

**Comprensión de información presentada en tablas y gráficas
estadísticas desde la EpC**

**DAVID FERNANDO MÉNDEZ VARGAS
LEONARDO VARGAS DELGADO**

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA
MEDELLÍN
2013

Comprensión de información presentada en tablas y gráficas estadísticas desde la EpC

Este trabajo forma parte del programa de Maestría en Educación, en la línea de Educación Matemática, de la Universidad de Antioquia.

**DAVID FERNANDO MÉNDEZ VARGAS
LEONARDO VARGAS DELGADO**

Proyecto de grado para optar al título de Magister en Educación, con énfasis en Docencia de las Matemáticas.

Asesores

Dr. PEDRO VICENTE ESTEBAN DUARTE
Mg. PAULA ANDREA RENDÓN MESA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA
FACULTAD DE EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE EDUCACIÓN AVANZADA
MEDELLÍN
2013

“A mi familia.”
David Méndez Vargas

*“A Dios, por ser la fuente de la sabiduría,
A mis padres, por ser ejemplo e inspiración de mis sueños,
Y en especial a mi esposa Belkys, por su apoyo incondicional, paciencia
y ánimo permanente.”*
Leonardo Vargas Delgado.

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Índice general

Agradecimientos	XI
Resumen	XIII
1. Antecedentes, justificación y planteamiento del problema	1
1.1. Antecedentes	1
1.1.1. La Estadística a través de la historia	2
1.1.2. Investigación actuales en Educación Estadística	6
A nivel nacional	6
A nivel internacional	8
1.2. Justificación	11
1.3. Fundamentos teóricos sobre la comprensión	13
1.3.1. Modelo de Pirie y Kieren	13
1.3.2. El Modelo Educativo de van Hiele	20
1.3.3. La Enseñanza para la Comprensión	25
1.4. Pregunta de Investigación	32
1.5. Objeto de investigación	33
1.6. Objetivos	33
1.6.1. General	33
1.6.2. Específicos	33
2. Referentes teóricos	35
2.1. La cultura estadística	35
2.1.1. Componentes de la cultura estadística	37
2.1.2. Los gráficos estadísticos	40
Clasificación de los gráficos	41
2.2. Enseñanza para la Comprensión	45
2.2.1. Dimensiones de la comprensión	46
2.2.2. Elementos de la comprensión	47
Hilo conductor o metas de comprensión abarcadoras	47
Tópicos generativos	47

Desempeños de comprensión y sus fases	47
Valoración continua y evaluación final	48
2.2.3. Niveles de comprensión	49
3. Diseño metodológico	51
3.1. Enfoque Metodológico	51
3.2. Contexto y participantes	52
3.3. Propuesta metodológica	53
Hilo conductor	53
Tópicos generativos	54
Metas de comprensión	55
Desempeños de comprensión	56
3.3.1. Valoración continua	57
3.4. Instrumentos metodológicos	58
3.4.1. Organizador de unidad	58
3.4.2. Guía de actividades	59
3.4.3. Matrices de evaluación	59
4. Implementación de la propuesta	67
4.1. Implementación de la guía de actividades	67
4.1.1. Actividades de la fase de exploración	68
Actividad 1. La Estadística en la historia	69
Actividad 2. Explorando diversos usos de la estadística	73
Actividad 3. Entrevistando a profesionales	76
4.1.2. Actividades de la fase de investigación guiada	79
Actividad 1. A preguntas iguales, respuestas distintas	79
Actividad 2. Información aportada por los datos	82
Actividad 3. Mejor organización, mejor comprensión	83
Actividad 4. Construyo gráficas	86
Actividad 5. Así distribuyo mi tiempo	88
Actividad 6. ¿Cómo gastan mis compañeros el dinero?	91
Actividad 7. Interpreto porcentajes	93
Actividad 8. Comprensión de una gráfica lineal	94
4.1.3. Actividades de la fase del proyecto final de síntesis	96
Actividad 1. Nuestra realidad académica	97
Actividad 2. Averigüemos por lo que nos gusta	99
5. Análisis y conclusiones	111
5.1. Análisis de la información	111
5.1.1. Análisis de la dimensión de contenido	112
Conceptualización de gráficas estadísticas	112

Naturaleza de los datos	115
5.1.2. Análisis de la dimensión de métodos	118
Construcción de tablas	118
Construcción de gráficos	120
Relación entre algoritmo y la heurística de los datos	122
5.1.3. Análisis de la dimensión de praxis	124
Exploración de situaciones contextuales	124
Uso de tablas y gráficos en diferentes contextos	127
5.1.4. Análisis de la dimensión de formas de comunicación	129
Manejo del lenguaje estadístico	129
Interacción con los diversos agentes	130
5.2. Matrices de niveles de comprensión	131
5.3. Conclusiones	132
5.4. Divulgación del trabajo de investigación.	135
5.4.1. Artículos.	135
5.4.2. Ponencias	136
5.5. Futuras líneas de investigación	137
A. Publicaciones	139
B. Organizador de unidad	143
B.1. Hilo conductor	143
B.2. Tópicos generativos	143
B.3. Criterios para el tópico generativos	143
B.4. Tabla para análisis de los elemento de la EpC	144
C. Guía de actividades	147
C.1. Hilo conductor	147
C.2. Actividades de la fase de exploración	147
Actividad No. 1: La Estadística en la historia	147
Actividad No. 2: Explora diversos usos de la Estadística	148
Actividad No. 3: Galería de gráficos	148
Actividad No. 4: Entrevistando profesionales	149
C.3. Actividades de la fase de Investigación Guiada	150
Actividad No. 1: Información aportada por los datos	150
Actividad No. 2: A preguntas iguales, respuestas diferentes	151
Actividad No. 3: Mejor organización, mejor comprensión	152
Actividad No. 4: Construyo gráficas	155
Actividad No. 5: Así distribuyo mi tiempo	156
Actividad No. 6: Interpreto mi tiempo	156
Actividad No. 7: Interpreto porcentajes	157

Actividad No. 8: Gráfica lineal	160
Actividad No. 9: Nuestra realidad académica	161
Actividad No. 10: El dinero de mi grupo	161
C.4. Actividades del proyecto final de síntesis	162
Actividad No. 1: Averigüemos por lo que nos gusta	162

Índice de figuras

1.1. Registro del movimiento de los astros.	2
1.2. Diagrama de barras del comercio exterior de Escocia.	4
1.3. Gráfico circular de la población de distintas capitales europeas.	5
2.1. Uso de la Estadística en periódicos.	37
2.2. Elementos de un gráfico estadístico.	42
2.3. Ejemplo de gráfico de barras.	43
2.4. Ejemplo de gráfico circular	44
2.5. Ejemplo de gráfico de líneas.	44
2.6. Estructuración de la Enseñanza para la Comprensión.	50
4.1. Presentación del video “Estadística para niños de grado sexto”.	69
4.2. Respuesta de Andrés.	70
4.3. Respuesta de María.	70
4.4. Respuesta de Santiago.	70
4.5. Respuesta de Andrés.	71
4.6. Respuesta de María.	71
4.7. Respuesta de Santiago.	71
4.8. Respuesta de Andrés.	71
4.9. Respuesta de María.	72
4.10. Respuesta de Santiago.	72
4.11. Respuesta de Andrés.	72
4.12. Respuesta de María.	72
4.13. Respuesta de Santiago.	72
4.14. Exploración de la Estadística en la galería de gráficos.	73
4.15. Respuesta de Andrés.	74
4.16. Respuesta de María.	74
4.17. Respuesta de Santiago.	74
4.18. Respuesta de Andrés	74
4.19. Respuesta de María.	75
4.20. Respuesta de Santiago.	75

4.21. Respuesta de Andrés.	75
4.22. Respuesta de María.	75
4.23. Respuesta de Santiago.	76
4.24. Preguntas elaboradas por Andrés.	76
4.25. Preguntas elaboradas por María.	77
4.26. Preguntas elaboradas por Santiago.	77
4.27. Conclusión de María.	78
4.28. Conclusión de Andrés.	78
4.29. Conclusión de Santiago.	78
4.30. Indagación de características de los compañeros.	79
4.31. Tabla diligenciada por María.	80
4.32. Clasificación realizada por María.	80
4.33. Tabla y clasificación de Andrés.	81
4.34. Respuesta de Andrés.	82
4.35. Respuesta de María.	82
4.36. Respuesta de Santiago.	83
4.37. Respuesta de Andrés.	84
4.38. Respuesta de Santiago.	85
4.39. Diagrama de barras de Andrés.	86
4.40. Diagrama de barras de Santiago.	87
4.41. Tabla construida por Andrés.	88
4.42. Gráfico construido por Andrés.	89
4.43. Respuesta Andrés.	89
4.44. Tabla construida por María.	90
4.45. Respuesta María.	90
4.46. Tabla construida por Andrés.	91
4.47. Respuesta de Andrés.	92
4.48. Respuesta de María.	93
4.49. Respuesta de María.	93
4.50. Temperatura en un día en Bogotá.	94
4.51. Respuesta de Santiago.	95
4.52. Respuesta de María.	95
4.53. Respuesta de Andrés.	96
4.54. Consolidado de notas.	97
4.55. Tabulaciones de Santiago.	98
4.56. Gráfico de Santiago.	99
4.57. Respuestas de Santiago.	100
4.58. Aplicación de Santiago.	101
4.59. Tabla de frecuencia de Santiago.	102
4.60. Gráfico de barras de Santiago.	103
4.61. Gráfico lineal de Santiago.	103

4.62. Preguntas de análisis de Santiago.	104
4.63. Construcción de la tabla de frecuencia de María.	105
4.64. Construcción del gráfico de María.	106
4.65. Análisis de María.	107
4.66. Construcción de la tabla de frecuencia Andrés.	107
4.67. Construcción del gráfico de Andrés.	108
4.68. Análisis de Andrés.	109
5.1. Respuesta de Andrés.	113
5.2. Respuesta de Andrés en la actividad 1(g).	113
5.3. Respuesta de María en la actividad 2(i).	113
5.4. Respuesta de María en la actividad 2(g).	114
5.5. Respuesta de Andrés en actividad 2.	114
5.6. Respuesta de Andrés.	115
5.7. Respuesta de Andrés.	115
5.8. Respuesta de Andrés.	116
5.9. Respuesta de María.	116
5.10. Respuesta de María.	117
5.11. Respuesta de Santiago en la actividad 2(2b).	117
5.12. Respuesta de Santiago.	117
5.13. Respuesta de María en la actividad 4.	119
5.14. Respuesta de Santiago en la actividad 7.1.	120
5.15. Respuesta de Andrés en la actividad 7.1.	121
5.16. Respuesta de Andrés.	123
5.17. Respuesta de María en la actividad 8.	124
5.18. Respuesta de Andrés.	125
5.19. Respuesta de María en la actividad2(j).	126
5.20. Respuesta de Santiago en la actividad Final de síntesis.	127
A.1. Artículo publicado en memorias de evento.	140
A.2. Artículo publicado en memorias de evento.	141
A.3. Artículo publicado en memorias de evento.	142
C.1. Diagrama de barras	155
C.2. Diagramas circulares	157
C.3. Gráfica circular	158
C.4. Gráfica circular	158
C.5. Gráfica circular	159
C.6. Gráfica lineal 5	160

Índice de cuadros

1.1. Estratos de conocimiento según Piere y Kiere.	19
1.2. Niveles de razonamiento de Van Hiele	23
1.3. Fases de aprendizaje de Van Hiele	25
1.4. Cuadro resumen de los marcos teóricos para la comprensión.	31
3.1. Matriz de evaluación dimensión de contenido.	62
3.2. Matriz de evaluación dimensión de método.	63
3.3. Matriz de evaluación dimensión de praxis.	64
3.4. Matriz de evaluación dimensión de formas de comunicación.	65
4.1. Actividades desarrolladas en los desempeños de comprensión.	68
5.1. Niveles de comprensión referidos a los contenidos.	131
5.2. Niveles de comprensión referidos a los métodos.	131
5.3. Niveles de comprensión referidos a la praxis.	132
5.4. Niveles de comprensión referidos a las formas de comunicación.	132
B.1. Análisis de los elementos de la EpC	145
C.1. Tabla para el reconocimiento de datos de compañeros	151
C.2. Tabla de las edades del grupo.	152
C.3. Tabla de los meses de nacimiento.	153
C.4. Tabla del número de hermanos.	154
C.5. Tabla del deporte favorito.	155
C.6. Distribución del tiempo.	156

Agradecimientos

Este trabajo de investigación, implicó un esfuerzo muy grande en nuestras vidas, pero al mismo tiempo, un logro en nuestra formación profesional y académica. Esfuerzo y logro que fueron posibles gracias a Dios y a un conjunto de seres maravillosos, es por ello que hoy expresamos nuestra gratitud de manera especial a:

Paula Andrea Rendón Mesa, nuestra asesora quien con su dedicación y conocimiento hizo posible que este trabajo de investigación se pudiera llevar a cabo.

A los estudiantes participantes de la experiencia, quienes con su talento, capacidad creativa y motivación, hicieron posible la implementación de las estrategias.

A la Universidad de Antioquia, que a través del grupo de investigación Educación Matemática e Historia (Udea-EAFIT), apoyaron incansablemente el trabajo realizado.

A todos los docentes formadores del programa de Maestría, en especial a los Doctores Carlos Mario Jaramillo López y Pedro Vicente Esteban Duarte, directores del grupo de investigación, quienes con su acompañamiento continuo, permitieron que aún en los momentos más difíciles, siguiéramos adelante y perseveráramos.

A nuestras familias, quienes por largas horas soportaron nuestra ausencia, y gracias a su amor, paciencia y comprensión nos ayudaron a lograr esta meta.

Resumen

Una gran parte de la información que hoy invade la vida cotidiana, es publicada por los diferentes medios de comunicación, utilizando la Estadística, lo cual pone de manifiesto la necesidad de fomentar una cultura estadística en nuestra sociedad, de tal manera que se pueda comprender y evaluar críticamente la información: Por tal razón, con esta investigación se pretende describir y analizar la comprensión de información presentada mediante tablas y gráficas estadísticas, en estudiantes del grado 5° de Básica Primaria, del Colegio Americano de Apartadó, mediante el modelo de la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Esta investigación es desarrollada bajo un enfoque cualitativo, inmerso en lo descriptivo-interpretativo, es decir, en la explicación de procesos y la comprensión de la información.

Para ello se diseñaron herramientas metodológicas como: organizador de unidad y guía de actividades a partir de criterios definidos por la EpC, los cuales permitieron una relación directa con el objeto de estudio y la recolección de información, esta última se desarrolló en tres momentos denominados: *fase de exploración*, *fase de investigación guiada* y *fase del proyecto final de síntesis*. Este conjunto de actividades parte de las ideas previas que tienen los estudiantes y busca orientarlos, hacia nuevos conceptos, procedimientos o aplicaciones, de tal manera que logren avances en cada una de estas.

Para el análisis de la información recolectada, se diseñaron matrices de evaluación, las cuales facilitaron la descripción de los procesos desarrollados, en cada uno de las dimensiones de la comprensión: contenido, método, praxis y formas de comunicación, y así poder clasificar a los participantes en los diferentes niveles de la EpC, posibilitando una retroalimentación continua y permanente de las fortalezas, avances y debilidades del proceso comprensión.

Capítulo 1

Antecedentes, justificación y planteamiento del problema

EN este capítulo se presentan los antecedentes de la investigación, a través de una mirada a la historia de la Estadística y algunas investigaciones en Educación Matemática, relacionadas con con la comprensión de información presentadas en gráficas estadísticas. Además, se exponen algunos de los argumentos que justifican este trabajo.

Se considera lo estipulado en la legislación educativa colombiana, en los Lineamientos Curriculares y en los Estándares Básicos para la Educación Matemática, con relación al pensamiento estadístico y sistemas de datos.

Al mismo tiempo se exponen las características generales de tres marcos teóricos sobre la comprensión: Modelo de Pirie y Kieren, Modelo Educativo de Van Hiele y Enseñanza para la Comprensión (EpC), que se consideran como alternativas metodológicas para acotar el problema y los objetivos de la investigación, posibilitando la selección de uno de estos para abordar el problema.

1.1. Antecedentes

Los antecedentes del presente trabajo se encuentran estructurados en dos partes: la primera es una reseña acerca del surgimiento de la Estadística y su evolución a través de la historia y, en la segunda se exponen los aportes de algunas investigaciones en Educación Estadística, que sirvieron de punto de partida para el desarrollo del presente trabajo de investigación.

1.1.1. La Estadística a través de la historia

El surgimiento y consolidación de la Estadística como disciplina científica, ha sido inherente a la organización y transformación de la sociedad humana. Desde épocas prehistóricas y en la antigüedad clásica, el hombre ha tenido la necesidad representar en distintas formas lo que hace y lo que tiene. En el inicio de la civilización existieron formas sencillas para tal fin, como evidencia de esto se encontró que utilizaban representaciones gráficas y otros símbolos en pieles de animales, en rocas, en palos de madera, en paredes de cuevas, en huesos, en tablillas de arcilla, entre otras. Esto lo realizaban para contar el número de personas y bienes que tenían (Valdes, 1998). Todo esto se evidencia en numerosos registros que, paulatinamente, han alcanzado un grado de sofisticación y desarrollo, que dieron origen a métodos y técnicas para recolectar, sistematizar, representar y analizar datos, que de cierta forma, se convirtieron en las bases de lo que conocemos en la actualidad como Estadística.

Según Plackett, R. (1970), los registros de los babilónicos se constituyeron en una importante fuente de información para civilizaciones posteriores, ayudando a resolver un problema de estimación, mediante el cálculo de la suma total de las observaciones y dividiéndolo por el número de datos. Esta civilización, se consideró influyente en la astronomía, por la dedicación que tenían en tabular los movimientos de estrellas y planetas en tablillas de arcilla.



Figura 1.1: Registro del movimiento de los astros.

En la isla Cerdeña, ubicada en Italia, existen monumentos prehistóricos pertenecientes a los Nuragas. Estos monumentos constan de bloques de basalto superpuestos sin mortero y en cuyas paredes se encontraron grabados toscos signos, que han sido interpretados con mucha verosimilitud, como muescas que servían para llevar la cuenta del ganado y la caza (Gil, A., 2010). En ellos se muestra la época en que más ganado nacía y el mejor período para la cacería. Poco a poco, conforme fue evolucionando la sociedad, estos hechos fueron más frecuentes y menos inciertos.

De acuerdo con Muñoz (2004), en la edad antigua los romanos, fueron quienes mejor emplearon los recursos de la Estadística, pues a ellos se les considera los maestros de la organización política. Cada cinco años realizaban un censo de la población, sus funcionarios públicos tenían la obligación de anotar nacimientos, defunciones y matrimonios, sin olvidar los recuentos del ganado y de las riquezas contenidas en las tierras conquistadas. Básicamente, necesitaban saber cuál era la tendencia de los datos y los comportamientos de estos. Esta información les permitía tomar algunas decisiones de tipo político, económico y social en el Imperio.

De acuerdo con las investigaciones realizadas por Collette, J. (1985), alrededor de los años 580 – 490 a. C. los pitagóricos realizaron una teoría aritmética, la cual consiste en calcular valores medios o promedios de una serie de números, distinguiendo tres casos: la media aritmética, la media geométrica y la media armónica. Se dice que, tomándola prestada de los babilónicos, introdujeron en Grecia la proporción más perfecta: $\frac{a}{\frac{a+b}{2}} = \frac{b}{\frac{a+b}{2}}$ Dónde: $\frac{a+b}{2}$ es la media aritmética de a y b y $\frac{2a}{a+b}$ es la media armónica de a y b .

Newman, J. (1968), en su estudio indica que en los siglos XVI y XVII cuando las tempestades causaban pérdidas de bienes por el mal tiempo, estas tenían que ser pagadas, mediante un acuerdo de todos los que tenían mercancía, en el mismo buque de una forma proporcional. El daño causado por estas tormentas al cargamento se le conocía como *havaría* y la palabra llegó a aplicarse, naturalmente, al dinero que cada individuo tenía que pagar como compensación. De esta palabra latina se deriva *avarage* que se traduce al castellano como *promedio*.

Friendly, M. (2007), describe que en el siglo XVII también se realizaron trabajos estadísticos con fines comerciales, tales como el establecimiento de primas de seguros, que se basan en las tablas de vida iniciadas por Jan de Witt, hacia 1671. Aproximadamente, al mismo tiempo surge la teoría de la probabilidad, la cual junto con la idea de coordenadas es aplicada por Christian Huygens en 1669, para construir el primer gráfico de una distribución continua. A finales de ese mismo siglo los elementos para el desarrollo de los métodos gráficos estaban disponibles: datos reales de interés, una teoría para darles sentido a los gráficos y algunas ideas sobre visualización.

Según Friendly, M. (2007) el primer uso de los datos estadísticos, para asuntos diferentes a la política, tuvo lugar en 1691 y estuvo a cargo de Gaspar Neumann, profesor alemán que vivía en Breslau. Este investigador se propuso desmontar la antigua creencia popular, según la cual, en los años terminados en siete morían más personas que en los restantes. Para poder lograrlo, se dedicó a escudriñar pacientemente los archivos parroquiales de la ciudad. Después de revisar miles de partidas de defunción, pudo demostrar que en tales años no fallecían más personas que en los demás, este número variaba e incluso encontró años en que estas cifras coincidían. Sus cálculos sirvieron de

base para las tablas de mortalidad que hoy utilizan las compañías de seguros.

Posteriormente, a mediados del siglo *XVII*, (Friendly, M., 2007) expone que los estudios del inglés Jhon Graunt, fueron inspirado por los aportes de Gaspar Neumann, sobre las tablas de mortalidad que, semanalmente, se editaban en las parroquias. Se dedicó a estudiar las muertes ocasionadas por accidentes, suicidios y enfermedades varias, logrando publicar un pequeño libro llamado *Natural and Political Observations Made upon the Bills of Mortality*, comenzando así la realización sistemática de estudios y recogida de datos sociales en varios países Europeos, bajo la denominación de “aritmética política” (el arte de razonar con cifras las cosas del Estado). Estos trabajos de Graunt, fueron continuados y ampliados por su amigo y discípulo William Petty, quien realizó investigaciones, que tenían como finalidad, informar al Estado sobre asuntos de salud pública, población, economía, agricultura, impuestos, entre otros.

El ingeniero y economista William Playfair fue pionero en el uso de los gráficos, introdujo el histograma, los gráficos de barras y líneas para analizar datos económicos del año 1786 y unos 10 años más tarde los gráficos de sectores. El primer gráfico de barras fue presentado por Playfair en 1786 (Figura 1.2) en su libro *Commercial and Political Atlas* y el primer gráfico de sectores en 1801 (Figura 1.3), en su libro *The Statistical Breviary*.

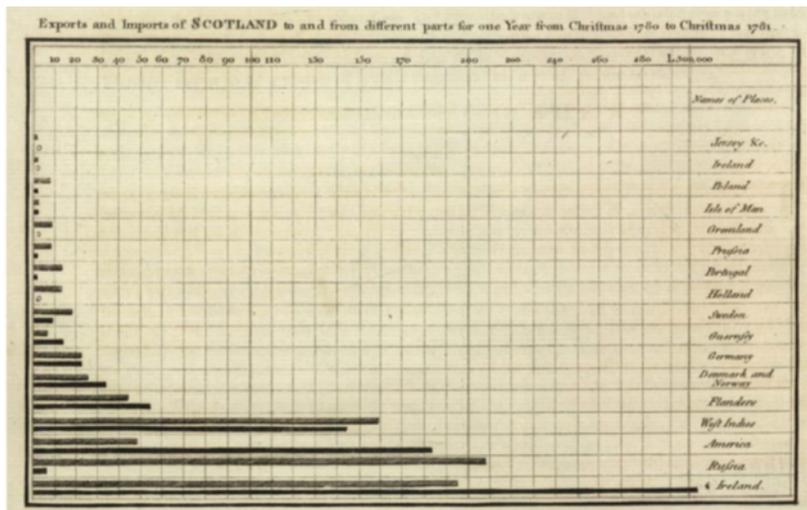


Figura 1.2: Diagrama de barras del comercio exterior de Escocia.

Con las innovaciones en el diseño y la tecnología en la primera mitad del siglo *XIX*, se generó un crecimiento en el desarrollo de “los gráficos de barras y sectores, histogramas, gráficos de líneas, series de tiempo, gráficos de contorno, diagramas de dispersión y otros perfeccionados en este periodo” a una velocidad no superada hasta la actualidad (Friendly, M., 2007).

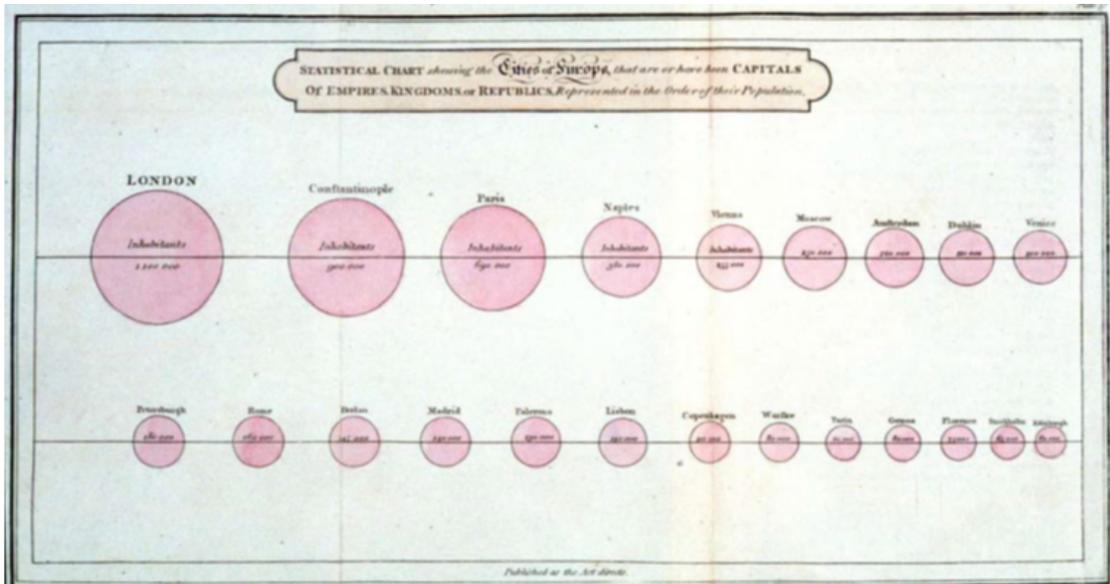


Figura 1.3: Gráfico circular de la población de distintas capitales europeas.

Wainer (1992) indica que Playfair logró desarrollar los fundamentos del diseño gráfico, para hacer la Estadística más intuitiva, en sustitución de las tablas con información numérica. Sin embargo, la aceptación de sus gráficos fue lenta, por la limitación de la técnica del momento, para reproducir gráficos y el costo que suponía la elaboración manual de los mismos.

Según Tufté, E. (1997), el resurgir actual de la representación de datos mediante las gráficas estadísticas se debió a los trabajos de Jhon Wilder Tukey (1915), que mediante su filosofía de análisis exploratorio de datos, defendió el uso de los gráficos como herramientas de análisis estadístico y no solo de representación de datos. Aunque utiliza gráficos tradicionales, inventa otros como el diagrama de tallo y hoja publicado en 1972 y descrito por completo en 1977 y los gráficos de caja en 1977 y diagramas de caras de Chernoff en 1973; los gráficos P-P, Q-Q, en 1968 y diagramas de puntos, entre otros.

En Francia, Jacques Bertin, alrededor 1980 publica su libro *Semiologie Graphique* que organiza los elementos visuales y perceptivos de los gráficos, de acuerdo con las características y relaciones en los datos. En paralelo, pero simultáneamente, otro trabajo gráfico importante es el realizado con los datos multivariantes por Jean-Paul Benzecri en 1932 que crea la escuela europea de “L’Analyse des Données”, que diseña métodos como el análisis de clúster y de correspondencias múltiples, para la visualización de datos complejos multivariantes.

Más recientemente, Cleveland, W. (1987) desarrolla nuevos métodos gráficos, como

la matriz de diagramas de dispersión, e impulsa los estudios metodológicos sobre su uso y el tipo de información que debe representarse en cada caso, tanto para visualizar los datos, como para ajustar un modelo. Se comienza a plantear la visualización de datos, pensando el gráfico como un medio visual para mostrar la información de tipo cuantitativa.

Para Arteaga, P. (2011), un factor crucial en toda la historia del desarrollo de los gráficos estadísticos ha sido la innovación tecnológica y la facilidad para producir gráficos en pocos instantes, permitiendo también construirlos de manera dinámica, que a diferencia de los gráficos tradicionales, pueden cambiar o transformarse, para brindar diferentes visiones de la estructura de los datos. En dichos gráficos, los cambios se ejecutan a partir de una acción directa sobre él y se producen instantáneamente en tiempo real.

Podemos resaltar cómo han crecido los tipos de gráficos y la evolución de su visión con respecto al papel de estos en la Estadística. A partir del trabajo de Tukey, J. (1977) los gráficos no son instrumentos didácticos de presentación, a otras personas, del resultado de un análisis hecho por algún otro método, sino que se convierten, en sí mismos, en un instrumento de análisis y descubrimiento.

La Estadística, como rama de las matemáticas ha alcanzado una relevancia considerable, que la convierte en la actualidad en una ciencia de sumo interés en las diferentes disciplinas del conocimiento. Las medidas de tendencia central le dan características propias a los datos y permiten comprender mejor el estudio realizado. Las tablas y los gráficos, por su parte, resumen la información y posibilitan visualizar el comportamiento del conjunto de datos y, a partir de aquí, obtener diversas conclusiones para tomar decisiones prácticas.

1.1.2. Investigación actuales en Educación Estadística

A continuación se presentan algunos apartes de iniciativas que, actualmente, orientan la enseñanza de la Estadística en Colombia y trabajos investigativos en el ámbito internacional que han contribuido al desarrollo de la Educación Estadística, los mismos que son referentes del presente trabajo.

A nivel nacional

Los Lineamientos Curriculares y estándares de Matemáticas, en los que se abordan el estudio de la Matemática desde cinco pensamientos: Numérico y Sistemas Numéricos; Espacial y Sistemas Geométricos; Métrico y Sistemas de Medidas; Aleatorio y Sistemas

de Datos; Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos, definen las directrices a nivel nacional para el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta área. Determinan lo que el estudiante debe estar en capacidad de saber y saber hacer en determinado nivel (Ministerio de Educación Nacional, 2006). Con relación al pensamiento Aleatorio y Sistemas de Datos, para los grados cuarto y quinto establece que el alumno debe estar en capacidad de:

- Representar datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Comparar diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Interpretar información presentada en tablas y gráficas. (Pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Conjeturar y poner a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
- Describir la manera como parecen distribuirse los distintos datos de un conjunto de ellos y la compara con la manera como se distribuyen en otros conjuntos de datos.
- Usar e interpretar la media (o promedio) y la mediana y la compara con lo que indican.
- Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos. (pag, 83)

Acorde con lo anterior, la educación debe vincularse con la realidad propia del estudiante. Desde este aspecto la Estadística se vuelve interesante, puesto que permite un contacto directo con la realidad. Los estudiantes pueden a partir de gráficos de barras, circulares, lineales, entre otros, interpretar su contexto de una forma más precisa.

Esto es posible, según Zapata (2011), en gran medida de cómo entienden los profesores los fenómenos estocásticos y cómo conciben la enseñanza de la estadística. Este proceso debe partir de una concepción no determinista, sino más bien tener en cuenta, que en los fenómenos estadísticos la variación es una característica esencial, razón por la cual es necesario que el docente que enseña estadística plantee estrategias didácticas y pedagógicas (conocimiento pedagógico disciplinar) que fomente en los estudiantes a interpretar, predecir, comparar, conjeturar, justificar, diseñar experimentos y proponer modelos alternativos en diversas situaciones.

En Colombia son pocas las investigaciones que indagan por la comprensión de tablas y gráficas en la educación básica primaria. En particular el estudio de la Estadística en las Instituciones Educativas del municipio de Apartadó se configura a partir de la malla curricular municipal, la cual contempla que se debe abordar un tópico cada periodo. En la práctica, encontramos que, las Instituciones, abordan estos contenidos en el último periodo, lo que genera, en muchos casos, que el estudio sea apresurado y superficial. Por otro lado, la experiencia indica que los profesores se centran en la parte procedimental, relacionada con la construcción de tablas de frecuencia y gráficos, dejando de lado la forma como la información es adquirida y la interpretación de los resultados obtenidos. A partir de la situación anterior se plantea la necesidad de fortalecer el estudio de la Estadística y específicamente la comprensión de tablas y gráficas en la educación primaria, especialmente en el grado quinto.

A nivel internacional

Debido a la importancia y utilidad de la Estadística, en la vida cotidiana, ha sido necesario que, los investigadores en educación, comiencen a realizar trabajos en el campo de la Educación Estadística, logrando en un corto tiempo, avances significativos y nuevos retos para esta área del conocimiento, como lo plantea Batanero, C. and Garfield, J. and Ottaviani, M. y Truran, J. (2000). A continuación se exponen algunas reflexiones de investigadores que están inmersos en este campo y que se convirtieron en referentes para este trabajo. Con la finalidad de precisar aspectos relevantes se presentan por tópicos.

- Algunas consideraciones en la enseñanza de la Estadística:

Alvárez, R. and Martín, A. (2004) expresan la necesidad de estudiar Estadística en todos los grados, además, aduce que la necesidad sentida es la de interpretar los datos, sacar conclusiones válidas para una población. Enuncian que:

“La enseñanza de la Estadística ha de cambiar inevitablemente su metodología y sus objetivos con la aparición de las máquinas de calcular”, tanto a nivel científico como gráfico, tal y como se está haciendo en todos los países “desarrollados”. El objetivo fundamental no debe de circunscribirse a la realización de largos y tediosos cálculos matemáticos, dejando para el final, como anécdota, lo realmente importante: TRATAR DATOS, BUSCAR CONCLUSIONES, TOMAR DECISIONES...y, en definitiva, PENSAR. La Estadística está adquiriendo en la sociedad un papel preponderante, cada día más presente en los diferentes planes de estudios, desde la enseñanza Primaria hasta la Secundaria

y, sobre todo, en la Universitaria de todos los países, con el inconveniente de que la investigación para apoyar su didáctica está avanzando de forma muy lenta (p. 51).

Arteaga, P. (2011) lleva a cabo una investigación con la metodología de proyectos de corte cualitativo, en la cual pone de manifiesto el conocimiento estadístico de futuros profesores, encontrando que un alto porcentaje presenta una u otra dificultad, relacionada con la interpretación de gráficos y/o tablas.

”Sería importante mejorar las competencias en el trabajo con proyectos de los futuros profesores, ya que el trabajo con proyectos estadísticos se recomienda en el currículo de educación primaria y estos futuros profesores evidentemente no están preparados para esta metodología de enseñanza”(p. 228).

Ito, P. (2001) plantea la discusión en tres aspectos, haciendo diferencia entre; capacidad estadística, razonamiento estadístico y pensamiento estadístico. Además, invita a tener cuidado con lo que se enseña y el nivel de los estudiantes que se pretende formar, pues no es lo mismo, investigación en Educación Estadística en primaria, secundaria, pregrado, maestrías y/o doctorados, y mucho menos si incluyera investigaciones con los profesores que imparten, este campo, en los distintos niveles de escolaridad. Clasifica una serie de categorías en las que se presenta dificultad en la Educación Estadística. Una de ellas es la formación de maestros para la educación primaria, puesto que ellos deben orientar todas las áreas, lo que implica que su formación debe ser mucho más amplia; esto tiene un efecto secundario como por ejemplo, el ver la Estadística de manera superficial y dedicarse más a la construcción de tablas y gráficas con datos, que a la comprensión de las mismas. Esta situación da cuenta de una debilidad en la enseñanza de la Estadística, en el nivel de educación de la Básica Primaria. La investigación llevada a cabo por Montanares, R. (2011) tuvo como objeto de estudio las variables cuantitativas y cómo promover el aprendizaje de la Estadística en quinto de primaria.

La propuesta entrega una nueva visión sobre la enseñanza de la Estadística en el nivel de 5º año básico, centrándose en las variables (discretas y continuas) para promover el aprendizaje de los estudiantes. Además, plantea situaciones que representen el camino de la Estadística a través de la historia, se enfrenten a una gran cantidad de datos y se busque la mejor manera de representarlos haciéndolos más fáciles de analizar. Esto se observó en los textos escolares y programas de estudio. Es la directa relación de la Estadística con las prácticas sociales de predecir y comparar, además de querer entregar los contenidos de una

manera diferente lo que lleva a escoger la Socio-epistemología como marco teórico de mi propuesta (p. 9).

■ Niveles de comprensión de gráficos estadísticos:

Otras investigaciones que aportan al sustento conceptual de nuestra propuesta apuntan a la comprensión de gráficos estadísticos. La investigación realizada por Batanero, C. y Godino, J. (2002) presenta cuatro niveles de comprensión de los gráficos. El objetivo de la Educación Estadística es llevar a cada alumno a adquirir el mayor nivel, para el cual esté capacitado:

- Lectura literal (leer los datos): este nivel de comprensión requiere una lectura literal del gráfico; no se realiza interpretación de la información contenida en el mismo.
- Interpretar los datos (Leer dentro de los datos): incluye la interpretación e integración de los datos en el gráfico; requiere la habilidad para comparar cantidades y el uso de otros conceptos y destrezas matemáticas.
- Hacer una inferencia (Leer más allá de los datos): requiere que el lector realice predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico.
- Valorar los datos (Leer detrás de los datos). Supone valorar la fiabilidad y completitud de los datos, como hacer un juicio sobre si, realmente, las preguntas de la encuesta miden la práctica de deporte, o cómo podríamos medirlo de una forma más fiable (p. 726).

■ La Estadística en contexto:

Lecoutre, M. (2001) plantea que la investigación en Estadística debe contener, como mínimo, tres aspectos fundamentales: normativos, descriptivos y prescriptivos, los cuales deben ir de la mano con dos conceptos apropiados para la reflexión: aprendizaje activo y procesamiento analógico. Se refiere al primero como la necesidad que tienen los estudiantes de construir su propio conocimiento. En este caso resalta la importancia de procesar datos de interés para ellos, el hecho de recoger la información (datos), cobra un significado distinto, lo que facilita y motiva el procesamiento de la información y por ende, la comprensión, se torna significativa para ellos. La segunda, tiene que ver con hacer análisis un poco más profundos y compararlos con otras situaciones similares, incluso esperar el comportamiento de un fenómeno que ya ha sido estudiado en otro contexto. El autor manifiesta lo nuevo que es el estudio de la Estadística en las Instituciones Educativas y lo prudente que es considerarla como una disciplina, sin embargo,

esto podría verse como una oportunidad de demostrar lo valioso que es el estudio de la Estadística, en las diferentes disciplinas del saber.

George, W. (2001) plantea que el razonamiento de los datos, presentados en gráficos no es tan simple, como algunos creen y resalta la importancia de dos elementos que se deben tener en cuenta al momento de poder revelar la información que contienen las gráficas: el contexto del conjunto de datos y los componentes del razonamiento. Además, la importancia de la formación de los profesores y la instrucción recibida para comprender el razonamiento de los datos que, durante mucho tiempo, fueron limitadas y aún hoy se tienen secuelas de ello.

Arteaga, P. and Batanero, C. and Cañadas, G. y Contreras, J. (2011), manifiestan que, en la actualidad, la información de los medios de comunicación y de las instituciones públicas y/o privadas, generan la necesidad de interpretar los datos, ya que la mayoría lo resumen y lo presentan en tablas y gráficos estadísticos. Teniendo en cuenta estas reflexiones, la educación debe vincularse con la realidad propia del estudiante. Desde este aspecto la Estadística se vuelve interesante, puesto que permite un contacto directo con la realidad. Los estudiantes pueden a partir de tablas y gráficos de barras, circulares, lineales, entre otros, interpretar su contexto de una forma más precisa.

1.2. Justificación

La Estadística, a través de la historia, ha tenido un gran desarrollo e importancia, que hace que en nuestros días sea una ciencia de suma utilidad en las diferentes disciplinas del saber, pues se convierte en una herramienta fundamental para la toma de decisiones en cualquier campo. Esta rama de las matemáticas es una parte de la educación general necesaria para la formación de ciudadanos, quienes precisan adquirir la capacidad de leer e interpretar el comportamiento de las variables representadas en tablas y gráficos estadísticos, que con frecuencia aparecen en los medios de comunicación.

Para Batanero, C. y Godino, J. (2002) las principales razones que fundamentan la enseñanza de la Estadística son las siguientes:

Es útil para la vida posterior a la escuela, ya que en muchas profesiones se precisan unos conocimientos básicos del tema. Su estudio ayuda al desarrollo personal, fomentando un razonamiento crítico, basado en la valoración de la evidencia objetiva, apoyada en los datos, frente a criterios subjetivos. Ayuda a comprender los restantes temas del currículo, tanto

de la educación obligatoria como posterior, donde con frecuencia aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos (p. 416).

Estas competencias deben fundamentarse desde la Básica Primaria, en un nivel correspondiente para cada grado de escolaridad. De otro lado, es necesario repensar cómo se aborda, en el aula de clase, la construcción de tablas y gráficos, al igual que la forma como se interpreta la información allí presentada. Los documentos rectores de la Educación Matemática colombiana, reconocen el alcance de la enseñanza de la Estadística y por esto la incluyen como obligatoria, desde los niveles de educación Básica Primaria, hasta la Educación Media.

Algunos autores han denominado “Cultura Estadística” a la necesidad que tienen los ciudadanos de hoy de desarrollar competencias básicas de la Estadística, como por ejemplo: leer e interpretar información presentada mediante tablas y gráficos estadísticos. De tal manera que se pueda hacer una interpretación crítica con argumentos basados en información confiable más que por intuición frente a la información propuesta. Para Arteaga, P. and Batanero, C. y Ruiz, B. (2009), la importancia de tablas y gráficos se debe también a que la ciencia las utiliza como representaciones semióticas externas para construir y comunicar los conceptos abstractos, facilitando el proceso de comprensión de datos e información que puede ser muy compleja. Esto permite según Cazorla, I. (2002) asumir una postura asertiva frente a una situación determinada, por ejemplo la tasa de natalidad de un municipio, el control de embarazos, accidentes de tránsito, entre otras.

Otra ventaja que ofrece presentar la información en gráficos es la “transnumeración”, la cual como lo plantea Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999) es uno de los modos esenciales de razonamiento estadístico, que facilita la interpretación de una gran cantidad de información que, inicialmente, se encontraba en datos y cifras. En este sentido, los gráficos toman un valor relevante, debido a que no es lo mismo interpretar un gráfico, que una serie de datos y números expuestos de la forma como se recolectaron. Para Watson, J. (1999), por su parte, resalta la importancia de las tablas y gráficos, para facilitar la transición entre el muestreo, obtención de datos y el cálculo de resúmenes estadísticos. Esta realidad debe conducir a un replanteamiento de las estrategias de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Estadística, pues esto va más allá de la construcción de tablas y gráficos obtenidas a partir de la tabulación de una información, como propone Batanero, C. y Godino, J. (2002): “...es poder leer los datos, leer sobre los datos, leer detrás de los datos, leer más allá de los datos” (p. 726).

La preocupación por la interpretación de la información está inmersa en términos del dominio de capacidades que exige la sociedad actual, en donde la Estadística descriptiva tiene, como fin, presentar resúmenes de un conjunto de datos y poner de manifiesto sus características, mediante representaciones que ayudan a interpretarlas

y tomar decisiones con base en ellos. Estos resultados se usan con fines comparativos y de clasificación, su interés se centra en describir y plantear conclusiones que pueden afectar a la población de la que se han extraído los datos. Es por ello, que la enseñanza y el aprendizaje de la Estadística, debe hacer parte de la formación integral de los ciudadanos, que con información apropiada tomen decisiones que afecten a su comunidad.

De acuerdo con lo anterior, se refleja la necesidad de iniciar un proceso de enseñanza y aprendizaje desde la básica primaria, que se fundamente en el contexto, se aleje de las prácticas tradicionales y que le permita al estudiante más que reiterar procesos, comprenderlos, ya que según Ottaviani (1999) "... comprender no es sólo albergar conocimientos, es también la habilidad para utilizar este conocimiento en el mundo real de forma creativa y competente en el momento oportuno" (p. 23) es decir, emprender una nueva propuesta de enseñanza y aprendizaje que promueva el desarrollo del pensamiento aleatorio y sistemas de datos estadísticos.

1.3. Fundamentos teóricos sobre la comprensión

La preocupación por el estudio de la Estadística, en el campo de la educación, responde a la necesidad de que, los estudiantes, comprendan los datos y asuman posturas críticas. Desde esta intención formativa, es necesario estudiar marcos teóricos, posibles de utilizar en la Educación Matemática, relacionados con esta capacidad del pensamiento

En esta sección se exponen tres marcos relacionados con la comprensión: el modelo de Pirie y Kieren, el modelo de Van Hiele y la Enseñanza para la Comprensión, describiendo las características propias de cada uno de ellos.

1.3.1. Modelo de Pirie y Kieren

Meel (2003) plantea la comprensión como un proceso conectivo de varios estratos no lineales y recursivos con características fractales. Desde esta perspectiva se concibe el desarrollo de la comprensión como la estructuración y la reorganización del conocimiento de la persona. Establece ocho niveles de comprensión a los que llama estratos de conocimiento, que no necesariamente se deben dar en ese orden, sino que, por el proceso de redoblado, el individuo puede volver al nivel anterior o anteriores, permitiendo la conexión entre las imágenes del concepto, la conexión de las relaciones faltantes, incorrectas o parciales y la reorganización de esta conexión, con una estructura estable y consistente. Desde este aspecto la comprensión se considera como

un proceso continuo de construcción, cada vez con una elaboración más refinada, a partir del cual se crean nuevas acciones que las personas incorporan, para proporcionar significado al objeto estudiado.

A continuación se presenta un cuadro que resume los estratos de conocimiento planteados por Pirie y Kieren.

Estrato de conocimiento	Concepto clave	Se refiere a
Conocimiento primitivo	Conocimiento intuitivo, situado, previo o informal.	Al conocimiento inicial con que cuenta el individuo, que es distinto a decir bajo nivel de matemáticas, por ejemplo, si vamos a estudiar trigonometría se debe contar con unos conocimientos primitivos, como concepto de triángulo, clasificación de triángulos, ángulos, puntos, rectas, entre otros, que de ninguna manera representan bajo nivel de matemáticas, sino el punto inicial, algo así como el punto de referencia donde inicia el nuevo proceso. Estos contenidos han recibido distintos nombres Conocimiento Intuitivo Leinhardt (1988), Conocimiento Previo o Informal Saxe (1988), Conocimiento Situado Brown and Collins (1989).

Pasa a la página siguiente.

Estrato de conocimiento	Concepto clave	Se refiere a
Creación de la imagen	Proceso mental o físico para obtener idea sobre un concepto (particular).	Al objeto mental que crea el estudiante para interpretar un concepto o una idea nueva, no se refiere a imágenes netamente pictográficas, una imagen puede ser un acontecimiento, un suceso, una discusión, una figura, una conversación, es decir, algo que transporte al estudiante un referente donde pueda construir o relacionar el concepto nuevo que trata de interpretar. Wearne (1988), Greeno (1991). Brownell (1935) manifiestan que, las acciones que se realizan en este estrato, involucran el desarrollo de las conexiones entre los referentes y los símbolos.

Pasa a la página siguiente.

Estrato de conocimiento	Concepto clave	Se refiere a
Comprensión de la imagen	Imágenes que liberan las matemáticas del estudiante a partir de acciones particulares.	Que el individuo primero crea la imagen mental, luego procede a comprender, y después relaciona la imagen creada con la situación presente. Meel (2003) dice al respecto que . ^{el} desarrollo de estas imágenes mentales, o mas precisamente imágenes orientadas por un proceso mental, liberan las matemáticas del estudiante a partir de realizar acciones físicas particulares”(p, 18). Estas imágenes mentales se han analizado con distintos nombres: Davis (1986) las llama imagen de conceptos. Davis (1984) las denomina marcos y estructuras de representación de conocimiento. Driver (1978), por su parte las nombra como esquemas alternativas de conocimiento. Sin embargo, todos apuntan a la creación de una imagen y la relación con el nuevo concepto.”

Pasa a la página siguiente.

Estrato de conocimiento	Concepto clave	Se refiere a
Observación de la propiedad	Imagen mental y determinar atributos asociados a dicha imagen.	Que el estudiante no solo crea la imagen y la relaciona, sino que se detiene en los detalles específicos de dicha imagen, es decir, en los atributos que tiene esta, por lo tanto el estudiante puede crear otras imágenes, encontrarles sus diferencias y similitudes, descartar las que no estime adecuadas para su estudio, al igual que establecer la conexión entre las imágenes, y explicar cómo se da esta conexión. Para Pirie (1991), la diferencia entre la obtención de una imagen y la observación de la propiedad es la capacidad de observar una conexión entre las imágenes y explicar cómo verificar la conexión.
Formalización	Conocer propiedades para abstraer las cualidades comunes de las clases de imágenes.	Que el estudiante reconoce las propiedades para extraer las cualidades comunes de las imágenes. En este estrato el individuo construye objetos mentales similares a partir de propiedades observadas o escuchadas, por lo que el estudiante está en capacidad de establecer un concepto formal, con un lenguaje matemático apropiado.

Pasa a la página siguiente.

Estrato de conocimiento	Concepto clave	Se refiere a
Observación	Reflexión por los procesos de pensamiento personales.	Confrontar la observación con la realidad, más allá de la relación meta-cognición, estructura y organiza procesos de pensamientos personales, vislumbra las posibles separaciones del proceso del pensamiento. En este estrato, según Michener (1978), “el estudiante combina las definiciones, ejemplos, teoremas y demostraciones, para identificar los componentes esenciales, las ideas de conexión y los medios para cruzar entre dichas ideas.” (p. 376)
Estructuración	Extrapolación e interconexión de conceptos a otras teorías.	Que el estudiante trasciende a una comprensión mayor. Empieza a notar diferencias entre mismos sujetos, profundiza en un tipo de pregunta subyacente; relacionado, con axiomas, teoremas y ejemplos, relaciona estas ideas subyacentes a través de varios dominios y percibe la interconexión de diversas teorías. Para Pirie (1989), después de que el estudiante logra dicha conciencia, puede explicar la interacción de dichas observaciones mediante un sistema axiomático, lo que permite una mayor comprensión de los procedimientos matemáticos.

Pasa a la página siguiente.

Estrato de conocimiento	Concepto clave	Se refiere a
Invención	Creación de preguntas nuevas a partir de construcción de conceptos nuevos.	Como el anillo exterior del modelo de Pirie y Kieren (Invención). En el cual el estudiante se libera de los prejuicios y genera nuevas preguntas que tendrán como objeto el desarrollo de nuevos conceptos. Pirie (1994) manifiestan que la comprensión matemática del estudiante es infinita, imaginativa, llega más allá de la estructura para contemplar preguntas como “¿Qué pasaría si...?” preguntas como estas resultan de un conocimiento estructurado a partir de un conocimiento primitivo, al querer indagar más allá del dominio obtenido.

Cuadro 1.1: Estratos de conocimiento según Piere y Kiere.

Este modelo manifiesta que la comprensión se da por estratos, no necesariamente de forma secuencial, ni temporal, es decir, el estudiante es autónomo en su aprendizaje, puesto que cada individuo tiene su propio ritmo. Los autores que proponen este marco teórico hacen una distinción entre lo que es comprender y poseer conocimiento, el primero puede considerarse un proceso continuo para organizar la estructura de lo segundo. También permite a los estudiantes incorporar, no sólo conceptos, sino también relaciones entre ellos, es decir, permite retroalimentar en estratos más internos, con un nivel de comprensión más avanzado, en casos en los cuales la comprensión, haya resultado inadecuada (Londoño et al., 2011).

1.3.2. El Modelo Educativo de van Hiele

El Modelo van Hiele surgió de los trabajos doctorales del matrimonio de Dina y Pierre, completados simultáneamente en la universidad de Utrecht. Pierre diseñó teóricamente el modelo y Dina una aplicación, del mismo, a la geometría. Sus trabajos se conocieron mediante la publicación de su tesis doctoral en 1957, e influyeron favorablemente en el desarrollo de investigaciones posteriores en didáctica de la geometría. Como Dina murió poco tiempo después de su examen doctoral, fue Pierre quien esclareció, depuró, corrigió y llevó adelante la teoría. Sin embargo, fue hasta los setenta cuando el norteamericano, Izaak Wirszup, empezó a escribir y hablar sobre él. Casi al mismo tiempo, Hans Freudenthal, profesor de los Van Hiele en Utrecht, llamó la atención por sus trabajos en su libro *Las matemáticas como una obra educacional* en 1973. El modelo de Van Hiele es una propuesta curricular encaminada a la enseñanza de la geometría plana en la educación básica. El punto de partida de la investigación nace cuando los esposos Van Hiele se preguntan por qué los estudiantes no les entienden las clases de geometría. Inician con una serie de interrogantes sobre porqué se presentó la dificultad para razonar lógicamente, frente a ejercicios de esta rama de las matemáticas. Todo esto los llevó a emprender una investigación sobre razonamiento geométrico en la Educación, estableciendo cinco niveles de razonamiento con sus respectivas fases, dejando claro que, para pasar de un nivel a otro, se deben, completar todas las fases de este nivel, bajo los principios Hiele, V. (1957):

Es posible encontrar diferentes niveles de perfección en el razonamiento de estudiantes de geometría.

Un estudiante solo podrá comprender aquellas partes de las matemáticas que el profesor le presente, de manera adecuada y que estén acorde, con su nivel de razonamiento.

Si un razonamiento matemático no puede expresarse de forma comprensiva para el estudiante, es mejor esperar a que este alcance el nivel de razonamiento necesario para entenderlo.

No se puede enseñar a razonar de una manera a una persona, solo se aprende a razonar mediante la propia experiencia, lo que se puede hacer es ayudar a esa persona mediante una enseñanza adecuada de la matemática a que pueda razonar lo antes posible [p. 203].

A continuación se presentan los niveles de razonamiento y los descriptores para cada nivel del modelo educativo de van Hiele. Hiele, V. (1957).

Nivel de razonamiento	Características	Descriptorios de nivel
Nivel 1: Reconocimiento	En el que se maneja solamente información visual y cuya forma de razonamiento no puede ser considerada como propiamente matemática	Perciben las figuras geométricas en su totalidad, de manera global, como unidades. Suelen utilizar expresiones como “Se parece a ...”, “Tiene la forma de ...”, “Es como...” El lenguaje utilizado es impreciso. Al identificar o describir figuras, incluyen atributos irrelevantes, el color, el tamaño, el grosor...entre otros. Usan propiedades imprecisas de las figuras geométricas para compararlas, ordenarlas, describirlas o identificarlas.
Nivel 2: Análisis	En el que se empieza a reconocer la presencia de propiedades Matemáticas de los objetos, si bien el razonamiento se sigue basando en la percepción física.	No son capaces de deducir unas propiedades de otras. Pueden describir sus partes y enunciar sus propiedades. Comparan figuras mediante el uso explícito de propiedades de sus componentes. Pueden deducir propiedades generalizándolas a partir de la experimentación. Muestran una ausencia explícita de comprensión de qué es una demostración matemática.

Pasa a la página siguiente.

Nivel de razonamiento	Características	Descriptor de nivel
Nivel 3: Clasificación	En el que comienza a desarrollarse la capacidad de razonamiento riguroso y se es capaz de manejar los elementos más simples del sistema formal (definiciones o implicaciones de un solo paso).	Pueden entender una demostración explicada por el profesor o el libro de texto, pero no son capaces de construirla por sí mismos. Siguen las demostraciones pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que, su nivel de razonamiento lógico es bajo, sin embargo, son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría. Comprenden el significado de “al menos un”, “todo”, etc. Comienzan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático. Pueden modificar definiciones y usar inmediatamente definiciones de conceptos nuevos.

Pasa a la página siguiente.

Nivel de razonamiento	Características	Descriptorios de nivel
Nivel 4: Deducción formal	En el que se completa la formación del razonamiento matemático lógico-formal de los individuos.	Pueden entender y realizar razonamientos Lógicos formales. Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas. Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados, partiendo de proposiciones o premisas distintas, lo que permite entender que se puedan realizar distintas forma de demostraciones para obtener un mismo resultado.
Nivel 5: Rigor	En el que se adquieren los conocimientos y habilidades propias de los matemáticos profesionales.	Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo establecer diferentes geometrías. Se puede trabajar de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

Cuadro 1.2: Niveles de razonamiento de Van Hiele

En la siguiente tabla se resumen las fases de aprendizaje del Modelo Educativo de Van Hiele.

Fases de aprendizaje	Breve descripción	Descriptorios de fases
Fase 1	Esta fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los estudiantes y el camino a seguir de las actividades siguientes, conocer que tanta información manejan del tema a tratar y cómo la están procesando, se puede tomar como una especie de diagnóstico. En esta fase se valora el material concreto, así como la interrelación entre el estudiante y éste.	Visualización del material entregado. Se crean imágenes mentales. Se presenta duda por parte de los estudiantes. Son tímidos al realizar alguna acción que los pueda comprometer, como hablar, preguntar, entre otros.
Fase 2	En esta fase se trata de conseguir que los estudiantes tomen contacto con los métodos de razonamiento del nivel superior de Van Hiele al que se espera que accedan y que descubran, comprendan y aprendan los principales conceptos, propiedades, etc. del área de la Geometría que están estudiando.	Clasifican y construyen relaciones entre las propiedades de las figuras. Enuncian con timidez algunas propiedades de los objetos entregados. Se construyen los conocimientos básicos de la red de relaciones del nuevo nivel
Fase 3	En esta fase los estudiantes intercambian sus experiencias, comentan lo que han observado, explican cómo han resuelto las actividades, etc., todo ello dentro de un contexto de diálogo entre pares.	Definiciones informales a través de las relaciones y las propiedades de las figuras. Explican cómo han resuelto cada una de las actividades planteadas. Intercambian sus propios conceptos.

Sigue en la página siguiente.

Fases de aprendizaje	Breve descripción	Descriptorios de fases
Fase 4	En esta fase los estudiantes se encuentran con tareas más complejas: tareas con muchos pasos, tareas que pueden ser completadas de varias maneras y tareas de final abierto. Ganan experiencia en el encuentro con sus propias maneras de resolver las tareas.	Establecen diferencias entre las propiedades y las características de las figuras. Dan cuenta de los conocimientos anteriores, mediante la solución a los diferentes problemas planteados por el profesor o en conjunto.
Fase 5	Se espera que los estudiantes relacionen los nuevos conocimientos con otros campos que antes hayan estudiado. En esta fase el profesor debe fomentar este trabajo, proporcionando comprensiones globales, mediante una acumulación, comparación y combinación de los conocimientos que ya tienen.	Los estudiantes están en capacidad de razonar en forma adecuada frente al tema que se está abordando. No se produce conocimiento nuevo, sino que se organiza el que se ha adquirido en las fases anteriores.

Cuadro 1.3: Fases de aprendizaje de Van Hiele

1.3.3. La Enseñanza para la Comprensión

El marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) nace en la Escuela de Posgraduados de Educación de la Universidad Harvard. Gardner y Perkins, dieron origen a un nuevo modelo metodológico de la Educación. Este modelo se crea a partir del proyecto Zero, el cual estaba centrado en la enseñanza de las artes, pero su eficacia ha hecho que su interés se extienda a otras disciplinas en el campo de la Educación Gardner, H. (1998).

La Enseñanza para la Comprensión implica para los profesores la posibilidad de reflexión acerca de la práctica docente y su re-significación y para los estudiantes la

posibilidad de:

... despertar un interés reflexivo hacia las materias que están aprendiendo y... ayudarlos a establecer relaciones entre su vida y la asignatura, entre los principios y la práctica, entre el pasado y el presente y entre el presente y el futuro. (Blythe, T., 1999, p. 36)

Stone, M. (1999) sostiene que la comprensión incumbe a la capacidad de hacer, con un tópico, una variedad de cosas que estimulan el pensamiento, tales como explicar, demostrar y dar ejemplos, generalizar, establecer analogías y volver a presentar el tópico de una nueva manera. De esta forma el aprendizaje puede estar al nivel de la comprensión y no al nivel de la memorización. Para ello, la Enseñanza para la Comprensión, en su marco teórico establece orientaciones precisas para la planeación y el desarrollo de una clase, orientada hacia la comprensión, razón por la cual, es importante conocer las dimensiones, los elementos y los niveles que fundamentan la Enseñanza para la Comprensión.

Elementos de la EpC

Se consideran el conjunto de criterios que guían la comprensión de los estudiantes de manera sistemática y permiten describir el proceso de enseñanza y aprendizaje del estudiante. Los elementos de la EpC se describen brevemente a continuación.

- **Los tópicos generativos.** Hacen referencia a la forma como se aborda el currículo desde la EpC, son temas, cuestiones, conceptos, ideas, etc. Ofrecen profundidad, significado, conexiones y variedad de perspectivas, en un grado suficiente como para apoyar el desarrollo de comprensiones poderosas, por parte del estudiante.
- **Las metas de comprensión.** Las metas de comprensión afirman explícitamente lo que se espera que los estudiantes lleguen a comprender. Las metas definen, de manera más específica, las ideas, procesos, relaciones o preguntas que los estudiantes comprenderán de los tópicos generativos.
- **Los desempeños de comprensión.** Son las actividades o acciones que el docente planifica con el fin de lograr las metas de comprensión establecidas y evidenciar las fortalezas y debilidades de los estudiantes. El diseño de estos desempeños requieren de una gran dosis de ingenio por parte de los profesores, de modo que permitan construir el conocimiento, de manera creativa y contextualizada, como posibles soluciones, a situaciones de la vida cotidiana.

- **Valoración Continua.** Se trata de una evaluación diagnóstica permanente y continua que pretende retroalimentar al estudiante y al profesor de los avances, fortalezas y debilidades, detectadas hasta el momento, con el fin de buscar nuevas estrategias que faciliten el avance en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Estos elementos, permiten al maestro sistematizar y planear una ruta de aprendizaje que optimice el desarrollo de actividades que conduzcan a la comprensión del objeto de estudio y por ende a la construcción de conocimientos, por parte del estudiante.

Dimensiones de la Comprensión

Las dimensiones se refieren a los aspectos que los estudiantes deben desarrollar la comprensión de un tópico determinado, como por ejemplo, colocar en práctica lo que han aprendido, la forma como se comunica con los demás y se desenvuelve en contexto determinado. Es importante tener presente que para el diseño de los desempeños de comprensión de una unidad o curso, se debe tener en cuenta que estos apunten a cada una de las dimensiones, como son: contenido, métodos, praxis y formas de comunicación, para así lograr un equilibrio en el proceso de comprensión.

- **Contenido.** Apunta al desarrollo de la comprensión de conceptos y definiciones de tal manera que, el estudiante, los pueda aplicar de manera creativa, en diversos contextos.
- **Método.** Se define esta dimensión hacia la comprensión de los métodos, procedimientos o procesos algorítmicos propios de la disciplina o área del saber para construir, validar afirmaciones y llegar a conclusiones.
- **Propósito.** Se basa en la convicción de que el conocimiento es una herramienta para explicar, reinterpretar y operar en el mundo. Esta dimensión evalúa la capacidad de los estudiantes, para reconocer los propósitos e intereses que orientan la construcción del conocimiento, su capacidad para usarlo en múltiples situaciones y las consecuencias de hacerlo.
- **Formas de comunicación.** Se refiere al desarrollo de la comprensión en la utilización de los símbolos visuales, verbales, entre otros; con el ánimo de expresar lo que saben, dentro de géneros o tipos de desempeños establecidos. Debido a su naturaleza comunicativa, esta dimensión también subraya la capacidad de los estudiantes, para considerar la audiencia y el contexto como fuerzas importantes en sus desempeños.

Niveles de la EpC

La EpC, establece cuatro niveles que describen la comprensión que pueden tener los estudiantes, al momento de la retroalimentación de los desempeños realizados. En cada uno, se exponen sus características, para ubicar un individuo en cualquiera de ellos, de acuerdo a lo establecido para cada nivel.

- **Ingenuo.** En este nivel los desempeños logrados por el estudiante son intuitivos, basándose en verdades absolutas o propias. En sus respuestas hay ausencia de conceptos de la disciplina y tienden a seleccionar las opciones obvias ante situaciones presentadas.
- **Novato.** Un aspecto a resaltar en este nivel es que, sus construcciones conceptuales y procedimentales, son mecánicas, por ejemplo, toman un determinado texto o las explicaciones del profesor como fuentes de conocimiento infalibles, es decir, creen absolutamente en ellos, de tal manera que convalidan el conocimiento, solo a partir de esa fuente.
- **Aprendiz.** Aquí el conocimiento del estudiante está basado en los conceptos y métodos de la disciplina. En situaciones de la vida cotidiana, muestra un desempeño flexible con el conocimiento disciplinar. También cuestiona las fuentes, desde donde surge la información.
- **Experto.** En este nivel los desempeños realizados por el estudiante, utilizan el conocimiento de otros tópicos y disciplinas del saber. Son críticos ante los argumentos que pretendan sustentar verdades y aplican, de manera creativa, el conocimiento en diversos contextos, moviéndose en las cuatro dimensiones de la comprensión de manera flexible.

A continuación se presenta la relación que se da, entre los tres marcos teóricos expuestos.

Marco teórico	Conceptos en convergencia	Conceptos en divergencia	Ideas Básicas
Enseñanza para la comprensión	Se busca que los estudiantes lleguen a un fin, la comprensión. Ubica a los estudiantes en niveles de comprensión.	Es un modelo muy amplio que, no solo es aplicable al saber matemático sino que, se puede aplicar en cualquier área del saber. El lenguaje utilizado, habla de tópicos generativos, desempeños de comprensión, niveles de comprensión, valoración continua, rúbricas, dimensiones de contenido, métodos, praxis y formas de comunicación.	El desarrollo de la comprensión. Trabaja con Tópicos generativos como temas, ideas, preguntas de interés para el estudiante. Metas de comprensión como propósito explícito por los estudiantes. Desempeño de comprensión para las actividades, con el fin de garantizar las metas de comprensión. La valoración continua es un conjunto de ciclos de retroalimentación, centrada en la comprensión. Participación del estudiante en la construcción de la planeación.

Pasa a la página siguiente.

Marco teórico	Conceptos en convergencia	Conceptos en divergencia	Ideas Básicas
Modelo Educativo de van Hiele	Se trabaja por niveles. Se aplica en la rama de la geometría. Se han hecho algunas extensiones a otras ramas de las matemáticas.	El modelo de van Hiele es más cerrado, en el sentido que no permite pasar de un nivel a otro, hasta haberlo alcanzado en su totalidad. Si se quiere aplicar en una rama distinta a las matemáticas, requiere extensión, es decir, un estudio más amplio. Maneja 5 niveles de razonamiento. Cada nivel tiene 5 fases.	El aprendizaje de la geometría se hace por niveles. Existen 5 niveles de razonamiento, un estudiante no avanza al nivel siguiente hasta razonar, adecuadamente, en el nivel en que se encuentra. Dos estudiantes en diferentes niveles no pueden entenderse. No se puede enseñar a una persona a razonar de una determinada forma; sólo se aprende a razonar mediante la propia experiencia. Es posible encontrar diferentes niveles de perfección en el razonamiento.

Pasa a la página siguiente.

Marco teórico	Conceptos en convergencia	Conceptos en divergencia	Ideas Básicas
Modelo de Pi-rie y kieren	Se trabaja por niveles. Se aplica en la rama de la geometría.	Es más flexible en el sentido de que el estudiante puede pasar de un nivel a otro y luego devolverse si es necesario. Esto se conoce con el nombre de desdoble. Es aplicable a cualquier rama de las matemáticas. Maneja 8 niveles. Cada nivel tiene subniveles.	Existen ocho niveles de evolución sobre la comprensión matemática. En el último estrato se deja abierta la posibilidad para volver al primer estrato, primitivo. La imagen creada por el estudiante, cobra sentido a partir del segundo estrato, por lo que todo el proceso gira en torno a la construcción mental de la imagen.

Cuadro 1.4: Cuadro resumen de los marcos teóricos para la comprensión.

Estos modelos permiten asumir diferentes posturas, frente a la comprensión de conceptos matemáticos, presentado diversas alternativas para abordar procesos investigativos a partir de la metodología que cada uno plantea. En particular, para la enseñanza y la comprensión de la Estadística, algunos de ellos facilitan, de forma directa, la integración entre los conceptos propios de esta rama del conocimiento y la cotidianidad.

1.4. Pregunta de Investigación

El interés por la enseñanza de la Estadística, dentro de la Educación Matemática, viene ligado al rápido desarrollo de esta ciencia y por su utilidad en la investigación, la técnica y la vida profesional; impulsado notablemente por la difusión de los ordenadores (Batanero, C. y Godino, J., 2002). Además, encontramos en los diferentes medios de comunicación (televisión, revistas, periódicos, internet, etc.), información de diferentes temas tales como: deportes, salud, finanzas, política, economía, educación, entre otros, presentada. mediante tablas y gráficas, involucrando al lector a participar activamente en la comprensión de dicha información. Esto convierte la Estadística en una herramienta fundamental para el análisis de datos, en diversos contextos, en los cuales se debe percibir, comprender e interpretar, varios aspectos de la situación presentada.

A partir de lo anterior, planteamos la siguiente pregunta de investigación:

¿Cómo comprenden información presentada en tablas y gráficas estadísticas, estudiantes de grado quinto (5^o), de Básica Primaria.?

Para el trabajo escolar de la enseñanza de Estadística que apunte hacia el desarrollo de la comprensión, es posible abordarlos desde de varios modelos como: van Hiel, Pirie y Kieren y la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Aunque los tres modelos apuntan al desarrollo de la comprensión, el primero se enfoca más a la enseñanza de la geometría, el segundo se usa más en investigaciones relacionadas con el cálculo. Por tal razón, el modelo mediante el cual se desarrollará el presente trabajo investigativo, es de, La Enseñanza para la Comprensión (EpC), el cual se fundamenta en el constructivismo, pero con lineamientos bien definidos que determinan, a lo largo de un proceso, las funciones que cumplen tanto profesores como estudiantes. Se precisan los momentos de la enseñanza, los trabajo y acciones que deben realizar los estudiantes y la forma como se deben de clasificar de acuerdo con los niveles de comprensión alcanzados, y con sus desempeños. La EpC, en su parte estructural, está conformada por las dimensiones y los elementos. Estos recursos permiten al profesor consolidar la propuesta de aula y a su vez explorar las conceptualizaciones de los estudiantes participantes en su ejecución.

De acuerdo a lo anterior, se parte de un proceso de enseñanza y aprendizaje de la lectura y comprensión de tablas y gráficas estadísticas, en el grado quinto de Básica Primaria, mediante un modelo metodológico que permita desarrollar habilidades del pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Por tal razón, se aborda este tema desde la Enseñanza para la Comprensión (EpC), que apunta a que, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, se comprenda lo que se enseña. Es decir, que el estudiante desarrolle

competencias para utilizar este conocimiento, en el mundo real de forma creativa y competente en el momento que lo necesite.

1.5. Objeto de investigación

El objeto de estudio del presente trabajo investigativo es la comprensión de información presentada en tablas y gráficas estadísticas. Para analizar este objeto, se planteó en este capítulo la definición de comprensión y sus implicaciones, desde miradas de los modelos de: Piere y Kiere, Van Hiele y la Enseñanza para la Comprensión. Además, en el capítulo 2 se presenta la conceptualización, elementos y clasificación de tablas y gráficas estadísticas desde la mirada de la Cultura Estadística.

1.6. Objetivos

Con la finalidad de establecer una dirección que nos permita dar respuesta a la pregunta de investigación se plantean los siguientes objetivos

1.6.1. General

Describir el proceso mediante el cual, estudiantes del grado quinto (5°) de Básica Primaria, comprenden información presentada en tablas y gráficas estadísticas.

1.6.2. Específicos

- Construir descriptores para cada nivel de comprensión de acuerdo a los parámetros establecidos por la EpC, con los cuales se puedan evidenciar avances en la comprensión de la información presentada en tablas y gráficas estadísticas.
- Identificar fortalezas y debilidades que intervienen en la comprensión de información presentada en tablas y gráficas estadísticas.
- Fomentar la cultura estadística desde la educación primaria, en especial, en el grado quinto.

A partir de la pregunta de investigación y de los objetivos propuestos, se planteó una estrategia de intervención metodológica, que promueva la comprensión de la

información presentada en tablas y gráficas estadísticas, vinculadas a situaciones propias del contexto.

Capítulo 2

Referentes teóricos

EN el presente Capítulo se abordan los planteamientos teóricos que sustentan este proyecto. Estos referentes son la cultura Estadística y el modelo de la Enseñanza para la Comprensión (EpC). El primero, plantea la necesidad, que tienen los ciudadanos, de culturizarse estadísticamente, con el fin de comprender información presentada mediante instrumentos estadísticos como son los gráficos, tablas, resúmenes, entre otros. El segundo, direcciona la vía metodológica de solución al problema planteado, esbozando su origen, definición y la composición de su estructura.

2.1. La cultura estadística

La Estadística hoy se ha convertido en parte de la educación general necesaria para los ciudadanos. Algunos autores como Gal, I. (2002), Wallman (1993) y Watson (1997), denominan este concepto como “*Statistical literacy*” que, traducido al español, se conoce como “cultura estadística”. A continuación presentamos algunas de las definiciones propuestas por estos autores.

Gal, I. (2002), define la “Cultura Estadística” como: “La unión de dos competencias que están relacionadas entre sí: la primera, la enmarca en la capacidad que tiene la gente para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, argumentados por los datos o fenómenos estocásticos que se encuentren en diversos contextos, la segunda competencia, trata de la capacidad para hablar o comunicar las reacciones a esta información estadística, del significado de la información, sus opiniones acerca de las implicaciones de esta información, o sus preocupaciones con respecto a la aceptabilidad de las conclusiones dadas”. (p.2-3)

Wallman (1993) plantea que, la cultura estadística, es la habilidad para comprender y evaluar críticamente los resultados estadísticos que permean la vida cotidiana, junto con la capacidad de apreciar los aportes que puede hacer el pensamiento estadístico en decisiones públicas y privadas, profesionales y personales.

Watson (1997), sugiere que la cultura estadística implica:

”ser capaz de comprender el texto, significado e implicaciones de la información estadística en el contexto en que se presenta y que incluye tres componentes de sofisticación progresiva: el conocimiento básico de los conceptos estadísticos, la comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio de algún informe en los medios de comunicación o en el trabajo y una actitud crítica que se muestra al ser capaz de cuestionar argumentos que estén basados en evidencia estadística no suficiente o sesgada”(p. 110).

Además Arteaga, P. and Batanero, C. and Cañadas, G. y Contreras, J. (2011) plantea que, un informe del Departamento de Educación del Centro de Educación Estadística en el 2006, considera la cultura estadística como la capacidad de usar información impresa y escrita para funcionar en la sociedad, alcanzar los propios objetivos y desarrollarse como persona.

Batanero (2004) manifiesta que la cultura estadística es un tema tan relevante en el mundo que en el Sexto Congreso Internacional sobre la enseñanza de la Estadística, realizado en la ciudad del Cabo (Sudáfrica) en el 2002 tenía como lema “El desarrollo de una sociedad estadísticamente culta”. Esta idea también se encuentra en numerosas publicaciones y proyectos relacionados con el tema.

Estas consideraciones evidencian la realidad de hoy, donde estamos asediados de información de manera permanente y actualizada por diferentes medios de comunicación, los cuales utilizan la Estadística para hacerla atractiva visualmente y sintética en su contenido, de tal manera que le interese al lector. Una muestra de ello es cuando observamos en los periódicos, impresos y virtuales, el comportamiento de la tasa cambiaria de las principales monedas (dólar, euro, entre otras), los niveles de popularidad de los personajes públicos nacionales e internacionales y temas sociales de interés. De acuerdo a lo expuesto anteriormente, presentamos a manera de ejemplo la siguiente información publicada por el diario El Colombiano, en el cual se exponen, gráficamente, los porcentajes de adolescentes embarazadas en el departamento de Antioquia.

Esta noticia es solo un ejemplo de las muchas que a diario observamos en los medios de comunicación colombianos, que utilizan los gráficos estadísticos en sus ediciones,



Figura 2.1: Uso de la Estadística en periódicos.

lo cual evidencia la necesidad de formar una sociedad estadísticamente culta, de tal manera que, comprenda la información y pueda ser crítica de ella.

2.1.1. Componentes de la cultura estadística

Watson (1997), propone un modelo de sofisticación progresiva que podría considerarse como posible solución lo planteado anteriormente. Esta propuesta la componen tres elementos que son:

1. El conocimiento de conceptos básicos de la Estadística.
2. Razonamiento y argumentos estadísticos frente a un informe presentado por los medios de comunicación o su trabajo.
3. Actitud crítica que permita cuestionar argumentos que se basen en evidencia Estadística no suficiente.

Por su parte Gal, I. (2002), propone un modelo a partir de aportes de otros, como de Watson, J. (1999), para diseñar el suyo, en el que incluye elementos de:

1. Conocimiento básico, no solo estadístico sino también matemático.

2. Habilidades básicas de lectura.
3. Conocimiento del contexto.
4. Capacidad crítica.

Estos elementos, que componen la cultura estadística, desde la postura de Gal, I. (2002), permiten ampliar su significado y propósito alejando la intensión de pensar solo en el aprendizaje de cálculos y definiciones. Para Batanero (2004), cuando se habla de componentes de la cultura estadística se hace referencia a tratar de dar respuesta a preguntas como ¿Cuáles son las habilidades, competencias y valores que permanecen en la vida y ayudan en la autoformación futura? Esto debido a que, algunos de los contenidos aprendidos en la escuela, cuando se está en la vida profesional son obsoletos, por la continua y permanente evolución de nuestro mundo. Esta propuesta será uno de los referentes que direccionará el presente trabajo, por lo cual detallamos, a continuación, cada uno de los elementos que la componen:

1. **Conocimientos y destrezas:** este elemento trata de la necesidad de enseñar los conceptos y procedimientos básicos de la Estadística, que según Moreno (1998) incluiría:
 - La comprensión de ideas básicas sobre gráficos.
 - Resúmenes estadísticos.
 - Diseños de experimentos.
 - Diferencia entre estudios observacionales y experimentales.
 - Encuestas.
 - Incertidumbre.
 - Probabilidad.

Se requiere que, con el pasar de los años escolares, los estudiantes logren desarrollar estos conceptos y procedimientos en otras áreas, en el método científico y en la comprensión del análisis de datos.

2. **Razonamiento Estadístico:** Es un componente esencial del proceso de aprendizaje, que está compuesto por cinco elementos según Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999), los cuales se detallan a continuación:
 - Reconocer la necesidad de los datos: muchas situaciones de la vida cotidiana y profesional, ameritan tomar decisiones a partir de análisis de datos recolectados, bajo criterios estadísticos y no bajo intuiciones o puntos de vistas personales.

- **Transnumeración:** al cambiar la forma de representar los datos, surgen nuevos componentes de análisis, que permiten ampliar la comprensión de la información.
- **Percepción de la variación:** al realizar un estudio estadístico exhaustivo, teniendo en cuenta los procedimientos de recolección y análisis de los datos, surge la posibilidad de comprender la variación que hay entre los mismos y tratar de buscar explicaciones mediante sus causas y el contexto de la información.
- **Razonamiento con modelos estadísticos:** un gráfico de barras, una distribución normal o una tabla de frecuencias, son consideradas como modelos, debido a que son una manera de representar la realidad. Lo importante de este elemento es tener la capacidad de diferenciar el modelo de los datos, pero de manera simultánea relacionar el modelo con los datos.
- **Integración de la Estadística y el contexto:** Para razonar estadísticamente ante una determinada situación, es necesario tener una mirada integral de los conceptos, procedimientos, reglas, instrumentos, etc, de la Estadística, de tal manera que, seleccione aquellas que permiten ampliar el análisis de la información. Por otra parte, este elemento plantea la necesidad de conocer el contexto en el cual están inmersos los datos, con el fin de tener mayores criterios para valorarlos y poder tomar una posición crítica frente a ellos.

Los elementos mencionados permiten tener un concepto más amplio de los aspectos que se deben tener en cuenta, cuando nos centramos en situaciones de incertidumbre y se hace necesario razonar estadísticamente para tomar decisiones.

3. **Intuiciones:** es común encontrarnos en la vida cotidiana y profesional con situaciones de incertidumbre, donde el razonamiento humano nos engaña frecuentemente cuando nos dejamos llevar por las intuiciones en la Estadística y la Probabilidad según lo propone Kahneman and Slovic (1982).

Por lo anterior Batanero (2004), plantea que: “Un ciudadano estadísticamente culto debe ser capaz de controlar sus intuiciones sobre el azar, diferenciar las que son correctas e incorrectas y aplicar el razonamiento estadístico para controlar sus intuiciones en las situaciones de riesgo y toma de decisión” (p. 31). Ahora bien, las intuiciones erradas no se corrigen con la enseñanza de conceptos, procedimientos o solución de ejercicios, sino, que se necesita, desde las escuelas, implementar modelos en la enseñanza de la Estadística que fomenten el desarrollo del pensamiento, para que los estudiantes razonen estadísticamente de acuerdo a lo propuesto por Batanero (2004).

4. **Actitudes:** la cultura estadística no solo es conocimiento y razonamiento, es también emociones, valores y actitudes. Este componente aporta la capacidad

de contextualizar la Estadística y reconocer la importancia de esta rama de las matemáticas en la sociedad. Batanero (2004) destaca que de nada vale que una persona comprenda muy bien los conceptos, fórmulas estadísticas, procedimientos y no esté dispuesto a aplicar este conocimiento, para plantear soluciones a situaciones de la vida cotidiana.

Cada uno de los componentes mencionados son aspectos significativos que deben ser abarcados en un proceso de formación en cultura estadística y que en el presente trabajo trazan una ruta en la construcción de los instrumentos de recolección de datos en su componente estadístico. En el caso de los conocimientos y destrezas vamos a puntualizar y desarrollar lo correspondiente a gráficas estadísticas, por lo que a continuación, se plantean su definición, elementos, clasificación y tipos de gráficos.

2.1.2. Los gráficos estadísticos

Son un sistema de representación visual artística que permiten presentar una determinada información recopilada, de tal manera que logra atraer la atención de sus lectores y transmitir el comportamiento de la población estudiada.

Además, como lo menciona Cazorla, I. (2002), los gráficos estadísticos tienen un papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, al ser un instrumento de transnumeración, estos pueden utilizarse como instrumentos para comunicar y analizar datos, así como para retener en la memoria una gran cantidad de ellos en forma oportuna y eficiente.

La transnumeración es una de las formas básicas de razonamiento estadístico, definidas por Wild y Pfannkuch (1999), que consiste en obtener una nueva información, al cambiar de un sistema de representación a otro. Por ejemplo, al pasar datos a un gráfico circular, un estudiante podría identificar la moda que antes no era tan visible en ellos.

Para optimizar la utilización de los gráficos, se hace necesario que el lector y quién los construye, conozcan la naturaleza, elementos y características de estos. A continuación exponemos algunos de ellos.

El gráfico estadístico está conformado por elementos, es decir por cada uno de los aspectos, que aportan información que da claridad y contexto al lector, con el fin de facilitar una lectura pertinente, al conjunto de datos presentados. Estos son:

- **Área del gráfico:** sección definida por el marco del gráfico que incluye todas sus partes.

- **Título del gráfico:** texto descriptivo que se coloca en la parte superior, que presenta el tema que trata la información.
- **Puntos de datos:** es un símbolo dentro del gráfico (barra, área, punto, línea) que representa un solo valor.
- **Series de datos:** son los puntos de datos relacionados entre sí, trazados en un gráfico. Cada serie de datos debe tener un color exclusivo. Un gráfico puede tener una o más series de datos a excepción de los gráficos circulares que, solamente, pueden tener una serie de datos.
- **Ejes:** un eje es la línea que sirve como referencia de medida. El eje Y es conocido como el eje vertical y generalmente contiene datos. El eje X es conocido, también, como el eje horizontal y suele contener las categorías del gráfico.
- **Área de trazado:** es el área delimitada por los ejes e incluye todas las series de datos.
- **Líneas de división:** son líneas opcionales que extienden los valores de los ejes de manera que facilitan su lectura y comprensión.
- **Título de eje:** texto descriptivo que se alinea al eje correspondiente, con el fin de identificar las unidades de representación o la variable representada.
- **Leyenda:** un cuadro que ayuda a identificar los colores asignados a las series de datos.

A continuación presentamos la figura(2.2) que señala los elementos que componen un gráfico estadístico,

Clasificación de los gráficos

Los gráficos pueden clasificarse teniendo en cuenta el número de variables que están representando de un determinado conjunto de datos. Las variables estadísticas son los atributos que tiene o se le puede asignar a una determinada población, o como lo menciona Mendenhall et al. (2002) “Son las características que cambian o se modifican con el tiempo para diferentes individuos u objetos en consideración” (p. 8). Estas variables pueden clasificarse en una de dos categorías: cualitativas y cuantitativas, las primeras corresponden a las cualidades que posee un individuo u objeto de tal manera que no se pueda describir de forma numérica, como por ejemplo: Color de ojos: verdes, café, negros, azules, entre otros. Partido político: liberal, Conservador,

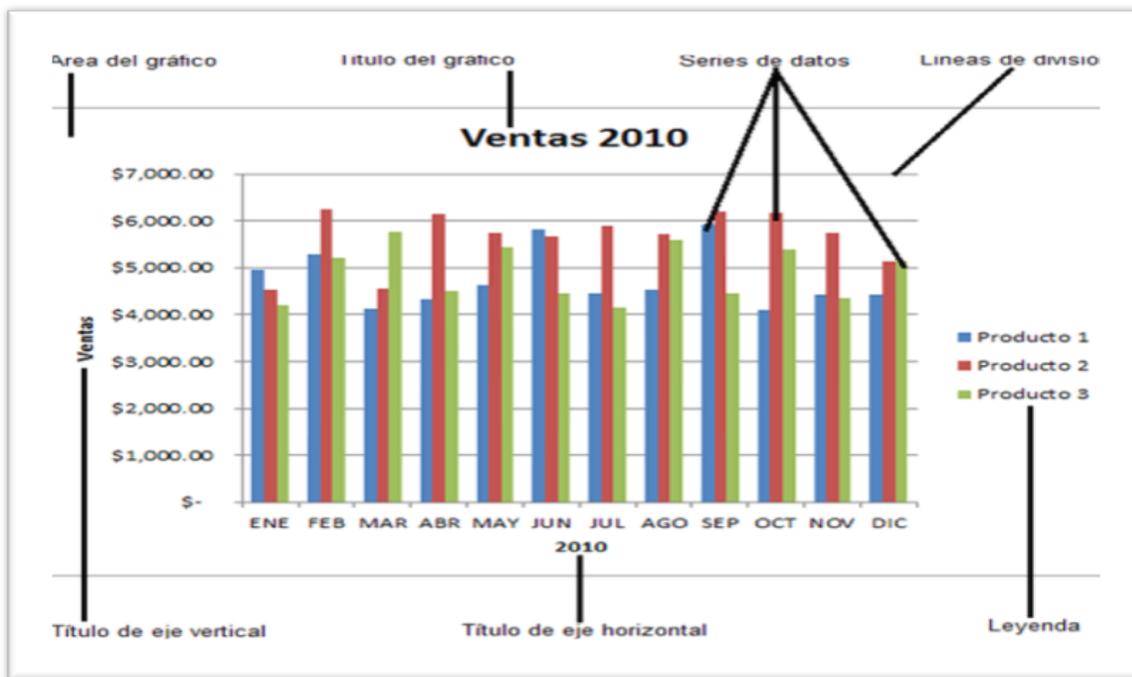


Figura 2.2: Elementos de un gráfico estadístico.

Polo democrático, Verde, y otros que puedan considerarse. Equipo de fútbol favorito: Junior, Nacional, Medellín, Millonarios, entre otros.

Las Variables Cuantitativas son las características que producen datos de tipo numérico, cuando estos datos son números enteros, se denominan variables cuantitativas discretas, por ejemplo: número de hijos de las familias antioqueñas, edad en años cumplidos de los estudiantes de 5º, número de cajas de bananos exportados diariamente por la finca “Loma arriba”.

Cuando los datos numéricos obtenidos son valores decimales, que corresponden a un intervalo en los números reales, se clasifican como variables cuantitativas continuas, por ejemplo: La estatura de los estudiantes de preescolar, el tiempo que tardan los atletas en correr una carrera, entre otras.

Por lo tanto, los gráficos se clasifican en: univariables que son los que presentan información de una variable, los bivariados son los que presentan información de dos variables y los multivariados presentan más de tres variables.

En el presente trabajo solo se abordarán los gráficos univariables debido a que son los propuestos para el grado 5º, según lo establece los Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas Ministerio de Educación Nacional (2006). Entre los

gráficos univariados, que se desarrollan en este proyecto, se encuentran los gráficos de barras, de sectores y de líneas o polígonos de frecuencia.

1. **Gráfico de barras:** es una representación gráfica que puede ser usada para representar la distribución de frecuencias de variables cualitativas, cuantitativas discretas o incluso variables continuas, si han sido discretizadas y diferentes intervalos de valores se han transformado en categorías.

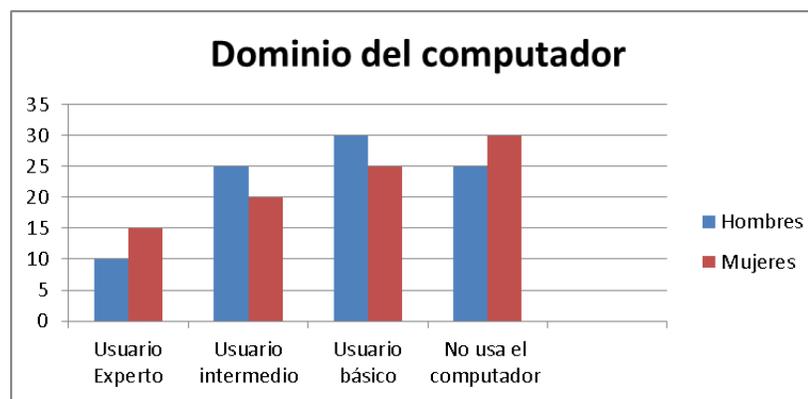


Figura 2.3: Ejemplo de gráfico de barras.

El diagrama de barras puede construirse para frecuencias absolutas, relativas o porcentajes. la frecuencia se representa mediante una barra Nortes (1990). En este gráfico se suelen disponer los datos, en el primer cuadrante de unos ejes de coordenadas cartesianas, levantando, sobre el eje de abscisas, un bloque o barra para cada modalidad de la variable observada.

Mientras que en caso de variable cualitativa, el orden en que aparecen las categorías en el eje es irrelevante (aunque a veces se ordenan en función de la mayor a menor frecuencia), para variables cuantitativas discretas el orden de presentación de valores en el eje X ha de ser el orden numérico natural. La altura de la barra debe ser proporcional a la frecuencia absoluta o relativa, que se representará en el eje de ordenadas.

2. **El gráfico de sectores, circular o de torta:** es empleado para representar datos con variable cualitativas y únicamente representa una variable. Es un gráfico circular que utiliza radios para dividir el círculo en sectores, de manera que, las áreas de los sectores, son proporcionales a las cantidades representadas, ofreciendo un análisis visual de la información de fácil entendimiento y además, permite, de manera clara, identificar la moda del conjunto de datos.
3. Los gráficos de líneas muestran una serie como un conjunto de puntos conectados mediante una línea. Los valores se representan por el alto de los puntos con

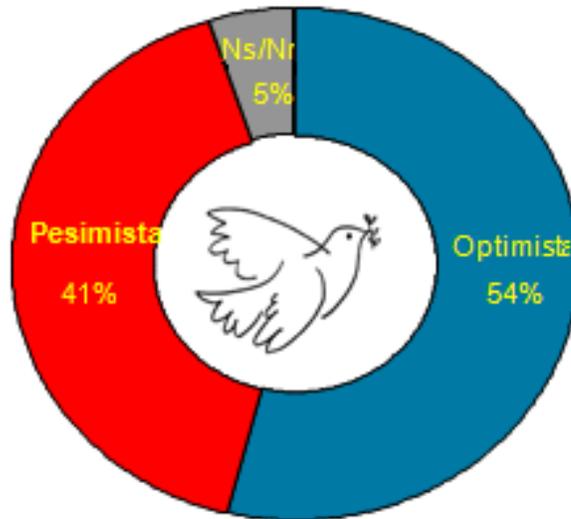


Figura 2.4: Ejemplo de gráfico circular

relación al eje y las etiquetas de las categorías se presentan en el eje X. Los gráficos de líneas, suelen utilizarse para comparar valores a lo largo del tiempo.

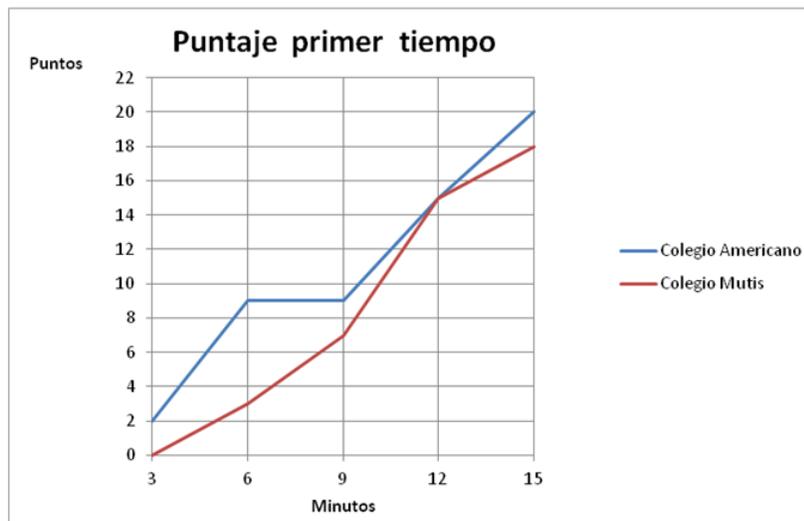


Figura 2.5: Ejemplo de gráfico de líneas.

Las tablas y los gráficos estadísticos hacen parte del fomento de la cultura estadística en nuestra sociedad, por ello consideramos que, los aspectos mencionados, son pertinentes para el diseño de nuestra propuesta investigativa en cuanto al objeto matemático se refiere y el modelo de la enseñanza para la comprensión como el referente teórico que direcciona la implementación, de este

trabajo en el aula de clase, el cual se expone a continuación.

2.2. Enseñanza para la Comprensión

La Enseñanza para la Comprensión (EpC) parte de una pregunta básica: ¿Qué es la comprensión? Este es un asunto delicado y complejo que va más allá del conocimiento. Con el fin de tener una idea más amplia y clara de lo que es la comprensión nos permitimos citar algunas definiciones, propuestas por algunos autores como Blythe (1998): “Comprender es poder llevar a cabo una diversidad de acciones o desempeños que demuestren que un estudiante entiende el tópico y al mismo tiempo lo amplía, y ser capaz de asimilar un conocimiento y utilizarlo de forma innovadora.”

Para Stone, M. (1999), la comprensión se presenta cuando los estudiantes pueden pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe, por el contrario, cuando un estudiante no puede ir más allá de la memorización, repetición de acciones rutinarias, es un indicio de falta de comprensión.

La Enseñanza para la Comprensión plantea que un estudiante ha comprendido un concepto cuando “es capaz de realizar algo tangible con él” (Blythe, T., 1999) y ha ampliado su red de relaciones hasta aprender en contexto. La EpC busca de forma integrada que tanto profesores como estudiantes participen activamente en la construcción y la comprensión del conocimiento (Stone, M., 1999). Para hacer una generalización, se reconoce la comprensión por medio de un criterio de desempeño flexible.. Entendido éste como la capacidad de explicar, justificar, extrapolar, vincular y aplicar el conocimiento de forma creativa.

Los aportes que hace la Enseñanza para la Comprensión como un modelo aplicado a la enseñanza, en diferentes disciplinas, está estrechamente ligada a la Educación Matemática, en cuanto a la búsqueda, no solo de un aprendizaje, sino, a la comprensión de lo que se aprende, dando paso a una reflexión acerca del quehacer del profesor en el aula de clases y las estrategias a implementar para que, los estudiantes, comprendan lo que se les enseña.

Este modelo se encuentra estructurado en dos componentes: las dimensiones y los elementos. Dentro de estos últimos se encuentran los niveles de comprensión como parte fundamental del elemento de la Valoración Continua, los cuales son referentes en la evaluación en el presente trabajo. Estos componentes son considerados los pilares fundamentales para la planeación y el desarrollo del proceso de enseñanza, que permite una participación activa de los estudiantes y una relación del saber con las situaciones concretas de la vida cotidiana. A continuación se exponen las dimensiones definidas en el marco de la Enseñanza para la Comprensión.

2.2.1. Dimensiones de la comprensión

Las dimensiones son los ejes, en los cuales, el profesor centra su propuesta o estrategia de enseñanza, permitiendo establecer los aspectos detallados donde el estudiante logra desarrollar la comprensión de los conceptos expuestos. En su planeación, el profesor busca que las actividades prácticas, partan de las necesidades e intereses de los estudiantes acerca de lo que se enseña, iniciando la construcción de experiencias de aula que fortalezcan el desarrollo de habilidades de pensamiento, relacionadas con los saberes disciplinares. Es importante tener presente que, para el diseño de las dimensiones de una unidad, se debe partir de la construcción y reconstrucción de tareas que se relacionen con el contexto, teniendo claros los objetivos que se pretenden alcanzar en el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

A continuación se describen, cada una de las cuatro (4) dimensiones, que forman parte del modelo de la EpC.

- **Contenidos:** se refieren a las perspectivas intuitivas o no escolarizadas que el estudiante logra trascender y el grado hasta el cual pueden moverse con flexibilidad, entre ejemplos y generalizaciones, en una red conceptual.
- **Métodos:** el conocimiento surge más bien de un cuidadoso proceso de investigación según criterios que son debatidos, en forma pública, entre comunidades de gente ilustrada en dominios específicos. Concretamente, la dimensión de método evalúa la capacidad de los estudiantes para mantener un sano escepticismo acerca de lo que conocen o lo que se les dice, así como su uso de métodos confiables para construir y validar afirmaciones y trabajos verdaderos, moralmente aceptables o valiosos desde el punto de vista estético.
- **Praxis:** evalúa la capacidad de los estudiantes para comprender los propósitos que orientan el conocimiento y la puesta en práctica de ellos, la forma como lo transforman, puesto que en la realidad, la solución de problemas o situaciones, presentadas en los diferentes ámbitos de la vida, es un reto presente en sus prácticas cotidianas.
- **Formas de comunicación:** evalúa el uso, por parte de los estudiantes, de sistemas de símbolos (visuales, verbales, matemáticos y cinestésicos corporales). Da cuenta del lenguaje utilizado en el momento adecuado, la facilidad de hacerse entender por un público, el buen uso de la terminología matemática en una exposición o cartelera. expresándose con claridad, de tal manera que los oyentes logren entender sus ideas.

Estas dimensiones, describen aspectos a tener en cuenta, en el proceso valorativo, en el desempeño de los estudiantes, permitiendo que la evaluación sea objetiva e integral.

2.2.2. Elementos de la comprensión

Los elementos son considerados como las ideas clave que permiten diseñar y organizar las experiencias en el aula, para que tengan sentido y puedan ligarse entre sí. Es decir, con ellos se busca analizar y construir un currículo que cuestione, de manera creativa, aquello que el profesor enseña y se espera que el estudiante aprenda, además de las estrategias que serán utilizadas para evaluar este proceso, buscando que la comprensión como habilidad de pensamiento se fortalezca en el acto educativo.

A continuación se describen cada uno de las cuatro (4) elementos que conforman este modelo.

Hilo conductor o metas de comprensión abarcadoras

Es uno de los aspectos más importantes e interesantes del tópico generativo, es decir, los conceptos, procesos y habilidades que esperamos que los estudiantes comprendan, permitiendo que ellos participen en su construcción y los tomen como una responsabilidad propia, de tal forma que se tenga en cuenta sus intereses, desde luego guiado por el profesor (Stone, M., 1999). Las metas de comprensión pueden ser abarcadoras, en tal caso, también se les llama hilos conductores. Las metas se plantean para un período de tiempo, bien sea un mes, un semestre o un año.

Tópicos generativos

Este elemento alude a los contenidos, temas de lo que se desea enseñar, teniendo unas características muy especiales, que sean de interés para los estudiantes, que pueden ser llamativos para ellos, que les genere inquietud por indagar, que los motive, que les siembre una duda, que los deje inquietos y genere conexión con otras disciplinas u otros tópicos de la misma (Stone, M., 1999). Como Blythe, T. (1999) sostiene que: “la comprensión incumbe a la capacidad de hacer con un tópico una variedad de cosas que estimulan el pensamiento, tales como explicar, demostrar y dar ejemplos, generalizar, establecer analogías y volver a presentar el tópico de una nueva manera” de esta forma se exponen las características que debe contener, este elemento de la EpC, para lograr el fin para lo cual fue creado en el modelo.

Desempeños de comprensión y sus fases

Son las acciones o actividades que hacen los estudiantes para demostrar que han comprendido. Generalmente, se diseña para tres momentos o fases diferentes, llamados:

exploración, investigación guiada y final de síntesis.

De acuerdo con Rendón (2009):

La fase de exploración está destinada a determinar qué saben los estudiantes sobre un tema específico y que, además, lo reconozcan en diversas manifestaciones de su entorno. Se busca que logren la nivelación conceptual necesaria para profundizar en el tópico planteado. A su vez *la fase de investigación guiada*, se considera de mayor complejidad que la anterior y pretende determinar el alcance en la profundización de los nuevos conocimientos y la forma de utilizarlos para solucionar diversos problemas. *La fase final de síntesis* se refiere a las acciones que están al final del proceso y permiten determinar el nivel de comprensión, que los estudiantes alcanzaron durante el proceso de aprendizaje, haciendo énfasis en el análisis de las dimensiones de la comprensión y su interrelación.

Cada una de estas fases tiene sus propias particularidades o evidencias que se manifiestan en los desempeños propuestos, como se enuncia a continuación.

- **Desempeños exploratorios:** son las actividades o acciones que deben realizar los educandos con el objetivo de detectar cuáles son las ideas previas que tienen frente a las metas que se han planteado.
- **Desempeños de investigación guiada:** se refiere aquellas acciones donde los estudiante reciben la orientación del profesor y en conjunto llegan a la construcción y comprensión de una nuevo conocimiento.
- **Final de síntesis:** son las acciones que los estudiantes realizan, en la cual, demuestran que han comprendido lo que se planteaba en las metas de comprensión, reflejándose en su creatividad y flexibilidad para aplicar lo que han aprendido.

Valoración continua y evaluación final

Se trata de la fase de retroalimentación permanente, que se realiza durante todo el proceso, antes mencionado, el cual se da entre varios actores: estudiante - profesor, estudiante con su par, y se puede realizar de manera formal o informal dependiendo de las circunstancias. Así, la valoración en la EpC, no se hace solo para un determinado tema, ni en un momento particular, sino que es continua, desde el inicio hasta el final de cada desempeño. Ésta pretende que los estudiantes identifiquen sus debilidades y

fortalezas para re-direccionar el proceso si es necesario y así lograr los desempeños propuestos. De esta manera, el estudiante determina formas propias de evaluar su aprendizaje que se espera continúe a lo largo de su vida.

2.2.3. Niveles de comprensión

De acuerdo con Blythe (1999), las cuatro dimensiones de la comprensión, ilustran los diferentes aspectos, en los cuales, se da la comprensión, sin embargo, es posible que algunas dimensiones se desarrollen más que otras, en desempeños específicos, ahora bien, cuando hay una comprensión profunda significa que se está en la capacidad de usar el conocimiento en todas las dimensiones. Teniendo en cuenta esta variabilidad, dentro de cada dimensión, la EpC, establece los niveles de comprensión que caracterizan unos desempeños débiles, de otros más profundos. Así, los cuatro niveles de la comprensión se definen como: ingenuo, principiante, aprendiz y maestría.

- **Comprensión ingenua:** En este nivel el estudiante basa sus explicaciones en el conocimiento intuitivo, es decir, en verdades absolutas o propias. Además hay ausencia de conceptos de la disciplina y no ve la necesidad de probar nada, porque todo es obvio o trivial.
- **Comprensión de novato:** Se basa en los rituales, mecanismos de prueba y escolarización, donde el estudiante trata de convencer que tienen la razón, no importando si sus argumentos son válidos o no. Consideran los métodos o procedimientos como los más importantes, aunque sus construcciones sean mecánicas y toman los libros, textos y explicaciones del profesor como fuente de conocimiento correcto, es decir, creen en ellos con toda certeza.
- **Comprensión de aprendiz:** basados en conocimientos y modo de pensar disciplinarios. El conocimiento es humanamente construido, por lo que, los estudiantes, se vuelven críticos, no van aceptando de buenas a primeras cualquier concepto que les diga el libro o el profesor, verifican la fuente de donde vienen, suelen ser cuestionadores incluso pueden llegar a ser incrédulos. Construyen el conocimiento a partir de métodos, cobran importancia los teoremas y teorías, relacionadas con la convalidación del conocimiento, a la luz de la parte axiológica y praxeológica.
- **Comprensión de maestría:** en este nivel el estudiante se preocupa por la veracidad de la información obtenida, realiza pruebas, son integradores, creativos y críticos. El conocimiento es humanamente construido, racionalmente discutible, provisional y guiado por un marco. Son autocríticos, dudan hasta de lo que ellos mismo construyen o mejor dicho pueden tomar diferentes posturas, frente a un

mismo caso, argumentado desde el punto de vista que se le mire. Reconocen las limitaciones de los métodos. Cuando se les presentan nuevas pruebas, teorías o interpretaciones, los estudiantes, pueden centrar el escepticismo en la naturaleza provisional del conocimiento disciplinario y los objetivos que impulsan la construcción de este o los usos o consecuencias del mismo. Ven los criterios de convaliente como abiertos al cuestionamiento y la revisión a lo largo del tiempo.

El siguiente mapa conceptual resume la estructura y los componentes de la Enseñanza para la comprensión (EpC) que ha sido descrito, en detalle, en los apartados anteriores.

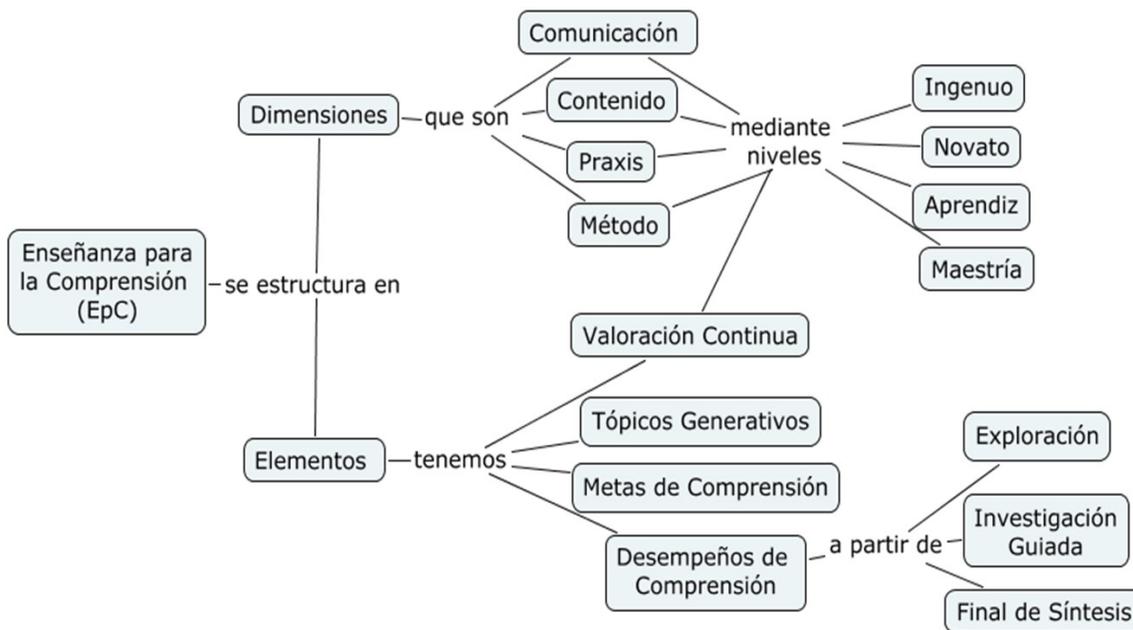


Figura 2.6: Estructuración de la Enseñanza para la Comprensión.

La planeación y desarrollo del trabajo en el aula, mediado por la EpC, permite que los estudiantes, participen activamente, en la construcción de su propio conocimiento y en la valoración de cada uno de sus desempeños, de tal manera que, logren reconocer sus fortalezas y superar sus debilidades, posibilitándoles identificar los niveles de comprensión alcanzado, en cada una de la dimensiones, que plantea este modelo.

Capítulo 3

Diseño metodológico

EL diseño metodológico de toda investigación, es la ruta trazada por los investigadores, para lograr el objetivo propuesto. Nuestra preocupación es la comprensión de información presentada en tablas y gráficos estadísticos que alcancen los estudiantes del grado quinto de Básica Primaria, por lo tanto debemos describir lo que ocurre en el aula de clase con respecto a la comprensión de tablas y gráficas, para darle sentido a los desempeños obtenidos. Esta situación nos pone en el plano del paradigma cualitativo.

En este Capítulo se expone el enfoque y método, desde el cual se abordó la investigación, es decir el diseño elaborado para lograr el objetivo de estudio con estudiante de 5° de Básica Primaria del Colegio Americano de Apartadó. Además, se describen las herramientas que permitieron analizar y validar la información relacionada, con el objeto de estudio, como son el organizador de unidad, la guía de actividades y las matrices de evaluación.

3.1. Enfoque Metodológico

La investigación cualitativa se encarga de describir, analizar, interpretar, entender y comprender fenómenos sociales. En el campo educativo, Blanco (2005) manifiestan que, los estudios de este tipo, son aquellos que desarrollan objetivos de comprensión de diversos fenómenos socio-educativos y transforman la realidad. Teniendo en cuenta que nuestra investigación se enmarca en este contexto y, a partir de ella, se describe cómo los estudiantes del grado quinto de Básica Primaria, comprenden información presentada en tablas y gráficas estadísticas, asociada a situaciones contextuales. Entendidas estas como entornos cotidianos que permean el diario vivir de los estudiantes, entre los cuales podríamos mencionar: los productos que venden en la tienda escolar, situaciones relacionadas con el proceso del banano, preferencias de sus compañeros, entre otros

aspectos. lo que nos coloca en el plano de lo descriptivo-interpretativo, que según Briones (2002), es cuando se da la explicación de los procesos y la comprensión de la información.

En correspondencia, la investigación cualitativa permite a los investigadores seleccionar un método, de acuerdo con las características del estudio. Según Lucca, N. y Berrios, R. (2003), el estudio de caso ha sido de gran importancia en el desarrollo de las ciencias sociales, la salud y la educación. Teniendo en cuenta las características de nuestra investigación, el estudio colectivo de caso, será nuestro método, que en palabras de Stake, R. (1999), permite abordar un colectivo de individuos, centrando la atención en un grupo reducido.

A continuación se describe el contexto de la investigación, los participantes y los criterios de selección.

3.2. Contexto y participantes

Situar el contexto de una investigación, responde a definir el “cómo, cuándo y dónde se realizó” (Hernández et al., 1998, p. 351), precisando las particularidades en las que se llevó a cabo.

Esta investigación se desarrolló en Colegio Americano de Apartadó, ubicado en la subregión de Urabá, del departamento de Antioquia, de naturaleza privada. Es importante precisar que, la principal actividad económica de esta subregión, está asociada al comercio, cultivo y exportación del banano.

El grupo seleccionado, estuvo conformado por 27 estudiantes del grado quinto (5°) de Básica Primaria, que cuenta con 17 niños y 10 niñas con edades entre los 9 y 11 años.

De acuerdo a las particularidades del estudio colectivo de caso, fue necesario seleccionar tres (3) estudiantes para analizar sus elaboraciones, y presentar un informe que posibilite describir los niveles de comprensión de acuerdo con la EpC, alcanzados por ellos. Para este fin, se establecieron los siguientes criterios de selección:

- Entrega de las actividades desarrolladas durante el proyecto.
- Participación en clases.
- Motivación frente a los temas estudiados.

A cada uno de ellos se les informó del trabajo a realizar y se les preguntó por su

consentimiento para participar en él. Los tres estudiantes seleccionados, son menores de edad, por tal motivo se solicitó por escrito a los padres, como representantes legales su autorización para participar. Una vez terminado este proceso se les asignaron seudónimos con el fin de proteger su identidad. Las producciones realizadas por cada uno de ellos se etiquetaron como: Andrés, María y Santiago.

3.3. Propuesta metodológica para la comprensión de tablas y gráficas estadísticas.

En correspondencia con lo planteado por la EpC, se tienen en cuenta las dimensiones y elementos, para generar una propuesta que posibilite la cultura estadística, a partir de la comprensión de tablas y gráficas estadísticas.

De acuerdo con lo propuesto por el Ministerio de Educación Nacional (2006) y teniendo en cuenta el marco de la EpC, se diseñó la estrategia que se expone a continuación, para el concepto objeto de estudio. Cada elemento se fue refinando, a lo largo del proceso de investigación, hasta definir los que se presentan a continuación.

Hilo conductor

De acuerdo a la EpC, este elemento hace parte de las metas de comprensión y se define como algo macro o abarcador. Permite reflexionar sobre cuáles son los aspectos más importantes que debe haber comprendido el estudiante, cuando terminan el estudio del tema.

Este elemento fue la guía a seguir, durante todo el proceso de la investigación, para que los estudiantes avanzaran en su comprensión de las tablas y gráficas estadísticas. Esto les fue generando inquietud por conocer, más allá de un simple título. De acuerdo a lo anterior, el hilo conductor se formuló de la siguiente manera:

Los estudiantes comprenderán la información presentada en tablas y gráficas estadísticas a partir de diversos contextos.

De acuerdo al grado de escolaridad de los estudiantes, es importante reconocer el contexto y lograr comprender lo que en él ocurre. Es por esto que, al comprender la información estadística, de diferentes fuentes, se propende por la adquisición de la cultura estadística.

Tópicos generativos

Estos se basan en los contenidos o temas que se desean enseñar, buscando generar inquietudes, motivaciones, interrogantes en los estudiantes y su relación con otras disciplinas o temas. Además, llevan una secuencia que permite, tanto al profesor como al estudiante, avanzar en la comprensión del objeto de estudio.

Lo tópicos generativos en la investigación están relacionados con la Estadística y su uso en diferentes contextos, lo que permite que el estudiante se involucre con diversos tipos de información y formas de representarla para establecer conclusiones y posturas críticas frente a los sucesos estudiados.

Los siguientes son los tópicos generativos definidos:

- **Explorar el uso de la Estadística en diversas situaciones de la vida diaria.** Con este tópico se busca que los estudiantes indaguen con diferentes personas como: comerciantes, padres, agricultores, empresarios, vendedores, entre otros, el uso que hacen de la Estadística, cómo los ayuda en sus labores, su utilidad, entre otros aspectos. Lo anterior hace que los estudiantes perciban la importancia de ésta rama de las matemáticas, con relación a las diferentes disciplinas del saber y cómo es empleada para la toma de decisiones.
- **Organizar y presentar datos recolectados del entorno.** Este tópico busca que los estudiantes se apropien de los elementos necesarios para abordar la tabulación y construcción de gráficas estadísticas. Al mismo tiempo muestra las fortalezas o dificultades en la comprensión de los mismos.
- **Observar y determinar tendencias en los datos a partir de las gráficas.** La intención de este tópico es acercar a los estudiantes a la comprensión de las medidas de tendencia central: moda, mediana y media aritmética; los algoritmos para hallarlas y el significado que cumplen dentro de un conjunto de datos, ya que cada una de ellas, se utiliza para situaciones distintas y por lo tanto merecen una comprensión diferente.
- **Reconocer los elementos de un gráfico estadístico.** El propósito de este tópico es que los estudiantes analicen las consecuencias que puede tener la comprensión de los datos representados en un gráfico, reconociendo la importancia de los elementos que lo componen, tanto implícita como explícitamente.

Los tópicos generativos planteados facilitan al profesor, en este caso investigador, dar cuenta de la forma cómo pretende acercarse al objeto de estudio, iniciando con una indagación en el medio, sobre la importancia de la Estadística, pasando por la

construcción y comprensión de gráficas y finalizando con una práctica de los estudiantes frente al tema.

Metas de comprensión

Con este elemento, el profesor, busca el afianzamiento del concepto que se quiere abordar, en relación con el pensamiento estadístico, para que resuelvan, de manera creativa y novedosa, preguntas a partir de la comprensión de la información presentada en tablas y gráficas.

En el presente trabajo investigativo, con las metas de comprensión se busca responder a la necesidad de generar acciones que posibiliten a los estudiantes desarrollar actividades que apunten a la profundización del concepto estudiado. A continuación se enuncian las definidas en este trabajo investigativo.

Los estudiantes:

- **Comprenderán la importancia de la Estadística en diferentes contextos.** Con esta meta se pretende que los estudiantes reconozcan el papel que cumple la Estadística en diferentes contextos, relacionadas con las preferencias de comidas, equipos de fútbol, programas de televisión, entre otros, asociándola a la toma de decisiones, su importancia en las diferentes áreas del conocimiento y la gran variedad de gráficos en los que se representa la información.
- **Presentarán información en tablas y gráficas estadísticas.** Esta meta busca que los estudiantes comprendan la necesidad de presentar los datos en tablas y gráficas estadísticas, reconociendo las diferentes formas de representación y el procesamiento de la información, desde su recolección hasta su presentación y análisis.
- **Identificarán los tipos de variables estadísticas.** La intención de esta meta, es que los estudiantes reconozcan el tipo de variable que se presenta en los diversos contextos analizados. Es decir, que diferencien las relacionadas con las descripciones, preferencias, características, como variables de tipo cualitativo; y otras asociadas a lo numérico como la edad, el peso, la talla, la cantidad de goles anotados, entre otros, como las variables de tipo cuantitativo.
- **Comprenderán la importancia de las medidas de tendencia central en un conjunto de datos.** La finalidad de esta meta, es familiarizar a los estudiantes con las medidas de tendencia central: moda, mediana y media aritmética e identificar su importancia en un conjunto de datos. Más que

memorizar conceptos, lo que se busca es que ellos puedan descubrir el significado de cada una de estas medidas.

- **Interpretarán adecuadamente gráficos estadísticos (barras, circular y lineal).** La intención de esta meta es evidenciar los avances, por parte de los estudiantes, en relación con la comprensión de las gráficas y los diversos tipos de gráfico, variable, contexto, entre otros aspectos importantes para su interpretación.

Estas metas se plantearon en estrecha relación con el contexto y los tópicos generativos, descritos anteriormente. En correspondencia con la EpC, este elemento permite establecer conexiones con situaciones reales, para despertar el interés en los estudiantes.

Desempeños de comprensión

Este elemento corresponde a las acciones o actividades que los estudiantes deben realizar, para que demuestren que han comprendido un tema. De acuerdo a los propósitos del marco de la EpC, estos elementos se desarrollan en tres fases, como se enunció en la sección 2.2.2. A continuación describimos los desempeños correspondientes a cada fase propuesta.

Desempeños exploratorios: con estos se busca que los estudiantes se familiaricen con el uso de la Estadística en diferentes contextos y su importancia a través de la historia. Con este propósito se definieron actividades para:

- Reconocer la importancia que, actualmente, tiene la Estadística, partiendo de entrevistas, videos e información de los medios de comunicación.
- Explorar los diferentes tipos de gráficos estadísticos y la información que se presenta en ellos.

Con estas actividades se inicia el reconocimiento de la Estadística y su importancia en los diferentes campos del conocimiento. En esta fase de trabajo, el profesor, pretende describir y conducir a la familiarización con el concepto objeto de estudio.

Desempeños de investigación guiada: busca que los estudiantes aborden diferentes situaciones contextuales, en las cuales recogen datos para su análisis. Para esta fase, los desempeños son:

- Construir tablas de frecuencia y gráficos, específicamente de barra, circular y lineal.

- Establecer las medidas de tendencia central y comprender la información presentada en ellas.

Desempeños finales de síntesis: tiene como propósito que los estudiantes construyan un producto final en el cual, se evidencie la comprensión del tema estudiado, a partir de situaciones cotidianas, es decir, que apliquen en su vida lo aprendido. Deberán presentar ante sus compañeros y profesores, el tema de su interés al que aplicaron los conocimientos comprendidos, describiendo el proceso desarrollado con los datos, desde su recolección hasta su presentación y las comprensiones obtenidas.

3.3.1. Valoración continua

Esta se realizó al finalizar cada actividad, haciendo una retroalimentación verbal y escrita a los estudiantes, con el objetivo de mejorar los desempeños en la que se encontraron algunas debilidades. También se les dio la oportunidad de expresar su experiencia (autoevaluación) y de analizar el trabajo realizado por sus compañeros (coevaluación).

Para la fase de exploración, se valoran las entrevistas, consultas, observaciones y la coherencia del discurso empleado por cada uno de los participantes. Estas actividades permitieron iniciar la elaboración conceptual frente al uso de tablas y gráficas estadísticas de forma individual y colectiva. Se involucraron conceptos fundamentales para el desarrollo del trabajo, como: variables, tipos de gráficos, tabla de frecuencia, recolección de datos, medidas de tendencia central, frecuencia, con la intención de que los estudiantes comprendieran como las tablas y gráficas son instrumentos estadísticos, útiles para las distintas ciencias, que presentan información en forma sintetizada y atractiva a los lectores.

Una vez terminada la actividad de socialización y el desarrollo de la fase de exploración, se motivó a los estudiantes por el estudio de la Estadística y como ella, está inmersa en diversos contextos.

En la fase de investigación guiada, se evaluó la clasificación de la información recolectada orientando la construcción del concepto de variable cualitativa y cuantitativa. De igual forma, el proceso algorítmico de los datos relacionados con las medidas de tendencia central. Para ello, los estudiantes ordenaron de menor a mayor conjuntos de datos y a partir de esta disposición identificaron el que más se repite, el que se encuentra en el centro de la distribución y sumar todos los datos y dividir por el total de ellos, comprendiendo el significado de estas medidas estadísticas. Por otra parte, se aprecian las tabulaciones y construcciones gráficas realizadas por los estudiantes

para representar la información estadística y en algunos casos asociarla con valores porcentuales.

En la fase final de síntesis, se valora la comprensión de una situación contextual de su interés, en la cual se ponen en juego los procesos abordados en las dos fases anteriores, como son: la construcción de las tablas, la elaboración de gráficos, el análisis de la información y la socialización de los resultados obtenidos a sus compañeros.

La valoración de esta actividad, logró determinar los niveles de comprensión de los estudiantes, de acuerdo con lo propuesto en la matrices de evaluación definidas en la sección 3.4.3.

3.4. Instrumentos metodológicos

Los instrumentos diseñados para abordar la presente investigación, obedecen a la necesidad de determinar y analizar los niveles de comprensión, alcanzados por los estudiantes después de desarrollar la guía de actividades, que está diseñada en correspondencia con lo propuesto por la Enseñanza para la Comprensión (EpC) y el objetivo formulado.

En este apartado se presenta el organizador de unidad como recurso de planeación y reflexión para el profesor, con el ánimo de transformar sus prácticas. También se expone la guía de actividades, que busca que, los estudiantes, no solo alcancen un aprendizaje sino la comprensión de aquello que se enseña. Por último, las matrices de evaluación que nos permiten valorar los desempeños que los estudiantes realizaron en cada uno de los momentos de la intervención.

3.4.1. Organizador de unidad

Esta herramienta está pensada para que, el profesor, realice de forma sistemática la planeación y desarrollo del trabajo en el aula. Su composición obedece a los elementos de la EpC, referenciados en la sección 2.2.2, como son: hilo conductor, tópicos generativos, metas de comprensión, desempeños de comprensión y la valoración continua. En ella se establecen las metas que se quieren lograr y a qué dimensiones apunta cada una de ellas.

Para nuestra investigación esta herramienta metodológica, se centra en reconocer como los estudiantes pueden alcanzar la comprensión de la información, presentada en las tablas y gráficas estadísticas relacionadas con el contexto.

3.4.2. Guía de actividades

Esta herramienta metodológica está pensada para el estudiante, con el ánimo de que comprenda el objeto de estudio mediante un conjunto de actividades establecidas, de forma sistemática en tres momentos como lo plantea la EpC y se enunció en el Capítulo 2 (Ver 2.2.2, p. 47).

La guía de actividades está compuesta por los elementos de la EpC, inicialmente por un hilo conductor, el cual expone la meta de comprensión; por los tópicos generativos, que expresan la temática a abordar; las metas de comprensión, donde se exponen los aspectos del tópico, que deben ser comprendidos por los estudiantes y los desempeños que son las acciones a ejecutar por ellos mismos, para lograr poner en evidencia lo que han comprendido. Esta guía se presenta en los anexos C, página 147 del presente informe.

Para la investigación, son importantes las producciones que los estudiantes alcanzan en cada fase, apoyados en este instrumento metodológico.

3.4.3. Matrices de evaluación

La evaluación en el proceso enseñanza - aprendizaje, se debe realizar desde diferentes aspectos, de tal forma que se considere integral. En este sentido, las matrices de evaluación proporcionan una perspectiva de la comprensión, puesto que se consideran una herramienta que permite valorar los desempeños de los estudiantes teniendo en cuenta los diferentes procesos desarrollados por ellos.

La comprensión puede concebirse como un proceso progresivo, que va desde lo simple hasta lo complejo, pasando por diferentes niveles que se pueden entender como los desempeños que realiza un individuo frente a un tema específico. En el presente trabajo investigativo, la valoración de la comprensión, se da partir de unos criterios de evaluación que son las dimensiones de la EpC, asignando categorías y descriptores cualitativos que están relacionados, directamente, con los niveles de la comprensión: ingenuo, novato, aprendiz y experto.

Esta herramienta metodológica permite ser objetivo en el momento de valorar y clasificar a los estudiantes, en los diferentes niveles, permitiendo que un participante se encuentre en un nivel novato en una dimensión, sin que esto afecte su ubicación en un nivel experto en otra dimensión. A continuación presentamos las dimensiones con las categorías generadas para en éste proceso investigativo, las cuales se establecieron a partir de algunos elementos de la cultura estadística.

Dimensión de contenido: evalúa el nivel de apropiación conceptual, que adquieren los estudiantes, frente a la comprensión de tablas y gráficas estadísticas. Las categorías que se establecieron para esta dimensión fueron:

- **Conceptualización de gráficas estadísticas:** se refiere al dominio conceptual relacionado con los diferentes tipos de gráficas estadísticas como son: gráficos de barras, gráficos circular y gráficos lineales.
- **Naturaleza de los datos estadísticos:** entendida como la capacidad para clasificar la naturaleza de los datos a partir de la clase de variable, reconociendo si corresponde a lo cualitativo o cuantitativo.

Dimensión de método: evalúa la capacidad de los estudiantes para construir tablas de frecuencia y gráficas estadísticas, teniendo en cuenta la naturaleza de la información. Para ella definimos las siguientes categorías:

- **Construcción de tablas y gráficas estadísticas:** involucra los diferentes procesos que puede realizar un estudiante al momento de construir una tabla o gráfica.
- **Determinación de las medidas de tendencia central:** se refiere a la forma como los estudiantes comprenden la moda, mediana y media aritmética en un conjunto de datos, ya sea cualitativo o cuantitativo y como se ven estas reflejadas a través de un gráfico de barra.

Dimensión de praxis: evalúa la capacidad de los estudiantes para comprender la información representada en tablas y gráficas estadísticas y la aplicación en situaciones contextuales. Las categorías definidas para esta dimensión son:

- **Exploración de situaciones contextuales a partir de tablas y gráficas:** se refiere a las primeras impresiones que tienen los estudiantes, al observar una tabla o una gráfica, relacionadas con el título, la información de los ejes, tamaño de las barras, entre otros aspectos que se pueden explorar con una mirada al gráfico.
- **Uso de Tablas y gráficas en diferentes contextos:** apunta al uso que pueden darle los estudiantes, a las tablas y gráficas estadísticas, con relación a diferentes disciplinas del saber.

Dimensión de formas de comunicación: evalúa el uso, por parte de los estudiantes, de sistemas de símbolos: visuales, verbales, gráficos, entre otros, para expresar su comprensión, frente al manejo de tablas y gráficas estadísticas, la forma como se expresan y la interacción con el público. Para esta dimensión las categorías son:

- **Manejo del lenguaje estadístico:** se analiza la apropiación que logra el estudiante frente al uso de un lenguaje estadístico.
- **Interacción con diversos agentes:** se relaciona con la habilidad que alcanzan los estudiantes para interactuar con otras personas en el momento de abordar temas relacionados con información, presentada en tablas y gráficas estadísticas.

A continuación se exponen las matrices de evaluación, para cada dimensión y se describen los niveles, para cada una de las categorías descritas.

Matriz de evaluación Dimensión de contenidos				
Categoría	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto
Conceptualización de las gráficas estadísticas.	Reconoce el gráfico de barras.	Reconoce dos tipos de gráficos entre, el de barras, lineal y circular.	Reconoce el gráfico de barras, lineal, circular.	Reconoce la existencia de otros tipos de gráficos como el de dispersión.
Naturaleza de los datos	Utiliza el gráfico de barras para representar cualquier tipo de información, indistintamente de la naturaleza de los datos.	Representa la misma información en dos tipos de gráficos que pueden ser: barras-circular o barras-lineal, pero aún no decide el gráfico adecuado teniendo en cuenta la naturaleza de los datos.	De acuerdo a la naturaleza de los datos escoge el gráfico que mejor le representa la información.	Define la naturaleza de los datos a partir del tipo de variable y el contexto, con el fin de seleccionar el gráfico que representa, adecuadamente, la información.

Cuadro 3.1: Matriz de evaluación dimensión de contenido.

Matriz de evaluación Dimensión de métodos				
Categoría	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto
Construcción de tablas y gráficas estadísticas	Construye tablas y gráficas estadísticas sin tener en cuenta los elementos básicos para ellos, como el título, rotulación de los ejes, color.	Construye tablas y gráficas estadísticas teniendo en cuenta algunos elementos básicos como el título, frecuencia y la rotulación de uno de los ejes.	Construye tablas y gráficas estadísticas teniendo en cuenta elementos como el título, frecuencia, frecuencia relativa y la rotulación de los ejes.	Construye tablas y gráficas estadísticas teniendo en cuenta los elementos como el título, frecuencia, frecuencia relativa, color, convenciones, naturaleza de los datos y la rotulación de los ejes.
Determinación de las medidas de tendencia central	halla la moda en un conjunto de datos.	Halla las medidas de tendencia central en un conjunto de datos.	Halla las medidas de tendencia central en un conjunto de datos y explica el significado de la moda, como medida de tendencia central.	Halla las medidas de tendencia central y explica su relación con los datos.

Cuadro 3.2: Matriz de evaluación dimensión de método.

Matriz de evaluación Dimensión de praxis				
Categoría	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto
Exploración de situaciones contextuales a partir de tablas y gráficas estadísticas	Explora información presentada en tablas y gráficas estadísticas asociadas a un contexto.	Explora textualmente la información presentada en tablas y gráficas estadísticas asociadas a un contexto.	Explora la información presentada en tablas y gráficas estadísticas asociadas a un contexto para generar explicaciones e interpretaciones.	Explora creativamente la información presentada en tablas y gráficas estadísticas asociadas a un contexto para predecir situaciones y generar nuevos conocimientos.
Uso de tablas y gráficas en diferentes contextos	Considera que el uso de tablas y gráficas estadísticas se da únicamente en las matemáticas.	Considera el uso de tablas y gráficas estadísticas en las matemáticas y en los negocios.	Reconoce el uso de tablas y gráficas estadísticas en otras áreas distintas a las matemáticas, medicina, economía, educación, ciencias naturales, política, ingeniería.	Reconoce el uso y la importancia de la estadística en diferentes áreas del conocimiento, la considera un área transversal a otras disciplinas.

Cuadro 3.3: Matriz de evaluación dimensión de praxis.

Matriz de evaluación Dimensión de formas de comunicación				
Categoría	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto
Manejo del lenguaje estadístico	Utiliza de manera informal el lenguaje relacionado con tablas y gráficas estadísticas.	Utiliza, parcialmente, el lenguaje relacionado con tablas y gráficas estadísticas.	Utiliza, de forma adecuada el lenguaje relacionado con tablas y gráficas estadísticas.	Utiliza creativamente el lenguaje relacionado con tablas y gráficas estadísticas, para modelar situaciones del contexto.
Interacción con diversos agentes	Se expresa sin tener en cuenta, el público, al cual se está dirigiendo	Se expresa teniendo en cuenta el contexto y el público al cual se dirige	Expresa sus ideas con claridad y lo relaciona con un contexto.	Expresa sus ideas con propiedad y claridad, propiciando una interacción con el público y el contexto.

Cuadro 3.4: Matriz de evaluación dimensión de formas de comunicación.

Estas matrices fueron creadas con anterioridad al proceso de intervención y fundamentarán el proceso de análisis y de clasificación de los participantes, en los niveles de comprensión, que se expondrán el capítulo 5, dando respuesta a la pregunta y al objetivo de investigación.

Capítulo 4

Implementación de la propuesta

EN el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos, al aplicar las herramientas metodológicas, diseñadas a partir de la Enseñanza para la Comprensión y descritas en el capítulo 3, página 51. Además, las respuestas dadas, por los tres participantes seleccionados, en cada una de las fases de implementación: exploración, investigación guiada y final de síntesis. Es de anotar que, la información aquí presentada, es la base para realizar el análisis, por lo que se toma tal como surgió de los participantes.

4.1. Implementación de la guía de actividades

Ésta se llevó a cabo en bloques de dos horas, los días martes y jueves, para un total de 4 horas a la semana. El siguiente cuadro muestra las actividades desarrolladas, en cada una de las fases. Es de anotar que algunas de ellas tomaron más de una semana para su realización y evaluación.

Fase	Actividad
Exploración	La estadística en la historia.
	Explorando diversos usos de la Estadística.
	Entrevistando a profesionales.
Investigación guiada	A preguntas iguales, respuestas distintas.
	Información aportada por los datos.
	Mejor organización, mejor comprensión.
	Construyo gráficas.
	Así distribuyo mi tiempo.
	Interpreto mi tiempo.
	Como gastan mis compañeros el dinero que le dan sus padres para el descanso.
	Interpreto porcentajes.
Interpreto gráfica lineal.	
Final de síntesis	Nuestra realidad académica.
	Averigüemos por lo que nos gusta.

Cuadro 4.1: Actividades desarrolladas en los desempeños de comprensión.

El abordaje al interior del aula se desarrolló en tres momentos, en coherencia con lo propuesto por la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Para proteger la identidad de los participantes utilizaremos seudónimos como se expuso en el Capítulo anterior (Andrés, María, Santiago). A continuación se describen los resultados de la aplicación del diseño metodológico.

4.1.1. Actividades de la fase de exploración

En esta fase los participantes se acercaron al uso de la Estadística en diferentes contextos y a su importancia a través de la historia y la actualidad. Para ello se diseñaron actividades que involucraran la interacción con diversos medios: entrevistas, videos e información aportada por otras fuentes de comunicación, exploración de diferentes tipos de gráficos estadísticos y el contenido que se presenta en ellos. Las siguientes son las actividades implementadas en el aula.

Actividad 1. La Estadística en la historia

En esta actividad se observó el video “Estadística para niños de grado sexto”¹. En él se desarrollaron aspectos históricos de la Estadística, su evolución y los conceptos básicos asociados a ella como son: variable, población, medidas de tendencia central. Además, se resalta la importancia de esta ciencia, en la actualidad. Una vez finalizado, los estudiantes procedieron a completar los espacios propuestos, en la guía de actividades, teniendo en cuenta, no solo lo expuesto, sino sus conocimientos previos.



Figura 4.1. Presentación del video “Estadística para niños de grado sexto”.

Una vez terminado, el profesor dio paso a un conversatorio, en el cual, los estudiantes tuvieron la oportunidad de expresar sus ideas y opiniones, resaltando la importancia de la Estadística y el uso de esta en las diferentes disciplinas del saber. A continuación se presentan las respuestas dadas por los participantes a algunos de los enunciados propuestos.

▪ *Literal b.*

Al enunciado “*escribe por lo menos cinco áreas en las que se utiliza la Estadística para presentar información*”, los participantes, respectivamente, respondieron como se muestra a continuación (Fig.4.2, 4.3 y 4.4, página 70).

¹Video tomado de <http://www.youtube.com/watch?v=zzGMOUdVzsw> el 10 de diciembre de 2012

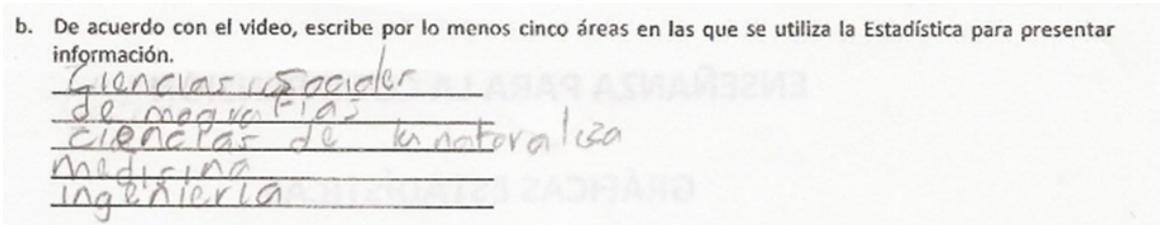


Figura 4.2: Respuesta de Andrés.

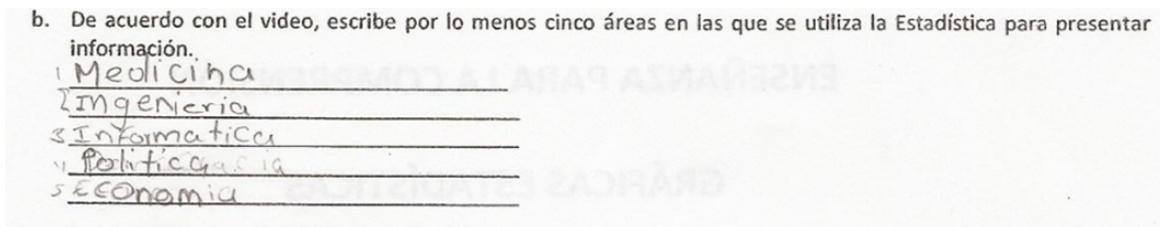


Figura 4.3: Respuesta de María.

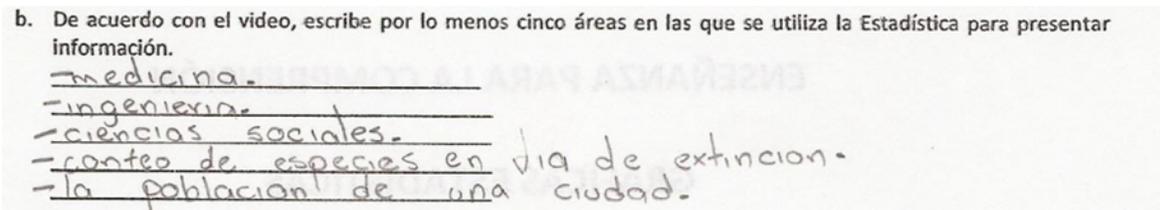


Figura 4.4: Respuesta de Santiago.

De acuerdo con las respuestas dadas por los participantes, se percibe que reconocen la utilidad de la Estadística, en diferentes ciencias. En el caso de Santiago, expresó, puntualmente, dos acciones concretas, la primera refiriéndose al “conteo de especies en vía de extinción” y la segunda cuando expresa “población de una ciudad”. María por su parte en el conversatorio manifestó que “sirve para saber cómo van los estudiantes de un grupo”. Los participantes enunciaron otras áreas distintas a las que se mencionan en el video, por lo que manifestaron comprender la utilidad, de esta rama de las matemáticas, en otras áreas del conocimiento.

▪ **Literal c.**

Este enunciado, preguntó por lo que entienden por Estadística. A continuación se presentan las respuestas de los participantes (Fig.4.5, 4.6 y 4.7, página 71)

c. De acuerdo con el video, define que es la Estadística.
Es algo que se usa para saber cuanto hay que hay y que quieren las demas

Figura 4.5: Respuesta de Andrés.

c. De acuerdo con el video, define que es la Estadística.
Consiste en investigar analizar recoger datos / realizar.

Figura 4.6: Respuesta de María.

c. De acuerdo con el video, define que es la Estadística.
la estadística es el arte de saber la cantidad que necesitan para algo

Figura 4.7: Respuesta de Santiago.

Los participantes mostraron ideas básicas acerca de la finalidad de la Estadística, sin embargo, sus definiciones estuvieron sesgadas a la necesidad de saber que hay y que se necesita. Las respuestas apuntaron a expresiones como: datos, cantidad, saber, recoger, analizar. Estas palabras estuvieron asociadas con la definición, pero no establecieron una idea clara, puesto que ésta se encarga del análisis de la información, a través de la recolección sistemática y organizada de los datos, ordenación y su presentación según el Ministerio de Educación Nacional (2006), refiriéndose a la estadística descriptiva, que es propiamente el tema de nuestro interés.

■ *Literal d.*

En este enunciado, se pidió a los participantes que enunciaran algunos términos usados en Estadística. Las respuestas dadas por ellos se muestran a continuación (Fig. 4.8, 4.9 y 4.10, página 71).

d. Enumera algunos términos propios de la Estadística.
numeros, graficas, Diagramas

Figura 4.8: Respuesta de Andrés.

A partir de las anteriores respuestas se puede ver que, los participantes, desconocían algunos términos estadísticos. Cada uno de ellos, nombra tres o cuatro y algunos no vinculados con esta área de las matemáticas. A pesar de que, en el video, se nombran

d. Enumera algunos términos propios de la Estadística.

Tabla, una cantidad de personas, un gráfico, etc

Figura 4.9: Respuesta de María.

d. Enumera algunos términos propios de la Estadística.

Números, sumas, restas, diagramas, divisiones etc

Figura 4.10: Respuesta de Santiago.

muchos de ellos, los participantes no los mencionan, lo que se asocia a la falta de apropiación e interacción que tienen con ellos.

- **Literal f.**

En este numeral se preguntó por cuales eran las medidas de tendencia central, enunciadas en el video. Los estudiantes respondieron lo siguiente (Fig. 4.11, 4.12 y 4.13, página 72):

Las medidas centrales de las que se habla en el video son

El promedio

Figura 4.11: Respuesta de Andrés.

f. Las medidas centrales de las que se habla en el video son

Sumas, porcentajes y como nació la estadística

Figura 4.12: Respuesta de María.

f. Las medidas centrales de las que se habla en el video son

mediana, moda, Promedio

Figura 4.13: Respuesta de Santiago.

La respuesta usadas por los participantes mostraron que las medidas de tendencia central son poco conocidas por los participantes. A pesar que en el video se mencionan y se explican la finalidad de cada una de ellas, sólo uno de los participantes pudo

nombrarlas, sin embargo al momento de expresar lo que comprendía por moda, mediana y promedio, se presentó dificultad. Cuando se realizó el proceso de socialización de las preguntas, manifestaron no haber escuchado sobre ellas, para la mayoría eran términos nuevos. Cuando se preguntó a Santiago, sobre su respuesta, este dijo “*las escuché en el video*”, pero no comprendió en qué consistían.

Actividad 2. Explorando diversos usos de la estadística

Para esta actividad se expuso una galería de gráficos, la cual consistió en recolectar, con la ayuda de los estudiantes, recortes de periódicos, revistas, documentos de internet, que involucraran diversos tipos de información presentada en gráficos estadísticos. Posteriormente, se pegaron en algunos sitios del salón, a partir de allí se inició una exploración de estos, acompañada de una serie de preguntas orientadoras que los participantes respondieron en la guía.



Figura 4.14: Exploración de la Estadística en la galería de gráficos.

A los participantes se les preguntó sobre las diferencias encontradas en los distintos gráficos. Las respuestas en los diferentes numerales son las siguientes.

- *Literal a.*

a. Escribe las diferencias que encuentras en los distintos gráficos.

La principal diferencia es en cuanto a la forma. La otra diferencia es en cuanto a su uso.

Figura 4.15: Respuesta de Andrés.

a. Escribe las diferencias que encuentras en los distintos gráficos.

unos son redondos, otros son en líneas rectas, otros rectangulares y otros dispersados.

Figura 4.16: Respuesta de María.

a. Escribe las diferencias que encuentras en los distintos gráficos.

que todos los gráficos son de diferentes formas.

Figura 4.17: Respuesta de Santiago.

Las diferencias expuestas por los participantes estuvieron asociadas con la forma geométrica del gráfico, ya que los describieron utilizando un lenguaje informal: como redondos, rayitas y rectangulares. No tuvieron en cuenta la información que se presentan en cada uno de ellos. No obstante, el estudiante Andrés expresó que otra diferencia es en cuanto a su uso, pero no da más detalles al respecto.

■ *Literal c.*

En esta actividad se indagó por los tipos de gráficos exhibidos en la galería y los estudiantes respondieron de la siguiente forma (Fig. 4.18, 4.19, 4.20, página 74):

c. Escribe los tipos de gráficos que observaste.

De barras de torta y lineales; por internet de áreas, cartogramas, mixtos y de dispersión.

Figura 4.18: Respuesta de Andrés

A pesar de la variedad de gráficos expuestos, se percibió en los participantes la familiaridad con el gráfico de barras. Con relación a los demás, utilizan nombres por intuición, muestra de ello es la forma como lo expresa María: ‘redondos, dispersado,

Selecciona un gráfico y con tus propias palabras describe la información presentada en él.

En el gráfico de torta que tengo a la mano dice que: en el año 2001 la exportación de café, petróleo, carbón y ferro níquel, en Colombia fue de un 49%; el restante 51% correspondió a productos no tradicionales.

Figura 4.19: Respuesta de María.

c. Escribe los tipos de gráficos que observaste.

Observé gráficos de barras y de rayas

Figura 4.20: Respuesta de Santiago.

rectangulares. Esto evidenció una leve apropiación de los participantes con los tipos de gráficos presentados.

▪ *Literal j.*

Con relación a este literal, se les pidió a los participantes que seleccionaran un gráfico y con sus propias palabras describieran la información presentada en él. Ellos expresaron:

En el gráfico de torta que tengo a la mano dice que: en el año 2001 la exportación de café, petróleo, carbón y ferro níquel, en Colombia fue de un 49%; el restante 51% correspondió a productos no tradicionales.

Figura 4.21: Respuesta de Andrés.

Selecciona un gráfico y con tus propias palabras describe la información presentada en él.

En demografía se usa la grafica en barras para tener disponibles datos sobre la vida.

Figura 4.22: Respuesta de María.

Podemos notar que, tanto Andrés como Santiago, identificaron la información presentada en los respectivos gráficos que observaron. Andrés, proporcionó una información adicional, al mencionar los porcentajes que corresponden a cada producto de exportación. Por su parte, Santiago manifestó que se puede saber el año en que el celular estuvo de moda. Los comentarios expuestos por los participantes mostraron que hay una interpretación de la información presentada en las gráficas estudiadas.

5. Selecciona un gráfico y con tus propias palabras describe la información presentada en él.
- Un gráfico de el evolucionamiento del celular, la información se puede presentar en una gráfica de barras, el mayor año en que el celular está de moda.

Figura 4.23: Respuesta de Santiago.

Actividad 3. Entrevistando a profesionales

En esta actividad se les propuso a los participantes que diseñaran preguntas relacionadas con el uso de la Estadística en diferentes disciplinas, para luego ser respondidas por tres profesionales de distintas áreas a manera de entrevista. Durante la actividad, tomaron apuntes para presentar un informe acerca de la importancia de esta rama del saber, en la vida cotidiana. A manera de motivación, se les dijo que su papel sería el de reportero de un importante noticiero del país. Las preguntas diseñadas por los participantes se describen a continuación (Fig. 4.24, 4.25 y 4.26, página 76).

a. ¿Cómo ha mejorado la estadística nuestro País?

Figura 4.24: Preguntas elaboradas por Andrés.

En las preguntas, los participantes reconocieron la importancia de la Estadística en la vida cotidiana y consideraron que mejoró algunos aspectos del diario vivir. Cuando Andrés preguntó “¿Cómo ha mejorado la estadística nuestro país?” consideró importante esta área del saber en cuestiones de la Nación. La pregunta formulada por María “¿Si tuvieras que usar un gráfico para tus ganancias financieras cual usarías?”, sugirió que de acuerdo a la naturaleza de los datos se debe escoger el gráfico que mejor represente la información. Las conclusiones que realizaron los estudiantes a partir de las respuestas dadas por los entrevistados se muestran a continuación (Fig. 4.27, 4.28 y 4.29, página 78).

En las apreciaciones, se evidenció una vez más la importancia que reconocen los participantes a la Estadística, sobre todo en el campo educativo. En el caso de María, manifestó que ha mejorado la educación de nuestro país. Sin embargo, Santiago no mostró una aplicación práctica de esta área de las matemáticas, solo manifestó que es muy importante, pero carece de argumentos para sustentar esta sentencia. Con estas actividades se pretendió motivar a los estudiantes, a continuar en la búsqueda de la

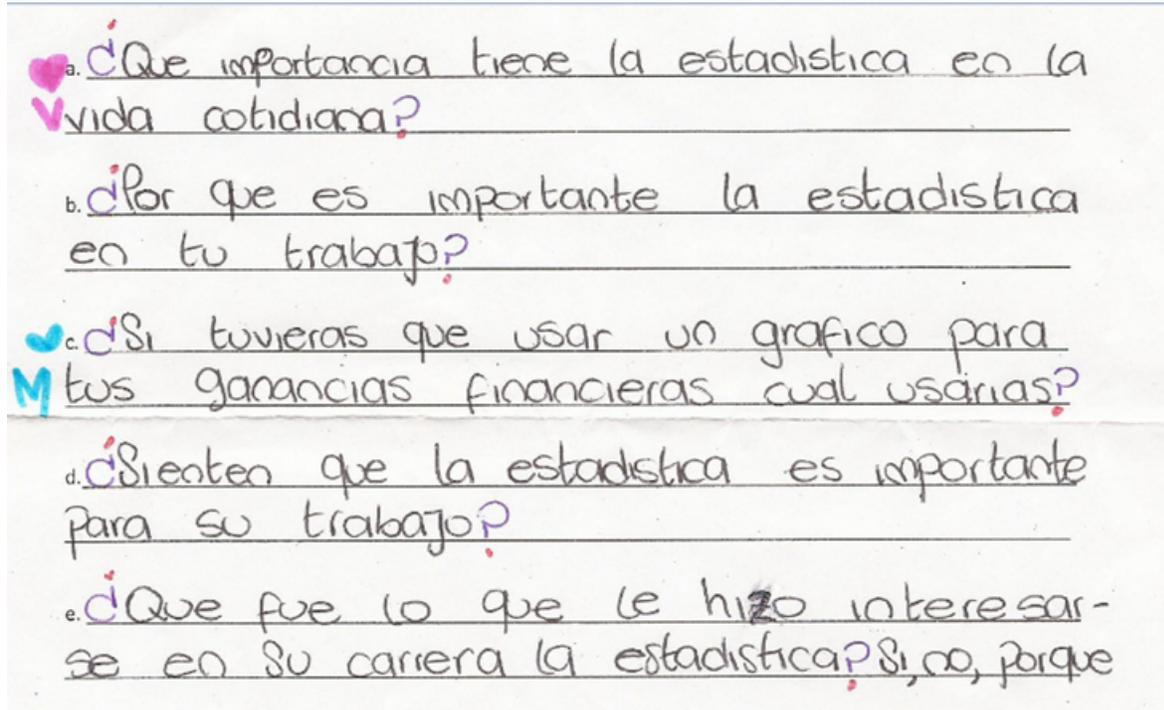


Figura 4.25: Preguntas elaboradas por María.

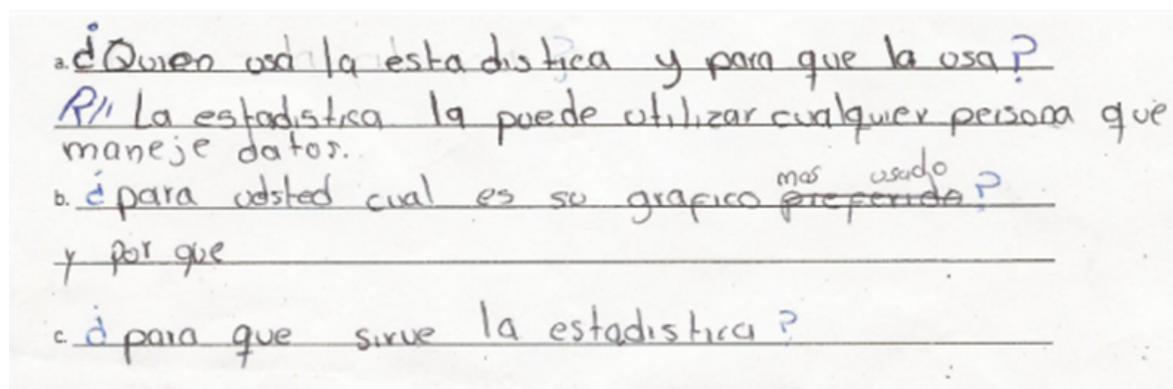


Figura 4.26: Preguntas elaboradas por Santiago.

2. Expresa tu apreciación sobre las respuestas que dieron los profesionales a tus preguntas.

a mejorado la educación de los estudiantes
ayuda a mejorar la imagen de Colombia
También da resultados de los estudiantes
mas bajo

Figura 4.27: Conclusión de María.

2. Expresa tu apreciación sobre las respuestas que dieron los profesionales a tus preguntas.

tiene mucha importancia porque no sirve para recibir la puntación
del colegio.

Figura 4.28: Conclusión de Andrés.

2. Expresa tu apreciación sobre las respuestas que dieron los profesionales a tus preguntas.

Que la estadística ahora que ella ellos
lo dicen son muy importantes.

Figura 4.29: Conclusión de Santiago.

comprensión de información, presentada en tablas y gráficas estadísticas y continuar con la siguiente fase.

4.1.2. Actividades de la fase de investigación guiada

Esta fase se fundamentó en la interacción estudiante-profesor, a partir de las actividades propuestas en la guía, las cuales abordan diferentes situaciones que involucraron la construcción de tablas de frecuencia y diagramas de barras, comprensión de las medidas de tendencia central y de la información presentada en tablas y gráficas.

A continuación se presentan las actividades de la fase de investigación guiada, con los aportes realizados por los participantes.

Actividad 1. A preguntas iguales, respuestas distintas

Para esta actividad se les solicitó a los participantes seleccionar a cuatro compañeros del grupo y con la ayuda de estos completar la información de la tabla llamada “Ficha de reconocimiento de mis compañeros” (Ver Apéndice C, página 147). Los participantes anexaron otras características que estimaron convenientes. Una vez diligenciada la tabla procedieron a clasificar la información, determinando aquella que se puede medir y la que expresa una cualidad, es decir, en variables cualitativas y cuantitativas.



Figura 4.30: Indagación de características de los compañeros.

Los participantes realizaron tablas y clasificaciones de la información. La tabla diligenciada por María se muestra a continuación (Fig. 4.31, página 80).

FICHA DE RECONOCIMIENTO DE MIS COMPAÑEROS

NOMBRE	diego	Valentina	Maira	Gerardo
Deporte favorito	fútbol	Voleibol	Voleibol	fútbol
Edad	11	10	11	10
Mes de cumpleaños	febrero	junio	mayo	Agosto
Número de hermanos	11	3	7	3
Estatura en cm	1,60	1,20	— 0 —	1,41
Programa de televisión favorito	1000 maneras de morir	Grachi	Victorino	Rafael Orozco el idolo
Peso	1,60	30	— 0 —	37
Materia preferida	música	Pintura	Artística	Física
Signo Zodiacal	acuario	tauro	Geminis	leo
Dinero para el descanso	3000 - 6000	0	5.000	1.000
Gaseosa preferida	OVA	cola postobon	Colombiana	Colombiana
Sitio preferido para pasear	Diversity	Diversity	Medellin	medellin
Edad padre	—	36	35	50

Figura 4.31: Tabla diligenciada por María.

La Figura 4.32, página 4.31, muestra la clasificación que ella realiza.

2. Una vez diligenciada la tabla, clasifica la información con las siguientes características.

a. La información que se puede medir (expresar con números)

b. La información que indica una cualidad (no se pueden expresar con números)

INFORMACIÓN QUE SE PUEDE MEDIR	INFORMACIÓN QUE INDICA UNA CUALIDAD
edad	Deporte favorito
Nº Hermanos	mes de cumpleaños
estatura en cm	programa de tv favorito
Peso	materia preferida
Dinero para el descanso	signo zodiacal
edad padre	gaseosa preferida

Figura 4.32: Clasificación realizada por María.

La recolección y clasificación de la información que realizó Andrés se presenta a continuación (Fig. 4.33, página 81).

NOMBRE	chelsy G.	Marianam	Andrés V.	Sebastian M.
Deporte favorito	futbol	Futbol	futbol	Futbol
Edad	13	11	11	11
Mes de cumpleaños	agosto	Octubre	Diciembre	Diciembre
Número de hermanos	1	0	5	1
Estatura en cm	190	166	140	150
Programa de televisión favorito	Yo soy el pro 60-2-10	guy's Anatomy	LOS simon	Bit Time nhs
Peso	38	34	30	46
Materia preferida	Física	Física	Física	física
Signo Zodiacal	virgen	Libra	esagitario	sagitario
Dinero para el descanso	6900 pesos	4.000 pesos	3.000	3.000 o 4.000
Gaseosa preferida	cocacola	Cocacola	cocacola	spray
Sitio preferido para pasear	Pistna	Piscina	Pisina	Piscina
Edad padre	49 mamá 43 Papá	36 mamá 42 Papá	mamá 38 papá 45	mamá = 50 Papá = 56

2. Una vez diligenciada la tabla, clasifica la información con las siguientes características.

- La información que se puede medir (expresar con números)
- La información que indica una cualidad (no se pueden expresar con números)

INFORMACIÓN QUE SE PUEDE MEDIR	INFORMACIÓN QUE INDICA UNA CUALIDAD
1- edad	1- peso
2- número de hermanos	2- edades
3- peso	3- número de hermanos
4- estatura	4- estatura

Figura 4.33: Tabla y clasificación de Andrés.

Una vez dada la orientación por parte del profesor, los participantes iniciaron el proceso de recolección de datos, esto les tomó alrededor de 20 minutos, seguidamente, se dispusieron a clasificar las variables determinando las que se pueden expresar con números y las que expresan una cualidad.

Al culminar, el profesor dio paso a la socialización, donde algunos estudiantes tuvieron la oportunidad de exponer sus resultados. No se presentaron mayores discusiones debido a que, la clasificación realizada por los estudiantes, no tuvo inconvenientes. Solo Andrés presentó confusión al momento de exponer, por colocar la estatura, número de hermanos, edad, en la columna de cualidad, a lo que sus compañeros indicaron que esta clasificación no correspondía a lo planteado por el profesor. Esta situación corroboró la comprensión de los estudiantes y permitió al profesor orientar el concepto de variable cualitativa y cuantitativa, expresando que las características que definen una cualidad, como la preferencia por un color, gaseosa favorita, deporte preferido, entre otras, son variables cualitativas y las que expresan una característica medible como edad, estatura, peso, entre otras, son variables cuantitativas.

Para finalizar, el profesor pidió a los estudiantes mencionar ejemplos de variables cualitativas y/o cuantitativas. Uno de los participantes expresó “el barrio que más te

gusta” para referirse a una variable cualitativa, dando a entender la comprensión del tema.

Actividad 2. Información aportada por los datos

En esta actividad, el profesor entregó a los estudiantes una lista de datos cuantitativos correspondientes a diferentes situaciones tales como: las calificaciones de una prueba de matemáticas obtenidas por un grupo de estudiantes en una escala de 1 – 5; la cantidad de árboles sembrados por día durante la campaña “Recuperemos el Río de Apartadó”; el número de goles anotados por el grado 6°A en los juegos interclases. El propósito era que ordenaran los datos y hallaran las medidas de tendencia central. Los participantes, realizaron los arreglos que se indican a continuación (Fig. 4.34, 4.35 y 4.36, página 82).

1. A continuación se presenta una lista de datos que corresponde a las calificaciones de matemáticas obtenidas por un grupo de estudiantes.

2 3 4 2 3 5 1 2 3 4 3 2 4 5 3

a. Ordénalos de menor a mayor

1-2-2-2-2-3-3-3-3-4-4-4-5-5

b. El dato del centro es 3 que se interpreta como Mediana

c. El dato que más se repite es 3 que se interpreta como Moda

d. El promedio de los datos es 3.0 que se interpreta como Media aritmética

Figura 4.34: Respuesta de Andrés.

2. La siguiente lista muestra el número de árboles que se sembraron por día durante una campaña que se llamó “Recuperemos el río de Apartadó”

45 20 36 45 40 35 15 30 40 40 20 25 30

a. Ordénalos de menor a mayor

15-20-20-25-30-30-35-36-40-40-40-45-45

b. El dato del centro es 35 que se interpreta como Mediana

c. El dato que más se repite es 40 que se interpreta como Moda

d. El promedio de los datos es 11 que se interpreta como Media aritmética

Figura 4.35: Respuesta de María.

3. Los goles anotados por el equipo de fútbol de "Grado 6" durante el Torneo Intercalases se presentan en la siguiente lista.

4 3 2 1 4 2 5 2 2 3 1 2

a. Ordénalos de menor a mayor

1 1 2 2 2 2 3 3 4 4 5

b. El dato del centro es 2 que se interpreta como Mediana

c. El dato que más se repite es 2 que se interpreta como Moda

d. El promedio de los datos es 2.7 que se interpreta como Mediarimética

Figura 4.36: Respuesta de Santiago.

El profesor orientó cómo obtener las medidas de tendencia central: la moda y la mediana y lo que representa cada una de ellas en un conjunto de datos cuantitativos. Sin embargo, al trabajar con datos cuantitativos, la comprensión de la media aritmética se les dificultó. Encontraron el valor numérico, pero no comprendieron su significado.

En el caso de la moda, comprendieron que es el dato que más se repite. Santiago, manifestó que esta medida es *"de lo que hay más"*, reafirmando su comprensión al respecto. Para el caso de la mediana, entienden que deben ordenar los datos para poder obtenerla y que se ubica en la mitad de la ordenación. Cuando el profesor estaba explicando, Andrés preguntó: *¿Qué pasaba cuando no da para escoger el número del medio, es decir, cuando la cantidad de los datos son pares?* Esta situación generó una discusión y asombro en algunos estudiantes, pero surgieron varias ideas para hallarla, como por ejemplo "que se escogiera el número de al lado", o "que no había mediana". Después de un debate el profesor propuso, promediar los datos del medio, que es igual a sumarlos y dividirlos por dos, orientando la forma de resolver esta situación.

Actividad 3. Mejor organización, mejor comprensión

En concordancia con la actividad anterior, se les propuso a los participantes escoger variables tanto cualitativas como cuantitativas para ser estudiadas. A partir de esta información construyeron la tabla de frecuencia y contestaron las preguntas relacionadas con el tema.

Para este caso presentamos el estudio de la variable cuantitativa edad, a partir de los datos recogidos por los mismos participantes, tal como se muestra a continuación (Fig. 4.37 y 4.38, página 84).

En esta actividad, los estudiantes procedieron a preguntar la edad a sus

1. Para tener una mejor idea de las características del grupo, pregúntale a todos tus compañeros la edad y completa el siguiente cuadro.

Edad	Conteo	Veces que se repite la edad (f)	Divide (f) por el total de los encuestados	Multiplica por 100 el resultado de la división
10	□□	9	0.32	32%
11	□□	10	0.35	35%
12	□	5	0.27	27%
13	□	3	0.10	10%
Total	28	28	98	98

2. Una vez completada la tabla, interpreta el significado de los totales por columna y discute con tus compañeros las interpretaciones dadas.

3. Teniendo en cuenta la información presentada en la tabla de frecuencia, completa las siguientes afirmaciones.

- a. La cantidad de estudiantes que tienen 11 años es 10
- b. El porcentaje de estudiantes que tiene 10 años es 32%
- c. La cantidad de estudiantes que tiene menos de 11 años es 9
- d. La cantidad de estudiantes que tiene más de 11 años es 9
- e. La edad que menos se repite es 13
- f. La edad que más se repite es 11
- g. La edad promedio de los estudiantes es 11
- h. La cantidad de estudiantes que tienen menos de 10 años es 0
- i. La cantidad de estudiantes que tienen más de 10 años es 19

Figura 4.37: Respuesta de Andrés.

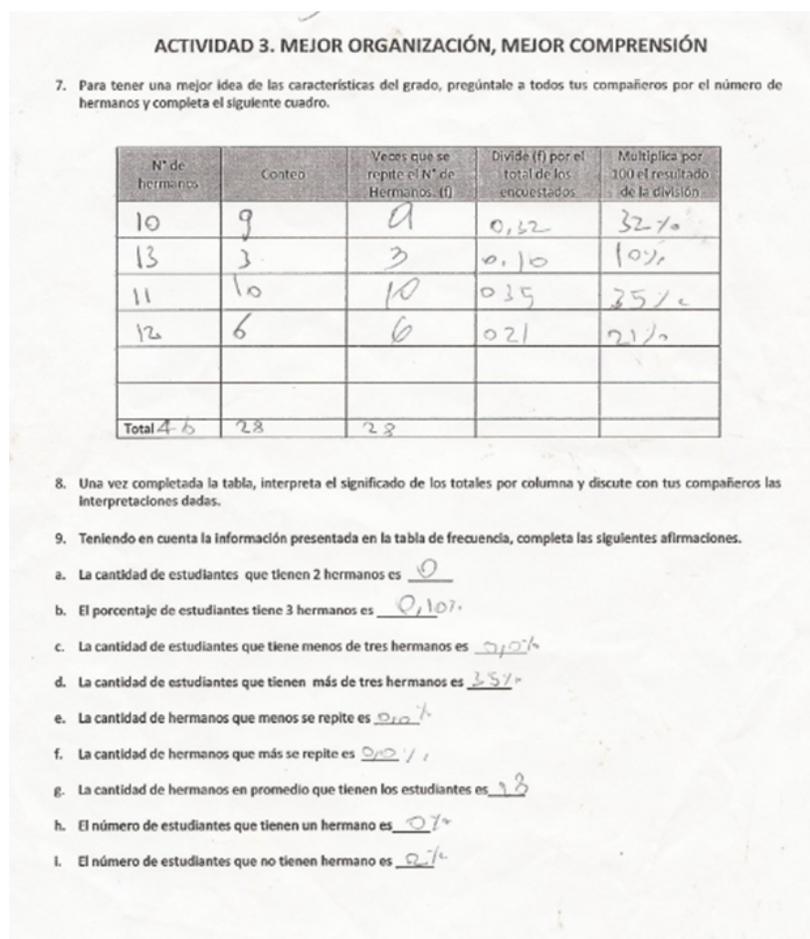


Figura 4.38: Respuesta de Santiago.

compañeros. Luego de recoger la información, se les explicó cómo realizar los procesos algorítmicos para completar la tabla de frecuencia, propiamente lo relacionado con el manejo decimal y porcentual. A pesar de estas orientaciones, algunos estudiantes presentaron inconvenientes al dividir por decimales y hallar los porcentajes. Una vez que diligenciaron la tabla de frecuencia, el profesor procedió a socializar la actividad. La realización del trabajo produjo en ellos satisfacción por haber logrado la comprensión del proceso, y otros por el contrario, mostraron desmotivación al darse cuenta de sus dificultades para resolver este tipo procedimientos.

Andrés completó correctamente la tabla de frecuencia, no presentó dificultad al realizar los procesos algorítmicos, para hallar el porcentaje y respondió, adecuadamente, las preguntas planteadas en la guía de actividades (Apéndice C, página 147), lo que permite evidenciar la comprensión del estudiante en la realización de esta actividad.

Actividad 4. Construyo gráficas

En esta actividad se les propuso a los estudiantes presentar la información de la tabla, que relaciona las edades de sus compañeros (Fig. 4.37, página 84) en un diagrama de barras. Para ello se le entregó, dibujados los ejes sin ninguna rotulación. A continuación se presentan las elaboraciones de los estudiantes (Fig 4.39 y 4.40, página 86).

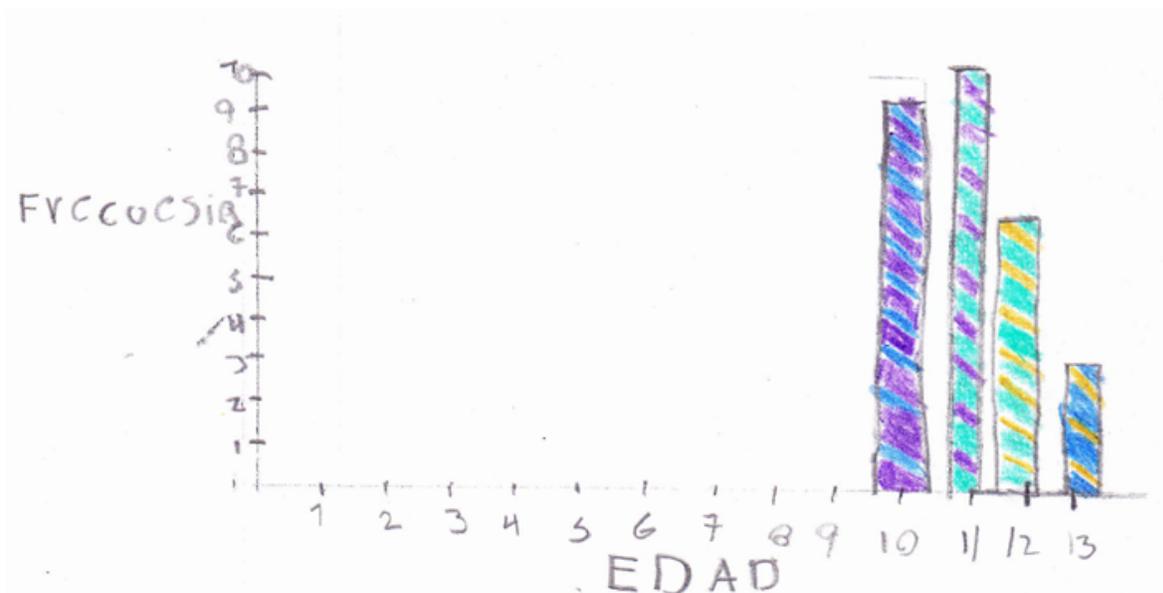


Figura 4.39: Diagrama de barras de Andrés.

A pesar de la orientación del profesor, en lo relacionado con la construcción de

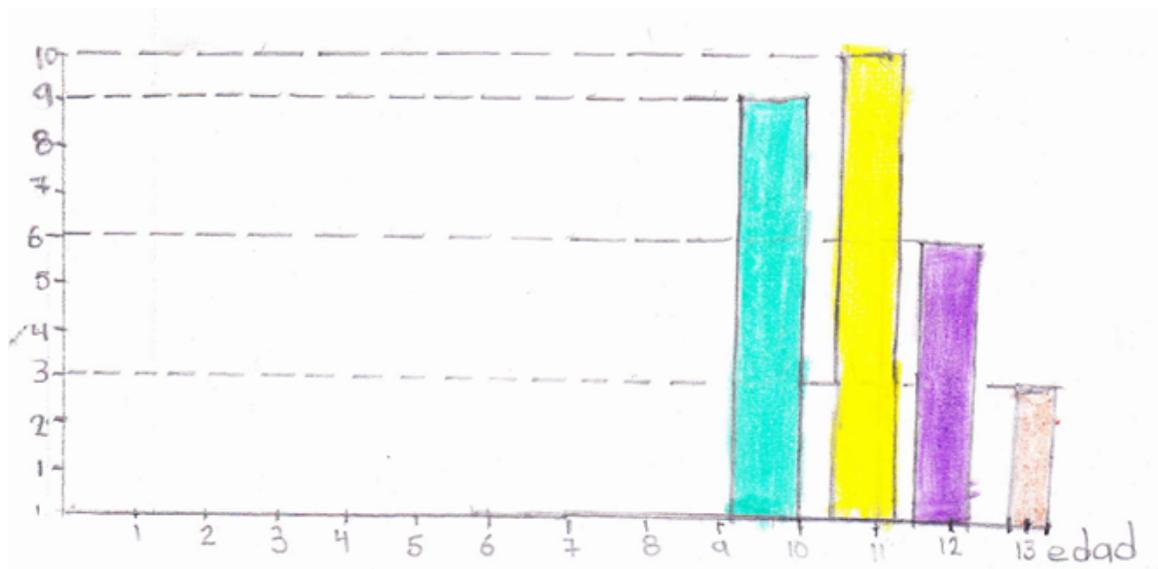


Figura 4.40: Diagrama de barras de Santiago.

gráfica de barra, los participantes presentaron ciertas dificultades. Muestra de ello, es que no definieron el título, ni la rotulación de los ejes. Otros por ejemplo, ubicaron las barras de frecuencia al final del eje horizontal, lo que dio cuenta de la falta de comprensión en el posicionamiento de los datos.

Debido a está situación el profesor les planteó lo siguiente: *Si el grupo de personas encuestadas fuera de ancianos de 80 años en adelante, entonces ¿cómo podríamos ubicar las edades en el diagrama de barras?* Algunos no tenían claridad frente a la respuesta, pero uno de los estudiante concluyó *“profe, se puede contar de 10 en 10”*. La reflexión y comprensión frente a este suceso les dio claridad respecto a la forma como debe realizarse la rotulación de los ejes, la cual obedece a la naturaleza de los datos y por lo tanto los números se colocan de acuerdo a la necesidad de la situación presentada.

La solución a lo planteado, evidenció la falta de conocimiento referente a la rotulación de los ejes, debido a que, los estudiantes no tuvieron en cuenta la necesidad de establecer, de acuerdo a los datos, una rotulación que le permitiera construir las barras seguidamente en el eje horizontal. Esta situación evidenció, que a los estudiantes les cuesta deducir que el eje horizontal de la gráfica puede iniciar con la edad 8 o 9 años para evitar dejar espacios en blanco y construir las barras en el lugar correspondiente. La situación descrita nos llevó a inferir, como investigadores, que los estudiantes no están familiarizados con la construcción de este tipo de gráficos, lo que responde a la necesidad planteada de propender por la apropiación de una Cultura Estadística.

Actividad 5. Así distribuyo mi tiempo

Con el propósito de retroalimentar lo correspondiente a la construcción de tablas de frecuencia y gráficas de barras, se les solicitó a los estudiantes que elaboraran una tabla en la que mostraran, como distribuyen su tiempo en un día (24 horas), indicando las horas que dedican a diversas actividades. A continuación se presenta la distribución de tiempo que realizó Andrés (Fig. 4.41 4.42, página 88).

ACTIVIDAD 5. ASÍ DISTRIBUYO MI TIEMPO

1. Elabora una tabla en el que muestre como distribuyes tu tiempo en un día (24 horas), por ejemplo cuántas horas duermes, cuántas horas estudias entre otras.

ACTIVIDAD	CONTEO	FRECUENCIA (F)	PORCENTAJE (FR)
Dormir	□□□□□	10.5	43.75
Bañarse	□	0.5	2.08
Aprender	□	0.5	2.08
Colegio		7	29.16
Hogar a casa	□	2.5	4.16
Comer	□	1	4.16
Ver tele	□	1	4.16
Tareas	□	1	4.16
Ver tele	□	1	4.16
Comer	□	0.5	2.08
Total	□□□□□□□	24	99.95

Figura 4.41: Tabla construida por Andrés.

A partir de los datos, el participante construye la siguiente gráfica (Fig. 4.42, página 89):

Las interpretaciones que él presentó frente a dicha información se muestran en la siguiente figura (Fig. 4.43, página 89):

María, realiza las distribuciones presentadas en la siguiente figura (Fig. 4.44, página 90)

Las interpretaciones que ella realizó frente a dicha información se presentan en la siguiente figura (Fig. 4.45, página 90):

Durante este proceso los estudiantes generaron diversos interrogantes. Uno de ellos fue como organizar las actividades que no empleaban horas enteras. Esta situación

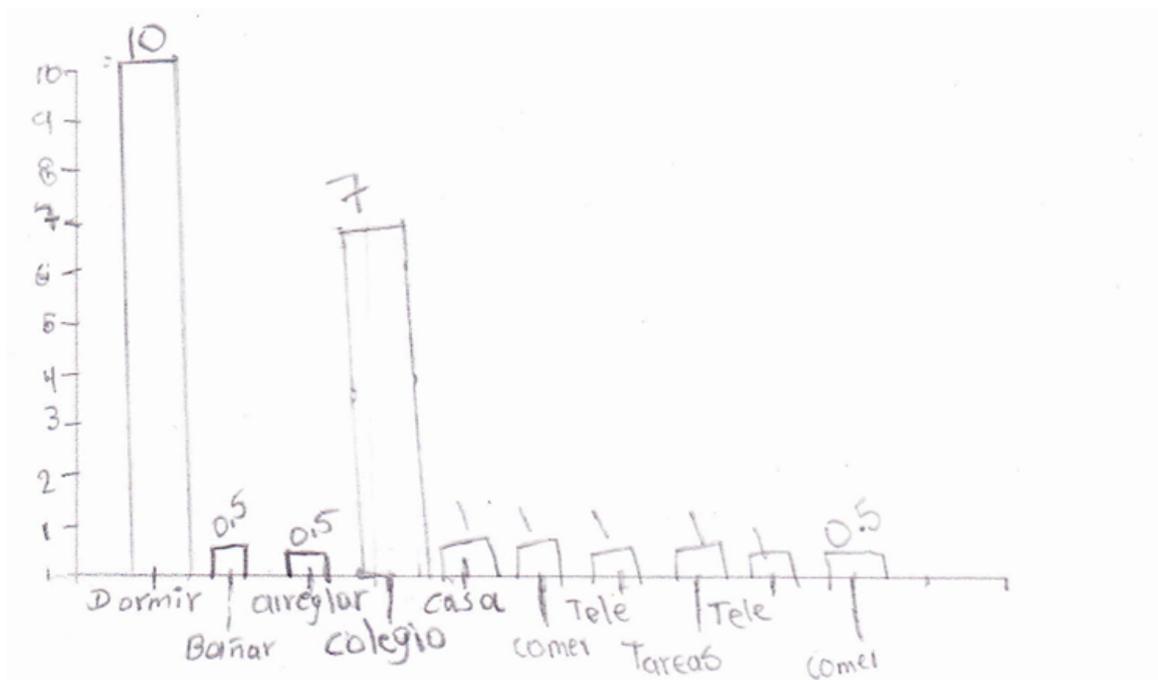


Figura 4.42: Gráfico construido por Andrés.

1. Teniendo en cuenta el gráfico que elaboraste sobre la distribución del uso de tu tiempo, completa las siguientes afirmaciones.

- La actividad en la que más tiempo inviertes es Dormir
- El porcentaje del día que dedico a estudiar es 29,16
- El porcentaje del día que dedico a dormir es 43,75
- Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces la cantidad de horas que duermo durante un mes es 310
- La cantidad de horas que dedico a ver televisión es 2
- La cantidad de horas que uso el computador es 0
- Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces la cantidad de horas que veo televisión en un mes es 62
- Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces la cantidad de horas en un mes que dedico más al estudio que a la televisión es 8
- A la actividades que dedico más de la mitad del día es Ninguna

Figura 4.43: Respuesta Andrés.

1. Elabora una tabla en la que muestre como distribuyes tu tiempo en un día (24 horas), por ejemplo cuántas horas duermes, cuántas horas estudias entre otras.

ACTIVIDAD	CONTEO	FRECUENCIA Horas (F)	PORCENTAJE (FR)
Dormir	□□	7	31%
estudiar	□□	7	31%
almorzar	1	1	4%
montar bici	Γ	2	9%
Bañarme	1	1	4%
Jugar en el PC	1	1	4%
Jugar a fuera	1	1	4%
ver tv	L	2	9%
total	□□□□	22	

Figura 4.44: Tabla construida por María.

1. Teniendo en cuenta el gráfico que elaboraste sobre la distribución del uso de tu tiempo, completa las siguientes afirmaciones.
- La actividad en la que más tiempo inviertes es estudiar y dormir
 - El porcentaje del día que dedico a estudiar es 31%
 - El porcentaje del día que dedico a dormir es 31%
 - Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces la cantidad de horas que duermo durante un mes es 217 horas
 - La cantidad de horas que dedico a ver televisión es 2 horas
 - La cantidad de horas que uso el computador es 1 hora
 - Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces la cantidad de horas que veo televisión en un mes es 62 horas
 - Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces la cantidad de horas en un mes que dedico más al estudio que a la televisión es 155 horas
 - A la actividades que dedico más de la mitad del día es dormir y estudiar

Figura 4.45: Respuesta María.

generó debate entre ellos, pero acordaron agrupar varias actividades que se pudieran aproximar a horas enteras, por ejemplo bañarse, comer, arreglarse para el colegio que les podían demorar una hora. Una circunstancia que afectó el proceso fue que, la mayoría de los participantes, no comprendían que la totalidad de las actividades debería ser igual a 24 horas. Sin embargo, dos participantes comprendieron esta situación, incluso Andrés realizó el gráfico teniendo en cuenta minutos y horas, expresando los minutos en decimales de hora (Fig. 4.41). Esta situación muestra el avance de los participantes en cuanto al análisis de la información y representación de la misma.

Actividad 6. ¿Cómo gastan mis compañeros el dinero?

Con el propósito de evidenciar los avances obtenidos, se les planteó a los estudiantes, realizar una encuesta con sus compañeros, sobre la cantidad de dinero que gastan, diariamente, en el colegio. Con los datos obtenidos se les pidió construir la tabla de frecuencia y responder algunas preguntas, relacionadas con la información. A continuación se muestra la recolección de la información y las conclusiones obtenidas por Andrés (Fig. 4.46 y 4.47, página 91).

Dinero en \$	Conteo	Frecuencia	Frecuencia R
3000	□	4	20%
2000	□	5	25%
5000	□	6	30%
1000	L	2	10%
4000		1	5%
0		1	5%
10000		1	5%

Figura 4.46: Tabla construida por Andrés.

Durante la tabulación de la tabla, el profesor orientó el proceso haciendo el énfasis en la columna de frecuencia relativa, es de anotar, que siguió persistiendo la dificultad con la división por decimales, es decir, los participantes presentaron dificultades con los procesos multiplicativos, lo que generó dificultades para expresar los porcentajes correctamente.

1. Realiza una encuesta con todos tus compañeros sobre la cantidad de dinero que llevan diariamente al colegio y con los datos obtenidos realiza una tabla de frecuencia.
2. A partir de los datos obtenidos responde las siguientes afirmaciones.
 - a. El promedio de dinero que traen los estudiantes para su descanso es de 5,000
 - b. El 20 % de estudiantes trae \$3.000 para gastar en el descanso.
 - c. El número de estudiantes que trae \$3.000 es 4
 - d. La cantidad de estudiantes que trae menos dinero del promedio es 13
 - e. El 25 % de estudiantes trae \$2.000 para gastar en el descanso.
 - f. El número de estudiante que trae más de \$2.000 es 17
 - g. El número de estudiante que trae menos de \$2.000 es 3
 - h. El dinero total que traen los estudiantes del grado es 68.000
 - i. La cantidad de dinero más común que traen los estudiantes es 5000
 - j. La cantidad de estudiantes que trae dinero por encima del promedio es 1
 - k. Los estudiantes que traen entre \$1.500 y \$3.000 es 5
 - l. Supongamos que los estudiantes traen la misma cantidad de dinero durante una semana (5 días). La cantidad de dinero gastada por el grupo es 340.000

Figura 4.47: Respuesta de Andrés.

Actividad 7. Interpreto porcentajes

El propósito de ésta actividad es que, los estudiantes, relacionen sectores circulares con porcentajes. Por esta razón, se les planteó una situación, en la que debieron relacionar la cantidad de personas que preferían una gaseosa y la representación gráfica y porcentual de dicha cantidad. A continuación se presentan las relaciones establecidas por los estudiantes participantes (Fig. 4.48 y 4.49, página 93).

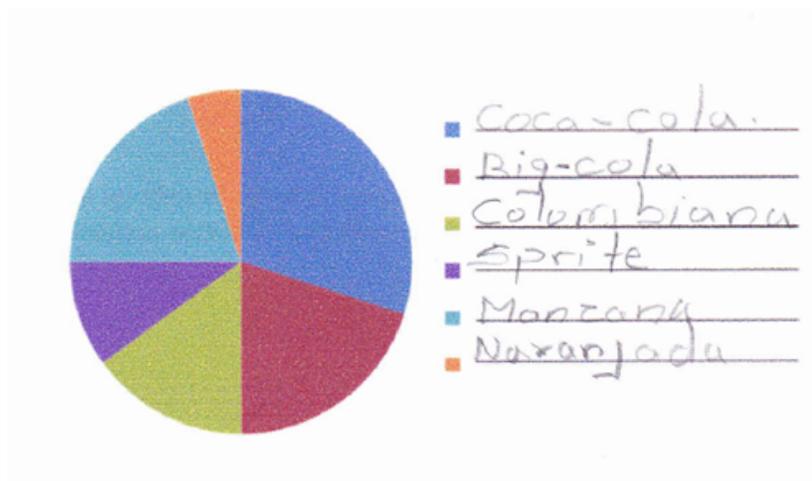


Figura 4.48: Respuesta de María.

Coca-cola	30%
Manzana	20%
Colombiana	15%
Sprite	10%
Big-cola	20%
Naranja	5%

Figura 4.49: Respuesta de María.

Al socializar esta actividad, los estudiantes establecieron las relaciones de la cantidad de personas, con el tamaño de la gráfica. Algunos expresaron el proceso usado para tal fin, manifestando que, compararon los porcentajes, con el tamaño del sector

circular y de acuerdo a esto, establecieron el nombre de la gaseosa que le correspondía a cada sección.

Cuando se les preguntó por el número de personas que tomaban cada gaseosa, se presentó una discusión al respecto, puesto que, los estudiantes relacionaron los datos del porcentaje, con la cantidad de personas, pero no como una relación respecto al total de personas encuestadas.

En esta parte del proceso fue necesario hacer una claridad, sobre las relaciones porcentuales, indicándoles, que la cantidad de personas, no está directamente relacionada con el valor porcentual. Esto se hace debido a que los participantes relacionaron el porcentaje, con el mismo valor numérico que representaba la cantidad de personas.

Actividad 8. Comprensión de una gráfica lineal

En esta actividad se les presentó a los participantes una gráfica lineal que muestra el comportamiento de la temperatura en un día, en la ciudad de Bogotá (Fig. 4.50, página 94), con base en ella completaron una serie de enunciados.

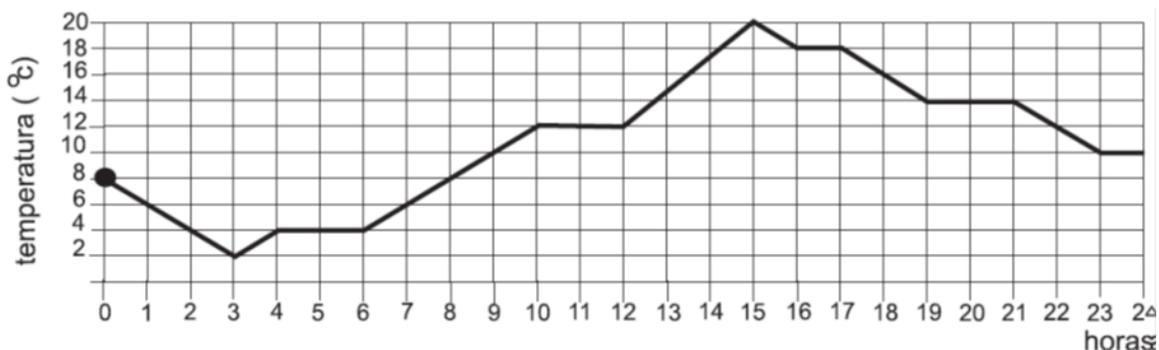


Figura 4.50: Temperatura en un día en Bogotá.

Las respuestas de Santiago, María y Andrés a esta actividad, se muestran en las Figuras 4.51, 4.52 y 4.53 de las páginas 95 y 96 respectivamente.

La gráfica muestra varios momentos, en los cuales, no hay variación de la temperatura. Se le pidió a los estudiante que establecieran los tiempos en que sucedía esta situación, lo cual solo es comprendido por dos participantes. Otro aspecto de esta actividad, indagó sobre la posibilidad de presentar la información del diagrama lineal, en un diagrama circular, Santiago respondió que no es posible, porque “no cabe todo en el diagrama y porque no se daría el resultado”. Esto nos llevó a confrontar como,

1. Observa la gráfica y completa las afirmaciones.
 - a. El eje horizontal indica horas
 - b. El eje vertical indica Temperatura
 - c. La temperatura más alta del día se registra a las 15 horas
 - d. A las 9 am la temperatura que se registra es 10 °C
 - e. A las 10 pm la temperatura que se registra es 17 °C
 - f. La temperatura más baja se registra a las 3 h.
 - g. El cambio de temperatura que se registra las 4 am y 6 am es de igual
 - h. La temperatura empieza a aumentar a partir de 3 h. y de 6 h.
 - i. La temperatura empieza a disminuir a partir de 15 h. y de 17 h.
 - j. El aumento de la temperatura de las 12:00 a las 3:00 pm es 8 °C
 - k. A las 9 h. y a las 23 h. se registra una temperatura de 10°C.
 - l. No se registra ningún cambio en la temperatura a las 4-6, 10-12, 16-17, 19-21, 23-24.
2. Discute con tus compañeros la posibilidad de presentar esta información en un diagrama circular.
3. No porque no cabe todo en el diagrama y porque no se haría el resultado

Figura 4.51: Respuesta de Santiago.

1. Observa la gráfica y completa las afirmaciones.
 - a. El eje horizontal indica horas
 - b. El eje vertical indica Temperatura
 - c. La temperatura más alta del día se registra a las 15:00
 - d. A las 9 am la temperatura que se registra es 10:00
 - e. A las 10 pm la temperatura que se registra es 12:00
 - f. La temperatura más baja se registra a las 3:00
 - g. El cambio de temperatura que se registra las 4 am y 6 am es de nada
 - h. La temperatura empieza a aumentar a partir de 10:00 y de 1:00
 - i. La temperatura empieza a disminuir a partir de 3:00 y de 1:00
 - j. El aumento de la temperatura de las 12:00 a las 3:00 pm es 15:00
 - k. A las 9 h. y a las 23 h. se registra una temperatura de 10°C.
 - l. No se registra ningún cambio en la temperatura a las 4:00 a.m.
2. Discute con tus compañeros la posibilidad de presentar esta información en un diagrama circular.
3. Si pero tendría muchos parentesis
4. Discute con tus compañeros la posibilidad de presentar esta información en un diagrama circular.

Figura 4.52: Respuesta de María.

1. Observa la gráfica y completa las afirmaciones.

- El eje horizontal indica Horas
- El eje vertical indica temperatura (°C)
- La temperatura más alta del día se registra a las 14 (1:00 Pm)
- A las 9 am la temperatura que se registra es 10 °C
- A las 10 pm la temperatura que se registra es 17 °C
- La temperatura más baja se registra a las 3 (3:00 Am)
- El cambio de temperatura que se registra las 4 am y 6 am es de 0 °C
- La temperatura empieza a aumentar a partir de 3, 6 y de 17
- La temperatura empieza a disminuir a partir de 15, 17 y de 21
- El aumento de la temperatura de las 12:00 a las 3:00 pm es 6 °C
- A las 9:00 Am y a las 23 (11:00 pm) se registra una temperatura de 10°C.
- No se registra ningún cambio en la temperatura a las 18-20, 23-24, 15-16, 10-12, 4-6.

2. Discute con tus compañeros la posibilidad de presentar esta información en un diagrama circular.

3. Ne lo circulos porque no se puede hacer en un diagrama circular con traza de barras de temperatura

4. Discute con tus compañeros la posibilidad de presentar esta información en un diagrama circular.

Figura 4.53: Respuesta de Andrés.

los participantes evidenciaron, que la gráfica o diagrama obedece a la naturaleza de los datos.

Con este conjunto de actividades se dio por terminada la fase de investigación. El objetivo fundamental fue el de fortalecer, en los estudiantes, procesos de la cultura estadísticas y contribuir al análisis de la información recolectada y procesada de diferentes formas.

4.1.3. Actividades de la fase del proyecto final de síntesis

Esta fase tuvo como propósito que los estudiantes construyera un producto final, dando cuenta de la comprensión del tema estudiado, a partir de situaciones contextuales propias de su diario vivir. En el presente proyecto se planearon dos actividades como producto final.

La primera de ellas, está relacionada con la información académica de la institución. A los estudiantes se les entregó un consolidado de notas de un grupo, únicamente con la información de las áreas académicas, para analizar dicha situación. A partir de estos datos debieron construir la tabla de frecuencia, el gráfico de barra y presentar un informe al respecto, en el cual, se verificó la comprensión de la información.

En la segunda actividad, se les propuso escoger un tema de su interés, en el que aplicaran los conocimientos aprendidos, durante la implementación de la guía de actividades, relacionados específicamente con la Cultura Estadística.

Los productos fueron socializados ante profesores y estudiantes del establecimiento educativo, describiendo el proceso que sufrieron los datos desde su elección y recolección hasta su presentación. A continuación, se exponen las actividades realizadas por los participantes en esta fase.

Actividad 1. Nuestra realidad académica

Como se describió anteriormente, se les entregó a los estudiantes el consolidado de notas (Fig. 4.54, página 97) y por parejas, escogieron cinco áreas de su preferencia, para construir la tabla de frecuencia, donde se mostraron los desempeños de los estudiantes en cada una de ellas. Durante la intervención surgió la pregunta: “*Profe, ¿se tiene que construir una tabla por cada área?*”; los mismos estudiantes explicaron como debía realizarse, algunas de las razones fueron que para menos enredo se hiciera una tabla para cada área. Una vez construida la tabla de frecuencias, elaboraron un diagrama de barras. Nuevamente, se generó la discusión frente a la elaboración de los gráficos y cuestionaron si era uno por cada área o uno solo para todas. Los participantes reconocieron que en un solo gráfico representaban todas las áreas, teniendo en cuenta que las barras de las valoraciones de cada área se ubicaban una seguida de la otra. Para concluir la actividad debieron responder las preguntas interpretativas planteadas.

Matemáticas	Desempeño	Leng. castellano	Desempeño	Inglés	Desempeño	Naturales	Desempeño	Sociales	Desempeño	Edu. Física	Desempeño	Desempeño	Desempeño	Edu. Cristiana	Desempeño	Música	Desempeño	Informática	Desempeño	F.V.	Desempeño	Promedio	Desempeño
4,5	ALTO	4,7	SUPERIOR	5,0	SUPERIOR	4,5	SUPERIOR	4,5	ALTO	5,0	SUPERIOR	4,9	SUPERIOR	4,7	SUPERIOR	4,9	SUPERIOR	4,5	ALTO	5,0	SUPERIOR	4,80	SUPERIOR
4,6	SUPERIOR	4,3	ALTO	4,8	SUPERIOR	4,5	ALTO	4,5	ALTO	4,0	ALTO	4,4	ALTO	4,2	ALTO	5,0	SUPERIOR	4,6	SUPERIOR	4,1	ALTO	4,45	ALTO
3,8	BASICO	4,0	BASICO	4,3	ALTO	4,5	ALTO	4,1	ALTO	5,0	SUPERIOR	4,4	ALTO	4,5	ALTO	4,5	ALTO	4,4	ALTO	4,9	SUPERIOR	4,40	ALTO
4,3	ALTO	4,3	ALTO	4,4	ALTO	4,1	ALTO	4,0	BASICO	4,8	SUPERIOR	4,4	ALTO	4,6	SUPERIOR	3,9	BASICO	4,5	ALTO	4,8	SUPERIOR	4,37	ALTO
4,0	ALTO	4,6	ALTO	3,9	BASICO	3,6	BASICO	4,2	ALTO	5,0	SUPERIOR	4,6	SUPERIOR	4,4	ALTO	5,0	SUPERIOR	4,0	BASICO	4,8	SUPERIOR	4,36	ALTO
4,1	ALTO	4,5	ALTO	4,0	BASICO	3,6	BASICO	4,2	ALTO	4,5	ALTO	4,5	ALTO	4,0	BASICO	4,5	ALTO	4,6	SUPERIOR	4,3	ALTO	4,25	ALTO
4,3	ALTO	4,1	ALTO	3,6	BASICO	4,5	ALTO	3,9	BASICO	4,2	ALTO	4,4	ALTO	4,3	ALTO	4,1	ALTO	4,4	ALTO	4,5	ALTO	4,20	ALTO
4,1	ALTO	4,1	ALTO	3,6	BASICO	4,5	ALTO	3,4	BASICO	4,8	SUPERIOR	4,8	SUPERIOR	4,4	ALTO	3,0	BASICO	4,0	ALTO	4,6	SUPERIOR	4,11	ALTO
4,2	ALTO	4,1	ALTO	3,3	BASICO	4,0	ALTO	3,3	BASICO	4,8	SUPERIOR	4,7	SUPERIOR	4,6	ALTO	3,6	BASICO	3,6	BASICO	4,8	SUPERIOR	4,10	ALTO
4,3	ALTO	3,6	BASICO	3,4	BASICO	4,3	ALTO	3,1	BASICO	4,0	ALTO	4,0	BASICO	4,3	ALTO	5,0	SUPERIOR	3,4	BASICO	4,2	ALTO	3,97	BASICO
3,9	BASICO	3,9	BASICO	3,3	BASICO	3,7	BASICO	3,4	BASICO	4,5	ALTO	3,9	BASICO	4,5	ALTO	4,6	SUPERIOR	3,0	BASICO	4,7	SUPERIOR	3,96	BASICO
4,1	ALTO	3,9	BASICO	3,5	BASICO	4,4	ALTO	3,8	BASICO	4,0	ALTO	4,8	SUPERIOR	4,4	ALTO	3,0	BASICO	3,1	BASICO	4,2	ALTO	3,93	BASICO
3,0	BASICO	3,2	BASICO	3,4	BASICO	4,3	ALTO	3,1	BASICO	4,5	ALTO	4,1	ALTO	4,5	ALTO	4,1	ALTO	4,2	ALTO	4,5	ALTO	3,90	BASICO
3,3	BASICO	3,7	BASICO	3,9	BASICO	4,3	ALTO	3,0	BASICO	4,0	ALTO	3,7	BASICO	5,0	BASICO	5,0	SUPERIOR	3,7	BASICO	4,0	ALTO	3,87	BASICO
2,8	BAJO	3,5	BASICO	3,4	BASICO	3,5	BASICO	3,4	BASICO	4,8	SUPERIOR	4,9	SUPERIOR	4,7	SUPERIOR	3,0	BASICO	3,3	BASICO	4,9	SUPERIOR	3,83	BASICO
3,6	BASICO	3,5	BASICO	3,6	BASICO	3,3	BASICO	3,0	BASICO	4,2	ALTO	4,2	ALTO	4,0	ALTO	4,8	SUPERIOR	3,2	BASICO	4,4	ALTO	3,79	BASICO
3,5	BASICO	3,7	BASICO	3,4	BASICO	3,5	BASICO	3,4	BASICO	4,8	SUPERIOR	4,4	ALTO	4,0	ALTO	3,0	BASICO	3,5	BASICO	4,5	ALTO	3,79	BASICO
3,0	BASICO	4,0	ALTO	3,3	BASICO	3,8	BASICO	3,9	BASICO	4,0	ALTO	4,3	ALTO	3,7	BASICO	3,0	BASICO	4,7	SUPERIOR	3,8	BASICO	3,77	BASICO
3,9	BASICO	3,5	BASICO	3,7	BASICO	3,5	BASICO	3,2	BASICO	4,0	ALTO	4,4	ALTO	4,1	ALTO	3,9	BASICO	3,1	BASICO	4,2	ALTO	3,77	BASICO
3,7	BASICO	3,8	BASICO	3,5	BASICO	3,5	BASICO	3,0	BASICO	4,0	ALTO	4,4	ALTO	3,7	BASICO	4,0	BASICO	3,2	BASICO	3,9	BASICO	3,68	BASICO
3,0	BASICO	3,4	BASICO	3,3	BASICO	3,3	BASICO	3,1	BASICO	4,0	ALTO	4,1	ALTO	4,4	ALTO	3,0	BASICO	3,2	BASICO	3,9	BASICO	3,52	BASICO
2,7	BAJO	3,6	BASICO	3,7	BASICO	3,0	BASICO	1,4	BAJO	4,5	ALTO	3,3	BASICO	4,0	BASICO	3,0	BASICO	3,4	BASICO	4,5	ALTO	3,38	BASICO

Figura 4.54: Consolidado de notas.

A continuación se muestran las elaboraciones producidas por Santiago (Fig. 4.55, página 98).

notas	f	fr
Basico	18	81%
Alto	2	09%
Superior	2	09%
bajo	0	0%
Total	22	

ingles

notas	f	fr
Basico	13	59%
Alto	8	36%
Superior	1	04%
bajo	0	0%
Total	22	

2. castellana

notas	f	fr
Basico	0	0%
Alto	14	63%
Superior	8	36%
Bajo	0	0%
Total	22	

ed Fisica

notas	f	fr
Basico	11	51%
Alto	4	18%
Superior	7	31%
Bajo	0	0%
Total	22	

musica

notas	f	fr
Basico	10	45%
Alto	9	40%
Superior	1	04%
bajo	2	09%
Total	22	

matematicas

Figura 4.55: Tabulaciones de Santiago.

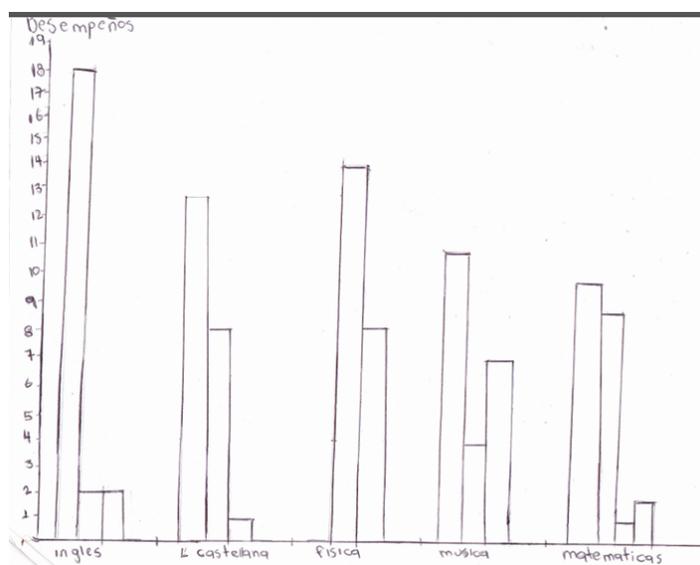


Figura 4.56: Gráfico de Santiago.

De las elaboraciones producidas por el estudiante, se percibió cierto dominio en la construcción de la tabla, sin embargo, en la frecuencia relativa de las áreas Música y Castellano no estableció los porcentajes adecuados. En el gráfico es recursivo, puesto que ubica las barras de tal forma que permiten una visualización acorde con la naturaleza de los datos, aunque no es la forma adecuada. En lo concerniente a la comprensión de la información, respondió correctamente, de acuerdo a la tabla de frecuencias y el diagrama de barra, sin embargo, en la pregunta: “la cantidad de estudiantes que ganaron todas las materias es...” respondió **56**, que es un dato incorrecto, pues el total es de **22**. Por tanto, inferimos, como investigadores que sumó la totalidad de las áreas ganadas y no tuvo en cuenta el consolidado inicial, donde se muestra la cantidad de estudiantes que ganaron todas las áreas.

Actividad 2. Averigüemos por lo que nos gusta

En coherencia con lo planteado por la EpC, en la fase final de síntesis se establece, como parte fundamental del proceso, la aplicación de lo aprendido mediante una actividad propuesta por el estudiante, en la cual se sienta motivado para participar en la construcción de su conocimiento.

De las búsquedas de cada estudiante, resultaron temáticas como: la preferencia entre los futbolistas Lionel Messi y Cristiano Ronaldo, el equipo de fútbol preferido por los compañeros, la gaseosa que más gusta, entre otras. La actividad se realizó en parejas y presentaron el análisis de la información, teniendo en cuenta las siguientes

ACTIVIDAD 9. NUESTRA REALIDAD ACADÉMICA

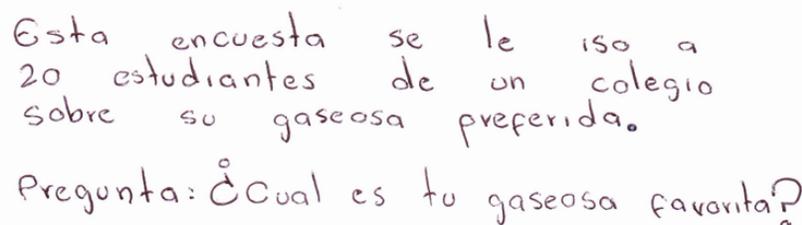
1. Con la base de datos de las calificaciones de un grado de la institución, realiza todo el proceso correspondiente a la construcción de tablas y gráficos sobre las asignaturas ganadas y reprobadas en un periodo académico.
2. A partir de los datos obtenidos responde las siguientes afirmaciones.
 - a. La asignatura que más reprueban los estudiantes es Matemáticas
 - b. El porcentaje de estudiantes que perdió matemáticas es 2 Estudiantes 09%
 - c. El porcentajes de estudiantes que ganó matemáticas es 20 Estudiantes
 - d. La asignatura que más ganan los estudiantes es Ed. Física 22 Est.
 - e. Áreas que tienen el mismo porcentaje de pérdidas son Inglés y Ed. Física
 - f. La cantidad de estudiantes que ganaron Religión más que Ciencias Naturales es 11 Estudiantes
Ed. Física Música
 - g. La diferencia en porcentaje que hay entre los que ganaron matemáticas y español es 1
 - h. La cantidad de estudiantes que perdieron español más que educación física igual
 - i. La cantidad de estudiantes que ganaron todas las materias es 56
 - j. Si esta misma situación se presentó en otros cuatro grados, que tienen el mismo número de estudiantes, el total de estudiantes que perdieron matemáticas es 8 Estudiantes

Figura 4.57: Respuestas de Santiago.

indicaciones:

1. Diseñar preguntas sobre el tema de interés para indagar sobre este.
2. Aplicar las preguntas a la muestra de la población.
3. Organizar los datos en la tabla de frecuencias.
4. Presentar la información en un gráfico de barras.
5. Diseñar y responder preguntas que te ayuden a comprender la información presentada en la gráfica.
6. Socializar tu trabajo con participantes y profesores de la institución.

Las producciones de Santiago se muestran en las Figuras 4.58, 4.59, 4.60, 4.61 y 4.62 de las páginas 101-104 respectivamente.



Esta encuesta se le iso a
20 estudiantes de un colegio
sobre su gaseosa preferida.
Pregunta: ¿Cual es tu gaseosa favorita?

Figura 4.58: Aplicación de Santiago.

Las elaboraciones de María se muestran en las Figuras 4.63, 4.64 y 4.65 de las páginas 105 y 107 respectivamente.

Las elaboraciones de Andrés se muestran en las Figuras 4.66, 4.67 y 4.68 de las páginas 107 y 109 respectivamente.

Las actividades presentadas, anteriormente, dan cuenta de los avances que alcanzaron los participantes en el procesamiento de información en tablas y gráficas estadísticas. Se evidenció como, a partir de sus intereses y motivaciones, diseñaron y respondieron preguntas que dieron cuenta de la comprensión que alcanzaron los estudiantes del tema abordado.

En el próximo capítulo se presentan los análisis, realizados para cada uno de los tres participantes y las conclusiones obtenidas. De igual forma, las producciones realizadas por cada uno de ellos, permitieron clasificarlos en los niveles de comprensión, de acuerdo con sus desempeños.

TABLA DE FRECUENCIA

Tipo de Gaseosa	Conteo	F	Fr%
Coca-Cola	☐☐1	11	55%
Colombiana	☐	5	25%
Manzana	L	2	1%
Sprite	L	2	1%
Total		20	

Figura 4.59: Tabla de frecuencia de Santiago.

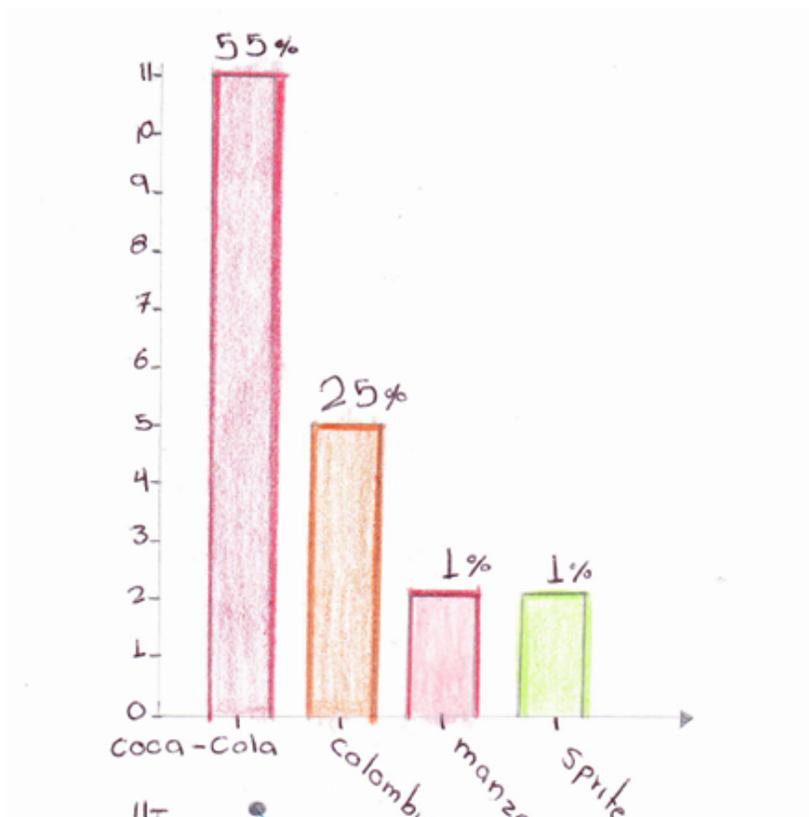


Figura 4.60: Gráfico de barras de Santiago.

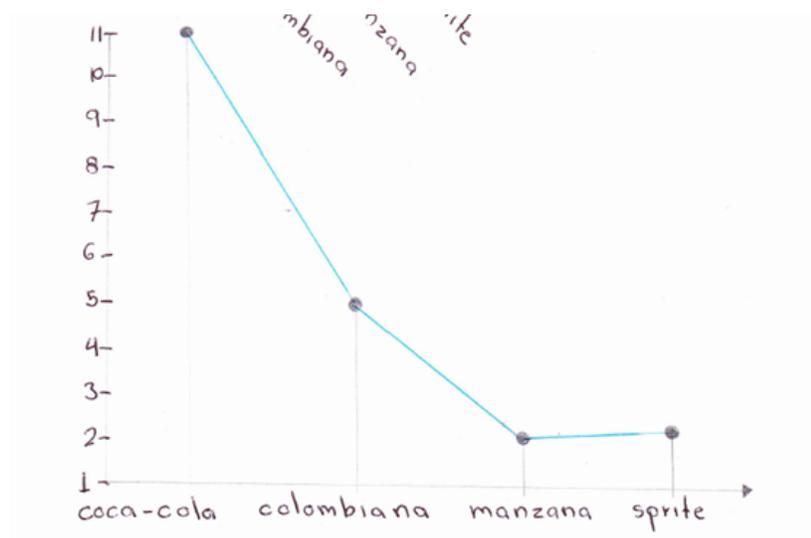


Figura 4.61: Gráfico lineal de Santiago.

PREGUNTAS DE ANALISIS

¿Cuántos estudiantes prefieren
Coca-Cola? 11 estudiantes

Cuántos estudiantes prefieren sprite
2 estudiantes

Cual es el porcentaje de los
estudiantes que prefieren Coca-Cola
55%

Cuántos estudiantes mas prefieren
Colombiana que manzana 3 estudiantes

Cuántos estudiantes mas prefieren
Coca-Cola que Colombiana 6 estudiantes

El porcentaje de estudiantes que
prefieren Colombiana es 25%

Figura 4.62: Preguntas de análisis de Santiago.

¿Que instrumento Musical te Gusta
Tocar?

Instrumentos Musicales.	Conteo.	F.	Fr.
Bajo.	□	3	15%
Piano.	□	4	20%
Bateria.	□□	6	30%
Guitarra.	□□	7	35%
total	20		

Figura 4.63: Construcción de la tabla de frecuencia de María.

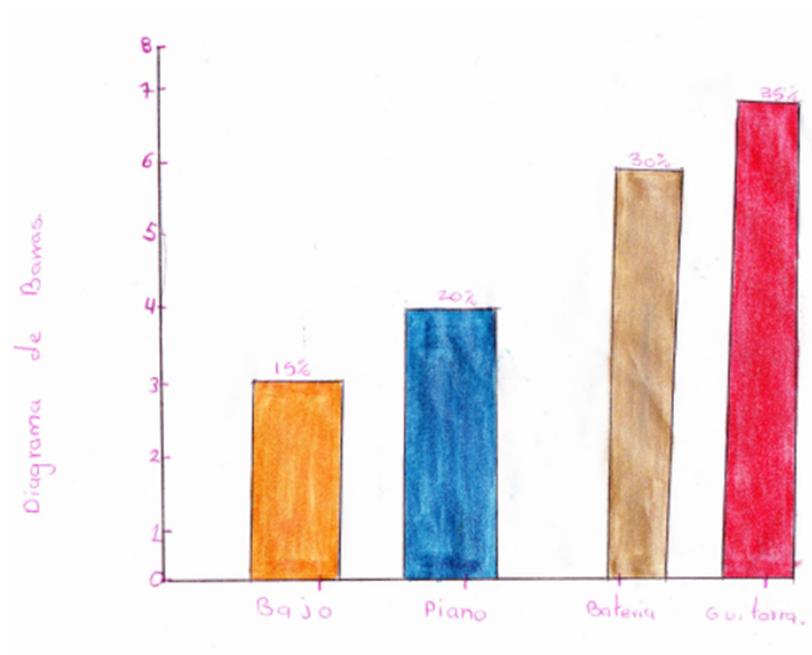


Figura 4.64: Construcción del gráfico de María.

Preguntas

- 1^a A cuantos niños en total les preguntaron
A 20 niños
- 2^a Cual es el instrumento mas tocado
La Guitarra.
- 3^a Cual es el porcentaje de el piano
20 %
- 4^a A cuantos niños les gusta tocar bateria
A 6 niños.
- 5^a Cual es el instrumento menos tocado
El Bajo.
- 6^a A cuantos niños les gusta tocar guitarra.
A 7 niños.
- 7^a Cual es el porcentaje del Bajo.
15%
- 8^a A cuantos niños no les gusta la guitarra
A 13 niños

Figura 4.65: Análisis de María.

Jugador favorito

Jugador	Conteo	frecuencia	frecuencia . R.	Grados
Falcao		10	40 %	144°
Cristiano		9	36 %	130°
Messi		5	20%	72°
Torres		1	4%	14°
Total	 	25	100%	360°

Figura 4.66: Construcción de la tabla de frecuencia Andrés.

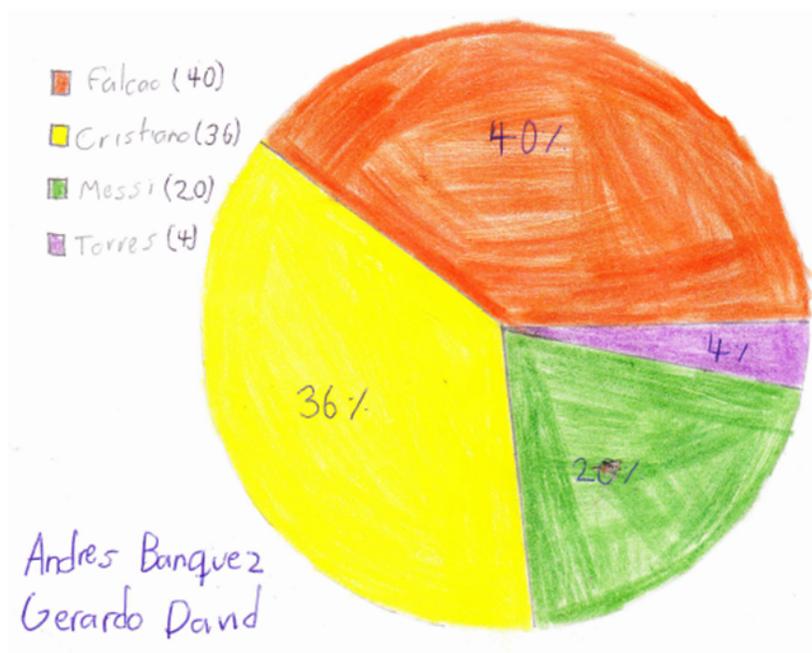


Figura 4.67: Construcción del gráfico de Andrés.

Preguntas

¿Cuál es el jugador preferido por los estudiantes? Falcao con diez votos

¿Cuál es el jugador menos preferido por los estudiantes? Torres un voto

¿Qué porcentaje de estudiantes les gusta Lionel Messi? 20%

¿Qué porcentaje de estudiantes les gusta Cristiano Ronaldo? 36%

¿Qué diferencia hay entre Lionel Messi y Cristiano Ronaldo? 4 votos

¿Qué porcentaje de estudiantes les gusta Falcao? 40%

¿Qué porcentaje hay entre Falcao y Cristiano? $40\% + 36\% = 76\%$

Figura 4.68: Análisis de Andrés.

Capítulo 5

Análisis y conclusiones

EN el presente Capítulo se presentan los resultados obtenidos a partir de la implementación de la guía de actividades, teniendo en cuenta los referentes teóricos y las observaciones realizadas. Se muestra el logro de los objetivos propuestos y la respuesta a la pregunta de investigación planteada. Para este proceso, consideramos lo expuesto por Stake, R. (1999), quien enuncia que “[...] no existe un momento determinado en el que se inicie el análisis de datos, que analizar consiste en dar sentido a las primeras impresiones, así como a los resúmenes finales” (p. 67). Es así que para el análisis, se tienen en cuenta todos y cada uno de los diferentes momentos que se dieron en el proceso investigativo.

5.1. Análisis de la información

Tal como se enunció en el Capítulo 3, la implementación se desarrolló con 27 estudiantes, pero solo se tomaron tres con la intención de analizar los niveles de comprensión, relacionados con la información presentada en tablas y gráficas estadísticas. Además, se consolidaron cuatro matrices de evaluación, presentadas en la Sección 3.4.3, página 59, para valorar y clasificar a los estudiantes en los diferentes niveles de comprensión.

Luego de realizar la implementación de la guía de actividades (4, página 67), se inició el análisis de la información recolectada, desde cada dimensión de la comprensión, fundamentando este proceso, en lo propuesto por la Enseñanza para la Comprensión (EpC) y la Cultura Estadística. A continuación se expone el análisis realizado.

5.1.1. Análisis de la dimensión de contenido

El propósito de esta dimensión consistió en recolectar evidencias del nivel de conceptualización, asociado con la comprensión de información, presentada en tablas y gráficas estadísticas. Las categorías definidas para esta dimensión fueron:

- Conceptualización de las gráficas estadísticas.
- Naturaleza de los datos.

Seguidamente presentamos el análisis realizado para cada una de ellas.

Conceptualización de gráficas estadísticas

Desde los Estándares Básicos de Competencia en Matemática del Ministerio de Educación Nacional (2006) se establece para los grados cuarto y quinto, la interpretación de información presentada en tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, gráficas líneas y diagramas circulares). Por lo que reconocer el tipo de gráfico, en el cual se encuentra la información, puede ser de ayuda para comprender lo que se presenta en él. En este orden de ideas, se les mostró a los participantes una galería de gráficos, para que hicieran un reconocimiento de ellos, registrando sus apreciaciones en la guía de actividades.

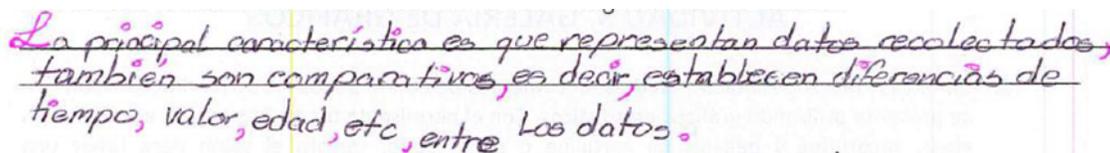
A continuación se describe lo que los participantes expresaron referente a las preguntas relacionadas con los gráficos.

- **Andrés**

Uno de los comentarios de este participante, en la guía de actividades para referirse a los tipos de gráfico que observó en la galería se muestra en la Figura 4.18, página 74.

Esta respuesta muestra que nombra los gráficos más comunes, como: tortas, barras, lineales. Después, mencionó otros que ha visto por internet, como el caso del cartogramas, gráficos mixtos y de dispersión, lo que nos sugirió una familiarización con esta herramienta estadística, sin embargo, no reconoció el pictograma. Este reconocimiento de los diversos tipos de gráficos nos mostró la comprensión para reconocer las formas como se representa la información en concordancia con el nivel de escolaridad.

En otra pregunta se le pidió que determinara las características comunes en los gráficos observados, y el responde (Fig. 5.1, página 113):

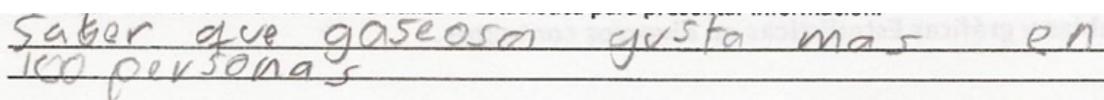


La principal característica es que representan datos recolectados, también son comparativos, es decir, establecen diferencias de tiempo, valor, edad, etc, entre los datos.

Figura 5.1: Respuesta de Andrés.

A través de esta respuesta percibimos que reconoce como, los gráficos, representan los datos recolectados, como también, compara la información que estos contienen, al igual que establece diferencias entre ellos. Por tanto, la comparación es asumida como un proceso de la comprensión, ya que cuando un estudiante compara algo, lo que busca es semejanzas y/o diferencias, para establecer conclusiones válidas a partir de la información suministrada.

También se le indagó por situaciones en las que puede usar gráficos estadísticos, respondiendo (Fig. 5.2, página 113:



Saber que gaseosa gusta más en 100 personas

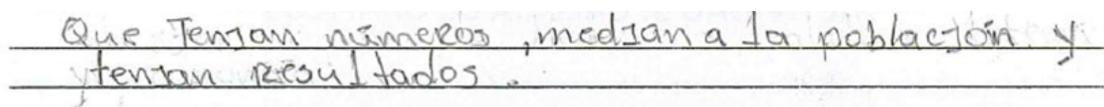
Figura 5.2: Respuesta de Andrés en la actividad 1(g).

En la respuesta de Andrés dada en la Figura 5.2, página 113, se reconoce una situación específica, en la cual, se usarían gráficos para representar la información, lo que pone en evidencia una aplicación del uso de estas herramientas estadísticas en la vida cotidiana.

María, mencionó los tipos de gráficos más comunes: de barra, de línea, circular, de dispersión, utilizando los nombres adecuados, como lo muestra la Figura 4.19, página 75:

Se puede decir que mantuvo el mismo orden de enumeración: barra, lineal, circular, pero no menciona el pictograma, por lo que pudimos deducir desconocimiento de éste y discernimiento con los más comunes.

Cuando se indagó por las características de los gráficos, respondió:



Que tienen números, median a la población y tienen resultados.

Figura 5.3: Respuesta de María en la actividad 2(i).

Su apreciación fue literal, es decir, no va más allá de lo visual, esto se evidencia cuando dijo: “Tenían números que median la población” o “Tenían resultados”, son consideraciones indistintas que nos muestran una característica, más allá de lo superficial. Aunque la expresión “Tenían resultado” puede entenderse como el resumen de unos datos presentados en gráficos, aunque no presenta una explicación al respecto.

Al preguntarle por una situación en la que utilizaría un gráfico, expone:

Cuando queremos saber a cuantas personas les gusta la gaseosa se usan los diagramas.

Figura 5.4: Respuesta de María en la actividad 2(g).

La forma como lo expresa no es la más adecuada, ya que dice “... cuando queremos saber a cuantas personas le gusta la gaseosa” en este caso debió mencionar qué gaseosa, o estructurar con mayor claridad su pregunta, (gustos por los tipos de gaseosa), sin embargo, podemos asumir que la participante le da una aplicación práctica al uso de los gráficos, en una situación puntual.

- Santiago

Al expresar los tipos de gráficos que observó en la Figura 4.20, página 75. Se evidencia el reconocimiento del de barra, para referirse al lineal utiliza la expresión “raya”, y no menciona el circular, lo que nos permite concluir la identificación del gráfico más común para él. Al interrogante por las características comunes expresó:

Que todos representan una cantidad u acumulado de datos, representan la información por medio de gráficos.

Figura 5.5: Respuesta de Andrés en actividad 2.

Reconoció que los gráficos representan una cantidad o acumulado de datos, es decir, entiende que, al observar uno de estos, se enfrenta a una información resumida que este contiene, a diferencia del participante anterior quien logró ir más allá de lo visual.

A pesar de lo manifestado en el punto anterior, en este, donde se le pidió describir una situación específica, en la que presentaría información haciendo uso de la estadística, no logró expresar su utilidad, al manifestar “en un médico”, no se evidenció una aplicación concreta.

En esta categoría se evidenció un reconocimiento de los tipos de gráficos más comunes (barra, lineal, circular), no mencionaron el pictograma, a pesar que se expuso

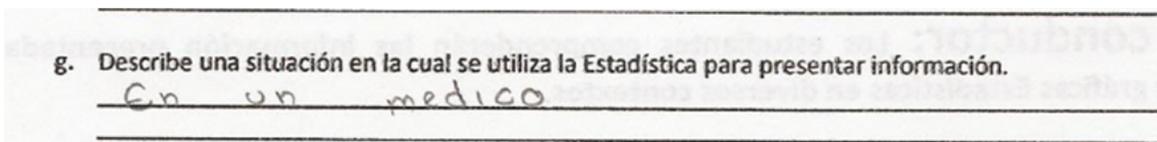


Figura 5.6: Respuesta de Andrés.

en la galería, a diferencia del gráfico de dispersión, que si lo nombran dos participantes. De igual forma se percibió una utilidad específica de estos, en diferentes contextos del diario vivir y reconocieron que representan datos e informaciones, que requieren ser comprendidas por el lector. Lo que en términos de Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999), es el lenguaje gráfico, es decir, se consideran un instrumento de transnumeración, una de las formas básicas de razonamiento estadístico.

A continuación se analiza la otra categoría correspondiente a esta dimensión.

Naturaleza de los datos

Otro aspecto a tener en cuenta en la información presentada en gráficas estadísticas, tiene que ver con el tipo de variable expuesta, por tanto consideramos pertinente indagar por el discernimiento que tienen los participantes con relación a este. Para ello se les solicitó elaborar un listado de las características de sus compañeros y posteriormente, clasificarlas en variables cualitativas y cuantitativas. Seguidamente se presenta la clasificación realizada por los participantes.

■ Andrés

INFORMACIÓN QUE SE PUEDE MEDIR	INFORMACIÓN QUE INDICA UNA CUALIDAD
Edad	Nombre
Peso	Deporte
Estatura	Mes de cumpleaños
Hermanos	Platón favorito
Dinero	Sitios favoritos
Edad padre	Personas queridas
Talla zapato	Sitio preferido

Figura 5.7: Respuesta de Andrés.

Como podemos observar, el participante clasificó, adecuadamente, las variables, lo que nos dio entender que diferencia entre lo cualitativo y cuantitativo.

En otra pregunta se le indagó por la gráfica que utilizaría para representar los servicios públicos de energía, durante un año, a lo que respondió:

Definitivamente sería con el gráfico de barras porque me permitiría establecer cuáles mi consumo diario y mes a mes de mis servicios públicos.

Figura 5.8: Respuesta de Andrés.

Como se evidencia, no dudó en manifestar que en el gráfico de barra. Esto nos permitió reconocer, como asocia la información del servicio público de energía con el gráfico de barras, observando una vez más la familiaridad con este. A pesar de que también se puede representar este tipo de información en el diagrama lineal, el participante asumió, categóricamente, el de barra, lo que nos llevó a concluir que existe cierta relación correspondiente con el nivel de escolaridad.

■ María

INFORMACIÓN QUE SE PUEDE MEDIR	INFORMACIÓN QUE INDICA UNA CUALIDAD
estatura en cm	deporte
Dinero	nombre
edad	edad
#-numero hermanas	mes de cumple
edad del padre	programa de televisión
Peso	favorita
	materia preferida
	signo zodiacal
	gases preferidos
	sitio preferido

Figura 5.9: Respuesta de María.

A partir de la situación planteada la participante clasificó la edad en las dos variables, lo que pone en duda la comprensión de lo cualitativo y cuantitativo, sin embargo, el resto de características las ubicó adecuadamente.

A la pregunta por el gráfico a utilizar en los servicios públicos respondió (Fig. 5.10, 117):

Al igual que el participante anterior, manifestó que en el gráfico de barras. Adicionalmente, expresó la forma como ubicaría la información en los ejes. Percibimos la facilidad en nombrar este gráfico para este tipo de situación, sin ser el más adecuado para ello.

cosa durante un año.
 grafico en barras: en el eje "x" colocaria los meses de enero a diciembre y en el eje "y" los consumos correspondientes a cada mes

Figura 5.10: Respuesta de María.

■ Santiago

INFORMACIÓN QUE SE PUEDE MEDIR	INFORMACIÓN QUE INDICA UNA CUALIDAD
edad	Deporte favorito
Nº Hermanos	mes de cumpleaños
estatura en cm	programa de tv favorito
Peso	materia preferida
Dinero para el descanso	signo zodiacal
edad padre	gaseosa preferida

Figura 5.11: Respuesta de Santiago en la actividad 2(2b).

Clasificó adecuadamente las variables, diferenciando, claramente, lo cualitativo y lo cuantitativo.

A la pregunta por el gráfico a utilizar en los servicios públicos expresó:

Lo presentaría con una gráfica de barras, mostrando el año en que se utilizó más y en el año que se utilizó menos, el servicio público.

Figura 5.12: Respuesta de Santiago.

Sostuvo que el gráfico de barras es el más útil para representar este tipo de información. Adicionalmente, propuso que mostraría el año en que se utilizó más y el que se utilizó menos el servicio público. Esto apoya la idea de que existe una familiaridad con este tipo de gráfico en particular. Los tres participantes lo toman como el pertinente para expresar los cambios en el servicio público de energía durante un año, no dudan en decir que es el más adecuado para esta situación, incluso uno de los participante expresó “definitivamente”, como ratificando que era el indicado, lo que nos llevó a concluir que es el gráfico mas usados por los estudiantes aun en situaciones donde podría ser más útil otro tipo de gráficos.

En esta dimensión, nos interesó analizar el reconocimiento que hicieron los participantes, acerca de los tipos de gráficos. Durante la actividad llamada “Galería

de gráficos”, los estudiantes preguntaron por los desconocidos para ellos, como el caso del diagrama de tallo y hoja, de áreas y los mismos pictogramas, al tiempo que acompañaban dicha pregunta con gestos de admiración, dando a entender el descubrimiento de algo nuevo. En este orden, ninguno de los estudiantes escogió uno de estos gráficos para explorar, por el contrario, se enfocaron en el de barra, lineal y circular, que de cierta forma, les dio seguridad al expresar la información presentada en ellos. Esto confirma lo planteado por los Estándares Básicos de Matemática. Sin embargo, el estudio de los pictogramas, merece una reflexión de su estudio en este nivel de escolaridad, de acuerdo con los resultados obtenidos en la presente investigación.

Por otra parte cuando se les indagó por el gráfico para representar el consumo de energía durante un año no dudaron en manifestar que el de barra, pues todos lo nombraron y lo tomaron como el adecuado para presentar esta situación. Hay un reconocimiento útil de la estadística y específicamente, en el uso de gráficos para representar situaciones prácticas, del diario vivir. Lo que en palabras de Tufte, E. (1997) “... los gráficos muestran los datos”. De hecho, los gráficos pueden ser más precisos y reveladores que los convencionales cálculos estadísticos.

5.1.2. Análisis de la dimensión de métodos

Las actividades de esta dimensión pretendieron fortalecer los procedimientos, algoritmos, reglas y procesos matemáticos que posibilitan la comprensión de la información presentada en tablas y gráficos estadísticos, como también la tabulación y construcción de gráficas a partir de la información recolectada.

Las categorías que componen esta dimensión son: construcción de tablas y gráficos, relación entre algoritmos y la heurística de los datos.

A continuación presentamos el análisis de dichas categorías con relación a la dimensión método.

Construcción de tablas

Esta categoría describe el proceso de construcción de tablas de frecuencia (conteo, frecuencia absoluta y relativa) por parte de los participantes, a partir de situaciones propuestas en la guía de actividades y por ellos mismos. Las siguientes son las construcciones de las tablas de frecuencia por los participantes.

- Andrés

Al momento de construir la tabla de frecuencia, expresa cada variable con su frecuencia correspondiente y realiza la suma para verificar el total de los datos, tal como se muestra en la Figura 4.41, página 88.

En esta actividad debía distribuir en 24 horas (un día) las diferentes actividades que realiza, el participante comprende que, la sumatoria de la frecuencia, debe ser igual a 24 e incluso, utiliza valores expresados en decimales de hora.

■ María

Al construir la tabla de frecuencias, expresa cada variable con su frecuencia correspondiente, como lo indica la figura:

1. Elabora una tabla en el que muestre como distribuyes tu tiempo en un día (24 horas), por ejemplo cuántas horas duermes, cuántas horas estudias entre otras.

ACTIVIDAD	CONTEO	FRECUENCIA Absoluta (F)	PORCENTAJE (FR)
Dormir	□□	7	31%
estudiar	□□	7	31%
almorzar	1	1	4%
montar bici	Γ	2	9%
Bañarse	1	1	4%
Jugar en el PC	1	1	4%
Jugar afuera	1	1	4%
ver tv	L	2	9%
total	□□□□	22	

Figura 5.13: Respuesta de María en la actividad 4.

Para el caso de este ejercicio la frecuencia debe ser igual a 24 horas, pero no la tiene en cuenta. A pesar de realizar la suma para verificar la totalidad de los datos, no cae en cuenta que la da 22 horas, pues en esta actividad, debía distribuir su tiempo de un día (24 horas), en las diferentes actividades que realiza.

■ Santiago.

El participante construye la tabla de frecuencia, a partir de una encuesta que el mismo diseñó para saber la gaseosa favorita de sus compañeros de clase. Construye la tabla acorde a las variables que intervienen y las frecuencias que necesita para la presentación de los resultados.

Realiza el proceso algorítmico (división y multiplicación) para expresar la frecuencia relativa, sin embargo, los valores encontrados no corresponden y no tiene en cuenta que

TABLA DE FRECUENCIA

Tipo de gaseosa	Conteo	F	Fr%
Coca-Cola	☒☒1	11	55%
Colombiana	☒	5	25%
Manzana	L	2	1%
Sprite	L	2	1%
Total		20	

Figura 5.14: Respuesta de Santiago en la actividad 7.1.

la sumatoria de los porcentajes debe ser 100, evidenciando dificultades para expresar la frecuencia relativa, en cuanto a resultados, pero no a procedimientos.

Construcción de gráficos

Se refiere a los pasos y elementos, que se deben tener en cuenta, para la construcción de un gráfico, de tal manera que se pueda presentar, adecuadamente, la información para los lectores. A continuación se presenta el proceso de cada participante.

■ Andrés

En esta actividad el participante construye el diagrama de barras y en la rotulación de ejes escribe la variable “edad” en el eje horizontal, pero en el eje vertical escribe la palabra frecuencia, relacionando este término con la información que representa el eje vertical, es decir la cantidad de estudiantes, tal como podemos ver en la Figura 4.4 de la página 70.

Al ubicar las barras en el eje horizontal no comprende que este se señala, de acuerdo con las características de los datos, para el caso de las edades expresó los números desde el 1 hasta el 13 y ubicó las barras correspondientes a las edades 10, 11, 12 y 13 al final del eje.

Un aspecto que el participante tuvo cuenta para la construcción de gráficos es la relación de los valores de las variables, con las dimensiones de las barras, en el caso de los gráficos de barras y el área de los sectores para los gráficos circulares, de tal manera que, lo que representa gráficamente, corresponda con la información

presentada numéricamente. Veamos lo que propone el estudiante, en la actividad de la fase de investigación guiada.

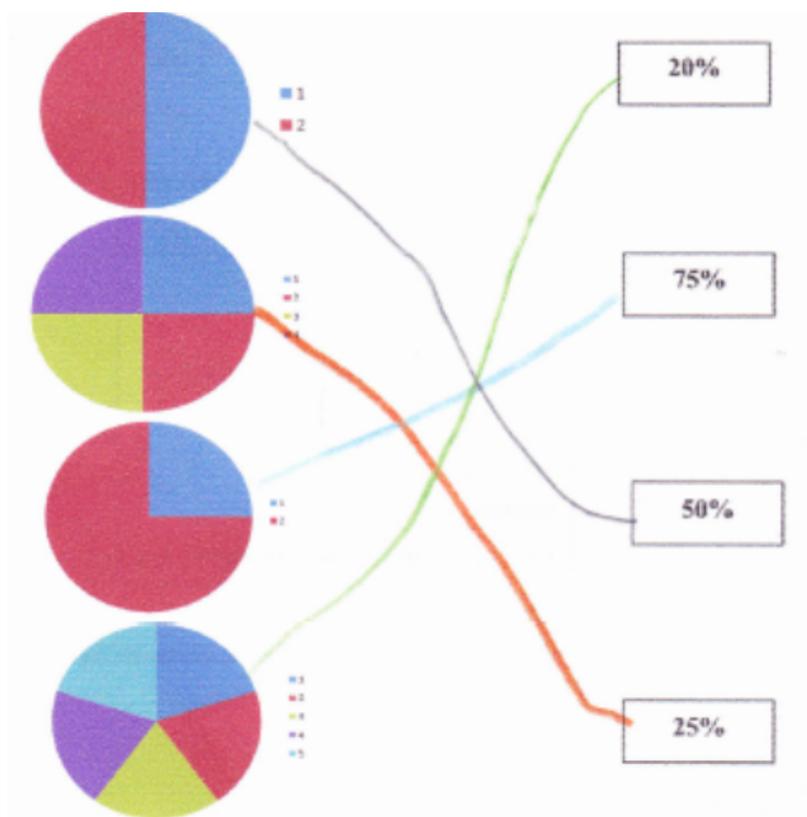


Figura 5.15: Respuesta de Andrés en la actividad 7.1.

Al momento de establecer relación entre valores en porcentajes con sectores en un diagrama circular, lo hace correctamente, tomando como referencia el tamaño del área del sector, no tiene en cuenta procesos algorítmicos, sino de visualización. Cuando se le solicita que explique lo que desarrolló, para responder adecuadamente las preguntas, no da explicación, por lo que concluimos que sus procesos están basados en intuiciones y observaciones.

■ María.

En la actividad de la fase del proyecto final de síntesis, la participante propone, como estudio de su interés, el conocer el instrumento musical favorito de sus compañeros de clase. Después de recolectar la información construye el gráfico Figura 4.64, página 106.

Al construir el diagrama de barras en cuanto a la rotulación de ejes, no tiene en cuenta la variable de estudio en el eje vertical y solo nombra las categorías que toma esta

en el eje horizontal, haciendo falta el rotularlo, aunque reconoce que los ejes representan información, no comprende la importancia de esto, para la construcción adecuada del gráfico. Le hizo falta titularlo y en cuanto a las dimensiones de las barras, el ancho tiende a no ser uniforme para cada categoría, pero la altura si corresponde con el valor que representa.

▪ Santiago

En la actividad de la fase del proyecto final de síntesis el participante, partiendo de sus intereses, recolecta información, la presenta en una tabla de frecuencia y luego gráficamente. Las gráficas construidas se muestran en Figura 4.60, página 103 y en la Figura 4.61 de la página 103.

Esta información la representó en dos gráficos, uno de barras y el otro lineal. En el primero observamos que no lo rotuló completamente, solo asignó los nombres que toman la variable del eje horizontal, tampoco le colocó el título. En cuanto a las dimensiones de la barras, mantienen una proporcionalidad en el ancho y el alto corresponde al valor, numéricamente, representado. En el lineal llama la atención que lo haya seleccionado para presentar la información, debido a que, normalmente, ese tipo de datos no se representa en él, aunque se puede observar que maneja los elementos que en el intervienen (ejes, distancia entre los variables, línea de tendencia).

Relación entre algoritmo y la heurística de los datos

Esta categoría direcciona la relación entre la información presentada en un gráfico estadístico y los conceptos matemáticos que intervienen, para dar respuestas a preguntas cuya solución no se encuentra, explícitamente, en el gráfico, sino que es necesario realizar algunos procesos algorítmicos del pensamiento numérico, geométrico o variacional. Los siguientes son los procesos desarrollados por los participantes.

▪ Andrés

Establece relación de orden para responder preguntas de información presentada en tablas y gráficas e identifica y aplica procesos algorítmicos de multiplicación, cuando es necesario para responder, adecuadamente, una pregunta. Asocia variables iguales para responder adecuadamente.

En la actividad de la fase de investigación guiada, vemos que, al responder una pregunta determinada, no identificó la jerarquía operacional, ni realizó las dos operaciones requeridas, pero en las demás aplica el algoritmo de suma, diferencia y relación de orden para comprender situaciones que lo requieren.

La siguiente gráfica muestra el comportamiento de la temperatura en un día en la ciudad de Bogotá.



1. Observa la gráfica y completa las afirmaciones.

- El eje horizontal indica horas
- El eje vertical indica temperatura (°C)
- La temperatura más alta del día se registra a las 14 (1:00 Pm)
- A las 9 am la temperatura que se registra es 10 °C
- A las 10 pm la temperatura que se registra es 12 °C
- La temperatura más baja se registra a las 3 (3:00 Am)
- El cambio de temperatura que se registra las 4 am y 6 am es de 0 °C
- La temperatura empieza a aumentar a partir de 3, 6 y de 12
- La temperatura empieza a disminuir a partir de 15, 17 y de 21
- El aumento de la temperatura de las 12:00 a las 3:00 pm es 6 °C
- A las 9:00 Am y a las 23 (11:00 pm) se registra una temperatura de 10°C.
- No se registra ningún cambio en la temperatura a las 18-20, 23-24, 15-16, 10-12, 4-6.

Figura 5.16: Respuesta de Andrés.

■ María

Identifica situaciones donde hay dos modas, se requiere el uso de decimales, no los tiene en cuenta y no realiza las aproximaciones numéricas adecuadas. Identifica y aplica correctamente procesos algorítmicos de multiplicación cuando se requiere para responder una pregunta.

Aplica adecuadamente la jerarquía operacional cuando hay dos procesos algorítmicos que resolver. En un gráfico lineal se le dificulta identificar los momentos en que la gráfica está en reposo, tampoco logra establecer relaciones de orden en situaciones que lo requieran.

■ Santiago

Según la Figura 4.62 de la página 104, este participante logra establecer la relación de orden para responder preguntas acerca de la información presentada en tablas y gráficas. Identifica y aplica procesos algorítmicos de multiplicación cuando es necesario para responder adecuadamente una pregunta. Aplica la jerarquía operacional cuando hay dos operaciones matemáticas para realizar.

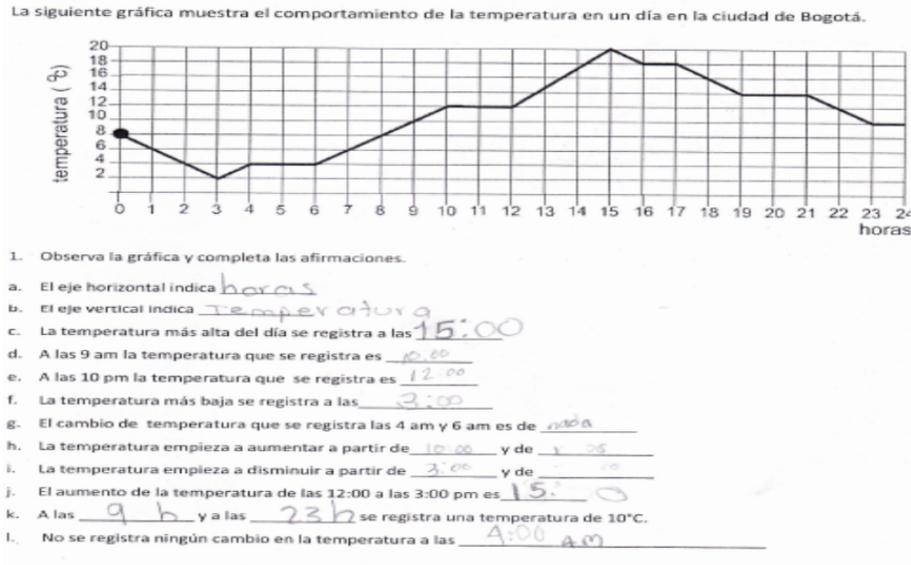


Figura 5.17: Respuesta de María en la actividad 8.

5.1.3. Análisis de la dimensión de praxis

A través de esta dimensión se establece las relaciones entre la información presentada en tablas y gráficas estadísticas y el diario vivir de los estudiantes, además permite evaluar la capacidad para reconocer los propósitos e intereses que orientan la construcción del conocimiento y su uso en situaciones que lo requieran, poniendo en práctica lo aprendido en la escuela.

Las categorías en esta dimensión son: Exploración de situaciones contextuales a partir de tablas y gráficos estadísticos y uso de tablas y gráficos en diferentes contextos.

El siguiente es el análisis realizado para cada categoría.

Exploración de situaciones contextuales a partir de tablas y gráficos estadísticos

Un proceso que se debe realizar, al momento de querer comprender la información, que se presenta en un gráfico, es el planteado por, Postigo y Pozo (2000) quien en un primer nivel establece lo que considera: “Información explícita: es el nivel más superficial de lectura de la gráfica que estaría centrado en la identificación de los elementos de esta”. Por ejemplo, el título, número, nombre y tipo de las variables del fenómeno representado, así como los distintos valores de esta. Lo que para nosotros es la exploración de situaciones contextuales que se presentan en la tabla o el gráfico. Nos

referimos, más exactamente, al primer acercamiento del estudiante, con la información que se presenta y las primeras comprensiones que se tienen al respecto, como saber de qué trata el gráfico, identificar la información de los ejes, reconocer el área del sector circular, las frecuencias absolutas, entre otros aspectos.

En este orden, se le propuso a los participantes escoger un gráfico de la galería y expresar con sus propias palabras la información que se presenta en él. A continuación presentamos las producciones de los participantes.

Veamos lo que Andrés expresa en la Figura 5.18 de la página 125.

El participante identificó, de manera precisa, la información que se presenta en el gráfico, la que aportan los ejes, las frecuencias absolutas. Brinda una explicación adicional cuando menciona los porcentajes de cada producto de exportación. Adicionalmente, agregó que los productos corresponden a los no tradicionales, es decir, realizó un reconocimiento general de la información allí presentada.

En este mismo orden se le pidió escoger un gráfico de barras y que describiera la información que aportan los ejes.

- j. Observa un gráfico de barras y describe el tipo de información que se presenta en la parte inferior.
- Esta gráfica representa el número de pólizas de seguro de vida vendidas durante los cinco primeros meses del año. En la parte inferior están escritos los meses de Enero, Febrero, Marzo, Abril y Mayo.*
- k. Observa un gráfico de barras y describe el tipo de información que se presenta verticalmente al lado izquierdo.
- En el mismo gráfico anterior están los números ascendentes, de diez en diez, hasta el 100, que representan el número de pólizas vendidas.*

Figura 5.18: Respuesta de Andrés.

Del mismo modo, reconoció el título de la gráfica, la variable de estudio, comprendió las frecuencias absolutas, fue muy preciso cuando dijo que “están de diez en diez hasta el cien y representan el número de pólizas vendidas”, igualmente lo hizo con la información del eje horizontal cuando expresó “están escritos los meses del año” y lo nombró específicamente, lo cual es totalmente acertado en relación al gráfico observado. Esto evidenció una exploración contextualizada de este.

■ María.

En la Figura 4.22, página 75, observamos la descripción que hizo la participante con

relación al gráfico observado.

Realizó una exploración literal, simplemente mencionó de que trata el gráfico, al expresar “datos sobre la vida”, pero no identificó el título, ni brindó información adicional acerca de este, se evidenció cierta particularidad cuando mencionó que “en homografía se usa la gráfica de barra para tener disponibles datos sobre la vida” esto obedece más a una generalización de la utilidad en esta disciplina, que a una comprensión del gráfico observado.

Cuando se le propuso escoger un diagrama de barra y expresar la información que contienen los ejes, esto expresó.

- j. Observa un gráfico de barras y describe el tipo de información que se presenta en la parte inferior.
Lo que vemos abajo es si son días, tipos de monedas
nombres entre otros.
- k. Observa un gráfico de barras y describe el tipo de información que se presenta verticalmente al lado izquierdo.
La cantidad: por ejemplo si es 3.000, 2.000, 1.000
o 0.

Figura 5.19: Respuesta de María en la actividad2(j).

De alguna manera identificó que, en el eje horizontal, se ubica la variable de estudio y en el vertical la frecuencia correspondiente a esta, pero no se evidenció la relación entre ambas, es decir, simplemente expresa “abajo vemos días, tipos de moneda, nombres, entre otros y verticalmente cantidad”. Por lo que podemos inferir que, esta participante, no explora adecuadamente las generalidades del gráfico, en el sentido que no brinda información de lo que este representa.

▪ Santiago

A las mismas situaciones este participante manifestó según lo podemos observar en Figura 4.23 de la página 76.

Expresó claramente de que trata la gráfica “evolucionamiento del celular” además entregó información adicional cuando dice “mayor año en que el celular está de moda”. Propuso que esta información se puede presentar en una gráfica de barra, puesto que lo observó en un diagrama circular, podemos decir que su sugerencia, es razonable al insinuar otro tipo de gráfico para representar los mismos datos.

- j. Observa un gráfico de barras y describe el tipo de información que se presenta en la parte inferior.

En la parte inferior, se puede observar el número o cantidad.

- k. Observa un gráfico de barras y describe el tipo de información que se presenta verticalmente al lado izquierdo.

Se presentan las cantidades, y números.

Figura 5.20: Respuesta de Santiago en la actividad Final de síntesis.

A la otra pregunta relacionada con la información que representan los ejes, expresó:

Al identificar la información de los ejes, lo hizo de forma literal, mencionó que ambos “presentan números o cantidades”, pero no indica la información que estos representan, ni la relación que existe entre ellos. Al tratarse de una variable cuantitativa, se encuentran cantidades, tanto en el eje horizontal como en el vertical, este último indica la frecuencia absoluta, por lo que observa valores en los dos ejes, pero la pregunta no está enfocada en este sentido, por lo que podemos inferir poca comprensión, en este aspecto, por parte del participante.

De acuerdo a lo expuesto por los participantes, concluimos que es más comprensible, realizar un reconocimiento general del gráfico que de los aspectos explícitos de este. Notemos que cuando se les pidió explorar el gráfico, brindaron información acertada acerca de este, incluyendo lo que indican los ejes, pero cuando se les indagó por cuestiones puntuales como la información de los ejes, algunos de ellos presentaron dificultad para leerla e interpretarla.

El siguiente es el análisis de la otra categoría correspondiente a esta dimensión.

Uso de tablas y gráficos en diferentes contextos

Uno de los retos de la enseñanza es poder conectar lo que sucede al interior del aula de clase (teoría) con la realidad que vive el estudiante fuera de ella. Esta conexión entre escuela y vida cotidiana bien puede llevarse a cabo haciendo uso de la estadística y más específicamente con la utilidad de las tablas y gráficas, donde el estudiante le encuentre sentido a lo que aprende, resolviendo situaciones que sean de interés para él.

Los siguientes son los estudios realizados por los participantes a partir del uso de tablas y gráficas estadísticas en su entorno.

Podemos observar las construcciones del participante Andrés en la Figura 4.66, página 107 y en la Figura 4.67 de la página 108. A partir del uso de tablas y gráficas diseñó un estudio que le permitió conocer la preferencia por los futbolistas más cotizados del momento. Notemos como le da una utilidad específica al tema estudiado, desde algo que es interesante para él. Durante la exposición pudimos observar como esto generó en sus compañeros un tema de discusión, algunos en acuerdo, otros en desacuerdo, pero finalmente Andrés decía “estos fueron los resultados”. Se podía notar como estaba de asombrado en que Cristiano Ronaldo le hubiera ganado a Lionel Messi, pero frente al estudio que él mismo realizó no le quedó otra opción que reconocer los resultados. Manifestaba “*si no lo hubiera hecho yo mismo no lo creería.*” comprendió como a través de tablas y gráficas pudo resumir una información, que para él era muy obvia, sin embargo, al desarrollar el estudio, descubrió que en el medio que se encontraba, tal apreciación, no correspondía con su propia percepción.

■ María

La participante indagó por el tipo de instrumento musical que le gusta tocar a sus compañeros, percibimos como al igual que el participante anterior encontró una aplicación específica de las tablas y gráficas desde su interés, según lo observamos en la Figura 4.63 de la página 105 y en la Figura 4.64 de la página 106.

■ Santiago

El participante investigó por el tipo de gaseosa preferida por sus compañeros, al igual que los anteriores encontró una aplicación específica de las tablas y gráficas desde un interés personal como se muestra en las Figuras 4.59, 4.60 y 4.61 de las páginas 102, 103 y 103, respectivamente.

A diferencia de los participantes anteriores, este genera dos gráficas para representar la misma información. Lo que nos llevó a discernir que reconoció la utilidad de diferentes gráficas, al momento de representar datos, pero también notamos que establece un orden de prioridad para ello, es decir, primero presentó el diagrama de barra y después el de línea.

Por todo lo anterior podemos expresar que, los participantes, hicieron uso de lo aprendido en la escuela. Cada uno aplicó los conceptos estadísticos estudiados en una situación de interés personal, mostrando la utilidad que tienen las tablas y gráficas estadísticas en su diario vivir. Si bien faltaron algunas rotulaciones, como el título, etiqueta de los ejes, entre otros aspectos, en esta dimensión nos interesó más, analizar la relación entre lo estudiado en el aula de clase y la aplicación que los estudiantes

hacen de estos saberes, en su vida cotidiana. Desde este punto de vista evidenciamos como, los participantes, encuentran múltiples aplicaciones de acuerdo con sus intereses y motivaciones. Todos ellos generaron preguntas e interpretaciones a partir de sus construcciones. Por lo tanto concluimos que, el aprendizaje se hace más comprensivo cuando son los mismos estudiantes quienes generan un interés personal en lo aprendido.

5.1.4. Análisis de la dimensión de formas de comunicación

En esta dimensión se analiza la comprensión y manejo del lenguaje estadístico, la utilización adecuada de símbolos y signos, en la construcción de las tablas y gráficas. Además, la manera de presentar la información, teniendo en cuenta las características del lector o el auditorio, en el momento de la socialización. Esta dimensión se encuentra compuesta por las categorías: manejo del lenguaje estadístico e interacción con diversos agentes.

Manejo del lenguaje estadístico

En esta categoría analizamos el lenguaje, utilizado por los participantes, para referirse a los elementos y símbolos estadísticos, cuando construyen tablas o gráficos y dan respuestas a preguntas que parten de la información representada. Los productos obtenidos de los participantes se muestran a continuación:

- **Andrés**

En la fase de exploración se les pidió que escribiera los nombres de los gráficos que había observado en la galería y estas fueron las respuestas, ver Figura 4.18 de la página 74.

Es interesante ver que nombró gráficos no tan comunes como son: cartogramas, diagramas mixtos, diagramas de dispersión y de área, indicando que ha tenido acercamientos, anteriormente, con este tipo de gráficos. Además, éste participante se caracterizó por utilizar adecuadamente la simbología, cuando construyó tablas de frecuencia.

- **María**

La participante, al momento de nombrar los gráficos que observó en la galería, utilizó un lenguaje estadístico adecuado, acorde a los tipos de gráficos que propone los

Estándares de Competencias Matemáticas, para el grado 5°, según la Figura 4.19 de la página 75.

- **Santiago**

En Figura 4.20 de la página 75, se observa que nombró, adecuadamente, el diagrama de “barras”, en cambio para nombrar el lineal, lo llamó “de rayas”. Mostrando una asociación por las figuras o formas geométricas conocidas y no por el lenguaje propio de la estadística, para este sistema de presentación.

Interacción con los diversos agentes

Esta categoría trata de la manera como, los participantes, se relacionan entre ellos mismos y con el contexto que les rodea, de tal manera que, al momento de socializar información estadística, sean capaces de transmitirla para que el auditorio la comprenda.

- **Andrés**

Al momento de socializar los gráficos que construyó, para representar la información recolectada, el participante demostró un dominio del tema y del lenguaje estadístico adecuado. Cuando sus compañeros le hacían preguntas, respondía puntualmente, dando claridad al auditorio.

- **María**

La participante en la implementación de la fase del proyecto final de síntesis, demostró seguridad cuando socializaba los resultados encontrados. En varias ocasiones no utilizó el lenguaje adecuado para referirse a elementos de los gráficos, como por ejemplo a los ejes, los llamó las “líneas horizontales y verticales”.

- **Santiago**

Al momento de dirigirse al público para exponer los resultados de su trabajo, su presentación no contenía algunos de los elementos estadísticos, como el título, la uniformidad en las barras, y el rótulo del eje vertical.

Estos análisis nos permitieron la ubicación de los participantes en las matrices de niveles, responder a nuestra pregunta de investigación y proponer algunas líneas de futura investigación, que consideramos, se pueden generar, a partir del presente trabajo. En el siguiente apartado describimos el logro de nuestros objetivos.

5.2. Matrices de niveles de comprensión de los participantes en el estudio

Las matrices de descriptores expuestas en el capítulo 3, posibilitaron la valoración continua, es decir, la retroalimentación de los avances y dificultades de los participantes en la comprensión de la información presentada en las tablas y gráficas estadísticas. Como parte de los resultados de este proceso, se ubicaron a los participantes en las matrices de niveles de comprensión, de acuerdo a los desempeños desarrollados en la fase final de síntesis, de la guía de actividades.

Matriz de evaluación Dimensión de contenido				
Categoría	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto
Reconocimiento de gráficas estadísticas			Santiago, María	Andrés
Naturaleza de los datos			María	Andrés y Santiago

Cuadro 5.1: Niveles de comprensión referidos a los contenidos.

Matriz de evaluación Dimensión de métodos				
Categoría	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto
Construcción de tablas y gráficas estadísticas				Andrés, María y Santiago
Relación entre algoritmo y la heurística de los datos			María	Andrés y Santiago

Cuadro 5.2: Niveles de comprensión referidos a los métodos.

Matriz de evaluación Dimensión de praxis				
Categoría	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto
Exploración de situaciones contextuales a partir de tablas y gráficas estadísticas		María y Santiago	Andrés	
Uso de tablas y gráficas en diferentes contextos			Santiago	Andrés y María

Cuadro 5.3: Niveles de comprensión referidos a la praxis.

Matriz de evaluación Dimensión de formas de comunicación				
Categoría	Ingenuo	Novato	Aprendiz	Experto
Manejo del lenguaje estadístico		María	Santiago	Andrés
Interacción con diversos agentes	Santiago		María	Andrés

Cuadro 5.4: Niveles de comprensión referidos a las formas de comunicación.

5.3. Conclusiones con relación a la pregunta de investigación

El objetivo de este estudio era investigar *¿Cómo estudiantes de grado quinto (5) de Básica Primaria comprenden información presentada en tablas y gráficas estadísticas?* Para lo cual planteamos como objetivo general y específicos los expuestos en la sección 1.6. De acuerdo a la implementación de las primeras actividades, se refleja la falta de dominio de la terminología, referente a la disciplina, que manejan

los estudiantes en relación a la frecuencia, ejes, promedio, moda, mediana, porcentaje, entre otros. Se percibe como estos conceptos fueron definidos erróneamente y no son comprendidos, muestra de ello es que, cuando se indagó, por las concepciones frente a la estadística, obtuvimos respuesta como las siguientes: “es para entender mejor”, “se usa en las matemáticas”, “es el último proceso de un negocio”.

Dichas apreciaciones muestran falencias en esta disciplina, sobre todo de tipo conceptual. Sin embargo, una vez aplicadas las actividades de investigación guiada, se reconoce que, los estudiantes, avanzaron en la utilización del lenguaje específico de la Estadística, lograron relacionar porcentajes con gráficos circulares y mostraron coherencia entre los procesos algorítmicos y la comprensión de la información presentada en gráficos de barras y lineales. Esto evidencia el logro de los objetivos específicos en su totalidad.

Con respecto a las situaciones planteadas en la fase final de síntesis por los participantes, se evidencia la necesidad del planteamiento de situaciones gráficas relacionadas con el entorno de los estudiantes, en este sentido se sugiere, trabajar con datos cotidianos, a partir de los intereses de los estudiantes, esto con el objetivo de lograr mejores niveles de comprensión de gráficas.

Observamos como los participantes expresan la aplicabilidad de los gráficos en situaciones contextuales de su diario vivir. Se evidencia una tendencia por el uso del gráfico de barras aún en situaciones que no sean las más adecuadas para utilizarlo.

A partir de los resultados obtenidos concluimos que, los participantes, lograron comprender que existe una relación entre la información y el diagrama en el cual se presenta. Comprenden que el uso de la estadística no es solo de las matemáticas sino, que es útil en otras ciencias, que requieran resumir y presentar información de forma más comprensible para las personas. Se apropiaron de la lectura e interpretación de gráficas estadísticas, en el sentido que dan información acertada acerca de la representada en esta.

A continuación describimos resultados significativos, desarrollados por los participantes, que dan respuesta a nuestra pregunta de investigación.

- Usaron el lenguaje específico de la Estadística.
- Relacionaron porcentajes con gráficos circulares.
- Mostraron coherencia entre los procesos algorítmicos y la interpretación de la información presentada, en gráficos de barras, lineales y circulares.
- Comprendieron que el uso de la Estadística no es solo de las matemáticas sino, que es útil en otras ciencias que requieran resumir y presentar información, de

forma más comprensible para las personas.

- Se apropiaron del concepto de variable cualitativa y cuantitativa.
- Comprendieron que, para dar información acerca de un gráfico, es necesario identificar la información que representan los ejes.
- Relacionaron la información con el diagrama en el cual se presenta.
- Comprendieron que, de acuerdo a los datos, se establece el tipo de gráfico para presentarlos.
- Compararon el valor numérico con el porcentaje, para establecer relaciones de orden.
- Asociaron el tamaño del sector circular con el valor de los porcentajes.
- Mostraron comprensión del diagrama lineal con una sola variable, en preguntas de información, que no requieren ningún tipo de operación.
- Comprendieron como el uso de las tablas y gráficas, puede resumir una información, que permita tener una mejor claridad frente al tema indagado, como el caso de la preferencia por los futbolistas.

A partir de lo anterior, se puede concluir el alcance de los objetivos, tanto generales como específicos y a su vez, de la comprensión que lograron los estudiantes frente a la información presentada en tablas y gráficas estadísticas, rompiendo con el transmisionismo como método de enseñanza.

El hecho de que los estudiantes sean los protagonistas, impone una disminución de los contenidos del currículo, en beneficio de los procesos constructivos, que permitan la conceptualización en lugar de la algoritmia. Esto permitió que existiera una motivación diferente respecto a los procesos anteriores.

Los desempeños de los estudiantes se ven, influenciados por las interacciones que se dan en el interior del aula de clase. Es en la discusión de los grupos, donde surgen las mejores interpretaciones y conclusiones entre los estudiantes e incluso donde el profesor encuentra mejores elementos para promover el análisis. Gracias al ambiente de aprendizaje, los instrumentos usados y al tipo de tareas propuestas, se fue logrando un clima favorable para la generar la participación y apropiación de una cultura estadística en los estudiantes.

5.4. Divulgación del trabajo de investigación.

Durante la realización del presente trabajo de investigación, se lograron producciones textuales como artículos y socialización de avances en diversos momentos, mediante las participaciones de ponencias en congresos nacionales e internacionales. A continuación presentamos una breve descripción de estos.

5.4.1. Artículos.

Durante el proceso de investigación se realizaron tres artículos, los cuales fueron publicados y se presentan en el Apéndice A, página 139.

- **El manejo de información estadística en grado 5° mediado por la enseñanza para la comprensión**

Resumen: en la estadística las tablas y gráficas se han convertido en una herramienta fundamental para el análisis de datos en diversos contextos. Con ellas se pretende que el lector perciba, comprenda e interprete aspectos de la situación estudiada. De acuerdo a lo anterior, se considera, como una necesidad, iniciar un proceso de enseñanza y aprendizaje en los grados de básica primaria en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC) que permita desarrollar habilidades propias del pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Esta propuesta de investigación se lleva cabo en el Colegio Americano de Apartadó en el grado 5° de primaria y será el resultado de nuestro proceso de formación como estudiantes de Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia.

Estado: Publicado

Revista: Memorias del *IV* Congreso Internacional de Formación y modelación en Ciencias Básicas, Medellín-Colombia, 2012, p. 136 – 137. ISBN: 978 – 958 – 8692 – 77 – 7, (2012).

- **Implementación guía de actividades desde la EpC para la interpretación de tablas y gráficas estadísticas en estudiantes de Básica Primaria**

Resumen: El presente trabajo forma parte de los avances de la investigación “Conceptualización del pensamiento aleatorio y sistemas de datos a partir de diversos contextos”, que se está llevando a cabo en la Maestría en Educación

de la Universidad de Antioquia. La escuela debe preocuparse por ayudar a sus alumnos a adquirir las habilidades necesarias, para procesar, adecuadamente, gran parte de la información que se genera a través de los diferentes medios de comunicación, a partir de tablas y gráficas estadísticas, lo que implica, que tanto niños como adultos, requieren leer e interpretar la información publicada para sacar conclusiones útiles para su vida (Batanero y Godino, 2002).

Estado: Publicado

Revista: memorias del V Congreso Internacional de Formación y modelación en Ciencias Básicas, Medellín-Colombia. (2013)

- **Una experiencia de la cultura estadística en grado 5° de Básica Primaria**

Resumen: El presente artículo tiene como fin, compartir una experiencia de la Cultura Estadística, a partir del trabajo investigativo, que se está realizando en el marco de la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia. Se parte de la necesidad de culturizar, estadísticamente, a toda la población estudiantil desde los primeros años de escolaridad, partiendo del reto de proponer nuevas formas de abordar esta área al interior del aula de clase.

Estado: publicado.

Revista: Ciencia, ingeniería y educación científica. Bogotá, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Edición especial Octubre 2013, ISSN: 0124-2253.

5.4.2. Ponencias

A continuación se hará una relación de las ponencias, que nos permitieron socializar los avances del trabajo de investigación.

- *El manejo de información estadística en grado 5° mediado por la Enseñanza para la Comprensión.* IV Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas (2012).
- *Implementación guía de actividades desde la (EpC) para la interpretación de tablas y gráficas estadísticas en estudiantes de básica primaria.* IV Congreso Internacional de Formación y Modelación en Ciencias Básicas(2013).
- *Una experiencia de la cultura estadística en grado 5° de básica primaria.* 14° Encuentro de Matemática Educativa- ECME 14 (2013).

5.5. Futuras líneas de investigación

En el transcurso de la presente investigación se pudo constatar la necesidad de continuar investigando al respecto, en algunos temas como los siguientes:

- Interpretación de gráficas que involucren solamente porcentajes.
- Comprensión de las medidas de tendencia central con estudiantes de grado quinto.
- Escogencia del gráfico para representar la información, acorde con la naturaleza de los datos.
- Estudio de los pictogramas con estudiantes de grado quinto.

Estos son algunos de los temas que proponemos seguir investigando, con el fin de seguir fortaleciendo procesos que promuevan una cultura estadística en nuestros estudiantes.

Apéndice A

Publicaciones

EN este apartado se presentan las participaciones en eventos regionales, nacionales e internacionales, que permitieron la socialización de los avances del presente trabajo investigativo, así como las publicaciones de artículos y memorias que surgieron a partir de estas. A continuación presentamos un resumen de cada uno de ellos.

- El manejo de información estadística en grado 5° mediado por la enseñanza para la comprensión

EDUCACIÓN MATEMÁTICA, HISTORIA DE LAS MATEMÁTICAS Y ETNOGRAFÍA

UNIVERSIDAD DE MEDELLÍN • GRUPO DE INVESTIGACIÓN SUMMA

POENCIA
 EL MANEJO DE INFORMACIÓN ESTADÍSTICA
 EN GRADO 5° MEDIADO POR LA ENSEÑANZA
 PARA LA COMPRENSIÓN

*David Fernando Méndez Vargas**

*Leonardo Vargas Delgado***

*Paula Andrea Rendón Mesa****

*Pedro Vicente Esteban Duarte*****

CONTEXTO

En la estadística, las tablas y gráficas se han convertido en una herramienta fundamental para el análisis de datos en diversos contextos. Con ellas se pretende que el lector perciba, comprenda e interprete aspectos de la situación estudiada. De acuerdo con lo anterior, se considera como una necesidad iniciar un proceso de enseñanza y aprendizaje en los grados de Básica Primaria en el marco de la enseñanza para la comprensión (EpC) que permita desarrollar habilidades propias del pensamiento aleatorio y sistemas de datos. Esta propuesta de investigación se llevará a cabo en el Colegio Americano de Apartadó, en el grado 5° de Primaria, y será el resultado de nuestro proceso de formación como estudiantes de Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia.

OBJETIVO GENERAL

Determinar el nivel de comprensión que pueden alcanzar los estudiantes del grado 5° del Colegio Americano de Apartadó en las competencias relacionadas con el pensamiento aleatorio y sistemas de datos, cuando el proceso de enseñanza y aprendizaje se fundamenta en el marco metodológico de la enseñanza para la comprensión.

METODOLOGÍA

Fundamentados en el marco de la enseñanza para la comprensión presentar la propuesta de investigación que pretende movilizar el pensamiento aleatorio y sistemas de datos en estudiantes de grado 5° vinculando en el trabajo de aula situaciones contextuales donde se haga uso de las tablas y gráficas estadísticas.

* Estudiante de la Maestría de Educación Universidad de Antioquia. E-mail: davidmendezvargas@gmail.com

** Estudiante de la Maestría de Educación Universidad de Antioquia. E-mail: rectoria@colamericanoapartado.com

*** Docente Universidad de Antioquia. E-mail: rendonmesa@hotmail.com

**** Docente Universidad EAFIT. E-mail: pesteban@eafit.edu.co

- Implementación guía de actividades desde la EpC para la interpretación de tablas y gráficas estadísticas en estudiantes de Básica Primaria

PONENCIA
**IMPLEMENTACIÓN GUÍA DE ACTIVIDADES DESDE
 LA EPC PARA LA INTERPRETACIÓN DE TABLAS Y GRÁFICAS
 ESTADÍSTICA EN ESTUDIANTES DE BÁSICA PRIMARIA**

David Fernando Méndez Vargas^{*}
 Paula Andrea Rendón Mesa^{**}
 Leonardo Vargas Delgado^{***}
 Pedro Vicente Esteban Duarte^{****}

CONTEXTO

El presente trabajo forma parte de avances de la investigación "Conceptualización del pensamiento aleatorio y sistemas de datos a partir de diversos contextos", que se está llevando a cabo en la Maestría en Educación de la Universidad de Antioquia. La escuela debe preocuparse por ayudar a sus alumnos a adquirir las habilidades necesarias, para procesar adecuadamente gran parte de la información que se genera a través de los diferentes medios de comunicación, a partir de tablas y gráficas estadísticas, lo que implica que tanto niños como adultos requieran leer e interpretar la información publicada para sacar conclusiones útiles para su vida (Batanero y Godino, 2002).

OBJETIVO

Dar a conocer los avances del proyecto de investigación en lo que corresponde a la implementación de la guía de actividades y los resultados obtenidos hasta el momento.

METODOLOGÍA

Presentar el trabajo realizado en el aula de clases, el cual se abordó desde la observación e implementación de una guía de actividades, desarrollada a partir del contexto en el que se encuentran los estudiantes. La guía tiene tres momentos: fase de exploración, fase de investigación guiada y fase del proyecto final de síntesis.

RESULTADOS ALCANZADOS

Los estudiantes, hasta el momento, están utilizando el lenguaje específico de la estadística. Han logrado relacionar porcentajes con gráficos circulares y mostrar

^{*} Estudiante de la Maestría en Educación. Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: davidmendezvargas@gmail.com

^{**} Docente Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: rendonmesa@hotmail.com

^{***} Estudiante de la Maestría en Educación. Universidad de Antioquia. Dirección electrónica: vargasdleonardo@gmail.com

^{****} Docente Universidad EAFIT. Dirección electrónica: pesteban@eafit.edu.co

Figura A.2: Artículo publicado en memorias de evento.

- Una experiencia de la cultura estadística en grado 5° de Básica Primaria

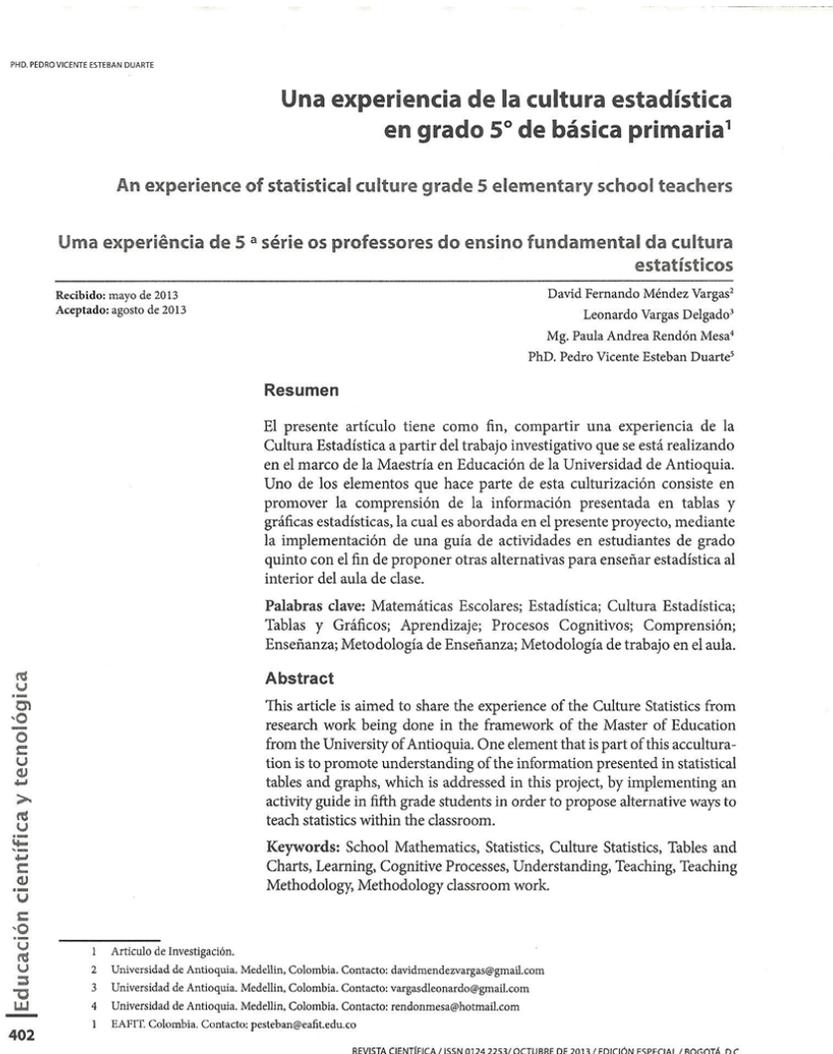


Figura A.3: Artículo publicado en memorias de evento.

Apéndice B

Organizador de unidad

EL organizador de unidad es el instrumento diseñado para que, el docente, realice la propuesta de implementación, sobre el tema abordado, en este caso responde a la comprensión de tablas y gráficas estadísticas.

B.1. Hilo conductor

Los estudiantes comprenderán diversos contextos, a partir de la información presentada en tablas y gráficas Estadísticas.

B.2. Tópicos generativos

En que situaciones de la vida diaria se utiliza la Estadística

B.3. Criterios para el tópico generativos

A continuación se describe el porque es necesario e importante reconocer en que situaciones de la vida diaria se utiliza la Estadística. Esto posibilita al docente ir más allá de sus intenciones formativas y preocuparse por la vinculación del contexto en el proceso de enseñanza y de aprendizaje.

- **Es central a la disciplina:** porque este tópico permite que los estudiantes trabajen con datos, los cuales son los insumos principales de la estadística.

Además los datos son recolectados, presentados por medio de las gráficas estadísticas, tal como lo haría un experto en esta área.

- **Es motivante:** porque los estudiantes diariamente se están encontrando en los medios de comunicación información presentada a través de las tablas y gráficas estadísticas, además el estilo de estas últimas es atractivo a los estudiantes por que permite que ellos intervengan en su construcción.
- **Es accesible:** los estudiantes podrán acceder a información en tablas y gráficas estadísticas mediante consultas en periódicos, revistas, redes sociales para leer e interpretar la información que contengan, además la construcción gráficas es posible en programas al alcance de los estudiantes como Excel o por medio de asistentes virtuales en páginas web.
- **Conectividad:** este tópico tienen conectividad con otros tópicos de la asignatura debido a que por medio de la información presentada por las tablas y gráficas estadísticas es

B.4. Tabla para análisis de los elemento de la EpC

Esta tabla ayuda al docente a plantear, en coherencia, las metas de comprensión y las dimensiones a las que apuntan.

A continuación se presenta la elaborada para esta investigación.

Metas de comprensión			
Meta de comprensión No 1	Meta de comprensión No 2	Meta de comprensión No 3	Meta de comprensión No 4
Pregunta	Pregunta	Pregunta	Pregunta
¿Por qué es importante la estadística en diversos contextos?	¿Cómo se pueden presentar distintas informaciones en tablas y gráficas estadísticas?	¿Por qué son importantes las medidas de tendencia central en un conjunto de datos?	¿Cómo se interpretan adecuadamente los gráficos estadísticos (diagrama de barras, circular, línea y pictogramas)?
Afirmación	Afirmación	Afirmación	Afirmación
Los estudiantes desarrollarán comprensión acerca de la importancia de la estadística en los diversos contextos.	Los estudiantes desarrollarán comprensión sobre como presentar distintas informaciones en tablas y gráficos estadísticos.	Los estudiantes comprenderán la importancia de las medidas de tendencia central en un conjunto de datos.	Los estudiantes comprenderán como leer adecuadamente gráficos estadísticos (diagrama de barras, circular y línea).
Dimensiones	Dimensiones	Dimensiones	Dimensiones
Conocimiento y Práxis	Conocimiento y formas de comunicación	Conocimiento y Métodos	Conocimiento y Métodos

Cuadro B.1: Análisis de los elementos de la EpC

Apéndice C

Guía de actividades

EN la presente guía encontrarás una serie de actividades que te ayudarán a comprender las tablas y gráficas estadísticas que, usualmente, observamos en periódicos, revistas, libros, televisión, entre otros.

C.1. Hilo conductor

Los estudiantes comprenderán la información presentada en tablas y gráficas Estadísticas en diversos contextos.

C.2. Actividades de la fase de exploración para la comprensión de gráficos estadísticos

Actividad No. 1: La Estadística en la historia

Las siguientes actividades son de carácter individual, realízalas respondiendo a cada uno de los parámetros establecidos.

1. Observa el video “**Estadística para niños de grado sexto**”¹ acerca de la evolución de la Estadística, las medidas de tendencia central y su importancia en la actualidad. Al finalizar completa los espacios respondiendo a cada una de las siguientes indicaciones.

¹Video tomado de <http://www.youtube.com/watch?v=zzGMOUdVzsw> el 10 de diciembre de 2012

- a) El surgimiento de la Estadística se debe a _____
- b) De acuerdo con el video, escribe por lo menos cinco áreas en las que se utiliza la Estadística para presentar información. _____
- c) De acuerdo con el video, define que es la Estadística. _____
- d) Enumera algunos términos propios de la Estadística. _____
- e) Nombra cuatro tipos de gráficos que se muestren en el video. _____
- f) Las medidas centrales de las que se habla en el video son _____
- g) Describe una situación en la cual se utiliza la Estadística para presentar información. _____
- h) Expresa un argumento acerca de la importancia de la Estadística en la vida diaria. _____
- i) Describe un ejemplo del uso de la Estadística en tu vida diaria. _____
- j) Con tus propias palabras explica el significado del **promedio** en Estadística. _____
- k) Después de completar la actividad anterior vuelve a ver el video y socializa las respuestas dadas con tus compañeros. _____

Actividad No. 2: Explora diversos usos de la Estadística

1. Observa el video con cinco personas adultas como tus padres, tíos o hermanos mayores y pídeles que completen la actividad anterior. Realiza una cartelera con las respuestas obtenidas y socialízala con tus compañeros.

Actividad No. 3: Galería de gráficos

1. En tu casa busca periódicos, revistas, documentos de donde puedas recortar información que se presente utilizando gráficos estadísticos. Con el permiso de tus padres tráelas al colegio. En clase, recortarlos y pégalos en cartulina o papel bond. Decora el salón para tener una exposición de gráficos estadísticos. Luego, observa la variedad de información que se presenta en ellos y completa los siguientes espacios.
 - a) Escribe las diferencias que encuentras en los distintos gráficos. _____
 - b) Describe el gráfico que te llamó más la atención. _____
 - c) Escribe los tipos de gráficos que observaste. _____
 - d) Nombra el tipo de gráfico más común. _____

- e) De los gráficos que observaste, enuncia las áreas en las que más frecuentemente fueron usados. _____
 - f) Vuelve a observar la gráfica que más te llamó la atención y describe otras formas de presentar la misma información. _____
 - g) Selecciona un gráfico y con tus propias palabras describe la información presentada en él. _____
 - h) Describe el tipo de gráfico con el que presentarías el pago de los servicios públicos de tu casa durante un año. _____
 - i) Determina características comunes en todos los gráficos observados. _____
 - j) Observa un gráfico de barras y describe el tipo de información que se presenta en la parte inferior. _____
 - k) Observa un gráfico de barras y describe el tipo de información que se presenta verticalmente al lado izquierdo. _____
2. Una vez terminada la visita a la galería, se da inicio a un conversatorio en el que cada estudiante expone diversos aspectos de la experiencia vivida.

Actividad No. 4: Entrevistando profesionales

1. Considérate un reportero de un noticiero importante del país, en el cual te asignan la tarea de construir cinco preguntas, relacionadas con el uso de la Estadística. Estas preguntas serán abordadas por cinco profesionales de distintas disciplinas, en un panel que se llevará a cabo en la Institución. Presenta un informe donde se evidencie las respuestas que los panelista dieron a las preguntas.
- a) _____
 - b) _____
 - c) _____
 - d) _____
 - e) _____
2. Expresa tu apreciación sobre las respuestas que dieron los profesionales a tus preguntas. _____

C.3. Actividades de la fase de investigación guiada para la comprensión de gráficos estadísticos

Actividad No. 1: Información aportada por los datos

1. A continuación se presenta una lista de datos que corresponde a las calificaciones de matemáticas obtenidas, por un grupo de estudiantes.

2 3 4 2 3 5 1 2 3 4 3 2 4 5 3

- a) Ordénalos de menor a mayor _____
 - b) El dato del centro es _____ que se interpreta como _____
 - c) El dato que más se repite es _____ que se interpreta como _____
 - d) El promedio de los datos es _____ que se interpreta como _____
2. La siguiente lista muestra el número de árboles que se sembraron, por día, durante una campaña que se llamó “Recuperemos el Río de Apartadó”

45 20 36 45 40 35 15 30 40 40 20 25 30

- a) Ordénalos de menor a mayor _____
 - b) El dato del centro es _____ que se interpreta como _____
 - c) El dato que más se repite es _____ que se interpreta como _____
 - d) El promedio de los datos es _____ que se interpreta como _____
3. Los goles anotados por el equipo de fútbol de “Grado 6^o”, durante el Torneo Interclases, se presentan en la siguiente lista.

4 3 2 1 4 2 5 2 2 3 1 2

- a) Ordénalos de menor a mayor _____
- b) El dato del centro es _____ que se interpreta como _____
- c) El dato que más se repite es _____ que se interpreta como _____
- d) El promedio de los datos es _____ que se interpreta como _____

3. Al finalizar, socializa con tus compañeros, la clasificación que realizaste. Ofrece explicaciones sobre tu clasificación.

Actividad No. 3: Mejor organización, mejor comprensión

1. Para tener una mejor idea de las características del grupo, pregúntale a todos tus compañeros la edad y completa la siguiente tabla.

Edad	Conteo	Veces que se repite el dato (f)	Divide (f) por el total de los encuestados	Multiplica por 100 el resultado de la división
Total				

Cuadro C.2: Tabla de las edades del grupo.

2. Una vez completada la tabla, interpreta el significado de los totales por columna y discute, con tus compañeros las interpretaciones dadas.
3. Teniendo en cuenta la información presentada en la tabla de frecuencias, completa las siguientes afirmaciones.
- La cantidad de estudiantes que tienen 11 años es _____
 - El porcentaje de estudiantes que tienen 10 años es _____
 - La cantidad de estudiantes que tienen menos de 11 años es _____
 - La cantidad de estudiantes que tienen más de 11 años es _____
 - La edad que menos se repite es _____
 - La edad que más se repite es _____
 - La edad promedio de los estudiantes es _____
 - La cantidad de estudiantes que tienen menos de 10 años es _____
 - La cantidad de estudiantes que tienen más de 10 años es _____

- Realiza una exposición ante tus compañeros y compara tu gráfica con las de los otros grupos. Encuentra diferencias y similitudes _____

Actividad No. 5: Así distribuyo mi tiempo

- Elabora una tabla en la que muestres como distribuyes tu tiempo en un día (24 horas), por ejemplo cuántas horas duermes, cuántas horas estudias entre otras.

Actividad	Conteo	Frecuencia (F)	Porcentaje (FR)

Cuadro C.6: Distribución del tiempo.

- Después de terminar la tabla de frecuencia, representa la información en un diagrama de barras que harás en cartulina para socializar al grupo.
- Finalmente, interpreta la forma cómo estás distribuyendo tu tiempo y expresa si te gustaría cambiar algo y porqué. _____

Actividad No. 6: Interpreto mi tiempo

- Teniendo en cuenta el gráfico que elaboraste, sobre la distribución del uso de tu tiempo, completa las siguientes afirmaciones.
 - La actividad en la que más tiempo inviertes es _____
 - El porcentaje del día que dedico a estudiar es _____
 - El porcentaje del día que dedico a dormir es _____
 - Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces, la cantidad de horas que duermo durante un mes es _____
 - La cantidad de horas que dedico a ver televisión es _____

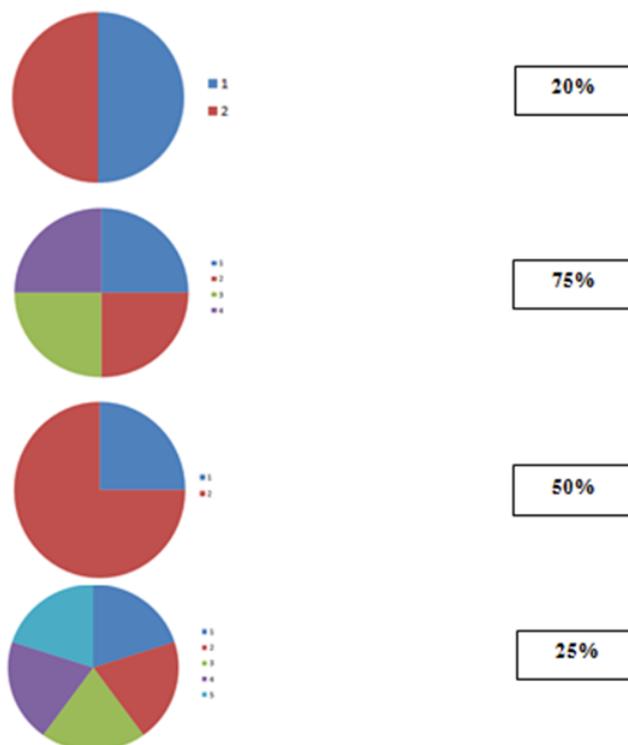


Figura C.2: Diagramas circulares

- f) La cantidad de horas que uso el computador es _____
- g) Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces, la cantidad de horas que veo televisión, en un mes es _____
- h) Si supongo que esto lo hago del mismo modo todos los días, entonces, la cantidad de horas en un mes que, dedico más al estudio que a la televisión es _____
- i) Las actividades que dedico más de la mitad del día son _____

Actividad No. 7: Interpreto porcentajes

1. A continuación encontrarás unos diagramas circulares que deberás relacionar con los porcentajes sombreados que correspondan.
2. Un grupo de amigos han repartido cierto dinero, como lo muestran las figuras. Con una línea une la gráfica con su respectivo porcentaje.
3. En la clase de matemáticas el profesor le pidió a los estudiantes que recolectaran información de su propio interés. Toño hizo una encuesta a 100 compañeros sobre

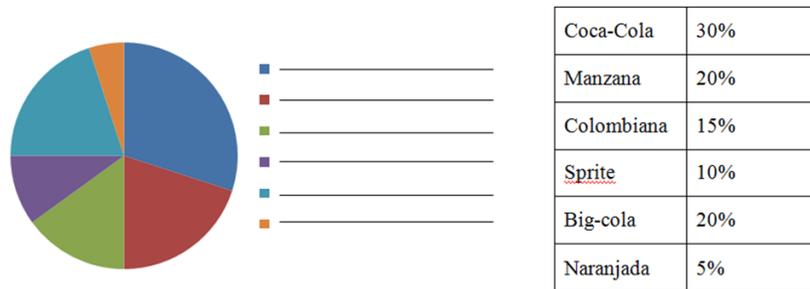


Figura C.3: Gráfica circular

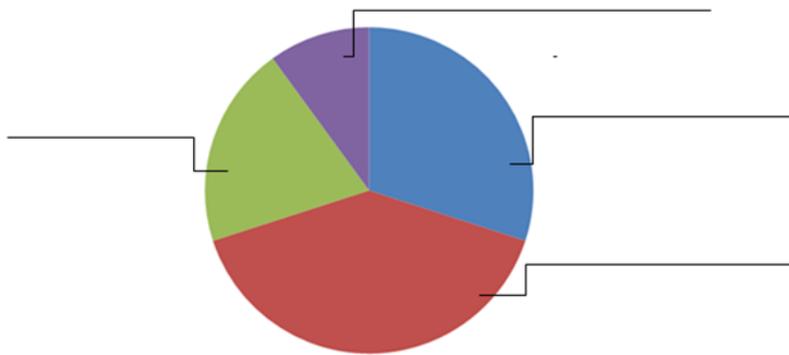


Figura C.4: Gráfica circular

la gaseosa preferida. La información se presenta en el siguiente gráfico. Relaciona la parte circular con la gaseosa correspondiente

4. En la biblioteca municipal de Apartadó existen 2.000 libros entre matemáticas, ciencias naturales, ciencias sociales e inglés. Relaciona los datos de la tabla con el sector del gráfico, que consideres represente el porcentaje de cada una de las clases de libros, en la biblioteca.

Libros	C. naturales	Inglés	C. sociales	Matemática
Cantidad	10%	20%	40%	30%

5. Durante el torneo de apertura 2012 de la Copa Postobón, los tres mejores equipos anotaron un total de 200 goles. A partir de la información completa el cuadro.
6. El papá de Ana le dio 10.000 para los gastos de un día. En una tabla se muestra el valor gastado en cada comestible y en la otra los porcentajes correspondientes. Relaciona los valores con su respectivo porcentaje.

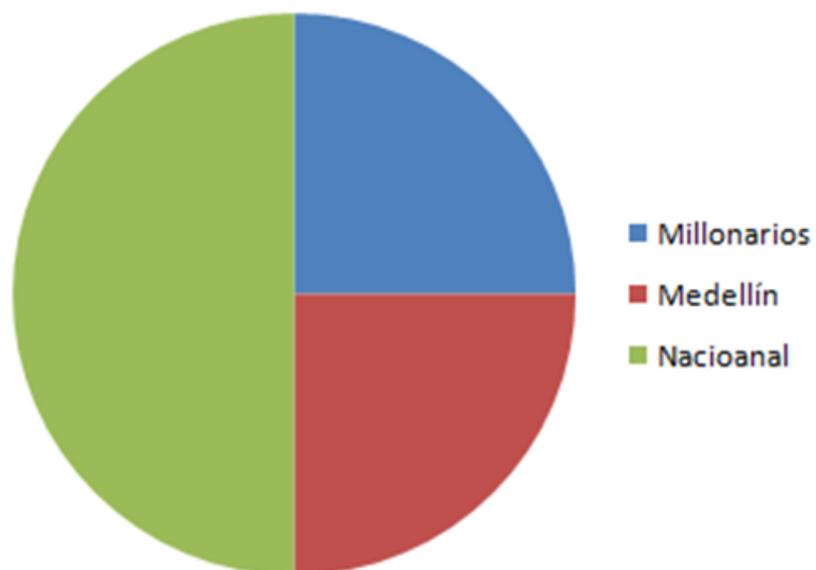


Figura C.5: Gráfica circular

Porcentaje
50%
12%
10%
20%
8%

Producto	Valor
Panceroti	2.000
Malta	1.200
Dulces	800
Papitas	1.000
Almuerzo	5.000



Figura C.6: Gráfica lineal 5

7. Explica el proceso que utilizaste para realizar los apareamientos. Comprueba tu respuesta utilizando la calculadora. _____

Actividad No. 8: Gráfica lineal

La siguiente gráfica muestra el comportamiento de la temperatura, en un día en la ciudad de Bogotá. Gráfica lineal

1. Observa la gráfica y completa las afirmaciones.
 - a) El eje horizontal indica _____
 - b) El eje vertical indica _____
 - c) La temperatura más alta del día se registra a las _____
 - d) A las 9 : 00a.m. la temperatura que se registra es _____
 - e) A las 10 : 00p.m. la temperatura que se registra es _____
 - f) La temperatura más baja se registra a las _____
 - g) El cambio de temperatura que se registra entre las 4 : 00a.m. y 6 : 00a.m. es de _____
 - h) La temperatura empieza a aumentar a partir de _____ y de _____
 - i) La temperatura empieza a disminuir a partir de _____ y de _____
 - j) El aumento de la temperatura de las 12 : 00 a las 3 : 00p.m. es _____
 - k) A las _____ y a las _____ se registra una temperatura de 10°C.
 - l) No se registra ningún cambio en la temperatura a las _____
2. Discute con tus compañeros la posibilidad de presentar esta información en un diagrama circular. _____

Actividad No. 9: Nuestra realidad académica

1. Con la base de datos de las calificaciones, de un grado de la institución, realiza todo el proceso correspondiente a la construcción de tablas y gráficos, sobre las asignaturas ganadas y reprobadas en un periodo académico.
2. A partir de los datos obtenidos responde las siguientes afirmaciones.
 - a) La asignatura que más reprueban los estudiantes es _____
 - b) El porcentaje de estudiantes que perdió matemáticas es _____
 - c) El porcentajes de estudiantes que ganó matemáticas es _____
 - d) La asignatura que más ganan los estudiantes es _____
 - e) Áreas que tienen el mismo porcentaje de pérdidas son _____
 - f) La cantidad de estudiantes que ganaron Religión más que Ciencias Naturales es _____
 - g) La diferencia en porcentaje que hay entre los que ganaron matemáticas y español es _____
 - h) La cantidad de estudiantes que perdieron español más que educación física es _____
 - i) La cantidad de estudiantes que ganaron todas las materias es _____
 - j) Si esta misma situación se presentó en otros cuatro grados, que tienen el mismo número de estudiantes, el total de estudiantes que perdieron matemáticas es _____

Actividad No. 10: El dinero de mi grupo

1. Realiza una encuesta con todos tus compañeros sobre la cantidad de dinero que llevan diariamente al colegio y con los datos obtenidos realiza una tabla de frecuencia.
2. A partir de los datos obtenidos responde las siguientes afirmaciones.
 - a) El promedio de dinero que traen los estudiantes para su descanso es de ____
 - b) El _____% de estudiantes que traen 3.000 para gastar en el descanso.
 - c) El número de estudiantes que traen 3.000 es _____
 - d) La cantidad de estudiantes que traen menos dinero del promedio es _____
 - e) El _____% de estudiantes traen 2.000 para gastar en el descanso.

- f) El número de estudiante que traen más de 2.000 es_____
- g) El número de estudiante que traen menos de 2.000 es _____
- h) El dinero total que traen los estudiantes del grado es _____
- i) La cantidad de dinero más común que traen los estudiantes es _____
- j) La cantidad de estudiantes que traen dinero por encima del promedio es _____
- k) Los estudiantes que traen entre 1.500 y 3.000 es _____
- l) Supongamos que los estudiantes traen la misma cantidad de dinero durante una semana (5 días). La cantidad de dinero gastada por el grupo es _____

C.4. Actividades del proyecto final de síntesis para la comprensión de tablas y gráficos estadísticos

Actividad No. 1: Averigüemos por lo que nos gusta

1. Elija un compañero de tu clase y determinen varias cosas que les agraden en común. Selecciona una variable cualitativa y otra cuantitativa. Realiza con ellas las siguientes actividades.
 - a) Diseña preguntas para indagar sobre ella.
 - b) Aplica las preguntas a la muestra de tu población .
 - c) Organiza los datos en una tabla.
 - d) Presenta la información a través de un gráfico.
 - e) Diseña y responde preguntas que te ayuden a interpretar la información.
 - f) Socializa tu trabajo con un grupo de la comunidad educativa

Bibliografía

- Collette, J. (1985). *Historia de las Matemáticas I*. Editorial Siglo XXI, México.
- Gal, I. (2002). Adults statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1):1–25.
- Gardner, H. (1998). *Inteligencias múltiples: La teoría en la práctica*. Paidós, Barcelona.
- George, W. (2001). Preguntas de Investigación en Educación Estadística. *Statistical Education Research Newsletter*, 2(1):2–3.
- Hiele, V. (1957). *El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría)*. PhD thesis, Universidad de Utrecht.
- Newman, J. (1968). *Sigma en el mundo de las matemáticas Vol. 3*. Editorial Grijalbo, Barcelona, España.
- Tufte, E. (1997). *The visual display of quantitative information*. Graphics Press USA, Cheshire, CT.
- Tukey, J. (1977). *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley, Reading, MA.
- Alvárez, R. y Martín, A. (2004). Enseñar estadística bidimensional en ESO y Bachillerato. *Revista sigma de Matemáticas*, 24:51–66.
- Arteaga, P. (2011). *Evaluación de conocimientos sobre gráficos estadísticos y conocimientos didácticos de futuros profesores*. PhD thesis, Universidad de Granada.
- Arteaga, P. ; Batanero, C. ; Cañadas, G. y Contreras, J. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 76:55–67.
- Arteaga, P. and Batanero, C. y Ruiz, B. (2009). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Investigación Didáctica*, 28(1):141–154.

- Batanero, C. (2004). Los retos de la cultura estadística. *Yupana*, 1(4):27–37.
- Batanero, C. and Garfield, J. and Ottaviani, M. y Truran, J. (2000). Research in Statistical Education: Some Priority Questions. *Statistical Education Research Newsletter*, 1(2):2–6.
- Batanero, C. y Godino, J. (2002). *Estocástica y su Didáctica para Maestros*. Universidad de Granada, España.
- Blanco, C. (2005). Reseña investigación cualitativa en educación fundamentos y tradiciones de ma. paz sandín esteban. *Revista de Pedagogía*, XXVI:525–528.
- Blythe, T. y Perkins, D. (1998). *La enseñanza para la comprensión*. Paidós, Argentina.
- Blythe, T. (1999). *Enseñanza para la comprensión: Guía para el Docente*. Paidós, Buenos Aires.
- Briones, G. (2002). Metodología de la investigación en las ciencias sociales y en el derecho [versión electrónica]. *Seminario Internacional presentado en la Universidad Libre de Bogotá, Colombia*,.
- Brown, J. and Collins, A. y Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational researcher*, 18(1):32–42.
- Brownell, W. (1935). Psychological considerations in the learning and teaching of arithmetic. *The teaching of arithmetic*, 38(7):1–31.
- Cazorla, I. (2002). *A relacao entre a habilidades visopictóricas eo dominio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. PhD thesis, Universidad de Campinas.
- Cleveland, W. (1987). Statistical graphs. *Journal of the American Statistical Association*, 82(398):419–423.
- Davis, R. (1984). *Learning mathematics: The cognitive science approach to mathematics education*. Greenwood Publishing Group.
- Davis, R. y Vinner, S. (1986). The notion of limit: Some seemingly unavoidable misconception stages. *The Journal of Mathematical Behavior*, 5(3):281–303.
- Driver, R. y Easley, J. (1978). *Pupils and paradigms: A review of literature related to concept development in adolescent science students*. Taylor & Francis.
- Friendly, M. (2007). A brief history of data visualization en C . In Hardle, W. y Unwin, A., editor, *Handbook of computational statistics: Data visualization* , volume 3, pages 1–34. Springer.

- Gil, A. (2010). Proyecto de Estadística en primaria . *Números: Revista de Didáctica de las matemáticas*, pages 121–129.
- Greeno, J. (1991). Number sense as situated knowing in a conceptual domain. *Journal for research in mathematics education*, 22(3):170–218.
- Hernández, R., Collado, C., and Lucio, P. y Pérez, M. (1998). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill: México.
- Ito, P. (2001). Reacción a Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias . *Statistical Education Research Newsletter*, 2(1):8–9.
- Kahneman, D. and Slovic, P. y Tversky, A. (1982). *Judgment under uncertainty: Heuristics and biases*. Cambridge University Press.
- Lecoutre, M. (2001). Reacción a Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias . *Statistical Education Research Newsletter*, 2(1):13–14.
- Leinhardt, G. (1988). Getting to know: Tracing students' mathematical knowledge from intuition to competence. *Educational Psychologist*, 23(2):119–144.
- Londoño, R., Jaramillo, C., and Esteban, P. (2011). La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el modelo de pirie y kieren (co). In *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*.
- Lucca, N. y Berrios, R. (2003). *Investigación cualitativa en educación y ciencias sociales*. Publicaciones Puertorriqueñas, San Juan, Puerto Rico.
- Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre la evolución de la comprensión de la matemática y la Teoría APOE. *RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 6(3):221–278.
- Mendenhall, W., Beaver, R., and Beaver, B. (2002). *A brief introduction to probability and statistics*. Cengage Learning Editores.
- Michener, E. (1978). Understanding understanding mathematics. *Cognitive Science*, 2(4):361–383.
- Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos en Competencia de Matemáticas*. Serie Documentos Especiales, Bogotá, Colombia.
- Montanares, R. (2011). *Situación de Aprendizaje* . PhD thesis, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso.

- Moreno, J. (1998). Statistical literacy: statistics long after school. In *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching Statistics*, pages 445–450.
- Nortes, A. (1990). *Estadística teórica y aplicada*, ed. PPU, Barcelona.
- Ottaviani, M. (1999). A note on developments and perspectives in statistics education. In *Invited paper at CLATSE4 (IV Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística)*, Argentina.
- Pirie, S. y Kieren, T. (1989). A recursive theory of mathematical understanding. *For the Learning of Mathematics*, 9(3):7–11.
- Pirie, S. y Kieren, T. (1991). A dynamic theory of mathematical understanding: Some features and implications. *ERIC*.
- Pirie, S. y Kieren, T. (1994). Beyond metaphor: Formalising in mathematical understanding within constructivist environments. *For the learning of Mathematics*, 14(1):39–43.
- Plackett, R. (1970). Studies in the History of Probability and Statistics . *Biometrika*, 59(2):239–251.
- Rendón, P. y Vicente, P. (2009). *Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la enseñanza para la comprensión*. PhD thesis, Universidad de Antioquia, Medellín.
- Saxe, G. (1988). Candy selling y math learning. *Educational Researcher*, 17(6):14–21.
- Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Javier Morata, Madrid, España.
- Stone, M. (1999). *La enseñanza para la Comprensión*. Paidós, Buenos Aires.
- Valdes, F. (1998). Comprensión y uso de la estadística. *Glosario. Universidad Rómulo Gallegos*.
- Wainer, H. (1992). Understanding graphs and tables. *Educational Researcher*, 21(1):14–23.
- Wallman, K. (1993). Enhancing statistical literacy: Enriching our society. *Journal of the American Statistical Association*, 88(421):1–8.
- Watson, J. (1997). Assessing statistical thinking using the media. *The assessment challenge in statistics education*, pages 107–121.
- Watson, J. (1999). *Statistical literacy at school: Growth and goals* . Mahwah, New York.

-
- Wearne, D. y Hiebert, J. (1988). A cognitive approach to meaningful mathematics instruction: Testing a local theory using decimal numbers. *Journal for research in mathematics education*, 19(5):371–384.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry . *Educational Researcher*, 67(3):221–355.