistas:

²⁹ Enciclopedia Temática Mega. 2000

4.2.1.3.1 Artículo: La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática³⁰

La clase de matemáticas constituye una micro-sociedad donde tienen lugar la construcción y difusión del conocimiento matemático a través de las interacciones sociales entre los estudiantes y el profesor. En consecuencia, el aprendizaje matemático está condicionado por diversos metaconocimientos³¹ matemáticos y didácticos. En este artículo, se hace una revisión de nociones teóricas usadas para el estudio de las normas que regulan la construcción social del conocimiento matemático, en particular las normas sociomatemáticas y el contrato didáctico. Seguidamente se propone una aproximación global al estudio de la dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, usando algunas nociones del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática.

Este artículo permite que en este trabajo de investigación se pueda observar lo que sucede en el interior del aula de clase y si el aprendizaje del estudiante es o no eficiente de acuerdo a diferentes factores incluyendo el ambiente.

³⁰ PARADIGMA, Vol. XXVIII, N° 2, diciembre de 2007 / 49-77. Bruno D'Amore, Vicenç Font Juan D. Godino.

³¹ Los términos: Metaconocimientos, Socio matemáticas, metadidáctica y ontosemiótico, referidos en este párrafo están claramente definidos por el autor, en el mismo artículo de referencia.

4.2.1.3.2 Dificultades algebraicas en la resolución de problemas por Transferencia³²

La enseñanza de resolución de problemas en ciencias y matemáticas se realiza en general mediante estrategias de transferencia (transfer): se resuelve y explica un conjunto de problemas y después se pide a los estudiantes que resuelvan otros problemas análogos a los ejemplos trabajados. Los profesores de Secundaria con frecuencia asumen que las relaciones analógicas entre los problemas resueltos y los problemas propuestos son sencillas de comprender y establecer, y atribuyen el fracaso a la falta de dominio de los procedimientos matemáticos de resolución. En este trabajo se realiza un experimento para probar si esta atribución causal es adecuada o no. Los resultados demuestran que la causa principal de las dificultades debe tener su origen en la construcción de un modelo de la situación y/o de un modelo del problema, adecuados.

4.2.1.3.3 Análisis de factores que influyen en el aprendizaje de matemáticas mediante un laboratorio virtual³³

En la Unidad Xochimilco de la Universidad Autónoma Metropolitana en México, se detecta que los estudiantes de Ciencias Sociales presentan serios problemas en

³² Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias Vol. 6, N°3, 538-561 (2007). Vicente Sanjosé, Tomás Valenzuela, M^a Carmen Fortes y Joan Josep Solaz-Portolés.

³³ matematicasaplicadas.xoc.uam.mx/poyectoanalisisdefactoresponencias.html - 30k -, consultado marzo de 2008.

el manejo, interpretación y aplicación de las matemáticas. Entre las causales se observa que en sus diferentes cursos de matemáticas no han logrado la construcción de marcos referenciales sólidos. Si el fin es que el alumno adquiera aprendizajes significativos es necesario entre otras cosas conocer y analizar cuales son los factores dentro del ambiente escolar - *factores intrínsecos al proceso de enseñanza aprendizaje* - y los que están fuera del ambiente escolar - *factores extrínsecos que se encuentran dentro del contexto social* -. Por otra parte, en esta investigación se pretende hacer uso de un laboratorio virtual para simular diferentes ambientes de aprendizaje en los cuales puede desenvolverse el alumno.

Debido a toda esta situación que se presenta con las matemáticas, “desde temprana edad los estudiantes adquieren actitudes de temor y rechazo hacia esta disciplina, lo que se irá acentuando en cursos posteriores, conforme aumenta el nivel de abstracción de los temas, por el arrastre de conceptos no entendidos, por las pocas oportunidades de participar activamente en el aprendizaje y por la escasa relación entre las matemáticas y la realidad del estudiante”. (Ariza, Rouquette, 2002:p.201).

4.2.1.3.4 Universidad de Guanajuato, Facultad de Matemáticas, México³⁴

El plan de estudios de la Facultad de Matemáticas contiene un común de asignaturas que son fundamentales para todas las orientaciones que se ofrecen en

³⁴ www.cimat.mx/~adolfo/alg-lineal-2008.html - 24k -, consultado en abril de 2008

las carreras de matemáticas. Existen dos cursos básicos de álgebra y geometría en el primer semestre que, desde hace más de seis años, se imparte en forma conjunta como si se tratara de un solo curso. Además de éstos hay dos cursos de álgebra lineal que se imparten en el segundo y tercero semestres, respectivamente. Tomados en conjunto, estos cuatro cursos tienen por objetivo proporcionar a los estudiantes las bases de álgebra y geometría sobre las que se habrán de apoyar una enorme cantidad de conocimientos que se aprenderán en otras asignaturas. Dicho de otra manera, los cursos de Elementos de Geometría, Matemáticas Elementales y Álgebra Lineal (I y II), son fundamentales.

4.2.1.3.5 ¿Qué tan bien preparados, en física y matemáticas, ingresan los estudiantes a la Universidad de los Andes?³⁵

El porcentaje de fracasos de los estudiantes que han visto el curso de Física I en la Universidad de los Andes, desde el primer semestre de 2001 hasta el primer semestre de 2005, es del 45%. Para poder detectar y diagnosticar las deficiencias básicas, en los estudiantes que ingresan al primer curso de física, se diseñó un quiz que contestan los estudiantes nuevos en la primera semana de clases. Con este quiz se obtuvo información sobre las deficiencias básicas que traen los estudiantes en aritmética, álgebra, geometría, trigonometría y física fundamental. Los resultados de este quiz se han correlacionado con la nota final de Física I, con el examen del

³⁵ REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL. 38, No. 2, 2006 L. Galán1, C. Ávila. Departamento de Física, Universidad de los Andes, Bogotá.

ICFES, y otros resultados, que nos permiten predecir qué probabilidad tienen los estudiantes de aprobar el curso de Física I en la Universidad de los Andes, y recomendarles tomar el curso de Prefísica a los estudiantes con baja probabilidad de éxito. Otras estadísticas que se presentan en este trabajo, dan información sobre el nivel académico promedio de los estudiantes de calendario A, con respecto a los estudiantes de calendario B.

Se observa que hay múltiples factores que influyen en el aprendizaje del álgebra, como consecuencia hay publicaciones en diferentes revistas sobre educación matemática donde constantemente aparecen las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse en diferentes temas que son considerados “básicos” y en los que se observa un nivel bajo ya sea conceptualmente o en forma operativa, esto se ve reflejado en los resultados de diferentes pruebas ya sean diseñadas en el interior de la escuela o por el estado, algunas de ellas son:

4.2.1.3.6 Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (SUMA)³⁶

Actualmente se edita en Torrent (Valencia, España). Cada año se publican tres ejemplares que aparecen en Febrero, Junio y Noviembre. La tirada actual es de 6700 ejemplares. ISSN 1130-488X. Consta de dos partes diferenciadas: artículos y secciones.

³⁶ Publicación de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas (FESPM).

En los artículos se encuentra cualquier tema relacionado con la didáctica de las matemáticas tanto a nivel divulgativo como formativo. Se publican temas sobre actividades en el aula, historia de las matemáticas, desarrollo analítico, etc.... Por otra parte, las secciones son espacios con una continuidad en conjunto pero independientes en cada número.

También publica acontecimientos o eventos organizados por las sociedades matemáticas o por la federación para que esa información llegue de manera efectiva a todos aquellos que están suscritos o bien reciben la revista por pertenecer a alguna sociedad española adscrita a la FESPM.

4.2.1.3.7 Revista Educación Matemática³⁷

Aparece tres veces al año y publica artículos de investigación original realizada con rigor. EDUCACIÓN MATEMÁTICA se reserva también un espacio para ensayos teóricos sobre temas relevantes relacionados con la educación matemática, así como propuestas y experiencias de enseñanza, o discusiones sobre materiales y programas educativos, como también aprendizaje, cognición y desempeño de los estudiantes, pre- álgebra y álgebra.

³⁷ Publicación internacional arbitrada y con Comité multinacional, que ofrece un foro interdisciplinario para la presentación y discusión de ideas, conceptos y hallazgos que puedan ejercer influencia en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

4.21.4. LINEAMIENTOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS³⁸

Documento de reflexión y discusión, sirve para orientar los procesos curriculares en el área de matemáticas desarrollados en cada una de las Instituciones y centros educativos, en este documento se le da el nombre de conocimientos básicos a los diferentes pensamientos y sistemas. Se identifican cinco pensamientos:

- pensamiento numérico y sistemas numéricos
- pensamiento espacial y sistemas geométricos
- pensamiento métrico y sistemas de medidas
- pensamiento aleatorio y sistemas de datos
- pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Dado el tema a tratar en esta tesis, se enfocará el trabajo en el pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos.

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos³⁹

“Proponer el inicio y desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros para alcanzar en la educación básica, presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual, que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y

³⁸ Ministerio de Educación nacional de Colombia, 1998, pág. 131

³⁹ Lineamientos Curriculares de matemáticas. MEN. 1998. pág. 72.

problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas⁴⁰.

En esta forma se amplía la visión de la variación, por cuanto su estudio se inicia en el intento de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes.

Una rápida visión a la evolución histórica, desde las matemáticas, del estudio de la variación permite afirmar que ésta se inicia con las tablas babilónicas, con las gráficas de variación (Oresme en la Edad Media) y con las fórmulas algebraicas de origen renacentista. Particularmente, el contexto de la variación proporcional para modelar las situaciones de variación cobra especial relevancia por ser la única teoría matemática con la que se contaba en la Edad Media. Pero es en el contexto del estudio matemático del movimiento donde se alcanza la construcción matemática de la variación, lo que configura el Cálculo.

Esta breve e incompleta presentación histórica de la variación, hace necesario desmenuzar los conceptos, procedimientos y métodos que involucra la variación para poner al descubierto las interpelaciones entre ellos. Un primer acercamiento en la búsqueda de las interrelaciones permite identificar algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que está involucrada la variación⁴¹:

⁴⁰ *Ibíd.*

⁴¹ *Ibíd.*

- Continuo numérico, reales, en su interior los procesos infinitos, su tendencia, aproximaciones sucesivas, divisibilidad;
- la función como dependencia y modelos de función;
- las magnitudes;
- el álgebra en su sentido simbólico, liberada de su significación geométrica, particularmente la noción y significado de la variable es determinante en este campo;
- modelos matemáticos de tipos de variación: aditiva, multiplicativa, variación para medir el cambio absoluto y para medir el cambio relativo. La proporcionalidad cobra especial significado.

En los contextos de la vida práctica y en los científicos, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía (conocida como medición de la variación absoluta o relativa). Estos conceptos promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático.

Abordado así, el desarrollo del pensamiento variacional⁴² se asume por principio que las estructuras conceptuales se desarrollan en el tiempo, que su aprendizaje es un proceso que se madura progresivamente para hacerse más sofisticado, y que nuevas

⁴² *Ibíd.*

situaciones problemáticas exigirán reconsiderar lo aprendido para aproximarse a las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

Entre los diferentes sistemas de representación asociados a la variación se encuentran los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano o sagital, las representaciones pictóricas e icónicas, la instruccional (programación), la mecánica (molinos), las fórmulas y las expresiones analíticas.

El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica, la organización de la variación en tablas, puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable y de las fórmulas. En estos problemas los números usados deben ser controlados y los procesos aritméticos también se deben ajustar a la aritmética que se estudia. Igualmente, la aproximación numérica y la estimación deben ser argumentos usados en la solución de los problemas.

Adicionalmente la tabla se constituye en un elemento para iniciar el estudio de la función, pues es un ejemplo concreto de función presentada numéricamente. Y aunque en algunas ocasiones enfatiza la variación numérica discreta, es necesario ir construyendo la variación numérica continua. Así mismo, las situaciones problemáticas

deben seleccionarse para enfrentar a los estudiantes con la construcción de expresiones algebraicas o con la construcción de las fórmulas. Tal como lo señala Demana (1990) la exposición repetida de construcciones de fórmulas, como expresiones que explicitan un patrón de variación, ayuda a los estudiantes a comprender la sintaxis de las expresiones algebraicas que aparecerán después del estudio del álgebra. La tabla también se constituye en una herramienta necesaria para la comprensión de la variable, pues el uso de filas con variables ayuda a que el estudiante comprenda que una variable puede tener un número infinito de valores de reemplazo. Además, el uso de variables en la tabla también ayuda a la escritura de las expresiones algebraicas, tipo retórico o fórmulas para describir la variación o el cambio.

Otra herramienta necesaria para iniciar el estudio de la variación desde la primaria la constituye el estudio de los patrones. Estos incluyen escenarios en la vida práctica como fotografías y representaciones pictóricas e icónicas. En las matemáticas los escenarios geométricos o numéricos también deben ser utilizados para reconocer y describir regularidades o patrones presentes en las transformaciones. Estas exploraciones permiten, en una primera instancia, hacer una descripción verbal de la relación que existe entre las cantidades (el argumento y el producto terminado que se lee primero) que intervienen en la transformación. Los contextos de variación deben incluir patrones aditivos y multiplicativos.

Para abordar un concepto del pensamiento variacional es posible implementar diferentes estrategias⁴³ como:

- El ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.
- Estrategias metacognitivas se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir.

Así como, la formulación y solución de problemas⁴⁴ permite alcanzar metas significativas en el proceso de construcción del conocimiento matemático, algunas de ellas son:

- Desarrollar habilidad para comunicarse matemáticamente: expresar ideas, interpretar y evaluar, representar, usar consistentemente los diferentes tipos de lenguaje, describir relaciones y modelar situaciones cotidianas.
- Provocar procesos de investigación que subyacen al razonamiento matemático; nos estamos refiriendo precisamente a los procesos del pensamiento matemático: la manipulación (exploración de ejemplos, casos particulares); la formulación de conjeturas (núcleo del razonamiento matemático, proponer sistemáticamente

⁴³ Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Frida Díaz. 1998.

⁴⁴ *Ibíd.*

afirmaciones que parecen ser razonables, someterlas a prueba y estructurar argumentos sobre su validez), la generalización (descubrir una ley y reflexionar sistemáticamente sobre ella); la argumentación (explicar el porqué, estructurar argumentos para sustentar generalización, someter a prueba, explorar nuevos caminos).

- Investigar comprensión de conceptos y de procesos matemáticos a través de: reconocimiento de ejemplos y contraejemplos; uso de diversidad de modelos, diagramas, símbolos para representarlos, traducción entre distintas formas de representación; identificación de propiedades y el reconocimiento de condiciones, ejecución eficiente de procesos, verificación de resultados de un proceso, justificación de pasos de un proceso, reconocimiento de procesos correctos e incorrectos, generación de nuevos procesos, etcétera.
- Investigar estrategias diversas, explorar caminos alternos y flexibilizar la exploración de ideas matemáticas. Para lograr estas metas los estudiantes tienen que discutir sus ideas, negociar, especular sobre los posibles ejemplos y contraejemplos que ayuden a confirmar o desaprobar sus ideas.

La resolución de problemas se considera bajo dos perspectivas. Una es la de solución de problemas como una interacción con situaciones problemáticas con fines pedagógicos, o sea como estrategia didáctica, otra es la capacidad de resolución de problemas como

objetivo general del área, o sea como logro fundamental de toda la educación básica y media.”

4.2.1.5. *¿Cuándo un estudiante es competente en matemáticas?*⁴⁵

Desde la experiencia se afirma que el ser competente es el desempeño eficaz con que el estudiante realiza diferentes procedimientos matemáticos, es ese uno de los objetos de este trabajo de investigación, es decir, como los estudiantes se enfrentan a ejercicios donde necesiten elementos de los fraccionarios, factorización y racionalización.

Se puede afirmar: “que quien sea competente en matemáticas podrá significar desde las matemáticas que ha logrado construir. Y en este proceso de significación matemática, se hacen explícitas ciertas acciones, encaminadas a dar cuenta de ese proceso de significación. Dichas acciones son de: interpretar, argumentar y proponer, permiten dar cuenta de la competencia, en el uso que el estudiante hace de las matemáticas.

Estas competencias, entendidas desde el ámbito comunicativo, se pondrán en evidencia a partir de situaciones problema donde se indaga por 'los usos e interpretaciones que de los objetos matemáticos el estudiante haga en un momento dado. Usos que tienen sentido en tanto se correspondan con una estructura, que también es la que el sujeto ha construido en ese momento, a partir de situaciones ejemplarizantes con las que se ha encontrado.

⁴⁵ Examen de estado, cambios para el silo XXI, Matemáticas, 2000.

Las acciones de *interpretar, argumentar y proponer* desde la matemática se ponen en juego cuando los estudiantes se enfrentan a situaciones problema, en las que deben "usar" su conceptualización en matemáticas, buscando darle sentido al enunciado dentro de sus referentes matemáticos⁴⁶, y, al darle sentido, lo validan dentro de una estructura conceptual preestablecida; es decir, el estudiante logra identificar elementos del problema como parte de una estructura matemática. Es necesario aclarar que la posibilidad de significar no es algo único o universal, pues está influenciada por factores como: el contexto, la intención por la cual se significa, los significados institucionales, las prácticas significativas, etc. Así, la significación que el estudiante construya de un problema es el producto de todo un continuo de consensos y acciones de interpretar, argumentar y proponer.

Desde lo planteado desde el ministerio de educación nacional de Colombia, cabe anotar que las acciones de interpretar, argumentar o proponer no necesariamente expresan jerarquías, prerrequisitos o niveles; solamente se constituyen en momentos distintos y fundamentales dentro de la significación que el estudiante genera al enfrentarse a actividades que forman parte de su hacer matemático. Sin embargo, pueden considerarse también como interdependientes; por ejemplo, no es posible pensar que se pueda generar una interpretación sin argumentar y proponer, o una argumentación sin previa interpretación.

Así, reconociendo que "las competencias, al ser acciones contextualizadas en las gramáticas de las disciplinas o en contextos socioculturales específicos., no pueden ser organizadas jerárquicamente. Por ser la competencia una acción que se define en el juego de relaciones específicas de significación y no un proceso abstracto del pensamiento, es posible que una acción de interpretación en un contexto determinado, por ejemplo, sea mucho más

⁴⁶ *Ibíd.*

compleja y exigente que la producción de una argumentación o proposición en otro contexto [...] Por el contrario, al ser las competencias expresiones del mismo acto comunicativo, se presentan de manera simultánea en la dinámica de la configuración textual y la interacción social, a modo de círculo hermenéutico, en que una acción no simplemente supone o subyace a la otra sino que aparece cada vez de manera efectiva y directa" (Hernández y otros, 1996).

Estas acciones, enmarcadas en una competencia comunicativa, se asumen como parte del proceso de significación en el que intervienen tanto el conocimiento matemático como las situaciones-problemas, las prácticas significativas, y en su interacción se intenta mirar lo que se ha denominado **comprensión**. En matemáticas, **comprensión** es entendida, por algunos autores, como la experiencia mental de un sujeto por medio de la cual relaciona un objeto (**signo**) con otro objeto (**significación**) (Sierpinska, 1996).

A continuación se caracteriza cada una de estas acciones, según las pretensiones de la prueba y el marco de referencia propuesto⁴⁷:

Interpretar. Se refiere a las posibilidades del estudiante para dar sentido, a partir de la matemática, a los diferentes problemas que surgen de una situación. Interpretar consiste en identificar lo matematizable que se infiere de la situación-problema, a partir de lo que ha construido como conocimiento matemático, y poderlo expresar como un modelo matemático.

Argumentar. Se refiere a las razones o los porqués que el estudiante pone de manifiesto ante un problema; la expresión de dichos porqués busca poner en juego las razones o justificaciones expresadas como

⁴⁷ *Ibíd.*

parte de un razonamiento lógico, esto es, las relaciones de necesidad y suficiencia, las conexiones o encadenamientos que desde su discurso matemático son válidas. Estas razones, justificaciones o porqués no deben corresponder a una argumentación desde lo puramente cotidiano, sino que deben ser razones que permitan justificar el planteamiento de una solución o una estrategia particular desde las relaciones o conexiones validadas dentro de la matemática.

Proponer. Se refiere a la manifestación del estudiante en cuanto a los hechos que le permiten generar hipótesis, establecer conjeturas, encontrar deducciones posibles ante las situaciones propuestas. La proposición no se infiere directamente de la situación-problema dada, sino que es un consenso que el estudiante hace frente a la puesta en escena de distintas estrategias, en esta acción se pretende tener en cuenta las diferentes decisiones que el estudiante aborde como pertinentes frente a la resolución de un problema en y desde lo matemático, permitiendo así llegar a una solución’.

4.2.1.6 ACTITUD Y MOTIVACIÓN PARA EL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS

Se presenta a continuación una reflexión de Miguel de Guzmán⁴⁸, como soporte para la interpretación de los problemas de actitud y motivación que puedan afectar a los estudiantes de educación básica o media para el estudio de las matemáticas.

“...Una preocupación general que se observa en el ambiente conduce a la búsqueda de la motivación del alumno desde un punto de vista más amplio, que no se limite al posible interés intrínseco de la matemática y de sus aplicaciones. Se trata de hacer patentes los impactos mutuos que la evolución de la cultura, la historia, los

⁴⁸ Tendencias innovadoras en educación matemática. Miguel de Guzmán. Editorial Popular. 1993.

desarrollos de la sociedad, por una parte, y la matemática, por otra, se han proporcionado...”

Cada vez va siendo más evidente la enorme importancia que los elementos afectivos que involucran a toda la persona pueden tener incluso en la vida de la mente en su ocupación con la matemática. Es claro que una gran parte de los fracasos matemáticos de muchos de nuestros estudiantes tienen su origen en un posicionamiento inicial afectivo totalmente destructivo de sus propias potencialidades en este campo, que es provocado, en muchos casos, por la inadecuada introducción por parte de sus maestros. Por eso se intenta también, a través de diversos medios, que los estudiantes perciban el sentimiento estético, el placer lúdico que la matemática es capaz de proporcionar, a fin de involucrarlos en ella de un modo más hondamente personal y humano.

En nuestro ambiente contemporáneo, con una fuerte tendencia hacia la deshumanización de la ciencia, a la despersonalización producida por nuestra cultura computarizada, es cada vez más necesario un saber humanizado en que el hombre y la máquina ocupen cada uno el lugar que le corresponde. La educación matemática adecuada puede contribuir eficazmente en esta importante tarea.

4.2.1.7 APRENDIZAJE EFICIENTE⁴⁹

¿La educación impartida a los estudiantes en la clase de matemáticas tiene la capacidad de disponer de alguien o de algo para conseguir un efecto determinado, es decir que aprendan y tengan vigentes los conocimientos dados en grados anteriores en el área de matemáticas?

El *aprendizaje* se define en términos de los cambios relativamente permanentes debidos a la experiencia pasada, y la *memoria* es una parte crucial del *proceso* de aprendizaje, sin ella, las experiencias se perderían y el individuo no podría beneficiarse de la experiencia pasada.

Es muy difícil tratar de definir el aprendizaje y la memoria de manera independiente uno de otra, ya que ambos representan dos lados de la misma moneda:

- a) el aprendizaje depende de la memoria para su permanencia y, de manera inversa,
- b) la memoria no tendría "contenido" si no tuviera lugar el aprendizaje.

Por tanto, puede definirse a la memoria como la retención del aprendizaje o la experiencia; En palabras de Blakemore (1988), "En el sentido más amplio, el aprendizaje es la adquisición de *conocimiento* y la memoria es el *almacenamiento* de una representación interna de tal conocimiento".

⁴⁹ Reber, A.S. (1993). *Implicit learning and tacit knowledge: An essay on the cognitive unconscious*. Oxford: Oxford University Press.

Desde la *revolución* cognoscitiva en el decenio de 1950, la memoria se ha vuelto un tema integral dentro del enfoque del procesamiento de *información*, cuyo núcleo es la analogía con *la computadora*.

El aprendizaje es un proceso por el cual adquirimos información que se traduce en conocimiento.

Para Reber, el aprendizaje implícito es un proceso de *inducción* para adquirir información compleja y abstracta sobre cualquier *ambiente*, independientemente de la *conciencia* de los sujetos sobre el proceso de adquisición o sobre la información adquirida. Esto, desde ya, no implica ausencia de *atención*.

Para Reber, el aprendizaje implícito tendría tres atributos: opera independientemente de la conciencia, produce un conocimiento tácito abstracto que representa el ambiente, y puede usarse implícitamente para solucionar *problemas* y tomar decisiones ante nuevos estímulos”.

En cuanto a la memoria implícita, por ella se entiende la expresión de conocimiento adquirido en un episodio anterior, a través de una prueba que no hace referencia consciente o explícita a tal episodio de aprendizaje. Los estudios sobre el priming de repetición y sobre las disociaciones de la memoria avalan la tesis de la existencia de una memoria implícita o inconsciente.

Memoria explícita, es la clase de memoria que se hace consciente y puede ser expresada directamente. Existen diferentes clases de memoria:

A. Memoria A Corto Plazo (MCP)

De acuerdo con Lloyd y colaboradores es probable que menos de una centésima de toda la información sensorial que cada segundo impacta contra los sentidos humanos alcance la conciencia y, de esta, sólo una vigésima parte logre llegar a algo que se asemeje a un almacenamiento estable. Es claro que, si la capacidad de memoria se encontrara limitada a la memoria sensorial, la capacidad para retener información acerca del mundo sería extremadamente limitada, lo mismo que precaria. Sin embargo, de acuerdo con los *modelos* de memoria tales como el modelo de almacenamiento múltiple de Atkinson y Shiffrin, parte de la información de la memoria sensorial se pasa con *éxito* a la MCP, lo que permite que se almacene la información durante el tiempo suficiente como para *poder* utilizarla, y por esta razón con frecuencia se le denomina memoria funcional.

Puede mantenerse información de la MCP de 15 a 30 segundos pero puede extenderse mediante *ensayo* o repetición. Tiene una codificación acústica.

B. Memoria a largo plazo (MLP)

En general se piensa que la MLP tiene una capacidad ilimitada. Se puede ver como un depósito de todas las cosas en la memoria que no se utilizan en el momento pero que potencialmente pueden recuperarse. Permite recuperar el pasado y utilizar esa información para lidiar con el presente; en cierto sentido, la MLP permite vivir de

manera simultánea en el pasado y en el presente. La información puede mantenerse desde unos cuantos minutos hasta varios años (que, de hecho, pueden abarcar la vida entera del individuo). Su codificación es Semántica, Visual y Acústica.

El olvido se puede comprender como un fracaso para transferir información de la MCP a la MLP, deterioro de la huella, desplazamiento, interferencia, como la pérdida de información una vez que ha ocurrido la transferencia, deterioro por desuso, prevención de la consolidación, o como el fracaso para recuperar información de la MLP (interferencia, olvido motivado, olvido dependiente de señales) o como cambios en recuerdos a Largo Plazo.

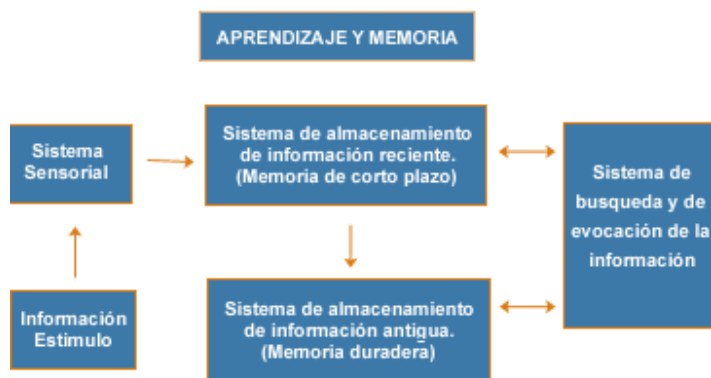
Para Ignacio Pozo, el aprendizaje humano, para ser eficiente, implicará un aprovechamiento óptimo de la capacidad limitada de la memoria de trabajo (Hulme y Mackenzie. 1992). Ello se logrará mediante un buen funcionamiento de los procesos de aprendizaje (atención, automatización, recuperación, etc.). Pero además de un mejor aprovechamiento de los recursos limitados de la memoria de trabajo mediante el uso de procesos adecuados, nuestro aprendizaje dependerá también de la organización dinámica de nuestro almacén permanente de información. A diferencia de la memoria permanente de un ordenador, que es un sistema estático, que conserva y reproduce con exactitud la información que se ha introducido previamente si se siguen las rutas de búsqueda adecuadas, la memoria humana tiene un carácter más dinámico, o si prefiere productivo (Baddeley, 1982,1990). No se conserva todo lo que se introduce,

olvida con facilidad. Pero es que, además, cuando recuperamos algo de ese almacén, no lo recuperamos tal como entró, sino «reconstruido». La memoria humana es un sistema constructivo, interactivo.

Decía Heráclito de Éfeso «nada es, todo fluye». No podemos bañarnos dos veces en el mismo río, no sólo porque las aguas ya no son las mismas, sino porque nuestra memoria, nuestro conocimiento, también fluye.

La forma en que fluye nuestra memoria, como sistema constructivo en vez de reproductivo, va a afectar seriamente a nuestra forma de aprender. Los procesos de *adquisición* o aprendizaje propiamente dichos consisten en incorporar nuevas representaciones a la memoria permanente o cambiar las que ya tenemos. La adquisición requiere distintos procesos tales, desde la repetición ciega o la asimilación de nueva información, a presentaciones ya presentes en la memoria, hasta los procesos radicales de reestructuración. En general los procesos de adquisición serán mas eficaces cuanto mayor y más significativa sea la relación que se establece entre la nueva información que llega al sistema y los conocimientos que estaban representados en la memoria.

En el esquema siguiente se hace una síntesis sobre lo planteado:



4.2.1.8 EL PAPEL DEL DOCENTE EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS⁵⁰

El buen aprendizaje implica un doble compromiso: el alumno debe asumir una disposición para aprender y comprometerse a trabajar para conseguirlo y el docente tiene la obligación de preparar el escenario y actuar como agente mediador entre el estudiante y la cultura. Tomando como base la conceptualización del conocimiento significativo, se resume esta responsabilidad en tres aspectos:

- **Conocer y relacionarse con los estudiantes.** Esto implica valorar positivamente el esfuerzo individual y el trabajo colectivo, valorar las aportaciones de los

⁵⁰ Alan Schoenfeld, "Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas", *Revista Educación Matemática*, vol. 4. núm. 2, agosto de 1992.

estudiantes, respetar la diversidad de capacidades y características de los estudiantes, así como evaluar señalando lo que debe mejorarse y cómo hacerlo.

- **Tener buen dominio de conocimientos.** El agente mediador, según Vygotski, es alguien más capaz que el aprendiz. Si el docente no tiene un dominio completo de los conocimientos que enseña, se preocupará más por comprender determinada información que por organizar el proceso de aprendizaje para los estudiantes. El dominio permitirá al docente ayudar al estudiante a descubrir relaciones y comprender procesos. Asimismo, el docente podrá crear los escenarios de actividad para la construcción del aprendizaje.

- **Instrumentar didácticamente su programa.** Es importante que el docente conozca el plan y programa de estudios para poder establecer los propósitos del curso, decidir previamente qué va a enseñar, cómo lo va a enseñar, cómo y cuándo evaluar de acuerdo a las características y necesidades de aprendizaje de los estudiantes. La instrumentación didáctica debe ser flexible y adecuarse en función de las necesidades que se vayan detectando.

5. METODOLOGÍA PROPUESTA

Campo de Investigación: Ciencias Sociales

Área: Investigación Educativa

Tema: Educación Matemática

Paradigma de Investigación: Explicativo

Naturaleza de la investigación: mixta⁵¹ y Sincrónica⁵²

Tipo de Investigación: Investigación en el aula

Técnicas: Exploratoria y descriptiva, puesto que se trata de explorar y describir los métodos y formas como los estudiantes de grado 10° adquieren la comprensión y el manejo de los conceptos básicos del álgebra.

Instrumentos: Encuestas

5.1 POBLACIÓN REFERENCIADA

1800 Estudiantes de la Institución educativa Luis Eduardo Arias Reinel ubicada en el municipio de Barbosa (Antioquia).

⁵¹ Es una investigación Cualitativa y Cuantitativa.

⁵² Investigación realizada en poco tiempo.

5.2 UNIDADES DE ANÁLISIS

108 Estudiantes de grado décimo, divididos en tres grupos. Hay varias razones para haber elegido a los estudiantes de grado décimo dadas las dificultades en el momento de enfrentarse con temáticas del grado décimo cuyas aplicaciones tienen que ver con elementos básicos del álgebra, y específicamente estos ejes son: Procesos de racionalización, Métodos de factorización y Operaciones con fracciones algebraicas.

5.3 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

5.3.1. Selección y elaboración de instrumentos

Se realizaron diferentes pruebas para determinar cuáles son los conceptos y los procesos que determinan un aprendizaje eficiente en los conocimientos básicos del álgebra en relación con las temáticas Procesos de racionalización, Métodos de factorización, Operaciones con fracciones algebraicas.

Variables a manejar en el estudio

De manera general se pretende estudiar la forma como los estudiantes adquieren los conceptos básicos del álgebra, tales como: Factorizar, operar con fracciones y racionalizar, para lo cual consideramos las siguientes variables:

1. Escala de actitudes hacia las matemáticas para estudiantes de grado décimo

- a) El gusto por las matemáticas.
- b) Disgusto por las matemáticas.
- c) La importancia de las matemáticas para la vida y/o el trabajo.
- d) Prevención negativa hacia las matemáticas.
- e) Prevención positiva hacia las matemáticas.

2. Prueba Conceptual sobre elementos básicos del álgebra

- a) Operaciones básicas.
- b) Procesos de racionalización.
- c) Métodos de factorización.
- d) Operaciones con fracciones algebraicas.
- e) Ideas sobre elementos básicos del álgebra.

3. Prueba sobre el manejo adecuado de los elementos básicos del álgebra

- a) Procesos de racionalización.
- b) Métodos de factorización.
- c) Operaciones con fracciones algebraicas.

4. Prueba sobre álgebra con aplicación en trigonometría

- a) Procesos de racionalización
- b) Métodos de factorización
- c) Operaciones con fracciones algebraicas
- d) Manejo de calculadora

Otras variables

Cualitativas:

Sexo: Posibilita conocer las tendencias entre hombres y mujeres sobre el nivel de conocimientos en métodos de factorización, procesos de racionalización y de operaciones con fracciones algebraicas, así como el desempeño en pruebas y entrevistas.

Cuantitativas:

Edad: Posibilita conocer el desempeño de acuerdo a la madurez mental en métodos de factorización, procesos de racionalización y operaciones con fracciones algebraicas.

Género: determina la cantidad de estudiantes por sexo que presentan las diferentes pruebas, son 57 hombres y 54 mujeres.

Grupos: permite hacer un comparativo sobre el desempeño en las diferentes pruebas.

Preguntas: se determina, de acuerdo a la clase de prueba a presentar,

- en la escala de actitudes hacia las matemáticas para estudiantes de grado décimo (20 preguntas),
- prueba de conceptualización sobre elementos básicos del algebra (10 preguntas),
- prueba sobre el manejo adecuado de los elementos básicos del algebra (9 numerales) y prueba sobre trigonometría con aplicación de álgebra (10 preguntas).

5.3.2 DISEÑO PARA EL ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS

Se diseña una prueba con una intención, ya sea para determinar la actitud, el nivel conceptual u operativo de los estudiantes de grado décimo de la institución educativa Luis Eduardo Arias Reinol del municipio de Barbosa, como también el número de preguntas. Se realizaron los siguientes diseños:

5.3.2.1. Escala de actitudes hacia las matemáticas para estudiantes de grado Décimo.

Encuesta constituida por 20 preguntas con las que se pretende determinar la actitud de los encuestados hacia la clase de matemáticas.

Notación:

TA Totalmente de acuerdo

A De acuerdo

D En desacuerdo

TD Totalmente en desacuerdo

I Indiferente

Si responde **A** o **TA** en las siguientes preguntas, se observa la tendencia del alumno hacia:

El gusto por las matemáticas: 1, 7, 15.

Disgusto por las matemáticas: 3, 11, 18.

La importancia de las matemáticas para la vida y/o el trabajo: 2, 4, 8.

Prevención negativa hacia las matemáticas: 5, 10, 12, 13, 17, 18.

Prevención positiva hacia las matemáticas: 6, 9, 14, 15, 20.

4.3.2.2. Prueba Conceptual sobre elementos básicos del álgebra.

Encuesta constituida por 10 preguntas con las que se pretende determinar la claridad conceptual que tengan los estudiantes en relación con conceptos básicos del álgebra.

Preguntas indicadoras:

Operaciones básicas: **1** con seis literales (**a, b, c, d, e, f**).

Procesos de racionalización: **6**.

Métodos de factorización: **5**.

Operaciones con fracciones algebraicas: **7, 8,10**.

Ideas sobre elementos básicos del álgebra: **2, 3, 4,9**.

- Si un estudiante responde acertadamente la primera pregunta incluida la sustentación que contiene 6 ítems, permite explorar la claridad que tiene sobre los elementos de las operaciones básicas del álgebra.

Si responde en forma acertada:

- **9** ítems: Tiene una **excelente** claridad conceptual sobre los elementos de las operaciones básicas.
- Entre **7 y 8** ítems: Tiene una **buena** claridad conceptual sobre los elementos de las operaciones básicas.
- Entre **5 y 6** ítems: Tiene **claridad** conceptual sobre los elementos de las operaciones básicas.
- Entre **3 y 4** ítems: Posee **dificultades** con los elementos de las operaciones básicas.
- Entre **1 y 2** ítems: **No tiene claridad** conceptual sobre los elementos constitutivos de las operaciones básicas.

5.3.2.3. Prueba sobre el manejo adecuado de los elementos básicos del álgebra.

Prueba constituida por 3 numerales y cada uno a su vez con tres, en total nueve problemas con diferentes grados de dificultad con los que se pretende determinar el manejo adecuado de los elementos básicos del álgebra en diferentes situaciones.

Preguntas indicadoras:

Procesos de racionalización: **A** con literales (a, b, c).

Métodos de factorización: **B** con literales (a, b, c).

Operaciones con fracciones algebraicas: **C** con literales (a, b, c).

Si responde en forma acertada:

- **9** ítems: Tiene un **excelente** desempeño en diferentes situaciones, puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.
- Entre **7 y 8** ítems: Tiene un **buen** desempeño en diferentes situaciones, puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.
- Entre **5 y 6** ítems: Tiene un **aceptable** desempeño en diferentes situaciones, puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de

racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.

- Entre **3 y 4** ítems: Tiene un **bajo** desempeño en diferentes situaciones, puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.
- Entre **1 y 2** ítems: Tiene **muy bajo** desempeño en diferentes situaciones, puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.

Si resuelve los problemas solo el literal:

- **A** con literales (a, b, c) se desempeña bien en procesos de racionalización.
- **B** con literales (a, b, c) se desempeña bien en métodos de factorización.
- **C** con literales (a, b, c) se desempeña bien en operaciones con fracciones algebraicas.

5.3.2.4. Prueba sobre álgebra con aplicación en trigonometría

Prueba constituida por 10 numerales, son problemas con diferentes grados de dificultad con los que se pretende determinar el manejo adecuado de los elementos básicos del álgebra con aplicación en trigonometría.

Preguntas indicadoras:

Procesos de racionalización: 1,6,8,9.

Métodos de factorización: 2,4.

Operaciones con fracciones algebraicas: 1,3,5,9,10.

Manejo de calculadora: 7

Si responde en forma acertada:

- **10 y 9** ítems: Tiene un **excelente** desempeño en diferentes situaciones puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.
- Entre **7 y 8** ítems: Tiene un **buen** desempeño en diferentes situaciones puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.
- Entre **5 y 6** ítems: Tiene un **aceptable** desempeño en diferentes situaciones puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.
- Entre **3 y 4** ítems: Tiene un **bajo** desempeño en diferentes situaciones puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de

racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.

- Entre **1 y 2** ítems: Tiene **muy bajo** desempeño en diferentes situaciones puede solucionar diversos tipos de problemas sobre procesos de racionalización, métodos de factorización, y operaciones con fracciones algebraicas.

Si el estudiante resuelve los problemas de solo un literal:

- Procesos de racionalización: 1,6,8,9 se desempeña bien en Procesos de racionalización.
- Métodos de factorización: 2,4 desempeña bien en Métodos de factorización.
- Operaciones con fracciones algebraicas: 1,3,5,9,10 se desempeña bien en Operaciones con fracciones algebraicas.
- Manejo de calculadora: 7, se desempeña bien.

5.3.3. Aplicación de instrumentos

Al iniciar cada período se aplicó la respectiva prueba y su posterior socialización entre los estudiantes de grado décimo, cada prueba se realiza de acuerdo al horario de clase:

PERIODO	MES	NOMBRE DE LA PRUEBA
Primero	Febrero de 2007	Escala de actitudes hacia las matemáticas para estudiantes de grado décimo.
Segundo	Abril de 2007	Prueba Conceptual sobre elementos básicos del álgebra.
tercero	Julio de 2007	Prueba sobre el manejo adecuado de los elementos básicos del álgebra.
Cuarto	Octubre de 2007	Prueba sobre álgebra con aplicación en trigonometría.

5.3.4. Recolección, tabulación y organización de la información

En esta fase se realizan las siguientes actividades:

1. Aplicación de las pruebas a los estudiantes de grado décimo
2. Recolección de las pruebas
3. Diseño para el análisis de las pruebas
4. Calificación de pruebas
5. Numeración de cada prueba con un registro
6. Digitación en Excel de los resultados obtenidos en las diferentes pruebas
7. Elaboración de tablas estadísticas de acuerdo a la información utilizando tablas dinámicas
8. Elaboración de gráficos.

5.3.5. Presentación de resultados

Se hace un análisis de los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas aplicadas, de la siguiente manera:

- **Análisis mediante variable y análisis por cruce de variables:**

La utilización de técnicas estadísticas para el análisis de datos desde el enfoque de la investigación descriptiva se realiza con la actividad de conocer, en el caso de los estudiantes del grado décimo sobre la capacidad de resolver problemas matemáticos utilizando: métodos de factorización, procesos de racionalización y operaciones con fracciones algebraicas en diferentes conceptos a tratar. La intensidad es expresada en frecuencia de datos de acuerdo a los resultados de las pruebas.

- **Presentación de resultados:**

Se realiza de manera descriptiva con base a las categorías definidas, las cuales posibilitan interpretar de manera cualitativa los datos, en las siguientes categorías:

- métodos de factorización
- procesos de racionalización
- operaciones con fracciones algebraicas

Por ser una investigación de carácter descriptivo y exploratorio, el proceso de análisis de los datos se desarrolla desde dos técnicas: Análisis estadístico y análisis de contenido.

Una vez recolectados, tabulados y organizados los datos mediante tablas estadísticas se aplica el análisis el cual permite llegar a una conclusión, en función de los objetivos planteados, a fin de resolver el problema de investigación.

Para el proceso de tratamiento de los datos, en el presente estudio, se siguen cinco pasos:

- **Clasificación y tabulación de los datos**

Apunta a colocar cada ítem o dato en la variable apropiada, cuantificando el número de frecuencia en la aparición de los datos. Los datos se organizan en tablas estadísticas de acuerdo a variables simples.

- **Categorización o codificación de la información**

Permite establecer los criterios mediante los cuales se agrupa la información recolectada. Las categorías planteadas en la investigación son de tipo "comparativas", pues se desea destacar las diferencias y semejanzas entre dos variables, a partir de frecuencias.

- **Análisis de datos**

Se realiza con la intencionalidad de comparar y relacionar los datos obtenidos y previamente organizados en variables en torno a las categorías planteadas. La

comparación se establece desde frecuencias expresadas en porcentajes y cantidades, según sea el carácter del dato analizado. Se utilizan filtros y tablas dinámicas provistas por Excel.

- **Discusión de los resultados**

Se realiza de manera cualitativa, relacionando los datos cuantitativos contenidos en las tablas estadísticas con las hipótesis planteadas en el marco conceptual a la luz de los objetivos de la investigación. Comprende tres operaciones:

- ◆ **La interpretación:** Proceso mediante el cual se convierten los resultados de análisis numérico, en el marco de la categoría, en valoraciones, afirmaciones, comparaciones de tipo cualitativo atribuyendo significado a los números, es decir, qué sentido tienen los datos a partir de las conceptualizaciones reseñadas en los marcos teórico, normativo y referencial. Además, posibilita el descubrir qué significan los resultados en términos de los objetivos planteados para el estudio.
- ◆ **La integración:** A la luz del problema a resolver y los objetivos planteados, se realiza una integración a manera de síntesis de los resultados relacionando las variables propuestas. En el caso de la investigación descriptiva la integración se ve reflejada en la caracterización de la población objeto de estudio.

- ♦ **La explicación:** Se señalan las implicaciones, valoraciones, aportes y consecuencias de los resultados; se puede evidenciar en la formulación de juicios de valor, soportados en argumentos relacionados en otros postulados teóricos, investigaciones o concepciones conceptuales.

La información se presenta de manera descriptiva en tablas y gráficas de barras de las diferentes tendencias de las variables de acuerdo a lo diseñado con su respectiva interpretación. Estos son los resultados obtenidos en forma genérica. Para ver en forma detallada se recomienda observar los anexos. Se aclara que la muestra de inicial es de 111 estudiantes pero al finalizar el año quedan 108 estudiantes debido a deserciones.

5.3.6 ANÁLISIS DE RESULTADOS

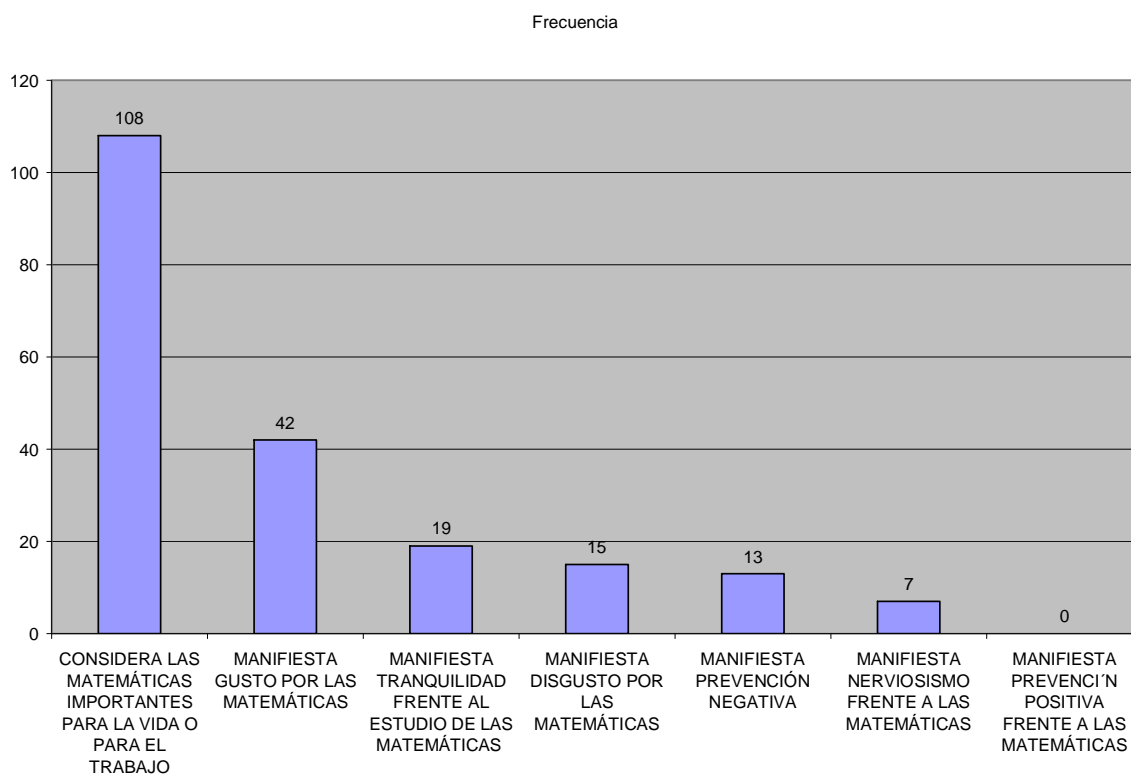
De acuerdo a los resultados obtenidos, se realizan las siguientes afirmaciones:

5.3.6.1 Escala de actitudes hacia las matemáticas (ver anexo 2)

De acuerdo con la **escala de actitud** se obtienen las siguientes subcategorías:

n: 108

CRITERIO	Frecuencia	Porcentaje
CONSIDERA LAS MATEMÁTICAS IMPORTANTES PARA LA VIDA O PARA EL TRABAJO	108	97,3%
MANIFIESTA GUSTO POR LAS MATEMÁTICAS	42	37,8%
MANIFIESTA TRANQUILIDAD FRENTE AL ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS	19	17,1%
MANIFIESTA DISGUSTO POR LAS MATEMÁTICAS	15	13,5%
MANIFIESTA PREVENCIÓN NEGATIVA ⁵³	13	11,7%
MANIFIESTA NERVIOSISMO FRENTE A LAS MATEMÁTICAS	7	6,3%
MANIFIESTA PREVENCIÓN POSITIVA FRENTE A LAS MATEMÁTICAS	0	0,0%



⁵³ Es la disposición negativa que los estudiantes tienen acerca de las matemáticas ya que la consideran una materia “dura”, árida y que es muy difícil, y solo es dominada por unos pocos.

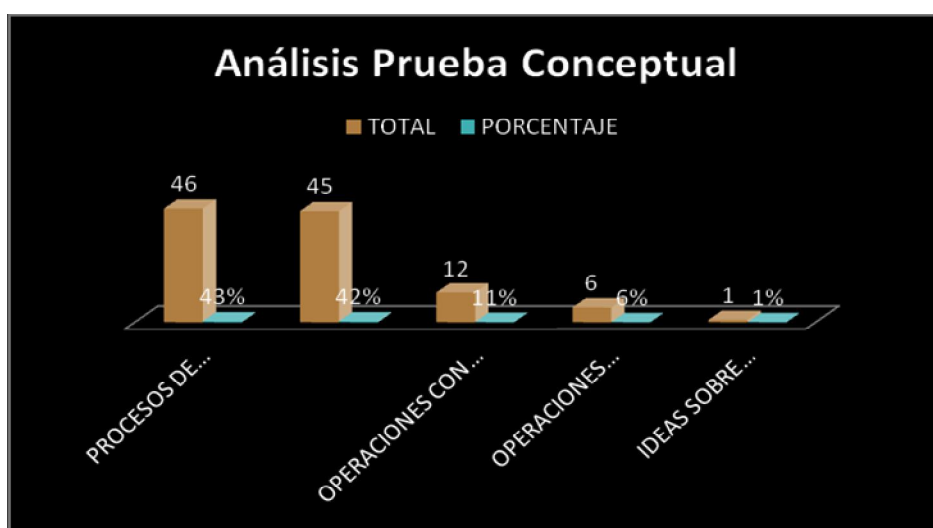
- La mayoría de los estudiantes (97%) consideran las matemáticas importante para la vida o el trabajo.
- Sólo el 38% de los estudiantes manifiesta gusto por las matemáticas.
- Ninguno de los estudiantes manifiesta una prevención positiva hacia las matemáticas.
- Algunos estudiantes manifiesta disgusto por las matemáticas, el 13%.

5.3.5.2 Prueba conceptualización sobre elementos básicos de álgebra

(Ver anexo 3)

n: 108

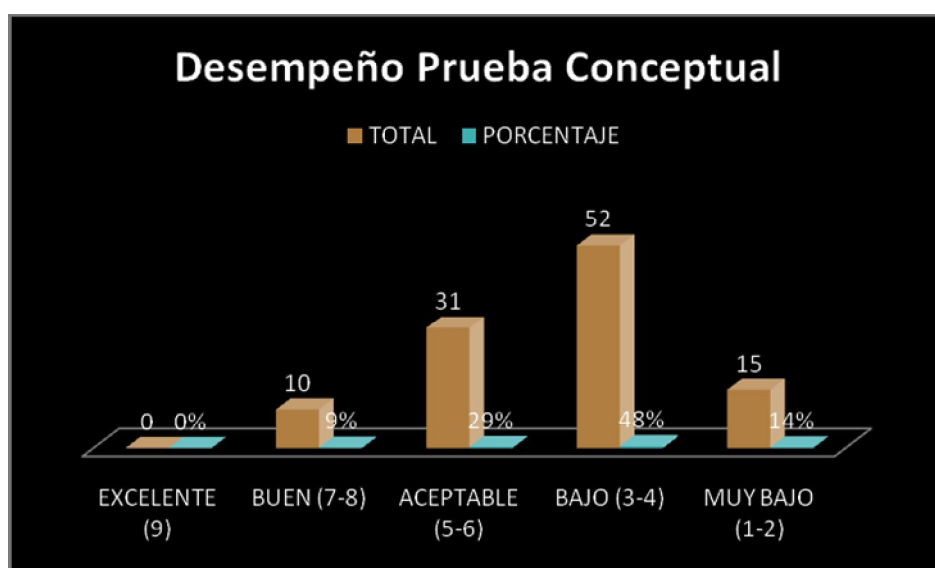
CRITERIO	Frecuencia	Porcentaje
PROCESOS DE RACIONALIZACIÓN	46	42,59%
MÉTODOS DE FACTORIZACIÓN	45	41,67%
OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS	12	11,11%
OPERACIONES BÁSICAS	6	5,56%
IDEAS SOBRE ELEMENTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA	1	0,93%



- Se observa al menos conceptualmente mejor desempeño en el eje de los procesos aunque no supera el 50% de los estudiantes.
- El mejor desempeño en la prueba conceptual es en los procesos de racionalización con 46 estudiantes que responden acertadamente equivalente al 42.46%.
- Los estudiantes no tienen ideas básicas sobre el álgebra a nivel conceptual.
- Los estudiantes tienen ideas vagas sobre: operaciones con fracciones algebraicas (11.11%), operaciones básicas (5.56%) e ideas sobre elementos básicos del álgebra (0.93%).

n: 108

DESEMPEÑO (RESPUESTAS BUENAS)	frecuencia	Porcentaje
EXCELENTE (9)	0	0,00%
BUEN (7-8)	10	9,26%
ACEPTABLE (5-6)	31	28,70%
BAJO (3-4)	52	48,15%
MUY BAJO (1-2)	15	13,89%

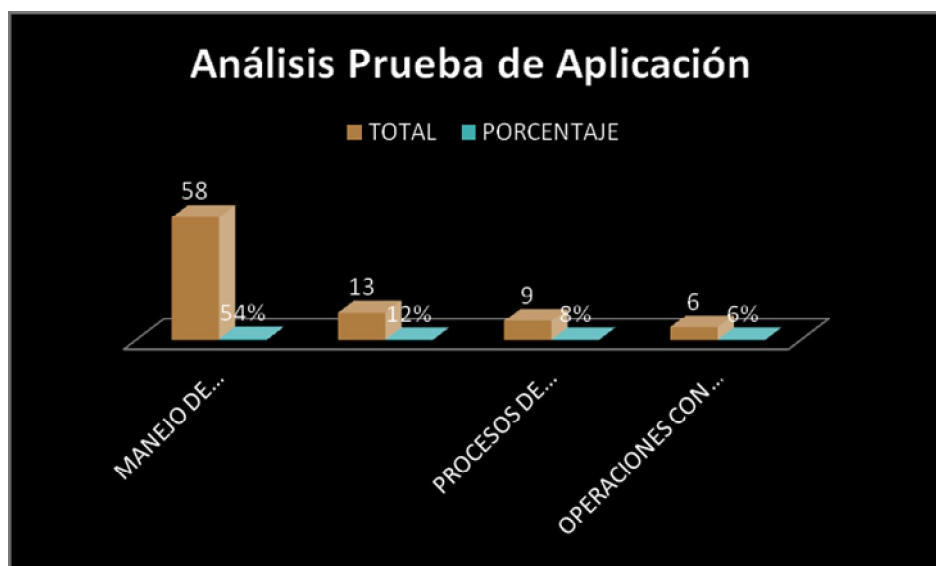


- Se observa dificultades conceptuales ya que en suma el 62% (67) de los estudiantes tienen un desempeño bajo o muy bajo.
- El 29% (31) de los estudiantes tiene un desempeño aceptable.
- Solo el 9% (10) de los estudiantes tiene un desempeño bueno.
- Ninguno de los estudiantes tiene fortaleza en lo correspondiente al nivel conceptual de los conceptos y procesos algebraicos.

5.3.6.3 Prueba sobre trigonometría con aplicación de álgebra (ver anexo 5)

n: 108

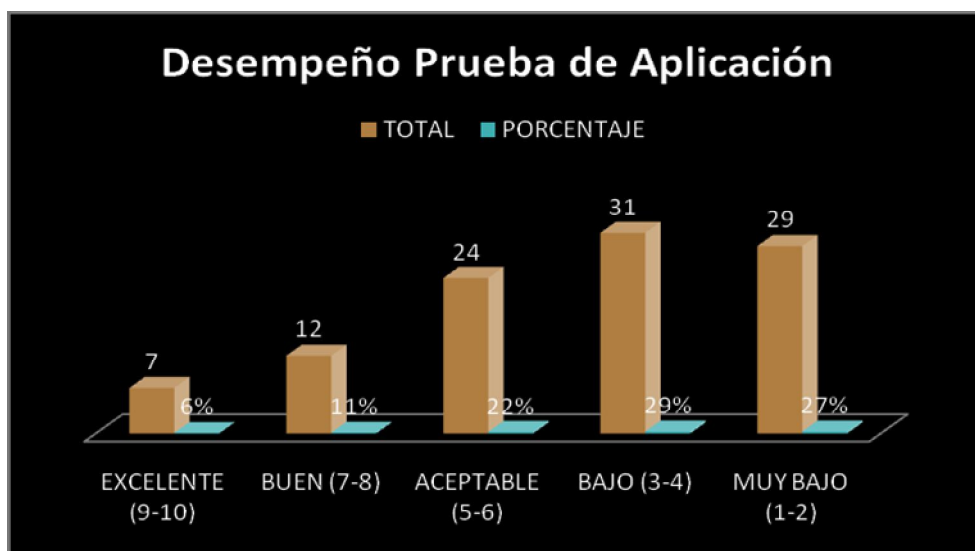
CRITERIO	Frecuencia	Porcentaje
MANEJO DE CALCULADORA	58	53,70%
MÉTODOS DE FACTORIZACIÓN	13	12,04%
PROCESOS DE RACIONALIZACIÓN	9	8,33%
OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS	6	5,56%



- Se observa un desempeño muy pobre en las operaciones con fracciones algebraicas, solo el 6% lo hace.
- Tiene una correcta utilización de la calculadora el 54 % de los estudiantes.

n: 108

DESEMPEÑO (RESPUESTAS BUENAS)	Frecuencia	Porcentaje
EXCELENTE (9-10)	7	6,48%
BUEN (7-8)	12	11,11%
ACEPTABLE (5-6)	24	22,22%
BAJO (3-4)	31	28,70%
MUY BAJO (1-2)	29	26,85%

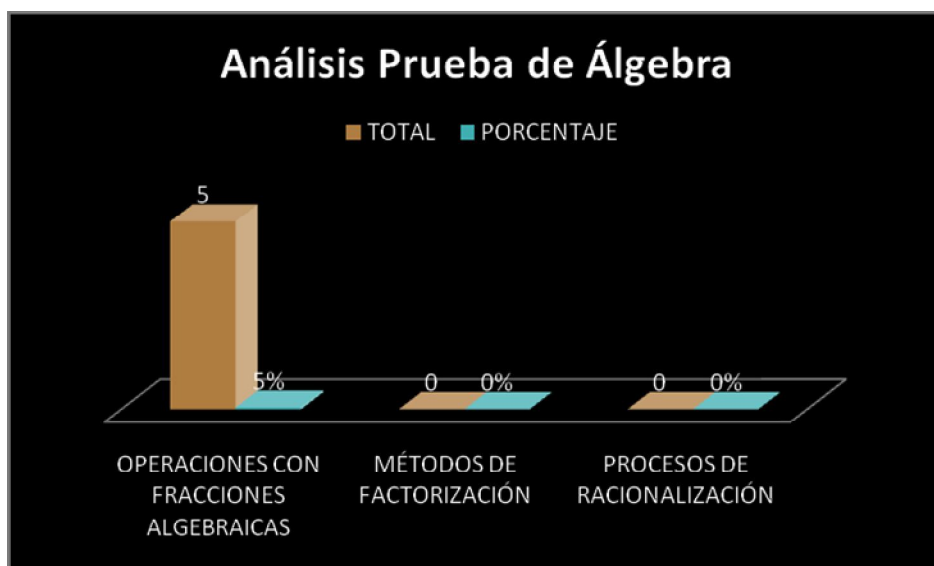


- El 56% (60) de los estudiantes tienen un desempeño bajo o muy bajo al aplicar elementos del álgebra en la trigonometría.
- Tienen un desempeño aceptable solo 24 estudiantes, es decir, el 22%.
- El 11% (12) estudiantes tiene un desempeño bueno
- El 6% (7) tiene un excelente desempeño al aplicar elementos del álgebra en la trigonometría.

5.3.6.4 Prueba sobre el manejo adecuado de los elementos básicos del álgebra (ver anexo 4)

n: 108

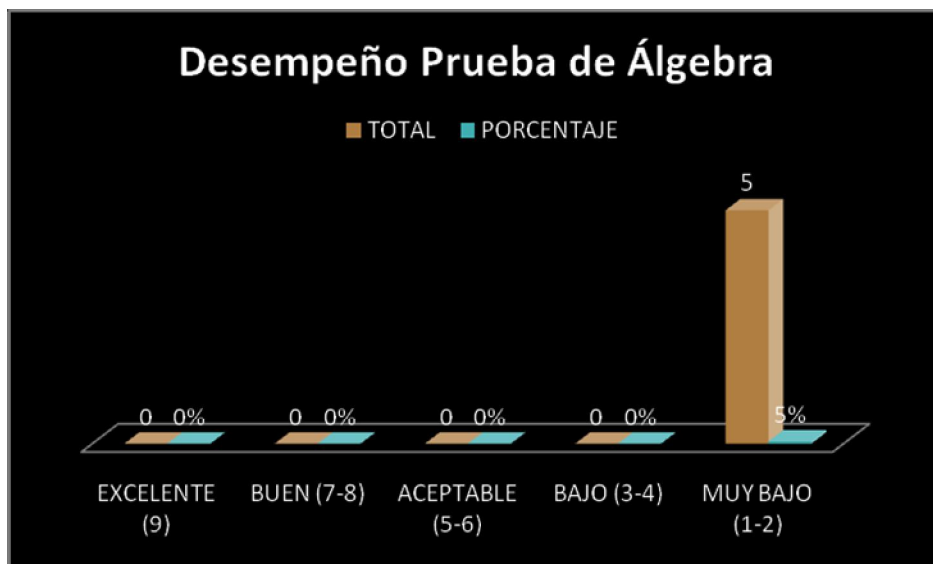
CRITERIO	frecuencia	Porcentaje
OPERACIONES CON FRACCIONES ALGEBRAICAS	5	4,63%
MÉTODOS DE FACTORIZACIÓN	0	0,00%
PROCESOS DE RACIONALIZACIÓN	0	0,00%



- Hay un pobre desempeño en las operaciones con fracciones algebraicas, solo el 5 % es capaz de realizar este tipo de operaciones.
- En los ejes de métodos de factorización y procesos de racionalización en la parte operativa el resultado fue nulo, 0%.

n:108

DESEMPEÑO (RESPUESTAS BUENAS)	frecuencia	Porcentaje
EXCELENTE (9)	0	0,00%
BUEN (7-8)	0	0,00%
ACEPTABLE (5-6)	0	0,00%
BAJO (3-4)	0	0,00%
MUY BAJO (1-2)	5	4,63%



- Existe un desempeño demasiado bajo a nivel operativo de los elementos básicos del álgebra solo 5% (5) estudiantes tienen un vago vestigio.
- Hay nulidad respecto al desempeño de los estudiantes en el dominio operativo algebraico.

6 CONCLUSIONES

El desarrollo del presente trabajo desde la concepción misma del problema y el objetivo general, los referentes teóricos y las pruebas realizadas, presentan gran relevancia en cuanto propone aspectos del currículo colombiano y la enseñanza de las matemáticas que pocas veces se lleva al aula de clase en el grado décimo de educación básica.

En relación con los grupos estudiados, los mismos que pueden considerarse como una muestra confiable para la extensión de este trabajo a otros grupos similares, se pudo observar que:

6.1 Las edades de los estudiantes de grado décimo oscilan entre 15 y 18 años.

6.2 Los estudiantes de grado décimo consideran las matemáticas importantes para la vida o para el trabajo, es decir el 97% (108).

6.3 Los estudiantes objeto del estudio, no tienen una buena actitud hacia las matemáticas en el grado décimo, el 25% (28).

6.4 Los estudiantes manifiestan gusto hacia las matemáticas en el grado décimo, porcentaje relativamente bajo, el 39% (42).

6.5 Ningún estudiante presenta una prevención positiva hacia las Matemáticas.

6.6 En los grupos estudiados hay deficiencias en la claridad conceptual de los elementos básicos del álgebra, y en consecuencia hay mal manejo procedimental de diferentes operaciones algebraicas como en las aplicaciones de las temáticas de grado décimo.

6.7 Algunos estudiantes tiene fortaleza conceptual en los procesos de racionalización, el 42,59% (46).

6.8 Solo una mínima muestra de los estudiantes objeto de estudio, manejan adecuadamente los elementos básicos del álgebra, específicamente: la factorización, las operaciones con fracciones y la racionalización, el 5% (5).

6.9 No existe fortaleza conceptual en las operaciones básicas ya que solo el 0,93% (1) de la población estudiada logra el objetivo.

- 6.10 Los estudiantes tiene grandes dificultades en el momento de realizar operaciones algebraicas, solo el 5% realiza operaciones con fracciones.
- 6.11 Muy pocos estudiantes objeto de estudio, encuentran una relación de los conceptos del álgebra con los temas de matemáticas de grado décimo, es decir, la relación de las matemáticas de anteriores grados específicamente el pensamiento variacional con las que ven en grado décimo, esto es el 18% (19).
- 6.12 El 54% (58) de los estudiantes tienen buen manejo de la calculadora para las funciones que les son conocidas, sin embargo hay que tener en cuenta que el manejo de calculadora es un proceso mecánico, que puede estar exento de procesos válidos de aprendizaje.
- 6.13 La mayoría de los estudiantes objetos de estudio, el 62% (67), no poseen bases conceptuales sobre elementos fundamentales del álgebra específicamente: la factorización, las operaciones con fracciones y la racionalización.
- 6.14 Al final de las pruebas no se reconoce un avance notable en la utilización de representaciones como tablas, gráficos, y la utilización de expresiones de acuerdo con los conjuntos numéricos en los cuales se trabaja durante el grado décimo.

6.15 Hace falta dominio de los conceptos básicos del álgebra como también una correcta operatividad del mismo, especialmente en: factorización, operaciones con fracciones y procesos de racionalización.

7 RECOMENDACIONES

- 7.1 Implementar la generalización como proceso de pensamiento matemático en cada uno de los grados de la educación básica, fortaleciendo el pensamiento variacional en los siguientes ejes: operaciones con fracciones, racionalización y factorización en forma gradual y adecuada para los diferentes tipos de estudiantes.
- 7.2 Fortalecer las diferentes formas de abstracción y generalización matemática como un medio de alcanzar niveles de pensamiento más elevado, de manera que se creen habilidades para resolver situaciones problemas cada vez más complejas.
- 7.3 En el momento de realizar una intervención en un trabajo posterior sobre este trabajo de investigación tener en cuenta las diferentes estrategias y diferentes formas de formulación y solución de problemas tratados en el capítulo de lineamientos curriculares.
- 7.4 Identificadas las deficiencias y dificultades de aprendizaje en los temas propios del álgebra, puede pensarse en una segunda fase de investigación en la que se proceda a intervenir el proceso de aprendizaje mediante la aplicación de técnicas o teorías como la enseñanza para la comprensión, los mapas conceptuales etc., con

los que se pretende formar personas autónomas en sus criterios intelectuales y morales, capaces de producir soluciones innovadoras, por medio de dimensiones, redes conceptuales, métodos, praxis y comunicación; con la que se puede esperar que los estudiantes de grado décimo adquieran no solo una mejor actitud sino también potencien sus habilidades en el manejo conceptual y operativo del álgebra, para que la proyecten en los grados posteriores y los primeros semestres de universidad.

8. BIBLIOGRAFÍA

- (1) _____ (1984). Verdad y Método. Salamanca: Editorial Sígueme.
- (2) _____ (1997). La evaluación en el aula y más allá de ella. Ministerio de Educación Nacional de Colombia.
- (3) _____ (2005). Documento IX. CEID – ADIDA.
- (4) _____ (2007). Enciclopedia Encarta.
- (5) _____ (1996). Epistemología de las Ciencias Sociales. Módulo del Programa de Especialización en Teoría, Métodos y Técnicas de Investigación Social. ASCUN-ICFES. Bogotá: Corcas.
- (6) _____ (1996). Fundamentos Epistemológicos en la Construcción de las Ciencias Sociales. Seminario de Metodología de la Investigación Científica ofrecido en la Universidad Distrital de Bogotá. Marzo 24-27.
- (7) _____ (1997). Investigación en Educación. Módulo de la Especialización en Teorías, métodos y técnicas de investigación social Ascún, ICFES. Bogotá: Corcas.

- (8) Ariza, E. y Ma. De Lourdes Fournier. Efectos diferenciales del nivel de interactividad de diversos sistemas tutoriales sobre el aprendizaje de temas de Matemáticas y computación en UAM-X: Tesis inédita de maestría en desarrollo y planeación de la educación. México, 1995.
- (9) Baldor, A. Álgebra. 1988.
- (10) Baldor, A. Aritmética. 1988.
- (11) Bautista, M. Matemática de Santillana, Editorial Santillana S.A. Bogotá, Colombia. 1998.
- (12) Berhr, M. Proportional reasoning. En J Hiebert & M: Behr (Eds), Number concepts and operations in the middle grades (pp 93 – 118) Reston, Virginia. 1988
- (13) Bishop A.J., Enculturación matemática. Ediciones Paidós. 1999.
- (14) Bruno D'Amore, Vicenç Font Juan D. Godino. PARADIGMA, Vol. XXVIII, N° 2, diciembre de 2007 / 49-77.
- (15) Campbell, D. y Stanley, J. Diseños experimentales y cuasi experimentales en la investigación social. Buenos Aires: Amorrortu. 1973.

- (16) Carrasco, J. B. y Calderero, J. F. Aprendo a investigar en educación. Madrid: Ediciones Rialp, S.A. 2000.
- (17) Charalambos y Charalambous and Demetra Pitta-Pantazi. Drawing on a theoretical model to study students understandings of fractions. 2006.
- (18) De Guzmán, M. Tendencias innovadoras en educación matemática. Editorial Popular. 1993.
- (19) De la Peña, José Antonio. La enseñanza de las matemáticas: la crisis de las reformas. Revista de la Universidad Autónoma de México. Pág. 578-579, México, 1999.
- (20) Díaz, F. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. 1998.
- (21) Duval, R. Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores en el desarrollo cognitivo, Curso del doctorado en Educación con Énfasis en Educación Matemática, Universidad del Valle, Merlín I.D., Santiago de Cali, Colombia. 2006.
- (22) Enseñanza de la factorización a través de la construcción de mapas conceptuales, dirigida a estudiantes de primer semestre del programa de contaduría pública de la Universidad del Quindío. Tesis de Maestría. 2007.

- (23) Gadamer, H-G. *Philosophical Hermeneutics*. Ed. And tras. By David E. Linge, Berkeley: University of California Press. 1976.
- (24) Gutiérrez, G. Educación, investigación y políticas en una perspectiva de pensamiento complejo, revista electrónica umbral N° 7, Temuco, 30 de agosto de 2000.
- (25) Hernández, R. y otros. *Metodología de la investigación*. México: McGraw Hill (3ª Ed.). 2003.
- (26) Ibáñez, M. y Ortega Tomás. Reconocimiento de procesos matemáticos en estudiantes de primer curso de bachillerato. Instituto Vega del Prado y Universidad de Valladolid. *Revista de investigación didáctica*, 2003, 21 (1).
- (27) ICFES. Examen de estado, cambios para el siglo XXI, Matemáticas. Colombia. 2000.
- (28) Kerlinger, F. *Investigación del Comportamiento*. México: McGraw Hill (4ª ED.). 2002.
- (29) Kieren, T. On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. En R. Lesh (Ed.), *Number and measurement* (pp 101-144). Columbus, Ohio. 1976.
- (30) Martínez, M. *La psicología humanista*. México: Trillas. Primera reimpresión. 2004.

- (31) Memorias XIV Encuentro de Geometría y II de Aritmética. Universidad Sergio Arboleda. Bogotá, Colombia. 2003.
- (32) MEN. Lineamientos Curriculares de matemáticas. Colombia. 1998. pág. 72.
- (33) Moreno, V. Espiral, Editorial Norma S.A. Bogotá, Colombia. 2005.
- (34) Novak, J. y D. Bob Gowin, Aprendiendo a aprender. Ediciones Martinez Roca. S.A. España. 1999.
- (35) Piaget, J. y otros. Tendencias de la Investigación en las Ciencias Sociales. UNESCO. Madrid: Alianza Editorial. 1976.
- (36) Popper, K. La lógica de la investigación científica. Madrid: Editorial Tecnos. 1973.
- (37) Reber, A. S., Walkenfeld, F. F., y Hernstadt, R. Implicit and explicit learning: Individual differences and IQ. *Journal of Experimental Psychology: Learning, memory and cognition*, 17, 888-896. 1991.
- (38) Reber, A.S. Implicit learning and tacit knowledge. *Journal of Experimental Psychology: General*, 118, 219-235. 1989.
- (39) Reber, A.S. *Implicit learning and tacit knowledge: An essay on the cognitive unconscious*. Oxford: Oxford University Press. 1993.
- (40) Reber, A.S. Implicit learning of artificial grammars. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 6, 855-863. 1967.

- (41) Reber, A.S. Transfer of syntactic structures in synthetic languages. *Journal of Experimental Psychology*, 81, 115-119. 1969.
- (42) Reber, P.J., Knowlton, B.J., y Squire, L.R. Dissociable properties of memory systems: Differences in the flexibility of declarative and nondeclarative knowledge. *Behavioral Neuroscience*, 110, 861-871. 1996.
- (43) REVISTA COLOMBIANA DE FÍSICA, VOL. 38, No. 2, 2006 L. Galán¹, C. Ávila. Departamento de Física, Universidad de los Andes, Bogotá.
- (44) Revista Matemática: Enseñanza Universitaria. Revista. Vol. XIII # 2 Diciembre 2005.
- (45) Schoenfeld ,A. "Una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas", *Revista Educación Matemática*, vol. 4. núm. 2, agosto de 1992.
- (46) Uribe, J.A. Matemática experimental, Uros Editores Ltda. Medellín, Colombia. 2004.
- (47) Vergnaud, G. El niño, las matemáticas y la realidad, problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria, Trillas, México, 2003.
- (48) Wendy & Witman. Fracciones, un poco de historia. 2005.

Webgrafía

- (1) ciberdocencia.gob.pe/fórum/index.hpp?topic=1931.0;prev_next-76k-
- (2) Díaz, A. Currículo. Tensiones conceptuales y practica, revista electrónica de investigación y educativa, Vol. 5 N° 2, 2003.
- (3) matematicasaplicadas.xoc.uam.mx/poyectoanalisisdefactoresponencias.html
- 30k –
- (4) Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias Vol. 6, N°3, 538-561 (2007). Vicente Sanjosé, Tomás Valenzuela, M^a Carmen Fortes y Joan Josep Solaz-Portolés.
- (5) www.cimat.mx/~adolfo/alg-lineal-2008.html - 24k -
- (6) www.icfesinteractivo.gov.co
- (7) www.mineducación.gov.co/estandares/

9.

ANEXOS

ANEXO 1

LISTADO DE ESTUDIANTES GRADO DÉCIMO 2007

I.E. LUIS EDUARDO ARIAS REINEL

BARBOSA- ANTIOQUIA

REGISTRO	NOMBRE	GRUPO	SEXO	EDAD
R1	BRAYAN DAVID ANDRADE C.	10A	M	14
R2	MABEL CRISTINA MANRIQUE H.	10A	F	17
R3	DIANA CAROLINA MANRIQUE H	10A	F	17
R4	ELKIN RODRIGO MESA	10A	M	18
R5	YENNY CATERINE URBINA	10A	F	17
R6	MARDELY LONDOÑO	10A	F	14
R7	STEFANY GÓMEZ ZAPATA	10A	F	15
R8	YURANY CASTRILLÓN	10A	F	17
R9	GERARD QUINTERO	10A	M	15
R10	JULIANA MARIN M.	10A	F	15
R11	ELIZABETH TAMAYO	10A	F	15
R12	LEIDY MILENA CARDONA	10A	F	15
R13	ANDRES BENJAMIN DÁVILA	10A	NR	NR
R14	DEISY VIVIANA MAZO	10A	F	16
R15	JACKELINE BUITRAGO	10A	F	15
R16	TATIANA ORREGO	10A	F	16
R17	LUIS ANIBAL RUIZ	10A	M	15
R18	NATALIA OSORNO	10A	F	15
R19	ERICA JOHANA FRANCO	10A	F	15
R20	NATALY MARTINEZ	10A	F	15
R21	MARY ISABEL VANEGAS	10A	F	14
R22	DAVID BEDOYA TAPIAS	10A	M	17
R23	NASLY JULIETH RIOS	10A	F	15
R24	ELIANA MILENA AGUDELO	10A	F	17
R25	KATHERIN YESENIA ZAPATA	10A	F	15
R26	DAVIDSON ARLEY MORENO	10A	M	16

R27	JUAN FERNANDO FRANCO	10A	M	16
R28	KELLY JOHANA MARIN	10A	F	15
R29	SANDRA YULIANA CARDONA	10A	F	16
R30	SINDY YURANY MORENO	10A	F	15
R31	FABER ANDRES ORTEGA	10A	M	15
R32	MARYORY RAVE	10A	F	17
R33	NATALIA DUARTE	10A	F	15
R34	CRISTIAN ANDRES CADAVID	10A	M	17
R35	YESSICA ALEXANDRA LOPEZ	10B	F	14
R36	NAZLY YAMILY MARIN	10B	F	14
R37	LISSETH ANDREA RESTREPO	10B	F	15
R38	EDWAR SOSA	10B	M	14
R39	PAOLA ANDREA GUTIERREZ	10B	F	15
R40	KATHERINE LOPEZ	10B	F	15
R41	LILIANA MUNERA	10B	F	15
R42	YENIREL CASAS LONDOÑO	10B	F	14
R43	MATEO GARCIA ZAPATA	10B	M	14
R44	KARINA ANDREA HENAO H	10B	F	14
R45	ANA MARIA VIANA JIMENEZ	10B	F	15
R46	YEFERSON STIVEN CATAÑO M	10B	M	15
R47	CAROLINA MONTOYA S	10B	F	16
R48	ANDRES FELIPE PUERTA CARDENAS	10B	M	15
R49	EMMANUEL ISAZA MUÑOZ	10B	M	14
R50	SANTIAGO JIMENEZ PINEDA	10B	M	14
R51	SANDRA MILENA LOPEZ PUERTA	10B	F	16
R52	JUAN SEBEATIAN GAVIRIA TORRES	10B	M	14
R53	ANDERSON ASDRUAL SUAREZ VILLA	10B	M	15
R54	ALEJANDRA MARIN SANCHEZ	10B	F	15
R55	CRISTIAN DANILO GOMEZ	10B	M	14
R56	ANDRES FERNANDO AGUDELO MARIN	10B	M	15
R57	JUAN CAMILO FLOREZ SUAREZ	10B	M	14
R58	LUISA ESTEFANY AGUIRRE PUERTA	10B	F	14
R59	JUAN FERNANDO LONDOÑO RIOS	10B	M	17
R60	MIRIAN YANETH AGUDELO FRANCO	10B	F	15
R61	JORGE CASTAÑO JIMENEZ	10B	M	15

R62	STEFANIA FLOREZ SANCHEZ	10B	F	15
R63	CARLOS ANDRES PEREZ	10B	M	15
R64	CRISTIAN DAVID CARDONA O	10B	M	18
R65	DUVAN ACEVEDO VELEZ	10B	M	15
R66	LEIDY VANESSA OROZCO V	10B	F	14
R67	ANA MARIA CARDONA	10B	F	15
R68	JUAN FERNANDO MONTAÑO	10C	M	15
R69	CRISTRIAN FELIPE MARIN	10C	M	15
R70	LEIDY JOHANA PATIÑO	10C	F	15
R71	ANDRES FELIPE MUNERA	10C	M	16
R72	CRISTIAN ORLEY LOPERA T	10C	M	15
R73	DIEGO LEON LONDOÑO LARREA	10C	M	18
R74	JORGE ELIECER SUAREZ	10C	M	16
R75	JUAN FELIPE ZAPATA	10C	M	16
R76	CAMILO ANDRES CARDONA	10C	M	15
R77	SEBASTIAN FRANCO	10C	M	15
R78	JORGE MARIO JARAMILLO	10C	M	16
R79	YURY ASTRID TORRES	10C	F	15
R80	CRISTIAN FELIPE CARVAJAL	10C	M	16
R81	YOHANA ANDREA TORO	10C	F	15
R82	SALLY ANDREA TAPIAS	10C	F	15
R83	LORENA CATERINE ACEVEDO	10C	F	15
R84	JHONATHAN JARAMILLO	10C	M	16
R85	JORGE LEONARDO ALZATE	10C	M	17
R86	ERLIN YAMIL LUNA	10C	M	15
R87	ASTRID LORENA GARCIA	10C	F	16
R88	JULIAN ANDRES HERRERA	10C	M	16
R89	DIEGO ASDRUBAL BEDOYA	10C	M	15
R90	CRISTIAN CAMILO ROJAS	10C	M	16
R91	GILDARDO ARTURO OBANDO	10C	M	15
R92	ELIANA YULIETH HENAO	10C	F	16
R93	YOVANY ANDRES LONDOÑO	10C	M	16
R94	YEISON CEBALLOS	10C	M	16
R95	JUAN FELIPE ESCOBAR	10C	M	15
R96	CARLOS ANDRES ACEVEDO	10C	M	15

R97	YURANY MONTOYA	10C	F	15
R98	MARYORY YEPEZ	10C	F	16
R99	JUAN CAMILO GOMEZ	10C	M	15
R100	KATERINE SUAZA	10C	F	15
R101	YEISON QUINTANA	10C	M	15
R102	VIVIANA AGUDELO	10C	F	15
R103	ALEXIS HERNANDEZ FRANCO	10B	M	16
R104	STEFANY MARCELA ISAZA	10A	F	18
R105	JHONY ALEXANDER RAMIREZ	10A	M	16
R106	LUIS FERNANDO AGUDELO	10A	M	19
R107	YENY PAOLA MUNERA	10C	F	15
R108	DANIEL SANCHEZ	10C	M	16

ANEXO 2

ESCALA DE ACTITUDES HACIA LAS MATEMATICAS PARA ESTUDIANTES DE GRADO

DÉCIMO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA U de A



OBJETIVO: Determinar la actitud de los estudiantes de grado 10 de la institución “Luis Eduardo Arias Reinel” del municipio de Barbosa (Antioquia), hacia la clase de Matemáticas.

GRUPO: _____

SEXO: _____

EDAD (En años cumplidos): _____

INSTRUCCIONES:

En este cuestionario no hay respuestas correctas ni incorrectas, sólo se pretende saber si usted está de acuerdo o en desacuerdo con cada una de las afirmaciones.

Por ejemplo ante la afirmación: Me gustan las matemáticas TD D I A TA

Usted indica su opinión haciendo un círculo en una de las 5 alternativas de la derecha. Estas alternativas significan lo siguiente:

TD= Totalmente en Desacuerdo

D = En Desacuerdo

I = No sabe o no puede responder, indiferente.

A = De Acuerdo

TA= Totalmente de Acuerdo

PREGUNTAS:

1. Las matemáticas son amenas y estimulantes para mi.
TD D I A TA
2. Matemáticas es un curso valioso y necesario.
TD D I A TA
3. Siempre dejo en último lugar mi tarea de matemáticas porque no me gusta.
TD D I A TA
4. La matemática me servirá para hacer estudios de especialización.
TD D I A TA
5. Por alguna razón, a pesar que estudio, las matemáticas me parecen particularmente difíciles.
TD D I A TA

6. Siempre soy capaz de controlar mi nerviosismo en los exámenes de matemáticas.
 TD D I A TA
7. Yo disfruto con los problemas que me dejan como tarea en mi clase de matemáticas.
 TD D I A TA
8. El curso de matemáticas sirve para enseñar a pensar.
 TD D I A TA
9. Los términos y símbolos usados en matemáticas nunca me resultan difíciles de comprender y manejar.
 TD D I A TA
10. Algunas veces me siento tenso e incómodo en clase de matemáticas.
 TD D I A TA
11. El curso de matemáticas no es mi curso favorito
 TD D I A TA
12. Sólo deberían estudiar matemáticas aquellos que la aplicarán en sus futuras ocupaciones.
 TD D I A TA
13. La clase de matemáticas tiene muchos temas.
 TD D I A TA
14. Generalmente me he sentido seguro al intentar hacer matemáticas.
 TD D I A TA
15. No me molestaría en absoluto tomar más cursos de matemáticas.
 TD D I A TA
16. Confío en poder hacer ejercicios más complicados de matemáticas.
 TD D I A TA
17. Sólo en los exámenes de matemáticas me sudan las manos o me duele el estómago.
 TD D I A TA
18. Prefiero estudiar cualquier otra materia en lugar de matemáticas.
 TD D I A TA
19. Generalmente tengo dificultades para resolver los ejercicios de matemáticas.
 TD D I A TA
20. Los exámenes de matemáticas no provocan en mí, mayor ansiedad que cualquier otro examen.
 TD D I A TA

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN!

ANEXO 3

PRUEBA DE CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE ELEMENTOS BÁSICOS DEL ALGEBRA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA U de A



GRUPO: _____

SEXO: _____

EDAD (En años cumplidos): _____

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LUIS EDUARDO ARIAS REINEL , BARBOSA – ANTIOQUIA

1. Responda verdadero o falso y de una corta sustentación a su respuesta

- | | | |
|---|---|---|
| a. Los elementos de una suma se llaman totales | V | F |
| _____ | | |
| b. El resultado de una resta se llama diferencia | V | F |
| _____ | | |
| c. Los elementos de un producto se llaman factores | V | F |
| _____ | | |
| d. El resultado de una división se llama dividendo | V | F |
| _____ | | |
| e. La expresión 3×2 ; significa sumar el 3 dos veces | V | F |
| _____ | | |
| f. La factorización es al algebra, lo que la descomposición en factores primos es a la aritmética | V | F |
| _____ | | |

De las siguientes opciones seleccione la que considere correcta:

2. El Algebra es la rama de las matemáticas que busca:
- Reducción de cantidades.
 - Racionalizar algunas cantidades
 - Separar todas las cantidades
 - Generalizar cantidades.

3. “ Una expresión algebraica es, una expresión que contiene:
 - a. Productos indicados que no tienen letras ni números
 - b. Productos indicados formados por números
 - c. Productos indicados formados por letras
 - d. Productos indicados formados por números y letras

4. Un grupo de expresiones algebraicas unidos por los signos + , o , -, recibe el nombre de:
 - a. Monomio
 - b. Polinomio
 - c. Factor
 - d. Sumando

5. Factorizar un polinomio consiste en:
 - a. Hallar los sumandos del polinomio
 - b. Simplificar un polinomio
 - c. Descomponer un polinomio en factores
 - d. Todas las anteriores

6. La raíz de una expresión algebraica es toda expresión:
 - a. Elevada a una potencia reproduce la expresión dada
 - b. Elevada a una potencia reproduce la expresión negativa
 - c. Elevada a una potencia reproduce la potencia
 - d. Ninguna de las anteriores

7. Racionalizar una fracción es:
 - a. Eliminar las raíces del numerador solamente
 - b. Eliminar las raíces del denominador solamente
 - c. Eliminar las raíces del numerador y denominador según sea el caso
 - d. Ninguna de las anteriores.

8. Una fracción algebraica es:
 - a. Cociente indicado sin expresiones algebraicas
 - b. Un número sin cociente
 - c. Una expresión algebraica
 - d. Cociente indicado de dos expresiones algebraicas

9. Una expresión algebraica entera es:
 - a. Tiene denominador literal
 - b. No tiene numerador literal
 - c. No tiene denominador literal
 - d. B y C juntas

10. Reducir una fracción algebraica es:
 - a. Simplificar su forma sin cambiar su valor
 - b. Multiplicar por su mismo valor
 - c. Simplificar su forma cambiando su valor
 - d. Multiplicar por la conjugada.

ANEXO 4
PRUEBA SOBRE EL MANEJO ADECUADO DE LOS ELEMENTOS BÁSICOS
DEL ALGEBRA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA U de A



GRUPO: _____

SEXO: _____

EDAD (En años cumplidos): _____

INSTITUCIÓN EDUCATIVA LUIS EDUARDO ARIAS REINEL, BARBOSA – ANTIOQUIA

Realice las siguientes operaciones, utilice cualquier método según sus conocimientos previos:

A. Racionalice las siguientes expresiones:

a. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

b. $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$

c. $\frac{4}{\sqrt{x+1}+2}$

B. Factorice las siguientes expresiones:

a. $a^2 + 4a + 3$

b. $9 - y^2$

c. $2x^2 - 3x - 5$

C. Realice las siguientes operaciones con fracciones:

a. $-\frac{7}{2} + 5$

b. $\frac{x}{x^2-4} + \frac{2}{x+2}$

c. $\frac{1}{1-\frac{1}{x+1}}$

ANEXO 5
PRUEBA SOBRE TRIGONOMETRÍA CON APLICACIÓN DE ÁLGEBRA

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA U de A



GRUPO:_____

NOMBRE:_____

SEXO: _____

EDAD (En años cumplidos):_____

**INSTITUCIÓN EDUCATIVA LUIS EDUARDO ARIAS REINEL, BARBOSA –
ANTIOQUIA**

**Para cada una de las siguientes preguntas, encierre en círculo el literal que
corresponde al proceso correcto:**

1. Para calcular las funciones trigonométricas del par ordenado: (2,3), el orden a seguir es:
 - a. Utilizar teorema de Pitágoras, ubicar componentes de acuerdo a la función, dividir, hallar la función inversa.
 - b. Ubicar componentes de acuerdo a la función, utilizar teorema de Pitágoras, dividir, hallar la función inversa.

- c. Dividir, hallar la función inversa, utilizar teorema de Pitágoras, ubicar componentes de acuerdo a la función.
- d. Ninguna de las anteriores.
2. El proceso para resolver la ecuación trigonométrica, $\text{sen}^2 x - 4\text{sen}x + 1 = 0$ es:
- a. Pasar a restar el uno, factorizar, igualar a ceros, hallar función inversa y diferentes ángulos de solución.
- b. Factorizar, igualar a ceros, hallar función inversa y diferentes ángulos de solución.
- c. Sacar raíz cuadrada, factorizar, igualar a ceros, hallar función inversa y diferentes ángulos de solución.
- d. Factorizar, pasar a restar el uno, sacar raíz cuadrada igualar a ceros, hallar función inversa y diferentes ángulos de solución.
3. En la siguiente identidad: $(\csc A - \text{sen}A)(\sec A - \cos A) = \frac{1}{(\tan A + \cot A)}$:
- a. Verificar los dos lados, transformar las expresiones en términos de senos y cosenos, realizar operaciones entre fraccionarios.
- b. Verificar el lado derecho, transformar las expresiones en términos de senos y cosenos, realizar operaciones entre fraccionarios.
- c. Transformar las expresiones en términos de senos y cosenos, verificar los dos lados, realizar operaciones entre fraccionarios.
- d. Verificar el lado izquierdo, transformar las expresiones en términos de senos y cosenos, realizar operaciones entre fraccionarios.

4. Esta ecuación representa una parábola: $4x^2 - 20x - 24y + 97 = 0$, el proceso para hallar sus elementos es:
- Pasar a restar $4x^2 - 20x$, completar los cuadrados, agregar al otro lado con lo que se completo el cuadrado.
 - Pasar a restar el 97, completar los cuadrados, agregar al otro lado con lo que se completo el cuadrado, factorizar.
 - Pasar a restar $24y + 97$, completar los cuadrados, agregar al otro lado con lo que se completo el cuadrado, factorizar
 - Ninguna de las anteriores
5. Para convertir $20,55^\circ$ a grados minutos y segundos, se debe:
- Descomponer en números enteros y decimales, utilizar calculadora y sumar, realizar operaciones.
 - Descomponer en números enteros y decimales, reemplazar equivalencias, realizar operaciones, utilizar calculadora y sumar.
 - Descomponer en números enteros y decimales, reemplazar equivalencias, utilizar calculadora y sumar.
 - Reemplazar equivalencias, utilizar calculadora y sumar.
6. El proceso para realizar la gráfica de la función $\text{sen } \theta$, es:
- Hacer la gráfica en papel milimetrado, trazar con compás, utilizar colores.
 - Hacer la gráfica en papel milimetrado, utilizar transportador y colores.
 - Hacer la gráfica en papel milimetrado, utilizar transportador y regla.
 - Hacer la gráfica en papel milimetrado, trazar con compás, utilizar transportador y colores.
7. Para hallar un ángulo coterminoal, se necesita:
- Multiplicar al ángulo inicial 180°
 - Sumar al ángulo inicial 180°
 - Sumar al ángulo inicial 360°
 - Multiplicar al ángulo inicial 360°

8. Para calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos lados son: $a=5$ y $b=6$, el proceso a seguir es:
- Utilizar teorema de Pitágoras, elevar al cuadrado, sumar y sacar raíz cuadrada.
 - Utilizar teorema de Pitágoras, elevar al cuadrado, restar y sacar raíz cuadrada.
 - Elevar al cuadrado, utilizar teorema de Pitágoras, sacar raíz cuadrada.
 - Sumar los lados.
9. El ángulo de elevación con que se mira la bandera de una torre es 45° , cuando el observador esta a 50 m de la torre. Si el observador se encuentra a 1.50m sobre el suelo; ¿Cuál será el proceso que se deba seguir para calcular la altura de la bandera?
- Utilizar definición de función $\text{sen } \theta$, despejar y , utilizar calculadora.
 - Utilizar teorema de Pitágoras y funciones trigonométricas.
 - Utilizar definición de función $\text{tan } \theta$, despejar h y utilizar calculadora.
 - Utilizar definición de función $\text{cos } \theta$ y utilizar calculadora.
10. Para utilizar la ley del Coseno en el siguiente problema: $a=5$, $b=8$ y $\Phi=56^\circ$, se debe proceder así:
- Hallar ángulos primero y luego lados.
 - Despejar las diferentes ecuaciones para hallar ángulos y utilizar teorema de ángulos internos de un triángulo.
 - Hallar un ángulo y un lado, utilizar teorema de ángulos internos de un triángulo.
 - Hallar lado, luego ángulos y utilizar teorema de ángulos internos de un triángulo.

ANEXO 6

FOTOGRAFÍAS DE LA REALIZACIÓN DE LAS DIFERENTES PRUEBAS



ESTUDIANTES GRADO DÉCIMO A, 2007



ESTUDIANTES GRADO DÉCIMO B, 2007



ESTUDIANTES GRADO DÉCIMO C 2007



ESTUDIANTES GRADO DÉCIMO C 2007

ANEXO 7
RESULTADOS DE ESCALA DE ACTITUDES HACIA LAS MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO

Notación:

P: Pregunta

F: Femenino

M: Masculino

NR: No responde

Género x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
Masculino	13	18	26	57
Femenino	25	17	12	54
TOTAL	38	35	38	111

Género x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
Masculino	11,7%	16,2%	23,4%	51,4%
Femenino	22,5%	15,3%	10,8%	48,6%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

Edad X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
15	15	17	23	55
14	5	15	4	24
16	7	1	8	16
17	10	1	1	12
18	1	1	1	3
NR	0	0	1	1
TOTAL	38	35	38	111

Edad X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
15	13,5%	15,3%	20,7%	49,5%
14	4,5%	13,5%	3,6%	21,6%
16	6,3%	0,9%	7,2%	14,4%
17	9,0%	0,9%	0,9%	10,8%
18	0,9%	0,9%	0,9%	2,7%
NR	0,0%	0,0%	0,9%	0,9%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P1 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	19	19	24	62
Totalmente de acuerdo	3	10	5	18
Indiferente	10	5	2	17
En desacuerdo	3	0	6	9
Totalmente en desacuerdo	1	1	1	3
No responde	2	0	0	2
TOTAL	38	35	38	111

P1 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	17,1%	17,1%	21,6%	55,9%
Totalmente de acuerdo	2,7%	9,0%	4,5%	16,2%
Indiferente	9,0%	4,5%	1,8%	15,3%
En desacuerdo	2,7%	0,0%	5,4%	8,1%
Totalmente en desacuerdo	0,9%	0,9%	0,9%	2,7%
No responde	1,8%	0,0%	0,0%	1,8%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P2 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
Totalmente de acuerdo	19	22	21	62
De acuerdo	18	10	16	44
Indiferente	1	2	0	3
Totalmente en desacuerdo	0	1	1	2
TOTAL	38	35	38	111

P2 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
Totalmente de acuerdo	17,1%	19,8%	18,9%	55,9%
De acuerdo	16,2%	9,0%	14,4%	39,6%
Indiferente	0,9%	1,8%	0,0%	2,7%
Totalmente en desacuerdo	0,0%	0,9%	0,9%	1,8%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P3 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	16	15	15	46
Totalmente en desacuerdo	6	9	8	23
De acuerdo	7	5	8	20
Indiferente	3	4	6	13
Totalmente de acuerdo	5	2	1	8
No responde	1	0	0	1
TOTAL	38	35	38	111

P3 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	14,4%	13,5%	13,5%	41,4%
Totalmente en desacuerdo	5,4%	8,1%	7,2%	20,7%
De acuerdo	6,3%	4,5%	7,2%	18,0%
Indiferente	2,7%	3,6%	5,4%	11,7%
Totalmente de acuerdo	4,5%	1,8%	0,9%	7,2%
No responde	0,9%	0,0%	0,0%	0,9%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P4 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	16	16	22	54
Totalmente de acuerdo	19	14	13	46
Indiferente	2	4	2	8
En desacuerdo	1	1	1	3
TOTAL	38	35	38	111

P4 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	14,4%	14,4%	19,8%	48,6%
Totalmente de acuerdo	17,1%	12,6%	11,7%	41,4%
Indiferente	1,8%	3,6%	1,8%	7,2%
En desacuerdo	0,9%	0,9%	0,9%	2,7%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P5 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	17	8	15	40
En desacuerdo	6	15	16	37
Totalmente de acuerdo	10	6	5	21
Totalmente en desacuerdo	3	4	1	8
Indiferente	2	2	1	5
TOTAL	38	35	38	111

P5 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	15,3%	7,2%	13,5%	36,0%
En desacuerdo	5,4%	13,5%	14,4%	33,3%
Totalmente de acuerdo	9,0%	5,4%	4,5%	18,9%
Totalmente en desacuerdo	2,7%	3,6%	0,9%	7,2%
Indiferente	1,8%	1,8%	0,9%	4,5%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P6 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	16	18	14	48
Totalmente de acuerdo	7	7	8	22
En desacuerdo	6	4	10	20
Indiferente	5	5	4	14
Totalmente en desacuerdo	4	1	0	5
No responde	0	0	2	2
TOTAL	38	35	38	111

P6 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	14,4%	16,2%	12,6%	43,2%
Totalmente de acuerdo	6,3%	6,3%	7,2%	19,8%
En desacuerdo	5,4%	3,6%	9,0%	18,0%
Indiferente	4,5%	4,5%	3,6%	12,6%
Totalmente en desacuerdo	3,6%	0,9%	0,0%	4,5%
No responde	0,0%	0,0%	1,8%	1,8%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P7 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	15	10	12	37
En desacuerdo	14	4	11	29
Indiferente	3	9	6	18
Totalmente en desacuerdo	5	6	6	17
Totalmente de acuerdo	1	5	3	9
No responde	0	1	0	1
TOTAL	38	35	38	111

P7 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	13,5%	9,0%	10,8%	33,3%
En desacuerdo	12,6%	3,6%	9,9%	26,1%
Indiferente	2,7%	8,1%	5,4%	16,2%
Totalmente en desacuerdo	4,5%	5,4%	5,4%	15,3%
Totalmente de acuerdo	0,9%	4,5%	2,7%	8,1%
No responde	0,0%	0,9%	0,0%	0,9%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P8 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
Totalmente de acuerdo	18	15	20	53
De acuerdo	17	16	12	45
En desacuerdo		4	2	6
Indiferente	2	0	3	5
Totalmente en desacuerdo	1	0	1	2
TOTAL	38	35	38	111

P8 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
Totalmente de acuerdo	16,2%	13,5%	18,0%	47,7%
De acuerdo	15,3%	14,4%	10,8%	40,5%
En desacuerdo	0,0%	3,6%	1,8%	5,4%
Indiferente	1,8%	0,0%	2,7%	4,5%
Totalmente en desacuerdo	0,9%	0,0%	0,9%	1,8%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P9 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	13	12	13	38
En desacuerdo	14	6	11	31
Totalmente de acuerdo	3	9	5	17
Indiferente	6	4	4	14
Totalmente en desacuerdo	1	4	5	10
No responde	1	0	0	1
TOTAL	38	35	38	111

P9 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	11,7%	10,8%	11,7%	34,2%
En desacuerdo	12,6%	5,4%	9,9%	27,9%
Totalmente de acuerdo	2,7%	8,1%	4,5%	15,3%
Indiferente	5,4%	3,6%	3,6%	12,6%
Totalmente en desacuerdo	0,9%	3,6%	4,5%	9,0%
No responde	0,9%	0,0%	0,0%	0,9%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P10 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	13	14	14	41
En desacuerdo	13	8	14	35
Indiferente	5	5	5	15
Totalmente en desacuerdo	6	4	4	14
Totalmente de acuerdo	1	4	1	6
TOTAL	38	35	38	111

P10 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	11,7%	12,6%	12,6%	36,9%
En desacuerdo	11,7%	7,2%	12,6%	31,5%
Indiferente	4,5%	4,5%	4,5%	13,5%
Totalmente en desacuerdo	5,4%	3,6%	3,6%	12,6%
Totalmente de acuerdo	0,9%	3,6%	0,9%	5,4%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P11 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	18	12	12	42
En desacuerdo	8	7	7	22
Indiferente	4	5	8	17
Totalmente de acuerdo	5	5	5	15
Totalmente en desacuerdo	3	6	6	15
TOTAL	38	35	38	111

P11 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	16,2%	10,8%	10,8%	37,8%
En desacuerdo	7,2%	6,3%	6,3%	19,8%
Indiferente	3,6%	4,5%	7,2%	15,3%
Totalmente de acuerdo	4,5%	4,5%	4,5%	13,5%
Totalmente en desacuerdo	2,7%	5,4%	5,4%	13,5%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P12 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	13	12	15	40
Totalmente en desacuerdo	11	12	14	37
De acuerdo	6	3	5	14
Totalmente de acuerdo	6	5	1	12
Indiferente	2	3	2	7
No responde			1	1
TOTAL	38	35	38	111

P12 x Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	11,7%	10,8%	13,5%	36,0%
Totalmente en desacuerdo	9,9%	10,8%	12,6%	33,3%
De acuerdo	5,4%	2,7%	4,5%	12,6%
Totalmente de acuerdo	5,4%	4,5%	0,9%	10,8%
Indiferente	1,8%	2,7%	1,8%	6,3%
No responde	0,0%	0,0%	0,9%	0,9%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P13 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	20	18	17	55
Totalmente de acuerdo	11	14	18	43
Indiferente	4	2	1	7
En desacuerdo	2	0	1	3
Totalmente en desacuerdo	1	1	1	3
TOTAL	38	35	38	111

P13 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	18,0%	16,2%	15,3%	49,5%
Totalmente de acuerdo	9,9%	12,6%	16,2%	38,7%
Indiferente	3,6%	1,8%	0,9%	6,3%
En desacuerdo	1,8%	0,0%	0,9%	2,7%
Totalmente en desacuerdo	0,9%	0,9%	0,9%	2,7%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P14 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	21	12	18	51
En desacuerdo	7	8	7	22
Indiferente	7	5	6	18
Totalmente de acuerdo	0	7	6	13
Totalmente en desacuerdo	3	3	1	7
TOTAL	38	35	38	111

P14 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	18,9%	10,8%	16,2%	45,9%
En desacuerdo	6,3%	7,2%	6,3%	19,8%
Indiferente	6,3%	4,5%	5,4%	16,2%
Totalmente de acuerdo	0,0%	6,3%	5,4%	11,7%
Totalmente en desacuerdo	2,7%	2,7%	0,9%	6,3%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P15 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	10	8	15	33
En desacuerdo	10	6	8	24
Totalmente de acuerdo	6	7	10	23
Indiferente	10	8	4	22
Totalmente en desacuerdo	2	5	1	8
No responde	0	1	0	1
TOTAL	38	35	38	111

P15 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	9,0%	7,2%	13,5%	29,7%
En desacuerdo	9,0%	5,4%	7,2%	21,6%
Totalmente de acuerdo	5,4%	6,3%	9,0%	20,7%
Indiferente	9,0%	7,2%	3,6%	19,8%
Totalmente en desacuerdo	1,8%	4,5%	0,9%	7,2%
No responde	0,0%	0,9%	0,0%	0,9%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P16 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	38	35	38	111
TOTAL	38	35	38	111

P16 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P17 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	17	17	17	51
Totalmente en desacuerdo	10	7	12	29
De acuerdo	8	3	3	14
Indiferente	3	3	5	11
Totalmente de acuerdo	0	5	1	6
TOTAL	38	35	38	111

P17 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	15,3%	15,3%	15,3%	45,9%
Totalmente en desacuerdo	9,0%	6,3%	10,8%	26,1%
De acuerdo	7,2%	2,7%	2,7%	12,6%
Indiferente	2,7%	2,7%	4,5%	9,9%
Totalmente de acuerdo	0,0%	4,5%	0,9%	5,4%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P18 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	13	8	17	38
De acuerdo	10	10	7	27
Indiferente	5	7	5	17
Totalmente de acuerdo	6	5	5	16
Totalmente en desacuerdo	4	5	4	13
TOTAL	38	35	38	111

P18 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	11,7%	7,2%	15,3%	34,2%
De acuerdo	9,0%	9,0%	6,3%	24,3%
Indiferente	4,5%	6,3%	4,5%	15,3%
Totalmente de acuerdo	5,4%	4,5%	4,5%	14,4%
Totalmente en desacuerdo	3,6%	4,5%	3,6%	11,7%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P19 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	38	35	38	111
TOTAL	38	35	38	111

P19 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
De acuerdo	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

P20 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	15	8	12	35
De acuerdo	6	14	9	29
Indiferente	6	7	10	23
Totalmente de acuerdo	7	2	3	12
Totalmente en desacuerdo	4	2	4	10
No responde	0	2	0	2
TOTAL	38	35	38	111

P20 X Grupo	10A	10B	10C	TOTAL
En desacuerdo	13,5%	7,2%	10,8%	31,5%
De acuerdo	5,4%	12,6%	8,1%	26,1%
Indiferente	5,4%	6,3%	9,0%	20,7%
Totalmente de acuerdo	6,3%	1,8%	2,7%	10,8%
Totalmente en desacuerdo	3,6%	1,8%	3,6%	9,0%
No responde	0,0%	1,8%	0,0%	1,8%
TOTAL	34,2%	31,5%	34,2%	100,0%

ANEXO 8

RESULTADOS DE PRUEBA DE CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE ELEMENTOS BÁSICOS DEL ALGEBRA

Notación:

P: Pregunta

F: Femenino

M: Masculino

NR: No responde

Color azul: Respuesta correcta

SEXO	10A	10B	10C	Total
F	24	17	11	52
M	9	16	24	49
NR	1	0	0	1
Total	34	33	35	102

SEXO	10A	10B	10C	Total
F	23,53%	16,67%	10,78%	50,98%
M	8,82%	15,69%	23,53%	48,04%
NR	0,98%	0,00%	0,00%	0,98%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

EDAD	10A	10B	10C	Total
14	3	13	0	16
15	16	16	20	52
16	5	2	13	20
17	8	1	1	10
18	1	1	1	3
NR	1	0	0	1
Total	34	33	35	102

EDAD	10A	10B	10C	Total
14	2,94%	12,75%	0,00%	15,69%
15	15,69%	15,69%	19,61%	50,98%
16	4,90%	1,96%	12,75%	19,61%
17	7,84%	0,98%	0,98%	9,80%
18	0,98%	0,98%	0,98%	2,94%
NR	0,98%	0,00%	0,00%	0,98%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

1A	10A	10B	10C	Total
F	21	19	19	59
NR	0	0	1	1
V	13	14	15	42
Total	34	33	35	102

1A	10A	10B	10C	Total
F	20,59%	18,63%	18,63%	57,84%
NR	0,00%	0,00%	0,98%	0,98%
V	12,75%	13,73%	14,71%	41,18%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

1B	10A	10B	10C	Total
F	7	9	9	25
NR	1	0	1	2
V	26	24	25	75
Total	34	33	35	102

1B	10A	10B	10C	Total
F	6,86%	8,82%	8,82%	24,51%
NR	0,98%	0,00%	0,98%	1,96%
V	25,49%	23,53%	24,51%	73,53%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

1C	10A	10B	10C	Total
F	10	11	13	34
NR	7	1	1	9
V	17	21	21	59
Total	34	33	35	102

1C	10A	10B	10C	Total
F	9,80%	10,78%	12,75%	33,33%
NR	6,86%	0,98%	0,98%	8,82%
V	16,67%	20,59%	20,59%	57,84%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

1D	10A	10B	10C	Total
F	25	24	27	76
FR	0	1	0	1
NR	2	1	2	5
V	7	7	6	20
Total	34	33	35	102

1D	10A	10B	10C	Total
F	24,51%	23,53%	26,47%	74,51%
FR	0,00%	0,98%	0,00%	0,98%
NR	1,96%	0,98%	1,96%	4,90%
V	6,86%	6,86%	5,88%	19,61%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

1E	10A	10B	10C	Total
F	11	3	5	19
V	23	30	30	83
Total	34	33	35	102

1E	10A	10B	10C	Total
F	10,78%	2,94%	4,90%	18,63%
V	22,55%	29,41%	29,41%	81,37%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

1F	10A	10B	10C	Total
F	17	13	20	50
NR	7	5	1	13
V	10	15	14	39
Total	34	33	35	102

1F	10A	10B	10C	Total
F	16,67%	12,75%	19,61%	49,02%
NR	6,86%	4,90%	0,98%	12,75%
V	9,80%	14,71%	13,73%	38,24%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P2	10A	10B	10C	Total
A	14	14	8	36
B	11	12	10	33
C	1	1	5	7
D	8	6	12	26
Total	34	33	35	102

P2	10A	10B	10C	Total
A	13,73%	13,73%	7,84%	35,29%
B	10,78%	11,76%	9,80%	32,35%
C	0,98%	0,98%	4,90%	6,86%
D	7,84%	5,88%	11,76%	25,49%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P3	10A	10B	10C	Total
A	0	1	3	4
C	0	1	0	1
D	32	30	32	94
NR	2	1	0	3
Total	34	33	35	102

P3	10A	10B	10C	Total
A	0,00%	0,98%	2,94%	3,92%
C	0,00%	0,98%	0,00%	0,98%
D	31,37%	29,41%	31,37%	92,16%
NR	1,96%	0,98%	0,00%	2,94%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P4	10A	10B	10C	Total
A	1	0	2	3
B	10	20	20	50
C	22	9	8	39
D	0	4	5	9
NR	1	0	0	1
Total	34	33	35	102

P4	F	M	NR	Total
A	0,98%	0,00%	1,96%	2,94%
B	9,80%	19,61%	19,61%	49,02%
C	21,57%	8,82%	7,84%	38,24%
D	0,00%	3,92%	4,90%	8,82%
NR	0,98%	0,00%	0,00%	0,98%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P5	10A	10B	10C	Total
A	13	3	0	16
B	3	2	2	7
C	12	14	19	45
D	5	12	14	31
NR	1	2	0	3
Total	34	33	35	102

P5	10A	10B	10C	Total
A	12,75%	2,94%	0,00%	15,69%
B	2,94%	1,96%	1,96%	6,86%
C	11,76%	13,73%	18,63%	44,12%
D	4,90%	11,76%	13,73%	30,39%
NR	0,98%	1,96%	0,00%	2,94%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P6	10A	10B	10C	Total
A	18	17	11	46
B	8	2	6	16
C	3	3	6	12
D	5	9	12	26
NR	0	2	0	2
Total	34	33	35	102

P6	10A	10B	10C	Total
A	17,65%	16,67%	10,78%	45,10%
B	7,84%	1,96%	5,88%	15,69%
C	2,94%	2,94%	5,88%	11,76%
D	4,90%	8,82%	11,76%	25,49%
NR	0,00%	1,96%	0,00%	1,96%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P7	10A	10B	10C	Total
A	3	1	2	6
B	9	1	0	10
C	18	21	25	64
D	3	10	7	20
NR	1	0	1	2
Total	34	33	35	102

P7	10A	10B	10C	Total
A	2,94%	0,98%	1,96%	5,88%
B	8,82%	0,98%	0,00%	9,80%
C	17,65%	20,59%	24,51%	62,75%
D	2,94%	9,80%	6,86%	19,61%
NR	0,98%	0,00%	0,98%	1,96%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P8	10A	10B	10C	Total
A	6	4	3	13
B	4	1	9	14
C	12	17	9	38
D	11	11	14	36
NR	1	0	0	1
Total	34	33	35	102

P8	10A	10B	10C	Total
A	5,88%	3,92%	2,94%	12,75%
B	3,92%	0,98%	8,82%	13,73%
C	11,76%	16,67%	8,82%	37,25%
D	10,78%	10,78%	13,73%	35,29%
NR	0,98%	0,00%	0,00%	0,98%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P9	10A	10B	10C	Total
A	10	12	17	39
B	6	5	4	15
C	1	3	2	6
D	15	12	12	39
NR	2	1	0	3
Total	34	33	35	102

P9	10A	10B	10C	Total
A	9,80%	11,76%	16,67%	38,24%
B	5,88%	4,90%	3,92%	14,71%
C	0,98%	2,94%	1,96%	5,88%
D	14,71%	11,76%	11,76%	38,24%
NR	1,96%	0,98%	0,00%	2,94%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

P10	10A	10B	10C	Total
A	12	16	13	41
B	7	3	4	14
C	12	14	14	40
D	2	0	4	6
NR	1	0	0	1
Total	34	33	35	102

P10	10A	10B	10C	Total
A	11,76%	15,69%	12,75%	40,20%
B	6,86%	2,94%	3,92%	13,73%
C	11,76%	13,73%	13,73%	39,22%
D	1,96%	0,00%	3,92%	5,88%
NR	0,98%	0,00%	0,00%	0,98%
Total	33,33%	32,35%	34,31%	100,00%

ANEXO 9
RESULTADOS PRUEBA SOBRE EL MANEJO ADECUADO DE LOS
ELEMENTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA

Notación:

P: Pregunta

F: Femenino

M: Masculino

NR: No responde

SEXO	10A	10BL	10C	Total
F	25	17	12	54
M	11	17	25	53
NR	1	0	0	1
Total	37	34	37	108

SEXO	10A	10B	10C	Total
F	23,1%	15,7%	11,1%	50,0%
M	10,2%	15,7%	23,1%	49,1%
NR	0,9%	0,0%	0,0%	0,9%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

EDAD	10A	10B	10C	Total
14	3	13	0	16
15	16	16	21	53
16	6	3	14	23
17	8	1	1	10
18	2	1	1	4
19	1	0	0	1
NR	1	0	0	1
Total	37	34	37	108

EDAD	10A	10B	10C	Total
14	2,8%	12,0%	0,0%	14,8%
15	14,8%	14,8%	19,4%	49,1%
16	5,6%	2,8%	13,0%	21,3%
17	7,4%	0,9%	0,9%	9,3%
18	1,9%	0,9%	0,9%	3,7%
19	0,9%	0,0%	0,0%	0,9%
NR	0,9%	0,0%	0,0%	0,9%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

Aa	10 ^a	10B	10C	Total
0	37	34	37	108
Total	37	34	37	108

Aa	10A	10B	10C	Total
0,0%	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%
Total	34%	31%	34%	100%

Ab	10A	10B	10C	Total
0	37	34	37	108
Total	37	34	37	108

Ab	10A	10B	10C	Total
0,0%	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%
Total	34%	31%	34%	100%

Ac	10A	10B	10C	Total
0	37	34	37	108
Total	37	34	37	108

Ac	10A	10B	10C	Total
0,0%	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%
Total	34%	31%	34%	100%

Ba	10A	10B	10C	Total
0	37	34	37	108
Total	37	34	37	108

Ba	10A	10B	10C	Total
0,0%	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%
Total	34%	31%	34%	100%

Bb	10A	10B	10C	Total
0	37	34	37	108
Total	37	34	37	108

Bb	10A	10B	10C	Total
0,0%	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%
Total	34%	31%	34%	100%

Bc	10A	10B	10C	Total
0	37	34	37	108
Total	37	34	37	108

Bc	10A	10B	10C	Total
0,0%	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%
Total	34%	31%	34%	100%

Ca	10A	10B	10C	Total
0	33	33	37	103
5,5	1	1	0	2
11,11	3	0	0	3
Total	37	34	37	108

Ca	10A	10B	10C	Total
0,0%	30,6%	30,6%	34,3%	95,4%
5,1%	0,9%	0,9%	0,0%	1,9%
10,3%	2,8%	0,0%	0,0%	2,8%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

Cb	10A	10B	10C	Total
0	37	34	37	108
Total	37	34	37	108

Cb	10A	10B	10C	Total
0,0%	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%
Total	34%	31%	34%	100%

Cc	10A	10B	10C	Total
0	37	34	37	108
Total	37	34	37	108

Cc	10A	10B	10C	Total
0,0%	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%
Total	34%	31%	34%	100%

ANEXO 10

Resultados prueba sobre trigonometría con aplicación de álgebra

Notación:

P: Pregunta

F: Femenino

M: Masculino

NR: No responde

SEXO	10A	10B	10C	Total
F	25	17	12	54
M	11	17	25	53
NR	1	0	0	1
Total	37	34	37	108

SEXO	10A	10B	10C	Total
F	23,1%	15,7%	11,1%	50,0%
M	10,2%	15,7%	23,1%	49,1%
NR	0,9%	0,0%	0,0%	0,9%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

EDAD	10A	10B	10C	Total
14	3	13	0	16
15	16	16	21	53
16	6	3	14	23
17	8	1	1	10
18	2	1	1	4
19	1	0	0	1
NR	1	0	0	1
Total	37	34	37	108

EDAD	10A	10B	10C	Total
14	2,8%	12,0%	0,0%	14,8%
15	14,8%	14,8%	19,4%	49,1%
16	5,6%	2,8%	13,0%	21,3%
17	7,4%	0,9%	0,9%	9,3%
18	1,9%	0,9%	0,9%	3,7%
19	0,9%	0,0%	0,0%	0,9%
NR	0,9%	0,0%	0,0%	0,9%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

P1	10A	10B	10C	Total
A	29	11	15	55
B	4	14	16	34
C	1	5	3	9
D	1	3	1	5
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

P1	10A	10B	10C	Total
A	26,9%	10,2%	13,9%	50,9%
B	3,7%	13,0%	14,8%	31,5%
C	0,9%	4,6%	2,8%	8,3%
D	0,9%	2,8%	0,9%	4,6%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

P2	10A	10B	10C	Total
A	10	6	13	29
B	10	10	8	28
C	12	7	11	30
D	3	10	3	16
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

P2	10A	10B	10C	Total
A	9,3%	5,6%	12,0%	26,9%
B	9,3%	9,3%	7,4%	25,9%
C	11,1%	6,5%	10,2%	27,8%
D	2,8%	9,3%	2,8%	14,8%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

P3	10A	10B	10C	Total
A	19	10	10	39
B	1	6	3	10
C	8	13	18	39
D	7	4	4	15
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

P3	10A	10B	10C	Total
A	17,6%	9,3%	9,3%	36,1%
B	0,9%	5,6%	2,8%	9,3%
C	7,4%	12,0%	16,7%	36,1%
D	6,5%	3,7%	3,7%	13,9%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

P4	10A	10B	10C	Total
A	8	4	4	16
B	16	19	10	45
C	4	5	17	26
D	7	5	4	16
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

P4	10A	10B	10C	Total
A	7,4%	3,7%	3,7%	14,8%
B	14,8%	17,6%	9,3%	41,7%
C	3,7%	4,6%	15,7%	24,1%
D	6,5%	4,6%	3,7%	14,8%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

P5	10A	10B	10C	Total
A	3	5	6	14
B	24	15	17	56
C	6	7	4	17
D	2	6	8	16
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

P5	10A	10B	10C	Total
A	2,8%	4,6%	5,6%	13,0%
B	22,2%	13,9%	15,7%	51,9%
C	5,6%	6,5%	3,7%	15,7%
D	1,9%	5,6%	7,4%	14,8%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

P6	10A	10B	10C	Total
A		1		1
B	5	14	4	23
C	2	6	12	20
D	28	12	19	59
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

P6	10A	10B	10C	Total
A	0,0%	0,9%	0,0%	0,9%
B	4,6%	13,0%	3,7%	21,3%
C	1,9%	5,6%	11,1%	18,5%
D	25,9%	11,1%	17,6%	54,6%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

P7	10A	10B	10C	Total
A	2	6	5	13
B	9	11	8	28
C	22	16	20	58
D	2		2	4
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

P7	10A	10B	10C	Total
A	1,9%	5,6%	4,6%	12,0%
B	8,3%	10,2%	7,4%	25,9%
C	20,4%	14,8%	18,5%	53,7%
D	1,9%	0,0%	1,9%	3,7%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

P8	10A	10B	10C	Total
C	2			2
A	21	7	21	49
B	3	14	3	20
C	1	2	5	8
D	8	10	6	24
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

P8	10A	10B	10C	Total
C	1,9%	0,0%	0,0%	1,9%
A	19,4%	6,5%	19,4%	45,4%
B	2,8%	13,0%	2,8%	18,5%
C	0,9%	1,9%	4,6%	7,4%
D	7,4%	9,3%	5,6%	22,2%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

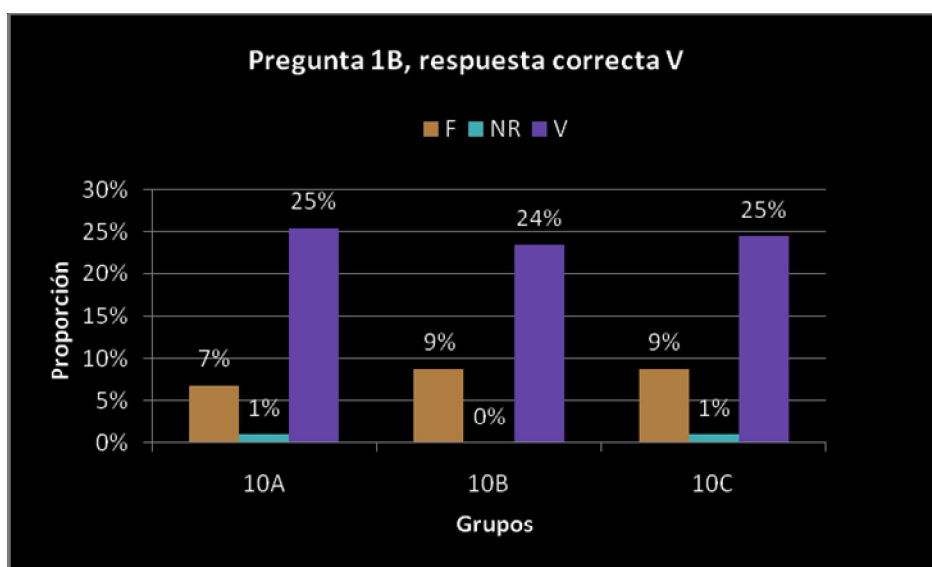
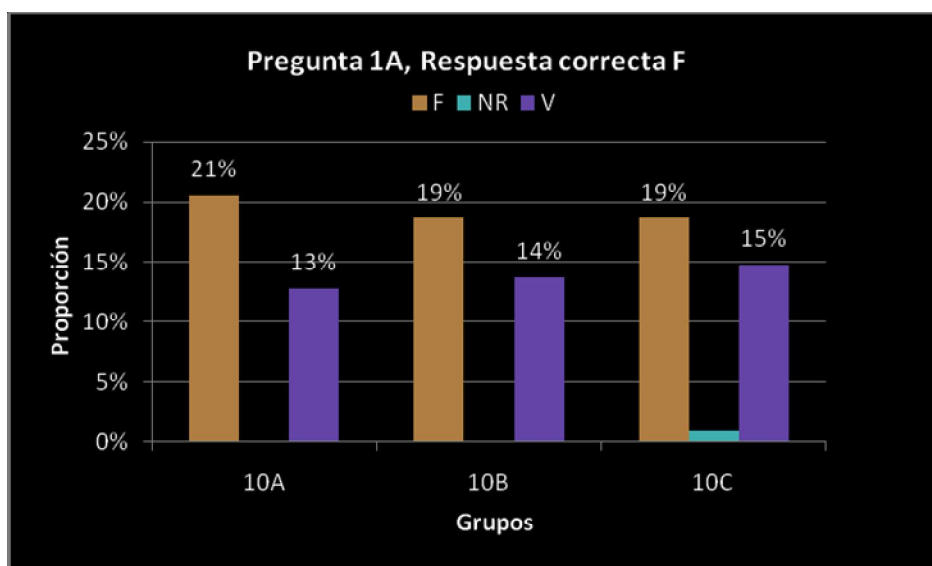
P9	10A	10B	10C	Total
B	2	0	0	2
A	7	13	9	29
B	9	11	11	31
C	8	9	14	31
D	9	0	1	10
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

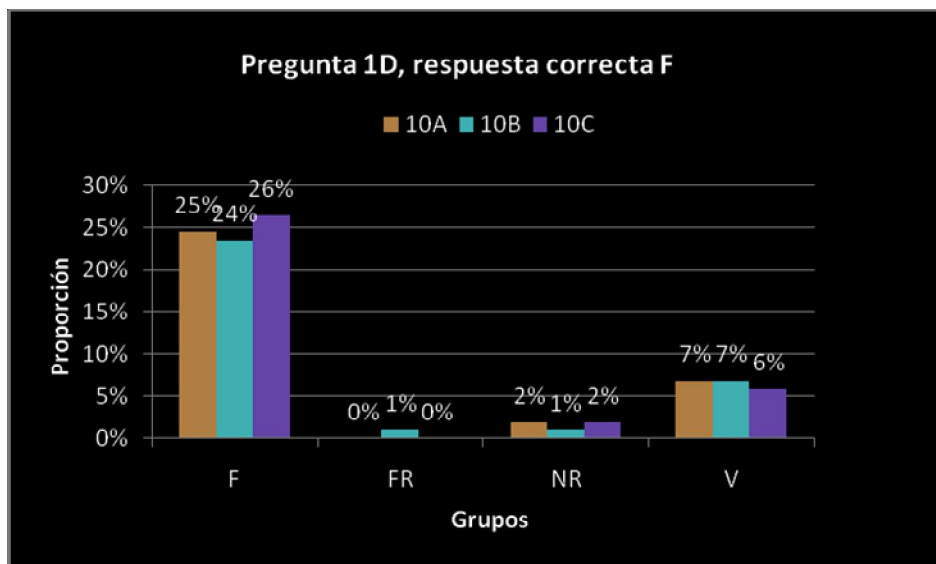
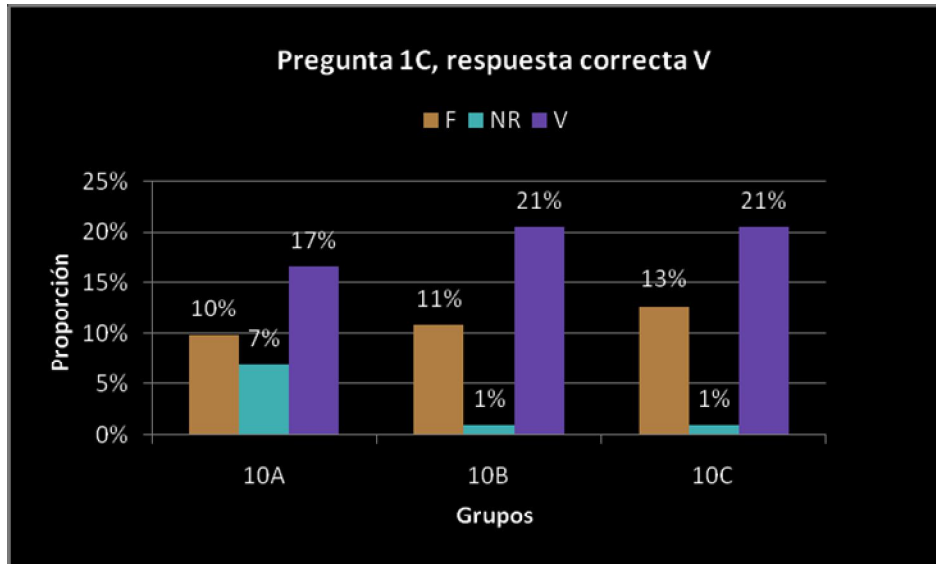
P9	10A	10B	10C	Total
B	1,9%	0,0%	0,0%	1,9%
A	6,5%	12,0%	8,3%	26,9%
B	8,3%	10,2%	10,2%	28,7%
C	7,4%	8,3%	13,0%	28,7%
D	8,3%	0,0%	0,9%	9,3%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

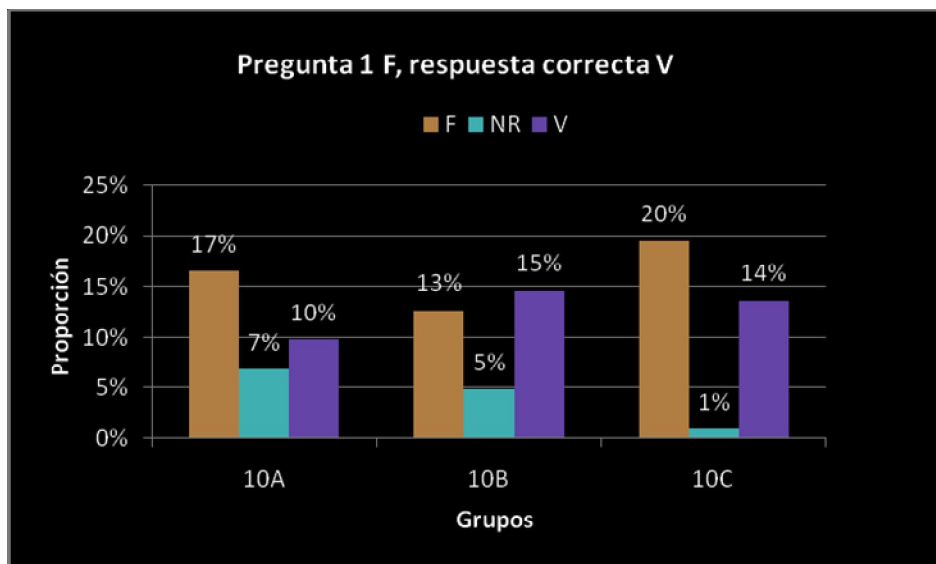
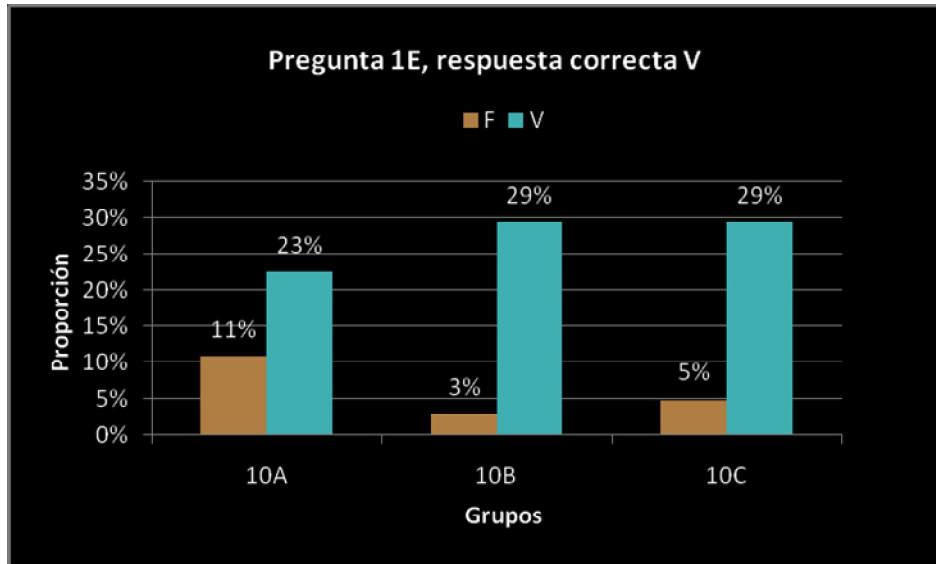
P10	10A	10B	10C	Total
A	2	15	3	20
B	12	10	13	35
C	4	2	6	12
D	17	6	13	36
R	2	1	2	5
Total	37	34	37	108

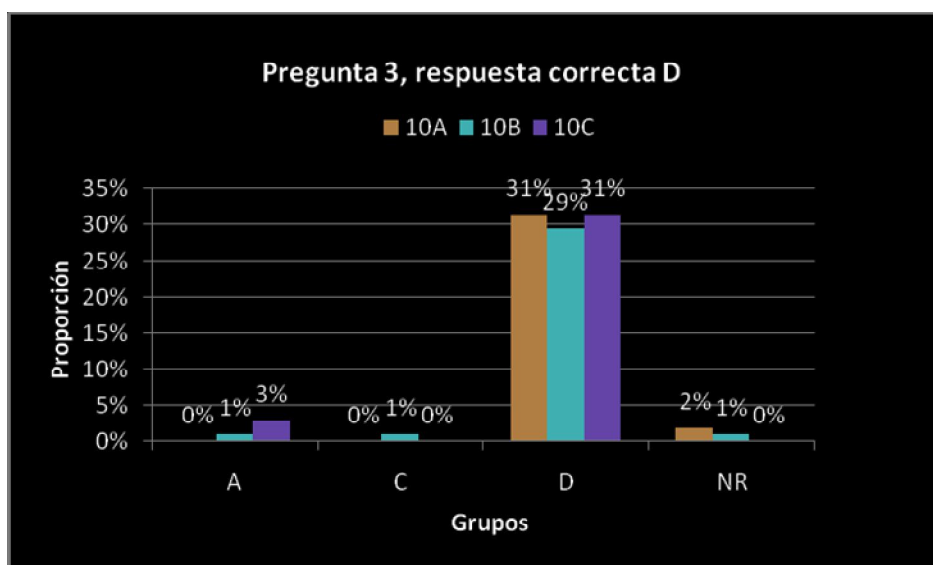
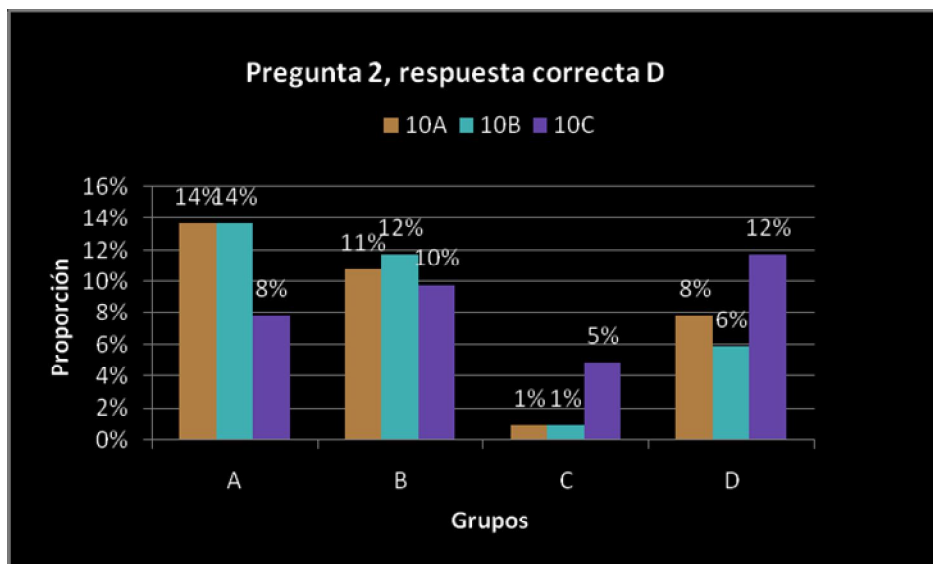
P10	10A	10B	10C	Total
A	1,9%	13,9%	2,8%	18,5%
B	11,1%	9,3%	12,0%	32,4%
C	3,7%	1,9%	5,6%	11,1%
D	15,7%	5,6%	12,0%	33,3%
R	1,9%	0,9%	1,9%	4,6%
Total	34,3%	31,5%	34,3%	100,0%

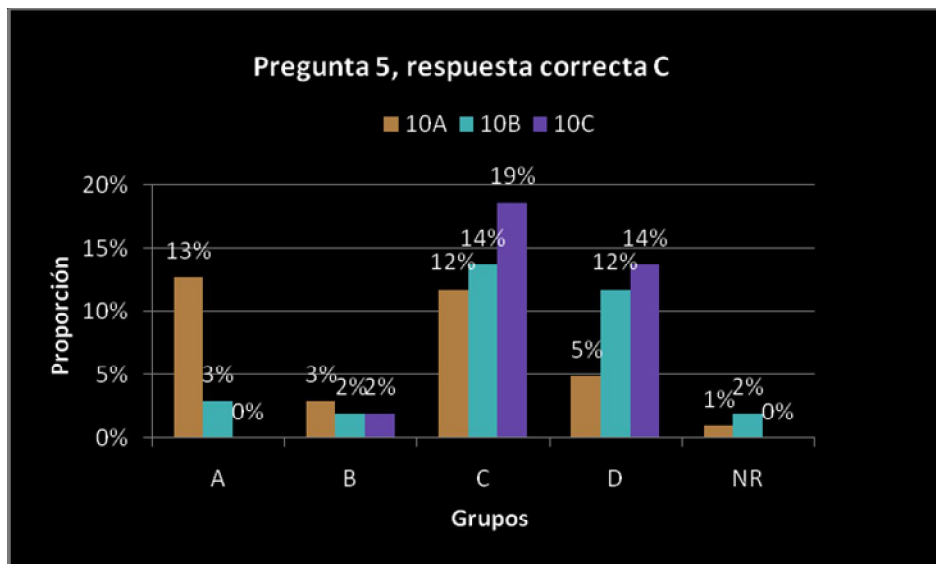
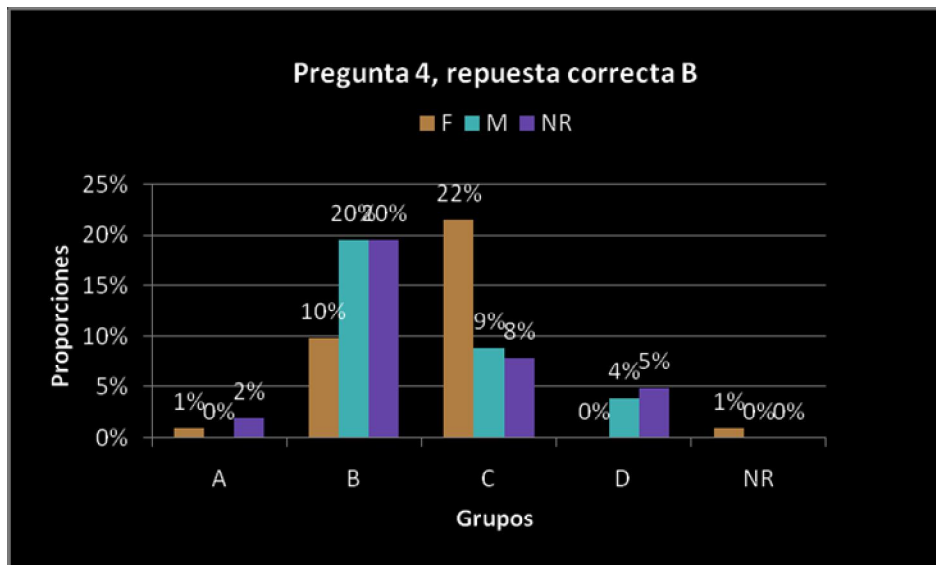
GRÁFICAS SOBRE PRUEBA DE CONCEPTUALIZACIÓN SOBRE ELEMENTOS BÁSICOS DEL ÁLGEBRA

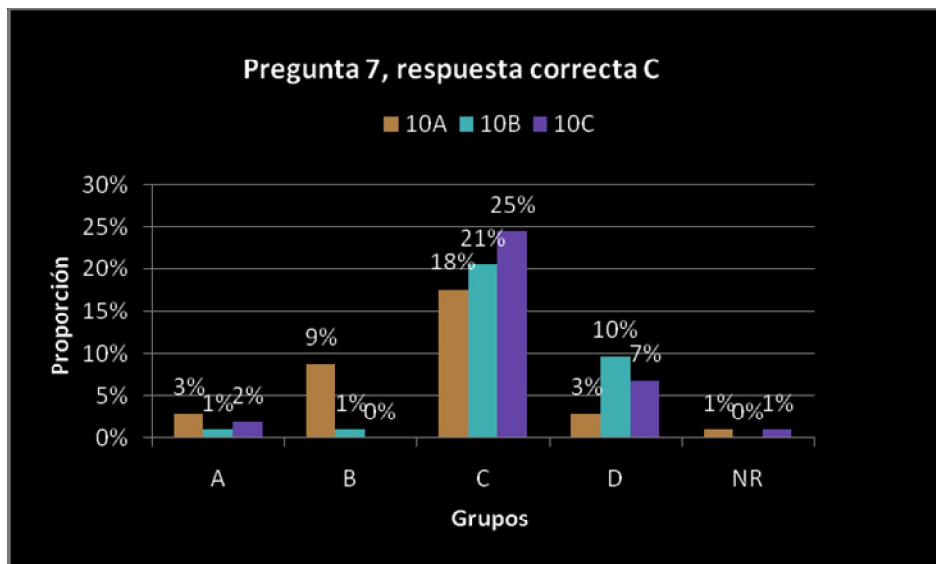
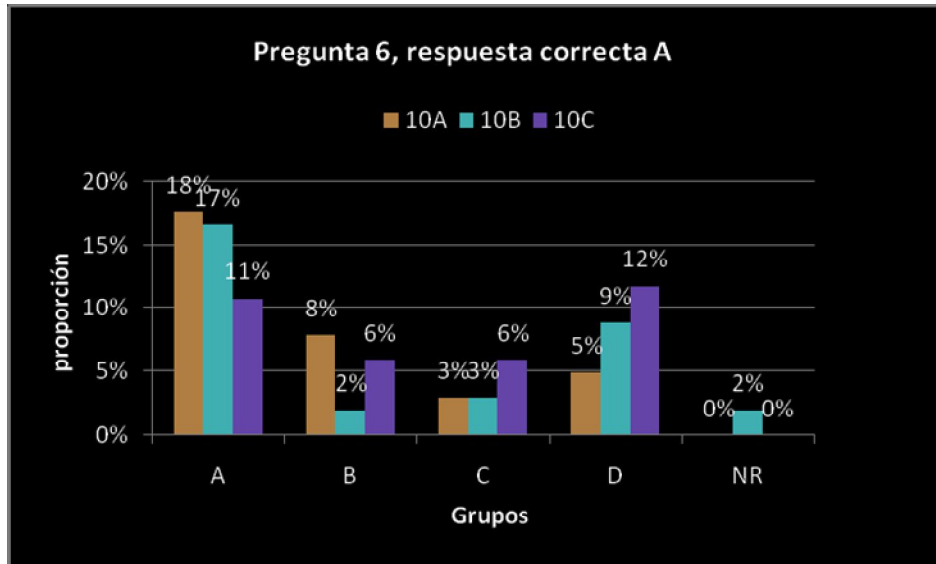


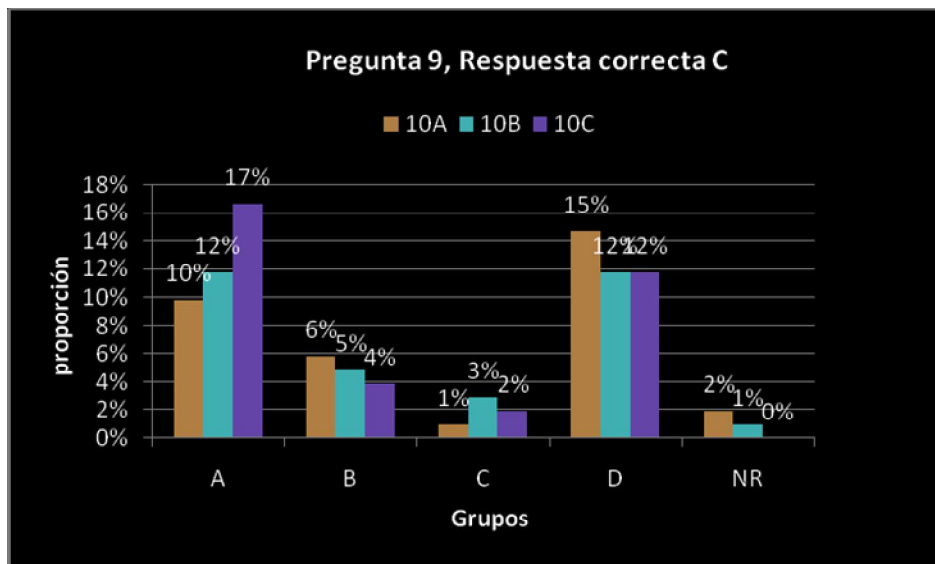
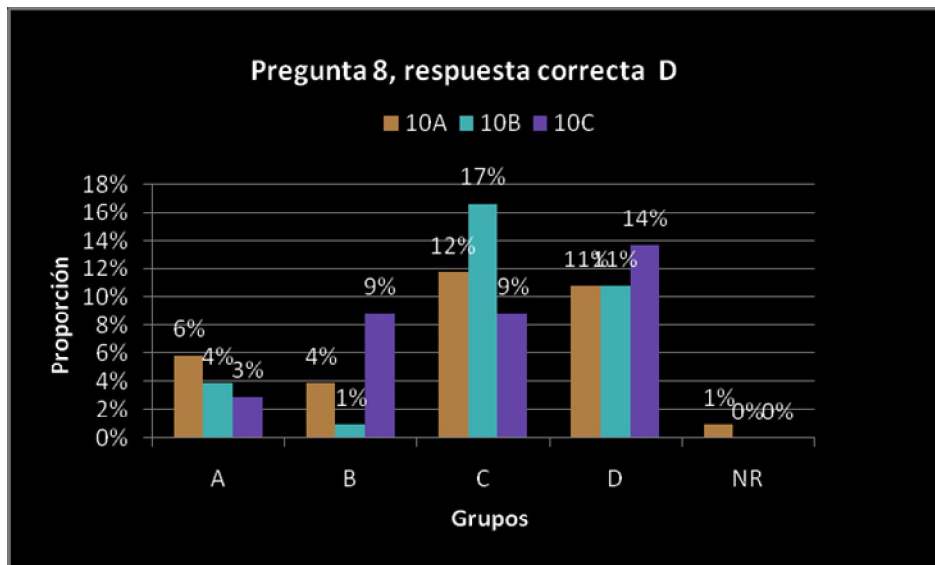


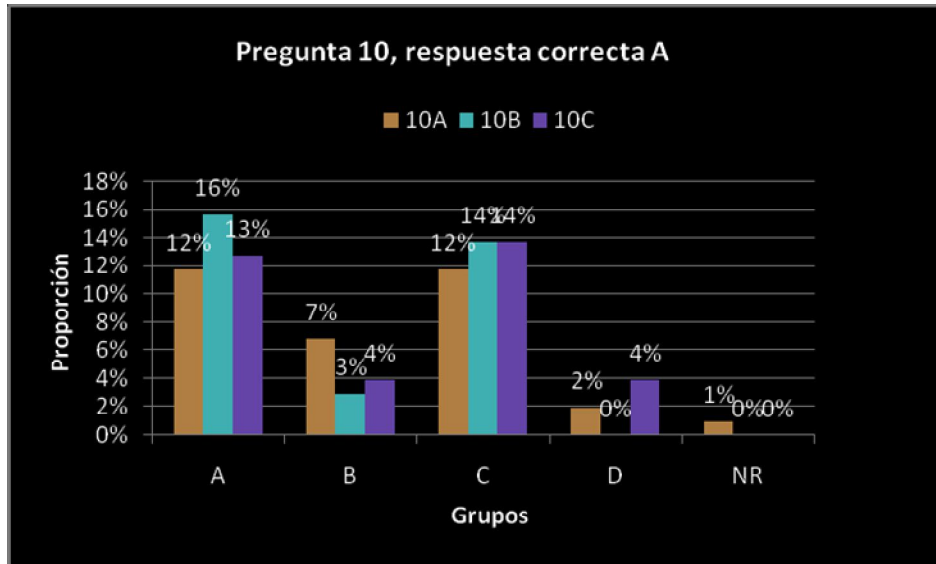












GRÁFICAS PRUEBA SOBRE TRIGONOMETRÍA CON APLICACIÓN DE ÁLGEBRA

