

APROXIMACIÓN HISTÓRICA AL CONCEPTO DE LÓGICA: AVANCES PARCIALES DE UNA INVESTIGACIÓN QUE PROMUEVE LA EXPERIENCIA ESTÉTICA EN MAESTROS EN FORMACIÓN EN MATEMÁTICAS Y LITERATURA

AN HISTORICAL APPROXIMATION TO THE CONCEPT OF LOGIC: PRELIMINARY RESULTS ABOUT A RESEARCH PROJECT THAT PROMOTES THE AESTHETIC EXPERIENCE AMONG PRE-SERVICE MATH AND LITERATURE TEACHERS

APPROCHE HISTORIQUE DU CONCEPT DE LOGIQUE: RÉSULTATS PARTIELS D'UNE RECHERCHE QUI FAVORISE L'EXPÉRIENCE ESTHÉTIQUE DES FUTURS ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES ET DE LITTÉRATURE

Rubén Darío Henao Ciro

Candidato a Doctor en Educación
Profesor de cátedra, Licenciatura en
Matemática y Física
Facultad de Educación, Universidad de
Antioquia
Docente de la Institución Educativa
Normal Superior de Medellín.
Mailing address: Calle 70 N.º 52-21,
Medellín, Colombia
E-mail: rdhenao55@gmail.com

Mónica Moreno Torres

Doctora en Educación
Profesora de la Facultad de Educación
Universidad de Antioquia
Línea Didáctica Universitaria
Universidad de Antioquia
Mailing address: Calle 70 N.º 52-21
Medellín, Colombia
E-mail: luna39102@hotmail.com

Este texto hace parte de la
investigación: *La relación entre textos
literarios y científicos como medio para
desarrollar la razonabilidad estética
de maestros en formación del área de
matemáticas*

RESUMEN

El texto muestra una aproximación histórica al concepto de lógica en relación con la matemática. Así: expone los aportes de la lógica antigua y la medieval, y problematiza los planteamientos del logicismo y el intuicionismo, con la idea de proponer la razonabilidad estética a partir de la teoría de la abducción de Charles Sanders Peirce. Más adelante, argumenta los fundamentos de la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico. Finalmente, propone el desarrollo de la razonabilidad estética a partir del diseño y la puesta en escena de una estrategia didáctica, apoyada en el análisis de relatos de ficción y artículos de investigación. Los primeros resultados de la estrategia muestran que los maestros en formación, tanto en literatura como en matemáticas, en la Universidad de Antioquia, desconocen las posibilidades lógicas y creativas que se pueden vivenciar e identificar en los textos literarios y científicos. Esta dificultad sugiere la importancia de seguir avanzando en el diseño y la vivencia de la estrategia didáctica.

Palabras clave: logicismo, intuicionismo, razonabilidad estética, relato de ficción, artículo de investigación.

ABSTRACT

The text shows a historical approach to the concept of logic in relation with mathematics. Therefore it exposes the contributions of ancient and medieval logic, and problematizes the approaches of logicism and intuitionism with the idea of providing aesthetic reasonableness based upon the theory of abduction of Charles Sanders Peirce. Later on, it demonstrates the fundamentals of a hermeneutic-approach qualitative research. Finally, it advances the development of aesthetic reasonableness based on the design and staging of a didactic strategy,

223

Received: 2014-05-16 / Accepted: 2015-03-06
DOI: 10.17533/udea.ikala.v20n2a06

Íkala, Revista de Lenguaje y Cultura

MEDELLÍN, COLOMBIA, VOL. 20, ISSUE 2 (MAY-AUGUST, 2015), pp. 223-244, ISSN 0123-3432
www.udea.edu.co/ikala

supported on the analysis of fictional stories and research articles. The first results of the strategy show teachers in training, both in literature and mathematics, at the University of Antioquia, are unaware of the logical and creative possibilities that can be experienced and identified through literary and scientific texts. This difficulty suggests the importance of further progress in the teaching strategy design and experience.

Keywords: logic, logicism, intuitionism, reasonableness aesthetics, statement of fiction, research article

RÉSUMÉ

Le texte montre une approche historique du concept de logique en lien avec les mathématiques. Ainsi, il présente les apports de la logique ancienne et la logique médiévale, et problématise les approches du logicisme et de l'intuitionnisme, avec l'idée de proposer la raisonabilité esthétique à partir de la théorie de l'abduction de Charles Sanders Peirce. Par la suite, il argumente les fondements de la recherche qualitative d'un point de vue herméneutique. Enfin, il propose le développement de la raisonabilité esthétique à partir de la conception et de la mise en scène d'une stratégie didactique qui s'appuie sur l'analyse de récits de fiction et d'articles de recherche. Les premiers résultats de la stratégie montrent que les étudiants de l'Université d'Antioquia (se formant en tant que maîtres), que ce soit dans le domaine de la littérature ou des mathématiques, méconnaissent les possibilités logiques et créatives que l'on peut expérimenter et identifier dans des textes littéraires et scientifiques. Cette difficulté suggère l'importance de continuer d'avancer dans la conception et l'expérimentation de la stratégie didactique.

Mots-clés: logicisme, intuitionnisme, raisonabilité esthétique, récit de fiction, article de recherche

Introducción

La época antigua (600 a.C.-400 d.C.) operaba una lógica más inductiva y poco demostrativa (Bell, 1949, p. 15) influenciada por los primeros lógicos: Platón, considerado lógico filosófico; Aristóteles, reconocido por sus aportes a la ciencia; y Crisipo de Solos, considerado el fundador de la lógica de las proposiciones. Además, este período estuvo marcado por uno de los hechos más relevantes de la historia de la matemática: la aparición de *Los elementos* de Euclides (325 a.C.-265 a.C.), considerados como la primera axiomatización de la geometría. El surgimiento de *Los elementos* dio paso a la lógica demostrativa y permitió a los griegos fundar la matemática como un sistema deductivo.

Más adelante, la lógica medieval aportó al análisis del problema de la verdad y la teoría de los universales los *sincategoremas*, la teoría de la *suppositio*, los *consequentia* y los *insolubilia*, problemas tratados por lógicos como Pedro Abelardo (1079-1143), Pedro Hispano (1205-1277), Guillermo de Shyreswood (1200-1267), Duns Scoto (1266-1308), Walter Burleigh (1275-1344), Guillermo de Ockam (1298-1349), Alberto de Sajonia (1316-1390), entre otros.

Años después, en el periodo de formalización de las matemáticas (1800-1950), se crearon la lógica simbólica, la escuela formal, la lógica booleana y el cálculo proposicional. Emergió el formalismo defendido por Hilbert y el logicismo, iniciado por Leibniz (1646-1716) y continuado por Frege (1848-1925), Peano (1858-1932), Russell (1872-1970) y Whitehead (1861-1947); sin desconocer los aportes de Boole (1815-1864), De Morgan (1806-1871), Cantor (1845-1918) y Gödel (1906-1978), entre otros.

Después del auge de la teoría de la razón pura de Kant y el discurso del método de Descartes, surgieron otras lógicas, entre las que se destacó la intuicionista, sustentada por Poincaré (1854-1912) y Kronecker (1823-1891), pero fundada por el matemático Brouwer (1881-1966) y

continuada por su discípulo Heyting (1898-1980). También debe mencionarse a Peirce (1839-1914), reconocido como lógico, semiótico y científico creativo, quien propuso las relaciones entre la semiótica, el lenguaje y la abducción (1965). Su pensamiento ha sido estudiado y reconceptualizado por Anderson (1987), Nubiola (1998) y Barrena (2007), quienes consideran que esta relación triádica es clave para desarrollar la razonabilidad en el campo científico.

Lo anterior nos ha permitido reconceptualizar y recontextualizar la razonabilidad estética como un concepto clave en la fundamentación de una estrategia didáctica, interesada en la formación de maestros investigadores de su práctica pedagógica, estrategia que hemos puesto en escena con dos grupos de maestros en formación de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

El primer ítem del artículo es el problema dialéctico¹ declarado en la historia de conceptos; después vienen los resultados parciales que recogen la investigación cualitativa con enfoque hermenéutico.

225

Historia de los Conceptos

Los inicios de la lógica.

El término lógica proviene del griego antiguo *λογική (logike)*, que significa dotado de razón, intelectual, dialéctico, argumentativo, el cual a su vez viene de *λόγος (logos)*, palabra, pensamiento, idea, argumento, razón o principio. A lo largo de la historia se habla de dos lógicas: la lógica de la filosofía, iniciada por Platón, y la lógica matemática, de Aristóteles. Éstas son consideradas contrarias para algunos, complementarias para otros, pero, en todo caso, unidas por una necesaria relación dialéctica.

1 La pregunta que surge del problema dialéctico, en esta investigación, es: ¿tendrán los textos literarios y científicos elementos lógicos y estéticos comunes, de tal modo que puedan poner en movimiento el diseño de una estrategia didáctica, interesada en el desarrollo de la razonabilidad estética de los maestros de matemáticas?

En la Grecia Antigua hubo tres escuelas lógicas: los megáricos, los estoicos y los peripatéticos. La megárica, también llamada erística por su frivolidad argumentativa, fue creada por Euclides de Megara (450 a 380 a.C.), contemporáneo de Platón, maestro de Eubúlides de Mileto (384 a.C.-322 a.C.), el autor de la paradoja del mentiroso y maestro de Estilpón de Megara (359 a.C.-260 a. C.), quien también fue maestro de Zenón, fundador del estoicismo. Los megáricos se concentran en la dialéctica zenónica y las diatribas argumentales de la vida cotidiana; estudiaron las paradojas y las nociones modales (Kneale & Kneale, 1972, pp. 107-108).

De acuerdo con los Kneale, “los estoicos fueron los primeros en abordar una teoría de la argumentación en la que se tuviera en cuenta la forma condicional” (Kneale & Kneale, 1972, p. 109). En este enfoque, la lógica era parte de la filosofía; por ello, dividieron la lógica en retórica y dialéctica y distinguieron la verdad de lo verdadero. Señalaban que un argumento es un sistema que consta de premisas y conclusión. El impulsor del estoicismo, con base en la megárica, fue Crisipo de Solos (281 a.C.-208 a.C.), quien definió con exactitud las proposiciones simples y compuestas, y propuso, según Collantes (2000, p. 264), cinco esquemas de inferencia llamados indemostrables.² También estudiaron la lógica de las proposiciones e introdujeron las nociones de categorema³ y sincategorema,⁴ que posteriormente fueron trabajadas por los lógicos medievales.

La figura central de la escuela peripatética fue Aristóteles (384 a.C.-332 a.C.), reconocido como el fundador de la lógica con su obra el *Organon*.⁵ Allí señalaba que la verdad no puede ser anterior a las cosas; esto lo distanció de Platón, pues este último sostenía la importancia del mundo de las ideas y los entes. En la lógica aristotélica, es fundamental el principio de contradicción,⁶ ya que de él se derivan los demás principios. Aristóteles se interesa por el silogismo y lo incorpora a su concepción de razonamiento como: “un discurso en el que sentadas ciertas cosas, necesariamente se da a la vez, a través de lo establecido, algo distinto de lo establecido” (1982, p. 90) y considera que el conocimiento científico se obtiene cuando los hombres de ciencia reconocen que, en la acumulación de experiencias, se encuentra la observación de los hechos y la obtención (inducción) de los primeros principios (hipótesis, axiomas y definiciones) de los que surgen las proposiciones (Tópicos I, 100a25-100a30).

La lógica de los medievales.⁷

Este período está marcado, según Eli de Gortari (1972) y los Kneale (1972), por ocho hitos, como son: (1) la creación del manual más antiguo de lógica escolástica por Guillermo de Shyreswood (1230); (2) la implantación del texto medieval de lógica de mayor aceptación, los *Summulae Logicales*, de Pedro Hispano (1250); (3) la formulación del principio conocido como la navaja de Ockam (1325) y su *Summa Totius Logicae*; (4) la fundación de la escuela tomista por Tomás de

2 Si lo primero, entonces lo segundo. Pero lo primero. Luego lo segundo, b) Si lo primero, entonces lo segundo. Pero no lo segundo. Luego no lo primero, c) No: lo primero y lo segundo. Pero lo primero. Luego no lo segundo, d) O lo primero o lo segundo. Pero lo primero. Luego no lo segundo, e) O lo primero o lo segundo. Pero no lo primero. Luego lo segundo.
3 Un categorema es un término que tiene una significación definida (Juan, animal, mesa, negro).
4 Un sincategorema no tiene objeto como significado; no son ni sujetos ni predicados de una proposición (o, no, pero), son los signos universales o particulares y los conectivos lógicos.

5 Para profundizar léanse los libros: *De las categorías, Sobre la interpretación, Primeros analíticos, Analíticos posteriores, tópicos y refutaciones sofisticas* (Aristóteles, 1982; 1995).
6 Si hay dos juicios sobre la misma cosa, uno es afirmativo y otro es negativo, no es posible que ambos sean verdaderos al mismo tiempo; esto es: no pueden ser ciertos los juicios A es A y A no es A.
7 Este período de la lógica ha sido estudiado por Bochenski (1976), Kneale (1972), Eli de Gortari (1972), Abarca (2004), Ferrater (1964), Lukasiewicz (1975) y Boehner (2007), entre otros lógicos e historiadores.

Aquino; (5) la publicación del tratado *De puritate artis logicae tractatus longior et tractatus brevior*, de Walter Burleigh; (6) la edición en el siglo XIV, de *Perutilis lógica*, de Alberto de Sajonia; (7) la divulgación de la mayor sistematización de lógica formal por Paulo Véneto en su *Lógica Magna* (1395) y (8) la creación de la lógica de Port Royal por Antoine Arnauld y Pierre Nicole (1662).

Bochenski (1976, p. 160) distingue también tres períodos: uno de transición, hasta Abelardo, en el cual no hay nada nuevo en lógica; otro creador, desde 1150 hasta finales del s. XIII, en el cual se trabajan los *proprietates terminorum*⁸ y, finalmente, el de elaboración, que empieza con Ockam y origina la lógica formal. También Bonnín (1982) reconoce tres momentos, así: el de la *lógica vetus*,⁹ centrado en la lógica aristotélica; el de la *lógica nova*¹⁰ (finales del siglo XII), centrado en lógica y metalógica y los términos sincategoremáticos *como elementos de la lógica formal* (Bonnín, 1982, p. 24); y la *lógica modernorum*,¹¹ que tiene como mayor representante a Pedro Hispano y que se ubica en los siglos XIII y XIV, respectivamente.

Las obras lógicas mostraban el paso de un formalismo (s. XII) a un antiformalismo (s. XIII) y un regreso al formalismo (s. XIV) (López, 2005, p. 56). Estas eran textos escolares llamados *Suma*, o *Sumula*, entendidos como *una explicación breve, completa y ordenada de todas y cada una de las partes de la doctrina* (López, 2005, p. 38). En la *Suma* se organiza un tema desde el punto de vista lógico y pedagógico.¹²

En este periodo, “se hace común la distinción entre Lógica formal o *minors* y Lógica material o Lógica *major*” (Bonnín, 1982, p. 24). Ferrater Mora señala que la lógica medieval puede entenderse o bien como el modo de juzgar rectamente

para llegar al conocimiento verdadero (base del formalismo) o como proceso que permite obtener razonamientos correctos o formalmente válidos (1964, p. 73). En contraste, Bochenski y los Kneale la entienden como la historia de la formalización del proceso deductivo.

Galeno (siglo II d.C.), citado por Kneale & Kneale (1972), aplica el adjetivo hipotético como término genérico a los enunciados complejos: condicionales, disyuntivos o conjuntivos. También es Galeno quien sugiere que “un enunciado disyuntivo resulta equivalente a un condicional con antecedente negativo”¹³ (Kneale & Kneale, 1972, p. 173). Según Velarde (1989), Boecio (470-524), con su *De Syllogismo Hypoethico*, es el descubridor del silogismo hipotético. A él se debe también el término *consequentia* y la caracterización de los universales (Kneale & Kneale, 1972, p. 181).

Ockam (1295-1349), además de ser reconocido en lógica por su navaja de Ockam,¹⁴ formula una serie de reglas para el tratamiento de las consecuencias¹⁵ y edifica su teoría del conocimiento conceptualista basado en la intuición y la abstracción. Considera que “el objeto inmediato de la ciencia como conocimiento evidente de las verdades necesarias no son las cosas, sino los conceptus o termini” (Grabmann, 1928, p. 80).

Los medievales, después de ocuparse de las argumentaciones y las conversiones, presentan catorce reglas para manejar las consecuencias.¹⁶ Estas reglas,¹⁷ entre otras, son motivo de estudio hoy en lógica clásica con una escritura más

8 Las propiedades de los términos.

9 Lógica vieja.

10 Lógica nueva.

11 Lógica moderna.

12 Una explicación de las obras de la lógica medieval puede verse en Bochenski (1976, p. 171 y ss.)

13 Esta ley fue simbolizada después como: $(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \rightarrow q)$

14 La navaja de Ockam dice que todo enunciado es causado y respaldado por la verdad que proviene de la observación, la intuición lógica, la revelación divina, o la deducción (Flórez, 1994).

15 Véase Kneale & Kneale (1972, p. 269).

16 Análisis de estas reglas pueden verse en Kneale (1972) y en (Vaughan, 2009).

17 Un estudio pertinente de las leyes lógicas debe pasar no sólo por su formulación histórica sino por la escritura simbólica acompañada de su formulación, demostración

simplificada. Así, por ejemplo, las reglas (3) y (4)¹⁸ son conocidas como leyes de De Morgan y se escriben de la forma: (3) $\sim(p \dot{\cup} q) \dot{\cup} \sim p \dot{\cup} \sim q$, (4) $\sim(p \dot{\cup} q) \dot{\cup} \sim p \dot{\cup} \sim q$.

También analizaron el problema de los universales. Según Velarde (1989), Abelardo, más metafísico que deductivo, aportó los universales, profundizó en lo dialéctico, en la teoría de la modalidad y la teoría de la *consequentia*. Lo universal se forma según la abstracción; esta última aísla lo individual y considera aquellos elementos que pueden ser comunes a otros.

Otra de las grandes creaciones de los medievales escolásticos es la teoría de las suposiciones. Según Guillermo de Shyreswood, todo término tiene significación, suposición, copulación y apelación. “Suposición es la ordenación de un concepto (intellectus) debajo de otro [...] se llama suposición a la significación de alguna cosa en cuanto subsistente” (como se cita en Bochenski, 1976, p. 175). El significado y el sentido de las palabras dependen de un contexto, denominado *suppositio* entendido como una relación que hace referencia a las cosas. La suposición puede ser formal o material. Formal cuando toda consecuencia semejante a ella en la forma es una consecuencia correcta (Bochenski, 1976, p. 205). Material, cuando la suposición es impropia; es el uso del término en vez del término mismo.

En el Renacimiento, Francis Bacon (1561-1626) critica la lógica, en cuanto la considera insuficiente para el progreso de la ciencia y, en oposición al *Organon*, publica su *Novum Organum* (1620). En esta obra, propone una lógica nueva orientada al análisis de los hechos con base en las reglas del método inductivo. De esta manera, considera que

y aplicación en contextos diversos como se mostrará más adelante en esta tesis doctoral.

18 Las reglas 3 y 4, dicen: Si una consecuencia es válida, la negación de su antecedente se sigue de la negación de su consecuente; y cualquier cosa que se diga del consecuente se sigue del antecedente (Kneale, 1972: 269).

la ciencia se desarrolla por medio del razonamiento inductivo y el pensamiento empírico.

En el período del Renacimiento, siglos XV y XVI, según Bonnin (1982), la lógica toma dos direcciones: la lógica como cálculo y la lógica como epistemología. La primera es defendida por Leibniz, considerado el creador de la lógica matemática. La segunda es impulsada por Descartes, quien, además de la lógica deductiva, valida la inductiva en la obtención de verdades científicas. Esta dirección inductiva es continuada por Stuart Mill (1843).

Entre el siglo XV y el XIX, no hay grandes obras lógicas que contengan elementos nuevos, a excepción de la lógica de Port Royal, de Antoine Arnauld (1612-1694) y Pierre Nicole (1625-1695), esta última calificada por muchos como *art de penser*, puesto que plantea la lógica como una ciencia, una disciplina y un arte. Esta obra marca el comienzo de la modernidad.

El logicismo o una formalización de la matemática.

De Morgan (1806-1871), admirado por Peirce (1968b) y calificado por este último como el reformador de la lógica, formula las *Leyes de Morgan*. Su trabajo fundamenta la teoría del desarrollo de las relaciones y la matemática simbólica moderna o lógica matemática. De Morgan crea un sistema matemático para modelar operaciones lógicas. Su lógica se focaliza en el estudio combinatorio de contenidos aplicados al nivel sintáctico y semántico.

Así también, el álgebra booleana es considerada el primer paso en la formalización de la lógica, situándose a Boole (1779-1848) como el pionero de la lógica moderna con sus obras *The Mathematical Analysis of Logic* (1847) y *The Laws of Thought* (1854). Aplica el cálculo matemático a la lógica y funda el álgebra de la lógica basada en símbolos y reglas operatorias; además, establece un método general para formalizar la inferencia deductiva.

Ahora bien, tanto los formalistas como los logicistas crearon técnicas matemáticas para mostrar una matemática libre de contradicciones, aunque el propósito de los segundos era mostrar que la matemática era parte de la lógica.

Gödel (1930-1931) se propuso demostrar la consistencia de la aritmética apoyado en el programa de Hilbert. No obstante, logró demostrar lo contrario, echando por tierra el famoso axioma de la solubilidad de todo problema matemático postulado por Hilbert y poniendo en jaque a todos aquellos que pensaban que la base sólida de la verdad matemática era la demostrabilidad al afirmar que en un sistema P hay alguna sentencia tal que ni ella ni su negación se pueden deducir en el sistema.

Muy cerca de esta perspectiva se encuentra Leibniz, quien imaginó la posibilidad de unas matemáticas universales en las cuales la razón fuera guiada por un cálculo de razonamiento simbolizado eficazmente (Bell, 1949, p. 568). Su idea de reducir las reglas del cálculo a las de la deducción, y prescindir del contenido semántico de los razonamientos, lo convirtió en el fundador de la lógica simbólica y en iniciador de la lógica matemática (Bell, 2004; Bochenski, 1976; Ferrater, 1964). Puesto que Leibniz no construyó un sistema simbólico artificial, la escuela logicista tuvo que esperar a Frege.¹⁹ Este último, en su obra *Begriffsschrift* (1879), fue el iniciador de la lógica formal contemporánea; introdujo una teoría de la cuantificación y desarrolló un primer sistema axiomático plenamente simbolizado. Este autor y Bertrand Russell, con su obra *Principia Mathematica*, coincidían en que la matemática depende de la lógica formal (Pareja, 2008, p. 113).

En suma, la lógica clásica es apofántica (provista de valor de verdad), bivalente (sólo considera dos valores de verdad), asertótica (no admite

modalidades sobre el valor de verdad de los enunciados) y extensional (sólo tiene en cuenta el valor de verdad de los enunciados atómicos).

La lógica intuicionista o una formalización diferente.

El intuicionismo no defiende la intuición como método de la matemática; no obstante, no puede desconocerse el lugar que le otorga a la intuición²⁰ como iluminación o en el sentido diferente que le asigna Brouwer, para quien la intuición es “la que transforma a la ingenua conciencia humana en una mente racional y le ofrece los conceptos y las herramientas fundamentales del pensamiento matemático” (De Ponte, 2006, p. 159). En efecto, la matemática está llena de nociones intuitivas que permiten afirmar la intuición como una posible vía para la obtención del conocimiento o como un elemento heurístico. La intuición también contribuye con la resolución de problemas, pero no se le pueden considerar como un método de razonamiento, pues cualquier inferencia que se siga de ella puede caer en un error. Para los matemáticos, en general, la intuición es una especie de preludeo al conocimiento, dado que por sí misma no justifica una creencia; es una facultad para resolver problemas. La intuición en matemáticas ha sido motivo de grandes debates que muestran acercamientos e inconsistencias

20 El vocablo intuición viene del prefijo *in* (dirección hacia el interior) y el verbo *tuere* (contemplar, observar, mirar), los dos forman *intueri* (tener la vista fija sobre algo, fijarse en, contemplar y ver con absoluta claridad). Morente y Bengoechea dicen que: “consiste en un acto único del espíritu que de pronto, súbitamente, se lanza sobre el objeto, lo aprehende, lo fija, lo determina por una sola visión del alma” (1947, p. 36). Según Ferrater Mora, la intuición designa la visión inmediata de una realidad o la comprensión directa de una verdad (1964, p. 988). Para Bergson (1859-1941), es necesario que el conocimiento considere no sólo la inteligencia, sino también la intuición, la cual marcha en el sentido de la vida. Este filósofo francés considera que, a falta de conocimiento, pues “la intuición podrá hacernos aprehender lo que los datos de la inteligencia tienen aquí de insuficiente” (Bergson, 1907, p. 591).

19 Deben reconocer los aportes al logicismo de Giuseppe Peano, Bertrand Russell, Alfred North Whitehead, Bernard Bolzano, Karl Weierstrass, Georg Cantor y Richard Dedekind.

entre matemáticos y filósofos; no obstante se entiende por intuición la facultad racional, análoga a la percepción, que nos permite acceder a las entidades abstractas (De Ponte, 2006).²¹

Por otro lado, Poincaré revisa las ideas de sus antecesores y propone el principio de inducción completa; esto es, pasar de una proposición particular a una general por simple intuición de los números naturales. Este principio es rechazado por la lógica clásica, en cuanto no es válido respecto de la búsqueda de la verdad. No obstante, con Poincaré surge una diversificación de la lógica, cuando dice que se prueba por lógica, pero inventamos o creamos por la intuición (O'Connor y Robertson, 2003); considera que la lógica puede salir de su esterilidad por medio de la intuición creadora; la demostración requiere de la intuición y ésta posibilita la invención.

Para este físico y matemático visionario, el mundo puede ser construido por el ser humano; de allí que las leyes de la matemática se obtengan de la experiencia (Poincaré, 1948). Esto último se relaciona con la abducción peirceana por la primacía que le otorga a los hechos y el acto adivinatorio. En palabras de Poincaré, “existe una clase de intuición adivina antes de poder demostrar. ¡Adivinar antes de demostrar! ¿Tengo necesidad de recordar que es así como se han hecho todos los descubrimientos importantes?” (1948, p. 153, traducción propia). No obstante, Peirce se distancia de Poincaré, ya que este último le otorga un sentido visionario a la lógica pero la relega a un segundo plano, ya que “siendo intuicionista, no llega hasta donde llega la escuela intuicionista” (Bell, (2004, p. 416), cuyo fundador es Brouwer.

Este intuicionismo de Poincaré (1908), muy distinto del de Brouwer, analiza la influencia de la intuición en la creación de los matemáticos²² y propone las fases: preparación, incubación,

iluminación y verificación, las mismas que inspiraron a Wallas (1927) y al matemático Jacques Hadamard (1947), quien después de encuestar a más de cien físicos sobre sus procesos creadores, confirmó las fases de Poincaré y en su obra *Psicología de la invención en el campo matemático* (1945) describió el proceso mental matemático. La iluminación aquí se refiere a un resultado de búsqueda heurística en la resolución de problemas y no a la captación de un objeto matemático.

Por otro lado, existe una relación entre el finitismo y el intuicionismo; el finitismo es una forma extrema del constructivismo, según el cual un objeto existe si puede ser construido siguiendo la secuencia de los números naturales en una cantidad finita de pasos. Este enfoque es defendido por Kronecker, quien dice que: “no existen objetos matemáticos si no existen procedimientos para su construcción” (citado en Mir Sabaté, 2011, p. 561). Este principio, y su tesis de no admitir las definiciones que no permitan decidir lo definido, lo convierten en un constructivista que rechaza las ideas del intuicionismo de Brouwer; así, Kronecker está más próximo al enfoque constructivista, puesto que “la existencia de un objeto matemático está dada por la posibilidad de su construcción mental y de esta manera la separación de matemática y lenguaje lleva al intuicionismo a una forma de constructivismo” (Oostra, 2009, p. 12).

En efecto, el fundador de la lógica intuicionista fue el matemático y lógico Jan Brouwer, considerado como “el más radical de los constructivistas y reconocido representante de esa filosofía de la matemática que es el intuicionismo” (Montesinos, 1999, p. 33). Brouwer cuestiona el formalismo de Hilbert con obras como *Life, Art and Mysticism* (1905); *Sobre la infirabilidad de los principios lógicos*; y en especial con *Sobre los fundamentos de las matemáticas* (1907). En esta última sostiene que las matemáticas tienen que ser construidas por vía intuitiva. Para este intuicionista, “cualquier construcción lógica de las matemáticas conduce a una construcción lingüística que nunca podrá

21 Para profundizar en este punto, véase De Ponte (2006).

22 Puede profundizarse en la tesis doctoral de Sequera (2003).

identificarse con las matemáticas reales” (citado en Mir Sabaté, 2011, p. 563). Brouwer “rechaza la lógica deductiva como representación válida de las pautas del razonamiento matemático; formula un sistema intuicionista de la matemática” (De Gortari, 1972, p. 29) y propone un punto de vista constructivista para zanjar las dificultades derivadas de la caracterización y la existencia de los objetos matemáticos.²³ Según Mario Bunge: “puesto que la matemática no deriva de la lógica ni de la experiencia, debe tener su fuente en una intuición especial que nos presente los conceptos e inferencias básicos de la matemática como inmediatamente claros y seguros” (2005, p. 74).

Para los intuicionistas, la lógica surge de un proceso de abstracción basado en ciertas regularidades que se observan en el proceso mismo de la matemática; así, lógica y matemática son dos disciplinas diferentes (Robles, 1995, p. 67). La lógica intuicionista considera que “la construcción de un enunciado matemático ha de concebirse en términos de construcciones mentales que pueden servir para probar el enunciado” (Martínez, 1990, p. 76). La lógica clásica considera que los enunciados matemáticos hacen referencia a una realidad epistemológica con existencia individual y realidad objetiva, mientras que la lógica intuicionista considera que los objetos matemáticos son construcciones mentales y la realidad matemática es distinta de la realidad empírica.

Los logicistas veían las matemáticas como una ciencia que estudia una realidad externa e independiente, que descubre propiedades de los objetos que la habitan y las leyes que determinan las relaciones entre ellos; mientras que para los

intuicionistas no existía la realidad más allá de nuestra mente; la verdad matemática no existía fuera del pensamiento humano; por eso una realidad matemática existía en la medida en que pudiéramos construir una prueba de ella; “la verdad de los enunciados matemáticos no puede trascender la evidencia” (De Ponte, 2006, p. 5); la verdad debía reducirse a la noción de prueba.

Una de las conclusiones de la crisis de los fundamentos fue la falibilidad de las matemáticas. Este hallazgo permitió el surgimiento de programas como el cuasi-empirismo, el cual postulaba que para entender y explicar las matemáticas no bastaba con analizar su estructura lógica ni su lenguaje, sino que había que estudiar su práctica real, la manera en que efectivamente las aplicaban los matemáticos, las enseñaban los profesores y las aprendían los estudiantes (Harada, 2005).

Así también, existían otras lógicas²⁴ que también ponían en duda la unicidad de la razón y el absolutismo del formalismo como únicas fuentes de la verdad. Sus planteamientos reconocían el lugar de la percepción, la intuición, la imaginación, las emociones y las interacciones como acicates para avanzar en el desarrollo de la ciencia y las humanidades. Una de estas lógicas fue la lógica de la abducción, expuesta por Charles Sanders Peirce y continuadores peirceanos, como Barrena, Nubiola, Oostra y Zalamea.

La diferencia crucial entre el logicismo y el intuicionismo, entre otras que se muestran en la tabla 1, tiene que ver con el lugar que ocupan los

23 Por medio de sus trabajos, impulsa la formalización de las matemáticas, apoyado en el logicismo de Russell, en el formalismo de Hilbert y en el preintuicionismo de Poincaré. Considera que las matemáticas, como pensamiento constructivo, evolucionan a lo largo de la historia y como producto de la mente humana, puesto que son demasiado humanas, son falibles (Montesinos, 1999, p. 41).

24 Algunas son: las lógicas extensionales de Tarski (1944); la lógica modal de Kripke (1963); la lógica temporal de A. Prior (1957); la lógica paraconsistente de N. da Costa, N. Belnap, y Printer (1929); la lógica de la relevancia de Ackermann, Anderson y Belnap (1975); la lógica polivalente de Lukasiewicz, Post, Kleene y Bochvar (1917); la lógica difusa de Rescher y Zadeh (1965); la lógica empírica de F. Bacon (1605); la lógica cuántica de Goldblatt (1934); la lógica inductiva de J. Mill (1843); la lógica inventiva de R. Llull (1274); la lógica modal de Von Wright (1951) y la lógica fluida de Edward de Bono (1996), entre otras.

objetos matemáticos: los primeros dicen que son independientes de la mente humana, mientras que para los intuicionistas son ideas en nuestra mente. No obstante, existen posturas como el realismo constructivista de Popper (1972), para quien los objetos matemáticos son creaciones nuestras que se independizan de nosotros y dan paso a nuevos descubrimientos. Popper en su primer libro *La lógica de la investigación científica*

(1980) dice que pertenece a la ciencia no lo que es falso, sino lo que es falseable; así, las conjeturas científicas son refutables y es precisamente la refutabilidad el criterio fundamental de la ciencia. Tanto Popper como Peirce, por otro lado, asumen y defienden una posición falibilista e insisten en el carácter hipotético de la ciencia (Haack, 1977).

Tabla 1. Paralelo entre el Logicismo y el Intuicionismo

	Logicismo	Intuicionismo
Definición	Escuela de pensamiento matemático que sostiene que la matemática es reducible a la lógica.	Escuela de pensamiento que se aproxima a la matemática con una visión constructiva cuyas propiedades puede captar la intuición intelectual.
Obras	<i>Begriffsschrift</i> (1879) y <i>Principia Mathematica</i> (1910)	<i>On the Foundations of Mathematics</i> (1907) e <i>Intuitionism: An Introduction</i> (1930)
Ponentes	Russell, Frege, Whitehead, Peano.	Brouwer, Poincaré, Heyting.
Objeto	Justificar las matemáticas clásicas como infalibles.	Hacer sus propias matemáticas, que son un subconjunto de la clásica.
Principios	Los objetos matemáticos existen, individual y objetivamente, fuera de la mente. Las leyes de la lógica son principios reguladores inmutables.	Los objetos matemáticos existen, pero dependen de las construcciones mentales. Las leyes de la lógica no son a priori ni eternas.
Algunos criterios	Aceptan el principio del tercero excluido. La realidad matemática es la realidad. La demostración puede hacerse por RAA. Las proposiciones existen aun en ausencia de mentes que puedan probarlas. Tiene identidad extensional. La verdad se deriva de la demostración. La prueba es derivación de un sistema formal.	Cuestionan el principio del tercero excluido. La realidad matemática es distinta de la realidad. Rechazan la demostración por RAA. Sólo son verdaderos aquellos enunciados que podemos probar en forma directa o constructiva. Tiene identidad intencional. La verdad se deriva de la prueba de existencia. La prueba es enteramente constructiva y concebible en la lógica intuicionista.

232

De la lógica de la razón a la razonabilidad estética.

En este apartado nos aproximamos a la abducción como forma de razonamiento propuesta en la lógica crítica de Charles Sanders Peirce (1839-1914), considerado el fundador de la semiótica; pensador independiente, fundador del pragmatismo filosófico (Barrena, 1999) y uno de los fundadores de la lógica matemática o simbólica (Halton, s.f.). Su obra, prolífica y compleja, se pasea por senderos tan intrincados como: lógica, semiótica, idealismo objetivo, falibilismo,

thychismo, cientismo agapismo, astronomía, geodesia, matemáticas, teoría e historia de la ciencia, econometría, psicología y pragmatismo.

El interés por su pensamiento ha crecido notablemente; ha llegado a calificarse como el más grande filósofo americano. Popper dijo que era “uno de los más grandes filósofos de todos los tiempos” (citado en Barrena, 1996, p. 11). Max Fisch lo reconoce como un científico profesional, cuyas bases son la filosofía y la lógica. A su vez, Bertrand Russell señaló que: “sin duda alguna fue una de las mentes más originales de fines

del siglo XIX y ciertamente el mayor pensador norteamericano que haya existido” (Barrena, 1996, p. 12), y William James dijo de sus escritos que eran: “destellos de luz deslumbrante sobre un fondo de oscuridad tenebrosa” (Barrena, 1996, p. 14). Además, el matemático y filósofo Alfred Whitehead lo identificó como el Aristóteles de la época. Entre sus amigos y admiradores se encontraban William James, Josiah Royce, John Dewey y Ernst Schröder.

En *La esencia de la matemática*, afirmó que *la matemática es el estudio del verdadero de las situaciones hipotéticas* (Peirce, 1968a, p. 164), coincidiendo con su padre, el matemático Benjamin Peirce, quien se refirió al carácter necesario de las conclusiones de la matemática. Peirce consideraba la matemática como una ciencia del razonamiento, pero establecía la diferencia entre lógica y matemática. Señalaba que no: “podemos decir que el razonamiento corolario o filosófico es razonamiento con palabras, mientras que el razonamiento teorematizado o matemático propiamente dicho es razonamiento con esquemas especialmente contruidos” (1968a, p. 165). Para Peirce, la matemática no dependía de la lógica; más bien, “la lógica depende de la matemática” (1968a, p. 169). Advirtió que el lógico y el matemático tienen intereses distintos: mientras el primero se pregunta por la naturaleza del razonamiento, el segundo “se interesa intensamente por métodos de razonamiento eficaces, considerando su posible ampliación a nuevos problemas” (1968a, p. 168). Señaló, además, que “la lógica es la ciencia de lo que es cuasi necesariamente verdadero de los representámenes de cualquier inteligencia científica para que puedan ser válidos para algún objeto” (Peirce, 1974, p. 22). Es reconocido, además, como fundador de la lógica deductiva moderna (Putnam 1982; Quine 1995; Houser, Roberts y Van Evra, 1997), su lógica de la abducción, la cual desarrollaremos más adelante, es el fundamento para la comprensión del descubrimiento en las ciencias.

En su clasificación de las ciencias divide la lógica en gramática, lógica crítica y retórica. La gramática

“estudia aquello que se requiere para cualquier clase de representación” (Peirce, 2012, p. 28); la retórica “estudia cómo se transmite el conocimiento; podría llamarse la ciencia de la interpretación” (p. 28) y define la lógica crítica como la “ciencia formal de la verdad de las representaciones; es el estudio de la referencia de los signos a sus objetos” (p. 28); esta última se ocupa del análisis y clasificación de argumentos o signos especiales (Peirce, 1968b, p. 75).

Peirce define también la lógica como “sólo otro nombre de la semiótica, la doctrina cuasi-necesaria, o formal de los signos” (1974, p. 21), y establece como tesis fundamental que el ser humano es de naturaleza semiótica y por lo tanto también lo es el pensamiento; “el hecho de que cada pensamiento es un signo, tomado en conjunción con el hecho de que la vida es una sucesión de pensamientos, prueba que el hombre es un signo” (CP 5 314, 1868; citado en Barrena, 2003, p. 59). Y, más allá del pensamiento, el universo mismo está compuesto de signos: “siempre que pensamos tenemos presente en la conciencia alguna sensación, imagen, concepción, u otra representación, que sirve como signo” (Peirce, 1987, p. 100).

La lógica crítica, o ciencia de la verdad, se refiere a la validez de las inferencias y al buen razonamiento, aunque el soporte sistemático que le da validez a los argumentos de la lógica crítica lo puede brindar la lógica formal, Peirce establece que “la lógica crítica se refiere al buen razonamiento, por eso debe vincularse con la ética y la estética” (Marafioti, 2010, p. 109) en la búsqueda de la verdad, que define como: “aquel carácter de una proposición que consiste en que la creencia de esa proposición nos conduciría, con la suficiente experiencia y reflexión, a un comportamiento tal que tendría que satisfacer los deseos que entonces tuviésemos” (*Collected Papers*, 5375). Por consiguiente, el centro de la lógica crítica es la condición formal de la verdad, que puede darse por deducción, inducción o abducción.

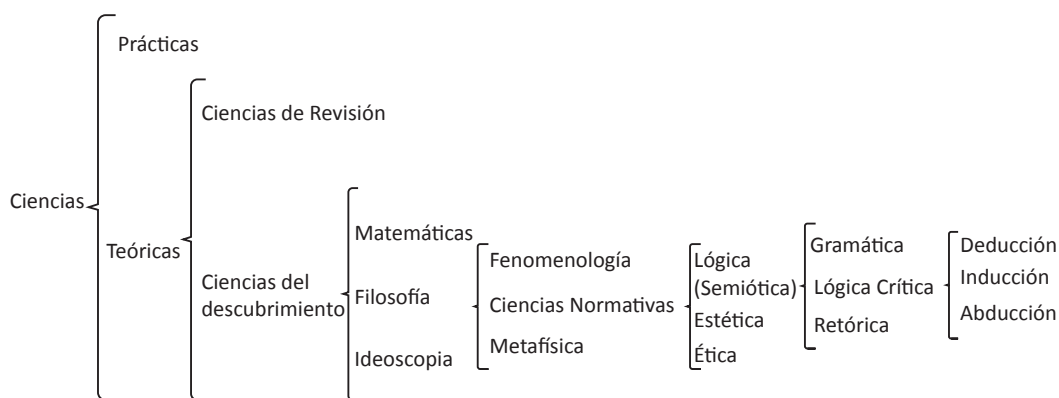


Figura 1. Clasificación de las ciencias

Fuente: Peirce (1902, p. 14)

234

Peirce supera la diada deducción e inducción, y propone un tercer tipo de razonamiento fundamental para la lógica. Esta nueva clasificación incluye el razonamiento explicativo analítico, el razonamiento ampliativo o sintético que puede ser inducción o abducción. El primero, llamado por todos razonamiento deductivo, parte de los hechos afirmados en las premisas y se apoya en el todo para llegar a las partes sin apoyarse en lo conocido. El razonamiento ampliativo o sintético no lleva a conclusiones necesarias, sino a conclusiones probables, verosímiles o sólo plausibles. Este puede ser inducción (razonamiento probable) y abducción, también llamada por Peirce hipótesis o retroducción. Estas dos formas inferenciales van de las partes hacia el todo; por consiguiente, las dos están lejos de alcanzar certeza o producir verdad. En Peirce (1903), la deducción prueba la necesidad de algo, la inducción señala lo que es operativo, mientras que la abducción propone la posibilidad de algo.

Los Postulados Peirceanos en la Didáctica de las Matemáticas

En esta perspectiva, imaginar, pensar y razonar son procesos necesarios para la búsqueda de la verdad. No obstante, ¿qué aportes le brinda la imaginación científica a la matemática? ¿Qué procesos cognitivos y cognoscitivos se movilizan cuando

un sujeto formula una hipótesis en el campo de la matemática? ¿Con qué otras disciplinas y enfoques dialoga la lógica peirceana? ¿Cómo reconfigurar el concepto de razonabilidad estética, de modo que los maestros en formación del área de las matemáticas, las humanidades y sus estudiantes interactúen de manera creativa con el desarrollo de las ciencias, artes, técnicas y tecnologías?

Estos interrogantes, motivados por la lógica peirceana se relacionan con otras teorías como la *razón creativa* (Barrena, 2003, 2007), el *pensamiento complejo* (Morin, 1994), la *experiencia estética* (Farina, 2006); la *recepción estética* (Jauss, 2002); la *experiencia de la lectura literaria* (Larrosa, 2007); las alusiones de Roland Barthes (1977, 1985, 2009) a la semiótica de la sociedad y los textos literarios y la teoría de la interpretación de Eco (1992); entre otros. Estos autores proponen una mirada dialógica de la verdad en busca del sentido, entendiéndose por esto último un proceso para la formulación y la resolución de problemas. Esta visión le exige a la didáctica de la matemática reconfigurarse, de modo que la clase promueva el encuentro entre la percepción, la imaginación y la razonabilidad en busca de una visión estética del individuo y la sociedad. De allí, nuestro interés en estudiar y vivenciar las posibilidades de una lógica entendida como razonabilidad estética a partir de la abducción.

El concepto de abducción o hipótesis no aparece en los diccionarios de filosofía ni en los manuales de lógica matemática. No obstante, para Kant, “admitir una hipótesis equivale a afirmar que un juicio es verdadero cuando se sostiene la verdad del antecedente a base del carácter adecuado de sus consecuencias” (Ferrater, 1964, p. 846). Aristóteles (trad. en 1995) se acerca a la abducción cuando señala que: “en todas las indagaciones se busca si hay un término medio o cuál es el medio. En efecto, el medio es la causa” (An. Post. II, 2, 90a5-90a10) y lo explica con un eclipse al decir que: “es una privación de la luz de la luna por la interposición de la tierra” (An. Post. II, 2, 90a15- 90a20). Cuando se le pregunta por la causa del fenómeno, responde “porque falta luz al interponerse la tierra” (An. Post. II, 2, 90a 20-90a-25). En otro apartado, declara que puede haber varias causas de una sola cosa y que la causa puede ser simultánea o puede haber una producción de hechos consecutivos hasta que se produzca el efecto. Es decir, según Aristóteles (1995), A se da si se ha dado B y B se da si se ha dado C y así hasta obtener la causa primera. De esta manera, Aristóteles podría entrar en el terreno de la abducción, no sólo al intuir su origen, sino también cuando explica porqué ocurren los hechos, “lo buscamos porque no lo percibimos” (An. Post. II, 2, 90a 25-90a30).

En este sentido, Peirce, en el maravilloso relato de la azalea (1902), deja ver que la abducción tiene un inicio perceptivo cuando vemos algo y lo nombramos por medio del lenguaje. Así, la abducción hace parte de la ciencia y de toda manifestación del lenguaje. Una abducción explícita las presuposiciones de nuestro pensamiento (Mancuso, 2005). Dichas presuposiciones se convierten en conjeturas espontáneas o hipótesis que explican lo ocurrido. La abducción es el proceso mediante el cual generamos hipótesis para dar cuenta de aquellos hechos que nos sorprenden (Nubiola, 2008). Según Peirce, la abducción es el único tipo de razonamiento que inyecta nuevas ideas en la ciencia; es la operación lógica por la

que surgen hipótesis novedosas. La abducción no surge de la nada ni es ajena al pensamiento; necesita de la imaginación libre y del instinto creador; en términos peirceanos, requerimos del *musement*;²⁵ como ese tener la mente libre para abordar el razonamiento científico. La abducción nos permite establecer un vínculo con lo que pasa o nos pasa, tiene como punto de partida los hechos y, de ellos, se infieren sus posibilidades.

“Una abducción es un método para formar una predicción general sin ninguna verdadera seguridad de que tendrá éxito” (Peirce, 1974, p. 40). De aquí que la abducción sea plausible, puesto que cabe en la forma modal de la posibilidad; hace plausible un hecho sorprendente al considerarlo hipotéticamente como el resultado de aplicar una regla determinada a un caso concreto (De Gortari, 1972). Por ejemplo, existe una regla: todas las personas del grupo A son altas; un caso: estas personas son altas, y de este modo de proceder, surge un razonamiento abductivo: estas personas pueden ser del grupo A.

De acuerdo con lo anterior, es importante hacer una aclaración de la abducción en relación con la paradoja *afirmación del consecuente*. Esta última señala que dada la proposición $p \rightarrow q$, es decir, si se afirma q , puede afirmarse p . No obstante, la abducción no cae en la paradoja, pues, además de valorar las distintas hipótesis que surgen del hecho, se apoya en la deducción y la inducción para confrontar la abducción. Por ello, aunque Peirce afirma que: “el ser humano posee una luz natural o instinto que le lleva a preferir la hipótesis correcta y a acertar, si no a la primera, sí prodigiosamente pronto” (Peirce, 2010, p. 23), no cae en la especulación. Esto se puede evidenciar, cuando dice que la abducción es la primera etapa;

25 “Sube al bote del *musement*, empujalo en el lago del pensamiento y deja que la brisa del cielo empuje tu navegación. Con tus ojos abiertos, despierta a lo que está a tu alrededor o dentro de ti y entabla conversación contigo mismo; para eso es toda meditación (Peirce, 1908, p. 27).

de allí la importancia de una conjetura a modo de duda, que ha de someterse al análisis lógico para inferir predicciones experienciales que serán comprobadas empíricamente (Peirce, 1974, p. 23). Barrena (2003) señala que la razón ha de ser razonamiento y éste ha de ser razonabilidad. Al respecto, dice:

la noción de razón de Peirce, que en este estudio voy a denominar “razonabilidad”, constituye un ideal que se va encarnando de un modo creativo, y ese ideal que va permeando el universo y nuestra propia vida hace que aumenten las posibilidades: paradójicamente el crecimiento trae más crecimiento (Barrena, 2003, p. 110).

El concepto de razonabilidad está presente en la obra de Peirce, pero es resignificado por Barrena (2003, 2007) y Nubiola (2008), quienes admiten que Peirce hace razonable la actuación humana y por ello la lógica se acompaña de la ética y la estética. La razón es una facultad del ser humano capaz de establecer relaciones con otras disciplinas (Peirce, 1902, citado en Barrena, 2003). Nubiola afirma que la verdad para Peirce no es lo racional sino lo razonable (2008, p. 11). Así mismo, Peirce (1990) enfatiza el deseo de hacer razonables las ideas y las cosas. Más adelante, agrega:

La esencia de la racionalidad reside en el hecho de que el ser racional actuará de modo que obtenga ciertos fines. Si se le impide que lo haga de una manera, actuará de alguna manera completamente diferente que producirá el mismo resultado. La racionalidad es ser gobernado por causas finales (Peirce, 1902, citado por Barrena, 2003, p. 370).

La razonabilidad, según Barrena, es un proceso de “asociación, asimilación, generalización, [es] juntar en un todo orgánico, que son tantas formas de considerar lo que es esencialmente la misma cosa” (Barrena, 2003, p. 388). Esa integración entre lo sensible y lo razonable, entre lo estético y lo lógico no puede darse por fuera del amor. Peirce propone el *Agapismo* o *ley del amor evolutivo*, una doctrina que dice que la ley del amor es operativa en el mundo y defiende el sentimentalismo, del

cual dice que “es un ismo, una doctrina, a saber, la doctrina de que debería tenerse un gran respeto por los juicios naturales del corazón sensible” (Peirce, 2010, p. 62). La razonabilidad estética requiere del *musement*, parte de la percepción en relación con la vivencia, y tiene en cuenta las emociones en el proceso relacional. “La razonabilidad es precisamente eso que proporciona unidad a todas nuestras cogniciones, que hace que se reúnan en una unidad y que las acciones procedan del cuerpo entero de nuestro conocimiento” (Barrena, 2003, p. 408).

Se propone, entonces, superar la visión tradicional de la razón y establecer conexiones a partir de la abducción para reconfigurar la razonabilidad estética desde la razón peirceana. Esta intencionalidad se articula al concepto de educación de Barrena, pues la razonabilidad ha de tener en cuenta también instintos, imaginación y sentimientos (Barrena, 2003). En otras palabras, debemos convocar el sentimiento y la imaginación²⁶ como elementos que promueven la razonabilidad en el aula. En consonancia con estas ideas, el matemático español Claudi Alsina (2006) señala que “las palabras amor, estimación, enamoramiento, felicidad, como descriptoras de un estado emocional característico, también pueden ir ligadas al aprendizaje y a la enseñanza de las matemáticas” (p. 10). También, Gómez Chacón declara que “la dimensión afectiva en matemáticas es un extenso rango de sentimientos y humores que son generalmente considerados como algo diferentes de la pura cognición” (2000, p. 22).

Por consiguiente, este trabajo comprende la razonabilidad estética como un proceso interhumano y abductivo que le permite a una persona establecer conexiones dialógicas desde lo que es, lo que siente, lo que lee y lo que piensa. En este proceso, el ser capta el mundo a través de los sentidos, la imaginación y la razón, y se

26 Las imágenes invitan a pensar, y a recrear, el mundo; *el segundo requisito para la actividad exitosa de la ciencia —justo después del deseo de aprender— es una imaginación científica y fértil* (Barrena, 2003).

muestra más razonable en el discurso de su acción. La razonabilidad estética se expresa por medio de una serie de conceptos dialógicos que serán reconfigurados en esta estrategia didáctica en construcción, como son: el *musement*, la vivencia, los preceptos, los afectos, la imaginación, el hecho sorprendente, la abducción y la construcción del sentido de la práctica pedagógica del profesor universitario.

Un hecho sorprendente es un suceso o hecho (anómalo o nuevo) que nos sorprende, porque presenta una regularidad inesperada, o bien la rotura de una regularidad esperada, incluso tal vez sólo inconscientemente esperada. El hecho sorprendente requiere un cambio en el hábito racional, es decir, una explicación. Según Peirce, “se observa el hecho sorprendente C; pero si A fuese verdadero, C sería una cosa corriente; luego, hay razones para sospechar que A es verdadero” (Peirce, 1908, p. 6). Así, pues, A no puede ser inferido abductivamente, o, si se prefiere la expresión, no puede ser abductivamente conjeturado, mientras su contenido entero no esté ya presente en la premisa. Para Peirce, los hechos sorprendentes son “hechos muy diferentes de todo lo observado” (1970, p. 79).

Todavía más, existe una relación entre hecho sorprendente y experiencia estética. Así, la experiencia no es lo que simplemente pasa, sino lo que nos pasa. Es una afectación individual que no pasa dos veces y requiere de un hecho nuevo. Por su parte, en un hecho inesperado, es posible encontrar una nueva experiencia (Gadamer, 2004). Tanto uno como otro nos marcan, dado que el hecho sorprendente requiere un cambio en el hábito del *homo ludens*, es decir, una explicación razonable y una experiencia estética tiene sentido, pues conlleva su propia cualidad individualizante y autosuficiente. Nos permite contar con un patrón y una estructura específicos, que se muestran a partir de una determinada relación (Dewey, 2008). Esta relación es un hecho sorprendente, capaz de producir un

golpe o experiencia estética, en su perceptor. Lo anterior nos permite sustituir la diada acción y reacción por la triada dialógica: acción, reacción y creación. Esta triada no es otra cosa que la presencia de una primeridad, segundidad y terceridad. Lo primero es la concepción del ser en tanto emocional y ocasional; he aquí el hecho primero. La segundidad es la concepción del otro, de la relación causa y efecto, esto es, la reacción al hecho primero. Y lo tercero es la concepción de la mediación entre lo primero y lo segundo, es el pensamiento, la ley, la regla, la creación. Si el hecho es sorprendente y la reacción es tal que nos afecta, ocurre la *transformación* del ser, aparece un golpe estético que se encamina a la vivencia de una experiencia estética.

Con todo y lo anterior, a pesar del esfuerzo de filósofos y didactas por darle otra dirección a la lógica, su enseñanza sigue anclada en la lógica matemática, la lógica clásica, la lógica simbólica, la lógica aristotélica o el álgebra de la lógica. En Colombia, a finales del siglo XX, hubo un giro epistemológico en la enseñanza de la matemática, cuando salió de circulación la *matemática moderna estructurada*. No obstante, quienes enseñan matemáticas, siguen acudiendo a un formalismo que distancia a hombres y mujeres de la ciencia y consideran innecesarios otros procesos que no tengan su énfasis en dicho enfoque. Piensan, por ejemplo, que la literatura carece de estrategias didácticas capaces de promover el desarrollo del pensamiento *analógico* y abductivo de los estudiantes. En la universidad, la didáctica de las matemáticas es sustituida por programas de software, cuyos procedimientos algorítmicos les permiten a los estudiantes llegar a un resultado. El resultado se pone por encima del proceso de lectura y escritura, convirtiéndose la clase, de esta manera, en un espacio para reproducir ‘las verdades’ de la lógica y la matemática ligadas a una forma de razonamiento en la cual prima la verdad *per se*. En síntesis, la capacidad de descubrir soluciones nuevas a un problema matemático o a una situación narrativa,

así como la posibilidad de explorar las bondades heurísticas y la didáctica de la intuición no hacen parte de la práctica pedagógica de un profesor de matemáticas y de literatura.

Resultados Parciales de la Investigación

Las dos experiencias de aula que se muestran a continuación intentan reconocer en los maestros de matemática y literatura las posibilidades que tienen de vivir la enseñanza de la matemática y la literatura como una vivencia estética. Al respecto, Gadamer dice que “algo se convierte en una vivencia en cuanto que no sólo es vivido sino que el hecho de que lo haya sido ha tenido algún efecto particular que le ha conferido un significado duradero” (2007, p. 97). La vivencia, base epistemológica del conocimiento, se relaciona con el hermeneuta, en tanto hace parte del pasado y se puede comprender desde la vida misma por medio de un texto que la conciencia lleva a unidades de sentido.²⁷

Nuestra intención es ir más allá de “la literalidad de las palabras y su sentido objetivo, esto es, reconocer la objetividad del hablante [la palabra del otro, proferida en un tiempo real] o del autor [la palabra de las autoridades en el tema, en diálogo con el perceptor del texto]” (Gadamer, 2007, p. 239). Este horizonte de

sentido nos ha permitido avanzar en el diseño de una estrategia didáctica entendida como un proceso cuyas opciones teóricas y decisiones metodológicas le permiten al docente planear situaciones de enseñanza y aprendizaje que se traducen en diferentes mediaciones didácticas, las cuales articulan su saber disciplinar y didáctico al horizonte de expectativas de sus estudiantes, quienes también poseen unos saberes (Moreno, 2012). Una de las mediaciones didácticas diseñada en el contexto de esta investigación es el *preguntario*, entendido como una mediación estructurada por doce preguntas, que “suministran al alumno la información de la que no dispone y que no podría procurarse por sus propios medios, y después en ayudarlo a transformarla en conocimiento” (Not, 1989, p. 83).

La nueva información que nos interesa brindarles a un grupo de 18 maestros en formación de las licenciaturas en humanidades, lengua castellana, y a 28 de matemáticas y física, consiste en mostrarles las posibilidades lógicas y creativas que se pueden descubrir por medio de la lectura de textos literarios (relatos de ficción) y científicos (artículos de investigación).

Antes de mostrar los resultados, con los dos primeros grupos, es importante hacer cinco advertencias, así: el relato de ficción (RF) analizado es “Un descenso al Maelström”, de Édgar Allan Poe” (1999);²⁸ el diseño del preguntario es producto del trabajo realizado en la mesa de literatura del nodo

²⁷ Esta investigación es cualitativa con enfoque hermenéutico. Ha sido estudiada por González (2006, 2010, 2011). En esta perspectiva, una investigación tiene tres momentos: estructura, proceder hermenéutico y procedimiento. La estructura tiene que ver con el círculo de la comprensión, pues allí se evidencia la relación entre un concepto que abarca el todo (razonabilidad estética) y sus respectivas partes (texto literario, texto científico y estrategia didáctica). El proceder hermenéutico está representado en una PRACCIS, así: los prejuicios, la reflexión, el análisis, la comparación, la comprensión, la interpretación y la síntesis (González; 2011, p. 3). El procedimiento se resuelve en el problema dialéctico, la hipótesis abductiva, la historia de conceptos, el estado de la cuestión, el acopio de la información, la cosa creada, el acuerdo con la cosa y la unidad de sentido (González, 2011, p. 6).

²⁸ En la historia narrada, aparece un anciano, que, en su calidad de personaje-narrador, cuenta que un día se fue de pesca, como de costumbre, con sus dos hermanos, cuando repentinamente se desató una terrible tormenta que atrapó el barco en un vórtice. En medio del caos, él recordó los principios físicos derivados de la flotabilidad de los cuerpos y, en consecuencia con sus conocimientos, se amarró a un barril y se abandonó a su destino. Al final se salvó, mientras sus dos hermanos desaparecieron junto con la embarcación. Cuando relató su hazaña a los pescadores que lo encontraron casi moribundo a la orilla del mar, a éstos les llamó la atención su vejez prematura.

de lenguaje de Antioquia;²⁹ se les envió al correo electrónico de los estudiantes el preguntario y un diccionario semántico. Este último contiene conceptos clave (abducción, hecho sorprendente, inducción, deducción, entre otros), que les permiten a los docentes en formación adquirir una mayor comprensión en relación con los interrogantes del preguntario; los doce interrogantes del preguntario se agrupan con base en los conceptos que reconfiguran la estrategia didáctica; y la clasificación de las preguntas (abiertas) se realizó con base en los conceptos clave del diccionario semántico, y se les mostraron a los lectores, después de que vivieron la experiencia estética. Su clasificación es la siguiente:

Experiencia estética: ¿Qué produjo en usted el relato?; ¿Qué concepto de ser humano le sugiere el relato?; ¿Se ha sentido en una situación de peligro similar a la del personaje del relato?; ¿Si usted fuera el anciano, qué otra estrategia se hubiera ideado para salvar a sus hermanos?; Escriba algunos comentarios relacionados con la experiencia estética y abductiva.

Hecho sorprendente: ¿Cuál es el hecho del relato que más le llama la atención?; ¿Por qué cree que se produce este hecho? Escriba algunos argumentos que respalden el hecho.

Abducción, deducción e inducción: Atrévase a formular una idea nueva que explique el hecho; Escriba un texto nuevo a partir del relato.

Intertexto del lector: ¿Qué elementos del relato le permiten establecer una relación entre literatura y ciencia?

Estrategia didáctica: ¿Qué condiciones se requieren en el aula para el desarrollo de una lectura lógica-creativa que promueva el diálogo entre ciencia y literatura?

Con base en lo anterior, transcribimos la reflexión de dos maestros en formación, en relación con la categoría hecho sorprendente:

29 En 2013, la mesa de literatura estaba integrada por el estudiante de doctorado Norberto Caro Torres, la magíster Clara Cecilia Rivera, la licenciada Maryory Ramírez y los autores de este artículo. Este equipo multicategorial está adscrito a la Red Colombiana de Lenguaje, espacio que les permitió poner en escena el preguntario en Medellín, Cali y Brasil. El trabajo de la mesa se puede consultar en <http://ayura.udea.edu.co/nodoantioquia>

El hecho que más nos llama la atención es que el vórtice le haya arrancado al personaje narrador su pelo negro y su lozanía. Este hecho se podría explicar, porque el hombre al desplegar su mirada de manera escrutadora hacia la naturaleza con el fin de aprehenderla un poco, y no de resistirla, *infiere que es necesario integrarse a la lógica de ella. Lógica que le devela qué destruye y a qué ampararse*. Por eso, en el momento en que se deja ir aferrándose al barril, pareciera como si se conjuntara su espíritu con el espíritu de la naturaleza. Otros argumentos [o conjeturas] que respaldan el hecho, son los siguientes: *uno*, el cuerpo, finito, frágil y longevo del personaje-narrador, es lienzo que devela las marcas de una experiencia que ha recogido toda la historia del universo manifiesta en un fenómeno natural; y *dos*, su cuerpo es registro de la sabiduría que obtuvo al contemplar e integrarse a la magna naturaleza, al saber del poder superior que trasunta ésta (Daniela Cardona Gómez y Carlos Miguel Estrada Ruiz, 2013-2, Licenciatura en Humanidades, Lengua Castellana).

De manera similar, los maestros en formación de la licenciatura en matemáticas y física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia (2013-2) plantean que los hechos sorprendentes (HS) son: (1) ¿Por qué el personaje sale del vórtice con vida?, (2) ¿Por qué se da el envejecimiento prematuro?, (3) ¿cómo es posible que haya dejado morir al hermano?, entre otros. Los maestros en formación eligen el segundo interrogante y dicen que las causas posibles (CP) son: el cuerpo cambia para adaptarse al medio; el sufrimiento y el estrés del personaje-narrador; el tiempo, la velocidad y las condiciones gravitatorias afectan el cuerpo; el vórtice se comporta como un agujero negro; por un agente patógeno marino; por la vibración de una cuerda en un espacio-tiempo diferente. Análogamente cada una de estas causas genera una regla posible (RP) de las cuales se escoge “Todo ser vivo sometido a medios truculentos envejece prematuramente” para la formulación de las tres formas de razonamiento, hecha por los estudiantes, así:

Abducción. HS: El personaje-narrador envejece prematuramente. RP: Todo ser vivo sometido a medios truculentos envejece prematuramente. CP: Posiblemente el personaje-narrador fue sometido a medios

truculentos. Deducción. RP: Todo ser vivo sometido a medios truculentos envejece prematuramente. CP: El personaje-narrador fue sometido a medios truculentos. HS: Necesariamente el personaje-narrador envejece prematuramente. Inducción. CP: El personaje-narrador fue sometido a medios truculentos. HS: El personaje-narrador envejece prematuramente. RP: Probablemente todo ser vivo sometido a medios truculentos envejece prematuramente.

Más adelante, cada maestro en formación adelanta una consulta bibliográfica que le permite explicar las posibles causas de su conjetura. Algunos sustentan sus hipótesis con base en la teoría de las cuerdas, los telómeros, la paradoja de los gemelos, los deportes extremos o los agentes patógenos. Después, se hace el análisis textual de un artículo de investigación (AI) (Mazzitelli *et al.*, 2005) relacionado con la flotabilidad. Seguidamente, el profesor diseña y pone en escena un nuevo preguntario que establece la relación entre el RF y el AI. De este diálogo, surge la producción de un texto (argumentativo, explicativo o creativo) que muestre a estudiantes de educación básica o media, el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de flotación de los cuerpos. Esta experiencia estética es valorada por algunos maestros en formación entrevistados, como puede observarse en los siguientes testimonios:

Me pareció muy motivante porque se pueden integrar varias disciplinas: ciencias sociales, física química, literatura y matemática. A esto debemos llegar nosotros; a formular actividades interdisciplinarias. (Cristina Henao)

No tenía idea de que un cuento o relato pudiera ser un hecho sorprendente, creí que era investigación o científicidad. No tenía claro de qué se trataba. De los preguntarios hay cosas que disgustan: una es que uno no sabe a dónde va a llegar con esa cosa llamada abducción. Después del proceso, queda mejor porque es un método para aprender no desde los números sino desde la literatura y preguntarse por cosas simples. (Glen Pineda)

Me sorprendió y me sorprendí. Tenía pereza pero me cautivó tanto el trabajo que me hizo preguntar sobre la importancia de la vida y las experiencias que he tenido hasta ahora; me permitió salirme de la lógica y pensar abiertamente en la vida. (Mónica Gallego)

Conclusiones

Este primer acercamiento a la historia de la lógica nos muestra que, además de la lógica clásica, medieval e intuicionista, existen otras lógicas que ponen en duda la unicidad de la razón y el absolutismo del formalismo como únicas fuentes de la verdad. Nos referimos a la lógica de la abducción que, apoyada en los conceptos de experiencia; hacer razonables nuestras ideas y las cosas; el agapismo; el *musement*; la anomalía; la abducción, la deducción y la inducción, entre otros, sugiere la posibilidad de reconfigurar la razonabilidad estética como un proceso interhumano, interesado en el desarrollo de la(s) didáctica(s) —de la lógica y la literatura—, como una de las disciplinas de las ciencias de la educación. La abducción es la única forma de razonamiento que introduce nuevas hipótesis a la ciencia, permite la libre conjeturación sobre hechos; la abducción es una puerta de entrada a la ciencia.

En consonancia con lo anterior, a pesar del esfuerzo de filósofos y didactas por superar la visión formalista y estructuralista que predomina en la historia y la epistemología de la lógica, estos enfoques perviven en las prácticas pedagógicas de los profesores universitarios y tienen una gran influencia en sus estudiantes. Una muestra de ello la representan las experiencias de aula que mostramos en los avances parciales de esta investigación. El primer grupo de maestros en formación realiza algunas inferencias que muestran cómo la lógica surge de un proceso de abstracción basado en ciertas regularidades que son observadas; este proceso cognitivo debió ser analizado con el grupo en busca de

una conciencia y una experiencia estética que los hiciera conscientes de los procesos cognitivos y cognoscitivos que estaban movilizando por medio de sus apreciaciones en relación con el relato. En el segundo grupo se produjo un desequilibrio estético superior al del primero. A pesar de que los futuros licenciados en matemáticas esperaban encontrar la 'verdad del relato', el preguntario aplazó sus certezas, impulsándolos a lanzar nuevas hipótesis y decantarlas con la búsqueda bibliográfica. Asimismo, la construcción de un texto, apoyado en sus saberes disciplinares (¿en qué consiste la flotación de los cuerpos?) y didáctico (¿cómo enseñar dicho concepto?), les mostró que el diálogo entre la lógica y la matemática con otras expresiones artísticas, como el texto de ficción, es un detonador abductivo de su razonabilidad estética.

Referencias

- Abarca, R. (2004). *Introducción a la lógica*. Recuperado el 10 de diciembre de 2013 de <http://es.scribd.com/doc/18028109/Abarca-Ramon-Introduccion-a-La-Logica>
- Agudelo, M. (1964). *Lógica y metafísica*. Medellín: Granamérica.
- Alsina, C. (2006). *La matemática hermosa se enseña con el corazón*. Recuperado de https://ea.upc.edu/ca/matematicas-s2...alsina/matematica_hermosa.pdf
- Aristóteles. (1982). *Tratados de lógica (Órganon)* (Tomo I). Madrid: Gredos.
- Aristóteles. (1995). *Tratados de lógica (Órganon)* (Tomo II). Madrid: Gredos.
- Arrigo, G. et al. (2011) *Infinitos; historia, filosofía y didáctica del infinito matemático*. Bogotá: Magisterio.
- Bacon, F. (1620). *Novum Organum*. Recuperado el 13 de enero de 2014 de <http://es.scribd.com/doc/52115226/Francis-Bacon-Novum-organum-completo>
- Barrena, S. (1999). Perfil biográfico de Charles S. Peirce (1839-1914). Recuperado de <http://www.unav.es/gep/bio-peirce.html>
- Barrena, S. (2003). *La creatividad en Charles S. Peirce: abducción y razonabilidad*. (tesis doctoral). Universidad de Navarra, Pamplona.
- Barrena, S. (2006). *La creatividad en Charles S. Peirce*. Recuperado el 20 de enero de 2010 de <http://www.unav.es/gep/ArticulosOnLineEspaol.html>
- Barrena, S. (2007). *La razón creativa; crecimiento y finalidad del ser humano según C. S. Peirce*. Madrid: Rialp.
- Barrena, S. (2007). *Peirce. La lógica considerada desde la semiótica*. Madrid: Biblioteca Nueva.
- Barthès, R. (1977). *Análisis estructural del relato*. Buenos Aires: Tiempo Contemporáneo.
- Barthès, R. (1985). *La aventura semiológica*. Barcelona: Paidós.
- Barthès, R. (2009). *El susurro del lenguaje. Más allá de la palabra y de la escritura*. Barcelona: Paidós.
- Bell, E. (1949). *Historia de las matemáticas*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Bell, E. (2004). *Los grandes matemáticos*. Recuperado el 20 de septiembre de 2012 de <http://www.librosmaravillosos.com/grandesmatematicos>
- Bergson, H. (1907). *La evolución creadora* (traducción de José Antonio Míguez). Madrid: Aguilar.
- Bergson, H. (1977). *Memoria y vida*. Madrid: Alianza.
- Bochenski, I. (1965). *La filosofía actual*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Bochenski, I. (1976). *Compendio de lógica matemática*. Madrid: Paraninfo.
- Boehner, P. (2007). *Lógica medieval; un bosquejo de su desarrollo de 1250 a 1400*. México: Universidad Iberoamericana.
- Bonnin, F. (1982). *El concepto de la lógica a lo largo de la historia de la filosofía*. Recuperado el 2 de enero de 2014 de <http://redined.mecd.gob.es/xmlui/handle/11162/72958>
- Bunge, M. (2005). *Intuición y razón*. Buenos Aires: Debolsillo.
- Cohen, M. (1995). *Introducción a la lógica*. México: Fondo de la Cultura Económica.
- Collantes, C. (2000). *La lógica estoica y megárica*. Seminario Urotava de Historia de la Ciencia, Año VII. En: Ciencia y cultura en la Grecia Antigua, Clásica y Helenística. Actas, años VI y VII.
- De Gortari, E. (1972). *Lógica general*. México: Grijalbo.
- De Ponte, M. (2006). *Realismo y entidades abstractas. Los problemas del conocimiento en matemáticas*. Universidad de la Laguna, Tenerife. (Tesis doctoral).

- Recuperado de <ftp://tesis.bbtk.ull.es/ccssyhum/cs225.pdf>
- Descartes, R. (1996). *Reglas para la dirección del espíritu*. Madrid: Alianza Editorial.
- Dewey, J. (2008). *El arte como experiencia*. Barcelona: Paidós.
- Eco, U. (1992). *Los límites de la interpretación*. México: Lumen.
- Farina, C. (2006). *Arte, cuerpo y subjetividad. Estética de la formación y pedagogía de las afecciones*. Recuperado de http://fuentesmemoria.fahce.unlp.edu.ar_revistas
- Ferrater, J. (1964). *Diccionario de filosofía*. Buenos Aires: Sudamericana.
- Ferrater, J. (1965). *Qué es la lógica*. Buenos Aires: Columba.
- Flórez, A. (1994). *Guillermo de Ockham y su obra*. Santafé de Bogotá: Norma.
- Gadamer, H. (2004). *Verdad y método* (2 tomos). Salamanca: Sígueme.
- Galeano, M. (2004). *Estrategias de investigación social cualitativa: el giro en la mirada*. Medellín: La Carreta Editores EU.
- Gödel, K. (1981). *Obras completas*. Madrid: Alianza Editorial.
- Goleman, D. (1996). *Inteligencia emocional*. Barcelona: Kairós.
- Gómez, I. (2000). *Matemática emocional. Los afectos en el aprendizaje matemático*. Madrid: Narcea.
- González, E. (1999). *Corrientes pedagógicas contemporáneas*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- González, E. (2006). *Sobre la hermenéutica, o sobre las múltiples lecturas de lo real*. Medellín: Universidad de Medellín.
- González, E. (2011). El retorno a la traducción o nuevamente sobre la historia del concepto de hermenéutica. *Opinión Jurídica*, 10(19), 41-60.
- González, E. (2011). Sobre la experiencia hermenéutica o acerca de otra posibilidad para la construcción del conocimiento. *Discusiones Filosóficas*, 18, 125145.
- González, E. (2012). *A propósito de cómo se forman los conceptos desde una perspectiva hermenéutica o sobre el transcurrir de las palabras en el mundo de la vida*. Documento trabajado en el curso complementario del Doctorado en Didáctica de la Educación Superior, Universidad de Antioquia.
- Grabmann, M. (1928). *Historia de la filosofía medieval* (traducción de Salvador Mingujón). Buenos Aires: Labor.
- Haak, S. (1977). *Dos falibilistas en busca de la verdad*. Recuperado de <http://www.unav.es/gep/AF69/AF69Haack.html>
- Halton, E. (s.f.). Charles Sanders Peirce (1839-1914): a brief outline of his philosophy. Recuperado de <http://www.nd.edu/~ehalton/Peirce.htm>
- Harada, E. (2005). El cuasi-empirismo en la filosofía de las matemáticas. *Elementos: Ciencia y Cultura*, 12(05). Recuperado de <http://www.elementos.buap.mx/num59/pdf/Elem59.pdf>
- Hernández, Ó. (2002). El convencionalismo en Pierre Duhem y Henri Poincaré. *Revista de Filosofía de la Universidad de Costa Rica* 40(100), 53-62. Recuperado de <http://inif.ucr.ac.cr/recursos/docs/Revista%20de%20Filosof%C3%ADa%20UCR/Vol.%20XL/No.100/El%20convencionalismo%20en%20Pierre%20Duhem%20y%20Henri%20Poincare.pdf>
- Jauss, H. (2002). *Pequeña apología de la experiencia estética*. Barcelona: Paidós.
- Kant, I. (2005). *Crítica de la razón pura*. Madrid: Taurus.
- Kneale, W. & Kneale, M. (1972). *El desarrollo de la lógica*. Madrid: Tecnos.
- Larrosa, J. (2007). *Literatura, experiencia y formación; una entrevista con Jorge Larrosa*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Larrosa, J. (2003). *Experiencia de la lectura*. Barcelona: FCE.
- Leibniz, G. (1994). *Correspondencia filosófica. Cuadernos de Anuario Filosófico*. Recuperado el 12 abril de 2013, de <http://dspace.unav.es/dspace/>
- López, C. (2005). *La enseñanza de la lógica en el primer tercio del s. XVIII en el Colegio de S. Pablo de Granada según el manuscrito de Súmulas de P. Blas de Salas*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.
- Mancuso, H. (2005). *Palabra viva. Teoría textual y discursiva de Michail M. Bachtin*. Buenos Aires: Paidós.
- Marafioti, R. (2010). *Charles S. Peirce: El éxtasis de los signos*. Buenos Aires: Biblos.
- Martínez, C. (1990). *Origen y fundamento filosófico del intuicionismo*. Recuperado de <http://dspace.usc.es/bitstream/>
- Mazzitelli, C.; Maturano, C.; Núñez, G. y Pereira, R. (2005). Identificación de dificultades conceptuales y procedimentales de alumnos y docentes de Egb sobre

- la flotación de los cuerpos. En *Eureka*. Recuperado de www.redalyc.uaemex.mx
- Mir Sabaté, F. (2011). La polémica intuicionismo-formalismo en los años 20. Principio de tercio excluso. *Cuaderno de Materiales*, (23), 557-574.
- Montesinos, J. (1999). El intuicionismo: J. Brouwer, H. Weyl. En *Encuentros: La ciencia en el siglo XX*, Actas del IV congreso de la Sociedad de Lógica, Metodología y Filosofía de la Ciencia en España. Valladolid, 3-6 de noviembre, 2004. Recuperado de http://www.solofici.org/sites/default/files/actas_iv_congreso_slmfce.pdf
- Moreno, M. (2012). *Fundamentación de una estrategia didáctica basada en la teoría de la abducción, la hermenéutica y el diálogo de saberes para la formación de profesores investigadores en la educación básica, media y superior*. Tesis para optar al título de Doctora en Educación. Medellín: Universidad de Antioquia, Facultad de Educación, Centro de Documentación.
- Morente, M. & Bengoechea, J. (1947). *Fundamentos de filosofía e historia de los sistemas filosóficos*. Madrid: Espasa Calpe.
- Morin, E. (1994). *Introducción al pensamiento complejo*. Barcelona: Gedisa.
- Morin, E. (2011). *La vía para el futuro de la humanidad*. Barcelona: Paidós.
- Muñoz, V. (1979). *Consideraciones sobre la lógica y su historia*. Recuperado el 12 de septiembre de 2012 de www.fgbueno.es
- Newman, J. (1968). *Sigma. El mundo de las matemáticas* (tomo 1). Barcelona: Grijalbo.
- Not, L. (1989). *La enseñanza dialogante. Hacia una educación en segunda persona*. Barcelona: Herder.
- Nubiola, J. (1998). *Walker Percy y Charles S. Peirce: abducción y lenguaje*. Recuperado el 8 de diciembre de 2012 de <http://www.unav.es/gep/AN/Nubiola.html>
- Nubiola, J. (2008). *Charles S. Peirce y Richard Rorty: Pragmatismos y razonabilidad*. Recuperado el 10 de agosto de 2013 de http://www.unav.es/users/pub_cienti.html#lib
- O'Connor, J. & Robertson, F. (2003). *Jules Henri Poincaré*. Recuperado el 10 de diciembre de 2012 de <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Poincare.html>
- Oostra, A. (2009). La matemática intuicionista y sus conexiones con el pensamiento de Peirce. En A. Oostra y F. Zalamea (eds.). *Cuadernos de sistemática peirceana I*. Bogotá: Nomos.
- Pareja, D. (2008). *Aproximación a epistemología de las matemáticas*. Recuperado de <http://www.matematicasyfilosofiaenlaula.info>
- Peirce, C. (1908). *Un argumento olvidado en favor de la realidad de Dios* (traducido por Sara Barrena, 1996 de *A neglected argument for the reality of God*). Pamplona, Universidad de Navarra.
- Peirce, C. (1968a). *Escritos escogidos*. Madrid: Alianza Universidad.
- Peirce, C. (1968a). La esencia de la matemática. En Newman, J. (coord). *Sigma, el mundo de las matemáticas* (pp. 155-171). Barcelona: Grijalbo.
- Peirce, Ch. (1902). *¿Por Qué Estudiar Lógica?* (Trad. por José Vericat, 1988). Recuperado de <http://www.unav.es/gep/WhyStudyLogic.html>
- Peirce, C. (1970). *Deducción, inducción e hipótesis* (traducción Juan Martín Ruíz Werner). Argentina: Aguilar.
- Peirce, C. (1974). *La ciencia de la semiótica*. Buenos Aires: Nueva Visión.
- Peirce, C. (1987). *Obra lógico-semiótica*. Madrid: Taurus.
- Peirce, C. (2008). *El pragmatismo*. Madrid: Encuentro.
- Peirce, C. (2010). *El amor evolutivo y otros ensayos sobre ciencia y religión*. Barcelona: Marbot.
- Peirce, C. (2012). *Obra filosófica reunida*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Platón. (1871). *Obras completas*; (edición de Patricio Azcárate, tomo 4). Madrid: Medina y Navarro Editores.
- Poincaré, H. (1909/2002). Le libre examen en matière scientifique. En L. Rollet (ed.). *L'opportunisme scientifique*. Basilea, Suiza: Birkhäuser.
- Poincaré, H. (1948). *La valeur de la science*. París: Flammarion.
- Poincaré, H. (1997). *Sobre la ciencia y su método*. Barcelona: Círculo de Lectores.
- Popper, K. (1980). *La lógica de la investigación científica*. Madrid: Tecnos.
- Putnam, H. (1982). Peirce the Logician. En *Historia Mathematica*, núm. 9. Recuperado de <http://www.jfsowa.com/peirce/putnam.htm>
- Quine, W. (1995). Peirce's Logic. En *Peirce and Contemporary Thought. Philosophical Inquiries*. Nueva York: Fordham University Press.

- Robles, J. (1995). Historia de la lógica. En Alchourrón y otros (ed.). *Lógica*. Madrid: Tecnos.
- Russell, B. (2001). *Autobiografía*. Barcelona: Edhasa.
- Russell, B. (1999). *Misticismo y lógica*. Barcelona: Círculo de Lectores.
- Sequera, E. C. (2003). Creatividad y desarrollo profesional docente en matemáticas para la educación primaria (tesis doctoral). Universidad de Barcelona.
- Uribe, E. (1995). *Aspectos filosóficos de la lógica intuicionista (construcción semántica de un sistema pseudointuicionista)* (tesis de maestría). México: Universidad Autónoma Metropolitana.
- Vaughan, N. (2009). *Burleigh y Ockam: Sobre las consecuencias*. Bogotá: Uniandes.
- Velarde, J. (1989). *Historia de la lógica*. Asturias: Lidergraf.
- Von Wright, G. (1970). *Ensayo de lógica modal*. Buenos Aires: Santiago Rueda.

How to reference this article: Henao Ciro, R. D. & Moreno Torres, M. (2015). Aproximación histórica al concepto de lógica: avances parciales de una investigación que promueve la experiencia estética de maestros de matemáticas y literatura en formación. *Íkala, Revista de Lenguaje y Cultura*, 20(2), 223-244. doi: 10.17533/udea.ikala.v20n2a06